

Physik * Jahrgangsstufe 10 * Aufgaben zum Zerfallsgesetz

- Die Halbwertszeit von Radon 220 beträgt 56 s.
 - Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops zerfallen in 2,0 min?
 - Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops sind nach 3,0 min noch vorhanden?
 - Wie lange muss man mindestens warten, bis 99% einer Radonmenge dieses Isotops zerfallen sind?
- Die Halbwertszeit von Radon 222 (ebenfalls ein Alpha-Strahler) beträgt 3,8d.
 - Geben Sie die Zerfallsgleichung an!
 - Wie viel Prozent einer Radonmenge dieses Isotops sind nach 10 Tagen noch vorhanden?
 - Nach welcher Zeit sind 95% einer Radonmenge dieses Isotops zerfallen?
- Das Kobaltisotop Co 60 ist ein Beta-Strahler mit der Halbwertszeit 5,3 a. Ein radioaktives Präparat soll 1,0 μ g dieses Isotops Co 60 enthalten.
 - Geben Sie die Zerfallsgleichung an!
 - Wie viele Atome enthält das Präparat?
Wie viele Atome dieses Präparats zerfallen in einer Stunde?
Welche Aktivität hat damit dieses Präparat?
 - Welcher Prozentsatz des Kobaltisotops ist nach 20 Jahren zerfallen?
 - Welche Aktivität hat diese Probe nach 20 Jahren?
 - Wie lange muss man mindestens warten, bis die Aktivität unter 5,0% der Ausgangsaktivität abgesunken ist?
- Das Uranisotop 238 ist ein Alphastrahler mit einer Halbwertszeit von $4,5 \cdot 10^9$ Jahren. Eine Gesteinsprobe enthält 2,5g dieses Uranisotops.
 - Geben Sie die Zerfallsgleichung an!
 - Wie viele U 238 - Atome enthält die Probe?
Wie viele U 238 – Atome dieser Probe zerfallen in 1000 Jahren?
 - Bestimmen Sie die Aktivität dieser Probe!
Warum kann man die Anzahl der Zerfälle pro Sekunde nicht so einfach ermitteln?
Wie kann man diese Anzahl an Zerfällen mit der Lösung von Aufgabe b) ermitteln?
- Das Uranisotop 235 ist ein Alphastrahler mit einer Halbwertszeit von $7,0 \cdot 10^8$ Jahren. Ein radioaktives Präparat enthält 5,0 μ g dieses Uran-Isotops.
 - Geben Sie die Zerfallsgleichung an!
 - Wie viele U 235 – Atome enthält das radioaktive Präparat?
 - Welche Aktivität hat das radioaktive Präparat?
 - Nach welcher Zeit hat sich die Aktivität des Präparats um 1,0 % verringert?
- Das Thoriumisotop 232 ist ein Alpha-Strahler mit der Halbwertszeit von $1,4 \cdot 10^{10}$ Jahren. Bestimmen Sie die Aktivität einer Probe, die 1,0 μ g dieses Isotops enthält!
- Das Kohlenstoffisotop C14 ist ein Betastrahler mit einer Halbwertszeit von $5,7 \cdot 10^3$ Jahren.
 - Geben Sie die Zerfallsgleichung an!
 - Wie alt ist eine Probe, wenn 43 % des ursprünglich vorhandenen C14-Anteils bereits zerfallen sind?
- Das Uranisotop 238 ist ein Alphastrahler mit einer Halbwertszeit von $4,5 \cdot 10^9$ Jahren. Wie alt ist ein Gesteinsbrocken, wenn 23 % des ursprünglich in ihm enthaltenen Urans 238 bereits zerfallen sind?

Wichtige Angabe: Atomare Masseneinheit $u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg

Physik * Klasse 10d * Aufgaben zum Zerfallsgesetz * Lösungen

$$1. a) N(2,0 \text{ min}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{2 \text{ min}}{56 \text{ s}}} \Leftrightarrow \frac{N(2,0 \text{ min})}{N_0} = 2^{-\frac{120 \text{ s}}{56 \text{ s}}} = 2^{-\frac{120}{56}} = 0,2264 \dots \approx 23\%$$

22,6 % sind nach 2,0 min noch vorhanden, das heißt es sind 77,4 % zerfallen.

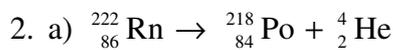
$$b) N(3,0 \text{ min}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{3 \text{ min}}{56 \text{ s}}} \Leftrightarrow \frac{N(3,0 \text{ min})}{N_0} = 2^{-\frac{180 \text{ s}}{56 \text{ s}}} = 2^{-\frac{180}{56}} = 0,1077 \dots \approx 11\%$$

Nach 3,0 min sind noch 10,8 % vorhanden.

$$c) N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{56 \text{ s}}} \leq 0,01 \cdot N_0 \Leftrightarrow 2^{-\frac{t}{56 \text{ s}}} \leq 0,01 \quad \Bigg/ \lg \Leftrightarrow \lg \left(2^{-\frac{t}{56 \text{ s}}} \right) \leq \lg(0,01) \Leftrightarrow$$

$$-\frac{t}{56 \text{ s}} \cdot \lg(2) \leq \lg(0,01) \Leftrightarrow -\frac{t}{56 \text{ s}} \leq \frac{\lg(0,01)}{\lg(2)} \Leftrightarrow$$

$$t \geq -56 \text{ s} \cdot \frac{\lg(0,01)}{\lg(2)} = 372, \dots \text{ s} \approx 6,2 \text{ min} \quad \text{Man muss mindestens 6,2 min warten.}$$



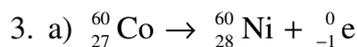
$$b) N(10 \text{ d}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{10 \text{ d}}{3,8 \text{ d}}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{50}{19}} = 0,16 \cdot N_0 = 16\% \text{ von } N_0$$

Nach 10 Tagen sind noch 16% der Radonmenge vorhanden.

$$c) N(t) = 0,05 \cdot N_0 \Leftrightarrow N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{3,8 \text{ d}}} = 0,05 \cdot N_0 \Leftrightarrow 2^{-\frac{t}{3,8 \text{ d}}} = 0,05 \quad \Bigg/ \lg$$

$$\lg \left(2^{-\frac{t}{3,8 \text{ d}}} \right) = \lg(0,05) \Leftrightarrow -\frac{t}{3,8 \text{ d}} \cdot \lg 2 = \lg 0,05 \Leftrightarrow t = -3,8 \text{ d} \cdot \frac{\lg 0,05}{\lg 2} = 16 \text{ d}$$

Nach ca. 16 Tagen sind 95% der Radonmenge zerfallen.



$$b) 1 \text{ mol Co } 60 \hat{=} 60 \text{ g} \hat{=} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Atome;}$$

$$\text{also gehören zu } 1 \mu\text{g Co } 60 \text{ insgesamt } N_0 = \frac{10^{-6} \text{ g}}{60 \text{ g}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,0 \cdot 10^{16} \text{ Atome}$$

$$N_0 - N(1,0 \text{ h}) = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{1,0 \text{ h}}{5,3 \text{ a}}} \right) = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{1,0 \text{ s}}{5,3 \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}}} \right) = 1,49 \cdot 10^{-5} \cdot N_0 = 1,5 \cdot 10^{11}$$

$$A = A_0 = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{1,0 \text{ h}} = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3600 \text{ s}} = 42 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

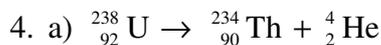
$$c) \frac{N(20 \text{ a})}{N_0} = 2^{-\frac{20 \text{ a}}{5,3 \text{ a}}} = 2^{-\frac{200}{53}} = 0,073 = 7,3\% \quad \text{Nach 20 Jahren sind 92,7\% zerfallen.}$$

$$d) A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{5,3 \text{ a}}} \Rightarrow A(20 \text{ a}) = A_0 \cdot 2^{-\frac{20 \text{ a}}{5,3 \text{ a}}} = A_0 \cdot 0,073 = 3,1 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

$$e) A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{5,3 \text{ a}}} \leq 0,05 \cdot A_0 \Leftrightarrow 2^{-\frac{t}{5,3 \text{ a}}} \leq 0,05 \Leftrightarrow -\frac{t}{5,3 \text{ a}} \cdot \lg 2 \leq \lg 0,05 \Leftrightarrow$$

$$-\frac{t}{5,3 \text{ a}} \cdot \lg 2 \leq \lg 0,05 \Leftrightarrow t \geq -\frac{5,3 \text{ a} \cdot \lg 0,05}{\lg 2} = 23 \text{ a}$$

Man muss mindestens 23 Jahre warten.



b) 1 mol U 238 $\hat{=}$ 238g $\hat{=}$ $6,02 \cdot 10^{23}$ Atome;

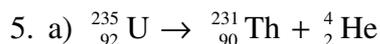
also gehören zu 2,5g U 238 insgesamt $N_o = \frac{2,5\text{g}}{238\text{g}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,3 \cdot 10^{21}$ Atome

$$N_o - N(1000\text{a}) = N_o \left(1 - 2^{-\frac{1000\text{a}}{4,5 \cdot 10^9 \text{a}}}\right) = 1,54 \cdot 10^{-7} \cdot N_o = 9,7 \cdot 10^{14}$$

c) Da $N(1,0\text{s})$ und N_o auf mehr als 12 geltende Ziffern übereinstimmen, kann der Taschenrechner deren Differenz nur als 0 angeben.

Da sich aber die Aktivität bei der sehr großen Halbwertszeit innerhalb der ersten 1000 Jahre so gut wie nicht verändert, kann man die Aktivität A_o wie folgt ermitteln:

$$A_o = \frac{9,7 \cdot 10^{14}}{1000\text{a}} = \frac{9,7 \cdot 10^{14}}{1000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\text{s}} = 31\text{k Bq}$$



b) 1 mol U 235 $\hat{=}$ 235g $\hat{=}$ $6,02 \cdot 10^{23}$ Atome;

also gehören zu 5,0 μ g U 235 insgesamt $N_o = \frac{5,0 \cdot 10^{-6}\text{g}}{235\text{g}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,28 \cdot 10^{16}$ Atome

c) Berechne z.B. die Änderung der Teilchenzahl in 1000 Jahren:

$$N_o - N(1000\text{a}) = N_o \left(1 - 2^{-\frac{1000\text{a}}{7,0 \cdot 10^8 \text{a}}}\right) = 9,9 \cdot 10^{-7} \cdot N_o = 1,27 \cdot 10^{10}$$

$$A_o = \frac{1,27 \cdot 10^{10}}{1000\text{a}} = \frac{1,27 \cdot 10^{10}}{1000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\text{s}} = 0,40\text{Bq}$$

d) $A(t) = A_o \cdot 2^{-\frac{t}{7,0 \cdot 10^8 \text{a}}}$ und $A(t) = 0,99 \cdot A_o \Leftrightarrow 0,99 = 2^{-\frac{t}{7,0 \cdot 10^8 \text{a}}} \Leftrightarrow$

$$\lg 0,99 = -\frac{t}{7,0 \cdot 10^8 \text{a}} \cdot \lg 2 \Leftrightarrow t = -\frac{7,0 \cdot 10^8 \text{a} \cdot \lg 0,99}{\lg 2} \Leftrightarrow t = 1,0 \cdot 10^7 \text{a}$$

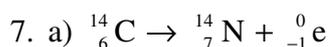
6. 1 mol Th 232 $\hat{=}$ 232g $\hat{=}$ $6,02 \cdot 10^{23}$ Atome;

also gehören zu 1,0 μ g U 235 insgesamt $N_o = \frac{1,0 \cdot 10^{-6}\text{g}}{232\text{g}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,6 \cdot 10^{15}$ Atome

Berechne z.B. die Änderung der Teilchenzahl in 1000 Jahren:

$$N_o - N(1000\text{a}) = N_o \left(1 - 2^{-\frac{1000\text{a}}{1,4 \cdot 10^{10} \text{a}}}\right) = 5,0 \cdot 10^{-8} \cdot N_o = 1,3 \cdot 10^8$$

$$A_o = \frac{1,3 \cdot 10^8}{1000\text{a}} = \frac{1,3 \cdot 10^8}{1000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\text{s}} = 0,0041\text{Bq} \quad \text{Diese Aktivität fällt nicht auf !!!}$$



b) $N(t) = 0,57 \cdot N_o \Leftrightarrow N_o \cdot 2^{-\frac{t}{5,7 \cdot 10^3 \text{a}}} = 0,57 \cdot N_o \Leftrightarrow 2^{-\frac{t}{5,7 \cdot 10^3 \text{a}}} = 0,57 \Leftrightarrow$

$$-\frac{t}{5,7 \cdot 10^3 \text{a}} \cdot \lg 2 = \lg 0,57 \Leftrightarrow t = -\frac{\lg 0,57 \cdot 5,7 \cdot 10^3 \text{a}}{\lg 2} = 4,6 \cdot 10^3 \text{a}$$

8. $N(t) = 0,77 \cdot N_o \Leftrightarrow N_o \cdot 2^{-\frac{t}{4,5 \cdot 10^9 \text{a}}} = 0,77 \cdot N_o \Leftrightarrow 2^{-\frac{t}{4,5 \cdot 10^9 \text{a}}} = 0,77 \Leftrightarrow$

$$-\frac{t}{4,5 \cdot 10^9 \text{a}} \cdot \lg 2 = \lg 0,77 \Leftrightarrow t = -\frac{4,5 \cdot 10^9 \text{a} \cdot \lg 0,77}{\lg 2} = 1,7 \cdot 10^9 \text{a}$$