Scheinklausur im Fach

Grundlagen der Theoretischen Informatik

2. März 2011, 10:45 - 12:15 Uhr

Name, Vorname: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Anzahl Doppelbögen: ______________________________

Bearbeitungszeit:	90 Min.
Zugelassene Hilfsmittel:	Keine!
Gesamtzahl Aufgaben:	8
Gesamtpunktzahl:	66

Bitte jeden beschriebenen Doppelbogen mit Matrikelnummer und Namen beschriften! Viel Erfolg!

1	2	3	4	5	6	7	8

Aufgabe 1 (4 PUNKTE)
Wie lautet der Satz von Rice?

Aufgabe 2 (12 PUNKTE)

(a) Ist die Sprache $\{\langle M\rangle \mid M$ ist eine Turing-Maschine und $L(M)$ ist NP-vollständig$\}$ entscheidbar? (ohne Beweis)

(b) Ist die Sprache $\{\langle M\rangle \mid$ Turing-Maschine M macht bei jeder Eingabe mindestens 11 Berechnungsschritte$\}$ entscheidbar? (ohne Beweis)

(c) Sei L_{reg} eine reguläre Sprache. Ist folgendes Problem entscheidbar?
Gegeben eine Turing-Machine M, gilt $L(M) = L_{\text{reg}}$? (ohne Beweis)

(d) Ist folgendes Problem entscheidbar?
Gegeben eine Grammatik G, ist $L(G)$ eine reguläre Sprache? (ohne Beweis)

(e) Ist folgendes Problem entscheidbar?
Gegeben kontextfreie Grammatiken G_1 und G_2, gilt $L(G_1) = L(G_2)$? (ohne Beweis)

(f) Ist folgendes Problem entscheidbar?
Gegeben kontextfreie Grammatiken G_1 und G_2, ist $L(G_1) \cup L(G_2)$ kontextfrei? (ohne Beweis)

Aufgabe 3 (9 PUNKTE)
Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?
1.5 Punkte für jede richtige Antwort, 0.5 Punkte Abzug für jede falsche.

wahr	falsch	
○	○	$\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NP}$.
○	○	$A \preceq_{\mathrm{P}} B$ und $B \in \mathbf{NP} \quad \Rightarrow \quad A \in \mathbf{NP}$.
○	○	Falls A und B jeweils **NP**-vollständig sind, so gilt $A \preceq_{\mathrm{P}} B$ und $B \preceq_{\mathrm{P}} A$.
○	○	Falls $A \preceq_{\mathrm{P}} B$ und $B \preceq_{\mathrm{P}} A$ gilt, so sind A und B **NP**-vollständig.
○	○	Falls $A \preceq_{\mathrm{P}} B$ gilt und A **NP**-vollständig ist, so ist B **NP**-vollständig.
○	○	A **NP**-vollständig und $A \in \mathbf{P} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P} = \mathbf{NP}$.

Aufgabe 4 (15 PUNKTE)
Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, R, S)$ eine kontextfreie Grammatik mit

$$R = \{S \to AB \mid BAB \mid Ba,\ A \to BA \mid a,\ B \to aa \mid aAB \mid b\}$$

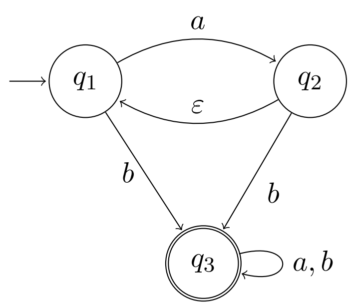
(a) Gilt $bab \in L(G)$? Begründen Sie ihre Antwort.
(b) Geben Sie einen Syntaxbaum für $aaba$ an.
(c) Ist G mehrdeutig? Begründen Sie ihre Antwort.
(d) Transformieren Sie G in eine äquivalente kontextfreie Grammatik G' in Chomsky Normalform.

Aufgabe 5 (4 PUNKTE)
Falls L eine reguläre Sprache ist, ist dann auch $\{w \mid w \in L$ und $w \in L^R\}$ regulär? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 6 (9 PUNKTE)
Welche der folgenden Behauptungen sind wahr, welche falsch (jeweils ohne Beweis!)?
1.5 Punkte für jede richtige Antwort, 0.5 Punkte Abzug für jede falsche.

wahr	falsch	
○	○	Jede Teilmenge einer kontextfreien Sprache ist rekursiv aufzählbar.
○	○	Die Sprache $\{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$ ist regulär.
○	○	Falls L regulär ist, dann ist auch $\{xy \mid x \in L,\ y \notin L\}$ regulär.
○	○	Sei G eine kontextfreie Grammatik. Dann gilt $L(G) \in$ P.
○	○	Die Sprache $\{w \in \Sigma^* \mid$ die Anzahl der Nullen in w ist durch 3 teilbar$\}$ ist nicht kontextfrei.
○	○	Die Klasse der kontextfreien Sprachen ist abgeschlossen unter Schnittbildung.

Aufgabe 7 (7 PUNKTE)
Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus dem Beweis der Äquivalenz von NEA und DEA zu dem nichtdeterministischen endlichen Automaten, der durch den folgenden Zustandsgraphen gegeben ist, einen äquivalenten deterministischen endlichen Automaten. Sie brauchen dabei nicht alle Zustände, die sich aus der Potenzmengenkonstruktion ergeben, zu konstruieren, sondern nur die vom Startzustand aus erreichbaren.



Aufgabe 8 (6 PUNKTE)
Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils einen regulären Ausdruck an.

(a) $\{w \in \Sigma^* \mid w$ ist die Binärdarstellung einer Zahl in $\mathbb{N}_0\}$
(b) $\{w \in \Sigma^* \mid$ die Anzahl der Nullen in w ist durch 3 teilbar$\}$