Schmied
Engineering GmbH
Privatstrasse 8 / CH-4563 Gerlafingen
Tel. 032 675 12 07 / Fax 032 675 16 10
info@schmied-engineering.ch
www.schmied-engineering.ch

Wahrscheinlich sicher

Veranstaltung

Users Meeting 2015 von CADFEM Schweiz

Vortragender

Beat Schmied, Schmied Engineering GmbH

Coautor

Sebastian Kurmann, Schmied Engineering GmbH

Kurzfassung

Was sagt der beim Festigkeitsnachweis verwendete Sicherheitsfaktor tatsächlich über die Sicherheit des Bauteils aus? Als Quotient aus Belastbarkeit und Beanspruchung ist seine Aussagekraft grundsätzlich mal gering, weil beide Grössen streuen. Erst wenn man deren Wahrscheinlichkeiten mit einbezieht, gewinnt er an Substanz, behält aber immer eine Stellvertreterfunktion. Denn nur mittels der Ausfallwahrscheinlichkeit selber lässt sich beurteilen, ob das Bauteil genügend sicher ist und dennoch den wirtschaftlichen Anforderungen genügt.

Die theoretischen Zusammenhänge sind mit den Formeln der Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung längst abgehandelt. Die praktische Anwendung scheitert hingegen an den Einflussfaktoren die nur ungenügend quantifiziert werden können. Trotzdem ist das Denken in Wahrscheinlichkeiten wichtig für eine Gesamtbeurteilung eines Bauteils oder einer ganzen lasttragenden Struktur.

Von der FKM-Richtlinie wird allgemein gesagt, dass sie sehr konservativ sein. Wenn damit der Nachweis beispielsweise für eine einzelne, örtlich hoch beanspruchte Schweissnaht gemeint ist, trifft dies auch zu. Sofern aber das Bauteil aus vielen hoch ausgelasteten Nähten besteht, ist es unter Umständen mit dieser Konservativität gar nicht so weit her.

Im Vortrag werden diesbezüglich Zusammenhänge und ein mögliches Vorgehen aufgezeigt. Basierend darauf sind, was die Überlebenswahrscheinlichkeit betrifft, zwar nur grobe Tendenzaussagen möglich. Aber bereits das qualitative Verstehen der Zusammenhänge erlaubt in vielen Fällen einen besseren technisch-wirtschaftlichen Kompromiss.

Gerlafingen, 3. Sept. 2015

1 Einleitung **3**

2 Sicherheitsfaktor und Auslastungsgrad **3**

2.1 Definition des Sicherheitsfaktors 3

2.2 Konzept der Teilsicherheitsfaktoren 3

2.3 Definition des Auslastungsgrads 4

2.4 Der Sicherheitsfaktor als statistische Grösse 4

3 Streuung der Bauteilfestigkeit **5**

3.1 Vom Probenwert zur Bauteilfestigkeit 5

3.2 Streuung der Bauteilfestigkeit 5

3.3 Festigkeitswert aus eigenen Versuchen 5

3.4 Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit 6

4 Unsicherheit und Streuung der Beanspruchung **7**

4.1 Das Problem der Belastungsdefinition 7

4.2 Konservative Lastannahmen 8

4.3 Erhöhung der Unsicherheiten bei der Spannungsberechnung 9

4.3.1 FE-Modell als Abbild der Realität 9

4.3.2 Fehler bei der FE-Anwendung und bei der Auswertung 10

5 Interferenz **10**

5.1 Statische Interferenz für eine einzelne Nachweisstelle 10

5.2 Variable Interferenz 11

6 Überlebenswahrscheinlichkeit eines Bauteils **12**

6.1 Multiples Versagen 12

6.2 Abschätzung für ein einfaches Einzelteil 12

6.3 Abschätzung für eine Mehrfach-Baugruppe 13

7 Resümee **13**

8 Verschiedenes **14**

8.1 Literaturverzeichnis 14

8.2 Symbolverzeichnis 14

1 Einleitung

Bei technischen Konstruktionen bezeichnet Sicherheit den Zustand der störungsfreien und gefahrenfreien Funktion. Dabei ist die Sicherheit davon abhängig, wie sie definiert ist und welcher Grad von Unsicherheit für die Nutzung der technischen Funktion akzeptiert werden kann. Der Sicherheitsanspruch konkurriert deshalb mit den wirtschaftlichen Aspekten.

Die Betriebssicherheit einer ganzen Maschine oder Anlage basiert auf der Zuverlässigkeit der einzelnen Bauteile. Diese dürfen weder durch Überbelastung noch durch ungenügende Festigkeit ihre Funktionsfähigkeit verlieren. Genau dieser Anspruch steht beim rechnerischen Festigkeitsnachweis im Zentrum.

Klassisch ist bei der Nachweisführung die Verwendung von Sicherheitsfaktoren. Im geregelten Bereich ist dagegen nichts einzuwenden, weil die in sich konsistenten Normen mit der Vorgabe der Lasten, der Methodik und der Kriterien auf langjährigen Erfahrungen beruhen und damit auch die üblichen Streuungen mindestens empirisch mitberücksichtigen. Auf diese Anwendungen soll im Folgenden nicht weiter eingegangen werden. Immerhin sei darauf verwiesen, dass eine Norm kein Blankocheck darstellt für eine unreflektierte Anwendung.

Wesentlich anspruchsvoller ist es in den ungeregelten Branchen ohne verbindliche Normen. Sie sind von unterschiedlichsten Anforderungen geprägt und die Sicherheitsbedürfnisse sind primär von der Produkthaftung abzuleiten. Die FKM-Richtlinie hat in diesen Bereichen in den vergangenen Jahren zurecht eine grosse Akzeptanz gewonnen. Insbesondere für Festigkeitsnachweise basierend auf örtlichen Spannungen ist diese Richtlinie Gold wert.

Die Richtlinie fokussiert je nach Nachweiskonzept auf einen Nennquerschnitt oder auf eine örtlich eng begrenzte Stelle. Die konsequente Anwendung führt, wie noch gezeigt wird, zu äusserst geringen Ausfallraten für diesen Nachweisbereich. Ist dies die einzig kritische Stelle im Bauteil, hat dieses somit eine sehr hohe Überlebenswahrscheinlichkeit. Die allgemeine Meinung, dass die FKM-Richtlinie sehr konservativ sei, wird damit bestätigt. In der Regel hat jedoch ein Bauteil mehrere hoch beanspruchte Querschnitte oder Stellen. Die Beurteilung der Sicherheit eines derartigen Bauteils ist jedoch nicht mehr Gegenstand der FKM.

Im Folgenden werden, basierend auf vorhandenen statistischen Daten aus der Fachliteratur, einige Zusammenhänge aufgezeigt und gestützt darauf, ein mögliches Vorgehen beschrieben. Damit sind zwar, was die Überlebenswahrscheinlichkeit betrifft, nur grobe Tendenzaussagen möglich. An Hand von Beispielen wird jedoch gezeigt, dass bereits das qualitative Verstehen der Zusammenhänge einen besseren technisch-wirtschaftlichen Kompromiss erlaubt.

2 Sicherheitsfaktor und Auslastungsgrad

2.1 Definition des Sicherheitsfaktors

Mit obigem Hinweis auf die FKM ist schon vorweg genommen, dass der Sicherheitsfaktor als statistische Grösse zu verstehen ist, mit dem die rechnerische Überlebenswahrscheinlichkeit beeinflusst wird. Trotzdem nehmen unerfahrene oder unbedarfte Anwender den irgendeinem Lehrbuch entnommenen Sicherheitsfaktor gerne als bare Münze und können dadurch messerscharf zwischen sicher und unsicher unterscheiden. Die scheinbar triviale Definition als Quotient aus der Beanspruchungsgrenze und der errechneten Beanspruchung verleitet halt zu gerne zu diesem Trugschluss.

$$\textit{Sicherheitsfaktor}\ j_\sigma = \frac{\textit{Beanspruchungsgrenze}}{\textit{Beanspruchung}} = \frac{\sigma_{grenz}}{\sigma_{rech}}$$

Formel 1
Definition des Sicherheitsfaktors

2.2 Konzept der Teilsicherheitsfaktoren

Insbesondere im Maschinenbau wurden über lange Zeit alle Vereinfachungen innerhalb eines Nachweises, sämtliche Ungenauigkeiten und Unsicherheiten in einen pauschalen Sicherheitsfaktor verpackt und diesen dann gerne ironisch als Unsicherheitsfaktor bezeichnet. Die Stahlbauer wenden hingegen schon lange das Konzept der Teilsicherheitsfaktoren an. Die FKM hat diesen Ansatz in *der jüngsten Ausgabe 2012 adaptiert. So gibt es nun je nach Nachweis die Faktoren und Zuschläge nach Tabelle 1.*

Jeder Faktor hat einen Wertebereich der von unterschiedlichen Parametern abhängt. Bei den Materialsicherheitsfaktoren ist dies beispielsweise unter anderem die Frage nach dem Schadensausmass im Falle eines Bauteilversagens. Dabei gelten die höheren Werte, falls Leib und Leben gefährdet sind und die mittleren Werte werden für kostspielige Schäden empfohlen.

Teilsicherheitsfaktor oder Zuschlag	Nachweis	Symbol	Bereich
Materialsicherheitsfaktor gegen Bruch	statisch	j_m	1.6 - 2.0
Materialsicherheitsfaktor gegen Plastifizieren		j_p	1.2 - 1.5
zusätzlicher Teilsicherheitsfaktor für geschweisste Bauteile		j_W	1.0 - 1.13
zusätzlicher Sicherheitszuschlag für ungenügende Duktilität		Δj	0 - 0.5
Materialsicherheitsfaktor nicht geschweisste Bauteile	Ermüdung	j_F	1.2 - 1.5
Materialsicherheitsfaktor geschweisste Bauteile			1.0 - 1.4
Last-Sicherheitsfaktor	beide	j_S	≥ 1.0
zusätzlicher Teilsicherheitsfaktor für gegossene Bauteile		j_G	1.0 - 1.4

Tabelle 1 Teilsicherheitsfaktoren nach FKM

2.3 Definition des Auslastungsgrads

Aus den verschiedenen Teilsicherheitsfaktoren ergibt sich der Gesamtsicherheitsfaktor, der im Nachweis einzusetzen ist. Womit gesagt ist, dass der Sicherheitsfaktor auch in der FKM ein wesentlicher Bestandteil der Nachweisabfolge ist, aber nicht das Endresultat darstellt. Letzteres ist der Auslastungsgrad. Ein Auslastungsgrad von 100% bedeutet, dass der verlangte Sicherheitsfaktor genau erreicht ist.

$$Auslastungsgrad = \frac{Beanspruchung}{Beanspruchungsgrenze} \cdot Sicherheitsfaktor \leq 1.0$$

$$a_\sigma = \frac{\sigma_{rech}}{\sigma_{grenz}} \cdot j_\sigma \leq 1.0$$

Formel 2
Definition des Auslastungsgrads

2.4 Der Sicherheitsfaktor als statistische Grösse

Wird der Sicherheitsfaktor als statistische Grösse betrachtet, stellt sich umgehend die Frage nach der Basis. Namhafte Lehrbücher wie jenes von Haibach (Lit. 3) verwenden dazu die Mittelwerte. Eigentlich wäre in diesem Fall zu erwarten, dass mit dem Basisfaktor $j_{\sigma,50\%}$ eine Grundsicherheit gegenüber dem 50% Grenzwert gewährleistet und mit einem zweiten Faktor die gewünschte Überlebenswahrscheinlichkeit eingestellt wird. Dem ist aber nicht so, der Basisfaktor tritt nicht in Erscheinung.

$$\sigma_{zul,Pü} = \frac{\sigma_{grenz,50\%}}{j_{\sigma,50\%} \cdot j_{\sigma,Pü}}$$

$$mit\ j_{\sigma,50\%} = 1.0$$

$$\sigma_{zul,Pü} = \frac{\sigma_{grenz,50\%}}{j_{\sigma,Pü}}$$

Formel 3
zulässige Spannung für die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_ü$

Auch die FKM Richtlinie basiert implizit auf den 50% Festigkeitsgrenzwerten, wie der Anhang 5.6 über experimentell ermittelte Bauteil-Festigkeitswerte belegt. Explizit basieren die im Nachweis zu verwendenden Materialwerte jedoch bereits auf der Überlebenswahrscheinlichkeit von 97.5%. Mit den Sicherheitsfaktoren aus Tabelle 1 wird somit die Ausfallrate weiter reduziert. Die damit erreichte Überlebenswahrscheinlichkeit wird allerdings nicht offengelegt.

$$\sigma_{zul,FKM} = \frac{\sigma_{grenz,97.5\%}}{j_{\sigma,FKM}}$$

Formel 4
zulässige Spannung nach FKM

3 Streuung der Bauteilfestigkeit

3.1 Vom Probenwert zur Bauteilfestigkeit

Im Anhang 5.1 definiert die FKM die Festigkeitswerte für eine Vielfalt von Stählen, Gusseisen- und Aluminiumwerkstoffen. Diese gelten für Normproben und wie vorangehend erwähnt für die Überlebenswahrscheinlichkeit von 97.5%. Die verschiedenen Korrekturfaktoren zur Berücksichtigung der Bauteilgrösse und der Bauteilform, sowie des Herstellprozesses, aber auch die Umrechnung auf andere Beanspruchungsarten als die uniaxiale Beanspruchung im Normtest sind so gewählt, dass sie auf die sichere Seite tendieren. Als Richtwert kann deshalb für die Bauteilfestigkeit immer noch von einer Überlebenswahrscheinlichkeit in der Grössenordnung von 97.5% ausgegangen werden.

Die Aussage, dass die Korrekturfaktoren auf die sichere Seite tendieren, gilt selbstverständlich nur unter der Voraussetzung, dass der Herstellprozess fachmännisch ausgeführt wird. Dass dies längst nicht immer der Fall ist, zeigt das Beispiel einer Schweissnaht (Abbildung 1). Im linken Bild ist der Schnitt durch die reale Schweissnaht und rechts der Sollzustand gemäss Zeichnung zu sehen. Das Beispiel zeigt eindrücklich, dass Festigkeitsnachweise grundsätzlich nur Sinn machen, sofern die Qualitätssicherung über die gesamte Produkt-Prozesskette gewährleistet ist. Für Aussagen zur Überlebenswahrscheinlichkeit eines Bauteils gilt diese Voraussetzung ganz besonders.

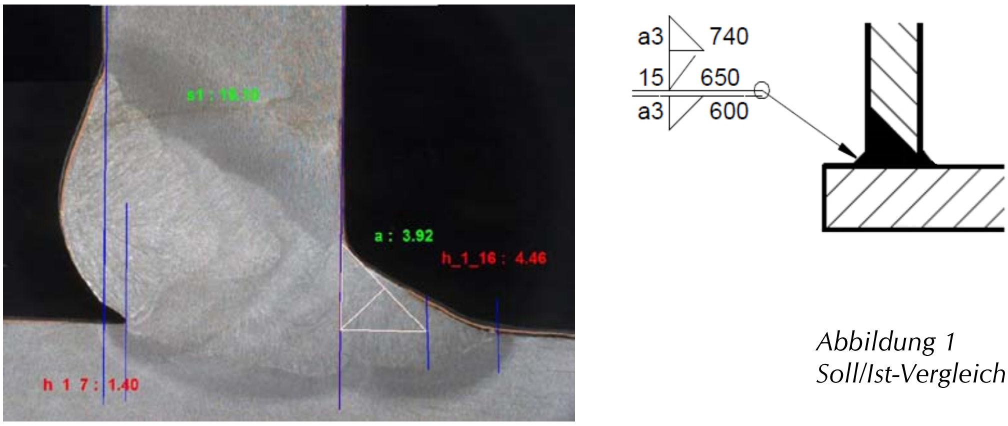


Abbildung 1
Soll/Ist-Vergleich einer Schweissnaht

3.2 Streuung der Bauteilfestigkeit

Abbildung 2 zeigt eine fiktive, idealisierte Dichtefunktion für die Festigkeit eines Bauteils, das in grossen Stückzahlen hergestellt wird. In der Theorie wird meist von der logarithmischen Normalverteilung oder der Weibull-Verteilung ausgegangen. Für die nachfolgenden qualitativen Betrachtungen ist die Verteilungsfunktion, wo nicht besonders erwähnt, ohne Bedeutung. Für spezifische Betrachtungen sei auf die Fachliteratur wie z.B. Lit. 2 verwiesen. Die grün hinterlegte Fläche soll jenen 2.5% der Bauteile entsprechen, welche gemäss FKM den im Nachweis eingesetzten Festigkeitswert nicht erreichen.

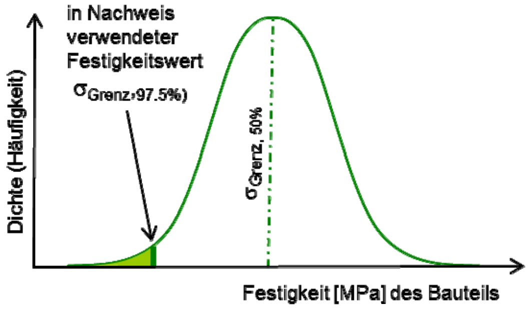


Abbildung 2
Häufigkeitsverteilung der Bauteilfestigkeit

3.3 Festigkeitswert aus eigenen Versuchen

Im Anhang 5.6 der FKM wird das Vorgehen beschrieben, falls ein Festigkeitswert durch eigene Versuche ermittelt wird. Aus den Messungen folgt als geometrischer Mittelwert die Bauteilfestigkeit mit der Überlebenswahrscheinlichkeit von 50%. Mit dem Erfahrungswert für die logarithmische Standardabweichung LSD wird dann die Bauteilfestigkeit mit dem statistischen Umrechnungsfaktor $j_{n,s}$

auf die normale Überlebenswahrscheinlichkeit von 97.5% umgerechnet. Geht man davon aus, dass sich die Festigkeitswerte der FKM auf grosse Versuchszahlen ($N_{Test} > 100$) stützen, ergeben sich für den statistischen Umrechnungsfaktor die Werte nach Lit. 1-Tabelle 5.6.1.

	LSD_{σ}	$j_{n,s}$
Statische Festigkeitswerte	0.02	1.10
Ermüdungsfestigkeitswerte nicht geschweisster Bauteile	0.04	1.20
Ermüdungsfestigkeitswerte geschweisster Bauteile	0.06	1.32

Tabelle 2 Statistischer Umrechnungsfaktor für zuverlässigen Bauteil-Festigkeitswert

Der im Nachweis einzusetzende Grenzwert folgt damit nach Formel 5. Dank dem statistischen Umrechnungsfaktor kann nun der beim Nachweis verwendete Gesamtsicherheitsfaktor ermittelt werden, womit eine Aussage zur Überlebenswahrscheinlichkeit möglich wird.

$$\sigma_{grenz,FKM} = \sigma_{grenz,97.5\%} = \frac{\sigma_{grenz,50\%}}{j_{n,s}}$$

Formel 5
Grenzwert aus Versuchen

$$\sigma_{zul,FKM} = \frac{\sigma_{grenz,97.5\%}}{j_{\sigma,FKM}} = \frac{\sigma_{grenz,50\%}}{j_{n,s} \cdot j_{\sigma,FKM}} = \frac{\sigma_{grenz,50\%}}{j_{\sigma,total}}$$

Formel 6
zulässige Spannung nach FKM
bezogen auf 50% Grenzwert

3.4 Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit

Mit den Materialsicherheitsfaktoren nach Tabelle 1 wird die zulässige Spannung reduziert und damit die Überlebenswahrscheinlichkeit erhöht. Unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung und der Angabe der logarithmischen Standardabweichungen in Tabelle 2 lassen sich die reduzierten Ausfallraten abschätzen. Das Vorgehen wird im Folgenden für die Ermüdungsfestigkeit gezeigt, weil dieser Nachweis im Maschinenbau in den allermeisten Fällen eine dominante Stellung einnimmt. Dazu wird die normierte Wöhlerlinie mit dem üblichen Streuband von 10% bis 90% Überlebenswahrscheinlichkeit verwendet. Die Spannungsamplituden werden bei dieser Darstellung auf die Dauerfestigkeitsamplitude mit 50%-iger Überlebenswahrscheinlichkeit bezogen. Aus langjährigen Erfahrungen sind die Streuspannen T_N für die Schwingspielzahl und T_{σ} für die Spannungsamplitude statistisch gut abgesichert. Auch Haibach (Lit. 3 – Tabelle 3.5-3) liefert für verschiedene Werkstoffe und Konstellationen entsprechende Werte. In Tabelle 3 sind die Werte für zwei häufige Anwendungen wiedergegeben. Für diese beiden decken sich die logarithmischen Standardabweichungen gut mit obigen Werten der FKM in Tabelle 2.

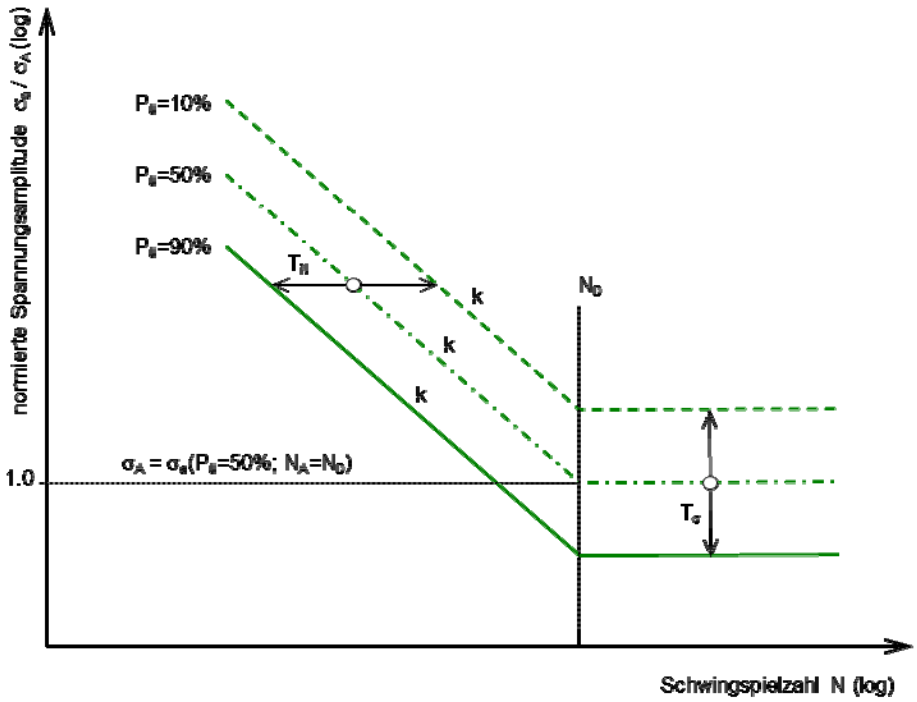


Abbildung 3
normierte Wöhlerlinie

	T_σ	LSD_σ	T_N	LSD_N
Spanabhebend bearbeitete Bauteile aus Stahl (k = 5.0)	1:1.26	0.0392	1:3.2	0.197
Fachgerechte Schweissverbindungen aus Baustahl (k = 3.0)	1:1.45	0.0630	1:3.0	0.186

Tabelle 3 Streuspannen und logarithmische Standardabweichungen nach Haibach

Haibach (Lit. 3 - Tabelle 5.1-4) liefert für viele Streuspannen tabellarisch die erforderlichen Sicherheitsfaktoren um eine gewünschte Ausfallwahrscheinlichkeit nicht zu überschreiten. Lit. 4-Figure 1 stellt diese Abhängigkeit für die logarithmische Normalverteilung sehr schön grafisch dar, weshalb im Folgenden dieses Diagramm als Basis verwendet wird.

Da der Sicherheitsfaktor klassisch auf die 50% Wahrscheinlichkeit bezogen ist, ist der in den Materialgrenzwerten der FKM bereits enthaltene Sicherheitsfaktor (Tabelle 2) mit dem Materialteilsicherheitsfaktor (Tabelle 1) zu multiplizieren (Formel 6). In Tabelle 4 wird dieses Produkt mit $j_{\sigma,\,total}$ bezeichnet. Im Diagramm werden die beiden in obiger Tabelle aufgeführten Anwendungen für die drei in der FKM definierten Stufen der Schadensfolge dargestellt. Die numerischen Werte werden beispielhaft nur für Schweissverbindungen (obere Kurve mit T_σ = 1.45) ausgewiesen. Die untere Kurve (T_σ = 1.26) zeigt, dass für die spanabhebend bearbeiteten Stahlteile die Ausfallwahrscheinlichkeiten noch wesentlich geringer sind. Die im Diagramm verwendeten Sicherheitsfaktoren $j_{\sigma,\,FKM}$ gelten für Bauteile ohne regelmässige Inspektion im Betrieb.

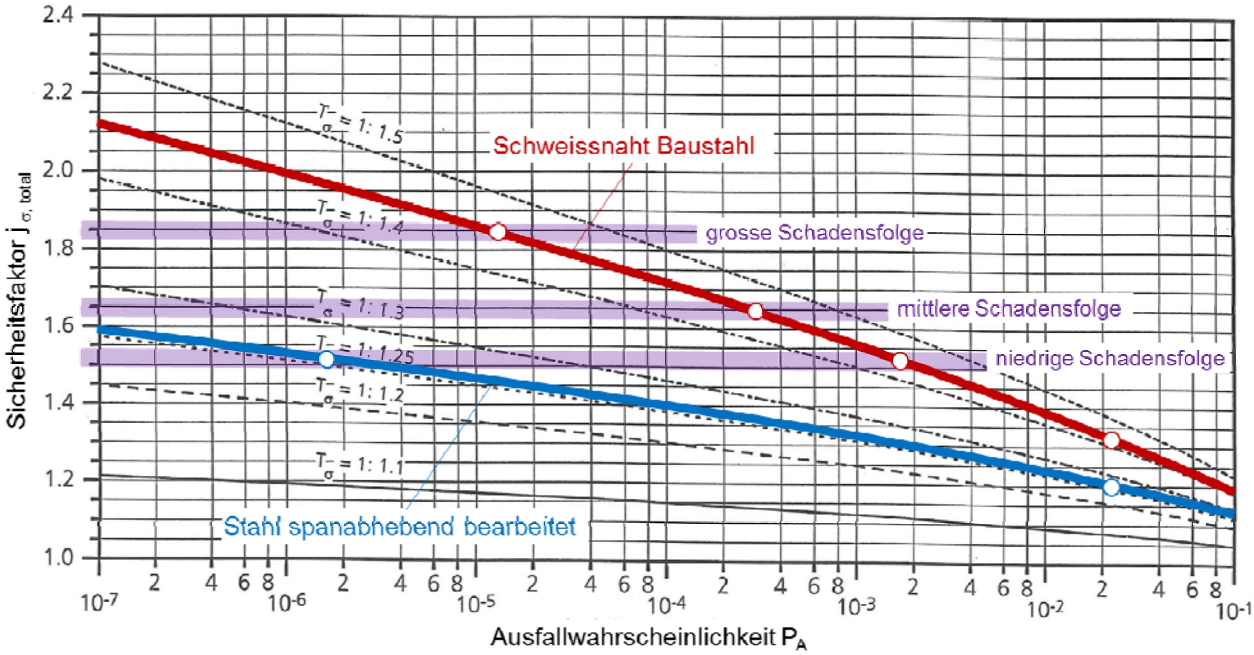


Abbildung 4 Sicherheitsfaktor in Funktion der Ausfallwahrscheinlichkeit

T_σ = 1:1.45		$j_{\sigma,FKM}$	$j_{\sigma,total}$	P_A
Basis	50%	-	1.00	5.0E-01
	97.5%	1.00	1.32	2.5E-02
Schadensfolge	niedrig	1.15	1.52	2.0E-03
	mittel	1.25	1.65	3.0E-04
	hoch	1.40	1.85	1.0E-05

Tabelle 4 Ausfallwahrscheinlichkeit für Schweissverbindungen aus Baustahl

4 Unsicherheit und Streuung der Beanspruchung

4.1 Das Problem der Belastungsdefinition

Während bei der Bauteilfestigkeit doch recht viele Grundlagen und Erfahrungen vorliegen, ist es bei der Beanspruchung wesentlich schwieriger und komplexer. Die realen Belastungen sind deshalb oft nur näherungsweise bekannt. Das gilt bereits für die maximalen statischen Lasten und noch viel mehr für die ermüdungsrelevanten Lastkollektive.

Die Einsatzbedingungen können bereits bei baugleichen Produkten sehr unterschiedlich sein. Als Beispiel hierzu soll eine lineare Verfahrachse zum Aufbau von Robotern dienen. Das Gewicht der Roboter sowie deren Reichweite und Dynamik leiten sich aus der konkreten Anwendung einer Anlage (Schweissen, mechanische Bearbeitung, Verpacken usw.) ab und sind bei der Entwicklung und Nachweisführung nur durch den angestrebten Einsatzbereich bekannt. Eine zusätzliche Schwierigkeit liegt bei dieser Anwendung darin, dass die Lastangaben der verschiedenen Roboteranbieter auf sehr unterschiedlichen Grundlagen respektive Sicherheitsüberlegungen basieren. Würden die Extremwerte der in Frage kommenden Roboter kombiniert, wäre die Linearachse unverkäuflich.

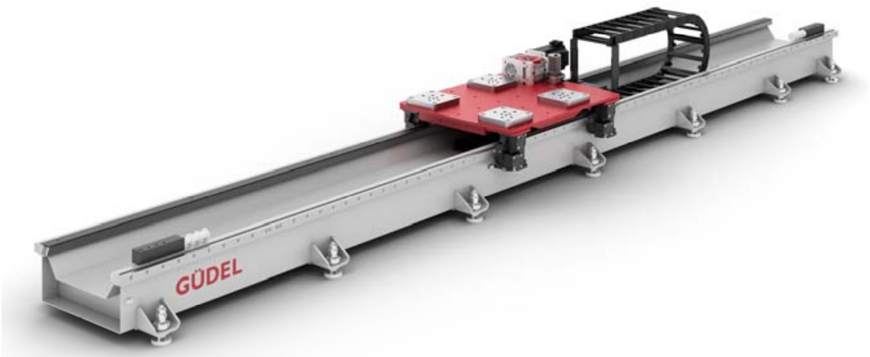


Abbildung 5
Lineare Verfahrachse für Roboter der Firma Güdel AG (www.gudel.com)

4.2 Konservative Lastannahmen

Die FKM verlangt, dass der rechnerische Nachweis mit sicheren, also konservativen Lastannahmen geführt wird. Im Anhang 5.7 der Richtlinie wird, wiederum auf der logarithmischen Normalverteilung basierend, der Last-Sicherheitsfaktor definiert (Tabelle 1). Für den konservativen Wert gilt die zweifache logarithmische Standardabweichung und damit die maximale Überschreitungswahrscheinlichkeit von 2.5%.

$$j_{S,97.5\%} = 10^{x_S \cdot LSD_S}$$

$$mit\ x_S = 2$$

$$j_{S,97.5\%} = 10^{2 \cdot LSD_S}$$

$$Last_{97.5\%} = j_{S,97.5\%} \cdot Last_{50\%}$$

Formel 7
Last-Sicherheitsfaktor

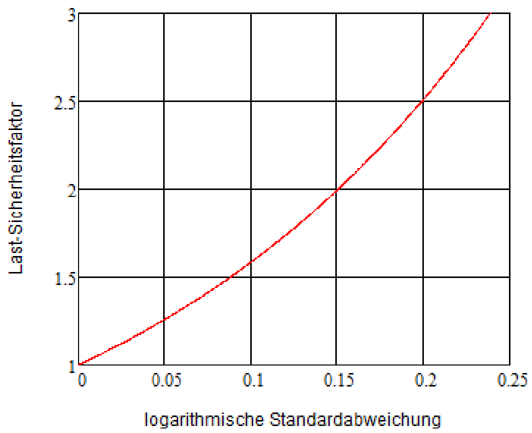


Abbildung 6
Last-Sicherheitsfaktor in Funktion der Standardabweichung

Bei schwierigen Anwendungsfällen wie bei obiger Verfahrachse beschrieben, könnte das pragmatische Vorgehen zur Definition konservativer Lasten somit wie folgt sein:

1. *Definition der Lastfälle und Ermittlung der entsprechenden Belastungen aus den Nennwerten der massgebenden Komponenten (Nennlast, Nennmoment des Antriebs, Kraft des Hydraulikzylinders bei Nenndruck, typische Arbeitsstellung usw.). Dem Mittelwert aus allen als relevant befundenen Lastfälle wird die Eintretenswahrscheinlichkeit $P_E = 50\%$ zugeordnet.*
2. *Schätzung der logarithmischen Standardabweichung LSD_S für die Streuung der Last. Unter Anwendung der Formel 7 ergibt sich dann die geforderte konservative Last.*

3. Plausibilitätsprüfung: Nebst anderen Abgleichen mit vorhandenen Erfahrungen und Kenntnissen, sollten alle in Schritt 1 zugrunde gelegten Lasten unterhalb der 97.5% Grenze liegen.

Selbstverständlich sind für die logarithmische Standardabweichung der Last keine allgemeingültigen Aussagen möglich. Die Anwendungen sind hierzu viel zu unterschiedlich. Auch kommt es darauf an, welche Belastungen im Schritt 1 zur Bildung des Mittelwerts berücksichtigt werden. Bleiben beispielsweise dynamische Effekte unberücksichtigt, ist die Standardabweichung entsprechend grösser zu wählen. Die Werte in nachstehender Tabelle sollen bloss eine mögliche Abstufung für eine in sich ähnliche Produktgruppe zeigen.

	LSD_S	j_S
quasi statische, gut bekannte Lasten	0.025 - 0.05	1.1 - 1.25
variable, dynamische Lasten in der Grössenordnung gut bekannt	0.075 - 0.125	1.4 - 1.8
hoch dynamische, schlecht bekannte Lasten	0.15 - 0.25	2.0 - 3.2

Tabelle 5 Beispiel für Abstufung des Last-Sicherheitsfaktors

In der Regel darf die Standardabweichung für Ermüdungslasten kleiner gewählt werden, als für den statischen Nachweis, da extreme Spitzenlasten selten ermüdungsrelevant sind.

Für die weitere Herleitung wird auch für die Belastung eine idealisierte Dichtefunktion angenommen. Belastung und Beanspruchung werden dabei gleichgesetzt. Die blau hinterlegte Fläche stellt jene Belastungssituationen dar, welche höher sind als der Wert für die Eintretenswahrscheinlichkeit von 97.5%.

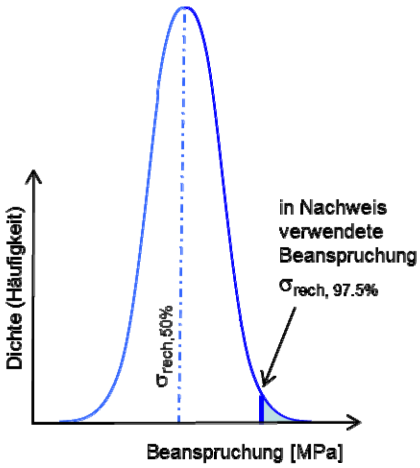


Abbildung 7
Häufigkeitsverteilung der Beanspruchung

4.3 Erhöhung der Unsicherheiten bei der Spannungsberechnung

Der Festigkeitsnachweis nach FKM erfolgt mit den rechnerisch ermittelten oder gemessenen Spannungen. Im Folgenden wird nur auf die ersteren eingegangen und dabei steht die FE-Simulation im Vordergrund. Da jede Spannungsberechnung Annahmen und Vereinfachungen beinhaltet, erhöht sich die Unsicherheit der Werte, welche dem Nachweis zugrunde gelegt werden.

4.3.1 FE-Modell als Abbild der Realität

Egal ob der einfache Biegebalken beim rein analytischen Nachweis oder das detaillierte FE-Modell, jede Simulation ist bekanntlich bloss eine mehr oder weniger zutreffende Annäherung an die Realität. Die Wahl der Systemgrenze, Vereinfachungen bei den Randbedingungen oder bei den Kontaktdefinitionen, die Netzfeinheit und vieles mehr beeinflussen die Spannungsergebnisse. Dass in der Regel auch bei der Simulation selber wirtschaftliche Aspekte (Kosten und Zeitdruck) mitspielen, macht die Sache nicht einfacher.

Erwähnenswert ist auch, dass die FE-Modelle üblicherweise auf den idealen CAD-Geometrien basieren. Mass- und Formtoleranzen werden dabei vernachlässigt. Insbesondere bei der Leichtbauweise können fertigungstechnisch zulässige Abweichungen einen beachtlichen Einfluss auf das Spannungsniveau haben. Diese Problematik wird an dieser Stelle nicht weiter vertieft. Es sei auf die Fachliteratur zum Beispiel zum Thema „Robust Design“ verwiesen.

4.3.2 Fehler bei der FE-Anwendung und bei der Auswertung

Zu den vorgenannten, bewusst eingegangenen Vereinfachungen gesellen sich bei der FE-Simulation fast beliebig viele Fehlermöglichkeiten bei der Programmanwendung. Bereits ein einziger Optionenschalter kann das Verhalten des Modells und die Ergebnisse komplett verändern. Als Beispiel sei hier die Einstellung für grosse Verformungen erwähnt. Eine grosse Fehlerquelle liegt auch bei der Auswertung selber. Stellvertretend dafür seien nur die numerische Singularität sowie die Auswertung der Spannungen nahe bei Krafteinleitungen oder Randbedingungen genannt.

5 Interferenz

5.1 Statische Interferenz für eine einzelne Nachweisstelle

In Abbildung 8 sind die vorgängig definierten Dichtefunktionen für die Bauteilfestigkeit und die Beanspruchung übereinandergelegt. Horizontal sind sie so zueinander versetzt, dass für ihre 97.5%-Verlässlichkeitswerte ein Sicherheitsfaktor grösser 1 resultiert.

Im Überschneidungsbereich ergibt sich erneut eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, nämlich die Dichtefunktion der Ausfälle. Deren Flächeninhalt stellt die Ausfallwahrscheinlichkeit P_A des Bauteils dar unter der gegebenen Beanspruchung.

Die sogenannt statische Interferenz setzt voraus, dass die beiden Häufigkeiten zeitlich konstant bleiben. Dies ist typischerweise beim statischen Nachweis aber auch beim Dauerfestigkeitsnachweis der Fall.

Der praktischen Anwendung der Interferenzmodelle sind nach Lit. 2 enge Grenzen gesetzt, weil die Dichtefunktionen in der Regel nicht bekannt sind und weil die interessierende Ausfallrate sehr empfindlich auf die Verteilungen an ihren Enden reagiert. Deshalb wird bei Versuchen, sofern den solche durchgeführt werden, direkt die Ausfallwahrscheinlichkeit ermittelt.

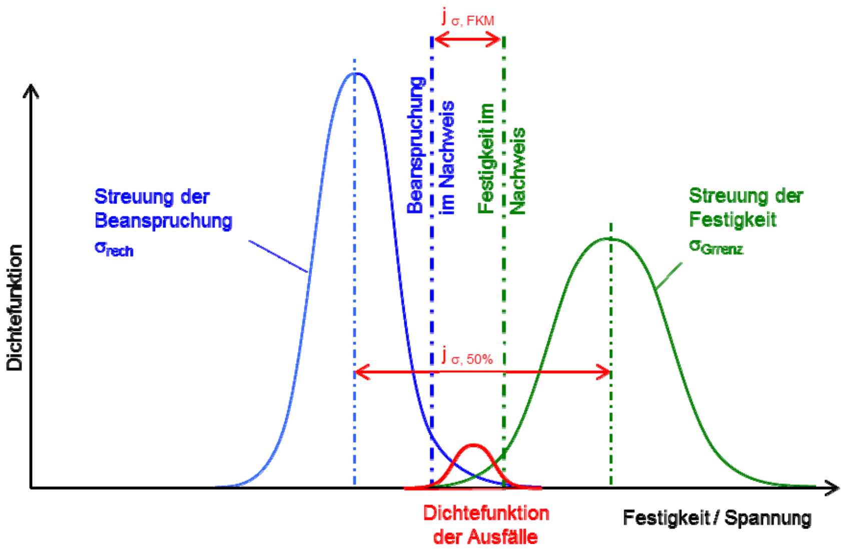


Abbildung 8
Interferenz von Bauteilfestigkeit und Beanspruchung

Nachfolgend wird an einem fiktiven Beispiel mit angenommenen Normalverteilungen gezeigt, dass dank der Streuung der Beanspruchung die Ausfallraten gemäss Tabelle 4 noch einmal reduziert werden. Variiert wird hierbei nur die Beanspruchung. Für die Bauteilfestigkeit wird die Standardabweichung einer Schweissnaht entsprechend der Tabelle 3 gewählt.

Vorgegeben werden jene Spannungswerte, welche im FKM-Nachweis einzusetzen wären und somit die 97.5%-ige Vertrauensgrenze erfüllen. Somit sollen die für die Bauteilfestigkeit und die Beanspruchung gewählten Streuungen zwei Standardabweichungen (SD) entsprechen.

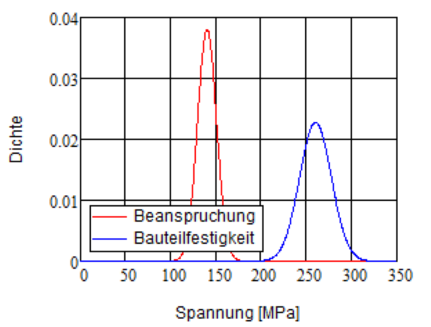
Für die Konstellationen A bis D werden die Sicherheitsfaktoren nach Tabelle 4 verwendet. Die ersten drei bilden die drei Schadensfolgen der FKM ab. Für D ist der Sicherheitsfaktor nach FKM mit 1.0 bereits ungenügend. Bei E ist der Sicherheitsfaktors mit j_σ= 0.75 noch einmal tiefer. Bei dieser letzten Konstellation werden lastseitig zwei unterschiedliche Standardabweichungen betrachtet, um auch diesen Einfluss anzudeuten. In Tabelle 6 sind die Werte zusammengestellt, während in Tabelle 7 die Interferenzen grafisch dargestellt sind.

Konstellation		A	B	C	D	E1	E2
Bauteilfestigkeit	$\sigma_{97.5\%}$	225					
	σ_{2SD}	35					
	$\sigma_{50\%}$	260					
	SD	0.067					
Beanspruchung	$\sigma_{97.5\%}$	161	180	195	225	300	
	σ_{2SD}	21	24	26	30	40	80
	$\sigma_{50\%}$	140	156	169	195	260	215
	SD	0.076 - 0.077					0.2
Sicherheitsfaktor	$j_{\sigma, FKM}$	1.4	1.25	1.15	1.0	0.75	0.75
	$j_{\sigma, 50\%}$	1.86	1.67	1.54	1.33	1.0	1.21
Ausfallwahrscheinlichkeit	$\mathbf{P_A}$	**1.5E-9**	**5E-7**	**2E-5**	**2.5E-3**	**0.5**	**0.16**

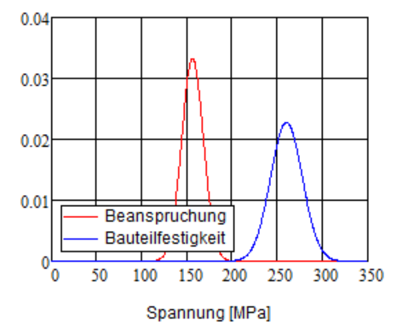
Tabelle 6 Ausfallwahrscheinlichkeit einer Schweissnaht bei ebenfalls streuender Beanspruchung

Konstellation / Sicherheitsfaktor nach FKM / Ausfallwahrscheinlichkeit

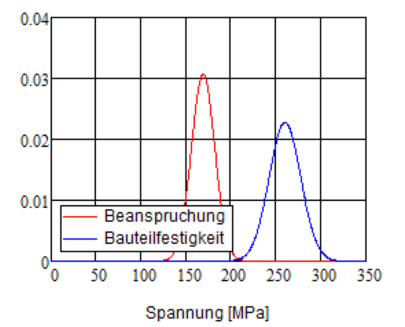
A / 1.40 / 1.5E-9



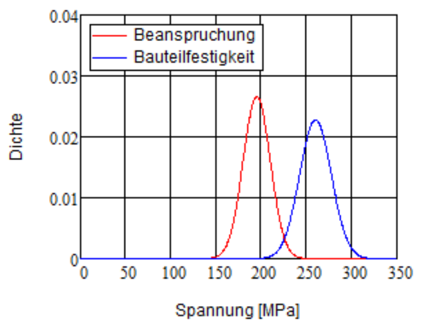
B / 1.25 / 5E-7



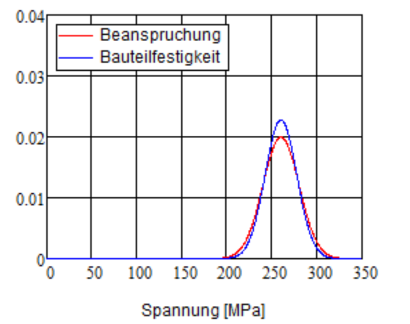
C / 1.15 / 2E-5



D / 1. 0 / 2.5E-3



E / 0.75 / 0.5



F / 0.75 / 0.16

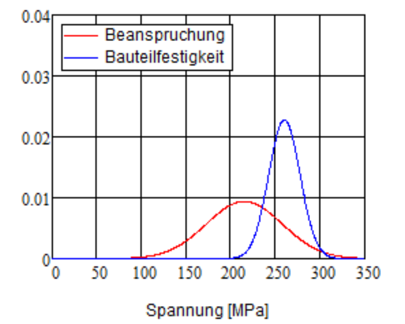


Tabelle 7 Interferenzbeispiele für eine Schweissnaht

5.2 Variable Interferenz

Bereits bei zeitlich konstanten Parametern wie im vorherigen Kapitel beschrieben, ist eine Voraussage der Ausfallwahrscheinlichkeit schwierig und ohne Bezug zu realen Tests sind nur Tendenzaussagen möglich. Noch schwieriger ist es bei der Materialermüdung im Zeitfestigkeitsbereich, da in diesem Fall die Bauteilfestigkeit wegen der fortschreitenden Schädigung im zeitlichen Verlauf sinkt. Die Streuung der ertragbaren Zyklenzahl nimmt dadurch, wie in Abbildung 9 angedeutet, noch einmal drastisch zu. Im Fall von Lastkollektiven nimmt die Komplexität noch weiter zu, weil die zeitliche Abfolge der Amplituden die Schadensakkumulation zusätzlich beeinflusst.

Ohne praktische Versuchsergebnisse oder Langzeiterfahrung im realen Einsatz bleibt für eine Abschätzung einzig die Reduktion auf die statische Interferenz nach 5.1, indem diese für die verlangte Lebensdauer respektive Schwingspielzahl durchgeführt wird.

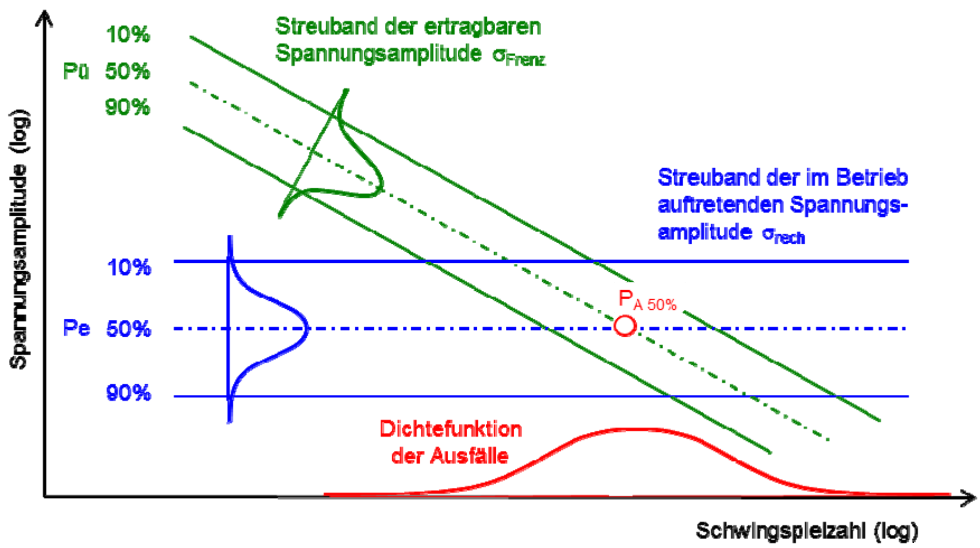


Abbildung 9
Variable Interferenz am Beispiel der Zeit-festigkeit

6 Überlebenswahrscheinlichkeit eines Bauteils

6.1 Multiples Versagen

Die bisherigen Ausführungen gelten allesamt für die Überlebens- oder Ausfallwahrscheinlichkeit einer diskreten, örtlichen Nachweisstelle eines Bauteils. Falls ein reales Bauteil einen einzigen derartigen Hot-Spot hat, resultiert beim FKM konformen Nachweis eine sehr hohe Überlebenswahrscheinlichkeit, die wohl nur in seltenen Fällen wirklich gerechtfertigt ist.

Da aber bei einem Bauteil meist mehrere oder sogar viele Bereiche mit ähnlichen Auslastungsgraden vorkommen, ergibt sich insgesamt eine entsprechend tiefere Überlebenswahrscheinlichkeit. Die Überlebenswahrscheinlichkeit des ganzen Bauteils ergibt sich durch die Multiplikation der Überlebenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Nachweisstellen $P_{ü,NSi}$.

$$P_{Ü,Bauteil} = P_{Ü,NS1} \cdot P_{Ü,NS2} \cdot \ldots \cdot P_{Ü,NSn}$$
$$falls\ \ P_{Ü,NS1} = P_{Ü,NS2} = \ldots = P_{Ü,NSn}$$
$$P_{Ü,Bauteil} = \left(P_{Ü,NS}\right)^n$$

Formel 8
Überlebenswahrscheinlichkeit insgesamt

6.2 Abschätzung für ein einfaches Einzelteil

Ein Wickeldorn zur Herstellung von grossen Verbundisolatoren besteht aus einem Rohr mit beidseitig eingeschweissten Zapfen. Die beiden Schweissverbindungen sind die einzigen hoch beanspruchten Bereiche. Infolge eines Herstellfehlers ist das Eigengewicht deutlich höher ausgefallen als vorgesehen. Deshalb steigt der Auslastungsgrad im FKM-Nachweis auf 120% respektive der Sicherheitsfaktor sinkt in der Schadensfolge von „hoch“ ($j_{\sigma,FKM} = 1.4$) auf „niedrig“ ($j_{\sigma,FKM} = 1.15$). Nach Tabelle 4 ist die Ausfallrate ohne Einbezug der Streuung der Beanspruchung bei 2.0E-3 pro Naht. Unter der Annahme dass die dynamischen Effekte während der Isolatorherstellung in etwa der Streuung in Tabelle 6 entsprechen, liefert die Konstellation C sogar eine 100-mal kleinere Ausfallrate. Für den ganzen Wickeldorn ist die so zu erwartende Überlebenswahrscheinlichkeit bei 99.996%. Da es sich um eine Einzelanfertigung handelt, darf das Bauteil trotz des Fehlers verwendet werden. Auch wenn es sich bloss um eine grobe Abschätzung handelt, darf doch die Frage gestellt werden, ob die ursprüngliche Sicherheitsanforderung zu rechtfertigen war.

$$P_{A,NS1} = P_{A,NS2} = 2E-5$$
$$P_{Ü,Bauteil} = \left(1 - P_{A,NS}\right)^2 = 99.996\%$$

Formel 9
Überlebenswahrscheinlichkeit Wickeldorn

6.3 Abschätzung für eine Mehrfach-Baugruppe

In einer Sortieranlage sind rund 1000 Transportwagen im Umlauf. Jede dieser Wagen hat 15 hoch beanspruchte partielle Schweissnähte. Eine davon erfüllt die Minimalanforderungen der FKM nicht (Tabelle 6 - Fall D). Von den weiteren Nähten wird angenommen, dass 4 in etwa dem Fall C und 10 dem Fall B entsprechen.

$$P_{A,Fall\_B} = 5 \cdot 10^{-7}\ ;\ n_B = 10$$

$$P_{A,Fall\_C} = 2 \cdot 10^{-5}\ ;\ n_C = 4$$

$$P_{A,Fall\_D} = 2.5 \cdot 10^{-3}\ ;\ n_D = 1$$

$$P_{Ü,Wagen} = \left(1 - P_{A,Fall\_B}\right)^{n_B} \cdot \left(1 - P_{A,Fall\_C}\right)^{n_C} \cdot \left(1 - P_{A,Fall\_D}\right)^{n_D} = 99.74\%$$

Formel 10
Überlebenswahrscheinlichkeit eines Transportwagens

Auch hier ist die Ausfallwahrscheinlichkeit gering. Über die geplante Betriebszeit sollten von den 1000 Wagen höchstens ein paar wenige ausfallen. Für die Sortieranlage als Ganzes sieht es jedoch schlecht aus. Die Wahrscheinlichkeit, dass während der ganzen Betriebszeit kein Wagen ausfallen wird, ist sehr klein. Hier sind jedoch wiederum die Sicherheitsanforderungen und die Wirtschaftlichkeit gegeneinander abzuwägen.

$$P_{Ü,Wagen} = 99.74\%\ ;\ n_{Wagen} = 1000$$

$$P_{Ü,Anlage} = \left(P_{Ü,Wagen}\right)^{n_{Wagen}} = 7.5\%$$

Formel 11
Überlebenswahrscheinlichkeit der Sortieranlage

An Hand dieses Beispiels kann gezeigt werden, dass bei einer grossen Anzahl von hochbeanspruchten Stellen oder wie hier bei einer grossen Anzahl verknüpfter Bauteilen, die einfache Abschätzung der Überlebenswahrscheinlichkeit an die Grenzen kommt. Könnte die eine kritische Naht entschärft und vom Fall D zum Fall C gemacht werden, würde sich die Überlebenswahrscheinlichkeit eines einzelnen Wagens scheinbar nur geringfügig auf 99.99% erhöhen. Für die ganze Anlage wäre sie nun aber bereits etwa 90%.

7 Resümee

Die vielen Zahlenwerte und Formeln in den vorangehenden Ausführungen dienen in erster Linie dazu, die Zusammenhänge an Hand von Zahlenbeispielen anschaulicher zu machen. Keinesfalls soll damit der Eindruck erweckt werden, Überlebenswahrscheinlichkeiten und Ausfallraten liessen sich auf die Kommastelle bestimmen. Das wichtigste Anliegen dieses Vortrages ist die Anregung, mit dem Denken in Wahrscheinlichkeiten das Denken in Sicherheitsfaktoren zu ersetzen.

Trotzdem zeigen die Ausführungen, dass bei der Bauteilfestigkeit einiges an statistisch belegten Grundlagen vorhanden ist. Die Schwierigkeit liegt im Maschinenbau vor allem auf der Seite der Belastungen und der Beanspruchung. Trotzdem sollte es für jede Anwendung möglich sein, diesbezüglich konservative Annahmen zu treffen und diese mit der vorhandenen Erfahrung oder sogar gewissen Messungen zu plausibilisieren.

Eine pauschale Abschätzung der Überlebenswahrscheinlichkeit ist möglich, sofern es sich um Bauteile mit wenigen kritischen, quasi diskreten Stellen handelt und wenn beim Nachweis der Auslastungsgrad von 100% mit einem Sicherheitsfaktor $j_{\sigma,FKM} \geq 1.0$ erreicht wird. In diesem Fall resultiert in der Regel eine so kleine Ausfallrate, dass es meist nicht von grossem praktischem Interesse ist, ob sie 10^{-4} oder 10^{-6} beträgt.

Schwierig wird eine Abschätzung bei komplexen, beanspruchungsmässig ausgewogenen Konstruktionen mit vielen etwa gleich hoch ausgelasteten Bereichen, die nicht mehr einzelne diskrete Schwachstellen darstellen. Dass sich die FKM-Richtlinie dazu ausschweigt, kann wohl dadurch erklärt werden, dass die sehr hohe Überlebenswahrscheinlichkeit des einzelnen Nachweispunkts die Basis für eine genügend kleine Ausfallrate des ganzen Bauteils ist, sofern die empfohlenen Sicherheitsfaktoren eingehalten werden.

An dieser Stelle sei noch einmal auf die Vereinfachungen und Unsicherheiten in der Modellbildung und der FE-Simulation hingewiesen. Für diese müsste wohl ein zusätzlicher Sicherheitsfaktor eingeführt werden, möchte man die Beurteilung der Überlebenswahrscheinlichkeit auf die Spitze treiben.

8 Verschiedenes

8.1 Literaturverzeichnis

Lit. 1 FKM-Richtlinie 6. Auflage 2012
Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile

Lit. 2 Zuverlässigkeit im Maschinenbau
Bernd Bertsche und Gisberg Lechner
Springer Verlag, 2. Auflage, 1999

Lit. 3 Betriebsfestigkeit
Erwin Haibach
Springer Verlag, 3. Auflage, 2005

Lit. 4 An approximate formula for calculating the probability of failure
M. Filippini und K. Dietrich
Technische Mitteilungen TM No. 111 (1997)
Frauenhofer Institut Betriebsfestigkeit

Lit. 5 Ansätze und Massnahmen zur Beherrschung von Unsicherheiten in lasttragenden Systemen des Maschinenbaus
H. Hanselka und R. Platz
Zeitschrift Konstruktion 10/11-2010

8.2 Symbolverzeichnis

LSD_σ	logarithmischen Standardabweichung einer Spannung
LSD_N	logarithmischen Standardabweichung einer Schwingspielzahl
N_D	Knickpunkt-Schwingspielzahl der Wöhlerlinie
P_A	Ausfallwahrscheinlichkeit
P_E	Eintretenswahrscheinlichkeit eines Belastungszustands
$P_Ü$	Überlebenswahrscheinlichkeit
T_N	Streuspanne der Schwingspielzahl
T_σ	Streuspanne der Spannungsamplitude
a_σ	Auslastungsgrad allgemein nach FKM
$j_{\sigma,\,x\%}$	Sicherheitsfaktor allgemein für x% Überlebenswahrscheinlichkeit
$j_{\sigma,FKM}$	Sicherheitsfaktor nach FKM
$j_{...}$	spezifischer Sicherheitsfaktor nach FKM, Indizes siehe Tabelle 1
$j_{n,s}$	Statistischer Umrechnungsfaktor der FKM von $P_ü = 50\%$ auf 97.5%
k	Neigungsexponent der Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich
σ_A	Dauerfestigkeitsamplitude mit 50% Überlebenswahrscheinlichkeit
σ_a	Spannungsamplitude
$\sigma_{grenz,x\%}$	Beanspruchungsgrenze für x% Überlebenswahrscheinlichkeit
σ_{rech}	rechnerisch ermittelte Spannung (Beanspruchung)
σ_{zul}	zulässige Spannung