Numerische Mathematik II
für Haupt- und Realschullehrer – Sommersemester 2006
an der Universität Rostock, FB Mathematik

Vorlesung: Prof. G. Mayer **Übung: Dr. A. Straßburg**

Wiederholung: Begriffe und Definitionen

- **Iterationsverfahren für lineare Gleichungssysteme**; Begriffe: Maximumnorm, Zeilensummennorm, Matrixnorm, verträgliche Matrixnorm, streng diagonaldominant, starkes Zeilensummenkriterium; **Jacobiverfahren**, Iterationsmatrix des Jacobi-Verfahrens, **Gauß-Seidelverfahren**, Iterationsmatrix des Gauß-Seidel-Verfahrens
- **Bernsteinpolynome**; Begriffe, Eigenschaften: Bernsteinbasis, i-tes Bernsteinpolynom vom Grad n bez. des Intervalls $[0, 1]$;
- **Algorithmus von de Casteljau**, polynomiale Kurve, Bernsteinkurve, Bezier-Punkte, Bezier-Polygonzug, Schema von de Casteljau

Aufgabe 13.3

Klausur 2005

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 4x_1 & - & x_2 & & & & x_4 & = & 4 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & & & = & -1 \\ x_1 & - & x_2 & + & 5x_3 & + & x_4 & = & 6 \\ x_1 & & & + & x_3 & + & 3x_4 & = & -1 \end{array}$$

a) Führen Sie zwei Iterationsschritte des Jacobi-Verfahrens aus. Starten Sie mit $x^{(0)} := 0$.

   Bestimmen Sie die Iterationsmatrix H_J und berechnen Sie ihre Zeilensummennorm. Konvergiert die Folge der berechneten Näherungen, die Sie mit dem Jacobi-Verfahren erhalten?

b) Führen Sie zwei Iterationsschritte des Gauß-Seidel-Verfahrens aus. Starten Sie mit $x^{(0)} := 0$.

   Untersuchen Sie die zum linearen Gleichungssystem gehörende Koeffizientenmatrix A auf strenge Diagonaldominanz. Konvergiert die Folge der berechneten Näherungen für das Gauß-Seidel-Verfahren?

Aufgabe 13.4

Klausur 2005

Gegeben ist das Bézier-Polynom

$$P(t) := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} B_0^{(2)}(t) + \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} B_1^{(2)}(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} B_2^{(2)}(t)$$

mit den Bézier-Punkten $b^{(0)} = \binom{0}{0}$, $b^{(1)} = \binom{1/2}{1/2}$, $b^{(2)} = \binom{1}{0}$. Bestimmen Sie $P(\lambda)$ ($\lambda = 1/3$) mit dem Algorithmus von de Casteljau. Geben Sie $P(2/3)$ an.