

FEM – Beullasten, Zylinder unter Außendruck

0 Inhalt

0	Inhalt	1
1	Allgemeines	1
2	Geometrie	2
3	Werkstoff	2
4	Modellierung	2
5	Last	2
6	Ergebnisse	3
7	Bewertung	4
8	Vergleich mit H = 4000 mm	5
9	Literatur	7

1 Allgemeines

Im folgenden wird die Berechnung von Beullasten (hier: lineare Eigenwerte, Verzweigungslasten) eines geometrisch perfekten Zylinders unter Außendruck dargestellt.

Als Ergebnis erhält man den kritischen Außendruck aus dem Produkt aus der aufgebrachtten Außendruck $p_{a,i}$ [kN/m²] und dem niedrigsten ermittelten Lastfaktor λ [dimensionslos].

$$p_{a,i} = p_a * \lambda$$

Die zugehörige Umfangsspannung im Zylindermantel

$$\sigma_{\phi Si} = p_a * \lambda * R / T$$

entspricht der "idealen Beulspannung" nach DIN 18800 Teil 4 Gleichung 34.

Der weitere Rechengang bis zur "Grenzbeulspannung", d.h. Berücksichtigung der Imperfektionen und Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite, verläuft nach DIN 18800 Teil 4.

2 Geometrie

Zylindermantel: $D / H / T = 10000 \text{ mm} / 10000 \text{ mm} / 5 \text{ mm}$

Umfang: 31416 mm

Kopfringsteife: $BR / TR = 150 \text{ mm} / 15 \text{ mm}$

3 Werkstoff

Stahl

4 Modellierung

90°-Segment (Viertel-Ausschnitt) abgebildet mit Symmetriebedingungen an den Längsrändern
Bogenlänge: $31416 \text{ mm} / 4 = 7854 \text{ mm}$

maximale Elementkantenlänge: $1000 \text{ mm} / 5 = 200 \text{ mm}$

Tatsächliche Elementgrößen im Zylindermantel:

Umfangsrichtung: 41 Elemente entspr. ca. $2,2^\circ$ oder 192 mm

Längsrichtung: 51 Elemente entspr. $10000 \text{ mm} / 49 = 196 \text{ mm}$

Elementanzahl: 2091 Elemente im Mantel

Tatsächliche Elementgrößen im Kopfring:

1 Element über die Ringtiefe entspr. $150 \text{ mm} / 1 = 150 \text{ mm}$

5 Last

Die klassische Beulspannung (Umfangsspannung im Zylindermantel) beträgt $3,82 \text{ N/mm}^2$, vgl.

DIN 18800 Teil 4 Gleichung 34

(siehe Rechenblatt im Skript).

Hieraus ermittelt man mit Hilfe der Kesselformel den kritischen Außendruck:

$$p_a = 3,82 \text{ N/mm}^2 * 5 \text{ mm} / 5000 \text{ mm} = 3820 \text{ Pa} = 3,82 \text{ kN/m}^2$$

Diese Last wurde als Außendruck aufgebracht.

6 Ergebnisse

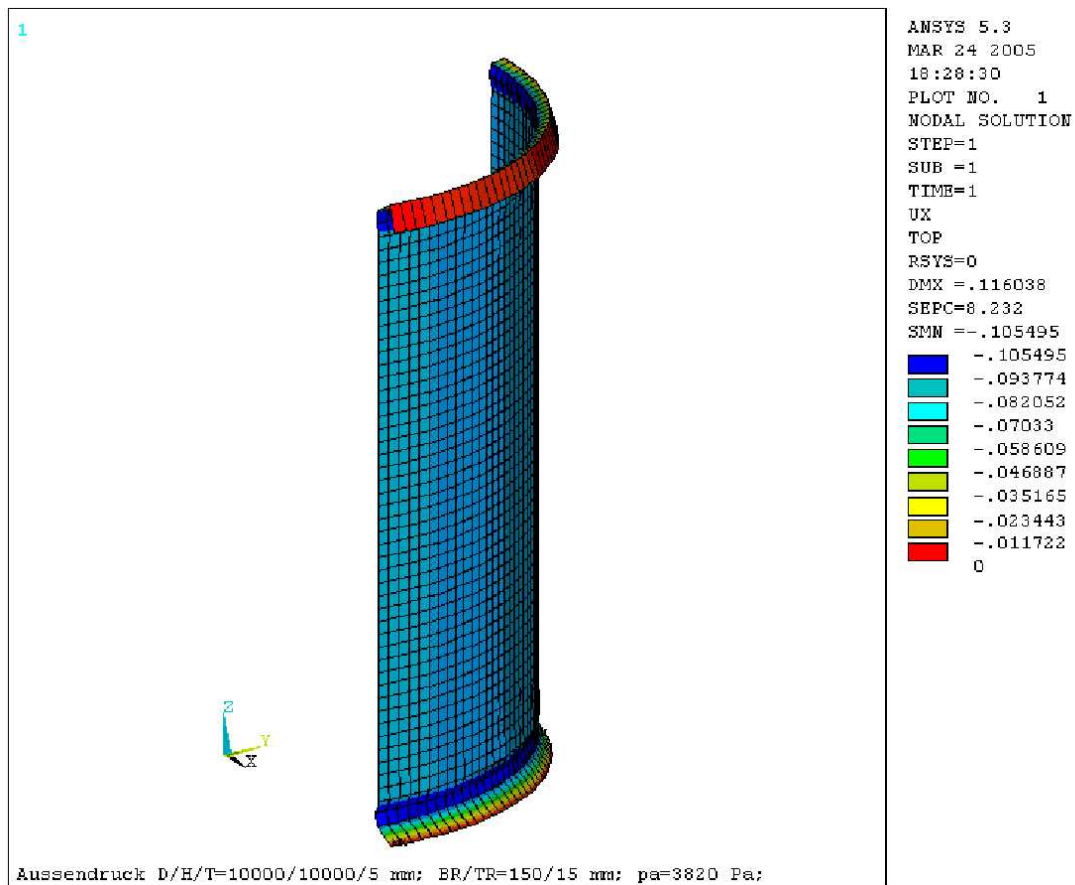


Bild 1: Linearer Verformungszustand unter Außendruck (Vorbeulzustand)

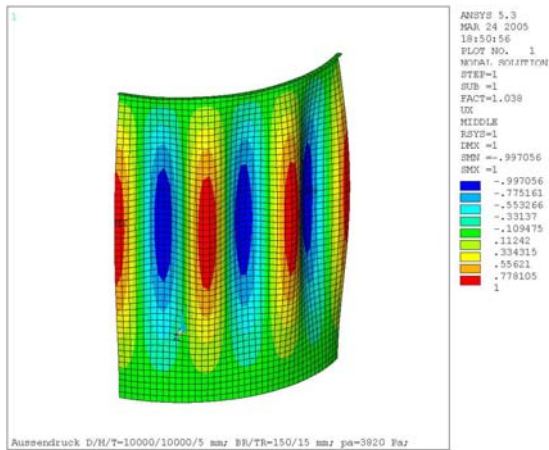


Bild 2: Eigenform Nr. 1, $\lambda = 1,038$
N = 12 Umfangswellen

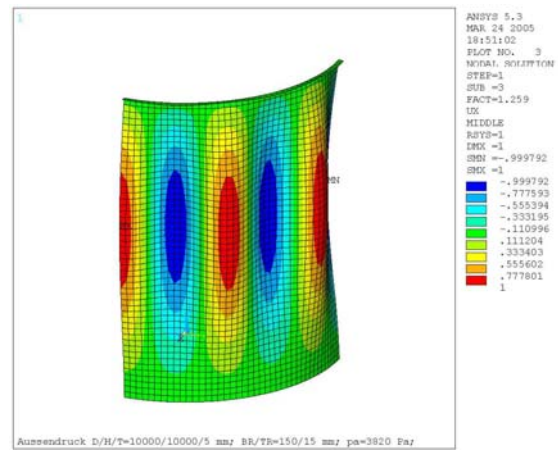


Bild 4: Eigenform Nr. 3, $\lambda = 1,259$
N = 10 Umfangswellen

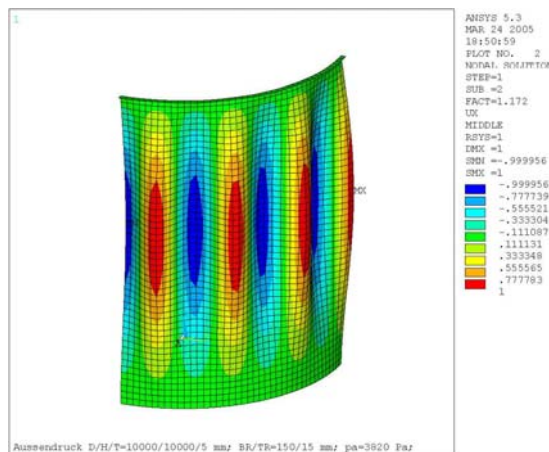


Bild 3: Eigenform Nr. 2, $\lambda = 1,172$
N = 14 Umfangswellen

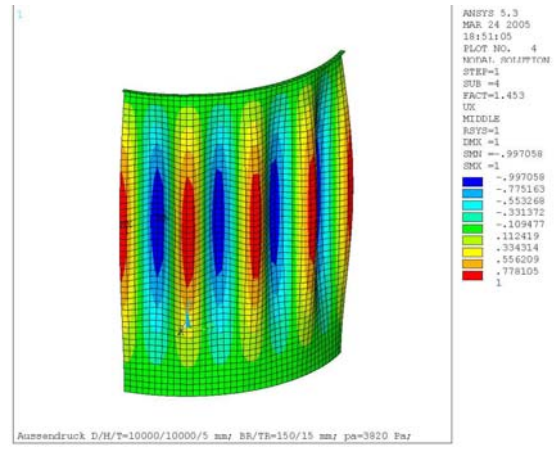


Bild 5: Eigenform Nr. 4, $\lambda = 1,453$
N = 16 Umfangswellen

7 Bewertung

Durch das Modellieren eines Viertel-Systems werden alle Umfangswellenzahlen unterdrückt, die nicht durch 4 teilbar sind. Je nach Anforderung sollte man daher am Halbsystem rechnen.

Folgendes ist auffällig:

- Theoretisch ist für die 1. Eigenform eine Vollwellenzahl von ca. 12 zu erwarten (siehe Rechenblatt). Dies trifft zu.
- Die Welligkeit des Beulmusters sollte mit steigenden Eigenwerten zunehmen. Dies trifft für die 3. Eigenform nicht zu.

Möglicherweise lassen sich die festgestellten Abweichungen bei der dritten Eigenform durch eine feinere Elemententeilung beseitigen.

8 Vergleich mit $H = 4000$ mm

Alle Werte wie oben beschrieben, jedoch:

$$H = 4000 \text{ mm}$$

$$\text{maximale Elementkantenlänge: } 1000 \text{ mm} / 10 = 100 \text{ mm}$$

Tatsächliche Elementgrößen im Zylindermantel:

Umfangsrichtung: 81 Elemente entspr. ca. $21,1^\circ$ oder 97 mm

Längsrichtung: 41 Elemente entspr. $4000 \text{ mm} / 49 = 98 \text{ mm}$

Elementanzahl: 3321 Elemente im Mantel

Tatsächliche Elementgrößen im Kopfring:

$$2 \text{ Element über die Ringtiefe entspr. } 150 \text{ mm} / 2 = 75 \text{ mm}$$

Die klassische Beulspannung (Umfangsspannung im Zylindermantel) beträgt $9,64 \text{ N/mm}^2$, vgl.

DIN 18800 Teil 4 Gleichung 34

(siehe Rechenblatt im Skript).

Hieraus ermittelt man mit Hilfe der Kesselformel den kritischen Außendruck:

$$p_a = 9,64 \text{ N/mm}^2 * 5 \text{ mm} / 5000 \text{ mm} = 9640 \text{ Pa} = 9,64 \text{ kN/m}^2$$

Diese Last wurde als Außendruck aufgebracht.

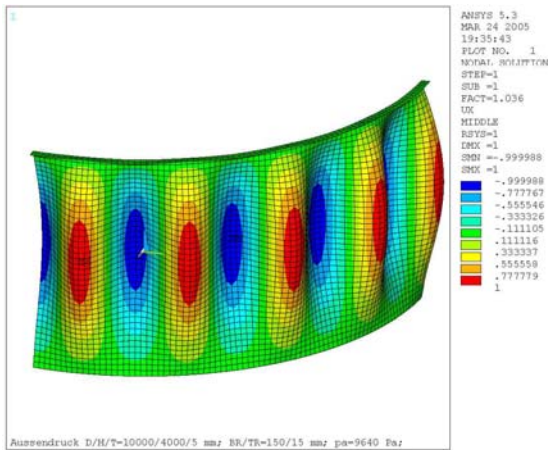


Bild 6: Eigenform Nr. 1, $\lambda = 1,036$
N = 18 Umfangswellen

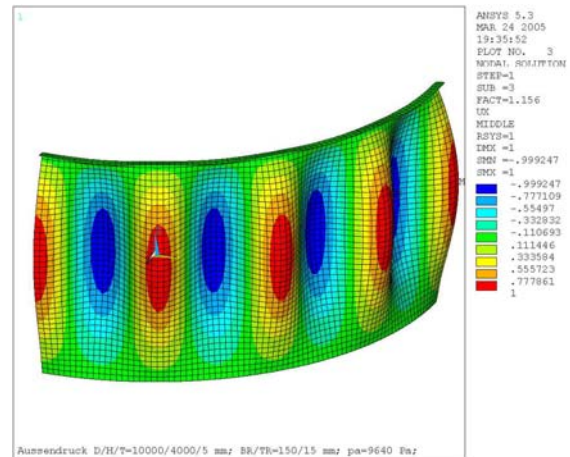


Bild 8: Eigenform Nr. 3, $\lambda = 1,156$
N = 16 Umfangswellen

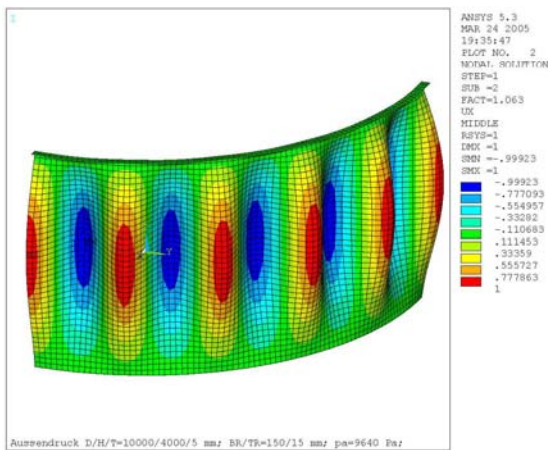


Bild 7: Eigenform Nr. 2, $\lambda = 1,063$
N = 20 Umfangswellen

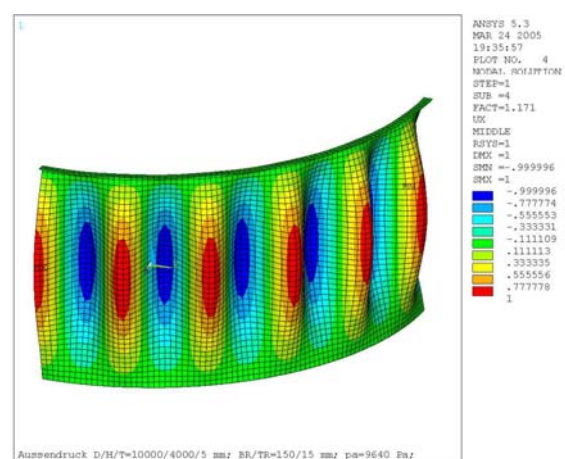


Bild 9: Eigenform Nr. 4, $\lambda = 1,171$
N = 22 Umfangswellen

Bewertung:

Wie oben beschrieben, jedoch mit folgenden Zusätzen:

- Theoretisch ist für die 1. Eigenform eine Vollwellenzahl von ca. 19 zu erwarten (siehe Rechenblatt). Dies kann an einem Viertelsystem mit Symmetriebedingungen nicht realisiert werden, hier müsste man am halben System rechnen.
- Die Eigenwerte liegen dichter beieinander, als bei dem längeren Zylinder.

- Die Welligkeit des Beulmusters sollte mit steigenden Eigenwerten zunehmen. Dies trifft für die 3. Eigenform nicht zu.

2 Literatur

- [1] DIN 18800: Stahlbauten.
Teil 4: Stabilitätsfälle, Schalenbeulen. November 1990.
- [2] Knödel, P.: Textmodul FEM sowie Textmodul Literatur. Lehrmaterialien zur Vorlesung Behälterbau an der Fachhochschule Karlsruhe, erreichbar unter www.peterknoedel.de/lehre/lehre.htm, seit März 2003 laufend aktualisiert.