

## Wahrscheinlich sicher

Masch. Ing. Beat Schmied, Schmied Engineering GmbH, CH-4563 Gerlafingen  
Dozent an der Berner Fachhochschule, Technik und Informatik, Abteilung Maschinenbau

M. Sc. Ing. Sebastian Kurmann, Schmied Engineering GmbH, CH-4563 Gerlafingen

### Zusammenfassung

*Auf Grund der realen Streuungen von Belastbarkeit und Beanspruchung ist die Aussagekraft des Sicherheitsfaktors bei Festigkeitsnachweisen beschränkt. Nur wenn die Ausfallwahrscheinlichkeit ansatzweise bekannt ist lässt sich beurteilen, ob das Bauteil sowohl ausreichend sicher ist als auch den wirtschaftlichen Anforderungen genügt.*

*Die theoretischen Zusammenhänge sind mit den Formeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Statistik längst abgehandelt. Die praktische Anwendung scheitert hingegen meist an den schwer zu quantifizierenden Streuungen der massgebenden Einflussgrössen. In diesem Beitrag werden die Zusammenhänge und ein mögliches Vorgehen zur Abschätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit aufgezeigt. Dabei wird immer wieder der Bezug zur FKM-Richtlinie hergestellt. Basierend auf diesen Ausführungen sind, was die Ausfallwahrscheinlichkeit betrifft, weiterhin nur Tendenzaussagen möglich. Aber bereits das qualitative Verstehen und das Denken in Wahrscheinlichkeiten erlauben in vielen Fällen einen besseren technisch-wirtschaftlichen Kompromiss. An einem geschweissten und an einem gegossenen Bauteil wird gezeigt, wie derartige Aussagen gewonnen werden können.*

*Basis für die praktische Umsetzung des Denkens in Wahrscheinlichkeiten ist die Definition einer Auslegungsphilosophie und davon abgeleitet ein in sich konsistentes Vorgehenskonzept. Das Ziel ist dabei, die Streuung der Bauteilfestigkeit in wirtschaftlich vertretbaren Grenzen zu halten. Die hierzu getroffenen Annahmen und Festlegungen müssen nachvollziehbar und reproduzierbar aber auch auf den ganzen Produktionsprozess abgestimmt sein.*

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Sicherheitsfaktor und Auslastungsgrad</b> .....	<b>3</b>
2.1	Definition des Sicherheitsfaktors.....	3
2.2	Konzept der Teilsicherheitsfaktoren.....	4
2.3	Definition des Auslastungsgrads .....	4
<b>3</b>	<b>Streuung der Bauteilfestigkeit</b> .....	<b>4</b>
3.1	Vom Probenwert zur Bauteilfestigkeit.....	4
3.2	Streuung der Bauteilfestigkeit .....	5
3.3	Festigkeitswert aus eigenen Versuchen .....	5
3.4	Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit .....	6
<b>4</b>	<b>Unsicherheit und Streuung der Beanspruchung</b> .....	<b>7</b>
4.1	Das Problem der Belastungsdefinition .....	7
4.2	Konservative Lasten .....	8
4.3	Von der Belastung zur Beanspruchung.....	8
<b>5</b>	<b>Interferenz</b> .....	<b>9</b>
5.1	Statische Interferenz für eine einzelne Nachweisstelle .....	9
5.2	Variable Interferenz .....	9
5.3	Überlebenswahrscheinlichkeit des ganzen Bauteils .....	10
<b>6</b>	<b>Anwendungsbeispiele</b> .....	<b>11</b>
6.1	Abschätzung für einen geschweissten Wickeldorn .....	11
6.2	Abschätzung für eine gegossene Schachtabdeckung .....	11
	Vorversuche zur Ermittlung der statischen Festigkeitswerte.....	11
	Ergebnis des Prüftests .....	12
	Abschätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit .....	13
	Zulässige statische Belastung nach FKM.....	13
<b>7</b>	<b>Resümee</b> .....	<b>14</b>
<b>8</b>	<b>Symbolverzeichnis</b> .....	<b>14</b>
<b>9</b>	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>15</b>

## 1 Einleitung

Bei technischen Konstruktionen bezeichnet Sicherheit den Zustand der störungsfreien und gefahrenfreien Funktion. Dabei ist die Sicherheit davon abhängig, wie sie definiert ist und welcher Grad von Unsicherheit für die Nutzung der technischen Funktion akzeptiert werden kann. Der Sicherheitsanspruch konkurriert deshalb mit den wirtschaftlichen Aspekten.

Die Betriebssicherheit einer ganzen Maschine oder Anlage basiert auf der Zuverlässigkeit der einzelnen Bauteile. Diese dürfen weder durch Überbelastung noch durch ungenügende Festigkeit ihre Funktionsfähigkeit verlieren. Genau dieser Anspruch steht beim rechnerischen Festigkeitsnachweis im Fokus.

Dass dem Sicherheitsfaktor bei der Nachweisführung die entscheidende Rolle zukommt, entspricht dem klassischen Vorgehen. Im geregelten Bereich ist dagegen nichts einzuwenden, wenn die in sich konsistente Norm, mit der Vorgabe der Methodik, der Lasten und der Kriterien auf langjährigen Erfahrungen beruht und damit auch die üblichen Streuungen mindestens empirisch berücksichtigt. Auf diese Anwendungen wird im Folgenden nicht weiter eingegangen. Immerhin sei darauf verwiesen, dass eine Norm keinen Blankocheck für eine unreflektierte Anwendung darstellt.

Wesentlich anspruchsvoller ist es in den unregulierten Branchen ohne spezifische Norm. Sie sind von unterschiedlichsten Anforderungen geprägt und die Sicherheitsbedürfnisse sind primär von der Produkthaftung abzuleiten. Die FKM-Richtlinie [1] hat in den vergangenen Jahren zu Recht eine grosse Akzeptanz erreicht. Sie ist insbesondere für die Beurteilung von örtlichen Spannungen sehr wertvoll.

Bei der Nachweisführung nach FKM wird entweder ein Nennquerschnitt oder eine örtlich begrenzte Stelle beurteilt. Die konsequente Anwendung führt in der Regel zu sehr geringen Ausfallraten. Hat ein Bauteil bloss diese eine kritische Stelle, ist somit seine Überlebenswahrscheinlichkeit sehr hoch. In der Regel ergeben sich jedoch an mehreren örtlichen Stellen hohe Beanspruchungen, womit die integrale Überlebenswahrscheinlichkeit sinkt.

In der Fachliteratur sind, was die Bauteilfestigkeit betrifft, doch recht viele statistische Daten verfügbar. Basierend darauf werden Zusammenhänge aufgezeigt und ein mögliches Vorgehen beschrieben. Solange keine produktspezifischen, statistisch auswertbaren Erfahrungen vorliegen, sind auf diese Weise zwar nur Tendenzaussagen möglich. Trotzdem sollten derartige Abschätzungen in die Gesamtbeurteilung einfließen. Die angeführten Beispiele zeigen, dass dies durchaus möglich ist.

## 2 Sicherheitsfaktor und Auslastungsgrad

### 2.1 Definition des Sicherheitsfaktors

Mit den bisherigen Ausführungen ist bereits vorweggenommen, dass mit dem Sicherheitsfaktor die Überlebenswahrscheinlichkeit beeinflusst wird. Unbedarfte Anwender verstehen hingegen den aus irgendeiner Quelle stammenden Sicherheitsfaktor gerne als in Stein gemeisselte Grösse mit der messerscharf zwischen sicher und unsicher unterschieden werden kann. Die scheinbar triviale Definition als Quotient aus der Beanspruchungsgrenze und der errechneten Beanspruchung verleitet allzu gerne zu diesem Trugschluss.

$$\text{Sicherheitsfaktor } j_{\sigma} = \frac{\text{Beanspruchungsgrenze}}{\text{Beanspruchung}} = \frac{\sigma_{\text{grenz}}}{\sigma_{\text{rech}}}$$

Formel 1 Definition des Sicherheitsfaktors

Wird der Sicherheitsfaktor als statistische Grösse betrachtet, stellt sich umgehend die Frage nach der Basis. Namhafte Lehrbücher wie jenes von Haibach [3] verwenden dazu die Festigkeitswerte mit der Überlebenswahrscheinlichkeit von 50%. Implizit basiert auch die FKM Richtlinie auf

diesen Werten wie deren Anhang 5.6 über experimentell ermittelte Bauteil-Festigkeitswerte belegt. Explizit basieren die im Nachweis zu verwendenden Materialwerte jedoch bereits auf der Überlebenswahrscheinlichkeit von 97.5%. Mit den Sicherheitsfaktoren aus Tabelle 1 wird somit die Ausfallrate zusätzlich reduziert. Die damit erreichte Überlebenswahrscheinlichkeit wird allerdings nicht offengelegt.

$$\sigma_{zul,FKM} = \frac{\sigma_{grenz,97.5\%}}{j_{\sigma,FKM}}$$

Formel 2 Zulässige Spannung nach FKM

## 2.2 Konzept der Teilsicherheitsfaktoren

Im Maschinenbau wurden in der Vergangenheit Ungenauigkeiten und Unsicherheiten in einen pauschalen Sicherheitsfaktor verpackt und diesen dann oft als Unsicherheitsfaktor bezeichnet. Andere Branchen wenden hingegen schon lange das Konzept der Teilsicherheitsfaktoren an. Die FKM adaptierte diesen Ansatz in der Ausgabe 2012. So gibt es nun je nach Nachweis die Faktoren und Zuschläge nach Tabelle 1. Jeder dieser Faktor hat einen Wertebereich der von verschiedenen Parametern abhängt. Bei den Materialsicherheitsfaktoren ist dies beispielsweise unter anderem die Frage nach dem Schadensausmass im Falle eines Bauteilversagens.

Teilsicherheitsfaktor oder Zuschlag	Nachweis	Symbol	Bereich
Materialsicherheitsfaktor gegen Bruch	statisch	$j_m$	1.6 - 2.0
Materialsicherheitsfaktor gegen Plastifizieren		$j_p$	1.2 - 1.5
zusätzlicher Teilsicherheitsfaktor für geschweisste Bauteile		$j_w$	1.0 - 1.13
zusätzlicher Sicherheitszuschlag für ungenügende Duktilität		$\Delta j$	0 - 0.5
Materialsicherheitsfaktor nicht geschweisste Bauteile	Ermüdung	$j_F$	1.2 - 1.5
Materialsicherheitsfaktor geschweisste Bauteile			1.0 - 1.4
Last-Sicherheitsfaktor	beide	$j_s$	$\geq 1.0$
zusätzlicher Teilsicherheitsfaktor für gegossene Bauteile		$j_G$	1.0 - 1.4

Tabelle 1 Teilsicherheitsfaktoren nach FKM

## 2.3 Definition des Auslastungsgrads

Aus den Teilsicherheitsfaktoren ergibt sich der im Nachweis einzusetzende Gesamtsicherheitsfaktor. Der Sicherheitsfaktor ist also auch in der FKM ein wesentlicher Bestandteil der Nachweisführung. Das Endresultat ist jedoch der Auslastungsgrad. Abschätzungen zur Ausfallrate sind nur fallspezifisch möglich und sind deshalb ausserhalb der Richtlinie vorzunehmen, was der Fokus des vorliegenden Beitrags ist.

$$\text{Auslastungsgrad } a_{\sigma,FKM} = \frac{\text{Beanspruchung}}{\text{Beanspruchungsgrenze}} \cdot \text{Sicherheitsfaktor} = \frac{\sigma_{rech}}{\sigma_{grenz,97.5\%}} \cdot j_{\sigma,FKM} \leq 1.0$$

Formel 3 Definition des Auslastungsgrads

## 3 Streuung der Bauteilfestigkeit

### 3.1 Vom Probenwert zur Bauteilfestigkeit

Im Anhang 5.1 der Richtlinie definiert die FKM die Festigkeitswerte einer Vielzahl von Stählen, Gusseisen- und Aluminiumwerkstoffen. Diese gelten für Normproben und wie bereits erwähnt für die Überlebenswahrscheinlichkeit von 97.5%. Die Faktoren zur Umrechnung vom Normprüfstab im Zugversuch auf die reale Bauteilsituation sind so gewählt, dass sie eher auf die sichere Seite tendieren. Es kann deshalb für die abgeleitete Bauteilfestigkeit in der Regel immer noch von einer Überlebenswahrscheinlichkeit von mindestens 97.5% ausgegangen werden.

Die Aussage, dass die Korrekturfaktoren auf die sichere Seite tendieren, gilt selbstverständlich nur unter der Voraussetzung, dass der gesamte Herstellprozess fachmännisch erfolgt. Das nachstehende Bild einer Schweissnaht zeigt, dass dies längst nicht immer der Fall ist. Links ist der Schnitt durch die reale Schweissnaht und rechts ist der Sollzustand zu sehen. Das Beispiel soll zeigen, dass Festigkeitsnachweise grundsätzlich nur Sinn machen, sofern die Qualität über die gesamte Produkt-Prozesskette gewährleistet ist. Dazu kommt, dass Voraussagen zur Überlebenswahrscheinlichkeit illusorisch sind, wenn die Bauteileigenschaften nahezu willkürlich variieren.

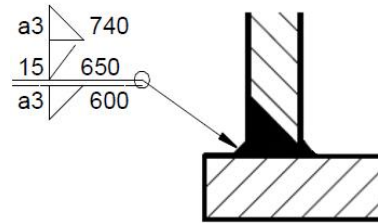
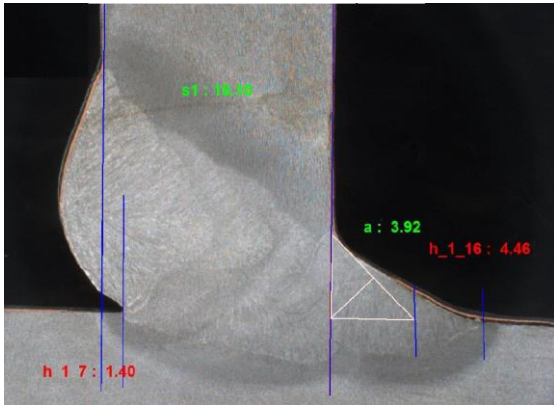


Bild 1 Ist / Soll -Vergleich einer Nahtgeometrie

### 3.2 Streuung der Bauteilfestigkeit

Bild 2 stellt die idealisierte Dichtefunktion für die Festigkeit eines Bauteils dar, das in grossen Stückzahlen hergestellt wird. In der Theorie wird meist von der logarithmischen Normalverteilung oder der Weibull-Verteilung ausgegangen. Für die nachfolgenden qualitativen Betrachtungen ist die Funktion, wo nicht explizit erwähnt, ohne Bedeutung. Für spezifische Betrachtungen sei auf die Fachliteratur wie z.B. [2] verwiesen. Die grün hinterlegte Fläche soll jenen 2.5% der Bauteile entsprechen, welche den im Nachweis verwendeten Festigkeitswert nicht erreichen.

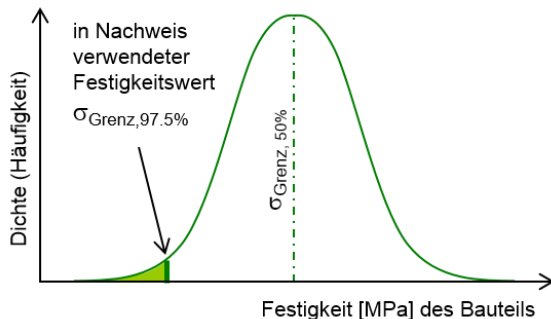


Bild 2 Häufigkeitsverteilung der Bauteilfestigkeit

### 3.3 Festigkeitswert aus eigenen Versuchen

Im Anhang 5.6 der FKM-Richtlinie ist das Vorgehen beschrieben, falls ein Festigkeitswert durch eigene Versuche ermittelt wird. Aus den Messungen folgt als geometrischer Mittelwert die Bauteilfestigkeit mit der Überlebenswahrscheinlichkeit von 50%. Mit dem Erfahrungswert für die logarithmische Standardabweichung wird die Festigkeit mit dem statistischen Umrechnungsfaktor  $j_{n,s}$  auf die übliche Überlebenswahrscheinlichkeit von 97.5% umgerechnet. Geht man davon aus, dass sich die Festigkeitswerte im FKM-Anhang auf grosse Versuchszahlen stützen, ergeben sich für den statistischen Umrechnungsfaktor die Werte gemäss nachfolgender Tabelle.

	$LSD_{\sigma}$	$j_{n,s}$
Statische Festigkeitswerte	0.02	1.10
Ermüdungsfestigkeitswerte nicht geschweisster Bauteile	0.04	1.20
Ermüdungsfestigkeitswerte geschweisster Bauteile	0.06	1.32

Tabelle 2 Statistischer Umrechnungsfaktor für zuverlässigen Bauteil-Festigkeitswert

Der im Nachweis einzusetzende Grenzwert folgt damit unter Verwendung der Formel 4. Mithilfe des statistischen Umrechnungsfaktors ergibt sich der auf den Mittelwert ( $P_{\bar{u}} = 50\%$ ) bezogene Gesamtsicherheitsfaktor, womit eine Aussage zur Überlebenswahrscheinlichkeit möglich wird.

$$\sigma_{\text{grenz,FKM}} = \sigma_{\text{grenz,97.5\%}} = \frac{\sigma_{\text{grenz,50\%}}}{j_{n,s}}$$

$$\sigma_{\text{zul,FKM}} = \frac{\sigma_{\text{grenz,97.5\%}}}{j_{\sigma,\text{FKM}}} = \frac{\sigma_{\text{grenz,50\%}}}{j_{n,s} \cdot j_{\sigma,\text{FKM}}} = \frac{\sigma_{\text{grenz,50\%}}}{j_{\sigma,\text{total}}}$$

Formel 4 zulässige Spannung nach FKM bezogen auf 50% Grenzwert

### 3.4 Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit

Mit dem Sicherheitsfaktor wird, wie bereits beschrieben, die zulässige Spannung reduziert und somit die Überlebenswahrscheinlichkeit erhöht. Unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung und einer logarithmischen Standardabweichung lassen sich die reduzierten Ausfallraten abschätzen. Im Folgenden wird das Vorgehen für die Ermüdungsfestigkeit beschrieben. Zu diesem Zweck wird die normierte Wöhlerlinie mit dem üblichen Streuband von 10% bis 90% Überlebenswahrscheinlichkeit verwendet.

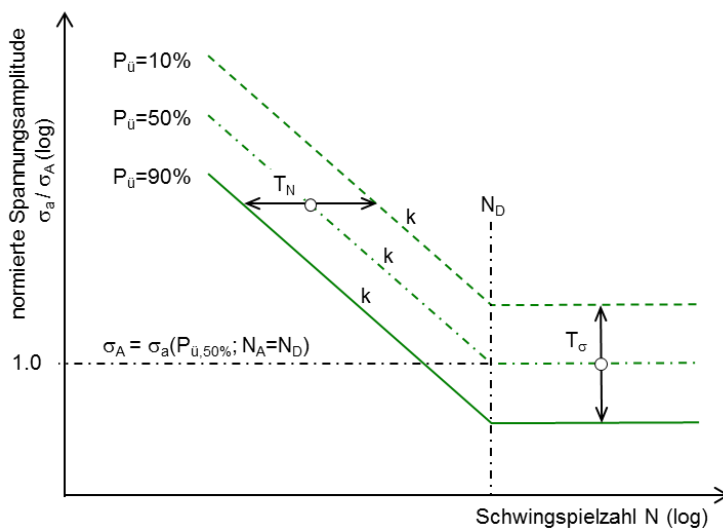


Bild 3 normierte Wöhlerlinie

Die Spannungsamplituden werden bei dieser Darstellung auf die Dauerfestigkeitsamplitude  $P_{\bar{u}} = 50\%$  bezogen. Aus langjährigen Erfahrungen sind die Streuspannen  $T_N$  für die Schwingenzahl und  $T_\sigma$  für die Spannungsamplitude statistisch gut abgesichert. Haibach [3] liefert für verschiedene Werkstoffe und Konstellationen entsprechende Werte. Für zwei im Alltag häufig vorkommende Anwendungen, sind in Tabelle 3 die Streuspannen und die logarithmischen Standardabweichungen wiedergegeben. Letztere decken sich gut mit den Werten der FKM (Tabelle 2).

	$T_\sigma$	$LSD_\sigma$
Spanabhebend bearbeitete Bauteile aus Stahl ( $k = 5.0$ )	1:1.26	0.0392
Schweisverbindungen aus Baustahl ( $k = 3.0$ )	1:1.45	0.0630

Tabelle 3 Streuspannen und logarithmische Standardabweichungen nach Haibach

Haibach liefert ebenfalls für viele Streuspannen tabellarisch die erforderlichen Sicherheitsfaktoren um eine gewünschte Ausfallwahrscheinlichkeit zu erreichen. Nachfolgendes Diagramm aus Literatur [4] stellt die Abhängigkeit für die logarithmische Normalverteilung grafisch dar.



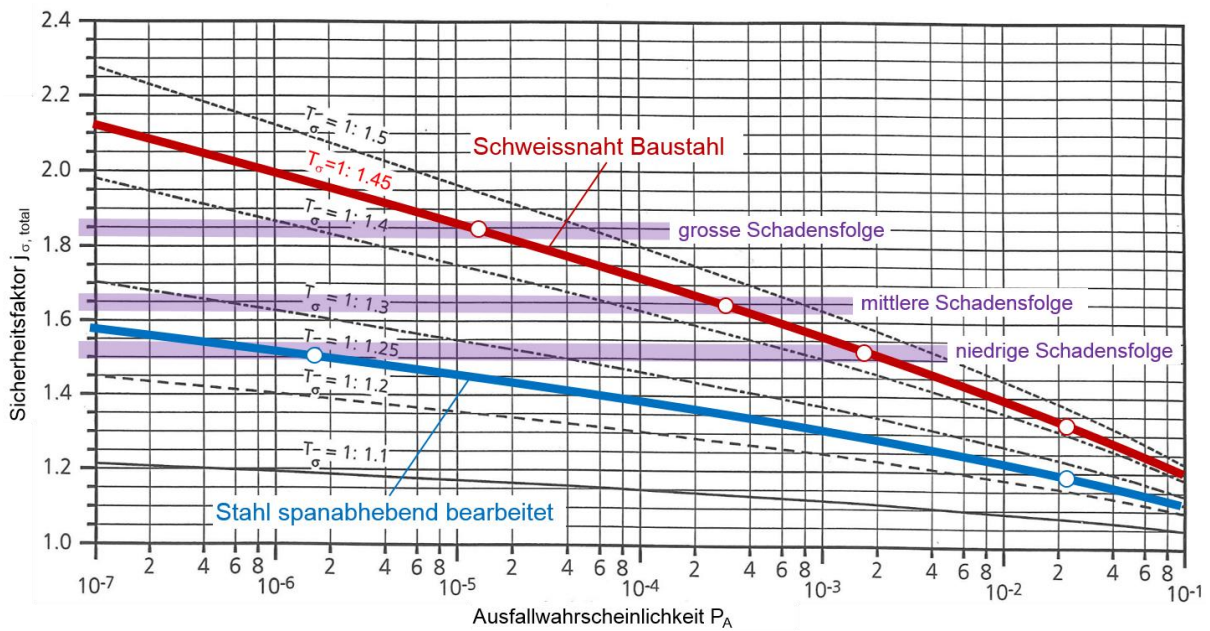


Bild 4 Sicherheitsfaktor in Funktion der Ausfallwahrscheinlichkeit

Der Sicherheitsfaktor  $j_{\sigma, total}$  ist auf die 50%-ige Ausfallwahrscheinlichkeit bezogen und somit das Produkt aus dem statistischen Umrechnungsfaktor  $j_{n,s}$  und dem Sicherheitsfaktor  $j_{\sigma,FKM}$  (Formel 4). Im Diagramm sind die beiden in der Tabelle 3 aufgeführten Anwendungen farblich hervorgehoben. Zusätzlich sind die drei in der FKM definierten Schadensfolgen hinzugefügt, wobei für den Sicherheitsfaktor  $j_{\sigma,FKM}$  von Bauteilen ausgegangen wird, die nicht regelmässig inspiziert werden. Die numerischen Werte werden beispielhaft für Schweissverbindungen (obere Kurve mit  $T_{\sigma} = 1:1.45$ ) ausgewiesen. Die untere Kurve ( $T_{\sigma} = 1:1.25$ ) für spanabhebend bearbeitete Stahlteile zeigt, dass bei vergleichbaren Schadensfolgen die Ausfallwahrscheinlichkeit noch wesentlich geringer ist, weil die FKM für nicht geschweisste Bauteile höhere Sicherheitsfaktoren definiert.

$T_{\sigma} = 1:1.45$		$j_{\sigma,FKM}$	$j_{\sigma, total}$	$P_A$
Basis	50%	-	1.00	5.0E-01
	97.5%	1.00	1.32	2.5E-02
Schadensfolge	niedrig	1.15	1.52	2.0E-03
	mittel	1.25	1.65	3.0E-04
	hoch	1.40	1.85	1.0E-05

Tabelle 4 Ausfallwahrscheinlichkeit für Schweissverbindungen aus Baustahl bei Ermüdungsbeanspruchung

## 4 Unsicherheit und Streuung der Beanspruchung

### 4.1 Das Problem der Belastungsdefinition

Während zur Ermittlung der Bauteilfestigkeit doch viele Grundlagen und Erfahrungen vorliegen, ist es bei der Beanspruchung wesentlich schwieriger und komplexer. Die realen Belastungen sind oft nur näherungsweise bekannt. Das gilt bereits für die maximalen statischen Lasten und noch viel mehr für die ermüdungsrelevanten Lastkollektive.

Die Einsatzbedingungen können auch bei baugleichen Produkten sehr unterschiedlich sein. Als Beispiel sei eine lineare Verfahrachse zum Aufbau von marktgängigen Knickarm-Robotern genannt. Deren Gewicht, Reichweite und Dynamik leiten sich aus der konkreten Anwendung einer Anlage (Schweissen, mechanische Bearbeitung, Verpacken usw.) ab und sind bei der Entwicklung und Nachweisführung nur durch den angestrebten Einsatzbereich näherungsweise bekannt. Eine zusätzliche Schwierigkeit liegt darin, dass die Lastangaben der verschiedenen Roboteranbieter auf sehr unterschiedlichen Sicherheitsüberlegungen basieren. Würden die Extremwerte der in Frage kommenden Roboter kombiniert, wäre die Linearachse unverkäuflich.

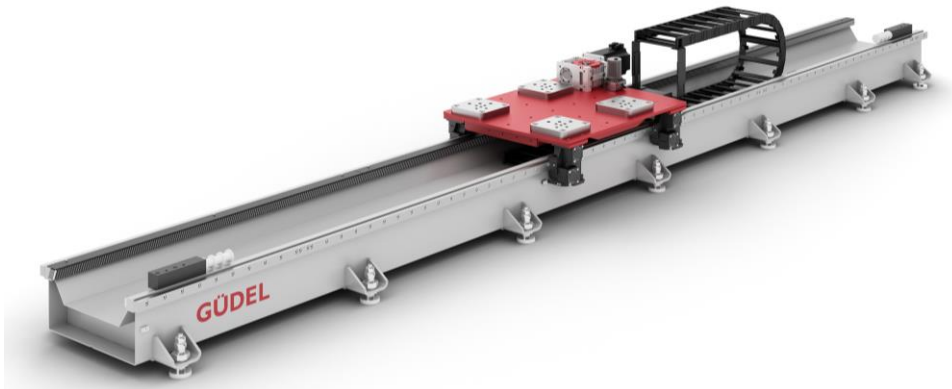


Bild 5 Lineare Verfahrachse für Roboter der Firma Güdel AG ([www.gudel.com](http://www.gudel.com))

## 4.2 Konservative Lasten

Die FKM verlangt, dass der rechnerische Nachweis mit konservativen Lasten geführt wird. Im Anhang 5.7 der Richtlinie wird, wiederum auf der logarithmischen Normalverteilung basierend, der Last-Sicherheitsfaktor  $j_s$  definiert. Als konservativer Wert gilt der geometrische Mittelwert abzüglich der zweifachen Standardabweichung. Damit sollte die Last und damit die verursachte Beanspruchung nur noch mit einer Wahrscheinlichkeit von 2.5% überschritten werden.

$$j_s = 10^{x_\sigma \cdot LSD_\sigma} \quad \text{mit } x_\sigma = 2 \rightarrow j_{s,97.5\%} = 10^{2 \cdot LSD_\sigma}$$

$$Last_{97.5\%} = j_{s,97.5\%} \cdot Last_{50\%}$$

Formel 5 Last-Sicherheitsfaktor nach FKM

Bei schwierigen Anwendungsfällen wie beispielsweise der vorgenannten Verfahrachse könnte das pragmatische Vorgehen zur Definition konservativer Lasten wie folgt aussehen. Im ersten Schritt werden die Lastfälle und der Belastungen aus den Nennwerten der massgebenden Komponenten (Nennmoment des Antriebs, Kraft des Hydraulikzylinders bei Nenndruck, typische Arbeitsstellung usw.) definiert. Diesen Werten oder geometrischen Mittelwert aus allen als relevant befundenen Lastfällen wird die Eintretenswahrscheinlichkeit  $P_E = 50\%$  zugeordnet. Danach wird die logarithmische Standardabweichung für die Streuung der Last geschätzt. Unter Anwendung der Formel 5 ergibt sich dann die geforderte konservative Last. Bei diesem Vorgehen bekommt der Last-Sicherheitsfaktor den Charakter eines Anwendungsfaktors. Für diesen liefern Fachliteratur und Regelwerken entsprechende Angaben. Damit ist auch eine Plausibilitätsprüfung für die geschätzte Standardabweichung möglich.

## 4.3 Von der Belastung zur Beanspruchung

Der Festigkeitsnachweis nach FKM kann mit den rechnerisch ermittelten oder gemessenen Spannungen durchgeführt werden. Im Folgenden wird nur auf die Spannungsermittlung mit der FE-Simulation eingegangen. Jede Spannungsberechnung basiert auf einem Modell, das bloss ein mehr oder weniger zutreffendes Abbild der Realität darstellt. Die Wahl der Systemgrenze, die Vereinfachungen bei den Randbedingungen oder bei den Kontaktdefinitionen, die Netzfeinheit und vieles mehr beeinflussen die Spannungsergebnisse. Erwähnenswert ist auch, dass die FE-Modelle üblicherweise auf idealen CAD-Geometrien basieren. Fertigungstechnisch zulässige Abweichungen können jedoch das Spannungsniveau beeinflussen. Diese Problematik wird an dieser Stelle nicht weiter vertieft. Es sei auf die Fachliteratur zum Beispiel zum Thema „Robust Design“ verwiesen.

Unter der Bedingung, dass die Simulationen und die Spannungsermittlung auf firmeneigenen, produktspezifischen Vorgaben und Abläufen beruhen, kann die Transformation der Belastungen in Beanspruchungen eher als systematische Ungenauigkeit, denn als grössere Streuung bezeichnet werden. Diese Ungenauigkeit wäre mittels einem zusätzlichen Teilsicherheitsfaktor oder einer anderen adäquaten Massnahmen zu berücksichtigen. Deren Definition erfolgt jedoch ausserhalb der FKM, da die Richtlinie konservative Spannungswerte voraussetzt.



Für die weitere Betrachtung wird auch für die Beanspruchung eine idealisierte Dichtefunktion angenommen. Die blau eingefärbte Fläche stellt jene Situationen dar, bei denen die Beanspruchung über jenem Wert liegt, der beim Nachweis zu Grunde gelegt wird.

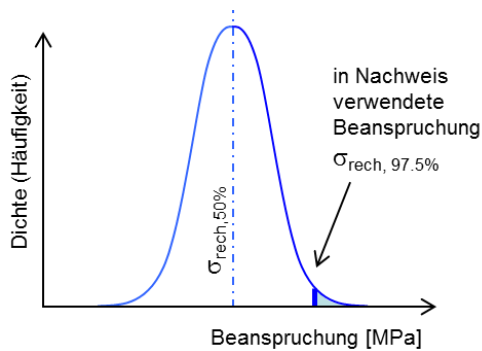


Bild 6 Häufigkeitsverteilung der Beanspruchung

## 5 Interferenz

### 5.1 Statische Interferenz für eine einzelne Nachweisstelle

In Bild 7 sind die Dichtefunktionen für die Bauteilfestigkeit  $D_G$  und die Beanspruchung  $D_B$  überlagert dargestellt. Horizontal sind sie so zueinander angeordnet, dass für ihre 97,5%-Verlässlichkeit der Sicherheitsfaktor grösser 1 ist. Im Überschneidungsbereich ergibt sich die Dichtefunktion  $D_A$  der Ausfälle. Deren Flächeninhalt stellt die Ausfallwahrscheinlichkeit  $P_A$  der untersuchten Nachweisstelle dar. Die statische Interferenz setzt voraus, dass die beiden Häufigkeiten zeitlich konstant bleiben. Dies ist typischerweise beim statischen Nachweis aber auch beim Dauerfestigkeitsnachweis der Fall.

$$P_A = \int D_G(\sigma) \cdot D_B(\sigma)$$

Formel 6 Ausfallwahrscheinlichkeit einer Nachweisstelle

Der praktischen Anwendung der Interferenzmodelle sind nach Literatur [2] enge Grenzen gesetzt, da die Dichtefunktionen kaum bekannt sind und die interessierende Ausfallrate sehr empfindlich auf die Verteilungen an deren Enden reagiert. Deshalb wird bei Versuchen, sofern den solche durchgeführt werden, direkt die Ausfallwahrscheinlichkeit ermittelt.

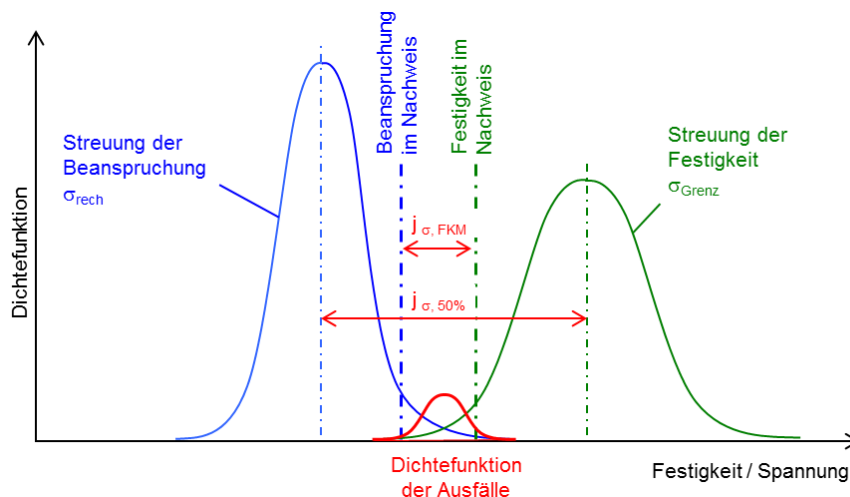


Bild 7 Interferenz von Bauteilfestigkeit und Beanspruchung

### 5.2 Variable Interferenz

Noch schwieriger wird die Voraussage der Ausfallrate bei der Ermüdung im Zeitfestigkeitsbereich, da die Bauteilfestigkeit aufgrund der fortschreitenden Schädigung sinkt. Die Streuung der ertragbaren Zyklenzahl nimmt dadurch, wie anhand der roten Dichtekurve angedeutet, noch einmal drastisch zu.

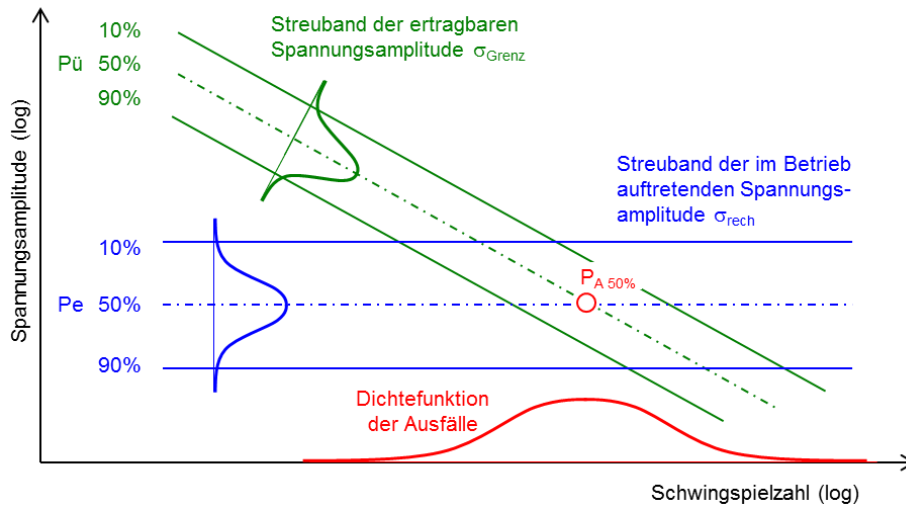


Bild 8 Variable Interferenz am Beispiel der Zeitfestigkeit

Wie schwierig bei Ermüdungsbeanspruchungen eine Lebensdauervoraussage ist, zeigt die Benchmark-Untersuchung aus der Automobilbranche [6]. Obschon der geschweisste Hinterachsträger rein wechselnd mit konstanter Lastamplitude belastet wird, was im Grunde dem einfachsten Ermüdungsfall entspricht, streuen die rechnerischen Voraussagen (farbige Linien) im Verhältnis 1:20 und mehr. Ein kleiner Trost ist, dass die Messungen (blaue Rauten) bei der Lastamplitude von 3 kN den Voraussagen bezüglich Streuung in nichts nachstehen.

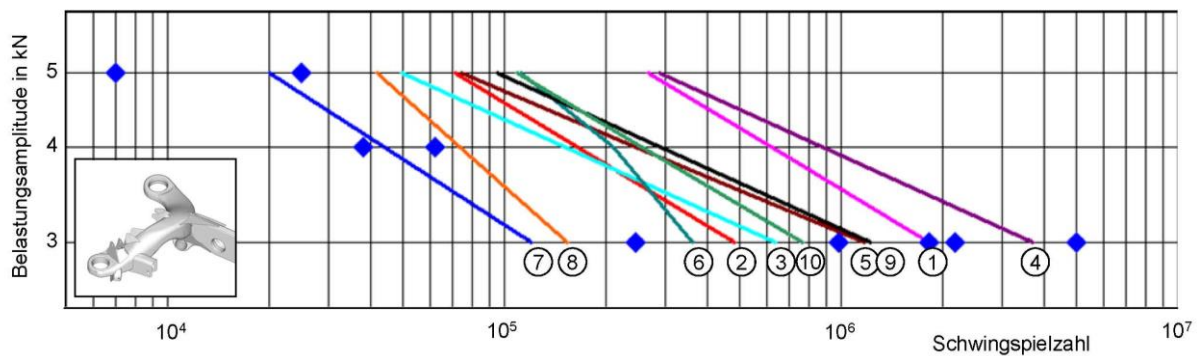


Bild 9 Abgeschätzte Wöhlerlinien und Versuchsergebnisse für geschweißten Hinterachsträger

Ohne Versuchsergebnisse oder Langzeiterfahrung im realen Einsatz bleibt für eine Abschätzung einzig die Reduktion auf die statische Interferenz nach 5.1, indem diese für die verlangte Lebensdauer respektive Schwingenspielzahl durchgeführt wird.

### 5.3 Überlebenswahrscheinlichkeit des ganzen Bauteils

Die bisherigen Ausführungen gelten allesamt für die Überlebens- oder Ausfallwahrscheinlichkeit einer diskreten, örtlichen Nachweisstelle. Falls ein reales Bauteil einen einzigen derartigen Hot-Spot hat, resultiert beim FKM konformen Nachweis eine sehr hohe Überlebenswahrscheinlichkeit, die wohl nur in seltenen Fällen wirklich gerechtfertigt ist. Da aber meist mehrere oder sogar viele Bereiche mit ähnlichen Auslastungsgraden vorkommen, ergibt sich insgesamt eine entsprechend tiefere Überlebenswahrscheinlichkeit fürs ganze Bauteil. Letztere ergibt sich durch die Multiplikation aller Überlebenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Nachweisstellen  $P_{\dot{U},NSi}$ .

$$P_{\dot{U},Bauteil} = P_{\dot{U},NS1} \cdot P_{\dot{U},NS2} \cdot \dots \cdot P_{\dot{U},NSn}$$

$$\text{falls } P_{\dot{U},NS1} = P_{\dot{U},NS2} = \dots = P_{\dot{U},NSn} \rightarrow P_{\dot{U},Bauteil} = (P_{\dot{U},NS})^n$$

Formel 7 Überlebenswahrscheinlichkeit insgesamt

## 6 Anwendungsbeispiele

### 6.1 Abschätzung für einen geschweissten Wickeldorn

Die Einzelanfertigung eines Wickeldorns zur Herstellung von grossen Verbundisolatoren bestand aus einem Rohr mit beidseitig eingeschweissten Zapfen. Die beiden Schweissverbindungen waren die einzigen hoch beanspruchten Bereiche. Infolge eines Herstellfehlers fiel das Eigengewicht deutlich höher aus als beim Nachweis angenommen. Der Auslastungsgrad nach FKM erhöhte sich dadurch auf 120%. Rückwärts gerechnet entsprach der Sicherheitsfaktor nur noch der Schadensfolge „niedrig“ ( $j_{\sigma\text{FKM}} = 1.15$ ) statt „hoch“ ( $j_{\sigma\text{FKM}} = 1.4$ ).

Die Ausfallrate der Schweissnahtfestigkeit lag bei etwa 2‰ (Tabelle 4). Konservative Lastannahmen vorausgesetzt reduzierte sich die Ausfallwahrscheinlichkeit nach Formel 6 zusätzlich. Bei angenommenen Normalverteilungen machte dies mindestens Faktor 10 aus. So ergab sich für eine einzelne Schweissnaht eine theoretische Ausfallrate von etwa 0.2‰ und für den ganzen Wickeldorn eine solche von etwa 0.4‰. Da es sich um eine Einzelanfertigung handelte, wurde der Fehler akzeptiert. Es stellte sich sogar die Frage, ob die ursprüngliche Sicherheitsanforderung überhaupt gerechtfertigt gewesen war.

$$P_{A,NS1} = P_{A,NS2} = 0.0002$$
$$P_{\dot{U},\text{Bauteil}} = (1 - P_{A,NS1}) \cdot (1 - P_{A,NS2}) = 99.96\%$$

Formel 8 Überlebenswahrscheinlichkeit eines Wickeldorns mit zwei Schweissnähten

### 6.2 Abschätzung für eine gegossene Schachtabdeckung

Bei einer Diplomarbeit an der Berner Fachhochschule [7] wurde eine gusseiserne Flächenabdeckung für den Strassenverkehr beim Zulassungstest untersucht. Die DIN EN 124 definiert für diese Produkte unter anderem die Bruchlast. Da der rechnerische Nachweis in der Norm nicht vorgesehen ist, wurde für die Vorabbeurteilung der Konstruktion auf die FKM-Richtlinie zurückgegriffen.



Bild 10 Schachtabdeckung der Firma Nottaris beim Zulassungstest ([www.nottaris.ch](http://www.nottaris.ch))

#### Vorversuche zur Ermittlung der statischen Festigkeitswerte

Bei gegossenen Bauteilen geht die FKM von einer grösseren Streuung der Festigkeitswerte aus. Deshalb wird der zusätzliche Teilsicherheitsfaktor  $j_c$  eingeführt. Für Premiumguss gelten weiterhin die Normwerte ( $j_c = 1.0$ ). Für gängige Gussqualitäten ohne zerstörungsfreie Prüfung ist die Reduktion um Faktor 1.4 jedoch beachtlich. Beim Test bestand keine Gefahr für Leib und Leben. Somit wurde die mittlere Schadensfolge angenommen. Nach FKM darf bei Prüflasten die Auftretenswahrscheinlichkeit niedrig angenommen werden. Daraus ergab sich für das nicht zerstörungsfrei geprüfte Bauteil aus EN-GJS-500-7 der Sicherheitsfaktor  $j_m = 1.7$  gegen Bruchversagen. Ohne Berücksichtigung des Plastifiziervermögens folgt damit bloss noch eine zulässige

Vergleichsspannung von 210 MPa. Im nachfolgenden Bild sind die Zusammenhänge dargestellt. Die idealisierten Dichtefunktionen haben nur qualitativen Charakter.

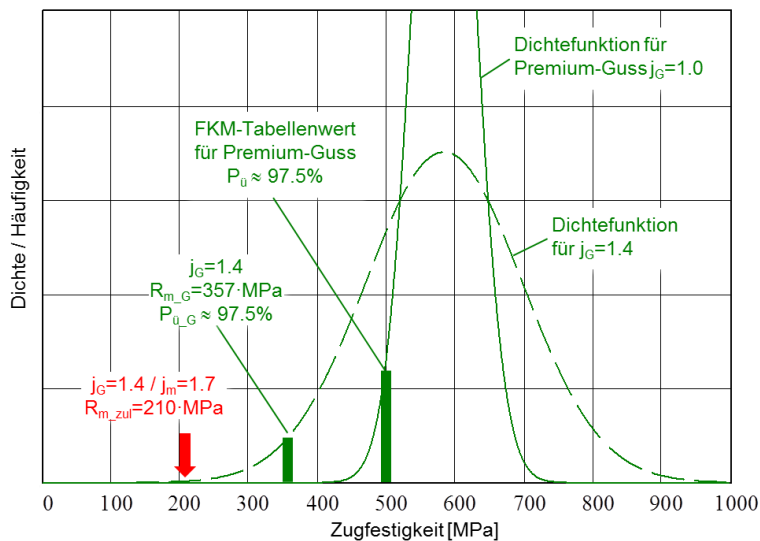


Bild 11 Festigkeitswerte von EN-GJS-500-7 für den statischen Festigkeitsnachweis.

Die Zugprüfung von 21 Proben aus ebenso vielen Abgüssen ergab 615 MPa als mittlere Zugfestigkeit. Die Messwerte folgten näherungsweise einer Normalverteilung mit den statistischen Werten nach Tabelle 5. Zwei Punkte waren für diese Anwendung bedeutsam. Erstens resultierten für den Grenzwert mit 97.5%-Überschreitungswahrscheinlichkeit in etwa 445 MPa und damit ein Gussfaktor von  $j_G = 1.15$ . Es war allerdings zu erwarten, dass die Streuung der örtlichen Festigkeitswerte in den realen Schachtabdeckungen grösser ist als in den untersuchten Angüssen. Trotzdem darf davon ausgegangen werden, dass der Faktor  $j_G = 1.4$  zu pessimistisch angesetzt ist, wenn die Giesserei über spezifische Produkterfahrungen verfügt.

Mittelwert	615 MPa
Standardabweichung)	85 MPa
Streuspanne 10% / 90%	1:1.42
Zugfestigkeit $P_{\bar{u},97.5}$	445 MPa
Zugfestigkeit FKM ( $P_{\bar{u},97.5}$ )	500 MPa
Gussfaktor aus Versuch	1.15

Tabelle 5 Zugfestigkeit von EN-GJS-500-7 aus eigenen Versuchen

Die zweite relevante Erkenntnis war, dass sich für die Streuspanne (Verhältnis zwischen den Zugfestigkeiten mit 10%-iger und 90%-iger Wahrscheinlichkeit) der nahezu identische Wert ergab wie für Schweissverbindungen aus Baustahl (Tabelle 3). Die dortigen Angaben nach Haibach gelten jedoch für Ermüdungswerte. Deren Streuung sollte allerdings - der Tabelle 2 zufolge - grösser sein als jene der statischen Festigkeitswerte. Somit machte sich auch hier der Gussfaktor bemerkbar. Um der vorgenannten etwas grösseren Streuung der realen Bauteile gerecht zu werden, wurde zur Beurteilung der Überlebenswahrscheinlichkeit die Streuspanne 1:1.5 angenommen.

### Ergebnis des Prüftests

Der reale Test musste bei 755 kN Druckkraft beendet werden, da die Durchbiegung so gross wurde, dass die Schachtabdeckung auf der Prüfunterlage zum Aufliegen kam. Da beim Test bloss eine einzige Abdeckung zur Verfügung stand, wurde den Messergebnissen die 50%-Wahrscheinlichkeit zugeordnet. Bezogen auf die geforderte Prüfkraft von 400 kN ergab sich damit der minimale Sicherheitsfaktor  $j_{\sigma total} = 1.89$ .



### Abschätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Zur Abschätzung der Ausfallrate wurde auf die Diagrammdarstellung aus Literatur [4] zurückgegriffen. Die in 0.0 angenommene Streubreite von 1:1.5 wurde um ein frei angenommenes Streuband erweitert. Für die im Versuch ermittelte Gesamtsicherheit von etwa 1.9 ergab sich für die Ausfallwahrscheinlichkeit die Größenordnung von etwa  $10^{-5}$  bis  $10^{-4}$ .

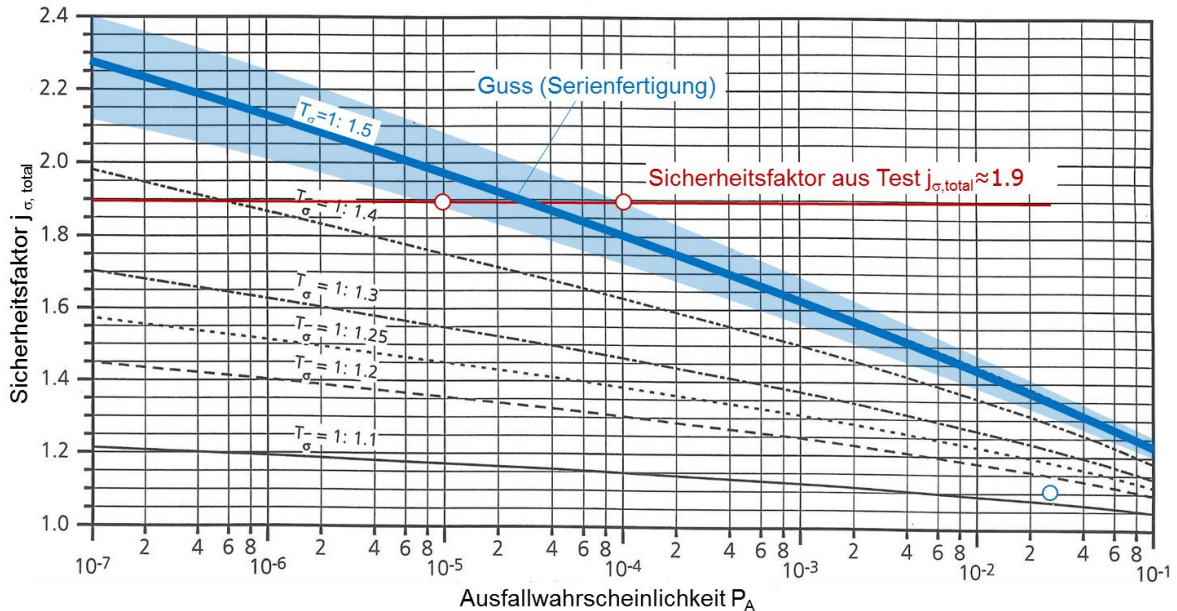


Bild 12 Ausfallwahrscheinlichkeit der Flächenabdeckung beim Prüftest.

### Zulässige statische Belastung nach FKM

Zum Vergleich interessierte auch die zulässige Prüflast basierend auf der FKM-Richtlinie. Dazu wurde der Test mit einem Viertelmodell mit dem FE-Programm ANSYS Workbench nachgebildet. Mit linear-elastischem Materialverhalten ergab sich für die Prüflast von 400 kN an der höchstbeanspruchten Stelle eine Vergleichsspannung von etwa 900 MPa. Dabei wurden die Normalspannungshypothese und die Gestaltänderungsenergiehypothese - entsprechend der FKM für semi-duktilen Werkstoffe - kombiniert. Die zwei farbigen Ellipsen kennzeichnen ähnlich hohe Spannungsniveaus.

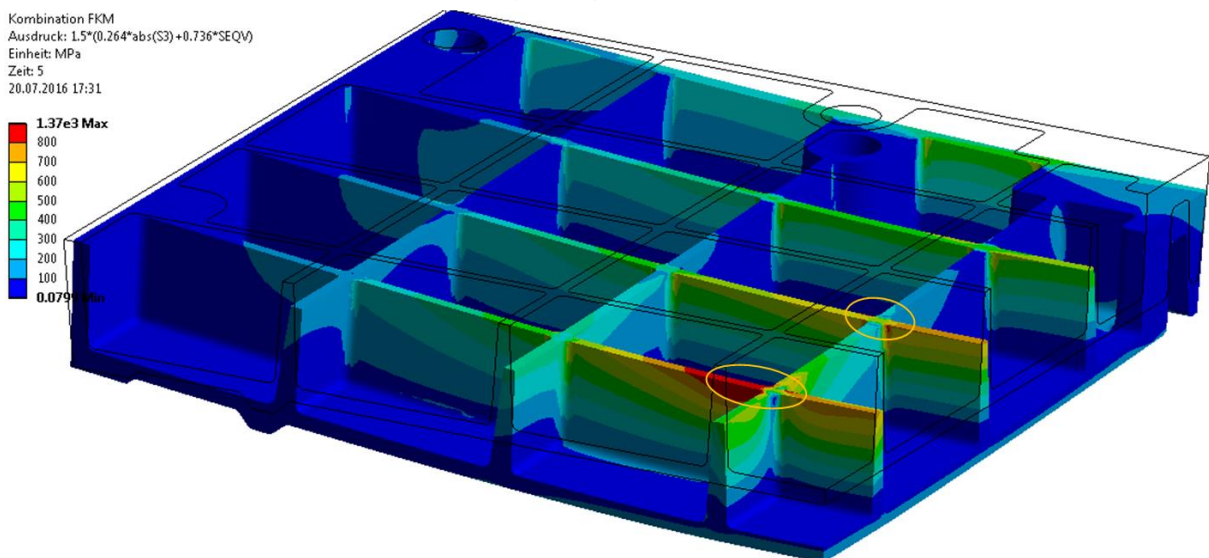


Bild 13 Spannungsbild der Schachtabdeckung mit linear-elastischem Materialverhalten

Beim statischen Nachweis bietet das Plastifizierungspotential des Bauteils einen beachtlichen Bonus. Die Simulation mit ideal-elastisch-ideal-plastischem Materialverhalten ergab, dass das



Kriterium der ertragbaren Gesamtdehnung (4% nach FKM für GJS) vor dem vollplastischen Zustand erreicht wird. Daraus folgten die plastische Stützzahl  $n_{pl} = 3.85$  und die zulässige Vergleichsspannung von 800 MPa.

$$\sigma_{V,zul} = R_{m,FKM} \frac{n_{pl}}{j_G \cdot j_m} = 500 \text{MPa} \cdot \frac{3.85}{1.4 \cdot 1.7} \approx 800 \text{MPa} \rightarrow F_{zul} \approx \frac{800 \text{MPa}}{900 \text{MPa}} \cdot 400 \text{kN} \approx 355 \text{kN}$$

Formel 9 Zulässige statische Belastung nach FKM.

Das Bauteil erfüllte somit rechnerisch die Anforderungen nicht. Der Auslastungsgrad wäre sogar noch höher ausgefallen, wäre die Sicherheit bezüglich Streckgrenze ebenfalls berücksichtigt worden. Darauf wurde jedoch verzichtet, da die Norm eine verbleibende Verformung gestattet. Für den auf die Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{u}} = 50\%$  bezogenen Gesamtsicherheitsfaktor ergab sich unter Berücksichtigung des statistischen Faktors  $j_{n,s}$  nach Tabelle 2 der Wert von 2.3. Aus Bild 12 lässt sich dafür unter Verwendung der Streubreite  $T = 1:1.5$  die Ausfallwahrscheinlichkeit von etwa  $10^{-7}$  ablesen. Der sehr tiefe Wert gilt für eine einzelne Nachweisstelle.

$$j_{P_{\bar{u}},50\%} = j_G \cdot j_m \cdot j_{n,s} \cdot \frac{\sigma_{zul}}{\sigma_{rech}} = 1.4 \cdot 1.7 \cdot 1.1 \cdot \frac{800 \text{MPa}}{900 \text{MPa}} \approx 2.3$$

Formel 10 Rechnerischer Gesamtsicherheitsfaktor bezogen auf 50% Überlebenswahrscheinlichkeit

Bild 13 zeigt, dass an der ganzen Abdeckung acht Stellen ein ähnliches Spannungsniveau aufweisen. Damit ergibt sich nach Formel 7 eine rund zehnmal höhere Ausfallwahrscheinlichkeit. Der Unterschied zwischen Messung und Simulation wäre wohl noch etwas kleiner geworden, hätte der Test tatsächlich bis zum Bruchversagen weitergeführt werden können.

## 7 Resümee

Dieser Beitrag soll dazu anregen, das übliche Denken in Sicherheitsfaktoren durch das Denken in Wahrscheinlichkeiten abzulösen. Keinesfalls soll aber der Eindruck erweckt werden, Ausfallraten liessen sich im Praxisalltag genau bestimmen. Trotzdem zeigen die Ausführungen, dass seitens der Bauteilfestigkeit einiges an statistisch belegten Grundlagen vorhanden ist. Die Schwierigkeit im Maschinenbau liegt vor allem bei der Bestimmung der Belastungen.

Eine pauschale Abschätzung der Überlebenswahrscheinlichkeit ist möglich, sofern es sich um Bauteile mit wenigen kritischen, quasi diskreten Stellen handelt und wenn beim Nachweis der Auslastungsgrad von 100% mit einem Sicherheitsfaktor  $j_{\sigma,FKM} \geq 1.0$  erreicht wird. In diesem Fall resultiert in der Regel eine so kleine Ausfallrate, dass es meist nicht von grossem praktischem Interesse ist, ob sie nun  $10^{-4}$  oder  $10^{-6}$  beträgt. Schwieriger ist eine Abschätzung bei komplexen, beanspruchungsmässig ausgewogenen Konstruktionen mit vielen etwa gleich hoch ausgelasteten Bereichen. Dass sich die FKM-Richtlinie dazu ausschweigt, kann dadurch erklärt werden, dass die sehr hohe Überlebenswahrscheinlichkeit des einzelnen Nachweispunkts die Basis für eine genügend kleine Ausfallwahrscheinlichkeit des ganzen Bauteils ist.

Wichtig für die praktische Umsetzung des Denkens in Wahrscheinlichkeiten ist der Konsens bei der Auslegungsphilosophie und davon abgeleitet ein in sich konsistentes Vorgehenskonzept. Alle im Produktentwicklungsprozess und im Herstellprozess relevanten Schritte sind aufeinander abzustimmen. Neue Erfahrungen sind immer als Anstoss zu nutzen, um die Gültigkeit des Konzepts zu hinterfragen.

## 8 Symbolverzeichnis

- D... Dichtefunktion für eine Festigkeit oder Beanspruchung
- LSD<sub>σ</sub> logarithmischen Standardabweichung einer Spannung
- N<sub>D</sub> Knickpunkt-Schwingenspielzahl der Wöhlerlinie
- P<sub>A</sub> Ausfallwahrscheinlichkeit

$P_E$	Eintretenswahrscheinlichkeit eines Belastungszustands
$P_{\bar{U}}$	Überlebenswahrscheinlichkeit
$T_N$	Streuspanne der Schwingspielzahl (90%/10%)
$T_{\sigma}$	Streuspanne der Spannungsamplitude (90%/10%)
$a_{\sigma,FKM}$	Auslastungsgrad nach FKM
$j_{\sigma,FKM}$	Sicherheitsfaktor nach FKM bezogen auf 97.5% Überlebenswahrscheinlichkeit
$j_{\sigma,tot}$	Sicherheitsfaktor bezogen auf 50% Überlebenswahrscheinlichkeit
$j_{\dots}$	Teilsicherheitsfaktor nach FKM (Indizes nach Tabelle 1)
$j_{n,s}$	Statistischer Umrechnungsfaktor der FKM von $P_{\bar{U}} = 50\%$ auf 97.5%
$k$	Neigungsexponent der Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich
$n_{pl}$	plastische Stützzahlzahl nach FKM für statischen Festigkeitsnachweis
$\sigma_A$	Dauerfestigkeitsamplitude mit 50% Überlebenswahrscheinlichkeit
$\sigma_a$	Spannungsamplitude beim Ermüdungsnachweis
$\sigma_{grenz,x\%}$	Beanspruchungsgrenze für x% Überlebenswahrscheinlichkeit
$\sigma_{rech}$	rechnerisch ermittelte oder gemessene Spannung
$\sigma_{zul}$	zulässige Spannung

## 9 Literaturverzeichnis

- [1] FKM-Richtlinie; Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile; 2012; Frankfurt/Main; VDMA Verlag
- [2] Bertsche Bernd; Lechner Gisberg; Zuverlässigkeit im Maschinenbau; 1999; Springer Verlag
- [3] Haibach Erwin; Betriebsfestigkeit, Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung; 2005; Wiesbaden, Springer Verlag
- [4] Filippini M.; Dietrich K.: An approximate formula for calculating the probability of failure; 1997; Technische Mitteilungen TM No. 111; Fraunhofer Institut Betriebsfestigkeit
- [5] Hanselka H.; Platz. R.: Ansätze und Massnahmen zur Beherrschung von Unsicherheiten in lasttragenden Systemen des Maschinenbaus; 2010; Zeitschrift Konstruktion 11/12
- [6] Oppermann H. et. al.: Vergleich der Berechnungsmethoden für die Lebensdauerabschätzung MIG/MAG geschweisster Bauteile in kommerzieller Software; 2009; DVS Berichte Band 256
- [7] Bürgi Markus; Belastbarkeit gusseisener Flächenabdeckungen; 2014; Burgdorf Bachelor-Thesis; Berner Fachhochschule Technik und Informatik, Fachrichtung Maschinenbau
- [8] Schmied B.; Kurmann S.: Wahrscheinlich sicher; 2015; Gerlafingen; Vortrag am Users-Meeting CADFEM Suisse AG
- [9] Schmied B.; Kurmann S.: Das Zusammenspiel von Simulation, Regelwerk und Messung; 2016; Gerlafingen; Vortrag am Feierabendveranstaltung CADFEM Suisse AG an Berner Fachhochschule, Abteilung Maschinenbau