

Anhang zu:

**Statische Vergleichsbe-
rechnung von gemauerten
Gewölbebrücken zur
Validierung des Entwurfs
der neuen Nachrechnungs-
richtlinie (Mauerwerk)**

von

Frank Purtak
Florian Möbius

TragWerk Ingenieure
Döking+Purtak GmbH
Dresden

**Berichte der
Bundesanstalt für Straßenwesen**

Brücken- und Ingenieurbau Heft B 175

bast

Anhang 1: Baugrundkennwerte

Die Ermittlung von Federsteifigkeiten für Ersatzmodelle, z.B. Stabwerk ist aus Bild 43 ersichtlich.

Federsteifigkeit Endauflager

Die Federsteifigkeit kann z. B. aus dem passiven Erdwiderstand, aber auch aus der horizontalen Bettung, abgeschätzt werden.

Hier Beispielhaft über den Erdwiderstand:

$$\begin{aligned} \text{Erddruckbeiwert: } k_{ph} &= 3,0 \\ \text{Lagerhöhe: } h &= 15,50 \text{ m} \\ \text{Bodenwichte: } \gamma &= 20,0 \text{ kN/m}^3 \end{aligned}$$

Erddruck:

$$\begin{aligned} e_p &= 0,50 \cdot 3,0 \cdot 15,50 \text{ m} \cdot 20,0 \text{ kN/m}^3 \\ &= 465 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Federsteifigkeiten

- gew.: • 2 Federn
• Sicherheitsfaktor von 0,50.

$$\begin{aligned} E_{p,1} &= 0,5 \cdot 1149 \text{ kN/m} \quad (\text{Wert s. Abb. rechts}) \\ &= 575 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{p,2} &= 0,5 \cdot 2455 \text{ kN/m} \\ &= 1228 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

- gew.: • Abstand 1,00 m

$$\begin{aligned} F_{w,1} &= 575 \text{ kN/m} / 1,00 \text{ m} \\ &= 0,58 \text{ MN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{w,2} &= 1228 \text{ kN/m} / 1,00 \text{ m} \\ &= 1,23 \text{ MN} \end{aligned}$$

- gew.: • max. Steifigkeit erreicht bei $u_x = 1 \text{ mm}$
• Zugausfall

Beispielhaft Steifigkeit Feder 2 →

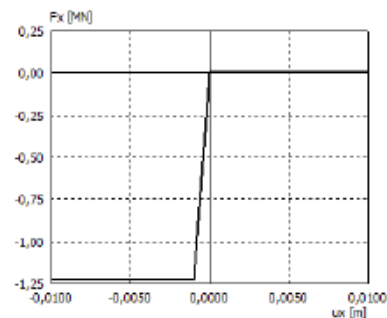
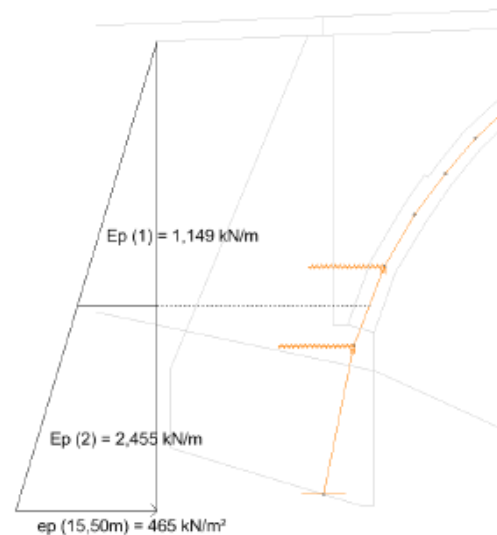


Bild 43 Beispiel Federsteifigkeiten für Ersatzmodelle [13]

Anhang 2: Einwirkungen

Die Einwirkungen ergeben sich nach den Vorgaben der DIN EN 1991-2, DIN EN 1991-1-1, DIN EN 1991-1-4 und DIN EN 1991-1-5. Sie stellen die charakteristischen Werte dar und werden in der Bemessung mit den entsprechenden Kombinations- und Teilsicherheitsbeiwerten gemäß DIN EN 1990 kombiniert.

8.1 Eigengewicht Bauwerk

Das Eigengewicht der Konstruktion wird programmintern mit der Wichte ermittelt. Diese ist gutachterlich festzustellen.

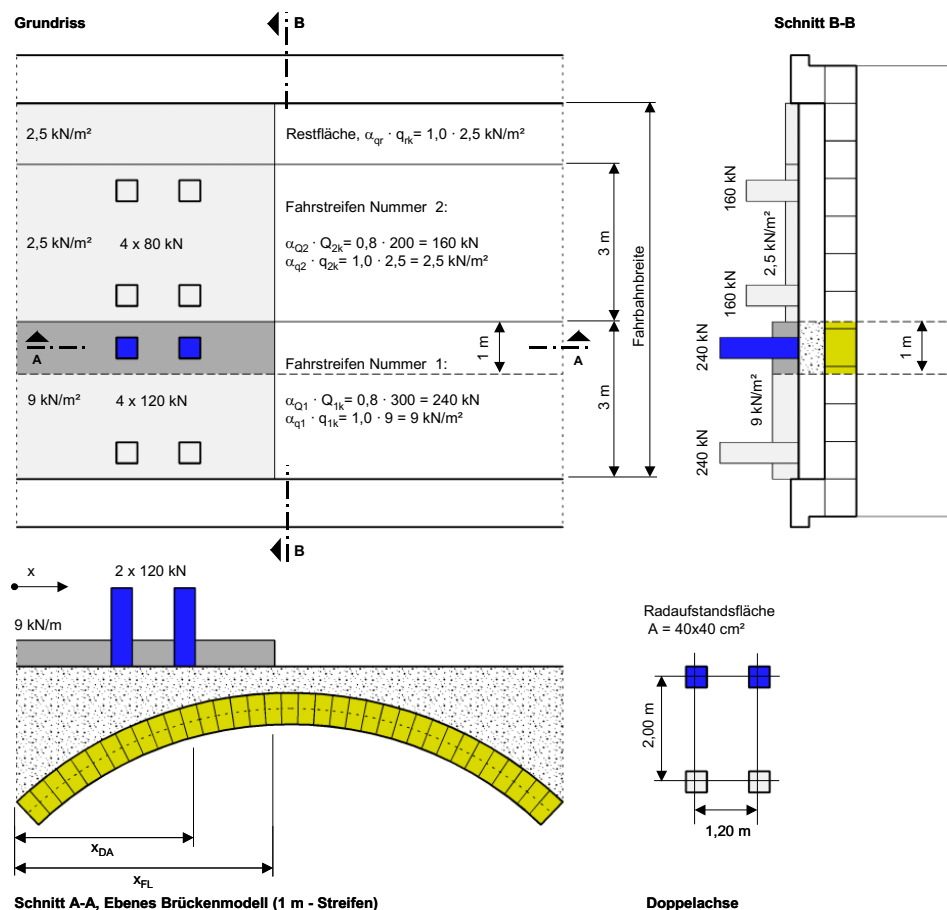
8.2 Verkehrslasten

Die charakteristischen Werte des Normlastbildes nach Eurocode 1 [14] bzw. entsprechend DIN-Fachbericht 101 [15] werden als 98%-Fraktile interpretiert. Beispielsweise entspricht für Straßenbrücken die Radlast von 120 kN dem theoretischen mittleren 50-Jahreswert. Dies entspricht zwar nicht exakt der Herleitung der Verkehrslastbilder des EC 1-2 bzw. DIN EN 1991-2 für den Brückenbau, ist aber konsistent mit den üblichen Regelungen zur Definition von Verkehrslasten als 50-Jahres-Werte, s. a. DIN 1055-100 [16]. Die Schwingbeiwerte sind für Straßenbrücken in den Lastansätzen für die Vertikallasten bereits enthalten.

Die statistischen Kennwerte für die Verkehrslasten aus Straßenverkehr lassen sich durch Extremwertverteilungen gut ausdrücken. Die Kennwerte fließen zusammen mit dem Ziel-Sicherheitsindex in die probabilistischen Berechnungen zur Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte ein.

8.2.1 Lastmodell 1 (LM1)

Für die Nachrechnung von Bestandsbrücken im Bundes-Straßennetz ist das Lastmodell 1 (LM1) anzusetzen.



Im Bereich der Radlasten ($L=0,4\text{m}$) und in den Restflächen ergibt sich folgende Streckenlast auf den 1m breiten Gewölbestreifen mit einer Querverteilung über die Spurbreite von $3,0\text{m}$:

ohne Querverteilung

mit $q = 240\text{ kN} / 2\text{-Räder} = 120\text{ kN}$

$$q = 120\text{ kN} / 0,40\text{ m} + (1,00\text{ m} - 0,40\text{ m}) \cdot 9\text{ kN/m}^2 = 305,40\text{ kN/m} \quad (L=0,4\text{m})$$

mit Querverteilung über Fahrbahnbreite von z.B. $3,0\text{ m}$

mit $q = 240\text{ kN} / 3 = 80\text{ kN}$

$$q = 80\text{ kN} / 0,40\text{ m} + ((3,0\text{ m} - 0,80\text{ m}) \cdot 9\text{ kN/m}^2) / 3,0 = 206,60\text{ kN/m} \quad (L = 0,4\text{m})$$

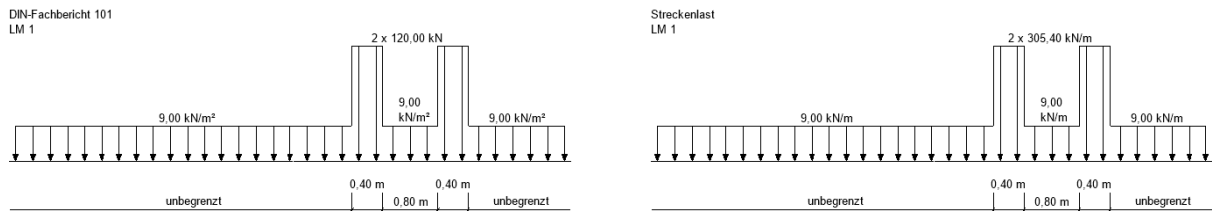


Bild 45 Lastmodell LM 1 aus Straßenverkehr , Streckenlast auf 1m-Streifen

Bild 46 zeigt die Lastaufprägung (LM1) mit gekürzter Flächenlast, so dass nur halbseitige Einwirkung auf der linken Bogenhälfte vorliegt.

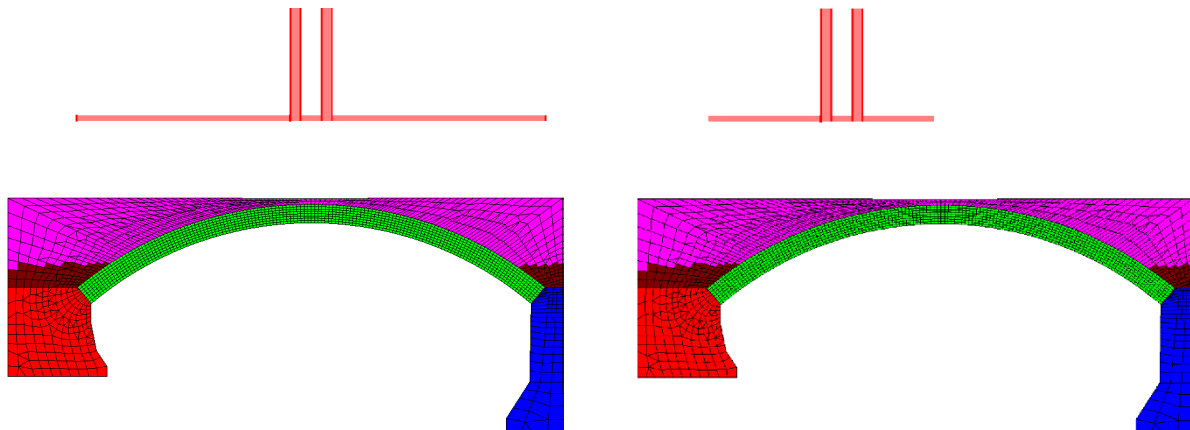


Bild 46 Lastmodell 1 (LM1) mit Laststellung Voll- bzw. Halblast

8.2.2 Weitere Lastmodelle im Straßenverkehr

Weitere Straßenverkehrslasten werden nachfolgend dargestellt (Bild 47 bis Bild 53).

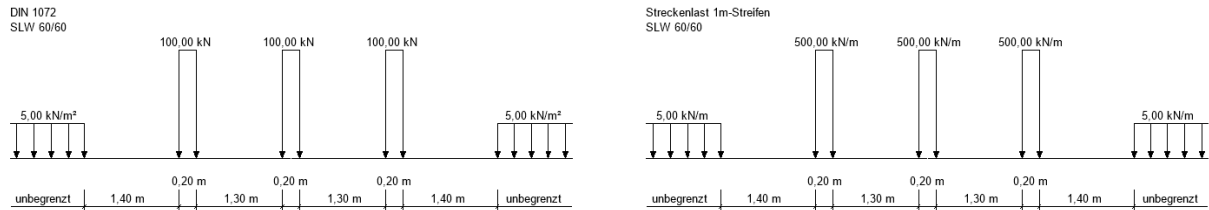


Bild 47 Lastmodell SLW 60 aus Straßenverkehr

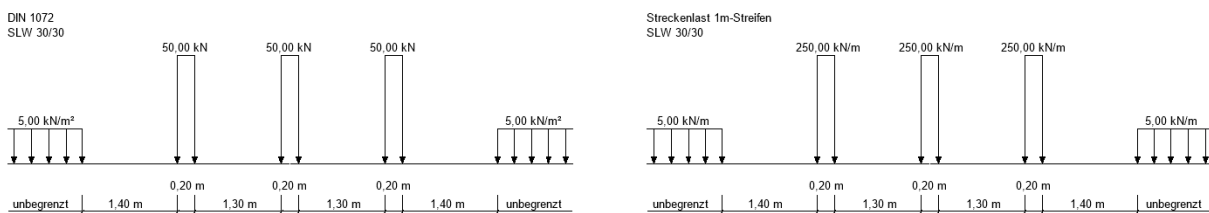


Bild 48 Lastmodell SLW 30 aus Straßenverkehr

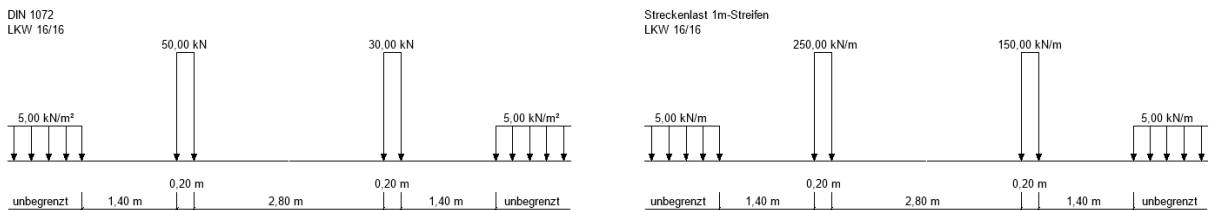


Bild 49 Lastmodell LKW 16/16 aus Straßenverkehr

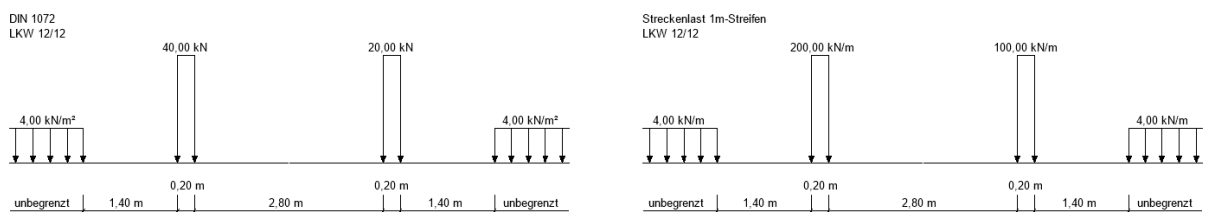


Bild 50 Lastmodell LKW 12/12 aus Straßenverkehr

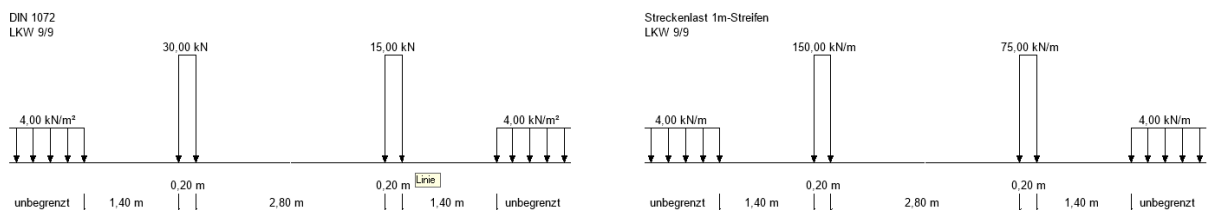


Bild 51 Lastmodell LKW 9/9 aus Straßenverkehr

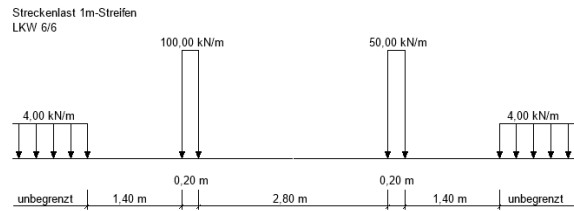
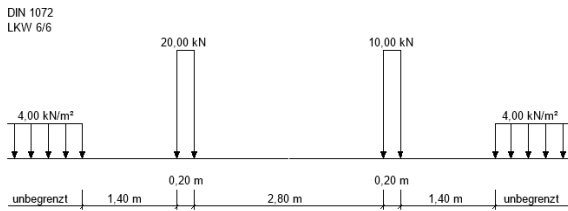


Bild 52 Lastmodell LKW 6/6 aus Straßenverkehr

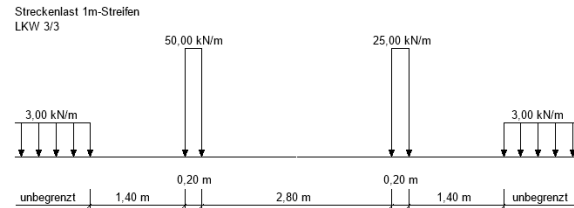
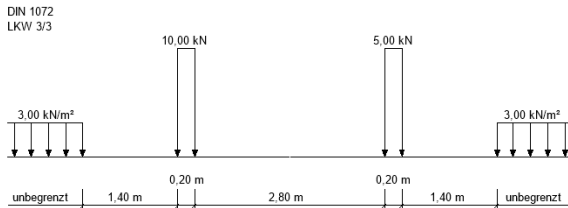


Bild 53 Lastmodell LKW 3/3 aus Straßenverkehr

8.2.3 Lasteinleitung

Die Lastaufprägung erfolgt nach der Methode von BOUSSINESQ-FRÖHLICH. Unter Verwendung der Spannungsverteilung im Halbraum ist es möglich, eine variable Tiefe zu berücksichtigen.

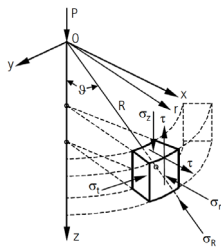


Bild 54 Spannungen im Element infolge einer Belastung der Halbraumoberfläche mit einer Punktlast [17]

Nach BOUSSINESQ erzeugt eine lotrechte Einzellast P (Bild 55) auf einen elastisch-isotropen, volumenkonstanten Halbraum mit dem Elastizitätsmodul E und der Querdehnzahl ν Radialspannungen σ_r und Tangentialspannungen σ_t aus denen sich u.a. die Vertikalspannungen σ_z bestimmen lassen. Diese Vertikalspannungen sind dabei unabhängig von E und ν . Da der Boden sich nicht linear elastisch verhält, stützt sich FRÖHLICH lediglich auf Gleichgewichtsbetrachtungen und nimmt an, dass die Spannung σ_r sich proportional zu $1/r^2$ verhält.

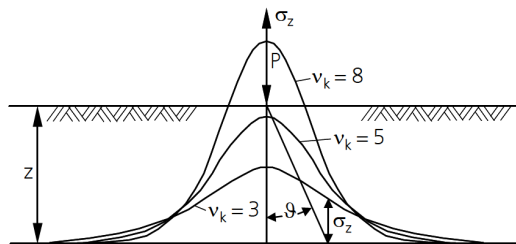


Bild 55 Lastverteilung (qualitativ) über die Auffüllung bis zur Bogenoberseite

FRÖHLICH modifizierte weiterhin die Herleitungen und führte den Konzentrationsfaktor ν_k ein, welcher die Konzentration der Spannungen um die Lastachse herum berücksichtigt. Bild 55 zeigt den Verlauf der σ_z -Spannungen in einem Horizont in der Tiefe $z = \text{const.}$ für $\nu_k = 3$, $\nu_k = 5$ und $\nu_k = 8$. Je kohäsiver das Auffüllungsmaterial ist, umso mehr werden sich die Spannungen ausbreiten. Je größer die Fähigkeit des Auffüllungsmateriales ist, Beanspruchungen über Reibung abzutragen, umso mehr

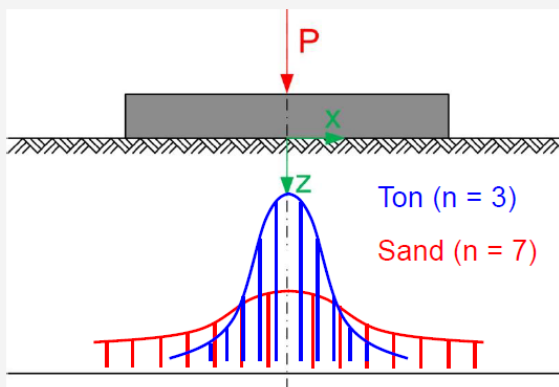
konzentrieren sich die Spannungen um die Lastachse. Mit einem großen Konzentrationsfaktor (Bild 57) liegt man daher mehr auf der sicheren Seite, da so die Lasteintragung konzentrierter erfolgt.

Erweiterte Lösung nach FRÖHLICH ($\nu=0,5$)

$$\rightarrow \text{Vertikalspannung } \sigma'_z \quad \sigma'_z = \frac{3P}{2\pi \cdot R^2} \cdot \cos^n \vartheta = \frac{3Pz^n}{2\pi \cdot R^{n+2}}$$

$$\rightarrow \text{Horizontale Spannung } \sigma'_r \quad \sigma'_r = \frac{n \cdot P}{2\pi \cdot R^2} \cdot \cos^{n-2} \vartheta \cdot \sin^2 \vartheta = \frac{n \cdot P \cdot z^{n-2} \cdot r^2}{2\pi \cdot R^{n+2}}$$

n Spannungskonzentrationsfaktor nach FRÖHLICH



In jeder Tiefe z gilt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sigma'_{z, \text{Ton}} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma'_{z, \text{Sand}} dx = P$$

(gleich große „Spannungsflächen“)

Spannungskonzentrationsfaktor n nach FRÖHLICH

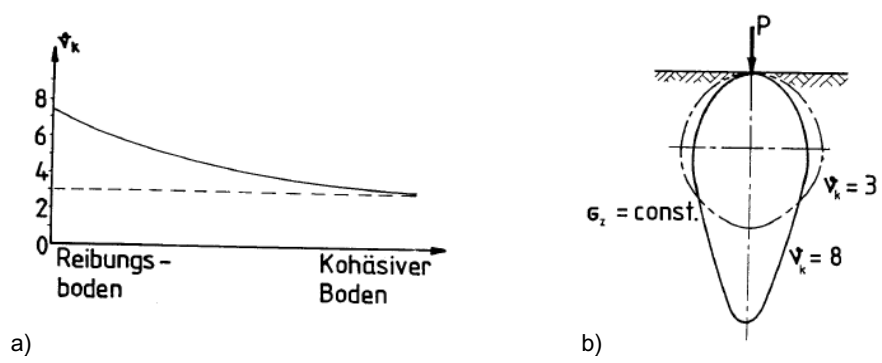
- Steuert die Lastkonzentration bzw. die Ausbreitung
- je kleiner n, desto stärker sind die Spannungen direkt unterhalb der Last konzentriert (vgl. vorherige Folie)
- Beeinflussung/ Verzerrung der Isobaren

- Aus Messungen wurde ermittelt:
 - Für bindige Böden: $n = 3 - 4$
 - Für nichtbindige Böden: $n = 5 - 7$

- In der Praxis wird verwendet:
 - Für stark vorbelastete (überkonsolidierte), bindige Böden: $n = 3$
 - In allen anderen Fällen: $n = 4$

- Für $n = 3$ sind die Lösungen von BOUSSINESQ und FRÖHLICH identisch!

Bild 56 Erweiterte Lösung nach FRÖHLICH mit Konzentrationsfaktor $n = \nu_k$



a)

b)

Bild 57 a) Qualitative Abhängigkeit des Konzentrationsfaktors v_k von der Bodenart
b) Verlauf der σ_z -Spannungen bei verschiedenen Konzentrationsfaktoren v_k

8.2.4 Lastüberfahrten/Wanderlast

Um die maßgebende Laststellung des gewählten Lastmodells zu finden, unter der die Bogenbrücke ihre maximale Ausnutzung hat, müssen Lastüberfahrten durchgeführt werden. Eine Lastüberfahrt beginnt beispielsweise am linken Punkt A und endet am rechten Punkt E (Bild 58).

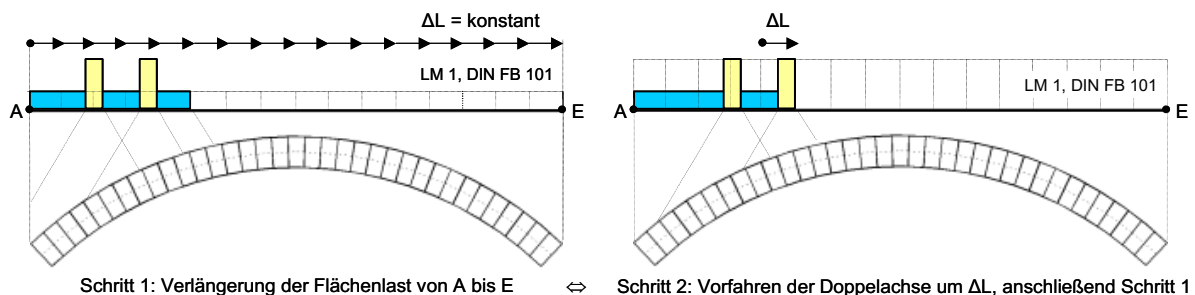


Bild 58 Überfahrt des Lastmodells 1

Für jede Laststellung der Doppelachse werden somit alle interessierenden Laststellungen der Flächenlast zwischen Punkt A und Punkt E durchgespielt. Wenn der Anfang der Flächenlast am Punkt A fixiert bleibt, dann reduziert sich die Anzahl der Laststellungen pro Überfahrt erheblich.

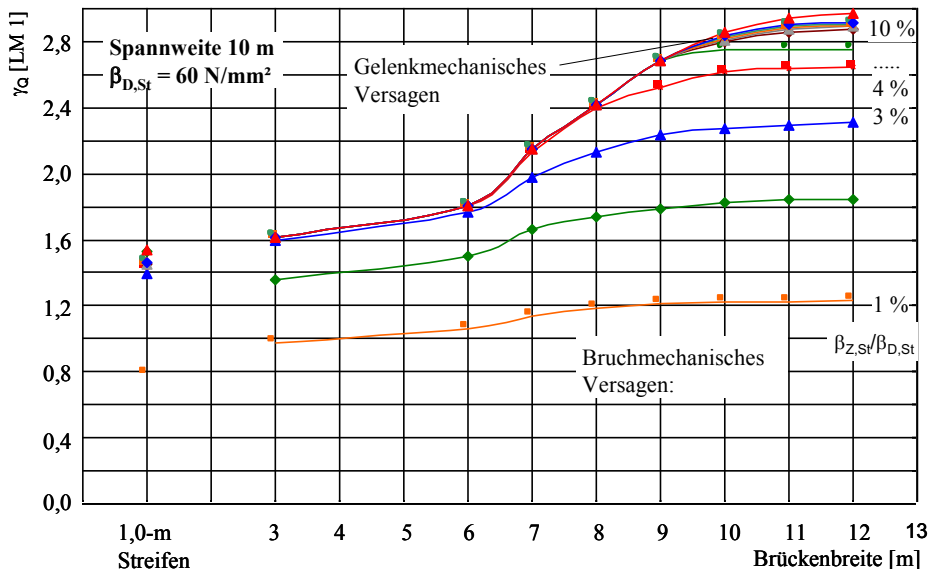
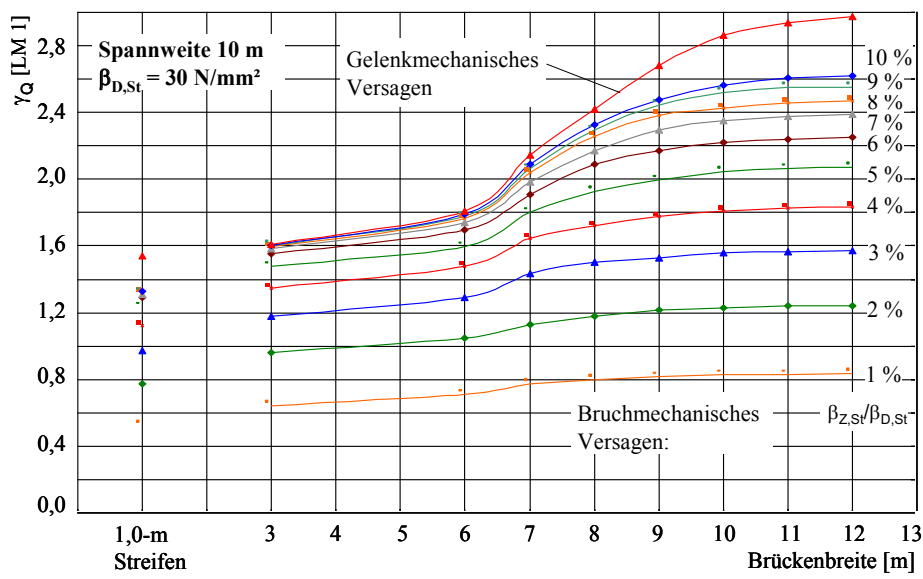
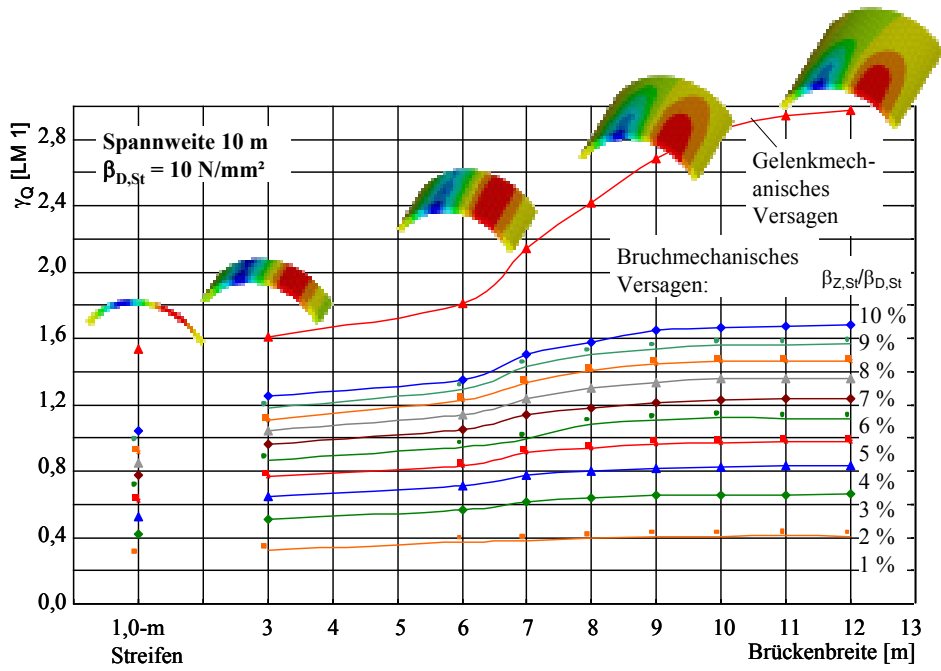
8.2.5 Lastverteilung in Brücken-Querrichtung

Der Nachweis der Gewölbebrücken darf am räumlichen oder alternativ am maßgebenden 1m-Streifen (Bogen) erfolgen. Um die räumliche Tragwirkung am 1m-Streifen zu berücksichtigen, lässt sich die Lastverteilung in Brücken-Querrichtung sowohl rechnerisch als auch geometrisch nach [1] ermitteln.

Rechnerisch Ermittlung

Die Berücksichtigung einer Ausbreitung aus den angreifenden Radlasten der im Gewölbe erzeugten Beanspruchungen (Stützfläche) in Querrichtung kann am Ebenen System (Stützlinie) indirekt über Abminderungsfaktoren [18, 19] erfolgen. Anhand der bereitgestellten Abminderungsfaktoren wird dem praktisch tätigen Ingenieur eine zeitsparende effiziente Berechnung einer Gewölbebrücke am ebenen Modell ermöglicht.

Den Einfluss einer möglichen Querverteilung auf Lastfaktoren bis zum Versagen zeigt Bild 59.



Geometrische Vereinfachung

In der Nachrechnungsrichtlinie [1] wird die Querverteilung der Lasten mithilfe von festgelegten Ausbreitungswinkeln vereinfacht ermittelt.

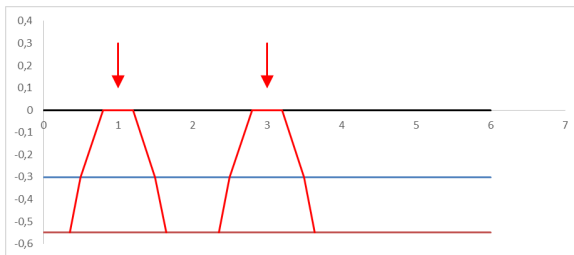
- 45° bei Stahlbeton
- 60° bei Auffüllungen

Für die mitwirkende Breite gilt vereinfacht der Mittelwert von Scheitel und Kämpfer:

$$b_m = 0,5 (b_m (S) + b_m (K))$$

Beispiel für eine Hauptspur:

Scheitel:

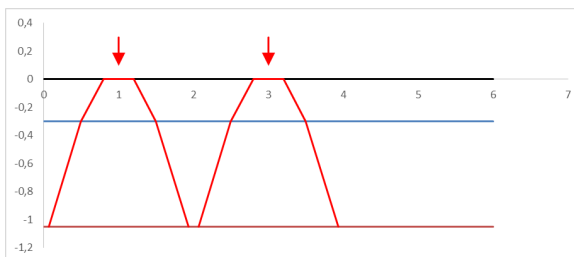


Schicht 1: 30 cm Stahlbetonplatte

Schicht 2: 25 cm Auffüllung

$$b_m (S) = 2,58 \text{ m}$$

Kämpfer:



Schicht 1: 30 cm Stahlbetonplatte

Schicht 2: 75 cm Auffüllung

$$b_m (K) = 3,73 \text{ m}$$

$$b_m = 0,5 (b_m (S) + b_m (K)) = 0,5 (2,58 + 3,73) = 3,15 \text{ m}$$

Die Last der Hauptspur darf auf eine Breite von $b_m = 3,15 \text{ m}$ in Brücken-Querrichtung verteilt werden.

8.3 Temperatur

Die Einwirkung aus Temperatur wurde für historische Gewölbebrücken nicht berücksichtigt.

In DIN 1075 (04.55) – „Massive Brücken“ heißt es: „...wenn bei Pfeilverhältnissen $f < L/3$ die Hinterfüllung am Kämpfer wenigstens im unteren Drittel aus Magerbeton besteht, der bis zum Scheitel ausläuft...dürfen nach dem Stützlinienverfahren untersucht werden, wobei Temperaturänderungen unberücksichtigt bleiben.“

Die letzte Ausgabe der DIN 1072 (12.85) und der DIN-FB 101 treffen keine Aussagen über den Ansatz von Temperaturlasten von gemauerten, überschütteten Gewölbebrücken.

In der Literatur [26,11] wird eine gleichmäßige Temperaturschwankung von $\pm 15\text{K}$ empfohlen. Die Berücksichtigung von Temperaturgradienten über den Querschnitt ist jedoch nicht erforderlich, da sich in dem massigen Bauwerk kein Gradient über einen hierfür erforderlichen kurzen Zeitraum (Tageschwankung) aufbauen kann.

- Temperaturschwankung $\pm 15\text{K}$
- Temperaturgradient $\pm 0\text{K}$

Bild 60 zeigt den Jahres-Temperaturverlauf am Bauwerk, wobei sich massive Gewölbebrücken der jährlichen Temperaturschwankung aus Klima anpassen. Der Temperaturbericht liegt zwischen $-2,5\text{ }^\circ\text{C}$ und $17,5\text{ }^\circ\text{C}$. Auf tägliche und mittlere Temperaturschwankungen aus Witterung und Großwetterlage gibt es im Vergleich zu Stahlkonstruktionen aufgrund der „Trägheit“ beim Wärmeaustausch nur geringe Reaktionen.

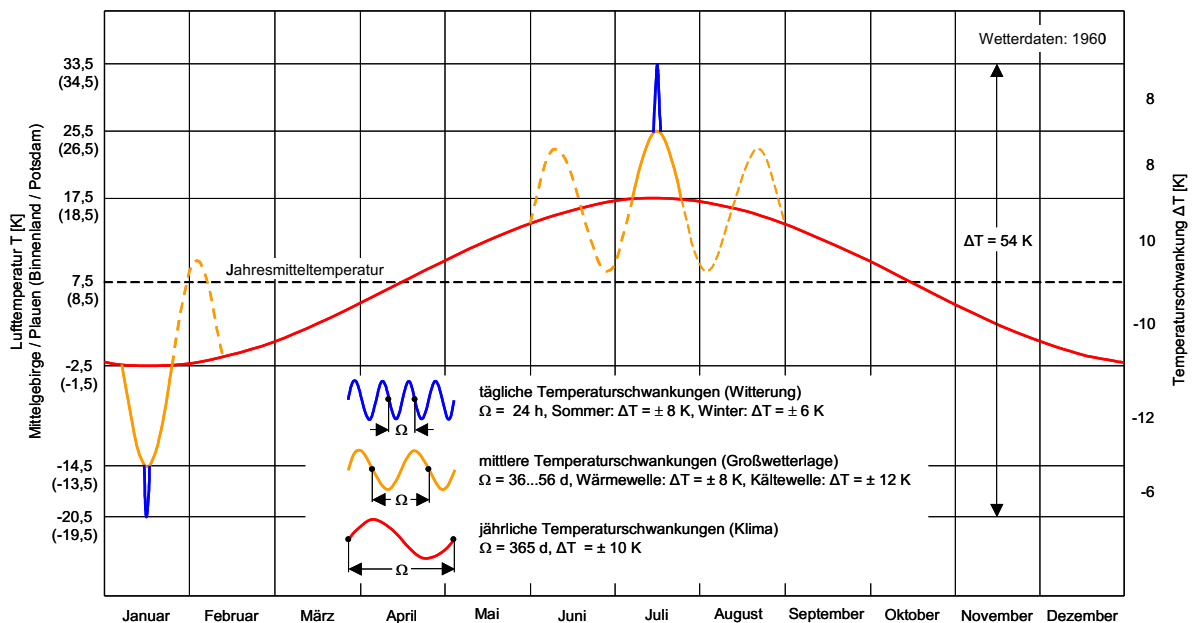


Bild 60 Sinusförmig idealisierter Temperaturverlauf für deutsches Mittelgebirge und Binnenland, Darstellung [20] auf Grundlage von [21]

DIN EN 1991-1-5/NA regelt nicht explizit Temperaturlasten für gemauerte Brückenkonstruktionen bzw. Gewölbebrücken.

Bei konstanter Temperaturlast wird sich bei starren Widerlagern die Bogenlänge und somit die Stichhöhe verändern.

Bild 61 zeigt den Einfluss bei einer konstanten Temperatur von $T = + 30\text{ K}$ ($\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5}$). Im Bereich der Bogen-Spannweite von 5,0 bis 20,0 m und einem Stichverhältnis von $s/l = 0,2$ bis 0,5 hebt sich der Scheitel um rechnerisch max. 5,2 mm. Bei dieser „Handrechnung“ bleiben elastische Verformungen unberücksichtigt.

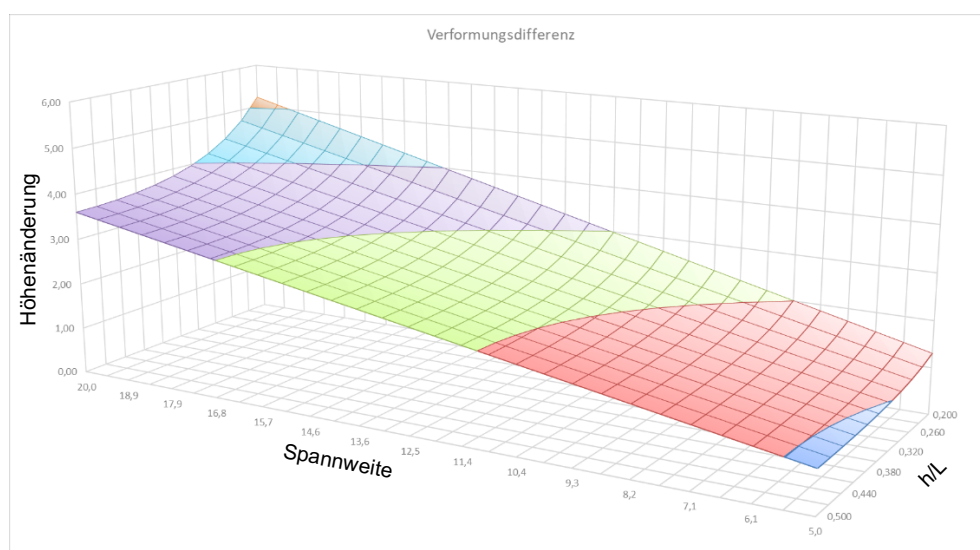


Bild 61 Vertikale Scheitel-Verformung unter Temperaturerhöhung

Ein ungeeignetes Rechenmodell kann bei Ansatz von Temperaturlasten, insbesondere bei der negativen Temperaturänderung (Abkühlung der Konstruktion) zu unrealistischen Ergebnissen führen. Daher das Berechnungsmodell so gewählt werden, dass auch bei Änderung der Steingeometrie infolge Temperaturdehnung ein realitätsnahes Verhalten abbildet.

In der nachfolgenden Beispielrechnung [22] wurde ein Bogen mit einer Spannweite von 17,5 m untersucht. Die Fugen sind dabei mit einer sehr geringen Schubkontaktsteifigkeit und Zugausfall modelliert.

Lastannahme:	G_k	γ	=	20 kN/m ³
	$Q_{k,T}$	ΔT	=	-15 K

Durch die Abkühlung der Steine öffnen sich die Kontaktelemente. Aus der bei Laststeigerung abnehmenden Kontaktfläche ergeben sich rechnerisch sehr große Verschiebungen in den Fugen. Wie in Bild 62 erkennbar ist, sind die Fugen infolge der Verformung geometrisch nicht mehr im Kontakt. In der Realität hätten sich die Fugen nach Verkürzung der Bauteile durch ein Nachrutschen der einzelnen Steine jedoch wieder geschlossen. Da das gewählte Rechenmodell geometrische Nichtlinearitäten jedoch nicht abbilden kann, ist die Berechnung zwar stabil, das Ergebnis aber unbrauchbar.

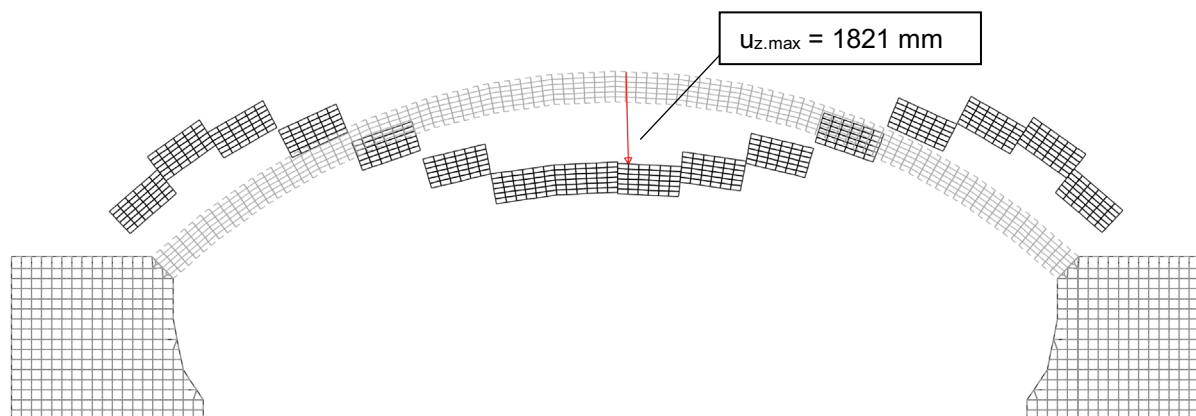


Bild 62 Ungeeignetes Rechenmodell - Verformungsfigur ohne Überhöhung

Auch der Ansatz einer zu steifen Auffüllung kann bei Temperaturlastfällen zu Rechenergebnissen führen, welche die Tragfähigkeit des Bauwerks weit unterschätzen. Im nachfolgenden Beispiel wurde der

Sandstein-Brückenbogen mit Kontaktelementen modelliert. Als Auffüllung wurde ein homogener Beton der Festigkeit C12/15 zum Ansatz gebracht.

Lastannahme:	G_k	γ	=	20 kN/m ³
	$Q_{k,T}$	ΔT	=	-15 K

Durch die hohe Steifigkeit der Auffüllung im Vergleich zum Bogen führt ein Verkürzen der Bauteile dazu, dass sich die Fugen im Bogen vollständig öffnen (Bild 63). Im Ergebnis der Berechnung würden sich die Steine entsprechend lockern und herausfallen.

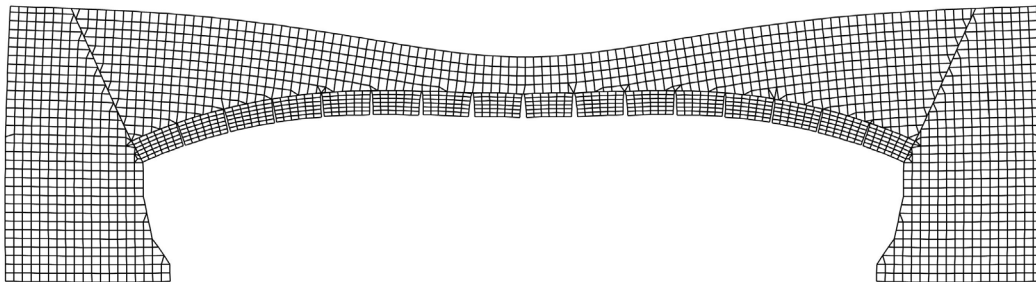


Bild 63 Ungeeignetes Rechenmodell – Verformung 500-fach überhöht

Aufgrund der Fähigkeit eines gemauerten Bogentragwerkes, Zwängungen durch die vorhandenen Fugen abzubauen, ist dem Lastfall Temperatur nur eine geringe Bedeutung für die Beurteilung des Tragvermögens von Steinbogenbrücken zuzuordnen. Durch die nichtlineare Reaktion des Baukörpers reagiert dieser auf Temperaturdehnungen ähnlich wie ein statisch bestimmt gelagertes System, wobei die Verformungen aus Temperatur zwängungsfrei sind (Bild 64).

Spannweite:	L	=	17,5 m
Lastannahme:	$Q_{k,T}$	ΔT	= +15 K

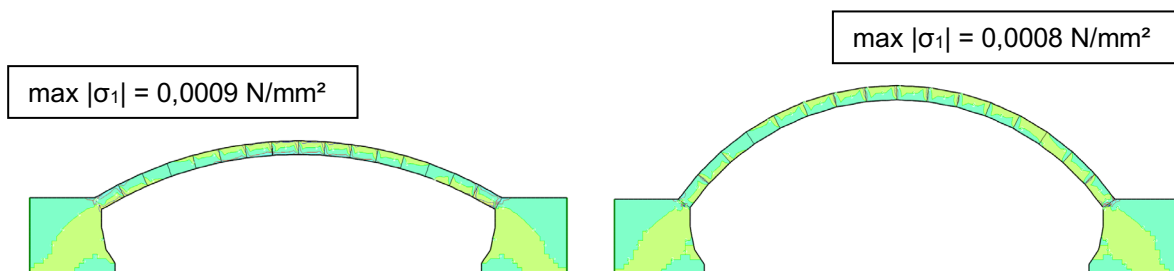


Bild 64 Spannungsverteilung unter Temperaturbeanspruchung verschiedener Stichhöhe

In PROSKE et al [23] wird nach Untersuchung unterschiedlicher Bemessungsansätze zum Lastfall Temperatur festgestellt, dass: „Zwangsbeanspruchung aus Temperatur die Gesamttragfähigkeit des Bogens nur geringfügig beeinflusst“. Bei der rechnerischen Untersuchung von Temperaturlasten wird dabei vorausgesetzt, dass keine linear elastische Berechnung des Bogens zum Ansatz gebracht wird.

Bei BOTHE et al [24] heißt es weiterhin dazu: „Im Gegensatz zur linearen Schnittgrößenermittlung sind - bei Berücksichtigung der Struktur-Nichtlinearität - die Grenzlaster mit und ohne Temperaturbelastung nahezu gleich.“

8.4 Einwirkungs-Kombinatorik

Nachfolgend werden mögliche Einwirkungs-Kombinationen dargestellt:

1. Kombination im GZT

Für den Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit wird die Bemessungs-Kombination nach DIN EN 1990, Abschnitt 6.4.3.2 (3) angewandt.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_P \cdot P_k + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

2. charakteristische Kombination

Für den Nachweis des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit wird die charakteristische Bemessungskombination nach DIN EN 1990, Abschnitt 6.5.3 (2)a angewandt.

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P_k + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

3. häufige Kombination

Für den Nachweis des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit wird die häufige Bemessungskombination nach DIN EN 1990, Abschnitt 6.5.3 (2)b angewandt.

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

Für LM1 ist als Kombinationsbeiwert $\psi_1 = 0,75$ für Punktlasten und $\psi_1 = 0,40$ für Flächenlasten anzusetzen.

4. quasi ständige Kombination

Für den Nachweis des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit wird die quasi-ständige Bemessungskombination nach DIN EN 1990, Abschnitt 6.5.3 (2)c angewandt.

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P_k + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

Anhang 3: Materialkennwerte

Für die Bestimmung der Eigenlasten werden die Rohdichten der Bauteile: Bogen, Widerlager, Pfeiler sowie der Auffüllung benötigt. Die Steifigkeit (E-moduli) der Bauteile werden dem Materialgutachten oder aus Erfahrungswerten entnommen. Die charakteristischen Druck- und Zugfestigkeiten sind statistisch mit Hilfe des Materialgutachtens zu ermitteln. Erfahrungswerte genügen meist nicht, da die Ausnutzungsgrade der Brücken sehr hoch sein können und hier Festigkeitswerte mit hoher statistischer Sicherheit notwendig sind.

8.5 Rohdichte

Mit der Bestimmung der Rohdichte der verbauten Materialien mit bekanntem Mittelwert und Standardabweichung lassen sich die Lastfaktoren reduzieren, da hiermit die Eigenlasten der Bestandskonstruktion mit statistischer Sicherheit bekannt sind.

8.6 E-modul von Mauerwerk

Der E-modul vom Mauerwerksbogen E_{MW} lässt sich beispielsweise nach Gleichung von BERNDT [25] ermitteln. Hierbei sind neben den E-moduln von Stein E_{St} und Mörtel $E_{M\ddot{o}}$ auch das Verhältnis von Fugendicke t zu Steinhöhe h_{St} enthalten.

$$E_{MW} = \frac{E_{St}}{1 + \frac{E_{St} \cdot t}{E_{M\ddot{o}} \cdot h_{St}}}$$

Im UIC-Kodex [26] wird die Formel nach SCHUBERT [27] verwendet.

$$E_{MW} = E_{M\ddot{o}} \frac{1 + \frac{t}{h_{St}}}{\frac{E_{M\ddot{o}}}{E_{St}} + \frac{t}{h_{St}}}$$

Diese ist identisch mit der Herleitung über Federn in Reihenschaltung [28]:

$$E_{MW} = \frac{1}{\frac{1-a}{E_{St}} + \frac{a}{E_{M\ddot{o}}}} \quad \text{mit} \quad a = \frac{t}{h_{St} + t}$$

Der Vergleich der Formeln zeigt im praktischen Anwendungsbereich nur sehr geringe Unterschiede (Tab. 2).

Tab. 2 E-Modul von Mauerwerk

				$E_{MW} = E_{M0} \frac{1 + \frac{t}{h_{St}}}{\frac{E_{M0}}{E_{St}} + \frac{t}{h_{St}}}$	$E_{MW} = \frac{E_{St}}{1 + \frac{E_{St}}{E_{M0}} \frac{t}{h_{St}}}$		
				UIC (Schubert)	Berndt	Unterschied	
h_{St}	t	E_{M0}	E_{St}	E_{MW}	E_{MW}		
[cm]	[cm]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]		
30	0,5	1000	10000	8714	8571	1,64%	
30	0,5	1000	15000	12200	12000	1,64%	
30	0,5	1000	20000	15250	15000	1,64%	
30	0,5	1000	25000	17941	17647	1,64%	
45	0,5	1000	10000	9100	9000	1,10%	
45	0,5	1000	15000	13000	12857	1,10%	
45	0,5	1000	20000	16545	16364	1,10%	
45	0,5	1000	25000	19783	19565	1,10%	
60	0,5	1000	10000	9308	9231	0,83%	
60	0,5	1000	15000	13444	13333	0,83%	
60	0,5	1000	20000	17286	17143	0,83%	
60	0,5	1000	25000	20862	20690	0,83%	
30	1,5	1000	10000	7000	6667	4,76%	
30	1,5	1000	15000	9000	8571	4,76%	
30	1,5	1000	20000	10500	10000	4,76%	
30	1,5	1000	25000	11667	11111	4,76%	
45	1,5	1000	10000	7750	7500	3,23%	
45	1,5	1000	15000	10333	10000	3,23%	
45	1,5	1000	20000	12400	12000	3,23%	
45	1,5	1000	25000	14091	13636	3,23%	
60	1,5	1000	10000	8200	8000	2,44%	
60	1,5	1000	15000	11182	10909	2,44%	
60	1,5	1000	20000	13667	13333	2,44%	
60	1,5	1000	25000	15769	15385	2,44%	
30	3,0	1000	10000	5500	5000	9,09%	
30	3,0	1000	15000	6600	6000	9,09%	
30	3,0	1000	20000	7333	6667	9,09%	
30	3,0	1000	25000	7857	7143	9,09%	
45	3,0	1000	10000	6400	6000	6,25%	
45	3,0	1000	15000	8000	7500	6,25%	
45	3,0	1000	20000	9143	8571	6,25%	
45	3,0	1000	25000	10000	9375	6,25%	
60	3,0	1000	10000	7000	6667	4,76%	
60	3,0	1000	15000	9000	8571	4,76%	
60	3,0	1000	20000	10500	10000	4,76%	
60	3,0	1000	25000	11667	11111	4,76%	

Die $\sigma - \varepsilon$ - Beziehung des Belastungspfades für den Sandstein ergibt einen E-Modul von 15.200 N/mm² bei einer Bruchdehnung von 2,5 ‰.

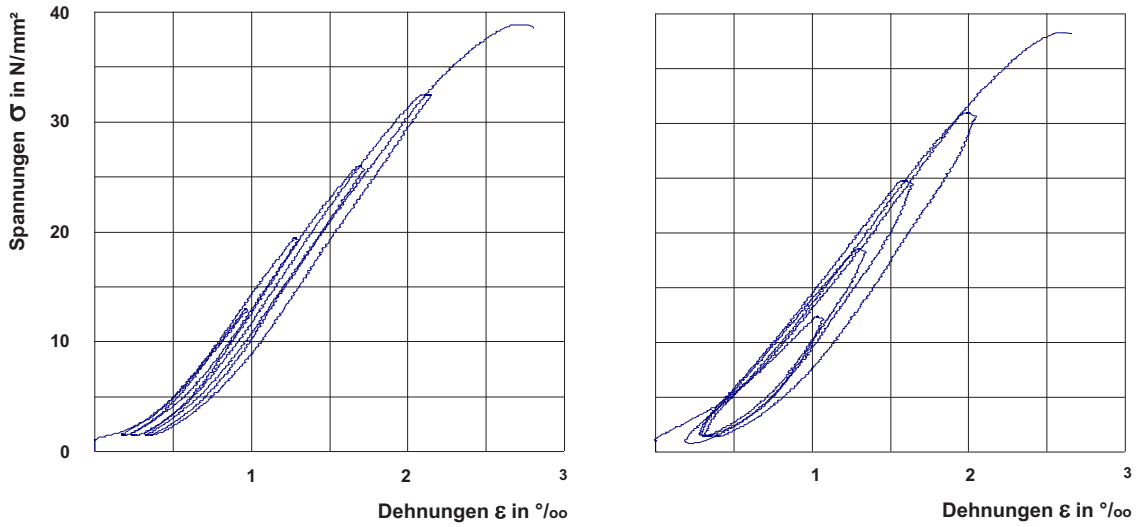


Bild 65 Spannungs-Dehnungsbeziehung von Zittauer Sandstein

Liegen keine Versuchsergebnisse zum E-Modul vom Stein vor, dann lässt sich dieser nach Bild 66 abschätzen. Für einige Sandsteinvarietäten der Festigkeiten von 35 bis 100 N/mm² liegen die E-Moduli zwischen 9.000 und 20.000 N/mm² [29].

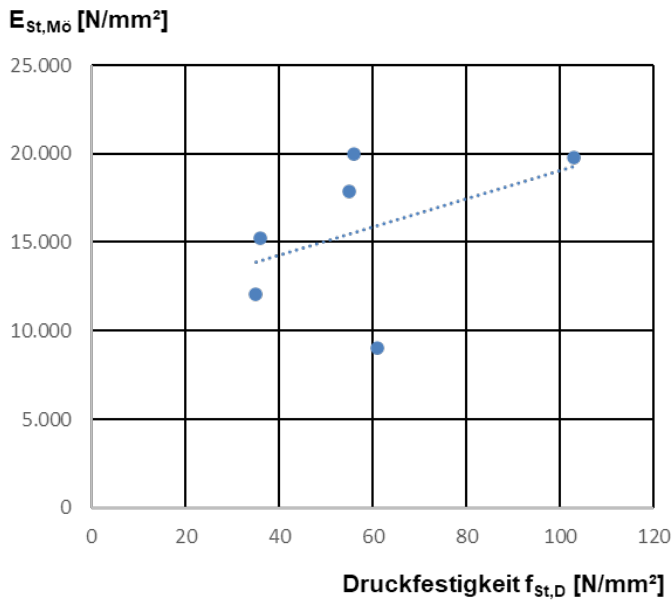


Bild 66 Stein-E-Moduli verschiedener Sandsteine in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit

Liegen keine Versuchsergebnisse zum E-Modul vom Mörtel vor, dann lässt sich dieser nach Bild 67 [30] abschätzen:

$$E_{M\ddot{o}} = 2100 \cdot f_{M\ddot{o}}^{0,7}$$

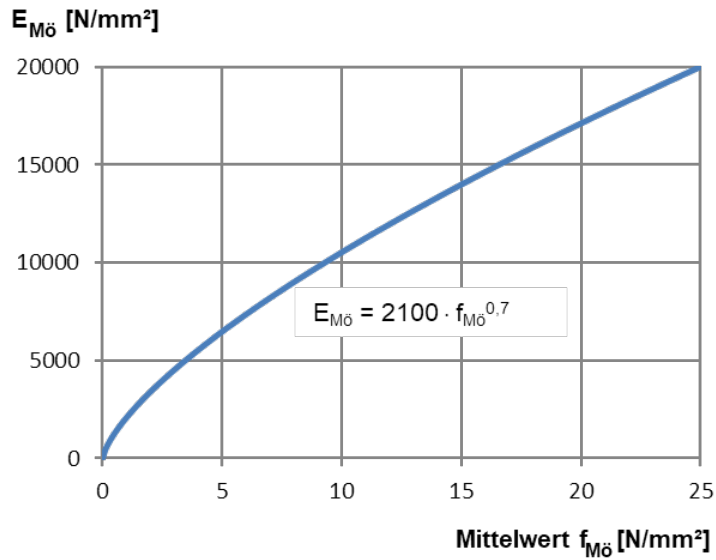


Bild 67 Mörtel-E-Modul über den Mittelwert der Druckfestigkeit

Eine Zusammenstellung [31] von Versuchsergebnissen zeigt Bild 68.

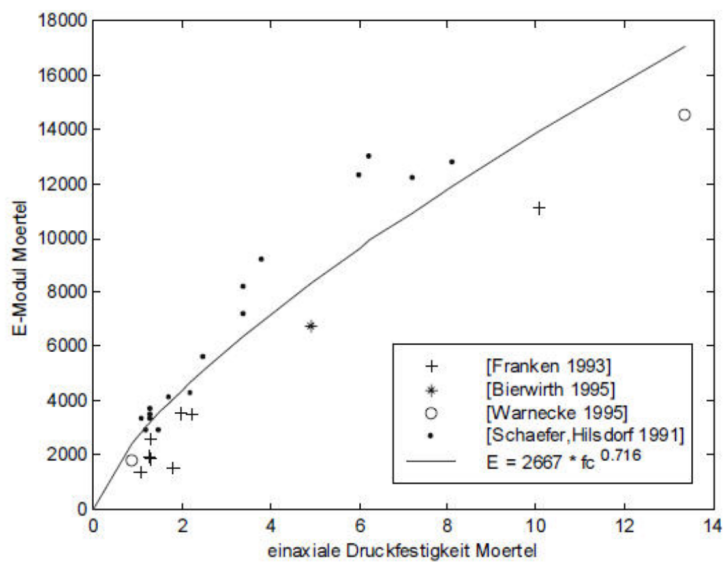


Bild 68 Mörtel-E-Modul über die Druckfestigkeit

8.7 Stein-Druckfestigkeit

Benötigt wird die charakteristische Festigkeit, welche als 5%-Fraktile statistisch bestimmt wird. Hier ist es von Vorteil, die log. Normalverteilung zugrunde zu legen, denn es gibt keine negativen Festigkeiten. Bei einem geringen Variationskoeffizienten liegen die Quantilwerte bei der log. Normalverteilung sowie der Normalverteilung nahe beieinander (Bild 69).

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	3,415	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$		Mittelwert	30,80 N/mm ²		
Mittelwert	30,41 N/mm ²	$m = e^{m_y}$					
log. Standardabweichung s_y	0,172	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$		Standardabweichung	4,87 N/mm ²		
Standardabweichung	1,188 N/mm ²	$s = \frac{e^{s_y^2}}{s_y}$		Variationskoeffizient	15,8%		
Variationskoeffizient V_y	17,4%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$					
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_{10} =$	1,920 für unbekannte Grundgesamtheit			$k_{10} =$	1,920 für unbekannte Grundgesamtheit		
Quantilwert f_k	21,84 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$		Quantilwert f_k	21,45 N/mm ²		
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal				
1	25,00	3,218876	0,04	1	25,00		
2	33,00	3,496508	0,01	2	33,00		
3	32,00	3,465736	0,00	3	32,00		
4	34,00	3,526361	0,01	4	34,00		
5	30,00	3,401197	0,00	5	30,00		
6	34,00	3,526361	0,01	6	34,00		
7	34,00	3,526361	0,01	7	34,00		
8	21,00	3,044522	0,14	8	21,00		
9	37,00	3,610918	0,04	9	37,00		
10	28,00	3,332205	0,01	10	28,00		
		34,149043	0,27				

Bild 69 Log. Normalverteilung und Normalverteilung für 10 Proben

Tab. 3 Werte k_n für charakteristische Werte (5%-Fraktile) nach EC 0

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
V_X bekannt	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64
V_X unbekannt	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

Bild 70 zeigt für nur 3 Proben bei annähernd gleichen Mittelwerten, Standardabweichungen sowie Variationskoeffizienten, dass die statistische Festigkeit von ca. 22 N/mm² auf 17 N/mm² sinkt. Die Festigkeit, die eine wichtige Größe der Nachweisführung darstellt, fällt also auf 17/22= 70%. Falls Tragreserven erschlossen werden müssen, um eine ausreichende Tragsicherheit nachzuweisen, ist somit die Anzahl der Proben zu steigern.

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	3,413	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$		Mittelwert	30,67 N/mm ²		
Mittelwert	30,37 N/mm ²	$m = e^{m_y}$					
log. Standardabweichung s_y	0,174	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$		Standardabweichung	5,13 N/mm ²		
Standardabweichung	1,190 N/mm ²	$s = \frac{e^{s_y^2}}{s_y}$		Variationskoeffizient	16,7%		
Variationskoeffizient V_y	17,6%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$					
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_3 =$	3,370 für unbekannte Grundgesamtheit			$k_3 =$	3,370 für unbekannte Grundgesamtheit		
Quantilwert f_k	16,88 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$		Quantilwert f_k	13,37 N/mm ²		
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal				
1	25,00	3,218876	0,04	1	25,00		
2	35,00	3,555348	0,02	2	35,00		
3	32,00	3,465736	0,00	10	32,00		
		10,239960	0,06				

Bild 70 Log. Normalverteilung und Normalverteilung für 3 Proben

8.8 Stein-Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit der Steine wird aus der Spaltzugfestigkeit (Bild 71) ermittelt, da sich diese versuchs-technisch an den gleichen Prüfkörpern wie für die Ermittlung der Druckfestigkeit durchführen lassen. Bei Naturstein wird empfohlen, mit dem Materialgutachten nachzuweisen, dass die Steinspaltzugfestigkeit im Mittel bei mindestens 5% der Druckfestigkeit liegt. Kleinere Verhältnisse bei trockenem Stein deuten darauf hin, dass der Naturstein einem Entfestigungsprozess unterliegt (z.B. infolge jahrelanger Durchfeuchtung).

Die Zugfestigkeit wird mit 90% der Spaltzugfestigkeit bestimmt.

$$f_{z,St} = 0,9 \cdot f_{sz,St}$$

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	0,741	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$		Mittelwert	2,11 N/mm ²		
Mittelwert	2,10 N/mm ²	$m = e^{m_y}$					
log. Standardabweichung s_y	0,095	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$		Standardabweichung	0,20 N/mm ²		
Standardabweichung	1,100 N/mm ²	$s = e^{s_y}$		Variationskoeffizient	9,3%		
Variationskoeffizient V_y	9,5%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$					
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_{0.05}$	2,180	für unbekannte Grundgesamtheit		$k_{0.05}$	2,180	für unbekannte V_x	
Quantilwert f_k	1,71 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_{0.05} \cdot s_y)}$		Quantilwert f_k	1,68 N/mm ²		
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal				
1	2,34	0,850151	0,01	1	2,34		
2	1,86	0,620576	0,01	2	1,86		
3	2,12	0,751416	0,00	3	2,12		
4	2,24	0,806476	0,00	4	2,24		
5	1,88	0,631272	0,01	5	1,88		
6	2,20	0,788457	0,00	10	2,20		
		4,448349	0,05				

Bild 71 Log. Normalverteilung und Normalverteilung für 6 Stein-Spaltzugproben

8.9 Mörtel-Druckfestigkeit

Beispielhaft zeigt Bild 72 die statistische Auswertung von 10 Mörtelproben:

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	3,295	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$		Mittelwert	27,76 N/mm ²		
Mittelwert	26,99 N/mm ²	$m = e^{m_y}$					
log. Standardabweichung s_y	0,253	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$		Standardabweichung	6,90 N/mm ²		
Standardabweichung	1,288 N/mm ²	$s = e^{s_y}$		Variationskoeffizient	24,9%		
Variationskoeffizient V_y	25,7%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$					
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_{0.05}$	1,920	für unbekannte Grundgesamtheit		$k_{0.05}$	1,920	für unbekannte V_x	
Quantilwert f_k	16,60 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_{0.05} \cdot s_y)}$		Quantilwert f_k	14,51 N/mm ²		
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal				
1	38,20	3,642836	0,12	1	38,20		
2	27,60	3,317816	0,00	2	27,60		
3	22,80	3,126761	0,03	3	22,80		
4	16,70	2,815409	0,23	4	16,70		
5	27,00	3,295837	0,00	5	27,00		
6	30,90	3,430756	0,02	6	30,90		
7	23,20	3,144152	0,02	7	23,20		
8	23,50	3,157000	0,02	8	23,50		
9	38,80	3,658420	0,13	9	38,80		
10	28,90	3,363842	0,00	10	28,90		
		32,952828	0,58				

Bild 72 Log. Normalverteilung und Normalverteilung für 10 Mörtelproben

Anhang 4: Tragfähigkeit von Mauerwerk

Für die Ermittlung der charakteristischen Tragfähigkeit von Mauerwerk werden aus den Materialproben die 5%-Fraktilewerte herangezogen. Die statistische Auswertung sollte auf Grundlage der logarithmischen Normalverteilung erfolgen. Bei Bestandsbauten ist im Allgemeinen die Grundgesamtheit unbekannt. Über die Anzahl der Proben lässt sich die Größe der charakteristischen Tragfähigkeit beeinflussen.

8.10 Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung

Für die Ermittlung der charakteristischen Festigkeit von Mauerwerk unter zentrischer Beanspruchung ($f_{k,MW}$) gehen folgende Parameter ein:

1. Material: $f_{D,St}$ (einachsige Druckfestigkeit Stein)
 $f_{Z,St}$ (einachsige Zugfestigkeit Stein)
 $f_{D,Mö}$ (einachsige Druckfestigkeit Mörtel)
2. Geometrie: t (Fugendicke)
 d_{St} (Dicke Stein = Bogendicke)
 h_{St} (Höhe Stein)

Aus einer Vielzahl von Berechnungsformeln seien folgende genannt:

Ohler

Lit.: [32]:

$$f_{k,MW} = f_{D,Mö} + \frac{a \cdot f_{D,St} - f_{D,Mö}}{1 + \frac{b \cdot t \cdot f_{D,St}}{2 \cdot h_{St} \cdot f_{Z,St}}}$$

Sabha:

Lit.: [33, 34]

$$f_{k,MW} = \frac{2 \cdot f_{D,Mö} \cdot \frac{t}{d_{St}} \cdot \left(2,32 \cdot \frac{f_{Z,St}}{f_{D,St}} + 1,6 \cdot \sqrt{\frac{d_{St}}{h_{St}}} \right) + f_{Z,St}}{\frac{t}{d_{St}} \left(2,32 \cdot \frac{f_{Z,St}}{f_{D,St}} + 1,6 \cdot \sqrt{\frac{d_{St}}{h_{St}}} \right) + \frac{f_{Z,St}}{f_{D,St}}}$$

UIC-Kodex 778-3

Die zentrische Tragfähigkeit des Mauerwerks weist der UIC-Kodex auf Grundlage der Gleichung nach OHLER aus. Die Druckfestigkeiten von Stein und Mörtel werden zu 50% angesetzt.

$$f_{MW} = 0,5 \cdot f_{D,Mö} + \frac{a \cdot 0,5 \cdot f_{D,St} - 0,5 \cdot f_{D,Mö}}{1 + \frac{b \cdot t \cdot 0,5 \cdot f_{D,St}}{2 \cdot h_{St} \cdot f_{Z,St}}}$$

Tab. 4 Beiwerte a und b

	a	b
Ziegelsteinmauerwerk	0,6	0,6
Natursteinquadermauerwerk (Steinhöhe > 300 mm)	1,0	2,2
Natursteinschichtenmauerwerk (Steinhöhe 200-300 mm)	0,8	1,0
Bruchsteinmauerwerk (unbehauene Steine, hoher Mörtelanteil)	0,1	0,4

EC6 (Natursteinmauerwerk)

Die Festigkeitswerte unter zentrischer Beanspruchung ergeben sich nach der Güteklasse, der Stein- und Mörteldruckfestigkeit sowie den Geometriebedingungen nach Tab. 5. Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden.

Tab. 5 Charakteristische Werte der Druckfestigkeit von Natursteinmauerwerk nach EC6-1-1, NCI Anhang NA.L

Güteklasse	Grundeinstufung	Fugendicke/ Steinlänge	Neigung der Lagerfuge	Übertragungsfaktor	charakteristische Steindruckfestigkeit	Charakteristische Werte f_k [N/mm ²] der Druckfestigkeit von Natursteinmauerwerk mit Normalmörtel			
						für Mörtelgruppe			
						NM I	NM II	NM IIa	NM III
		t / l_u	$\tan \alpha$	η	$f_{D,St}$ [N/mm ²]	$f_{D,M\ddot{o}} < 2,5$	2,5...5,0	5...10	10...20
N1	Bruchsteinmauerwerk	< 0,25	< 0,30	> 0,5	> 20 ≥ 50	0,8 0,8	1,4 1,7	2,2 2,5	3,3 3,9
N2	Hammerrechtes Schichtenmauerwerk	≤ 0,20	≤ 0,15	≥ 0,65	≥ 20 > 50	1,1 1,7	2,5 3,0	3,9 4,4	5,0 5,5
N3	Schichtenmauerwerk	≤ 0,13	≤ 0,10	≥ 0,75	> 20 ≥ 50 > 100	1,4 1,9 2,8	4,2 5,5 6,9	5,5 6,9 8,3	6,9 9,7 11,1
N4	Quadermauerwerk	< 0,07	< 0,05	> 0,85	> 20 ≥ 50 > 100	3,3 5,5 8,3	5,5 9,7 12,5	6,9 11,1 15,2	8,3 13,9 19,4

Bei Verbandsmauerwerk sind die Werte um 20% zu vermindern.

Vergleich der rechnerischen Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung

Für Quadermauerwerk werden die Festigkeiten unter zentrischer Beanspruchung verglichen.

Verfahren:

- EC6, Nationaler Anhang
- UIC
- OHLER
- SABHA

Als Geometrie wird ein Quadermauerwerk aus Naturstein mit einer Fugendicke von $t=1,5\text{cm}$ für Steine $d_{St}/h_{St}=30/30\text{cm}$ und $d_{St}/h_{St}=60/30\text{cm}$ zugrunde gelegt.

Materialparameter:

- Steindruckfestigkeiten $f_{D,St} = 20; 50 \text{ und } 100 \text{ N/mm}^2$
- Steinzugfestigkeit $f_{Z,St} = 3\%, 4\%, 5\%, 6\%, 7\%, 8\% f_{D,St} \text{ N/mm}^2$
- Mörteldruckfestigkeiten $f_{D,M\ddot{o}} = 0; 2,5; 5; 10; 20 \text{ N/mm}^2$

In Bild 73 bis Bild 78 sind die Mauerwerks-Druckfestigkeiten für die genannten Geometrie- und Materialparameter dargestellt. Beispielsweise zeigt Bild 77 den Fall eines 60 cm dicken Bogens mit einer Steindruckfestigkeit von 50 N/mm^2 und einer Steinzugfestigkeit mit $6\% f_{D,St}$. Die ermittelten Mauerwerks-Druckfestigkeiten nach UIC liegen um mehr als 50% unter den Ergebnissen nach den Formeln von OHLER und SABHA. Die Werte nach EC6 liegen ebenfalls wesentlich darunter. Weiterhin ist in allen Diagrammen für die Ermittlung nach UIC gut zu erkennen, dass die Mörteldruckfestigkeit nur einen geringen Einfluss hat.



Bild 73 Vergleich der Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung, Geometrie $d_{St}/h_{St}/t = 30/30/1,5\text{cm}$, Steingzugfestigkeit im Verhältnis zur Steindruckfestigkeit $f_{Z,St} = 3\%$ bzw. $4\% f_{D,St}$



Bild 74 Vergleich der Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung, Geometrie $d_{St}/h_{St}/t = 30/30/1,5$ cm, Steinzugfestigkeit im Verhältnis zur Steindruckfestigkeit $f_{Z,St} = 5\%$ bzw. 6% $f_{D,St}$

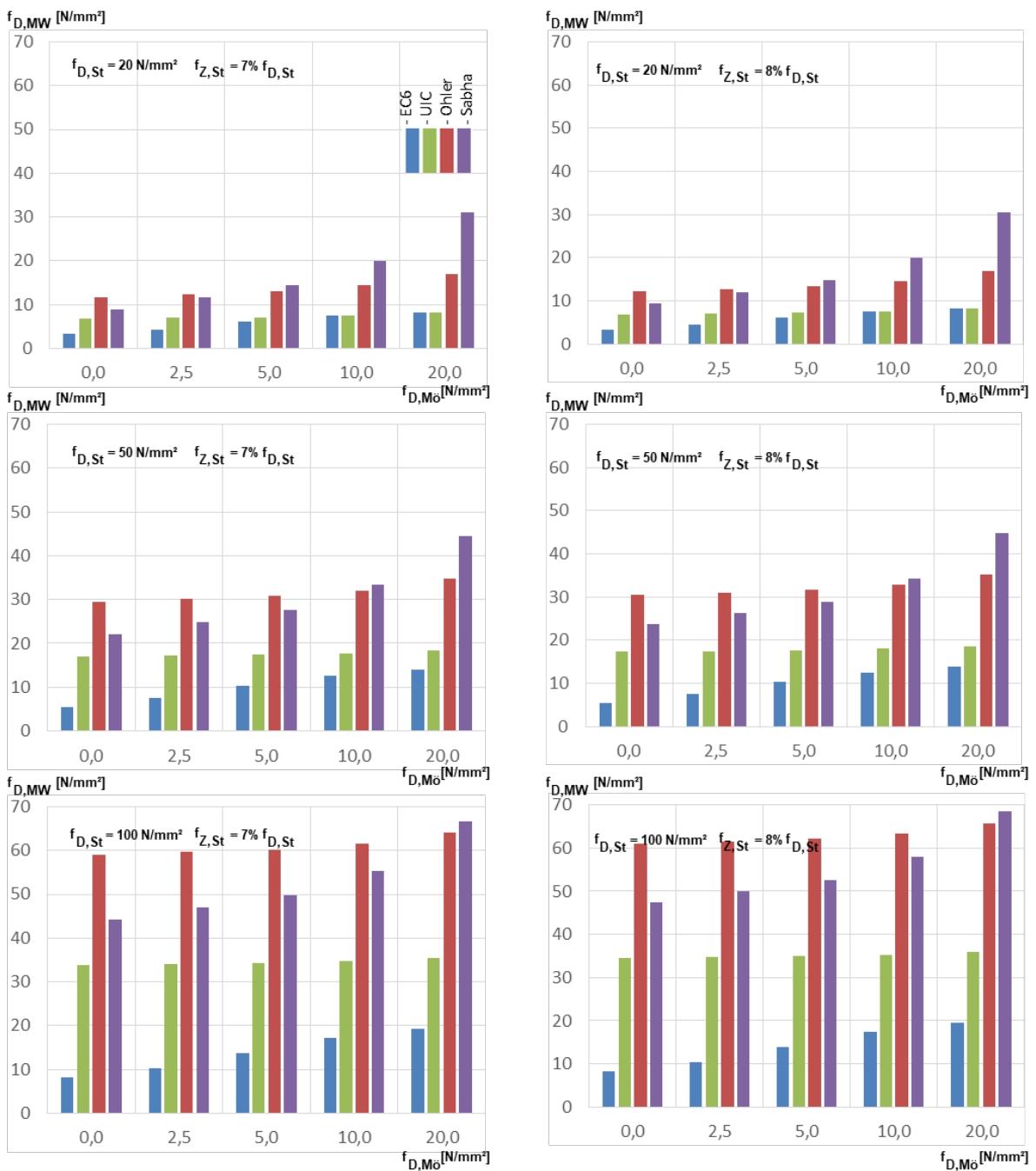


Bild 75 Vergleich der Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung, Geometrie $d_{St}/h_{St}/t = 30/30/1,5$ cm, Steinzugfestigkeit im Verhältnis zur Steindruckfestigkeit $f_{Z,St} = 7\%$ bzw. 8% $f_{D,St}$

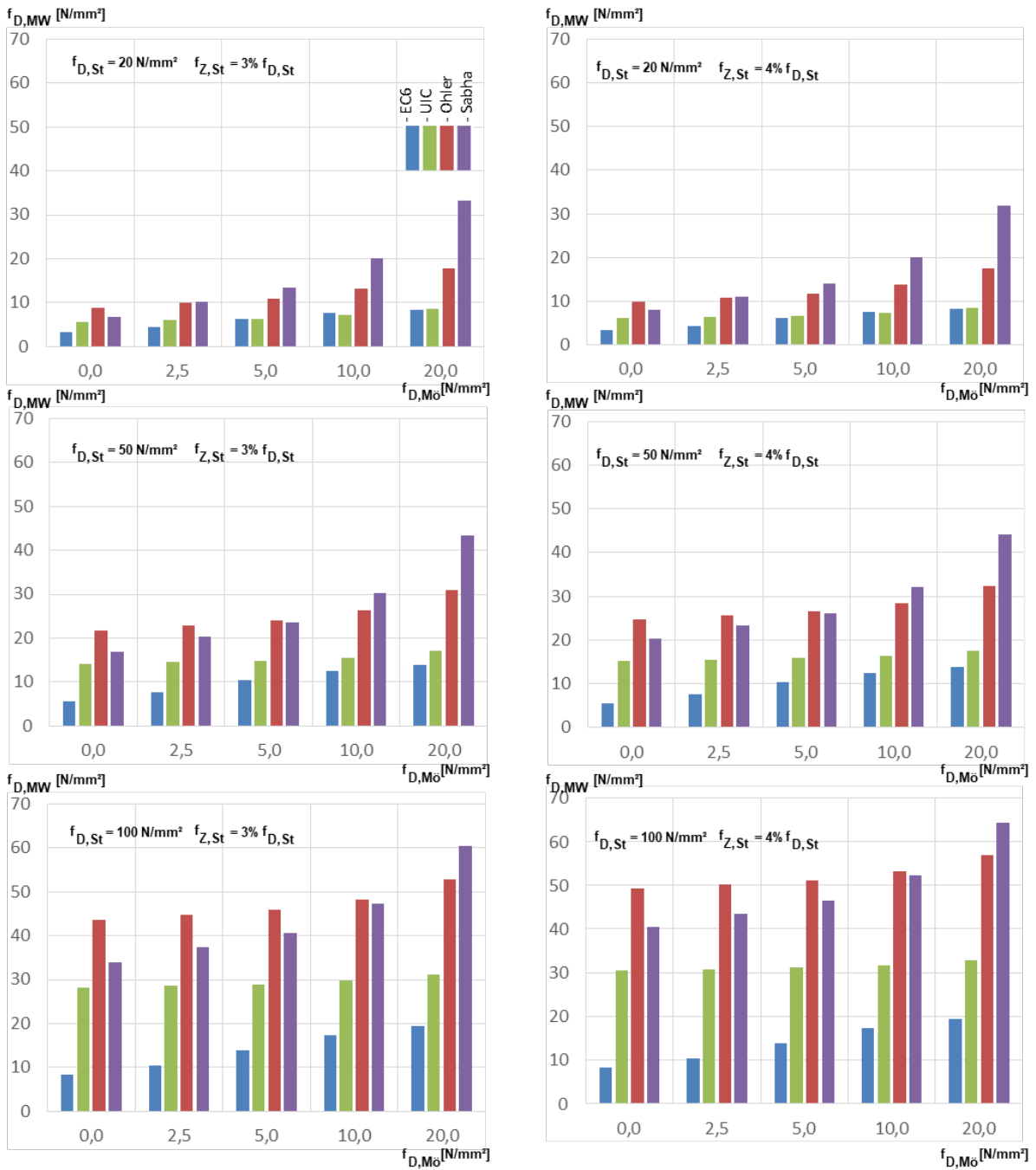


Bild 76 Vergleich der Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung, Geometrie $d_{St}/h_{St}/t = 60/30/1,5\text{cm}$, Steinzugfestigkeit im Verhältnis zur Steindruckfestigkeit $f_{Z,St} = 3\%$ bzw. $4\% f_{D,St}$



Bild 77 Vergleich der Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung, Geometrie $d_{St}/h_{St}/t = 60/30/1,5$ cm, Steinzugfestigkeit im Verhältnis zur Steindruckfestigkeit $f_{Z,St} = 5\%$ bzw. 6% $f_{D,St}$

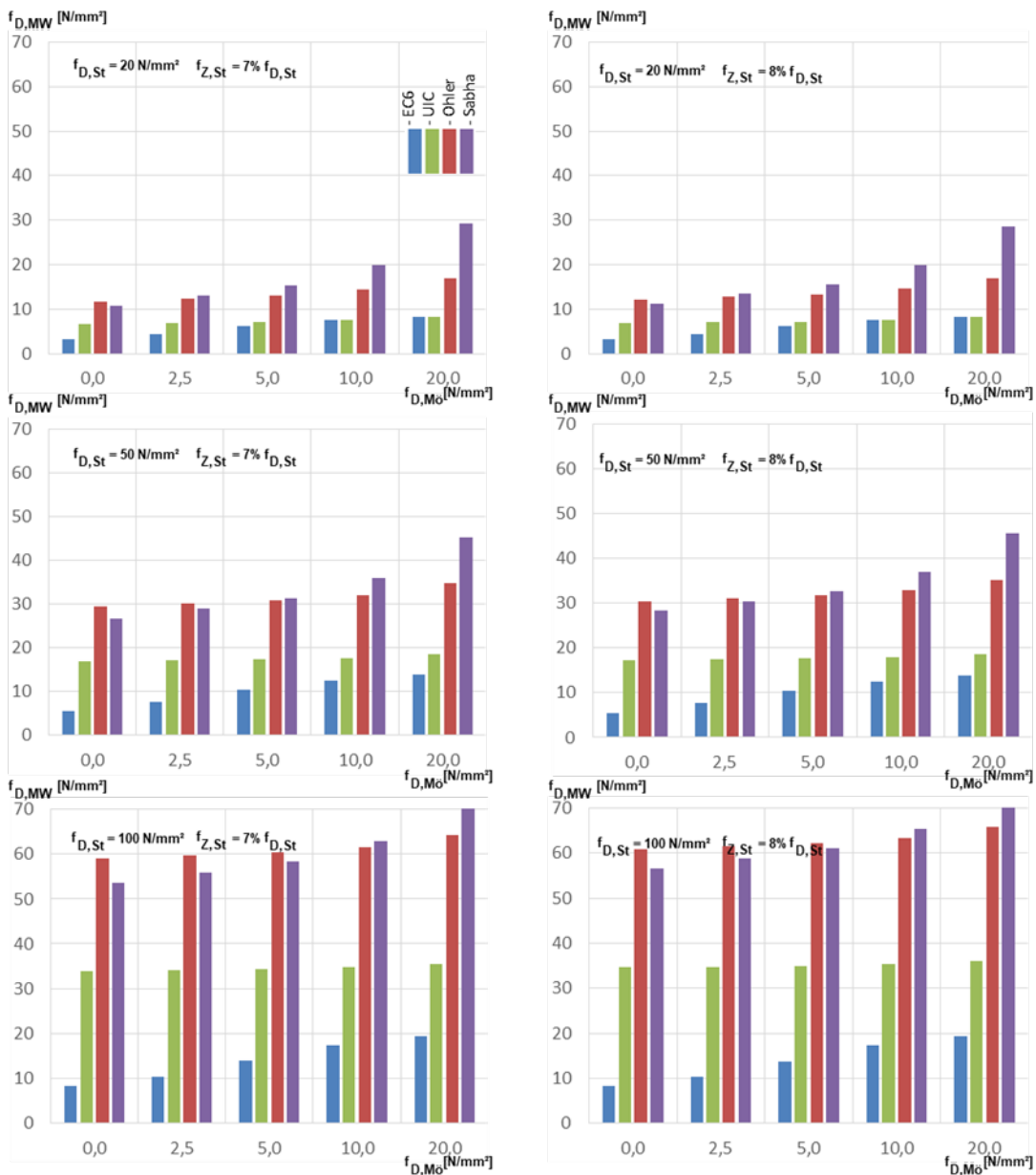


Bild 78 Vergleich der Tragfähigkeit unter zentrischer Beanspruchung, Geometrie $d_{St}/h_{St}/t = 60/30/1,5$ cm, Steindruckfestigkeit im Verhältnis zur Steinzugfestigkeit $f_{Z,St} = 7\%$ bzw. $8\% f_{D,St}$

Falls in älteren Gutachten die Mauerwerksdruckfestigkeit σ_0 nach DIN 1053 ermittelt wurde, dann lässt sich diese in f_k – Werte umrechnen. Die σ_0 – Werte basieren auf Versuchen der Schlankheit $\lambda = 10$. Bild 79 zeigt die abnehmende Tragfähigkeit bei zunehmender Mauerwerks-Schlankheit. Die Tragfähigkeit bei einer Schlankheit $\lambda = 10$ wird festgelegt mit 75 % im Vergleich zur Querschnittstragfähigkeit (theoretische Schlankheit $\lambda = 0$). Weiterhin war ein globaler Sicherheitsfaktor von $\gamma = 2,0$ auf der Widerstandsseite zu berücksichtigen.

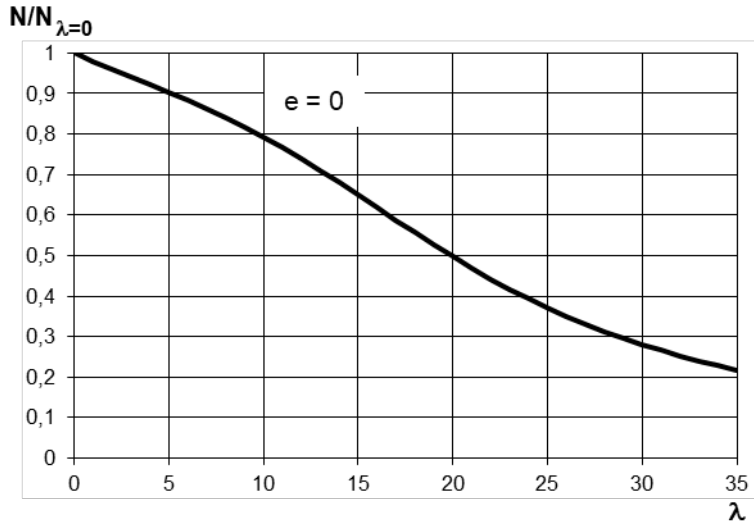


Bild 79 Tragfähigkeit unter zentrischer Belastung ($e = 0$) in Abhängigkeit von der Schlankheit

$$f_k = \gamma \cdot k_\lambda \cdot \sigma_0 / \zeta = 2,0 \cdot 1,333 \cdot \sigma_0 / 0,85 = 2,67 \cdot \sigma_0 / 0,85 = 3,14 \cdot \sigma_0$$

$$\gamma = 2,0$$

$$k_\lambda = 1 / 0,75 = 1,333$$

$$\zeta = 0,85 \text{ (Dauerstandsbeiwert)}$$

$$f_k = 3,14 \cdot \sigma_0$$

8.11 Tragfähigkeit unter exzentrischer Beanspruchung

Derzeit existiert keine analytische Lösung, um die Tragfähigkeit unter exzentrischer Beanspruchung zu ermitteln. Daher wird die abnehmende Tragfähigkeit bei steigender Exzentrizität (Ausmitte) über einen Traglastfaktor $\phi = N/N_{m=0}$ (Abminderungsfaktor) beschrieben, der von Versuchsergebnissen bestätigt wurde.

Für die bezogene Exzentrizität (Ausmitte) m gilt: $m = 6 e/t$. Damit wird die 1.Kernweite mit $m = 1$ und die 2.Kernweite mit $m = 2$ bezeichnet.

DIN 1053 [35] (zurückgezogen)

Traglastkurve (siehe Bild 80):

bezogene Ausmitte $m = 0$ bis 1 (bis 1.Kernweite, Parabelgleichung): $\phi = 1/(1+m)$

bezogene Ausmitte $m = 1$ bis 3 (ab 1.Kernweite, lineare Beziehung): $\phi = (3-m)/4$

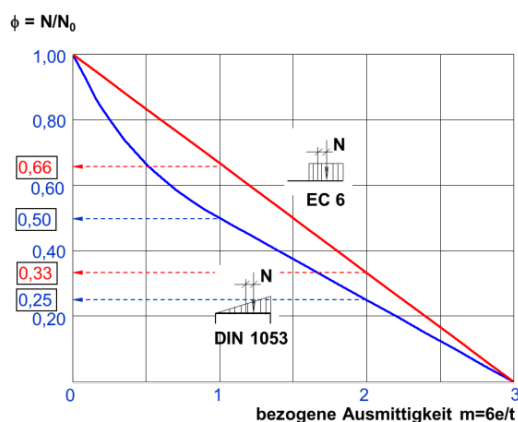


Bild 80 Vergleich der Traglastkurven bei dreieck- und rechteckförmiger Spannungsverteilung

EC6

$\phi = 1 - 2 e/t$ bzw. $\phi = 1 - m/3$ (siehe Bild 80):

UIC-Kodex 778-3

im Bereich von $m = 1,0$ bis $2,0$ gilt: $\phi = 1,8 - 1,2 \cdot (1 - m/3)$

Bild 81 zeigt die Grafik, wonach die Tragfähigkeit hiermit oberhalb der „oberen Schranke“ (starr-plastischer Spannungsverteilung) liegt. Die Tragfähigkeit wird auf null gesetzt:

- nach UIC-Kodex ab der 2. Kernweite ($m = 2,0$)
- nach EC6 ab $e = 0,45 \cdot t$ ($m = 2,7$)

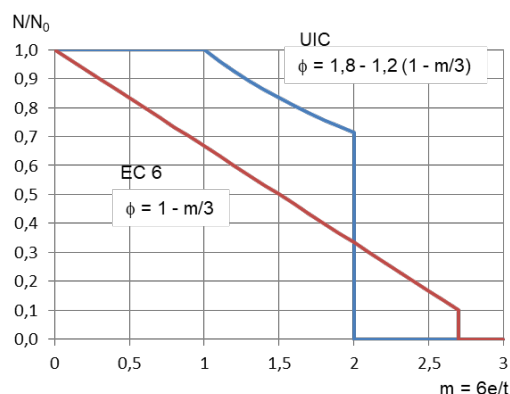


Bild 81 Vergleich der Traglastkurven starr-plastische Spannungsverteilung (EC 6) und UIC

In der Vergangenheit wurden viele Spannungsverteilungen über den Querschnitt für den Nachweis von Bögen untersucht. Bild 82 zeigt eine Zusammenstellung.

Lachmann	Hänel	Hänel mit Aufbau	Mildner	
DIN 1053-1 (11.96)	DIN 1075 (12.59)	Richtlinie DS 805	Richtlinie DR	Rili DR mit Aufbau

Bild 82 Zulässige Dehnungs- und Spannungsverteilungen nach Vorschriften, Richtlinien und Vorschlägen für den Nachweis der Tragfähigkeit von gemauerten Bögen

Numerische Lösung

Die Tragfähigkeit lässt sich auch mit Hilfe der FE-Methode [36] berechnen. Für die Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit kommt ein ebenes Berechnungsmodell zur Anwendung, in dem Steine und Mörtelfugen separat modelliert und mit vierknotigen Scheibenelementen für den ebenen Verzerrungszustand vernetzt werden. Damit sind die Verformungen senkrecht zur Scheibenebene behindert, aber der dreiaxiale Spannungszustand in Stein und Mörtel berücksichtigt. Die Abmessungen der Steine sind ebenso wählbar wie die Fugendicke sowie deren Materialparameter. Steine und Mörtelfugen werden mit unterschiedlicher Netzdichte (Bild 83) generiert.

Gegenüber dem Stein mit seinem linear-elastischen Materialverhalten muss die Lagerfuge aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens des Mörtels in der Mauerwerksfuge feiner vernetzt werden, da plastisch verformte Bereiche eine ausreichende Dichte an Integrationspunkten benötigen. Materialgesetze werden für die Steine nach MOHR-COULOMB und für den Mörtel nach DRUCKER-PRAGER angewendet. Damit lässt sich die Versagenslast unter beliebiger Beanspruchung ermitteln.

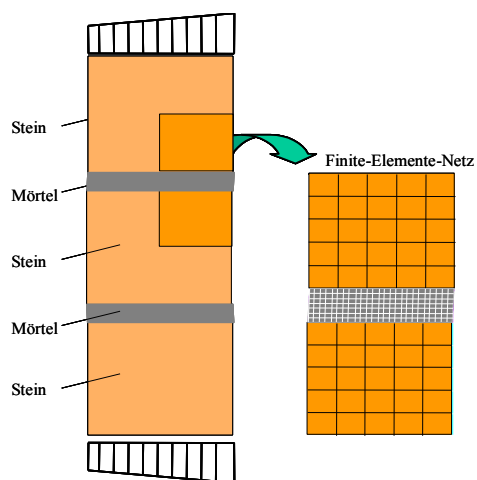


Bild 83 FE-Modell des Mauerwerksquerschnitts mit Ausschnitt der Vernetzungsdichte []

Bild 84 zeigt die Spannungsverteilung im Querschnitt für verschiedene Lastausmitten mit zugehörigen Versagenslasten. Die klaffenden Fugen ab einer Ausmitte über der 1. Kernweite (ab $m=1,0$) sind sichtbar.

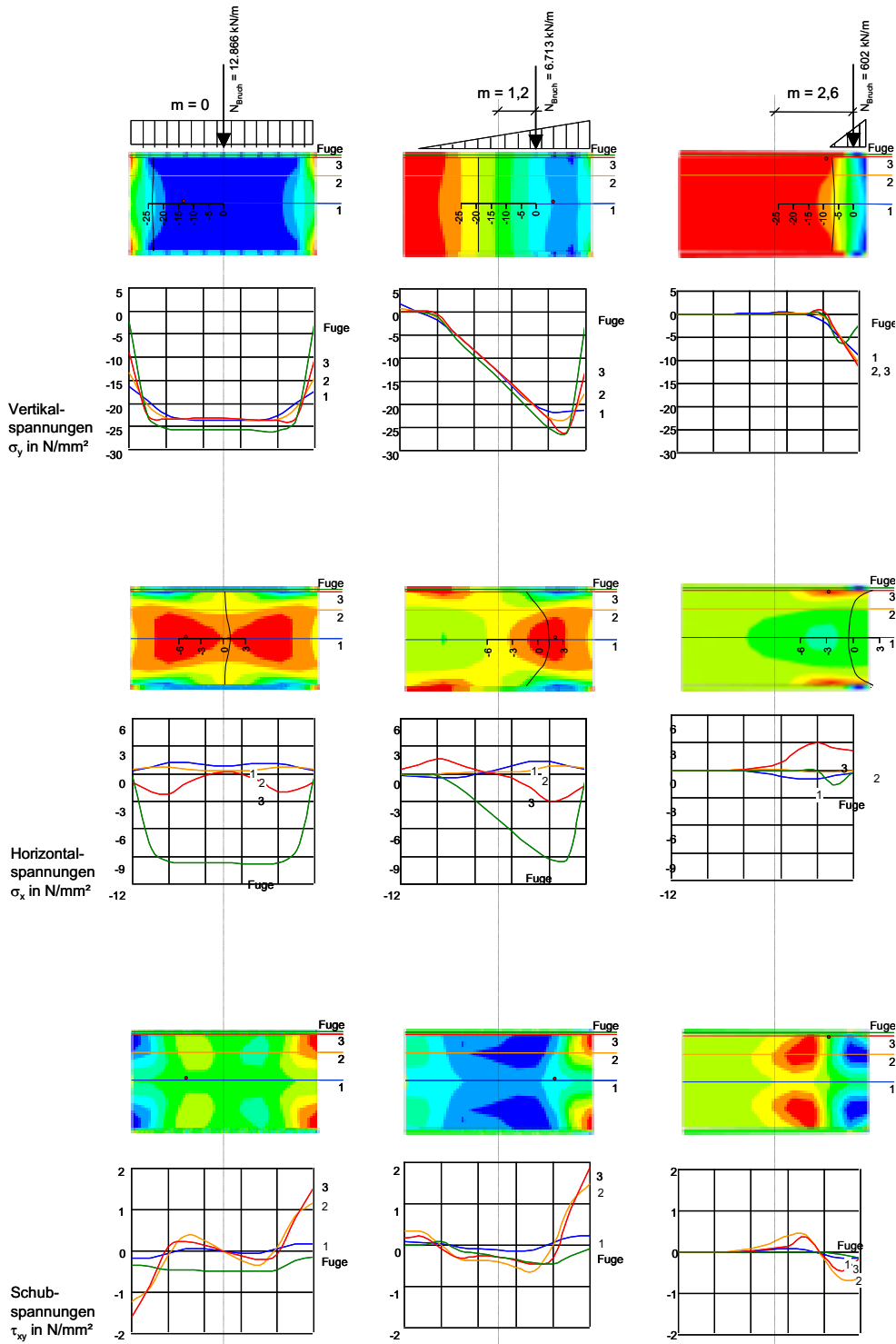


Bild 84 Spannungsverteilung im Bruchzustand bei verschiedener Lastausmitte

Mit den Eingangswerten aus Material und Geometrie lassen sich realitätsnahe Traglastkurven berechnen [37] (Bild 85).

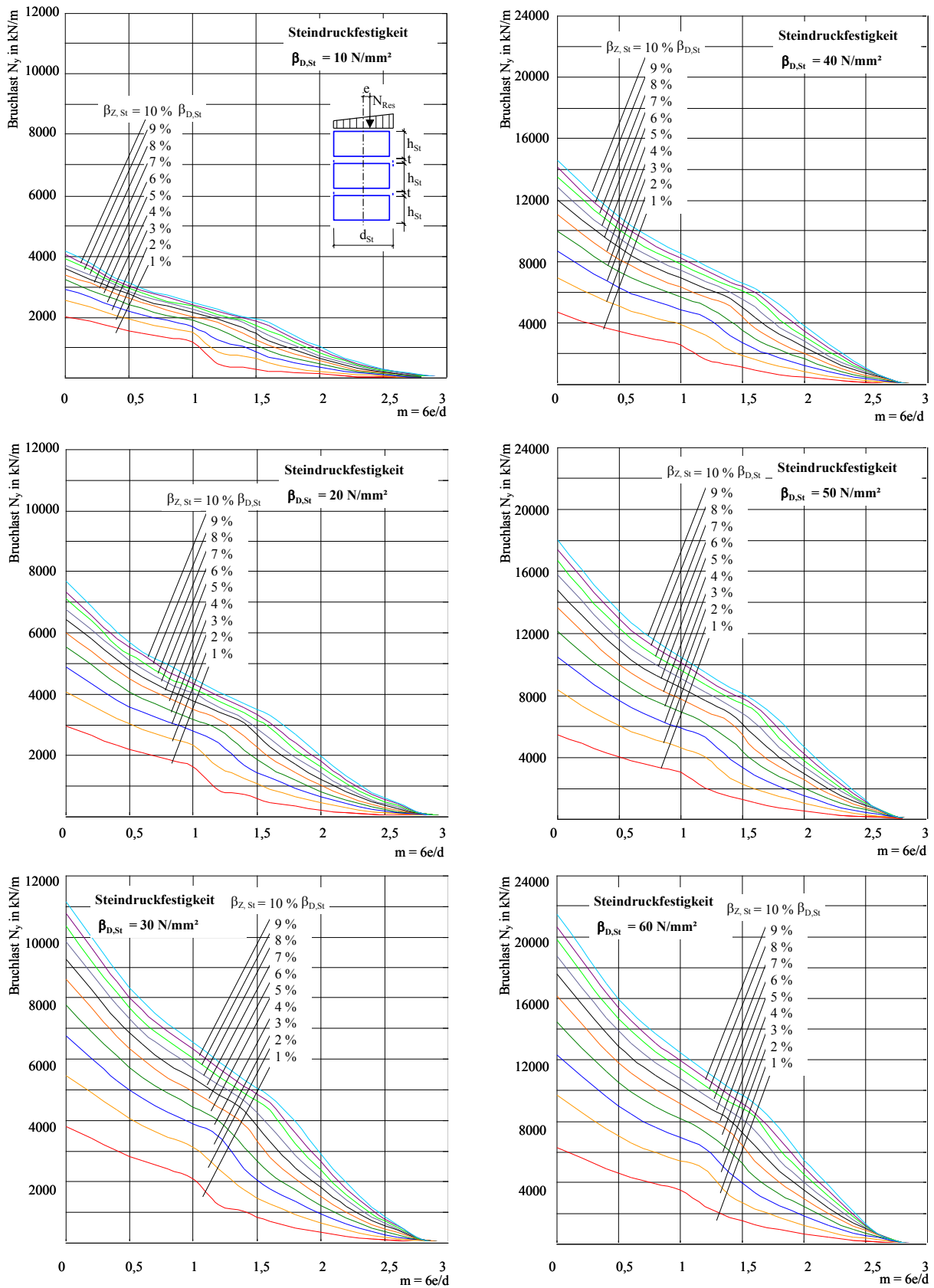


Bild 85 Traglastkurven für verschiedene Steindruck- und Zugfestigkeiten [38]

In kompakter Darstellung zeigt Bild 86 die mögliche Interpolation der Tragfähigkeit bei bekannten Traglastkurven.

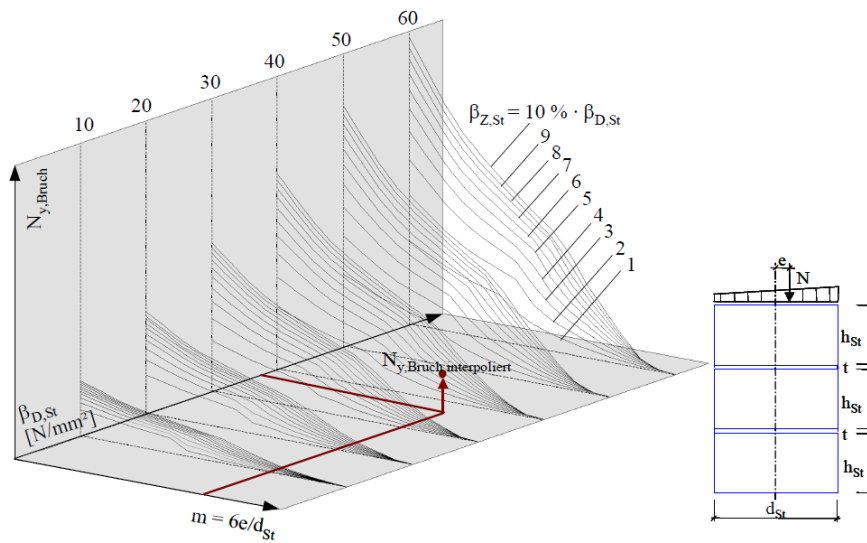


Bild 86 Traglasten in Abhängigkeit von $f_{D,St}$, $f_{Z,St}$ und der bezogenen Ausmitte $m=6e/t$

Vergleich der Bemessungs-Traglastkurven

Für die Bemessung der Brückenbögen werden aus den charakteristischen Traglastkurven die Bemessungs-Traglastkurven mit Hilfe der Materialsicherheit ermittelt. Mit den Materialsicherheitsbeiwerten nach Anhang 0 ergeben sich folgende Bemessungs-Traglastkurven nach Bild 87. Von den unterschiedlichen Tragfähigkeiten bei zentrischer Beanspruchung (N_{Rd} in [kN] pro m Bogenbreite) verlaufen die Kurven bis auf null bei maximaler exzentrischer Beanspruchung ($m = 3$).

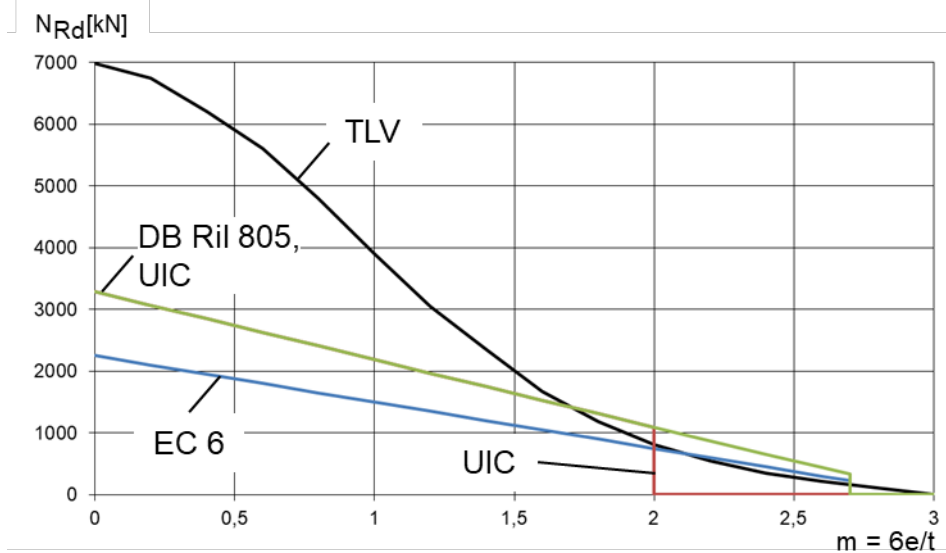


Bild 87 Bemessungs-Traglastkurven [N_{Rd}] nach verschiedenen Verfahren

Anhang 5: Tragfähigkeit von unbewehrtem Beton

Für Bögen aus unbewehrtem Beton wird die Traglastkurve mit Annahme einer dreieckförmigen Spannungsverteilung ermittelt. Damit wird auf sicherer Seite liegend die untere Schranke der Tragfähigkeit von Beton benutzt.

Basierend auf dem Bemessungswert der Betondruckfestigkeit lassen sich somit Traglastkurven für alle Exzentrizitäten von $m = 6 e/t = 0 \dots 3$ ermitteln. Als tragender Querschnitt wird beispielhaft ein 83 cm bis 40 cm dicker konischer Betonbogen (unbewehrt) ausgewertet.

Mit:

$$f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2 \text{ (C20/25)}$$

$$\gamma_c = 1,8 \text{ (Materialsicherheit)}$$

$$\alpha_{cc} = 0,85 \text{ (Dauerstandsbeiwert)}$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 9,44 \text{ N/mm}^2 = 9.444 \text{ kN/m}^2$$

Bild 88 zeigt exemplarisch die Bemessungswerte der zentrischen Tragfähigkeiten entlang eines konischen Bogens mit Dicken vom Kämpfer zum Scheitel zwischen 83 und 40 cm.

Querschnitt	Dicke	C20/25		zentrischer Druck
		α_{cc}	f_{cd} [N/mm ²]	
	t [cm]	B [cm]	f_{cd} [N/mm ²]	N_{Rd} [kN/m]
			20	
			0,85	
1	83,00	100	9,44	7835
2	79,42	100	9,44	7497
3	75,83	100	9,44	7159
4	72,25	100	9,44	6820
5	68,67	100	9,44	6482
6	65,08	100	9,44	6144
7	61,50	100	9,44	5806
8	57,92	100	9,44	5467
9	54,33	100	9,44	5129
10	50,75	100	9,44	4791
11	47,17	100	9,44	4453
12	43,58	100	9,44	4114
13	40,00	100	9,44	3776

Bild 88 Bemessungstraglasten N_{Rd} für konischen Betonbogen der Dicke $t = 83 \dots 40$ cm

Bei Annahme einer dreieckförmigen Spannungsverteilung („sichere Seite“) folgen die Traglastkurven nach Bild 89.

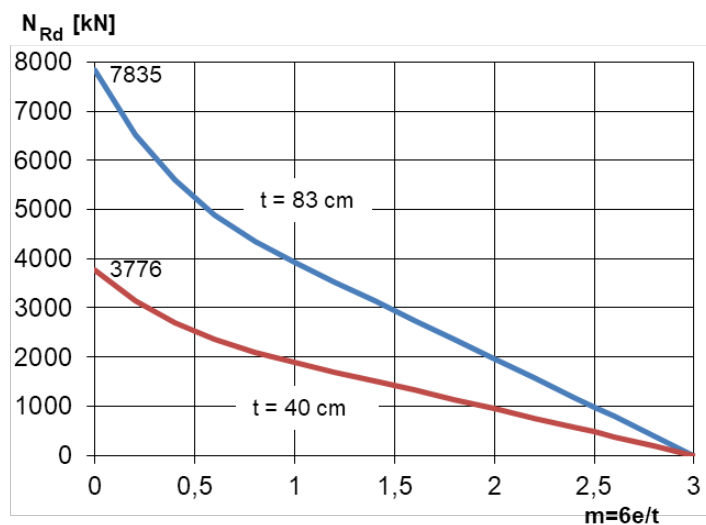


Bild 89 Bemessungs-Traglastkurven N_{Rd} für $t = 83$ und 40 cm in Abhängigkeit von der bezogenen Lastausmitte m

Anhang 6: Berücksichtigung von Auf- und Anbauten

Für die Ermittlung der Beanspruchung in der Konstruktion sind im statischen Modell neben den Gewölben, Widerlagern, Pfeilern mit Gründungen auch die Auf- und Anbauten in den Betrachtungen einzubeziehen.

Stirnmauern im Verbund mit den Gewölben versteifen diese an den Rändern in Brückenlängsrichtung. Vergleicht man diese als mittragende Überzüge wie im Stahlbetonbau, dann ist zu beachten, dass ermittelte Spannungen auch übertragbar sind. Ein Verbund zwischen Gewölbemauerwerk und gemauerten Stirnwänden wäre bei Ansatz der Steifigkeit nachzuweisen. Liegen beispielsweise Stirnringrisse vor oder ist kein ausreichender Schubverbund zwischen Gewölbeoberseite und Stirnmauer nachweisbar, dann lässt sich dieser versteifte Bereich („Überzug“) nicht zur Abtragung der Verkehrslasten heranziehen.

Aufbauten aus unbewehrtem Beton versteifen das Gewölbe entsprechend des Verbundgrades zwischen Gewölbeoberfläche und Auffüllung. Es liegt somit ein Querschnitt mit nachgiebigem Verbund vor. Sollten die Aufbauten lediglich als ungebundene Aufschüttung (z.B. Schotter) ausgeführt sein, dann können diese als ständige Beanspruchung wirken und den Bogen entsprechend der Auffüllungshöhe „vorspannen“. Dadurch lassen sich unsymmetrische Verkehrslasten besser abtragen.

Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden. zeigt an einem Beispiel den abnehmenden Ausnutzungsgrad der Bogenkonstruktion bei steigender Steifigkeit der Aufbauten. Hier wird beispielhaft die Steifigkeit der Auffüllung gesteigert.

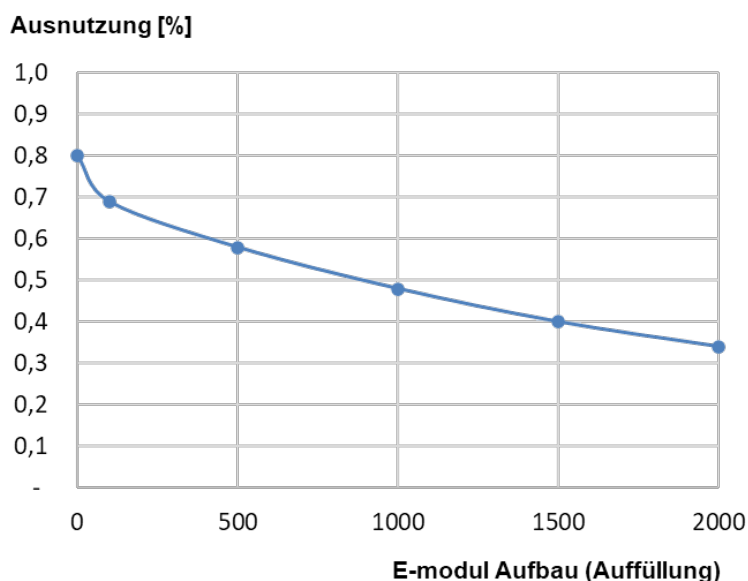


Bild 90 Ausnutzungsgrad der Gewölbekonstruktion in Abhängigkeit der Steifigkeit der Aufbauten

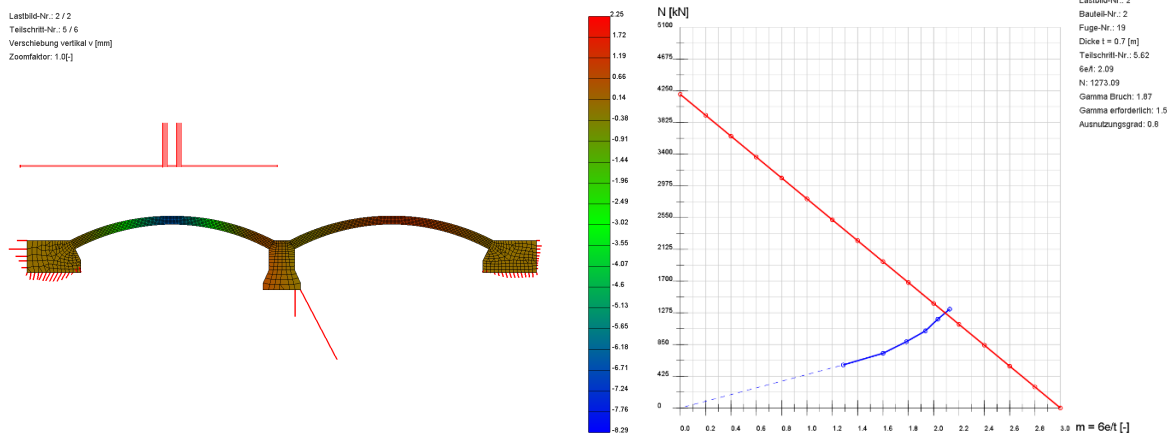


Bild 91 Auffüllung nur als Ständige Einwirkung mit Steifigkeit $E = 0 \text{ N/mm}^2$, Ausnutzung 80%

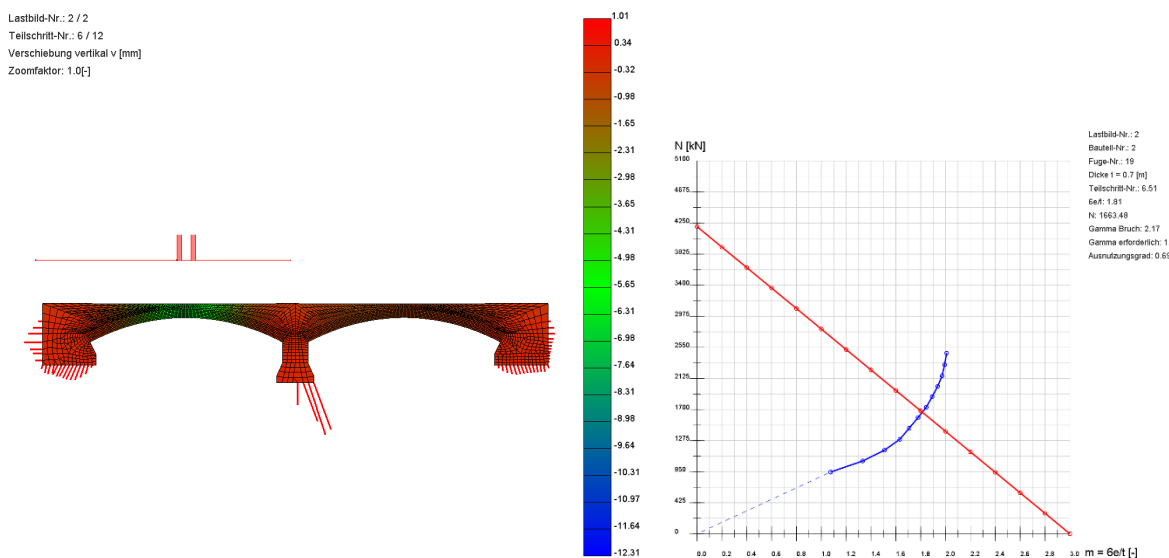


Bild 92 Auffüllung Steifigkeit $E = 100 \text{ N/mm}^2$, Ausnutzung 69%

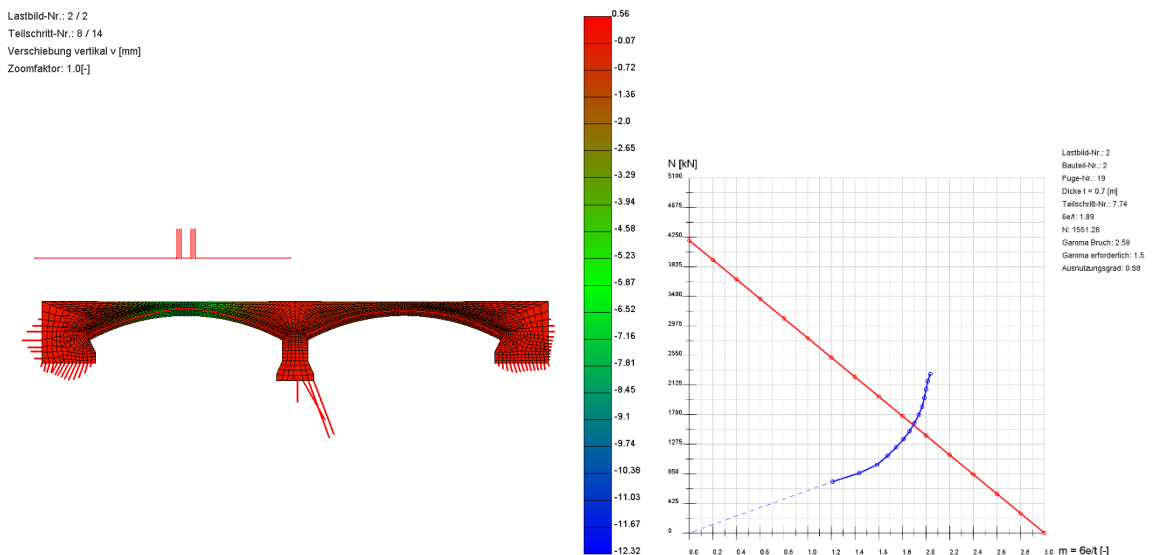
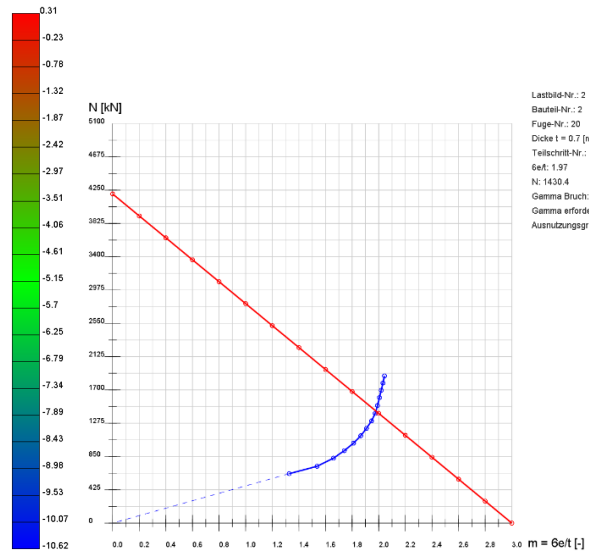
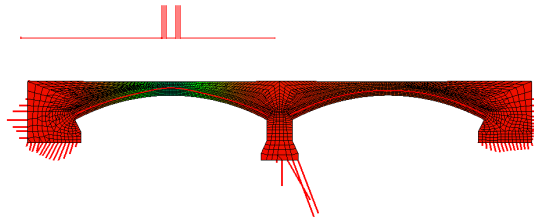


Bild 93 Auffüllung Steifigkeit $E = 500 \text{ N/mm}^2$, Ausnutzung 58 %

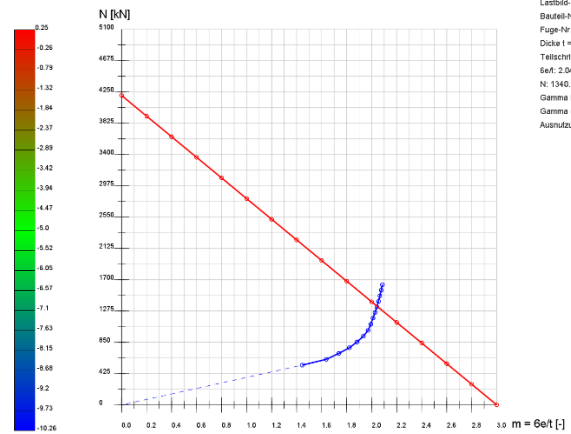
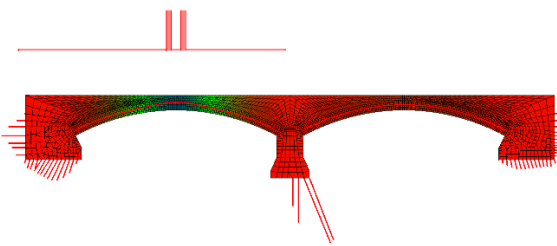
Lastbild-Nr.: 2 / 2
 Teilschnitt-Nr.: 9 / 14
 Verschiebung vertikal v [mm]
 Zoomfaktor: 1.0[-]



Lastbild-Nr.: 2
 Bauteil-Nr.: 2
 Fuge-Nr.: 20
 Dicke l = 0.7 [m]
 Teilschnitt-Nr.: 9.3
 Seft: 1.97
 N: 1430.4
 Gamma Bruch: 3.1
 Gamma erforderlich: 1.5
 Ausnutzungsgrad: 0.48

Bild 94 Auffüllung Steifigkeit $E = 1000 \text{ N/mm}^2$, Ausnutzung 48%

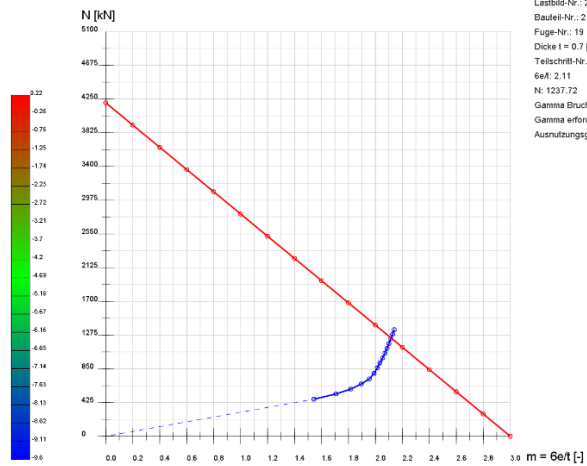
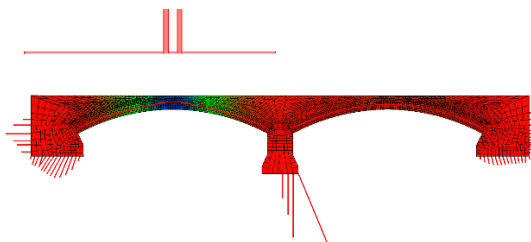
Lastbild-Nr.: 2 / 2
 Teilschnitt-Nr.: 11 / 15
 Verschiebung vertikal v [mm]
 Zoomfaktor: 1.0[-]



Lastbild-Nr.: 2
 Bauteil-Nr.: 2
 Fuge-Nr.: 19
 Dicke l = 0.7 [m]
 Teilschnitt-Nr.: 11.13
 Seft: 2.04
 N: 1340.28
 Gamma Bruch: 3.71
 Gamma erforderlich: 1.5
 Ausnutzungsgrad: 0.4

Bild 95 Auffüllung Steifigkeit $E = 1500 \text{ N/mm}^2$, Ausnutzung 40%

Lastbild-Nr.: 2 / 2
 Teilschnitt-Nr.: 13 / 15
 Verschiebung vertikal v [mm]
 Zoomfaktor: 1.0[-]



Lastbild-Nr.: 2
 Bauteil-Nr.: 2
 Fuge-Nr.: 19
 Dicke l = 0.7 [m]
 Teilschnitt-Nr.: 13.17
 Seft: 2.11
 N: 1237.72
 Gamma Bruch: 4.39
 Gamma erforderlich: 1.5
 Ausnutzungsgrad: 0.34

Bild 96 AufE-füllung Steifigkeit $E = 2000 \text{ N/mm}^2$, Ausnutzung 34%

Anhang 7: Sicherheitskonzept

Das Sicherheitskonzept fordert für eine 50-jährige Lebensdauer ein Ziel-Sicherheitsindex von $\beta = 3,8$. Somit sind die Einwirkungen sowie die Widerstandsgrößen mit entsprechenden Sicherheitsbeiwerten zu belegen. Damit soll die geforderte Versagenswahrscheinlichkeit mindestens $P_f = 7,23 \cdot 10^{-5}$ betragen und liegt somit bei 0,00723%. Aus statistischer Sicht darf nur bei einer Brücke von 13.831 gleichartigen Bauwerken während der Nutzungszeit die Tragfähigkeit überschritten werden.

Tab. 6 Beziehung zwischen Sicherheitsindex β und Versagenswahrscheinlichkeit P_f

β	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_f = \phi(-\beta)$	0,5	$1,587 \cdot 10^{-1}$	$2,275 \cdot 10^{-2}$	$1,350 \cdot 10^{-3}$	$3,169 \cdot 10^{-5}$	$2,871 \cdot 10^{-7}$	$9,901 \cdot 10^{-10}$	$1,288 \cdot 10^{-12}$	$6,285 \cdot 10^{-16}$	$1,145 \cdot 10^{-19}$	$7,770 \cdot 10^{-24}$

$P_f = \phi(-\beta)$	0,5	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}
β	0	1,282	2,327	3,091	3,719	4,265	4,753	5,199	5,621	5,997	6,361

8.12 Sicherheitsfaktoren

Die Sicherheitsfaktoren sind so festzulegen, dass unabhängig vom Nachweiskonzept die geforderte Versagenswahrscheinlichkeit nicht überschritten wird. Auch das in der Vergangenheit angewendete „Globale Sicherheitskonzept“ war dafür ausgelegt, wobei hier allerdings nur die Widerstandsseite mit einem „globalen“ Sicherheitsfaktor belegt wurde.

Tab. 7 Sicherheitsfaktoren für Teilsicherheitskonzept

Einwirkungsgröße	γ_f	Kommentar
Straßenverkehr (charakt. Wert)	1,50	Nachrechnungsklassen gemäß DIN 1072;
	1,50	Nachrechnung für LM1 (Nachrechnungsrichtlinie; DIN FB 101)
	1,35	Nachrechnung für LM1 (DIN EN 1991-2/NA)
Schienenverkehr (charakt. Wert)	1,30	DB-RiL 805;
	1,20	Sonderfahrzeuge, Streckenklasse nach spezieller Vorgabe
	---	Lastbild deckt tatsächliche Bahnbetriebslasten voll ab alle Zusatzlasten und Sonderlasten gemäß RiL 805
Eigenlasten (Mittelwert)	1,35	oberer Wert der Eigenlast (z.B. bei Lastmodell „Volllast“)
	1,20	oberer Wert der Eigenlast bei vorhandenem Materialgutachten
	0,90	unterer Wert der Eigenlast (z.B. bei Lastmodell „Halblast“)
Widerlageretzungen (Mittelwert)	1,00	Gemäß Baugrundgutachten; Bei schadensfreien Bögen mit langer Standzeit ohne Erhöhung setzungsrelevanter Lasten nicht notwendig

Bauwerksgrößen *)	γ_m	Kommentar
Bauwerksgeometrie (Mittelwert)	1,00	Aus Bestandsplan oder Aufmaß Vor-Ort
Elastizitätsmodul der Baustoffe (Mittelwert)	1,00	Berechnung mit Mittelwert 1,0-fach ansetzen
Geometrie von Stein und Fuge (Mittelwerte)	1,00	Kontrolle Vor-Ort immer notwendig; Fugenbreite konservativ einschätzen
Bogenmauerwerk	1,50	Bezogen auf das 5 %-Fraktile der Steindruck-/Steinzugfestigkeit und Mörteldruckfestigkeit
Steindruckfestigkeit	1,80	Bezogen auf den Mittelwert
	1,30	Bezogen auf das 5 %-Fraktile (charakt. Wert) Gültigkeitsgrenze: $v = \sigma / m < 30\%$ (Variationskoeffizient)
Steinzugfestigkeit	1,80	Bezogen auf das 5 %-Fraktile (charakt. Wert) Gültigkeitsgrenze: $v = \sigma / m < 30\%$ (Variationskoeffizient)
Mörteldruckfestigkeit	1,00	einaxiale Druckfestigkeit Bezogen auf das 5 %-Fraktile (charakt. Wert)
Druckfestigkeit Übermauerung; Aufbeton	1,80	Bezogen auf das 5 %-Fraktile (charakt. Wert); Ist nur bedeutsam, wenn der Steinbogen planmäßig „gestützt“ gerechnet wird (Aufnahme von Anfahr- und Bremslasten aus Verkehr)

In aktueller Normung wird mit dem Teilsicherheitskonzept sowohl die Einwirkungs- als auch die Widerstandsseite mit Sicherheitsfaktoren (Tab. 7) belegt, so dass die geforderte Versagenswahrscheinlichkeit erreicht wird. Somit lassen sich die einzelnen Einflüsse auf das Tragverhalten aus z.B. Geometrie, Material und Einwirkungen mit jeweils ihren anhaftenden Verteilungsfunktionen und Streubereichen besser erfassen. Alternativ sind individuelle Faktoren denkbar, um beispielsweise besseren oder schlechteren Ist-Zuständen des Bogentragwerkes gerecht zu werden.

8.13 Bemessungsfestigkeit von Mauerwerk

Für die Ermittlung der Bemessungsfestigkeit unter zentrischer Beanspruchung N_{Rd} ist die Festlegung zu treffen, welche Materialsicherheitsbeiwerte heranzuziehen sind. In die Ermittlung der Mauerwerksfestigkeit gehen neben den Geometrie- auch die Materialwerte:

- Steindruckfestigkeit
 - Steinzugfestigkeit
 - Mörteldruckfestigkeit
- ein.

Diese Materialwerte liegen als 5%-Fraktile (charakteristische Festigkeit) nach Beprobung und statistischer Auswertung (siehe Abschnitt 8.7) vor.

Nachfolgend werden drei Sicherheitskonzepte miteinander verglichen, wobei die Materialsicherheit bei Konzept A und B „global“ gelten soll und beim Konzept C die Materialien Mörtel und Stein jeweils mit Teil-Sicherheitsbeiwerte belegt werden.

- Sicherheitskonzept A: Materialsicherheit $\gamma_M = 1,5/0,85 = 1,76$ nach DIN EN 1996 (Neubauten)
- Sicherheitskonzept B: Materialsicherheit $\gamma_M = 2,0$ nach UIC-Kodex 778-3
- Sicherheitskonzept C: Materialsicherheit $\gamma_{D,M\ddot{o}} = 1,0$; $\gamma_{D,St} = 1,3$; $\gamma_{Z,St} = 1,8$

Für den Vergleich der Bemessungsfestigkeit $f_{MW,d}$ wird die Gleichung:

$$f_{MW} = 0,5 \cdot f_{D,M\ddot{o}} + \frac{a \cdot 0,5 \cdot f_{D,St} - 0,5 \cdot f_{D,M\ddot{o}}}{1 + \frac{b \cdot t \cdot 0,5 \cdot f_{D,St}}{2 \cdot h_{St} \cdot f_{Z,St}}}$$

mit Berücksichtigung eines Dauerstandsbeiwertes von $\zeta = 0,85$ für Konzept A mit den entsprechenden Materialsicherheiten belegt (Tab. 8).

Eingangsgrößen sind die 5%-Fraktile für:

- Mörteldruckfestigkeit: $f_{D,M\ddot{o},5\%} = 0; 2,5; 5,0; 10; 20 \text{ N/mm}^2$
- Steindruckfestigkeit: $f_{D,St,5\%} = 20; 50; 100 \text{ N/mm}^2$
- Steinzugfestigkeit: $f_{Z,St,5\%} = 6\% \cdot f_{D,St,5\%}$

Bild 97 zeigt die Unterschiede der Bemessungsfestigkeiten nach den drei Sicherheitskonzepten.

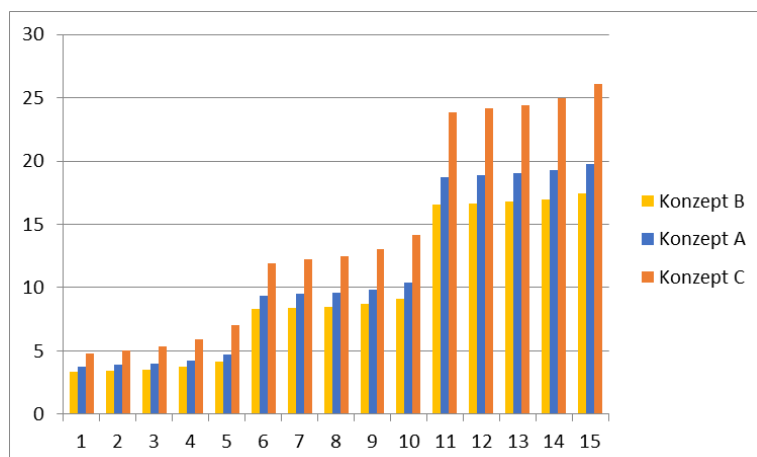


Bild 97 Bemessungsfestigkeiten $f_{MW,d}$ [N/mm²] nach Material-Sicherheitskonzepten

Tab. 8 Bemessungsfestigkeiten nach Sicherheitskonzepten

		Beiwert a = 0,8 Beiwert b = 1,0						$f_{MW} = 0,5 \cdot f_{D,M\ddot{o}} + \frac{a \cdot 0,5 \cdot f_{D,St} - 0,5 \cdot f_{D,M\ddot{o}}}{1 + \frac{b \cdot t \cdot 0,5 \cdot f_{D,St}}{2 \cdot h_{St} \cdot f_{Z,St}}}$			
				$f_{D,M\ddot{o},5\%}$ = 6%							
$\gamma_{M\ddot{o}}$	$\gamma_{D,St}$	$\gamma_{Z,St}$	$f_{D,M\ddot{o},5\%}$	$f_{D,St,5\%}$	$f_{Z,St,5\%}$	h_{St}	t	f_{MW}	γ_{MW}	$f_{MW,d}$	
			[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[cm]	[cm]	[N/mm ²]		[N/mm ²]	
Konzept A											
1,00	1,00	1,00	0,0	20	1,2	30	1,5	6,62	1,76	3,75	
1,00	1,00	1,00	2,5	20	1,2	30	1,5	6,84	1,76	3,87	
1,00	1,00	1,00	5,0	20	1,2	30	1,5	7,05	1,76	4,00	
1,00	1,00	1,00	10,0	20	1,2	30	1,5	7,48	1,76	4,24	
1,00	1,00	1,00	20,0	20	1,2	30	1,5	8,34	1,76	4,73	
1,00	1,00	1,00	0,0	50	3,0	30	1,5	16,55	1,76	9,38	
1,00	1,00	1,00	2,5	50	3,0	30	1,5	16,77	1,76	9,50	
1,00	1,00	1,00	5,0	50	3,0	30	1,5	16,98	1,76	9,62	
1,00	1,00	1,00	10,0	50	3,0	30	1,5	17,41	1,76	9,87	
1,00	1,00	1,00	20,0	50	3,0	30	1,5	18,28	1,76	10,36	
1,00	1,00	1,00	0,0	100	6,0	30	1,5	33,10	1,76	18,76	
1,00	1,00	1,00	2,5	100	6,0	30	1,5	33,32	1,76	18,88	
1,00	1,00	1,00	5,0	100	6,0	30	1,5	33,53	1,76	19,00	
1,00	1,00	1,00	10,0	100	6,0	30	1,5	33,97	1,76	19,25	
1,00	1,00	1,00	20,0	100	6,0	30	1,5	34,83	1,76	19,74	
Konzept B											
1,00	1,00	1,00	0,0	20	1,2	30	1,5	6,62	2,0	3,31	
1,00	1,00	1,00	2,5	20	1,2	30	1,5	6,84	2,0	3,42	
1,00	1,00	1,00	5,0	20	1,2	30	1,5	7,05	2,0	3,53	
1,00	1,00	1,00	10,0	20	1,2	30	1,5	7,48	2,0	3,74	
1,00	1,00	1,00	20,0	20	1,2	30	1,5	8,34	2,0	4,17	
1,00	1,00	1,00	0,0	50	3,0	30	1,5	16,55	2,0	8,28	
1,00	1,00	1,00	2,5	50	3,0	30	1,5	16,77	2,0	8,38	
1,00	1,00	1,00	5,0	50	3,0	30	1,5	16,98	2,0	8,49	
1,00	1,00	1,00	10,0	50	3,0	30	1,5	17,41	2,0	8,71	
1,00	1,00	1,00	20,0	50	3,0	30	1,5	18,28	2,0	9,14	
1,00	1,00	1,00	0,0	100	6,0	30	1,5	33,10	2,0	16,55	
1,00	1,00	1,00	2,5	100	6,0	30	1,5	33,32	2,0	16,66	
1,00	1,00	1,00	5,0	100	6,0	30	1,5	33,53	2,0	16,77	
1,00	1,00	1,00	10,0	100	6,0	30	1,5	33,97	2,0	16,98	
1,00	1,00	1,00	20,0	100	6,0	30	1,5	34,83	2,0	17,41	
Konzept C											
1,00	1,30	1,80	0,0	20	1,2	30	1,5	4,78	1,0	4,78	
1,00	1,30	1,80	2,5	20	1,2	30	1,5	5,06	1,0	5,06	
1,00	1,30	1,80	5,0	20	1,2	30	1,5	5,34	1,0	5,34	
1,00	1,30	1,80	10,0	20	1,2	30	1,5	5,90	1,0	5,90	
1,00	1,30	1,80	20,0	20	1,2	30	1,5	7,01	1,0	7,01	
1,00	1,30	1,80	0,0	50	3,0	30	1,5	11,94	1,0	11,94	
1,00	1,30	1,80	2,5	50	3,0	30	1,5	12,22	1,0	12,22	
1,00	1,30	1,80	5,0	50	3,0	30	1,5	12,50	1,0	12,50	
1,00	1,30	1,80	10,0	50	3,0	30	1,5	13,06	1,0	13,06	
1,00	1,30	1,80	20,0	50	3,0	30	1,5	14,18	1,0	14,18	
1,00	1,30	1,80	0,0	100	6,0	30	1,5	23,88	1,0	23,88	
1,00	1,30	1,80	2,5	100	6,0	30	1,5	24,16	1,0	24,16	
1,00	1,30	1,80	5,0	100	6,0	30	1,5	24,44	1,0	24,44	
1,00	1,30	1,80	10,0	100	6,0	30	1,5	25,00	1,0	25,00	
1,00	1,30	1,80	20,0	100	6,0	30	1,5	26,12	1,0	26,12	

Aus den geringen Unterschieden zwischen den Konzepten A und B empfiehlt der Verfasser in die Nachrechnungsrichtlinie folgende Gleichung aus dem UIC-Kodex in Kombination mit EC 6 aufzunehmen:

$$f_{MW,d} = \zeta \cdot f_{MW,k} / \gamma_M$$

$$f_{MW,k} = 0,5 \cdot f_{D,M\ddot{o}} + \frac{a \cdot 0,5 \cdot f_{D,St} - 0,5 \cdot f_{D,M\ddot{o}}}{1 + \frac{b \cdot t \cdot 0,5 \cdot f_{D,St}}{2 \cdot h_{St} \cdot f_{Z,St}}}$$

$\zeta = 0,85$ (Dauerstandsbeiwert, Unterschied zur kurzzeitigen Versuchsbeanspruchung)

$\gamma_M = 1,5$ (Materialsicherheit)

Tab. 9 Beiwerte a und b

	a	b
Ziegelsteinmauerwerk	0,6	0,6
Natursteinquadermauerwerk (Steinhöhe > 300 mm)	1,0	2,2
Natursteinschichtenmauerwerk (Steinhöhe 200-300 mm)	0,8	1,0
Bruchsteinmauerwerk (unbehauene Steine, hoher Mörtelanteil)	0,1	0,4

Für Ziegelmauerwerk ist die zentrische Tragfähigkeit alternativ mit der Potenzfunktion nach EC 6 bestimmbar:

$$f_k = K \cdot f_{D,St}^\alpha \cdot f_{D,M\ddot{o}}^\beta$$

$K = 0,95$ (Beiwerte für Ziegelmauerwerk mit Vollsteinen)
 $\alpha = 0,585$
 $\beta = 0,162$

Anhang 8: Nachweisverfahren für Bogenkonstruktionen

8.14 Nachweis im GZT

Die Traglastkurve ist für jede Fuge von der bezogenen Ausmitte $m=0$ bis $m=3$ für das gewählte Nachweisverfahren bekannt.

Für jede Einwirkungskombination wird unter Laststeigerung für jede Fuge die Normalkraft N und bezogener Ausmitte m berechnet. Daraus folgt die Stützlinie für jeden Lastschritt und der Beanspruchungspfad. Zusätzlich zur Lastausmitte wird normativ eine ungewollte Lastausmitte addiert. Weiterhin wird geregelt, dass die Lastausmitte mindestens 5% und maximal 45% der Bogendicke sein darf.

$$e_i = e_{L,i} + e_{init}$$

- e_i Lastexzentrizität im Nachweisschnitt „i“
- $e_{L,i}$ Lastausmitte aus Einwirkungskombination
- e_{init} Lastausmitte aus ungewollter Ausmitte (z.B. $L/450$)
- L Stützweite Systemlinie
- t Bogendicke am Nachweisschnitt „i“ [t_s (Scheitel), t_k (Kämpfer)]

Grenzbereich der zulässigen Ausmitte:

$$0,05 \cdot t \geq e_i \leq 0,45 \cdot t$$

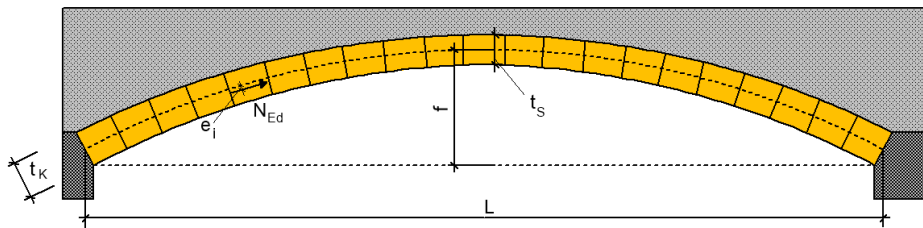


Bild 98 Bogen mit geometrischen Kennwerten

Lässt sich die Bemessungslast im Iterationsprozess nicht vollständig aufprägen, so ist das Versagen zuvor durch Gelenkkettenbildung charakterisiert und die Querschnittstragfähigkeit wird nicht erreicht. Dieses Systemverhalten gleicht dem Versagen schlanker Mauerwerkswände und ist bei sehr hohen Festigkeiten z.B. bei Granitmauerwerk denkbar.

Bild 99 zeigt vier mögliche Fälle zum Erkennen von Versagenszuständen. Bei Fall 1 wird die Verkehrslast soweit gesteigert, dass sowohl der Bruchzustand als auch die kinematische Gelenkkette erkannt wird. Bei Fall 2 wird nur der Bruchzustand erkannt. Die Verkehrslast müsste weiter gesteigert werden, um Fall 1 zu erhalten. Bei Fall 3 wird Versagen mit kinematischer Kette erkannt, noch bevor es zum Materialbruch kommt. Als Anwendungsfall ist ein sehr schlanker Bogen aus hochfestem Granit vorstellbar. Bei Fall 4 wird weder die Bruch- noch Versagenslast durch Gelenkkettenbildung erreicht. Hier lässt sich allerdings keine Tragreserve ausweisen, da kein Schnittpunkt mit der Traglastkurve vorliegt.

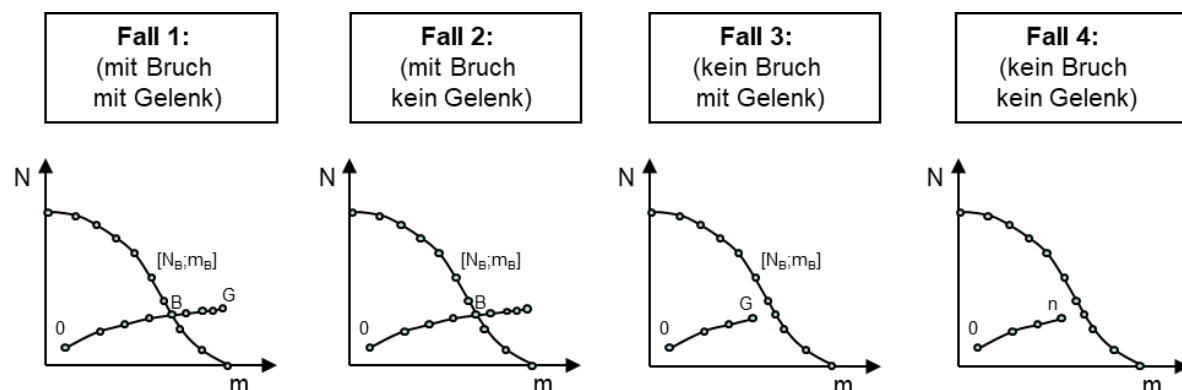


Bild 99 Erkennen des Versagenszustandes in vier möglichen Fällen

Für unbewehrte Betonkonstruktionen ist das Nachweisverfahren in gleicher Weise anwendbar. Die belastungsabhängige Rissbildung wird hier allerdings mit sich ideell öffnenden Fugen modelliert.

8.15 Nachweis im GZG

Zum Nachweis der Gebrauchstauglichkeit wird die Exzentrizität der Normalkraft im Querschnitt unter der Voraussetzung einer linearen Spannungsverteilung über den Querschnitt mit Ausfall von Zugspannungen begrenzt.

Unter ständigen Einwirkungen darf die Lastexzentrizität $e_{L,i}$ einen Wert von $1/6$ in Bezug auf die Bogendicke t nicht überschreiten (erste Kernweite).

Im Allgemeinen darf die Lastexzentrizität $e_{L,i}$ unter der seltenen (charakteristischen) Einwirkungskombination einen Wert von $1/3$ in Bezug auf die Bogendicke t nicht überschreiten (zweite Kernweite). Dieser Nachweis kann alternativ unter der häufigen Einwirkungskombination geführt werden, wenn das Gewölbemauerwerk aktuell keine lastabhängigen Schädigungen aufweist. In diesem Fall ist die einfache Prüfung nach DIN 1076 in Bezug auf das Gewölbe auf den Umfang einer Hauptprüfung auszuweiten.

Anlage 1: Talbrücke Höllenbach

8.16 Ziegel-Druckfestigkeit

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	3,671	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$		Mittelwert	44,15 N/mm ²		
Mittelwert	39,28 N/mm ²	$m = e^{m_y}$					
log. Standardabweichung s_y	0,470	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$		Standardabweichung	24,87 N/mm ²		
Standardabweichung	1,599 N/mm ²	$s = \frac{s_y}{\sqrt{10}}$		Variationskoeffizient	56,3%		
Variationskoeffizient V_y	49,7%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$					
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_{30} =$	1,730 für unbekannte Grundgesamtheit			$k_{30} =$	1,730 für unbekannte Vx		
Quantilwert f_k	17,43 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$		Quantilwert f_k	1,13 N/mm ²		
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal				
1	38,40	3,648057	0,00	1	38,40		
2	42,90	3,758872	0,01	2	42,90		
3	34,70	3,546740	0,02	3	34,70		
4	30,20	3,407842	0,07	4	30,20		
5	19,20	2,954910	0,51	5	19,20		
6	16,70	2,815409	0,73	6	16,70		
7	66,20	4,192680	0,27	7	66,20		
8	46,50	3,839452	0,03	8	46,50		
9	28,90	3,363842	0,09	9	28,90		
10	35,70	3,575151	0,01	10	35,70		
11	29,20	3,374169	0,09	11	29,20		
12	26,40	3,273364	0,16	12	26,40		
13	41,80	3,732896	0,00	13	41,80		
14	39,80	3,683867	0,00	14	39,80		
15	25,30	3,230804	0,19	15	25,30		
16	25,10	3,222868	0,20	16	25,10		
17	34,20	3,532226	0,02	17	34,20		
18	31,20	3,440418	0,05	18	31,20		
19	52,10	3,953165	0,08	19	52,10		
20	47,40	3,858622	0,04	20	47,40		
21	47,50	3,860730	0,04	21	47,50		
22	56,40	4,032469	0,13	22	56,40		
23	105,30	4,656813	0,97	23	105,30		
24	126,90	4,843399	1,38	24	126,90		
25	46,70	3,843744	0,03	25	46,70		
26	21,30	3,058707	0,37	26	21,30		
27	32,10	3,468856	0,04	27	32,10		
28	30,90	3,430756	0,06	28	30,90		
29	89,90	4,498698	0,69	29	89,90		
30	55,70	4,019980	0,12	30	55,70		
		110,119507	6,40				

8.17 Mörtel-Druckfestigkeit

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	3,934	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$		Mittelwert	51,63 N/mm ²		
Mittelwert	51,10 N/mm ²	$m = e^{m_y}$					
log. Standardabweichung s_y	0,151	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$		Standardabweichung	7,77 N/mm ²		
Standardabweichung	1,163 N/mm ²	$s = \frac{s_y}{\sqrt{10}}$		Variationskoeffizient	15,1%		
Variationskoeffizient V_y	15,2%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$					
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_{10} =$	1,920 für unbekannte Grundgesamtheit			$k_{10} =$	1,920 für unbekannte Vx		
Quantilwert f_k	38,21 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$		Quantilwert f_k	36,71 N/mm ²		
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal				
1	57,60	4,053523	0,01	1	57,60		
2	63,10	4,144721	0,04	2	63,10		
3	43,10	3,763523	0,03	3	43,10		
4	52,50	3,960813	0,00	4	52,50		
5	40,90	3,711130	0,05	5	40,90		
6	44,60	3,797734	0,02	6	44,60		
7	48,60	3,883624	0,00	7	48,60		
8	47,90	3,869116	0,00	8	47,90		
9	60,80	4,107590	0,03	9	60,80		
10	57,20	4,046554	0,01	10	57,20		
		39,338326	0,21				

Anlage 2 Talbrücke Einsiedelstein

8.18 Materialkennwerte

In [3.3] werden die Ergebnisse der Materialprüfung zusammengefasst:

Gewölbe: $f_k = 13,2 \text{ MN/m}^2$
 $E_m = 17.220 \dots 13.500 \text{ MN/m}^2 \cong 15.000 \text{ MN/m}^2$
 $\text{zul}\sigma = 4,38 \text{ MN/m}^2$

Pfeilerverblendung: $f_k = 10,0 \text{ MN/m}^2$ (Annahme)

$E_m = 46.830 \text{ MN/m}^2$
 $\text{zul}\sigma = 4,0 \text{ MN/m}^2$

Der Verblendung wird möglichst wenig Last aus dem Gewölbe zugelassen, daher wird hierfür rechnerisch der E-Modul deutlich reduziert ($E_m = 5.000 \text{ MN/m}^2$).

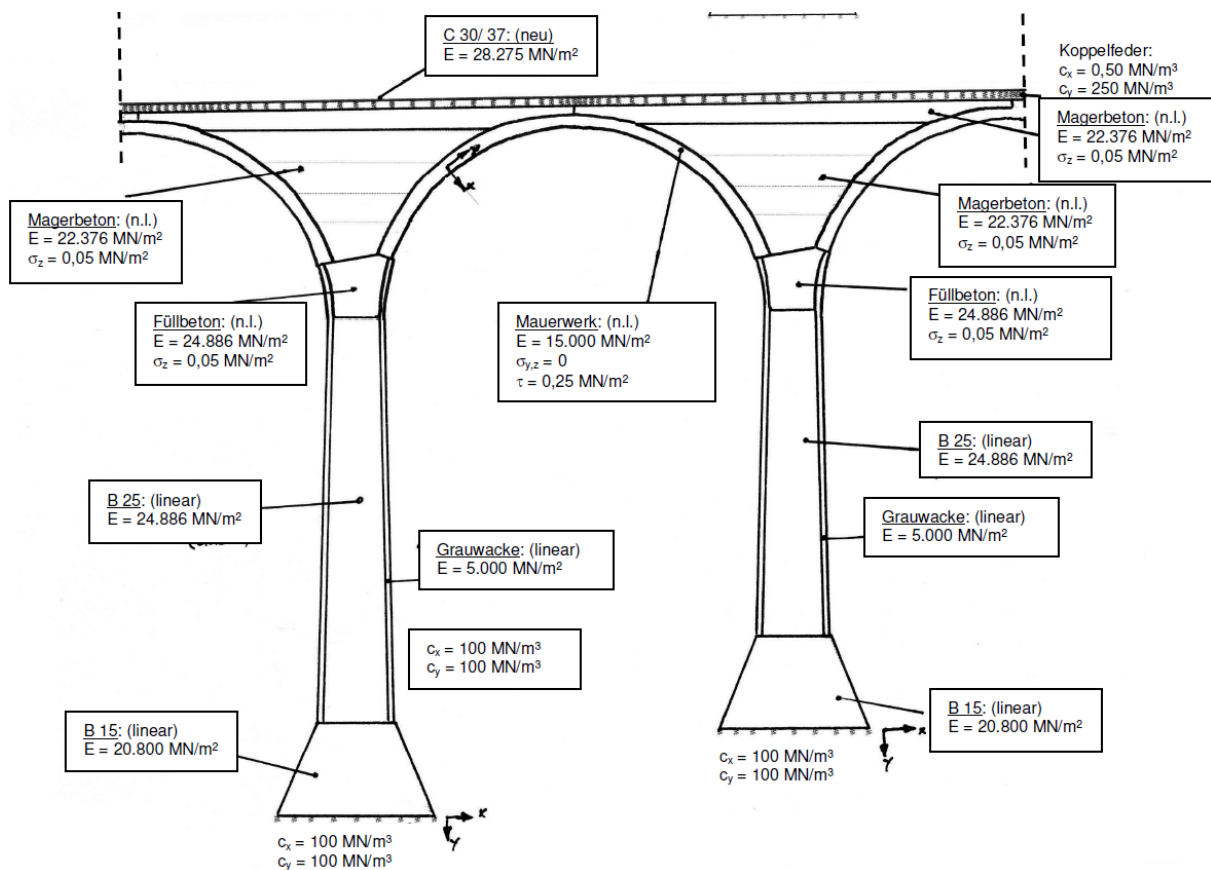


Bild 100 Materialkennwerte

8.19 Baugrundkennwerte

Nachfolgend wird auszugsweise das Baugrundgutachten [3.3] wiedergegeben.

Der Untergrund ist lange konsolidiert. Die Absolut- und erst recht die Relativverformungen aus dem Baugrund sind somit minimal und spielen für die Nachweise keine Rolle. Der Steifemodul kann gemäß dem Bodengutachten mit 850 N/mm^2 angenommen werden. Es ergibt sich für die vertikale Bettung der Widerlager und Fundamente eine Bettungszahl von:

$$\begin{aligned}
 c_y &= 1,33 E_S / (b^2 l)^{1/3} & b &\cong 8 \text{ m}, l \cong 25 \text{ m} \\
 &= 1,33 \times 85,0 / (800^2 \times 2500)^{1/3} \times 10^6 \\
 &= 95145 \text{ kN/m}^3 \\
 &\cong 10^5 \text{ kN/m}^3
 \end{aligned}$$

Der transversale Anteil der Bettungen wird in gleicher Größe berücksichtigt:

$$c_{x,q} = 10^5 \text{ kN/m}^3$$

Für die horizontale Bettung an den Widerlagern wird eine Bettung von:

$$c_y = 3 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$$

angesetzt, was in etwa im unteren Bereich der Bettungswerte von konsolidierten Böden entspricht. Zugkräfte werden hierbei nicht zugelassen wird (Rissfeder).

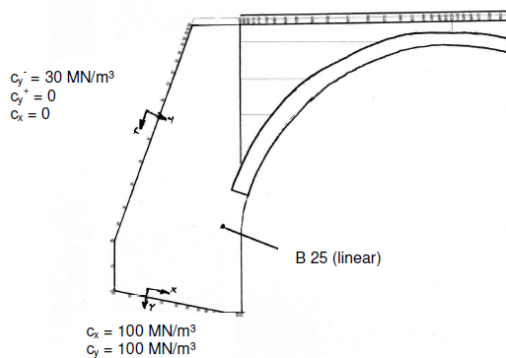


Bild 101 Bettungswerte

Anlage 3: Brücke über die Mandau

8.20 Traglastkurven

Für verschiedene Mörtelfestigkeiten wurden die Traglastkurven numerisch ermittelt (Bild 102). Die Bruchlasten sind in Bild 103 jeweils bezogen auf die zentrische Tragfähigkeit ($m=0$) dargestellt. Das Verhältnis der Tragfähigkeiten für die verschiedenen Mörtelfestigkeiten unter zunehmender Ausmitte ist sehr ähnlich.

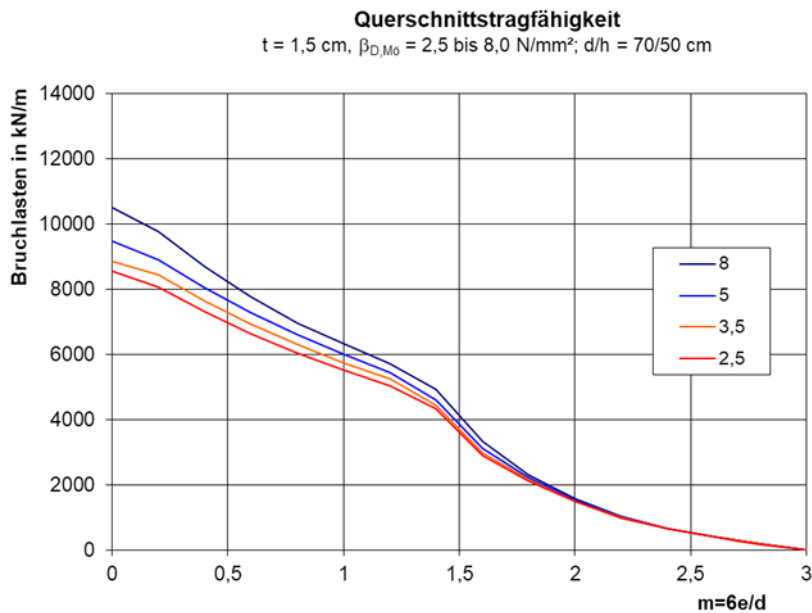


Bild 102 Traglastkurven in Abhängigkeit der Mörteldruckfestigkeit

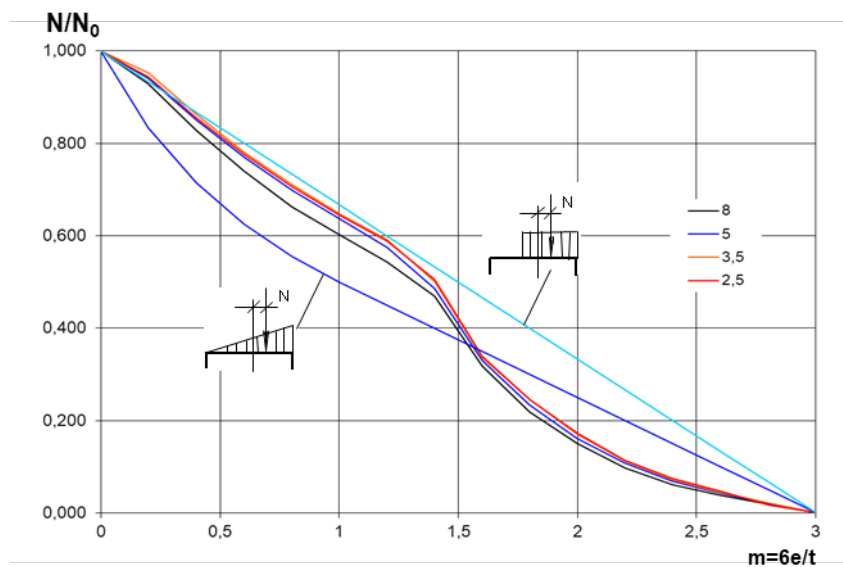


Bild 103 Traglastkurven in Abhängigkeit der Mörteldruckfestigkeit

Anlage 4: Brücke über die Zschopau

8.21 Materialkennwerte: Statistische Auswertung

8.21.1 Steindruckfestigkeit

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	3,902		$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$	Mittelwert	51,43 N/mm ²		
Mittelwert	49,48 N/mm ²		$m = e^{m_y}$				
log. Standardabweichung s_y	0,305		$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$	Standardabweichung	13,24 N/mm ²		
Standardabweichung	1,357 N/mm ²		$s = e^{s_y}$	Variationskoeffizient	25,7%		
Variationskoeffizient V_y	31,2%		$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$				
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_{15} =$	1,700 für unbekannte Grundgesamtheit			$k_{15} =$	1,700 für unbekannte V_x		
Quantilwert f_k	29,45 N/mm ²		$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$	Quantilwert f_k	28,92 N/mm ²		
			Mittelwert_log_Normal				Standabw_log_Normal
1	53,80		3,985273	1	53,80		0,01
2	47,90		3,869116	2	47,90		0,00
3	53,60		3,981549	3	53,60		0,01
4	57,50		4,051785	4	57,50		0,02
5	51,90		3,949319	5	51,90		0,00
6	52,20		3,955082	6	52,20		0,00
7	56,00		4,025352	7	56,00		0,02
8	56,90		4,041295	8	56,90		0,02
9	56,40		4,032469	9	56,40		0,02
10	65,10		4,175925	10	65,10		0,08
11	68,00		4,219508	11	68,00		0,10
12	67,30		4,209160	12	67,30		0,09
13	27,40		3,310543	13	27,40		0,35
14	28,70		3,356897	14	28,70		0,30
15	28,80		3,360375	15	28,80		0,29
			58,523648				1,30

8.21.2 Stein-Spaltzugfestigkeit

log. Normalverteilung				Normalverteilung			
log. Mittelwert m_y	0,966		$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$	Mittelwert	2,63 N/mm ²		
Mittelwert	2,63 N/mm ²		$m = e^{m_y}$				
log. Standardabweichung s_y	0,081		$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$	Standardabweichung	0,21 N/mm ²		
Standardabweichung	1,084 N/mm ²		$s = e^{s_y}$	Variationskoeffizient	7,8%		
Variationskoeffizient V_y	8,1%		$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$				
Verteilung	log. Normalverteilung			Verteilung	Normalverteilung		
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %			Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		
Quantil	5 %			Quantil	5 %		
$k_6 =$	2,180 für unbekannte Grundgesamtheit			$k_6 =$	2,180 für unbekannte V_x		
Quantilwert f_k	2,20 N/mm ²		$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$	Quantilwert f_k	2,18 N/mm ²		
			Mittelwert_log_Normal				Standabw_log_Normal
1	2,80		1,029619	1	2,80		0,00
2	2,30		0,832909	2	2,30		0,02
3	2,80		1,029619	3	2,80		0,00
4	2,80		1,029619	4	2,80		0,00
5	2,60		0,955511	5	2,60		0,00
6	2,50		0,916291	6	2,50		0,00
			5,793570				0,03

Anlage 5: Brücke über die Prießnitz



Bild 104 Drei Hauptbögen mit konstanter Bogendicke

8.22 Materialkennwerte: Statistische Auswertung

8.22.1 Steindruckfestigkeit

log. Normalverteilung			Normalverteilung		
log. Mittelwert m_y	3,590	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$	Mittelwert	36,33 N/mm ²	
Mittelwert	36,24 N/mm ²	$m = e^{m_y}$			
log. Standardabweichung s_y	0,075	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$	Standardabweichung	2,88 N/mm ²	
Standardabweichung	1,078 N/mm ²	$s = \frac{e^{s_y}}{s_y}$	Variationskoeffizient	7,9%	
Variationskoeffizient V_y	7,5%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$			
Verteilung	log. Normalverteilung		Verteilung	Normalverteilung	
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		Aussagewahrscheinlichkeit	95 %	
Quantil	5 %		Quantil	5 %	
$k_5 =$	2,180 für unbekannte Grundgesamtheit		$k_5 =$	2,180 für unbekannte V_x	
Quantilwert f_k	30,76 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$	Quantilwert f_k	30,07 N/mm ²	
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal		
1	42,00	3,737670	0,02	1	42,00
2	35,00	3,555348	0,00	2	35,00
3	36,00	3,583519	0,00	3	36,00
4	36,00	3,583519	0,00	4	36,00
5	35,00	3,555348	0,00	5	35,00
6	34,00	3,526361	0,00	10	34,00
		21,541764	0,03		

8.22.2 Stein-Spaltzugfestigkeit

log. Normalverteilung			Normalverteilung		
log. Mittelwert m_y	0,741	$m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$	Mittelwert	2,11 N/mm ²	
Mittelwert	2,10 N/mm ²	$m = e^{m_y}$			
log. Standardabweichung s_y	0,095	$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m_y)^2}$	Standardabweichung	0,20 N/mm ²	
Standardabweichung	1,100 N/mm ²	$s = \frac{e^{s_y}}{s_y}$	Variationskoeffizient	9,3%	
Variationskoeffizient V_y	9,5%	$V_y = \sqrt{e^{s_y^2} - 1}$			
Verteilung	log. Normalverteilung		Verteilung	Normalverteilung	
Aussagewahrscheinlichkeit	95 %		Aussagewahrscheinlichkeit	95 %	
Quantil	5 %		Quantil	5 %	
$k_5 =$	2,180 für unbekannte Grundgesamtheit		$k_5 =$	2,180 für unbekannte V_x	
Quantilwert f_k	1,71 N/mm ²	$f_k = e^{(m_y - k_n \cdot s_y)}$	Quantilwert f_k	1,68 N/mm ²	
		Mittelwert_log_Normal	Standabw_log_Normal		
1	2,34	0,850151	0,01	1	2,34
2	1,86	0,620576	0,01	2	1,86
3	2,12	0,751416	0,00	3	2,12
4	2,24	0,806476	0,00	4	2,24
5	1,88	0,631272	0,01	5	1,88
6	2,20	0,788457	0,00	10	2,20
		4,448349	0,05		