

Über Newtons Axiome

Michael Schmiechen
Berlin, Januar 1994

Stand: 15.11.1998

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 1

Inhalt

Motivation, Historie,
Newtons lex secunda, Meta-Axiome,
Impulsfluß- und -quellgesetze,
Messung von Impulsflüssen,
generalisierte Kreisgleichung,
hydromechanische Systeme,
Erkenntnistheorie, Axiomatik,
Rückblick, Ausblick.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 2

Historie

Axiomatisierung sehr spät:
über 2000 Jahre nach Euklid durch
Newton: Philosophiae Naturalis
Principia Mathematica, 1686,
Hertz: Prinzipien der Mechanik,
posthum 1894,
Einstein: Allgemeine Relativitäts-
theorie, 1916.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 3

Impuls-‘Satz’

Newtons zweites Axiom: lex secunda: die
Änderungsrate der Menge der Bewegung
M ist eine Wirkung der verursachenden
‘Kräfte’ F:

$$dM / dt = \Sigma F,$$

‘Wirkung’ = ‘Ursache’.

Euklidischer Raum und ‘absolute’ Zeit:
klassische Mechanik. Die Annahme von
Inertial-Räumen ist nicht notwendig.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 4

Bewegungsmenge

Wir Deutschen benutzen den Namen
‘Impuls’ leider für Ursache und Wirkung,
obwohl wir den schönen Namen ‘Wucht’
für die Menge oder Extensität der Längs-
bewegung haben, entsprechend dem
Namen ‘Drall’ für die Menge der Dreh-
bewegung.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 5

‘Fluidum’ : Extensität

Mach: Mengen nicht ‘als primäre Größen,
meßbare physikalische Charakteristiken’
zulassen, damit ‘alle unnötigen müßigen
Fluidums- und Mediumsvorstellungen und
die daran geknüpften vermeintlichen
Probleme entfallen’.

Der abstrakte Meta-Begriff der Extensität
erlaubt aber alle vermeintlichen Probleme
zu vermeiden.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 6

Grundbegriffe

Wenn Newton und andere Forscher nicht Grundgrößen eingeführt hätten, die nicht direkt meßbar sind, dann wäre die Wissenschaft nicht auf ihrem heutigen Stand.

Die operationale Interpretation der Begriffe, auch des der absoluten Zeit (!), ist eine cura posterior!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 7

Rationale Mechanik

Ziel: Mechanik 'more geometrico'.

Truesdell: 'No axioms for masses and forces are laid down. Specific theories for the action of forces are set up by drawing pictures or repeating rituals The experimenter seems content with his great-grandfathers ideas of mechanics.'

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 8

'Meta'-Räume

Lösung von Problemen, 'Erklärungen' durch Einbettung in Meta-Modelle:

Raum	Theorie	Modell
'hyperland'	'Himmel' der Erkenntnistheorie	Duales Theorien-Modell
'spaceland'	'Gebirge' der 'Meta'-Mechanik	Bilanz extensiver Größen
'flatland'	'Niederungen' der Mechanik	Bilanz von Bewegungen

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 9

'Meta'-Axiome

Die sogenannten Prinzipien sind 'vernünftige' Forderungen an 'objektive' Naturbeschreibungen. Plausibilität sichert Kohärenz und bewahrt vor den Fehlern pseudo-strenger formalistischer Diskussion, häufig von Scheinproblemen.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 10

Nulltes Meta-Axiom

Die Speicherung S extensiver Zustandsgrößen Q in den Grenzen eines Systems ist gleich ihrer Änderungsrate

$$Q^S = dQ / dt,$$

die auch durch einen Punkt bezeichnet wird. Das Differential dQ ist das 'totale' oder 'vollständige'.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 11

Erstes Meta-Axiom

Die Extensität Q ist das Produkt aus Kapazität C und Intensität I :

$$Q = C I.$$

Die Intensität der Bewegung ist die Geschwindigkeit v , die Kapazität ist die Trägheit I , auch Masse m genannt.

Newton 'definiert' die Menge der Bewegung $M = m v$: momentum.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 12

Zweites Meta-Axiom

Für Mengen oder extensive Größen in den Grenzen eines Systems postulieren wir die Bilanzgleichung:

$$Q^S = dQ / dt = Q^F + Q^P.$$

Ihre Speicherung S in einem System ist gleich dem Netto-Zufluß F über die Grenze in das und der Netto-Produktion P durch Quellen in dem System.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 13

'Bestätigung'

Oft wird behauptet, dieses Axiom oder spezielle Anwendungen davon ließen sich 'beweisen', sie würden durch die Erfahrung 'bestätigt'.

Das Axiom ist aber nur ein Modell, das wir *benutzen*, weil es *nützlich* ist: 'es gibt' extensive Zustandsgrößen und 'es gibt' keine anderen Mechanismen für deren Änderung als Zufluß und Produktion.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 14

Zustandsänderungen

Nach DIN 1304 können Flüsse und Quellen *fälschlich* wie zeitliche Änderungen von Zustandsgrößen mit einem Punkt bezeichnet werden, obwohl sie von Zustandsänderungen *wesensverschieden* sind.

Gemeint sind Meßvorschriften für Zuflüsse und Produktionen, die nicht *hierher* gehören.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 15

Erstes Meta-Theorem

Wenn die ganze Menge abfließt, die produziert wird, ist der Zustand stationär:

$$\text{wenn } Q^F = - Q^P,$$

$$\text{dann } Q^S = dQ / dt = 0.$$

Bei Newton: erstes 'Axiom' über den Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung *viel spezieller*: Trägheitssatz, absoluter Raum.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 16

Drittes Meta-Axiom

Der Fluß in ein System ist gleich dem Fluß aus der Umgebung:

$$Q^F = - Q^{F.env}.$$

Grenzflächen haben kein Volumen für Speicherung und Produktion:

$$\text{'actio = reactio'}$$

Bei Newton: 'lex tertia' *viel allgemeiner*, auch für Körperkräfte!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 17

Viertes und fünftes Meta-Axiom

'Es gibt' konvektive und diffusive Flüsse C bzw. D:

$$Q^F = Q^C + Q^D,$$

und bei den diffusiven Flüssen 'gibt es' turbulente L, large scale, und molekulare M, micro scale:

$$Q^D = Q^L + Q^M.$$

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 18

‘Wesen’ der Kräfte

Die Meta-Axiome lassen das Wesen der Kräfte erkennen, über das bis heute weitverbreitet Unklarheit herrscht. Hertz versuchte deshalb, ganz ohne sie auszukommen.

Kräfte sind ihrer physikalischen Natur nach Flüsse oder Quellen der Bewegungsmenge, des ‘Impulses’.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 19

Kraft-‘Begriffe’

Wegen fehlender Kohärenz der Grundbegriffe findet man häufig unhaltbare Kraft- ‘Begriffe’.

Bei Hamel z. B. ‘Kraft gleich Beschleunigungs-Gesetz mal Masse’. Das ist bei den ‘Impuls’-Flüssen oder ‘Oberflächen’-Kräften’ völlig sinnlos.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 20

‘Starre’ Körper

Bei festen Körpern gibt es nur Impulsflüsse infolge molekularer Diffusion der Bewegungsmenge. Bei konstanter Trägheit, alias Masse, gilt also für die Translation

$$m \, dv / dt = M^M + M^P .$$

Entsprechendes Axiom für den Drall: Euler. Dabei ist die Trägheit I nur in körperfesten Koordinaten konstant.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 21

Generalisiertes Kreisel-Theorem

Gleichung für die Bewegungen v starrer Körper in formaler 6-D-Notation (Motor-Rechnung von R. von Mises) nicht zu unterscheiden von Eulers Kreisel-Gleichung.

In körperfesten Koordinaten gilt:

$$I \, dv / dt + v \times I v = M^M + M^P ,$$

für jeden körperfesten Bezugspunkt und jeden Beobachtungsraum!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 22

‘Gyroskopische’ Terme

Der zusätzliche Term repräsentiert interne konvektive ‘Impuls’-Flüsse zwischen den Freiheitsgraden infolge der Bewegungen der Koordinaten. ‘Natürlich’ sind dies leistungslose ‘Blind’-Flüsse:

$$(v \times I v) v = 0 :$$

innere ‘Kräfte’ können keine Arbeit leisten!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 23

Diffusive Impulsflüsse

Die Gesetze für die diffusiven Flüsse über die Oberfläche von festen Körpern, Pressung (Hertz) und Reibung (Coulomb), sind nicht zu verwechseln mit den Gesetzen für die diffusiven Flüsse in festen Körpern, den Spannungs- oder Stoff-Gesetzen, constitutive laws. Sie sind schon formal verschieden.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 24

‘Kraftflüsse’, ‘Newton’

Spannungen sind physikalisch molekulare diffusive Flüsse der Bewegungsmenge oder des ‘Impulses’, *fälschlich* ‘Kraft’-Flüsse genannt.

Leider wurde die Einheit ‘Dyn’ in ‘Newton’ umbenannt, statt ‘Newton’ als Namen für die Einheit der Bewegungsmenge einzuführen.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 25

Bewegungsquellen

Es gibt verschiedene Mechanismen der Produktion von Bewegungen, d. h. ‘Impuls’-Quellen oder Körperkräfte, *fälschlich* ‘Volumenkräfte’ genannt.

Newton: ‘Es genügt uns, daß diese Schwere existiere, daß sie nach den von uns dargelegten Gesetzen wirke und ...’, ‘*hypotheses non fingo*’.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 26

Feldstärken

Trägheits-spezifische Impuls-Quellen werden Feldstärken genannt, wegen der Gleichheit der Einheiten

$$N / kg = m / s^2$$

fälschlich auch ‘Beschleunigungen’.

‘Volumenkraftdichte’ ist ein irreführender und überflüssiger Begriff infolge des *falschen* Namens ‘Volumenkraft’.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 27

Relativkinetik

Relative Bewegung r bezüglich bewegter Koordinaten b :

$$m \, dv^r / dt = M^M + M^{P,r},$$

mit den Körperkräften:

$$M^{P,r} = + M^{P,a} - m \, dv^b / dt - \omega^b \times m \, v^r - \omega^b \times m \, v^b. \text{ Bei}$$

konstanter Rotation:

$$dv^b / dt = \omega^b \times v^r.$$

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 28

‘Schein’-Kräfte

Coriolis- und Fliehkräfte ergeben sich aus der Invarianz des Bilanzaxioms beim Übergang von ‘absoluten’ zu bewegten Koordinaten a bzw. b .

Die *fälschlich* so genannten ‘Schein’-Kräfte sind für den Beobachter und Konstrukteur in b höchst real. Sie erfordern entsprechende Dimensionierungen.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 29

Schwerefeld

Produktion von Impuls durch das Gewicht:

$$M^P = G.$$

Messung der Schwere-, ‘Erd’-Feldstärke:

$$\text{wenn } M^M = 0,$$

$$\text{dann } G / m := g = dv / dt.$$

Es gibt gar keine Eigenschaft ‘Schwere’, die verschieden wäre von der Trägheit!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 30

Waagen

Aufteilung der Flüsse:

$$M^{M.bal} = M^M - M^{M.env}.$$

Kalibrierung mit Trägheits-(Massen-)

Normalen:

$$\text{wenn } dv / dt = 0$$

$$\text{und } M^{M.env} = 0,$$

$$\text{dann } M^{M.bal} = - m^{norm} g.$$

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 31

Messung von Impulsflüssen

Zunächst Messung der Trägheit alias Masse:

$$\text{wenn } M^{M.env} = 0,$$

$$\text{dann } m = M^{M.bal} / (dv / dt - g).$$

Damit Messung von Impulsflüssen im Schwerefeld:

$$M^{M.env} = - M^{M.bal}$$

$$+ m (dv / dt - g) :$$

‘dynamische’ Kalibrierung.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 32

‘Beschleunigungs’-Sensoren

Diese *fälschlich* so genannten Waagen messen die Feldstärke in körperfesten Koordinaten:

$$\text{wenn } v^r = 0,$$

$$\text{dann } - M^M / m = M^{P.r} / m$$

$$= g - dv^b / dt - \omega^b \times v^b;$$

meistens aber nur eine Komponente!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 33

Hydromechanische Systeme

Bei Körpern in Flüssigkeiten sind ‘Impuls’ und Geschwindigkeit nicht gleichgerichtet. Die Folge ist das ‘Munksche Moment’. Ferner sind Trägheit und ‘Schwere’ nicht gleich.

Übergang zu allgemeinerer Zustandsbeschreibung notwendig wegen Wellen- und Wirbeleffekten: ‘Vorgeschichte’.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 34

Zustandsbegriff

Axiomatische Einführung durch Invarianzgruppen. Anschaulich z. B. als gesamter zukünftiger ‘output’ infolge des gesamten vergangenen ‘inputs’ des betrachteten Systems.

Das Verhalten eines Systems können verschiedene, aber völlig äquivalente Zustandsmodelle beschreiben!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 35

Kontinua

Axiomatische Bilanz massenspezifischer extensiver Größen q :

$$d_t q = \partial_t q + v_j \partial_j q = - 1/\rho \partial_j q^D_j + q^P;$$

q^D_j : Dichte diffusiver Flüsse,

q^P : massenspezifische Produktion, das sind Quell-Feldstärken,

Voraussetzung ist die Massenerhaltung:

$$d_t \rho = \partial_t \rho + \partial_j \rho v_j = 0.$$

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 36

Geschwindigkeit, Diffusion

Die lokale Geschwindigkeit v_i wird dabei durch die 'Bedingung', d. h. das Axiom verschwindender Diffusion der Masse implizit definiert!

Molekulare Diffusion aller anderen extensiven Größen ist in mathematischen Kontinua nicht möglich: praktisch makroskopischer Ansatz (Euler).

Cauchy 'Gleichung'

'Also' universelles Axiom für die Bewegungen aller Kontinua mit:

$$q = v_i \quad : \quad \text{Geschwindigkeit,}$$

$$q^D_j = \sigma_{ij} \quad : \quad \text{'Spannungen',}$$

$$q^P = f_i \quad : \quad \text{'Kraft'-Feldstärken.}$$

Symmetrie der Spannungen für nicht-polare Stoffe: Axiom von Boltzmann.

Rationale Mechanik

Axiomatische Theorie der Stoffgesetze: 'Prinzipien' des Determinismus, der lokalen Wirkung und der Unabhängigkeit vom Beobachter.

Konstitution von 14 Klassen subfluider einfacher Stoffe zwischen festen und flüssigen durch Invarianzgruppen und die 'gibt es' alle in der Natur!

Duales Theorien-Modell

Entsprechend dem Stand der erkenntnistheoretischen Technik:

Theorie	Zweck	Status
Axiomatische Theorie	Kalküle der Begriffe und Sätze	'richtig': konsistent, widerspruchsfrei
Korrespondenztheorie	Identifikation von Fluß- und Quellgesetzen	'wahr': frei von systematischen Fehlern
Teil der Welt	Sachen und Sachverhalte	'gegeben': indirekt beobachtbar

Axiomatische Systeme

Syntax formaler Sprachen:

Kalkül der	Begriffe	Sätze
Grund-	-begriffe: $Q, C, I, F, P, C, D, L, M, m, v, \dots$	-sätze: Axiome: $Q = C I,$ $dQ/dt = Q^F + Q^P$
Regeln der	Definition: nominal	Deduktion: formal
abgeleitete..	Begriffe: $q \equiv dQ / dm,$...	Sätze: Theoreme: wenn $Q^F = -Q^P,$ dann $dQ / dt = 0.$

'Funktionen' axiomatischer Systeme:

ethische: Konventionen für die rationale Lösung von Konflikten;
logische: kohärente Herleitung akzeptabler Konsequenzen;
formale: 'mathematisch', sehr praktischer, aber der 'unwichtigste' Aspekt;
pragmatische: 'plausibel', z. B. auf der Basis eines einfachen Modells.

Aspekte von Axiomen

Implizite (kohärente) Definition von Grundbegriffen, die nicht anders ‘gemessen’ werden können, insofern ‘tautologische’ Bedingungen *apriori*.

Explizites Modell: Definition des ‘Raumes’ für die Repräsentation des betrachteten Teiles der Welt, des ‘universe of discourse’: Semantik!

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 43

Rückblick

Die Meta-Axiomatik für extensive Größen bietet ein klares, anschauliches Modell der Mechanik, so wie es Newton vor Augen gehabt haben mag. Es ging in der akademischen Tradition, wie bei der stillen Post, bis heute verloren, obwohl es schon Hertz vor über hundert Jahren vermißt und gesucht hat.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 44

Ausblick

Auch Ingenieure können kohärente axiomatische Modelle ganz pragmatisch als ‘Denk-Werkzeuge für den Alltag’ konstruieren und benutzen.

Leider sind die elementaren Fakten der Erkenntnistheorie in Deutschland seit der Vertreibung des Wiener Kreises in Vergessenheit geraten.

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 45

Autor

Dr.-Ing. M. Schmiechen,
vormals Technische Universität Berlin:
stellvertretender Direktor der Zentraleinrichtung
Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau,
apl. Professor für Hydromechanische Systeme
am Institut für Schiffs- und Meerestechnik.

Bartningallee 16
10557 Berlin
m.schm@t-online.de

Schmiechen

Über Newtons Axiome / 46