

**Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext(E-A1)**

**Ausgangspunkt:** Sammeln und Ordnen bekannter Funktionen/Funktionstypen

**Leitfrage:** Welche Einsatzmöglichkeiten finden diese Funktionen?

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Eigenschaften von               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten</li> <li>- Sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen</li> <li>- <b>Sinus- und Kosinusfunktionen, auch unter Verwendung des Bogenmaßes</b></li> </ul> </li> <li>• beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen</li> <li>• wenden einfache Transformationen (Streckung/<b>Stauchung</b>, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an, deuten die zugehörigen Parameter <b>und erweitern damit ihren Blick u.a. auf ganzrationale Funktionen</b></li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung(<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen den grafikfähigen Taschenrechner (Schwerpunkt) für die Untersuchung und Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen.</li> <li>• nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ...zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> <li>• <b>arbeiten mit „Hilfekarten“ z.B. von Klett (www2.klett.de...) zumGTR</b></li> </ul>	<p>Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt(<b>also auch hilfsmittelfrei</b>) und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen.  <i>Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z.B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.</i></p> <p>Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden. <b>Der Einsatz von „Hilfekarten“ (www2.klett.de...) zum CASIO-GTR wird daher dringend empfohlen/ist verbindlich.</b></p> <p>Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z.B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht.  <i>Der entdeckende Einstieg in Transformationen erfolgt über eine komplexe Einstiegsaufgabe: das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien, also zunächst über die Sinusfunktion.</i> Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.</p>

## Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung
- leiten Funktionsgraphen ab
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### Argumentieren (Vermuten)

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

##### Werkzeuge nutzen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen und als Wertetabelle ... grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Einstieg wird ein Anwendungsbeispiel vorgeschlagen (z. B. Nord-West-Bahn), bei dem die SuS mit Hilfe der ihnen bekannten Steigungsformel intuitiv die durchschnittliche Änderungsrate (Durchschnittsgeschwindigkeit) berechnen. *Argumentieren, Modellieren*

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. *Modellieren*

Dynamische-Geometrie-Software wird zur geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten eingesetzt. Im Anschluss wird an verschiedenen Beispielen graphisch abgeleitet. *Werkzeuge nutzen, Argumentieren*

Daran schließt sich eine näherungsweise Berechnung der Ableitung an einer bestimmten Stelle sowohl mit GTR als auch händisch an. Es folgt die Einführung der h-Methode. Dabei sollte verstärkt Wert auf die geometrische Vorstellung gelegt werden (propädeutischer Grenzwertbegriff). Zur Bestimmung der allgemeinen Ableitungsfunktion wird zunächst noch die h-Methode (bis Funktionen einschl. 3. Grades) benutzt, anschl. erfolgt eine Erarbeitung der Ableitungsregeln. In diesem Kontext bieten sich eine Reihe von Anwendungsaufgaben (z. B. Raupenaufgabe von Thomas) an. *Modellieren, Problemlösen*

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die SuS in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten. Dies kann zur Steigerung der Motivation z. B. durch Funktion-Ableitungs-Puzzle geschehen. *Argumentieren*

## Thema: Weiterentwicklung des Ableitungsbegriffs im funktionalen Zusammenhang (E-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate</li><li>• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)</li><li>• leiten Funktionengraphisch ab</li><li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li><li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten</li><li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li></ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)</li><li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li><li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li></ul> <p><b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li><li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li></ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum<ul style="list-style-type: none"><li>○ Erkunden von Ableitungsregeln</li><li>○ Zeichnen und Vergleichen von Funktion und Ableitungsfunktion</li></ul></li></ul>	<p><i>Leitfrage: Wie kann ich die Ableitung mathematisch exakt berechnen und in einem strukturierten Zusammenhang darstellen?</i></p> <p>Die Unterrichtsreihe behandelt die Funktionsklasse der ganzrationalen Funktionen.</p> <p>Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Zur Einführung wird der Grenzübergang mit der „h-Methode“ exemplarisch am Beispiel der quadratischen Funktion durchgeführt. In Übungsaufgaben soll diese Vorgehensweise vertieft werden. Hier sollen insbesondere händische Rechenmethoden (z.B. Bruchrechnung, Distributivgesetz und binomische Formeln) trainiert werden und damit zu einer Erweiterung der Kompetenz <i>Lösen</i> beitragen.</p> <p>Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR. Hier ist auch der Einsatz des Programms GeoGebra möglich, das den dynamischen Vergleich zwischen Funktion und Ableitungsfunktion ermöglicht. Dieser Teil der Unterrichtsreihe erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des <i>Erkundens</i> und <i>Vermutens</i>.</p> <p>Ein weiterer Schwerpunkt liegt in einem qualitativen Vergleich von Ausgangsfunktion und Ableitungsfunktion. Hier soll zum Zeichnen und Vergleichen der Funktionen der GTR verwendet werden. Des Weiteren sollen die SUS bei gegebener Ausgangsfunktion eine intuitive Vorstellung der Ableitungsfunktion entwickeln und diese per Hand skizzieren können. Hiermit sollen insbesondere die Kompetenzen aus dem Bereich des <i>Begründens</i> erweitert werden.</p> <p>Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Kontextaufgaben, die ganzrationale Funktionen beinhalten, sollen aber am Ende der Reihe zur Vertiefung und Vernetzung des Begriffs der Ableitungsfunktion eingesetzt werden (siehe Buch Seite 74-77).</p>

## Einführungsphase Stochastik (S)

### Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• simulieren Zufallsexperimente (mit GTR)</li> <li>• beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln</li> <li>• verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen (Glücksspiele, Doping, Prüfverfahren)</li> <li>• stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch (faire Glücksspiele, Preiskalkulation)</li> <li>• beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln</li> <li>• deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente (setzt voraus, dass man Zufallsexperimente kategorisieren kann → Urnenmodell, Zufallsvariable)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• experimentieren und protokollieren strukturiert mit Baumdiagrammen oder Tabellen, treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Simulationspläne) (<i>Mathematisieren</i>) → Urnenmodell, Zufallsvariable</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge Tabellenkalkulation zum ... Generieren von Zufallszahlen</li> <li>• Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> <li>• Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> <li>• Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)</li> </ul>	<p>Bekannt: Laplace-Experimente, „Ergebnis“ / „Ereignis“, Baumdiagramme, Pfadregeln</p> <p>Leitfrage: Wie lassen sich Ähnlichkeiten zwischen Glücksspielen und Problemen der Wirklichkeit erfassen und zur Lösung von Sachproblemen nutzen?</p> <p><b>Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden.</b> Einen geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen.</p> <p>Damit die Schüler Parallelen zum Glücksspiel erkennen können, sollten die Begriffe an diesen Glücksspielaufgaben geklärt werden. Dann kann mit Hilfe von Simulationsplänen die Modellierung geplant durchgeführt werden. Schreibweisen sollten einheitlich sein: <math>0 \leq P(E) \leq 1</math>, <math>P(X=3)</math> usw.</p> <p>Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).</p> <p>Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.</p> <p><b>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</b></p> <p>Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.</p>

## Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln (Impfstoffe, Befragungen...)
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
- prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
- bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### Modellieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- **beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)**

##### Kommunizieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...](*Rezipieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Voraussetzung: mehrstufige Zufallsexperimente, Simulationen

Leitfrage: Was bedeuten die mathematisch erarbeiteten Ergebnisse in der Realität?

*Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe).*

Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.

Damit die Schüler kommunizieren können, sollten Aufgaben in arbeitsteiliger Gruppenarbeit gelöst und präsentiert werden, so dass die Schüler prüfen können, wann welche Darstellungsformen nützlich sind.

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs  $P(A \cap B)$  von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

## Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

### Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)*

#### Zu entwickelnde Kompetenzen

##### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

##### **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

###### **Modellieren**

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

###### **Kommunizieren (Produzieren)**

###### *Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

#### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Alternative: Die Schülerinnen und Schüler schulen ihr räumliches Vorstellungsvermögen mit Hilfe des Spiels Blockout (siehe Anhang) und dem Geometrieprogramm von Bernd Rosin.

Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

## Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)

Wie kann man mit Mittel der Algebra Bewegungen / Verschiebungen von einem Punkt A zu einem Punkt B im Raum (in der Ebene) zunächst beschreiben und dann berechnen?

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität bzw. auf lineare Abhängigkeit/ Unabhängigkeit mit Hilfe von Linearkombinationen
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)
- erkennen Muster und Beziehungen (erkunden)

#### Weitere prozessbezogene Kompetenzen

##### Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- übersetzen Sachsituationen in mathematische Modelle und erarbeiten eine Lösung (mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (validieren)

##### Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her und nutzen Sätze und Regeln für Begründungen
- erkennen lückenhafte und fehlerhafte Argumentationsketten und ergänzen bzw. korrigieren sie. (beurteilen)

##### Werkzeuge

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafische Darstellungen von Vektoren, Ortsvektoren und Vektorsummen
- führen Operationen mit Vektoren durch

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen im ebenen und im räumlichen Koordinatensystem, wie auch anhand von skizzenhafter Darstellung (ohne Koordinatensystem) werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst:

- Addition und Subtraktion von Vektoren
- Untersuchung auf Parallelität
- Darstellung von Ortsvektoren und entwickeln von Formeln (z.B. Mittelpunkt einer Strecke, Schwerpunkt)
- Beschreibung von Diagonalen in Vierecken (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen) und in Figuren (z.B. Quadern, Kegelstumpf)

Bewegungen werden mithilfe von Vektoren modelliert

- Bewegungen in der Luft (z.B. Bewegungen von Flugzeugen, Ballonfahrten, Seilbahngondeln)
- Bewegungen auf dem Wasser (z.B. EdM S. 235).

## Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen(E-A4)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel
- verwendendas notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### Problemlösen

##### Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

##### Argumentieren

##### Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennenfehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ein kurzes Wiederaufgreifen von gezielten vorangegangenen Abschnitten (wie das graphische Ableiten) sollen durch die Fokussierung der charakteristischen Punkte Motivation und ein Gefühl für Nachfolgendes erzeugen.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.

*Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch gezielte Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten.*

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.



### **Werkzeuge nutzen (E-A1)**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- Graph zeichnen
- Fenster einstellen
- Trace
- G-Solv
- Wertetabelle
- Tabellenkalkulation zur Lösung der Sonnenscheindauer-Aufgabe
- zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen (über Listen  $\{1, 2, 3, 4\}x^2$ )

### **Werkzeuge nutzen (E-A2)**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- Tabellenkalkulation für die h-Methode (LS neu S.55)
- GeoGebra (Sekantenverfahren)

### **Werkzeuge nutzen (E-A3)**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- Funktion und Ableitungsfunktion in ein Fenster zeichnen (LS neu S.63)
- Ableitungsregeln untersuchen (S.66)  
(GeoGebra: zur Funktion parallel die Ableitungsfunktion fließend zeichnen mit laufender Tangente)

### **Werkzeuge nutzen (E-S1)**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- Menu Statistik
- Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)

### **Werkzeuge nutzen (E-G1)**

- dreidimensionale Geometrie mit GeoGebra 5 oder Vektoris 3D

### **Ohne Hilfsmittel**

- h-Methode zum Wiederholen von Bruchrechnung, Distributivgesetz, binomische Formeln, Pascal-Dreieck
- leiten Funktionen graphisch ab, indem sie die Ableitungsfunktion zur Funktion zeichnen
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel
- setzen ausgewählte Routineverfahren (z.B. Linearkombinationen) auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein(Lösen)  
(E-G2)