ÜA Lineare Algebra 04/05

19. Serie

1. Sei α der Endomorphismus des Vektorraumes $V = \mathbb{R}^4$, welcher bzgl. der Standardbasis die Matrix
$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
hat.
   (a) Bestimmen Sie das Minimalpolynom von α.
   (b) Zeigen Sie, dass V zyklisch ist.
   (c) Geben Sie alle invarianten Unterräume von V an.

2. Sei α der Endomorphismus des Vektorraumes $V = \mathbb{R}^4$, welcher bzgl. der Standardbasis die Matrix
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
hat.
   (a) Bestimmen Sie das Minimalpolynom von α.
   (b) Zeigen Sie, dass V unendlich viele invarianten Unterräume besitzt.
   (c) Zeigen Sie, dass V nicht zyklisch ist.
   (d) Geben Sie eine Faktorisierung $m = fg$ des Minimalpolynoms m an, so dass $im f < ker g$ gilt.

3. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom f der Matrix
$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & g \end{pmatrix}.$$
Zeigen Sie, dass $f(A) = 0$ ist.

Abgabetermin: 03.06.05