

# Aufprallenergie von Multicoptern

Dr.-Ing. Stefan Valentin Baumgartner

Email: [info@zirbitzkogel.at](mailto:info@zirbitzkogel.at)

03.09.2018

In diesem Dokument werden die grundlegenden Gleichungen zur Bestimmung der Aufprallenergie, der Zeit bis zum Aufprall sowie der zurückgelegten Horizontalentfernung eines Multicopters bei spontanem Auftriebsverlust hergeleitet und diskutiert.

## 1. Einleitung

Durch den Ausfall eines Antriebsmotors oder einer Luftschraube wird es bei Multicoptern mit nur 4 Antriebsmotoren, sogenannten Quadrocoptern, zu einem spontanen Verlust des Auftriebs und infolgedessen zum Absturz kommen. Quadrocopter verfügen im Allgemeinen über keine redundanten technischen Systeme, die ein sicheres Landen mit nur 3 intakten Antriebsmotoren bzw. Luftschrauben ermöglichen. Im Fehlerfall muss somit von einem unkontrollierten Aufprall ausgegangen werden.

Im Folgenden werden die grundlegenden mathematischen Gleichungen zur Berechnung der zu erwartenden Aufprallenergie, der Zeit und der maximal zurückgelegten horizontalen Strecke bis zum Aufprall hergeleitet. Darüber hinaus werden auch die maximale Flughöhe und Fluggeschwindigkeit über Grund berechnet, um eine vorgegebene Aufprallenergiegrenze, beispielsweise 79 Joule, nicht zu überschreiten.

## 2. Betrachtetes Absturz-Szenario

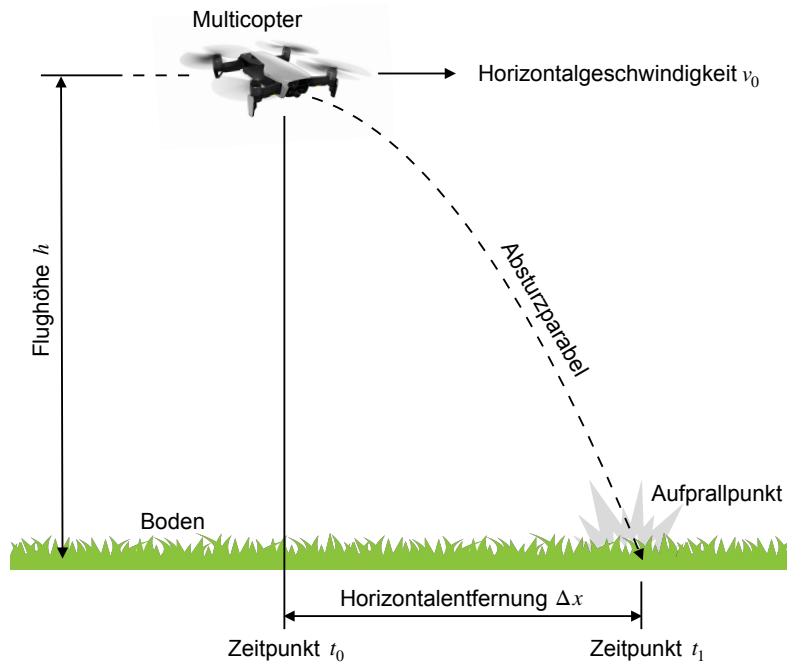
Das betrachte Absturz-Szenario ist in Abbildung 1 dargestellt. Der Multicopter befindet sich in der Höhe  $h$  über Grund und bewegt sich mit der Horizontalgeschwindigkeit  $v_0$  über Grund. Zum Zeitpunkt  $t_0$  kommt es durch einen Defekt zum spontanen Verlust der gesamten Auftriebskraft. Infolgedessen stürzt der Multicopter wie ein Stein ab und prallt zum Zeitpunkt  $t_1$  in der Horizontalentfernung  $\Delta x$  am Boden auf.

## 3. Maximale Aufprallenergie

Die Aufprallenergie des Multicopters setzt sich aus dessen potentieller Energie (resultierend aus der Flughöhe über Grund) und der kinetischen Energie (resultierend aus der Horizontalgeschwindigkeit) zusammen. Unter Vernachlässigung des Luftwiderstands und einer etwaigen Restauftriebskraft (z.B. durch die noch intakten Antriebsmotoren) ist die Aufprallenergie durch folgende Gleichung gegeben:

$$E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2,$$

wobei  $m$  die Masse des Multicopters,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  die Gravitationsfeldstärke bzw. Erdbeschleunigung,  $h$  die Höhe über Grund und  $v_0$  die Horizontalgeschwindigkeit des Multicopters über Grund ist.



**Abbildung 1:** Betrachtetes Absturz-Szenario. Zum Zeitpunkt  $t_0$  kommt es zum spontanen Auftriebsverlust, der Multicopter stürzt ab und prallt zum Zeitpunkt  $t_1$  in der Horizontalentfernung  $\Delta x$  am Boden auf.

#### 4. Maximale Flughöhe zur Einhaltung einer vorgegebenen Aufprallenergiegrenze

Die maximale Flughöhe  $h_{\max}$  als Funktion von Horizontalgeschwindigkeit  $v_0$ , Masse  $m$  des Multicopters und gewünschter bzw. vorgegebener maximaler Aufprallenergie  $E_{\max}$  erhält man durch Umformen obiger Gleichung:

$$h_{\max} = \left( E_{\max} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \right) \cdot \frac{1}{m \cdot g}.$$

In Abbildung 2 ist die maximale Flughöhe  $h_{\max}$  einer DJI Mavic Air (Masse  $m = 430$  g) dargestellt, bei der genau eine Aufprallenergie  $E_{\max}$  von 79 Joule erreicht wird. Wird die DJI Mavic Air ausschließlich im hellblau markierten Bereich unter der Kurve betrieben, so ist die Aufprallenergie stets kleiner als 79 Joule.

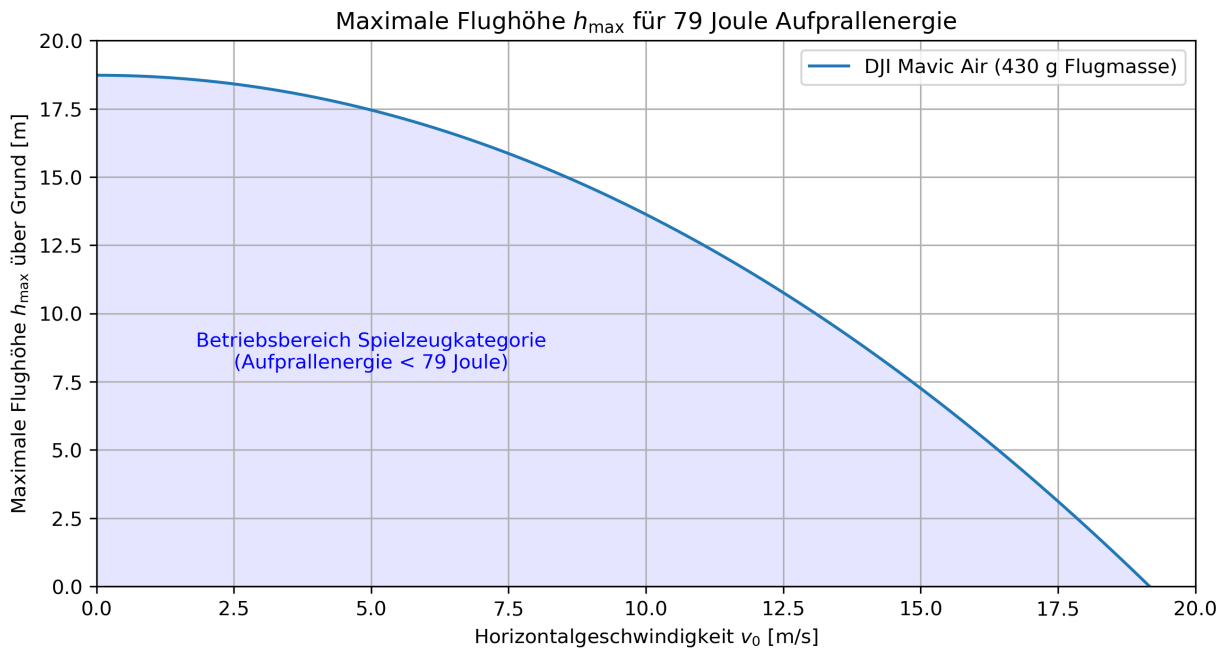
Im Schwebeflug ohne jegliche Horizontalgeschwindigkeit ( $v_0 = 0.0$  m/s) beträgt die maximale Flughöhe 18.7 m (siehe ganz links in Abbildung 2). Bei einer Horizontalgeschwindigkeit von 5.0 m/s (=18 km/h) sinkt die maximale Flughöhe auf 17.5 m, bei einer Horizontalgeschwindigkeit von 10 m/s (= 36.0 km/h) auf 13.6 m.

#### 5. Zeit bis zum Aufprall

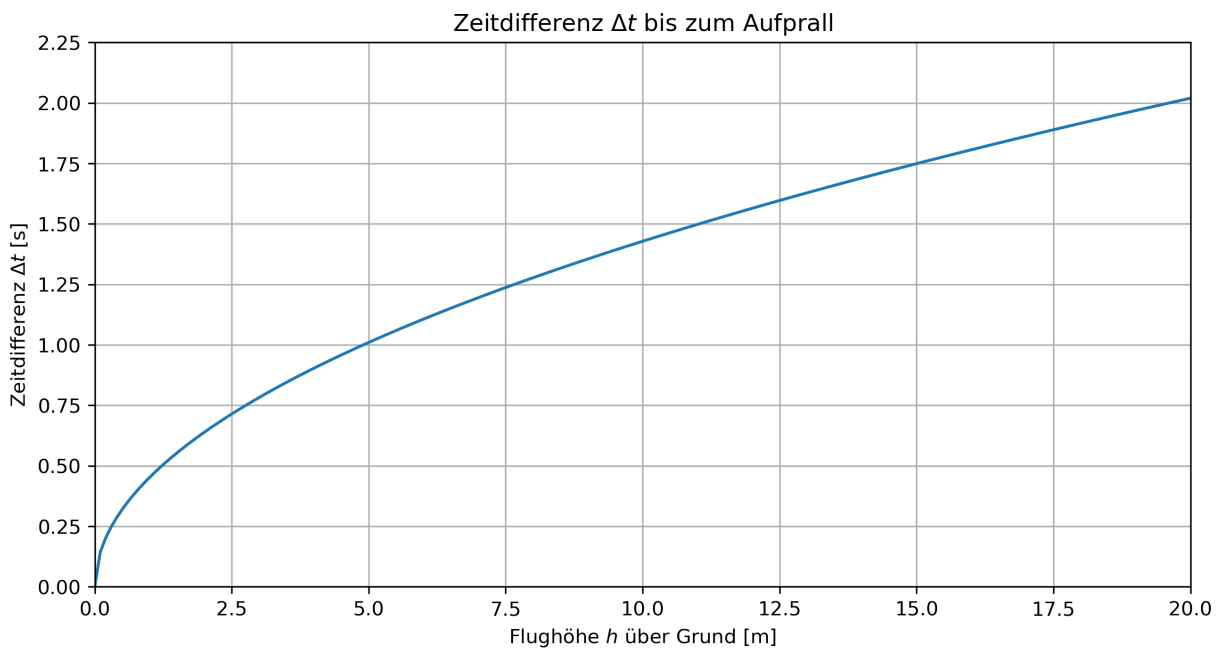
Unter Vernachlässigung des Luftwiderstands und der Annahme, dass der spontane Verlust der gesamten Auftriebskraft im Horizontalflug zum Zeitpunkt  $t_0$  passiert ist, lässt sich die Zeitdifferenz bis zum Aufprall am Boden mit der folgenden Gleichung bestimmen:

$$\Delta t = t_1 - t_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}.$$

Die Zeitdifferenz  $\Delta t$  bis zum Aufprall hängt nur von der Flughöhe  $h$  nicht jedoch von der Horizontalgeschwindigkeit  $v_0$  und auch nicht von der Masse  $m$  des Multicopters ab. In Abbildung 3 ist die Zeitdifferenz  $\Delta t$  als Funktion der Flughöhe  $h$  dargestellt.



**Abbildung 2:** Maximale Flughöhe (blaue Kurve) einer DJI Mavic Air, um eine Aufprallenergie von 79 Joule nicht zu überschreiten. Im Bereich unter der Kurve (hellblau), der mit „Betriebsbereich Spielzeugkategorie“ beschriftet ist, ist die Aufprallenergie stets kleiner als 79 Joule.



**Abbildung 3:** Zeitdifferenz bis zum Aufprall am Boden als Funktion der Flughöhe.

Aus Abbildung 3 ist klar ersichtlich, dass nach dem Eintreten eines spontanen Auftriebsverlust nur sehr wenig Zeit bis zum Aufprall des Multicopters am Boden bleibt. Diese Zeit wird keinesfalls ausreichen, um einen Gefahrenbereich erst nach Eintritt des Auftriebsverlusts zu räumen. Entsprechende Sicherheitsmaßnahmen müssen stets vor dem Flug getroffen werden und ein ausreichend großer horizontaler Sicherheitsabstand zu Personen ist einzuhalten.

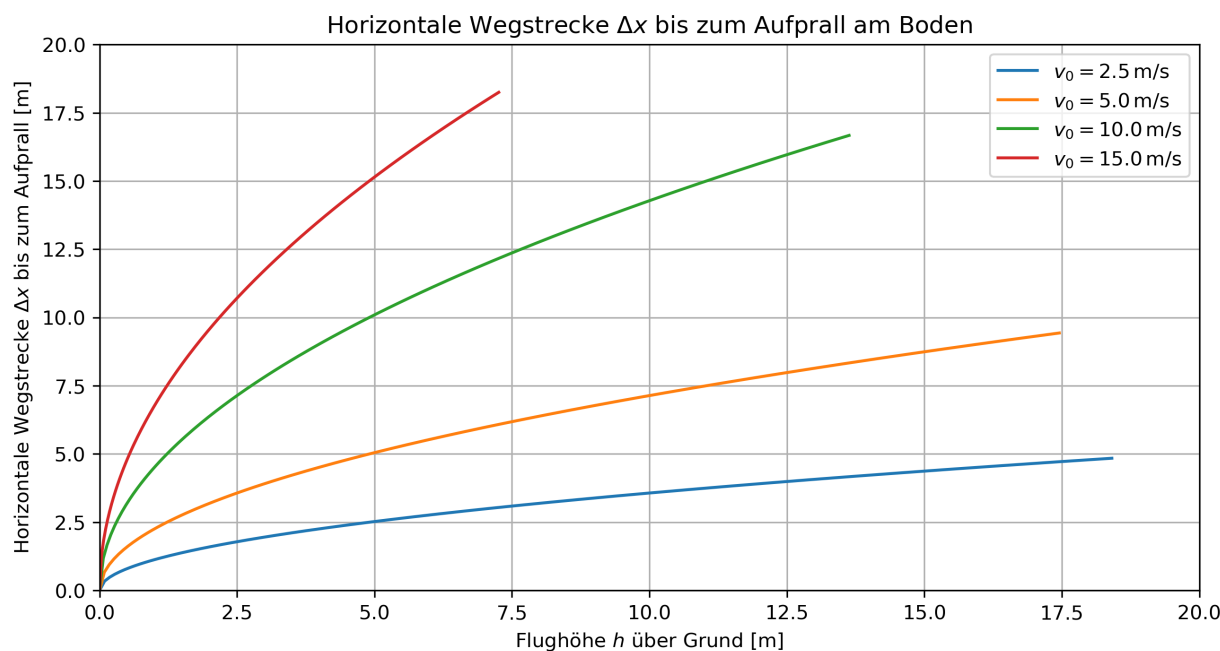
## 6. Horizontale Wegstrecke bis zum Aufprall

Nach dem Auftriebsverlust kann der Multicopter unter Vernachlässigung des Luftwiderstands maximal die folgende horizontale Strecke zurücklegen:

$$\Delta x = v_0 \cdot \Delta t = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Diese horizontale Strecke  $\Delta x$  kann auch als horizontaler Sicherheitsradius oder Sicherheitsabstand bezeichnet werden. Alles was sich außerhalb dieses Radius befindet, kann nicht mehr vom abstürzenden Multicopter getroffen werden.

Die horizontale Wegstrecke  $\Delta x$  bis zum Aufprall ist in Abbildung 4 als Funktion von Flughöhe  $h$  und Horizontalgeschwindigkeit  $v_0$  dargestellt. Je geringer die Flughöhe und die Horizontalgeschwindigkeit ist, desto geringer ist auch die horizontale Wegstrecke die der Multicopter bis zum Aufprall zurücklegen kann.



**Abbildung 4:** Horizontale Wegstrecke bis zum Aufprall am Boden als Funktion der Flughöhe und der Horizontalgeschwindigkeit  $v_0$ . Die farbigen Kurven für die unterschiedlichen Horizontalgeschwindigkeiten sind jeweils nur bis zu jener maximalen Flughöhe dargestellt, bei der eine Aufprallenergie von 79 Joule von einer DJI Mavic Air mit 430 g Flugmasse nicht überschritten wird.

## 7. Aufprallgeschwindigkeit

Anstatt die Aufprallenergie mittels potentieller und kinetischer Energie auszudrücken, wie dies in Abschnitt 3 gemacht wurde, kann die Aufprallenergie auch mit der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{aufprall}}^2$$

wobei  $v_{\text{aufprall}}$  in diesem Fall die Aufprallgeschwindigkeit, die sich vektoriell aus Vertikal- und Horizontalgeschwindigkeit zusammensetzt, ist. Durch Umformen dieser Gleichung ergibt sich für

eine vorgegebene maximale Aufprallenergie  $E_{\max}$  der folgenden Ausdruck für die maximale Aufprallgeschwindigkeit:

$$v_{\text{aufprall,max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\max}}{m}}$$

Paradox erscheint hier auf dem ersten Blick, dass die maximale Aufprallgeschwindigkeit mit größerer Masse  $m$  geringer wird. Dies lässt sich physikalisch aber dadurch begründen, dass bei einer größeren Masse des Multicopters im Vergleich zu einer kleineren Masse die Flughöhe geringer sein muss, um die vorgegebene maximale Aufprallenergie nicht zu überschreiten. Die kleinere Flughöhe führt somit zu einer kleineren Aufprallgeschwindigkeit, da der Multicopter weniger Zeit zum Beschleunigen nach unten hat.

Für eine maximale Aufprallenergie von 79 Joule und eine DJI Mavic Air mit einer Masse von 430 g beträgt die maximale Aufprallgeschwindigkeit 19.2 m/s bzw. 69 km/h. Es ist davon auszugehen, dass es zu nicht unerheblichen Verletzungen kommen kann, falls tatsächlich eine Person von einem Objekt mit 430 g Masse mit einer Geschwindigkeit von knapp 70 km/h getroffen wird.

Auch für den „Betriebsbereich Spielzeugkategorie“, bei dem die maximale Aufprallenergie 79 Joule nicht übersteigen darf, ist ausdrücklich auf einen ausreichend großen Sicherheitsabstand zu Personen zu achten, um diese im Falle eines Absturzes nicht zu gefährden.

## 8. Diskussion zur Vernachlässigung des Luftwiderstands in den bisherigen Gleichungen

Der Luftwiderstand wird im Allgemeinen bei Windstille den Multicopter in horizontaler und vertikaler Richtung abbremsen und somit die Aufprallenergie verringern. Andererseits ist der Luftwiderstand aber auch dafür verantwortlich, dass der Multicopter durch Wind beschleunigt werden kann, was wiederum zu einer Erhöhung der Aufprallenergie und der zurückgelegten horizontalen Wegstrecke bis zum Aufprall führen kann.

Der Strömungswiderstandskraft ist gegeben durch

$$F_W = c_W \cdot A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2,$$

wobei  $c_W$  der Strömungswiderstandskoeffizient,  $A$  die Bezugsfläche des Flugkörpers,  $\rho$  die Dichte des Mediums und  $v$  die Geschwindigkeit des Flugkörpers oder Mediums ist. Wenn sich der Flugkörper mit der Geschwindigkeit  $v$  in einem Medium bewegt, so wirkt die Strömungswiderstandskraft stets bremsend auf den Flugkörper ein. Ruht der Flugkörper und bewegt sich aber das Medium mit der Geschwindigkeit  $v$ , so wirkt die Strömungswiderstandskraft beschleunigend.

Im Folgenden soll der ungünstige Fall betrachtet werden, bei dem der Wind den Multicopter während des Absturzes zusätzlich beschleunigt und somit dessen Horizontalgeschwindigkeit vergrößert. Die auf den Körper einwirkenden Beschleunigung  $a$ , verursacht durch die Strömungswiderstandskraft, kann geschrieben werden als

$$a = \frac{F_W}{m} = c_W \cdot A \cdot \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \rho \cdot v^2,$$

wobei  $v$  in diesem Fall die Windgeschwindigkeit ist.

Im Falle des DJI Mavic Air beträgt die maximal erlaubte Windgeschwindigkeit für einen noch sicheren Betrieb  $v = 10.0$  m/s. Mit Berücksichtigung der Masse  $m = 430$  g, einer geschätzten maximalen Stirnfläche  $A = 0.014$  m<sup>2</sup>, einem grob geschätzten Strömungswiderstandskoeffizient

$c_w = 1.17$  (= quadratische Platte) und der Standardluftdichte  $\rho = 1.184 \text{ kg/m}^3$  erhält man für die Beschleunigung

$$a = 2.26 \text{ m/s}^2.$$

Dieser Beschleunigungswert kann als Extremwert angesehen werden, der überwiegend in horizontaler Richtung auftreten wird (bei entsprechend starken Abwinden von 10 m/s könnte die DJI Mavic Air nicht mehr betrieben werden). Durch die Beschleunigung durch den Wind vergrößert sich die Horizontalgeschwindigkeit des Multicopters um

$$\Delta v_{\text{wind}} = a \cdot t,$$

die zurückgelegte horizontale Wegstrecke um

$$\Delta x_{\text{wind}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

und die Aufprallenergie um

$$\Delta E_{\text{wind}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 + \Delta v_{\text{wind}})^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot v_0 \cdot \Delta v_{\text{wind}} + \Delta v_{\text{wind}}^2).$$

Für eine Beschleunigung von  $a = 2.26 \text{ m/s}^2$  und eine maximale Zeit von  $t = 2.0 \text{ s}$  (siehe Abbildung 3) ergeben sich somit im Extremfall ein Geschwindigkeitszuwachs von 4.52 m/s und eine Vergrößerung der horizontalen Wegstrecke bzw. des Sicherheitsradius um 4.52 m. Die Zunahme der Aufprallenergie hängt von der ursprünglichen Horizontalgeschwindigkeit  $v_0$  ab. Bei einer Masse von 430 g und  $v_0 = 0.0 \text{ m/s}$  nimmt die Aufprallenergie um 4.4 Joule zu, bei  $v_0 = 5.0 \text{ m/s}$  um 14.1 Joule und bei  $v_0 = 10.0 \text{ m/s}$  um 23.8 Joule.

Es ist zu beachten, dass es sich bei den zuvor berechneten Werten um Worst-Case- bzw. Extremwerte handelt, die prinzipiell nur bei Rückenwind auftreten können. Trifft der Wind von vorne auf den Multicopter der sich mit  $v_0 > 0.0 \text{ m/s}$  vorwärts bewegt, so wird der Multicopter abgebremst und die Aufprallenergie verringert sich.

Auf jeden Fall sollte man aber bei stärker werdenden Wind die Flughöhe und die Horizontalgeschwindigkeit über Grund signifikant verringern, um die Aufprallenergiegrenze von 79 Joule nicht zu überschreiten. Die in Abbildung 2 dargestellten Grenzen für die DJI Mavic Air für unterschiedliche Flughöhen und Geschwindigkeiten sollten bei Wind keinesfalls ausgereizt werden.