

P10: Temperaturabhängigkeit der Dichte

Lernziele

Es wird eine gravimetrische Methode zur Bestimmung der Dichte einer Flüssigkeit mit einer relativen Messunsicherheit von 0,005 % vorgestellt. Die nicht zu vernachlässigende Rolle des Luftauftriebs bei der Wägung soll von den Studierenden verstanden werden. Die Studierenden sollen den Einfluss der Temperatur auf das Volumen und die Dichte von Körpern qualitativ beschreiben und den thermischen Volumenausdehnungskoeffizienten als quantitatives Maß der Temperaturabhängigkeit der Dichte einer Flüssigkeit interpretieren können.

Theoretische Grundlagen

Die *Massendichte* ρ (oder auch kurz Dichte) ist der Quotient aus der Masse m eines Körpers und seinem Volumen V :

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Die Dichte ist eine *intensive* Stoffeigenschaft mit der SI-Einheit kg m^{-3} . Sie ist unabhängig sowohl von der Stoffmenge als auch von der Form des Körpers. Im Allgemeinen dehnen sich Stoffe mit steigender Temperatur aus, d. h., das Volumen nimmt zu, wodurch nach Gl. (1) die Dichte sinkt (die Masse ist unabhängig von der Temperatur). Eine Ausnahme bilden Stoffe mit einer Dichteanomalie wie z. B. Wasser, das bei ca. 4 °C ein Dichtemaximum aufweist.

Die Dichte hängt prinzipiell auch vom Druck ab. In der Regel ist der Druckeffekt im Fall von Flüssigkeiten und Festkörpern unter Laborbedingungen aber vernachlässigbar (z. B. sinkt die Dichte von Wasser bei 4 °C von 999,9749 kg m^{-3} auf 999,9743 kg m^{-3} , wenn der Druck vom Normaldruck 101,325 kPa auf den Standarddruck 100 kPa reduziert wird).

Als quantitatives Maß für die Änderung des Volumens mit der Temperatur (*Kelvin*-Temperatur T oder *Celsius*-Temperatur ϑ) wird der (*thermische*) *Volumenausdehnungskoeffizient* γ (auch *kubischer* Ausdehnungskoeffizient genannt) definiert:

$$\gamma = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p,n} = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial \vartheta} \right)_{p,n}. \quad (2)$$

Formal wird also nach Gl. (2) zunächst die Steigung einer Tangenten an die V, ϑ -Kurve bei konstantem Druck p und konstanter Stoffmenge n , also der partielle Differentialquotient des Volumens nach der Temperatur berechnet und dieser partielle Differentialquotient schließlich durch das Volumen im Berührungspunkt der Tangente dividiert. Diese Division ist sinnvoll, da der partielle Differentialquotient eine extensive Größe (mit der Einheit $\text{m}^3 \text{K}^{-1}$ bzw.

$\text{m}^3 \text{°C}^{-1}$) ist und erst durch Normierung auf das Volumen eine stoffeigene intensive Größe (mit der Einheit K^{-1} bzw. °C^{-1}) resultiert. Die Definitionsgl. (2) des Volumenausdehnungskoeffizienten lässt sich mit Hilfe der Definitionsgl. (1) der Dichte auch äquivalent ausdrücken mittels der Dichte:

$$\gamma = \frac{\rho}{m} \cdot \left(\frac{\partial m / \rho}{\partial \vartheta} \right)_p = \frac{\rho}{m} \cdot \frac{m}{-\rho^2} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial \vartheta} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial \vartheta} \right)_p. \quad (3)$$

Da die Dichte eine intensive Größe ist, muss die Stoffmenge beim partiellen Ableiten in Gl. (3) nicht explizit konstant gehalten werden. Wird für den Moment der Einfachheit halber angenommen, dass der Volumenausdehnungskoeffizient in einem genügend kleinen Temperaturintervall $(\vartheta_1, \vartheta_2)$ konstant ist, ergibt sich aus Gl. (3) durch Integration

$$\ln \frac{\rho_1}{\rho_2} = \gamma \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1), \quad (4)$$

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot e^{-\gamma \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}. \quad (5)$$

Aus Gl. (5) ist ersichtlich, dass die Dichte bei konstantem Volumenausdehnungskoeffizienten nicht streng linear mit der Temperatur variieren kann. Die Exponentialfunktion in Gl. (5) kann zweckmäßigerweise als Reihe entwickelt werden:

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \left[1 - \gamma \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + \frac{1}{2} \cdot \gamma^2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)^2 - \dots \right]. \quad (6)$$

Der Abbruch der Reihe nach dem 3. Glied entspricht der (berechtigten) Annahme, dass sich die Dichte gut als quadratische Funktion der Temperatur annähern lässt (die angepasste oder *Fit*-Funktion ist also eine Parabel):

$$\rho^{\text{Fit}} / \text{kg m}^{-3} = a \cdot (\vartheta / \text{°C})^2 + b \cdot (\vartheta / \text{°C}) + c. \quad (7)$$

Im Rahmen dieser Näherung lässt sich der Volumenausdehnungskoeffizient gemäß Gl. (3) wie folgt berechnen:

$$\gamma / \text{°C}^{-1} = -\frac{2 \cdot a \cdot (\vartheta / \text{°C}) + b}{a \cdot (\vartheta / \text{°C})^2 + b \cdot (\vartheta / \text{°C}) + c} = -\frac{2 \cdot a \cdot (\vartheta / \text{°C}) + b}{\rho^{\text{Fit}} / \text{kg m}^{-3}}. \quad (8)$$

Wird die Reihenentwicklung (6) bereits nach dem 2. Glied abgebrochen, ergibt sich

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot [1 - \gamma \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)], \quad (9)$$

$$\gamma = -\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}. \quad (10)$$

Gl. (10) ist eine in der Praxis häufig angewandte Näherung der exakten Definitionsgl. (3). Sie gilt umso besser, je kleiner das Temperaturintervall ist und je kleiner die Dichteänderung im Vergleich zur Ausgangsdichte (d. h., je kleiner die relative Dichteänderung) ist. Der Differentialquotient ist dabei formal durch einen Differenzenquotienten ersetzt worden.

Volumenmessgeräte werden in der Regel mit Reinstwasser bei 20 °C gravimetrisch kalibriert. Auf „In“ justierte Volumenmessgeräte (z. B. Messkolben oder Pyknometer) werden zunächst leer gewogen. Anschließend werden sie mit der Prüfflüssigkeit befüllt (also auf die gewünschte Messmarke eingestellt) und erneut gewogen. Aus der um den statischen Auftrieb korrigierten scheinbaren Masse der Prüfflüssigkeit kann dann bei bekannter Dichte der Prüfflüssigkeit (bei 20 °C) nach Gl. (1) das Kalibriervolumen des Volumenmessgerätes errechnet werden. Da die Wägung im Medium Luft erfolgt, erfährt jedes Wägegut eine der Gewichtskraft entgegen gerichtete Auftriebskraft, die gleich dem Gewicht der vom Wägegut verdrängten Luft ist (Gesetz des *Archimedes*). Das von Luft umgebene Wägegut ist also stets leichter als im Vakuum.

Wenn – wie im vorliegenden Versuch – nach Gl. (1) die Dichte von Wasser bei bekanntem Volumen eines Volumenmessgerätes gravimetrisch mit einer Messunsicherheit von höchstens 0,005 % bestimmt werden soll, muss ebenfalls eine Korrektur des angezeigten Wägeergebnisses erfolgen. Die aus der Kräftebilanz folgende Gleichgewichtsbedingung für den Wägevorgang in Luft lautet

$$m_s \cdot \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_W}\right) = m \cdot \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho}\right). \quad (11)$$

Dabei ist m_s die scheinbare Masse des Wassers, also das von der Waage angezeigte Nettoergebnis der Wägung. m ist die reale Masse des Wassers, die man im Vakuum messen würde. ρ , ρ_L und ρ_W sind die Dichten des Wassers, der Umgebungsluft bzw. der Justiergewichte der Waage. Letztere bestehen in der Regel aus Messing mit einer Dichte von 8000 kg m⁻³. Gl. (11) zeigt, dass der Auftriebsfehler der Wägung gleich null wäre, wenn das Wägegut (hier Wasser) exakt die gleiche Dichte wie die Justiergewichte der Waage hätte.

Unter normalen atmosphärischen Bedingungen genügt es, eine mittlere Luftdichte von 1,2 kg m⁻³ anzunehmen. Anderenfalls ist die Luftdichte nach der Beziehung

$$\rho_L / \text{kg m}^{-3} = \frac{0,348444 \cdot p / \text{hPa} - (0,00252 \cdot \vartheta / ^\circ\text{C} - 0,020582) \cdot f_{\text{rel}} / \%}{273,15 + \vartheta / ^\circ\text{C}} \quad (12)$$

zu berechnen, wobei p der Luftdruck, f_{rel} die relative Luftfeuchtigkeit und ϑ die Lufttemperatur ist (feuchte/heiße/Tiefdruck-Luft ist leichter als trockene/kühle/Hochdruck-Luft).

Aus den Gln. (1) und (11) folgt schließlich für die Dichte des Wassers

$$\rho = \frac{m_s}{V} \cdot \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_W}\right) + \rho_L. \quad (13)$$

Wird die Dichte bei einer Temperatur ϑ bestimmt, die sich von der Justiertemperatur (in der Regel 20 °C) des verwendeten Volumenmessgerätes unterscheidet, ist in Gl. (13) das gemäß

$$V = V_{20} \cdot [1 + \gamma_G \cdot (\vartheta - 20 ^\circ\text{C})] \quad (14)$$

korrigierte Volumen V des Volumenmessgerätes einzusetzen. Dabei ist V_{20} das Justier-
volumen bei 20 °C und γ_G der (annähernd temperaturunabhängige) Volumenausdehnungs-
koeffizient des Glases des Volumenmessgerätes. Für das üblicherweise verwendete Boro-
silikatglas 3.3 (Duran®) beträgt dieser $9,9 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Die Näherungsgl. (14) ergibt sich
übrigens auf analoge Weise aus Gl. (2), wie zuvor Gl. (9) aus Gl. (3) abgeleitet worden ist.

Experimentelles

Die Dichten werden durch Auswiegen definierter Flüssigkeitsvolumina mit Hilfe von *Pyknometern* bestimmt, die vom Hersteller individuell bei 20 °C (Justiertemperatur *JT*) auf 1 µL genau justiert worden sind (Abb. 1). Auf den Pyknometerkölbchen *P* ist das Justier-
volumen *JV* inklusive Kapillarbohrung *K* des Schliffstopfens *S* angegeben. Mit Pyknometern
vom *Gay-Lussac*-Typ mit einem Nennvolumen von 10 mL und einer 2σ -Messunsicherheit
des Volumens von 0,5 µL können Dichten nichtflüchtiger, niedrigviskoser Flüssigkeiten mit
einer absoluten Messunsicherheit von 0,05 kg m⁻³ (entsprechend einer relativen Messunsicher-
heit von 0,005 % im Fall von Wasser) bestimmt werden.

Für den vorliegenden Versuch werden 9 absolut saubere und trockene Pyknometer in einem
Exsikkator aufbewahrt. Jede der 3 Praktikumsgruppen benutzt für die folgenden Messungen
jeweils 3 Pyknometer. Ca. 15 min vor der Wägung werden die Pyknometer entnommen, offen
equilibriert und schließlich mit Schliffstopfen auf der Analysenwaage (mit einer Auflösung
der Anzeige von 0,1 mg) gewogen (Tarawägungen). Achten Sie bitte darauf, dass die eingra-
vierte Nummer *NS* am Stopfen jeweils mit der Nummer *NP* am Pyknometerkölbchen
übereinstimmt! Vermeiden Sie jegliche direkte Berührung mit der Hand; benutzen Sie stets
Baumwollhandschuhe und eine Pinzette!

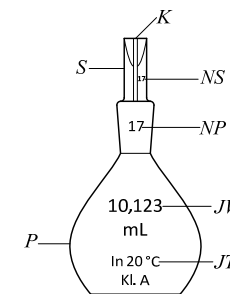


Abb. 1: Pyknometer vom *Gay-Lussac*-Typ

Die Pyknometer werden mittels Tropfpipetten blasenfrei bis zu einem Drittel der Höhe der Schliffhülse (nicht bis zum oberen Pyknometerrand!) mit deionisiertem Wasser gefüllt. Dann werden die Stopfen vorsichtig eingesetzt, so dass Flüssigkeit durch die Kapillarbohrung austritt und keine Luftblase im Pyknometer verbleibt. Die Außenfläche des Pyknometers ist mit Zellstoff-Labortüchern sorgfältig trockenzuwischen. Die gefüllten Pyknometer (mit überstehender Flüssigkeit auf dem Schliffstopfen) werden mindestens 15 min in einem im Wasserbad des Thermostaten befestigten Metalleinsatz (Lufttemperierung) auf die vom Assistenten vorgegebene Solltemperatur temperiert. Austretende Wassertropfen werden vorsichtig mit einem Labortuch abgestrichen (keinesfalls Wasser aus der Kapillare saugen!), so dass die Flüssigkeit exakt mit der Oberkante der Kapillare abschließt. Anschließend werden die gefüllten Pyknometer gewogen (Bruttowägung). Die Pyknometer sollten im Idealfall auf Raumtemperatur abgekühlt sein, damit es nicht zu Driftphänomenen beim Wägen kommt. Die Differenz der Brutto- zur Tarawägung ergibt die scheinbare Masse des Wassers. Anschließend wird die Solltemperatur des Thermostaten um 4 °C erhöht und die beschriebene Prozedur wiederholt.

Die Raumtemperatur, der Luftdruck und die relative Luftfeuchtigkeit sind am bereitgestellten Thermometer, Barometer bzw. Hygrometer abzulesen und zu notieren.

Aufgaben

1. Eine Zweier-Praktikumsgruppe führt die Experimente bei ca. 20 °C und 24 °C, eine andere bei ca. 28 °C und 32 °C und die dritte bei ca. 36 °C und 40 °C durch. Die experimentellen Daten aller drei Gruppen werden gemeinsam verwendet.
2. Die Dichte von Wasser wird für die einzelnen Messtemperaturen mittels Gl. (13) berechnet. Die erforderlichen Werte für die Luftdichte und für das Volumen des Pyknometers bei der Messtemperatur werden mit Hilfe der Gln. (12) bzw. (14) ermittelt. Die bei der gleichen Temperatur berechneten Dichten sind schließlich zu mitteln.
3. Für die 6 Messwertpaare (Temperatur ϑ , gemittelte Dichte $\bar{\rho}$) sind durch quadratische Regression die optimalen (dimensionslosen) Parameter a , b und c der Gl. (7) zu bestimmen, so dass die Summe der Fehlerquadrate (Quadrate der Abweichungen zwischen experimentellen und mittels Regressionsgleichung berechneten Dichten) minimiert wird.
4. Berechnen Sie für die 6 Messtemperaturen mit Hilfe von Gl. (7) mit den optimalen Parametern a , b und c die Punkte der Ausgleichsparabel ($\vartheta|\rho^{\text{Fit}}$). Geben Sie die Abweichungen $\Delta\rho^{\text{Fit}} = \bar{\rho} - \rho^{\text{Fit}}$ an und prüfen Sie, ob die Werte kleiner als die postulierte Messunsicherheit von $0,05 \text{ kg m}^{-3}$ sind.
5. Vergleichen Sie die gemittelten Dichten auch mit den unten tabellierten Literaturwerten der Dichte von Wasser, das nicht entlüftet worden ist. Bestimmen Sie die Abweichungen $\Delta\rho^{\text{Lit}} = \bar{\rho} - \rho^{\text{Lit}}$ und prüfen Sie, ob die Werte kleiner als die postulierte Messunsicherheit sind.
6. Die experimentellen Werte der gemittelten Dichte von Wasser sind in Abhängigkeit von der Temperatur graphisch darzustellen (sie müssen als Messpunkte deutlich hervorgehoben werden). Zusätzlich sind die in Aufgabe 4 ermittelten 6 Punkte der Ausgleichsparabel als Hilfspunkte einzuzichnen. Durch die Hilfspunkte wird für das Messintervall (20 °C, 40 °C) schließlich die Ausgleichsparabel (also eine Kurve) gezeichnet.
7. Es ist mit Hilfe von Gl. (8) der Volumenausdehnungskoeffizient γ für alle Messtemperaturen zu berechnen.
8. Geben Sie an, wie sich der Volumenausdehnungskoeffizient von Wasser mit der Temperatur im Messintervall (20 °C, 40 °C) ändert. Ist dieser Zusammenhang auch für das Intervall (0 °C, 40 °C) gültig?

Tabelle 1: Dichte von luftgesättigtem Wasser in kg m^{-3} bei Temperaturen um 20 °C, 24 °C, 28 °C, 32 °C, 36 °C und 40 °C (jeweils $\pm 0,2$ °C)

$\vartheta/\text{°C}$	-0,2	-0,1	± 0	+0,1	+0,2
20	998,245	998,225	998,204	998,184	998,163
24	997,346	997,321	997,297	997,272	997,247
28	996,290	996,262	996,234	996,205	996,177
32	995,090	995,058	995,026	994,994	994,962
36	993,754	993,719	993,684	993,649	993,613
40	992,291	992,253	992,215	992,177	992,138

Versuchsvorbereitung

Dichte; Anomalie des Wassers; thermischer linearer und räumlicher Ausdehnungskoeffizient; Masse; Gewicht; Auftrieb; Prinzip des *Archimedes*; feuchte Luft als Gasmischung

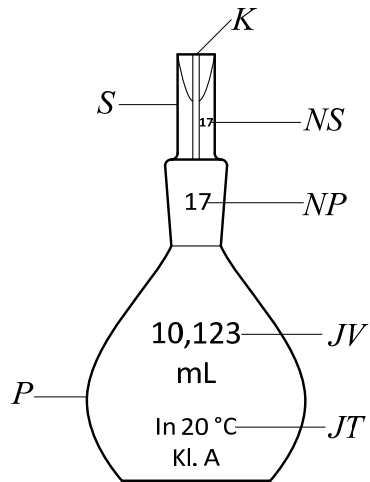
Physikalisch-Chemisches Grundpraktikum für Pharmazeuten***Versuchsprotokoll P10 – Temperaturabhängigkeit der Dichte***Versuchsdatum: 01.10.2019Versuchsziel:

Die Dichte und der thermische Volumenausdehnungskoeffizient von Wasser sollen im Temperaturintervall von 20 °C bis 40 °C bestimmt werden. Dabei wird eine Messunsicherheit der Dichte angestrebt, die 0,05 kg m⁻³ nicht überschreitet.

Messprinzip:

Die Bestimmung der Dichte des Wassers erfolgt gravimetrisch mittels volumenjustierter Pyknometer. Die auf das Wägegut und die Justiergewichte der Waage wirkenden Auftriebskräfte im Medium Luft können bei bekannter Dichte der Umgebungsluft und der Justiergewichte adäquat berücksichtigt werden, sodass die durch Wägung eines leeren und befüllten Pyknometers ermittelte scheinbare Masse des Wassers in die wahre (Vakuum-) Masse umgerechnet werden kann. Das Justiervolumen des Pyknometers gilt streng nur für die Justiertemperatur von 20 °C. Mittels des bekannten thermischen Volumenausdehnungskoeffizienten des Laborglases wird das exakte Innenvolumen bei der jeweiligen Messtemperatur berechnet. Die Dichte des Wassers ergibt sich als Quotient aus der wahren Masse des Wassers und dem Innenvolumen des Pyknometers. Der thermische Volumenausdehnungskoeffizient des Wassers kann schließlich bei bekannter funktioneller Abhängigkeit der Dichte von der Temperatur durch Differenzieren der Funktion bestimmt werden.

Skizze des Versuchsaufbaus (Beschriften Sie!):



P: Pyknometerkölbchen

S: Schliffstopfen

K: Kapillarbohrung

JT: Justiertemperatur

JV: Justiervolumen

NP: Nr. des Pyknometers

NS: Nr. des Schliffstopfens

Auswerteformeln (Sie benötigen womöglich nicht alle freien Felder):

$$\rho = \frac{m_s}{V} \cdot \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_W}\right) + \rho_L \quad (1)$$

$$\rho_L / \text{kg m}^{-3} = \frac{0,348444 \cdot p / \text{hPa} - (0,00252 \cdot \vartheta / ^\circ\text{C} - 0,020582) \cdot f_{\text{rel}} / \%}{273,15 + \vartheta / ^\circ\text{C}} \quad (2)$$

$$m_s = m_{\text{Brutto}} - m_{\text{Tara}} \quad (3)$$

$$V = V_{20} \cdot [1 + \gamma_G \cdot (\vartheta - 20 ^\circ\text{C})] \quad (4)$$

$$\rho^{\text{Fit}} / \text{kg m}^{-3} = a \cdot (\vartheta / ^\circ\text{C})^2 + b \cdot (\vartheta / ^\circ\text{C}) + c \quad (5)$$

$$\gamma / ^\circ\text{C}^{-1} = - \frac{2 \cdot a \cdot (\vartheta / ^\circ\text{C}) + b}{\rho^{\text{Fit}} / \text{kg m}^{-3}} \quad (6)$$

(7)

(8)

Benennen Sie die auftretenden Größen und versehen Sie sie mit der jeweiligen Maßeinheit:

ϑ : Messtemperatur [$^\circ\text{C}$]

p : Luftdruck [hPa]

f_{rel} : relative Luftfeuchte [%]

ρ : Dichte des Wassers bei der Messtemperatur [kg m^{-3}]

ρ^{Fit} : angepasste Wasser-Dichte bei der Messtemperatur [kg m^{-3}]

ρ_L : Dichte der Umgebungsluft [kg m^{-3}]

ρ_W : Dichte der Justiergewichte [kg m^{-3}]

m_s : scheinbare Masse [g]

m_{Brutto} : Bruttomasse des gefüllten Pyknometers [g]

m_{Tara} : Taramasse des leeren Pyknometers [g]

V : Volumen des Pyknometers bei der Messtemperatur [cm^3]

V_{20} : Volumen des Pyknometers bei 20 $^\circ\text{C}$ [cm^3]

γ : Volumenausdehnungskoeffizient des Wassers bei der Messtemperatur [$^\circ\text{C}^{-1}$]

γ_G : Volumenausdehnungskoeffizient des Glases [$^\circ\text{C}^{-1}$]

a, b, c : dimensionslose Parameter der Ausgleichsparabel

Messdaten und Auswertung:Raumtemperatur: (21,3±0,5) °C relative Luftfeuchte: $f_{\text{rel}} = \underline{(28±2)\%}$ Luftdruck: $p = \underline{(988±1) \text{ hPa}}$ 1. Messtemperatur: $\vartheta = \underline{35,9 \text{ °C}}$

V_{20}/cm^3	V/cm^3	m_{Tara}/g	$m_{\text{Brutto}}/\text{g}$	m_s/g	$\rho/\text{kg m}^{-3}$	$\bar{\rho}/\text{kg m}^{-3}$
9,885	9,887	17,0254	26,8398	9,8144	993,681	993,742
10,402	10,404	17,2220	27,5501	10,3281	993,729	
10,199	10,201	16,9130	27,0404	10,1274	993,810	

2. Messtemperatur: $\vartheta = \underline{39,9 \text{ °C}}$

V_{20}/cm^3	V/cm^3	m_{Tara}/g	$m_{\text{Brutto}}/\text{g}$	m_s/g	$\rho/\text{kg m}^{-3}$	$\bar{\rho}/\text{kg m}^{-3}$
9,885	9,887	17,0254	26,8252	9,7998	992,202	992,201
10,402	10,404	17,2220	27,5357	10,3137	992,341	
10,199	10,201	16,9130	27,0226	10,1096	992,057	

Exemplarische Berechnung von V für das 1. Pyknometer bei $\vartheta = \underline{39,9 \text{ °C}}$ mittels Gl. 4 :

$$V = 9,885 \text{ cm}^3 \cdot [1 + 9,9 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1} \cdot (39,9 \text{ °C} - 20 \text{ °C})] = 9,887 \text{ cm}^3$$

Exempl. Berechnung von m_s für das 1. Pyknometer bei $\vartheta = \underline{39,9 \text{ °C}}$ mittels Gl. 3 :

$$m_s = 26,8252 \text{ g} - 17,0254 \text{ g} = 9,7998 \text{ g}$$

Exemplarische Berechnung von ρ_L bei Umgebungsbedingungen mittels Gl. 2 :

$$\rho_L = \frac{0,348444 \cdot 988 - (0,00252 \cdot 21,3 - 0,020582) \cdot 28}{273,15 + 21,3} \text{ kg m}^{-3} = 1,166 \text{ kg m}^{-3}$$

Exemplarische Berechnung von ρ für das 1. Pyknometer bei $\vartheta = \underline{39,9 \text{ °C}}$ mittels Gl. 1 :

$$\rho = \frac{9,7998 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{9,887 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} \cdot \left(1 - \frac{1,166 \text{ kg m}^{-3}}{8000 \text{ kg m}^{-3}}\right) + 1,166 \text{ kg m}^{-3} = 992,202 \text{ kg m}^{-3}$$

Vergleich experimenteller, Fit- und Literatur-Dichtedaten für alle 6 Messtemperaturen:

$\vartheta/^\circ\text{C}$	$\bar{\rho}/\text{kg m}^{-3}$	$\bar{\rho}^{\text{Fit}}/\text{kg m}^{-3}$	$\rho^{\text{Lit}}/\text{kg m}^{-3}$	$\Delta\rho^{\text{Fit}}/\text{kg m}^{-3}$	$\Delta\rho^{\text{Lit}}/\text{kg m}^{-3}$
20,0	998,232	998,225	998,204	+0,007	+0,028
24,0	997,309	997,299	997,297	+0,010	+0,012
28,0	996,181	996,231	996,234	-0,050	-0,053
32,0	995,043	995,022	995,026	+0,021	+0,017
35,9	993,742	993,709	993,719	+0,033	+0,023
39,9	992,201	992,222	992,253	-0,021	-0,052

Parameter der Ausgleichsparabel (Gl. 5) für $\bar{\rho} = f(\vartheta)$:

$$a = \underline{-0,0043986} \quad b = \underline{-0,03819635} \quad c = \underline{1000,7488}$$

Exemplarische Berechnung von $\bar{\rho}^{\text{Fit}}$ bei $\vartheta = \underline{39,9^\circ\text{C}}$ mittels Gl. 5:

$$\bar{\rho}^{\text{Fit}} = (-0,0043986 \cdot 39,9^2 - 0,03819635 \cdot 39,9 + 1000,7488) \text{ kg m}^{-3} = 992,222 \text{ kg m}^{-3}$$

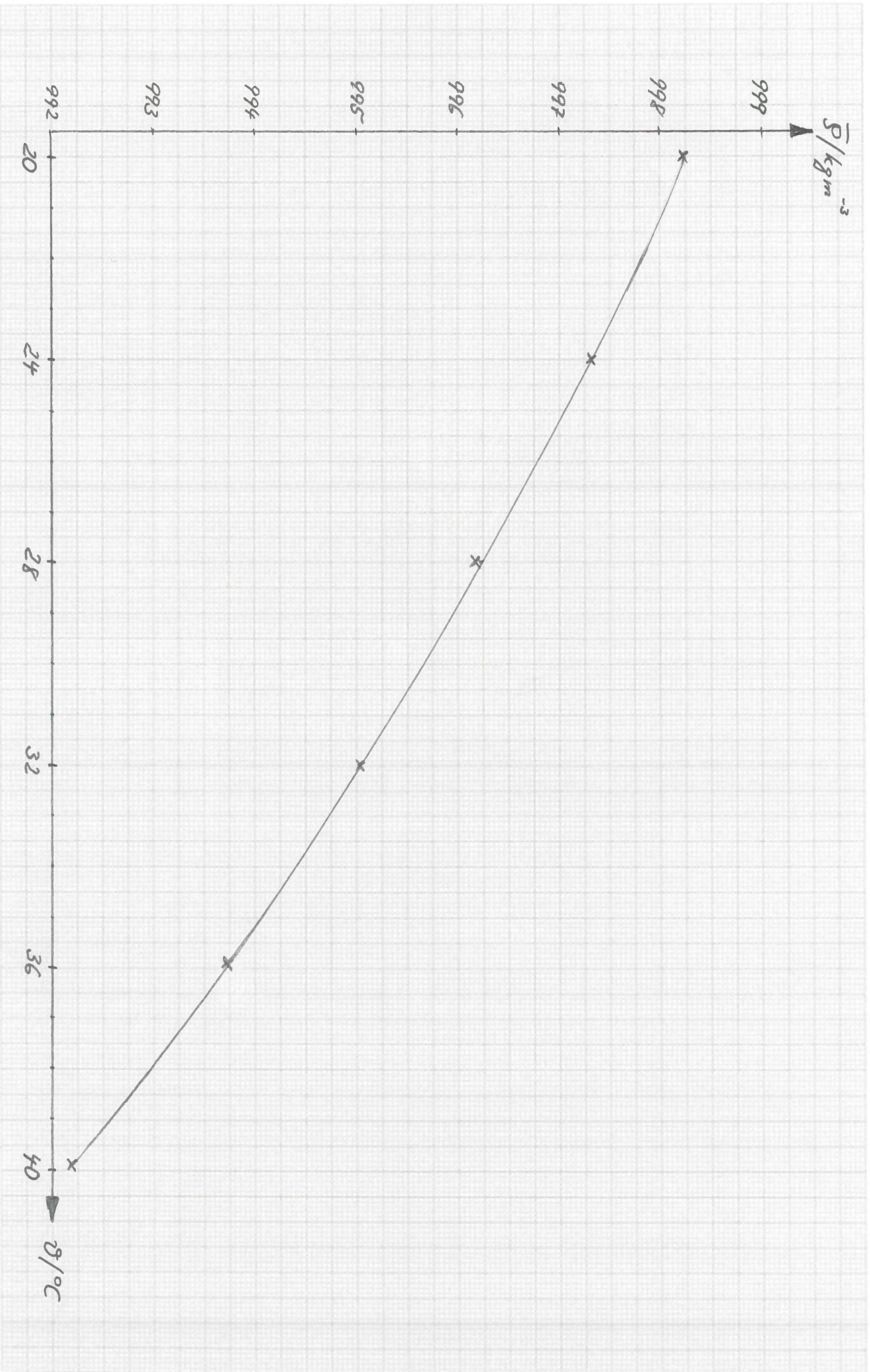
Berechnung des Volumenausdehnungskoeffizienten:

$\vartheta/^\circ\text{C}$	$10^4 \cdot \gamma/^\circ\text{C}^{-1}$
20,0	2,15
24,0	2,50
28,0	2,86
32,0	3,21
35,9	3,56
39,9	3,92

Exemplarische Berechnung von γ bei $\vartheta = \underline{39,9^\circ\text{C}}$ mittels Gl. 6:

$$\gamma = -\frac{2 \cdot (-0,0043986) \cdot 39,9 - 0,03819635}{992,222} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} = 3,92 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Auftragung $\bar{\rho} = f(\vartheta)$:



Diskussion der Endergebnisse mit kurzer Fehlerbetrachtung:

Temperaturabhängigkeit der Dichte:

Die Dichte des Wassers nimmt im untersuchten Temperaturintervall von 20 °C bis 40 °C mit steigender Temperatur ab. Die Abnahme der Dichte erfolgt nicht linear, sondern lässt sich sehr gut durch eine Parabel beschreiben. Die Abweichungen zwischen den experimentellen gemittelten Dichten und den gefitteten Dichten sind stets kleiner oder gleich $0,05 \text{ kg m}^{-3}$. Auch die Abweichungen zwischen den experimentellen gemittelten Dichten und den Literaturwerten überschreiten nur unwesentlich die postulierte Messunsicherheit.

Temperaturabhängigkeit des Volumenausdehnungskoeffizienten (Aufgabe 8):

Der Volumenausdehnungskoeffizient des Wassers ist positiv und nimmt im untersuchten Temperaturintervall mit steigender Temperatur signifikant zu. Am Dichtemaximum von Wasser bei 4 °C muss der Ausdehnungskoeffizient definitionsgemäß null betragen. Unterhalb von 4 °C ist der Ausdehnungskoeffizient wegen der Dichteanomalie des Wassers negativ.

Fehlerdiskussion (Beschreiben Sie hierbei auch, falls möglich, in welche Richtung sich die vermuteten Fehler auf das Endergebnis auswirken! Nutzen Sie gegebenenfalls auch die Rückseite.):

Es sind keine systematischen Abweichungen zwischen den experimentellen Dichten und den Literaturwerten zu verzeichnen. Die beobachteten Schwankungen des Luftdrucks, der Luftfeuchtigkeit sowie der Raumtemperatur sind offenbar im Rahmen der angestrebten Messunsicherheit vernachlässigbar. Da Wasser nicht besonders flüchtig ist, wirkt sich die Verdunstung zwischen Einstell- und Wägezeitpunkt auch bei 40 °C noch nicht signifikant aus. Luftbläschen im Pyknometer, die die experimentelle Dichte des Wassers herabsetzen würden, konnten stets vermieden werden. Flüssigkeitsreste und/oder Fettspuren auf der Außenoberfläche des Pyknometers, die die experimentelle Dichte des Wassers erhöhen würden, konnten durch sorgfältiges Trockentupfen und konsequente Benutzung einer Pinzette ausgeschlossen werden. Bei deutlich höheren Temperaturen als Raumtemperatur musste erwartungsgemäß relativ lange gewartet werden, bis die Bruttowägung erfolgen konnte, da die Anzeige der Waage zunächst deutlich driftete.