βètales

www.betales.nl

Hoofdstuk 8
Hemelmechanica

Gemaakt als toevoeging op methode “Natuurkunde Overal”

βètales
www.betales.nl

8.1 Gravitatie

Geocentrisch wereldbeeld

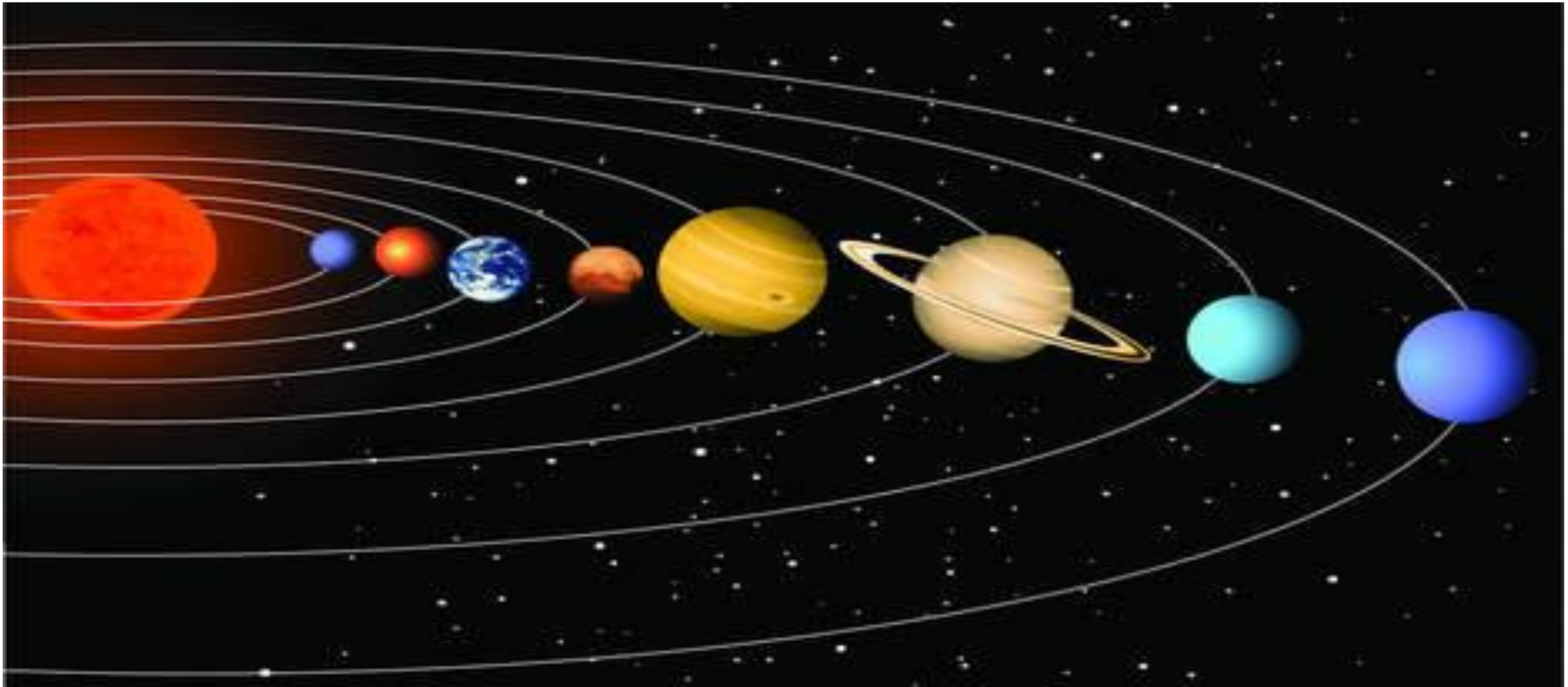
- Aarde middelpunt van heelal
- Sterren bewegen om de aarde

Heliocentrisch wereldbeeld

- Zon het middelpunt van het heelal
- Alle planeten draaien om de zon in cirkelbaan
- Maan draait in cirkelbaan om de aarde
- Sterren staan veel verder van de zon

Planeten

Mercurius Venus Aarde Mars Jupiter Saturnus Uranus Neptunus



βètales
www.betales.nl

Afstanden bij hemelmechanica

$AE = 149.597.870.700m$

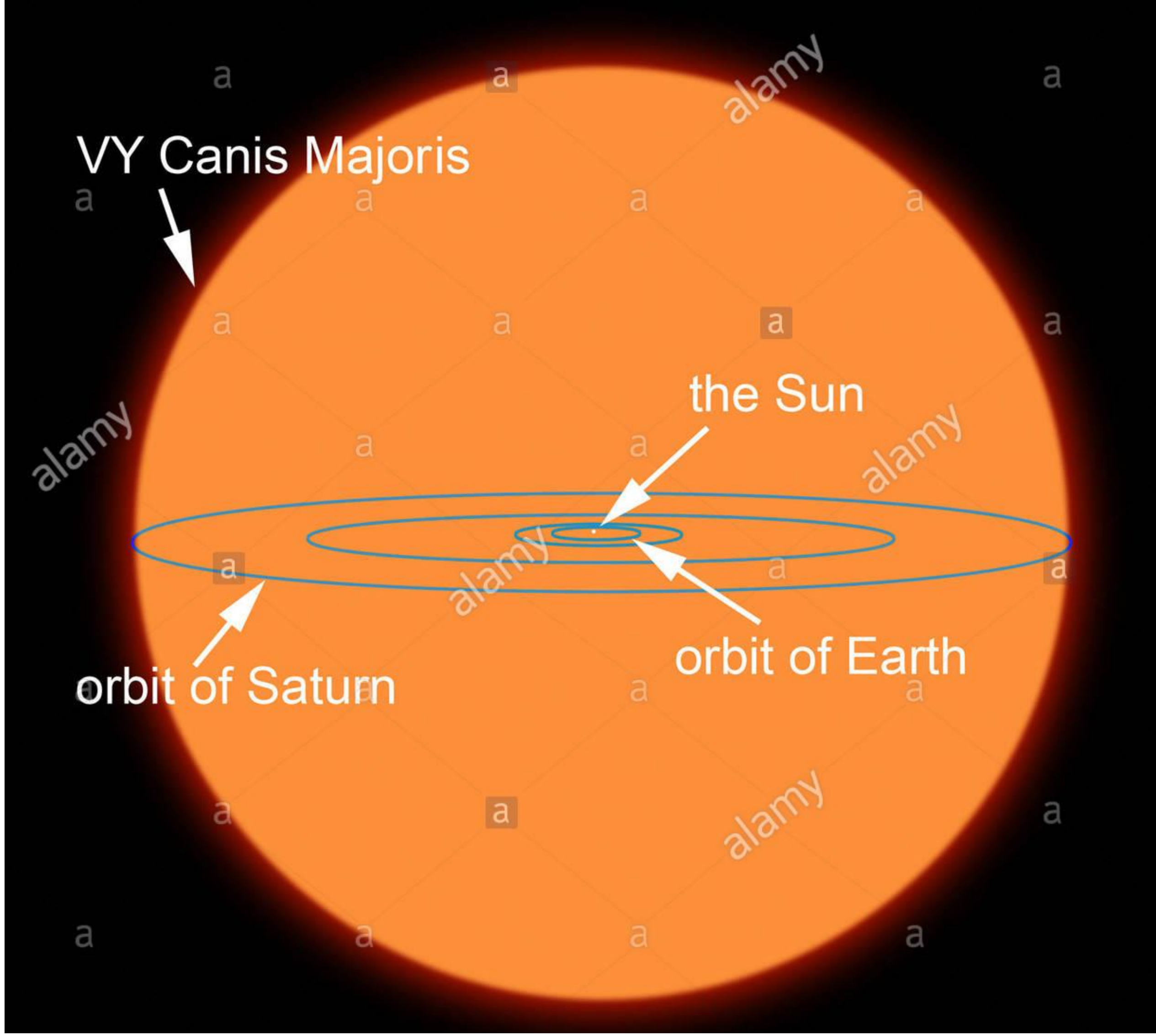
$lichtjaar = 9.460.730.472.580.800m$

VY Canis Majoris
$d \approx 13{,}37AE$

Stel dat je met een vliegtuig rondom de VY Canis Majoris wil vliegen. Je vliegt met 900km/h. Hoelang doe je er dan over?

$$t = \frac{s}{v} = \frac{\pi \cdot 13{,}37 \cdot 149597870{,}7}{900} = 6.981.748h$$

$$\approx 8 \cdot 10^2 jaar$$



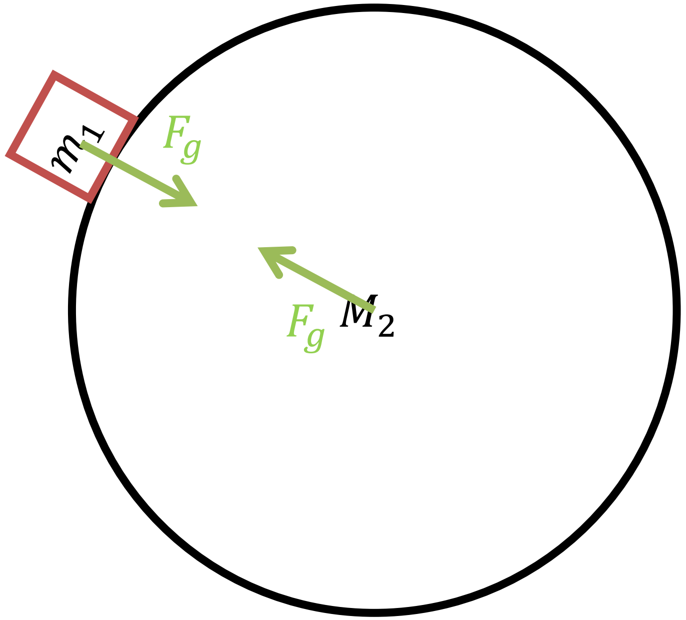
Gravitatiekracht

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 M_2}{r^2}$$

Met:
F_g de gravitatiekracht in N
G de gravitatieconstante: $6{,}6726 \cdot 10^{-11} \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$ (Binas T7 (constanten))
m_1 de kleinste massa in kg
M_2 de grootste massa in kg (Binas T31 (planeten))
r de afstand tussen de zwaartepunten m_1 en M_2 (Binas T31 (planeten))

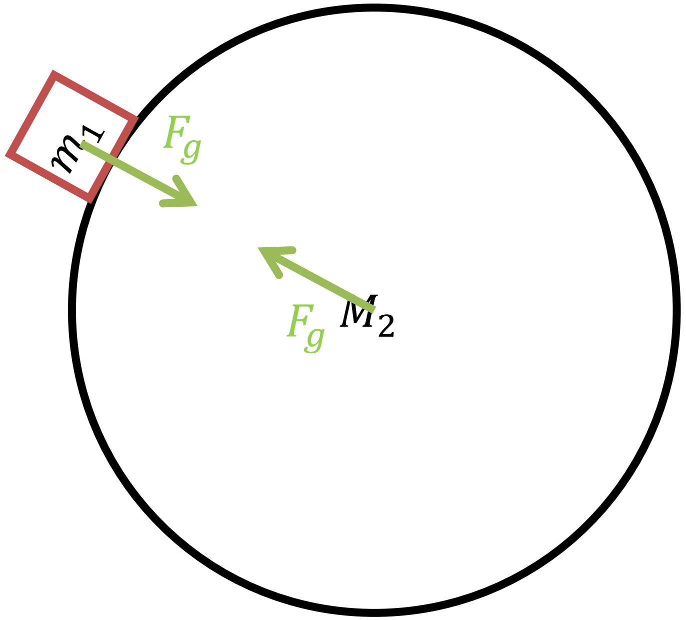
<u>Rekenvoorbeeld gravitatiekracht van een blokje</u>

Een blokje met een massa van 1 kg ligt op de aarde, zie onderstaande tekening. Bereken de gravitatiekracht en vervolgens de versnelling van het blokje.



Rekenvoorbeeld gravitatiekracht van een blokje

Een blokje met een massa van 1 kg ligt op de aarde, zie onderstaande tekening. Bereken de gravitatiekracht en vervolgens de versnelling van het blokje.



$$F_g = G \cdot \frac{m_1 M_2}{r^2}$$

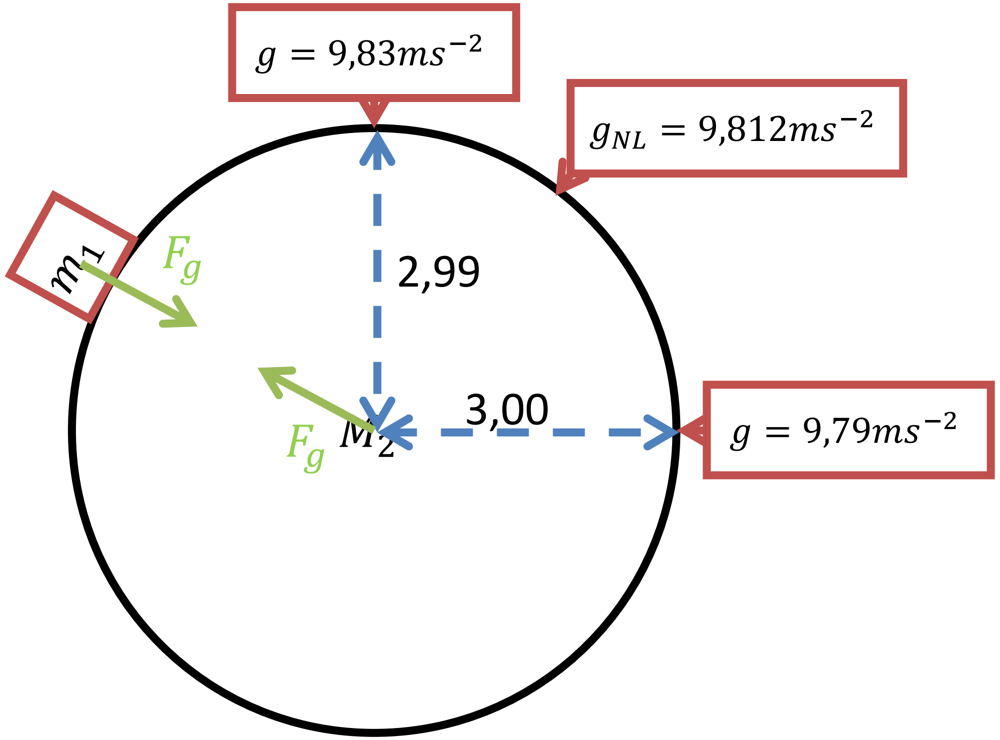
$$F_g = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}0 \cdot 5{,}976 \cdot 10^{31}}{(6{,}378 \cdot 10^6)^2}$$

$$F_g \approx 9{,}802\mathrm{N}$$

$$a = \frac{F_g}{m} \rightarrow a = \frac{F_g}{m_1} \approx 9{,}802\mathrm{ms}^{-2} = g$$

Gravitatiekracht rond de aarde

Een blokje met een massa van 1 kg ligt op de aarde, zie onderstaande tekening. Bereken de gravitatiekracht en vervolgens de versnelling van het blokje.

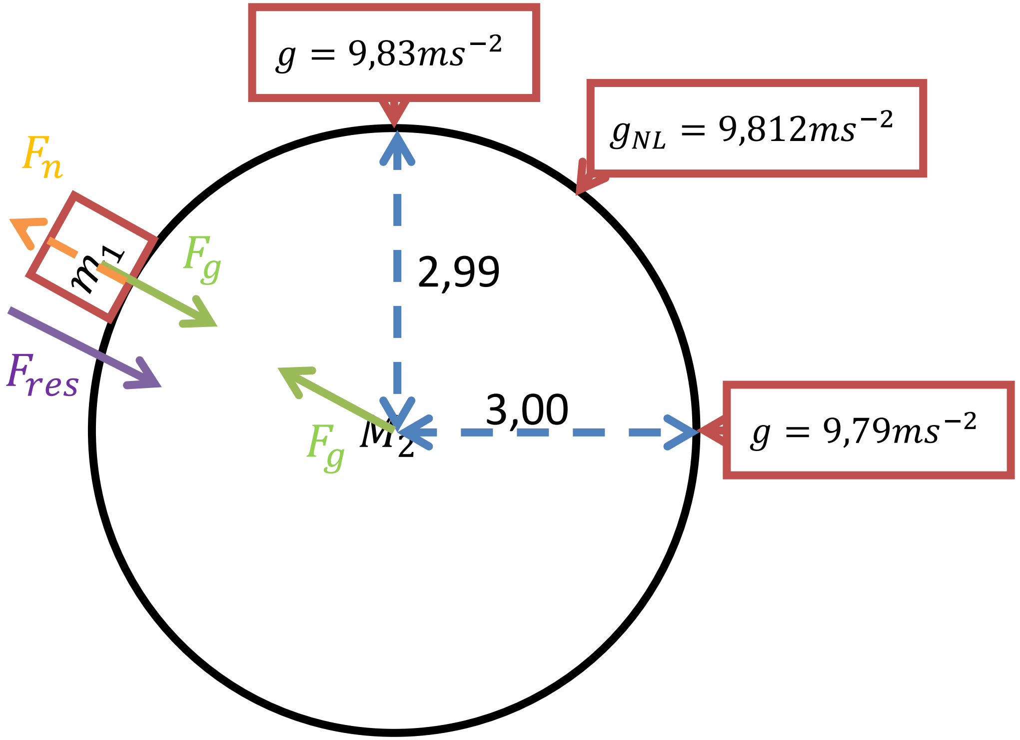


$$F_z = F_g$$

Eigenlijk alleen op oppervlakte van de aarde!

Gravitatiekracht rond de aarde

Een blokje met een massa van 1 kg ligt op de aarde, zie onderstaande tekening. Bereken de gravitatiekracht en vervolgens de versnelling van het blokje.



Er is stilstand op oppervlakte:

- Geen resulterende kracht
- F_g wordt opgeheven door F_n

Bètales
www.betales.nl

Rekenvoorbeeld planeten op een lijn

Jupiter draait rond de zon in ongeveer 12 jaar. Mars draait rond de zon in ongeveer 2 jaar. We nemen aan dat de baanvlakken van Jupiter, Mars en de aarde samenvallen.

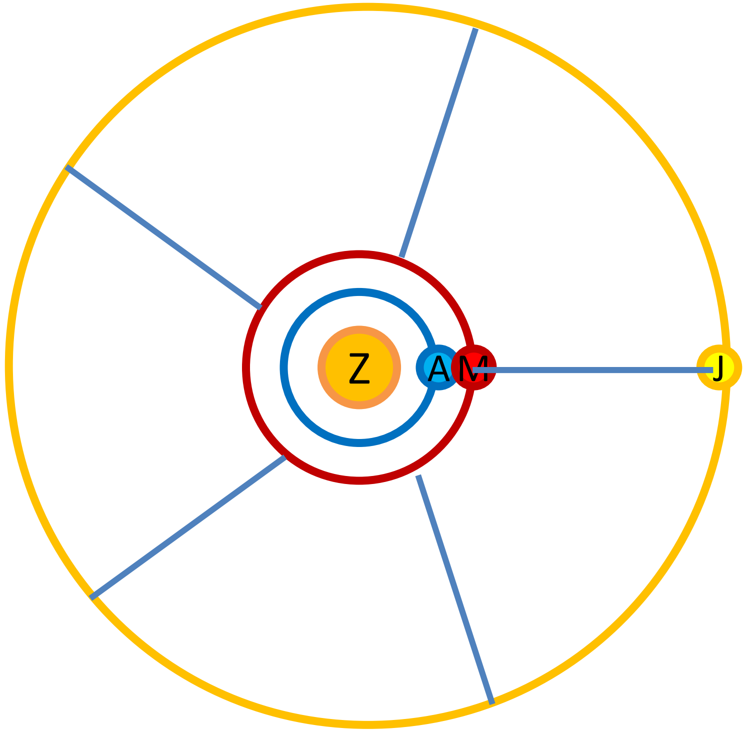
a) Bereken na hoeveel jaar de zon, Jupiter en Mars voor het eerst weer op een lijn staan.
b) Bereken de hoek die de lijn zon-Jupiter-Mars maakt met de lijn zon-aarde.

Rekenvoorbeeld planeten op een lijn

Jupiter draait rond de zon in ongeveer 12 jaar. Mars draait rond de zon in ongeveer 2 jaar. We nemen aan dat de baanvlakken van Jupiter, Mars en de aarde samenvallen.

a) Bereken na hoeveel jaar de zon, Jupiter en Mars voor het eerst weer op een lijn staan.

b) Bereken de hoek die de lijn zon-Jupiter-Mars maakt met de lijn zon-aarde.



Omlooptijden:

$T_{aarde} \approx 1 jaar$

$T_{Mars} \approx 2 jaar$

$T_{Jupiter} \approx 12 jaar$

Eerste keer:

$$\frac{t}{T_{Mars}} = \frac{t}{T_{Jupiter}} \qquad t = 0$$

Tweede keer:

$$\frac{t}{T_{Mars}} - 1 = \frac{t}{T_{Jupiter}} \qquad t \approx 2{,}4 jaar$$

Derde keer:

$$\frac{t}{T_{Mars}} - 2 = \frac{t}{T_{Jupiter}} \qquad t \approx 4{,}8 jaar$$

βètales
www.betales.nl

8.2 Banen in een gravitatieveld

Spiekbriefje H4: cirkelbewegingen

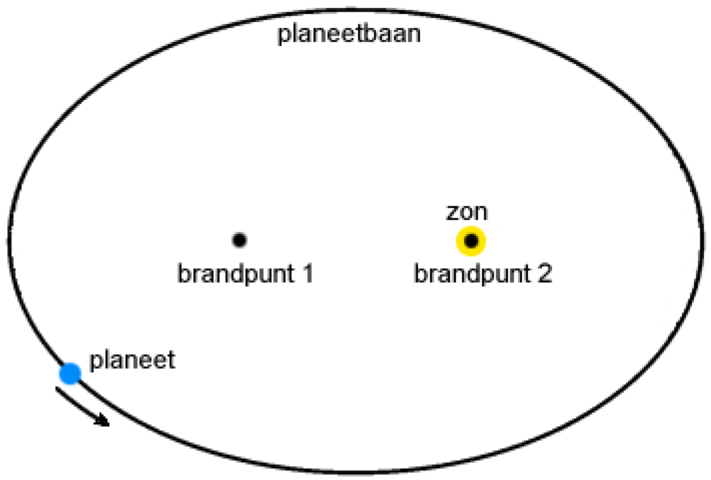
Middelpuntzoekende kracht: $F_{mpz} = \frac{mv^2}{r}$
Eenparige cirkelbeweging: $v = 2\pi r f$

Planeetbanen

- Zijn ellipsen
- Baansnelheid is niet constant

aphelium

= punt verst van de zon



perihelium

= punt dichtst bij de zon

Baansnelheid van een planeet

$$F_g = F_{mpz}$$

$$G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

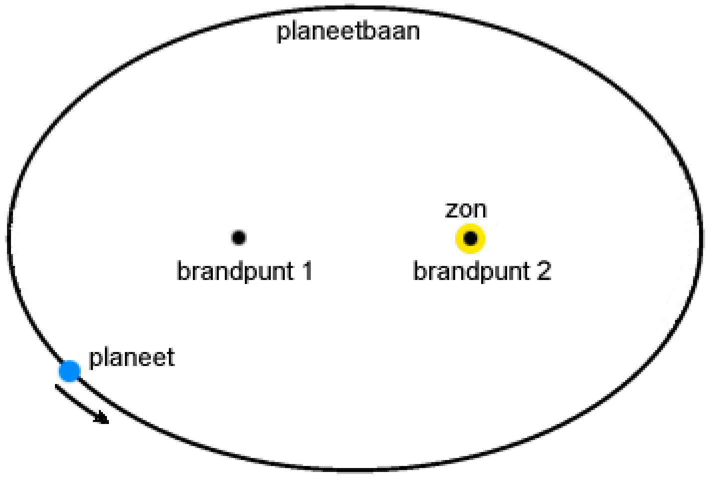
$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Aanname: cirkelvormige planeetbaan, brandpunten zeer zicht bij elkaar

aphelium

= punt verst van de zon

Laagste baansnelheid



perihelium

= punt dichtst bij de zon

Hoogste baansnelheid

Bètales
www.betales.nl

Rekenvoorbeeld massa van de zon

De omlooptijd van de aarde is ongeveer 365,25 dagen.

a) Bereken de baansnelheid van de aarde.
b) Bereken de massa van de zon.

Rekenvoorbeeld massa van de zon

De omlooptijd van de aarde is ongeveer 365,25 dagen.

a) Bereken de baansnelheid van de aarde.
b) Bereken de massa van de zon.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \approx 2{,}979 \cdot 10^{4} m/s$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \quad \rightarrow M = \frac{v^2 \cdot r}{G} \quad = \frac{(2{,}979 \cdot 10^{4}) \cdot 1{,}486 \cdot 10^{11}}{6{,}6738 \cdot 10^{-11}} \quad \approx 1{,}9884 \cdot 10^{30} kg$$

βètales
www.betales.nl

Derde wet van Kepler

$$v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M}{r}$$

$$\frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = G \cdot M$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

Aanname: cirkelvormige planeetbaan, brandpunten zeer zicht bij elkaar

Met:

r de afstand tussen de zwaartepunten m_1 en M_2 (Binas T31 (planeten))

T de omlooptijd in s (Binas T31 (planeten))

G de gravitatieconstante: $6{,}6726 \cdot 10^{-11} \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$ (Binas T7 (constanten))

M de grootste massa in kg (Binas T31 (planeten))

Rekenvoorbeeld beredeneren met verhoudingen

Rond de aarde bewegen 2 satellieten. We nemen aan dat deze een perfecte cirkelbeweging om de aarde maken. De verhouding van de baanstralen van beide satellieten is: $\frac{r_A}{r_B} = \frac{25}{1}$.

a) Beredeneer hoe groot de verhouding $\frac{v_A}{v_B}$ is.

b) Beredeneer hoe groot de verhouding $\frac{T_A}{T_B}$ is.

Rekenvoorbeeld beredeneren met verhoudingen

Rond de aarde bewegen 2 satellieten. We nemen aan dat deze een perfecte cirkelbeweging om de aarde maken. De verhouding van de baanstralen van beide satellieten is: $\frac{r_A}{r_B} = \frac{25}{1}$.

a) Beredeneer hoe groot de verhouding $\frac{v_A}{v_B}$ is.

b) Beredeneer hoe groot de verhouding $\frac{T_A}{T_B}$ is.

$$v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_A^2 = \dfrac{G \cdot M}{r_A} \\[2ex] v_B^2 = \dfrac{G \cdot M}{r_B} \end{array}\right\} \quad \frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{\dfrac{G \cdot M}{r_A}}{\dfrac{G \cdot M}{r_B}} = \frac{r_B}{r_A} = \frac{1}{25} \quad \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{5}$$

Rekenvoorbeeld beredeneren met verhoudingen

Rond de aarde bewegen 2 satellieten. We nemen aan dat deze een perfecte cirkelbeweging om de aarde maken. De verhouding van de baanstralen van beide satellieten is: $\frac{r_A}{r_B} = \frac{25}{1}$.

a) Beredeneer hoe groot de verhouding $\frac{v_A}{v_B}$ is.

b) Beredeneer hoe groot de verhouding $\frac{T_A}{T_B}$ is.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad \rightarrow T_A = \frac{2\pi r_A}{v_A} \qquad \rightarrow T_B = \frac{2\pi r_B}{v_B}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{\frac{2\pi r_A}{v_A}}{\frac{2\pi r_B}{v_B}} = \frac{r_A}{v_A} \cdot \frac{v_B}{r_B} = \frac{25 r_B}{\frac{1}{5} v_B} \cdot \frac{v_B}{r_B} = \frac{125}{1}$$

Of met Keppler:

$$\frac{r_A^3}{T_A^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2} \qquad \frac{r_B^3}{T_B^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

$$\frac{r_A^3}{T_A^2} = \frac{r_B^3}{T_B^2} \rightarrow \frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{r_A^3}{r_B^3} = \left(\frac{25}{1}\right)^3 \rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{25^3} = \frac{125}{1}$$

8.3 Gravitatie-energie

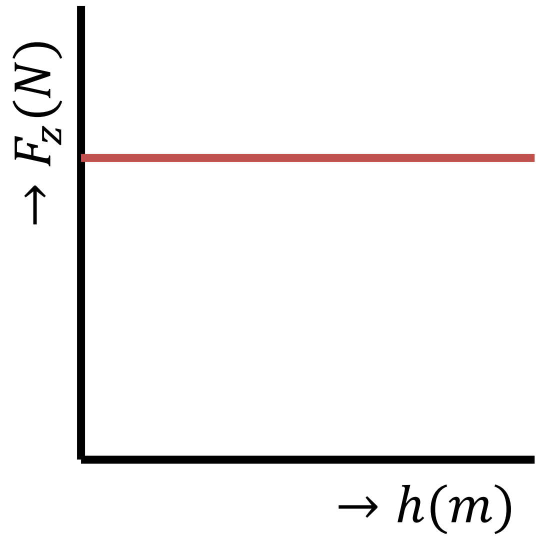
Spiekbriefje H6: Energie

Kinetische energie: $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

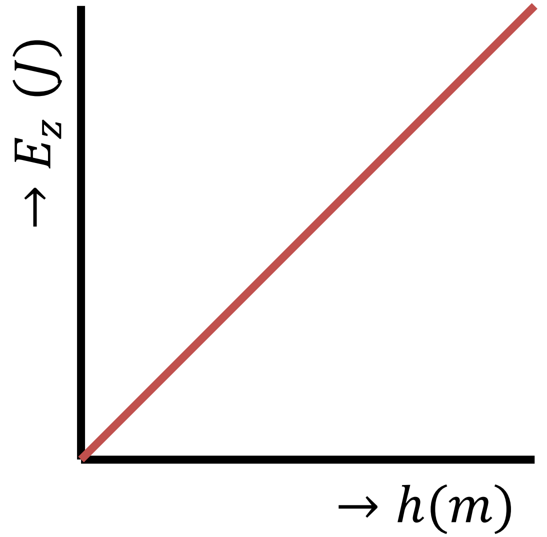
Zwaarte energie: $E_z = mgh$

Veerenergie: $E_v = \frac{1}{2} C u^2$

WBE: $\sum E_{voor} = \sum E_{na}$



$W = F_z \cdot h = \Delta E_z$

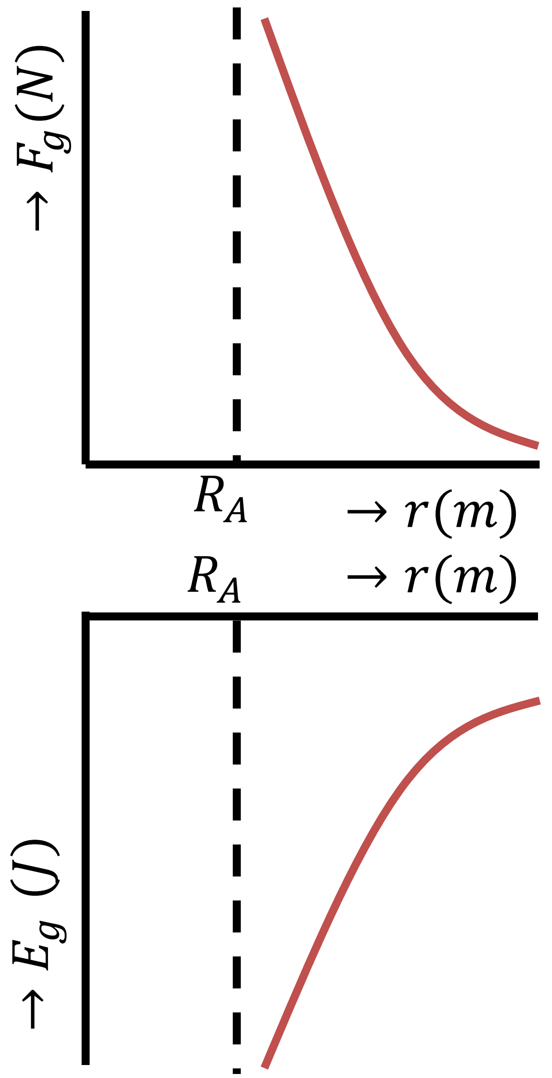


F_z is constant!

www.betales.nl

Gravitatie-energie in het heelal

$$F_g = G\frac{m \cdot M}{r^2}$$



$$W = \int F_g \,\mathrm{d}r = E_{g,B} - E_{g,A}$$

$$E_g = -G\frac{m \cdot M}{r}$$

W_g is positief als een massa naar de planeet toe beweegt.

Bètales
www.betales.nl

Rekenvoorbeeld baansnelheid van Mercurius

In het perihelium van Mercurius is de baanstaal $46 \cdot 10^9 m$ en in het aphelium is de baanstraal $69{,}8 \cdot 10^9 m$. De baansnelheid in het aphelium is gelijk aan $39{,}8 m/s$.
Bereken de baansnelheid van Mercurius in de het perihelium.

Rekenvoorbeeld baansnelheid van Mercurius

In het perihelium van Mercurius is de baanstaal $46 \cdot 10^9 m$ en in het aphelium is de baanstraal $69{,}8 \cdot 10^9 m$. De baansnelheid in het aphelium is gelijk aan $39{,}8 km/s$.
Bereken de baansnelheid van Mercurius in de het perihelium.

WBE: $\sum E_{perihelium} = \sum E_{aphelium}$

$$E_{g,p} + E_{k,p} = E_{g,a} + E_{k,a}$$

$$-G\frac{m \cdot M}{r_p} + \frac{1}{2}mv_p^2 = -G\frac{m \cdot M}{r_a} + \frac{1}{2}mv_a^2$$

$$-G\frac{M}{r_p} + \frac{1}{2}v_p^2 = -G\frac{M}{r_a} + \frac{1}{2}v_a^2$$

$$\frac{1}{2}v_p^2 = -G\frac{M}{r_a} + \frac{1}{2}v_a^2 + G\frac{M}{r_p}$$

$$v_p = \sqrt{-2 \cdot 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}9884 \cdot 10^{30}}{69{,}8 \cdot 10^9} + (39{,}8 \cdot 10^3)^2 + 2 \cdot 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}9884 \cdot 10^{30}}{46 \cdot 10^9}}$$

$$v_p = \sqrt{-2G\frac{M}{r_a} + v_a^2 + 2G\frac{M}{r_p}} \approx 60 km/s$$

Ontsnappingssnelheid

= de snelheid dat een voorwerp dat zich op een afstand r van de planeet bevindt moet hebben om uit het gravitatieveld te komen

Je vertrekt op het aardoppervlak en wil uit het gravitatieveld van de aarde komen. Neem aan dat je snelheid buiten het gravitatieveld gelijk is aan 0. Geef de formule voor de ontsnappingssnelheid.

WBE: $\sum E_{aarde} = \sum E_{oneindig\ ver\ van\ aarde}$

$$E_{g,a} + E_{k,a} = E_{g,o} + E_{k,o}$$

$$E_{g,a} + E_{k,a} = 0 \quad + 0$$

$$-G\frac{m \cdot M_A}{r_A} + \frac{1}{2}mv_o^2 = 0$$

$$v_o^2 = 2G\frac{M}{r_A}$$

$$v_o = \sqrt{2G\frac{M_A}{r_A}}$$

Zwarte gaten

Kan ontstaan door een enorme sterexplosie.

Als de massa groot genoeg is ontstaat er in de kern een zwart gat:

- Binnenin is de dichtheid oneindig groot
- Ontsnappingssnelheid binnen de kern is groter dan lichtsnelheid
- Ook licht kan dus niet ontsnappen
- Dus de kern is zwart
- De straal R waarin de ontsnappingssnelheid gelijk is aan de lichtsnelheid, heet de **waarnemingshorizon**.

Rekenvoorbeeld waarnemingshorizon

Bereken de waarnemingshorizon van een zwart gat met een massa van 22 zonmassa’s in drie significantie cijfers.

$$v_o = \sqrt{2G\frac{M}{R}}$$

$$v_o^2 = 2G\frac{M}{R}$$

$$R = 2G\frac{M}{v_0^2} = 2G\frac{M}{c^2} = 2 \cdot 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{22 \cdot 1{,}988 \cdot 10^{30}}{(2{,}998 \cdot 10^{8})^2} \approx 6{,}50 \cdot 10^{4} m$$

βètales
www.betales.nl

8.4 Toepassingen in de ruimtevaart

Open banen

- $E_{tot} = E_g + E_k \geq 0$
- Komen soms voor bij kometen die langs de zon scheren en voorbij het oneindige komen.
- Hyperbolen ($E_{tot} > 0$)
- Parabolen ($E_{tot} = 0$)

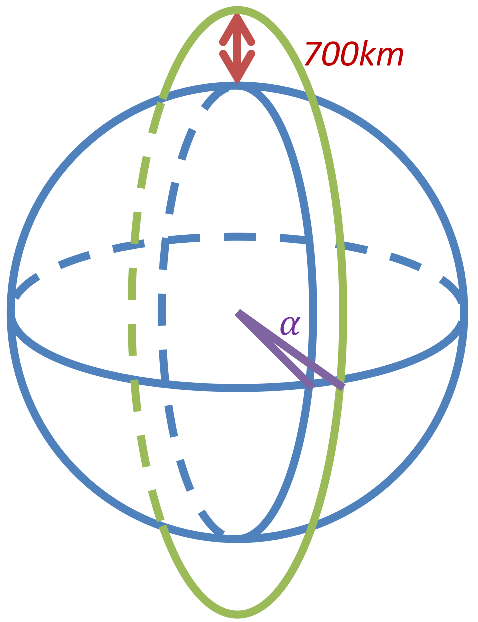
Gesloten banen

- $E_{tot} = E_g + E_k < 0$
- Voorwerp is gebonden aan de zon.
- Ellips
- Cirkel

Rekenvoorbeeld polaire satelliet

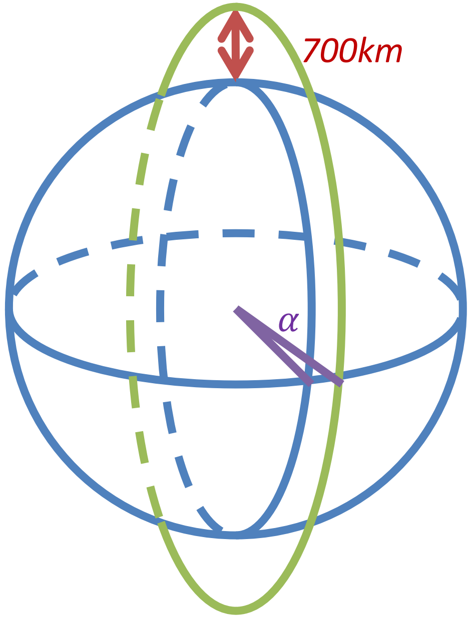
= satelliet die om de polen beweegt terwijl de aarde ronddraait.

De Landsat 7 is een bekende polaire satelliet die 15 april 1999 werd gelanceerd door NASA. Deze satelliet bevindt zich circa 700km boven het aardoppervlak.
Bereken de hoek α waarover de aarde is gedraaid bij één omlooptijd van de Satelliet.



Rekenvoorbeeld polaire satelliet

De Landsat 7 is een bekende polaire satelliet die 15 april 1999 werd gelanceerd door NASA. Deze satelliet bevindt zich circa 700km boven het aardoppervlak.
Bereken de hoek α waarover de aarde is gedraaid bij één omlooptijd van de Satelliet.



Keppler

$$G \cdot \frac{M_2}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}$$

$$6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}976 \cdot 10^{24}}{4\pi^2} = \frac{(6{,}378 \cdot 10^6 + 700 \cdot 10^3)^3}{T^2}$$

$$T \approx 5925\text{s} \approx 1{,}65\text{h}$$

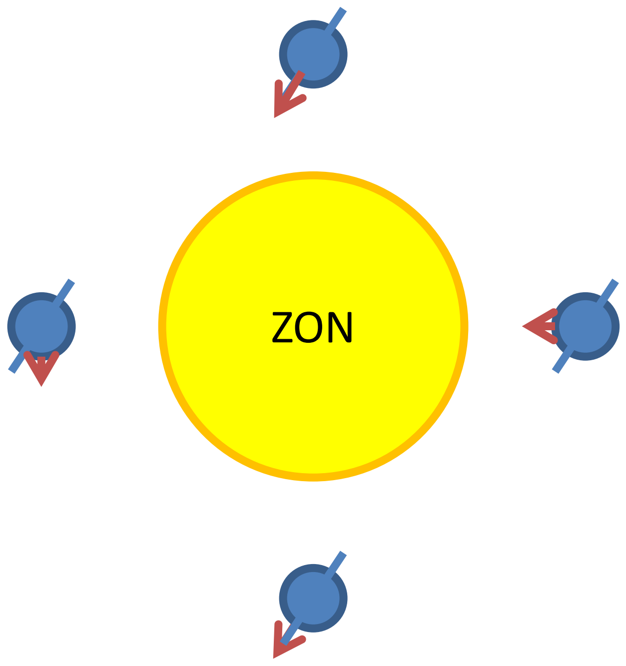
$$\alpha = \frac{T_{sat}}{T_{aarde}} \cdot 360°$$

$$\alpha = \frac{1{,}65}{23{,}93} \cdot 360° \approx 24{,}8°$$

Siderische omlooptijd (Binas T31)

Siderische omlooptijd

De aarde draait om zijn eigen as (eens per 24h) én om de zon (eens per 365 dagen) **in dezelfde richting**. Stel je voor dat de aarde in één dag om de zon draait:



Als jij op de rode pijl staat, zie je dan de gehele dag de zon. Jij telt zelf 0 dagen, terwijl er in werkelijkheid 1 omloop is geweest.

In werkelijkheid tel jij dus 365 dagen, terwijl er 366 waren.

Siderische omlooptijd:

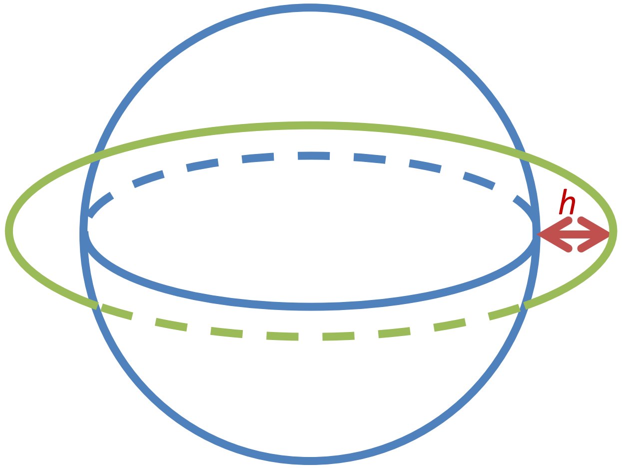
$$T_{sid} \approx \frac{365}{366} \cdot 24 \approx 23{,}93\text{h}$$

Bètales
www.betales.nl

Rekenvoorbeeld geostationaire satelliet

= *satelliet die stilstaat boven de aarde.*

Een geostationaire satelliet beweegt rondom de evenaar. Bereken in 3 significante cijfers nauwkeurig op welke hoogte *h* deze satelliet zich altijd moet bevinden van de aarde.

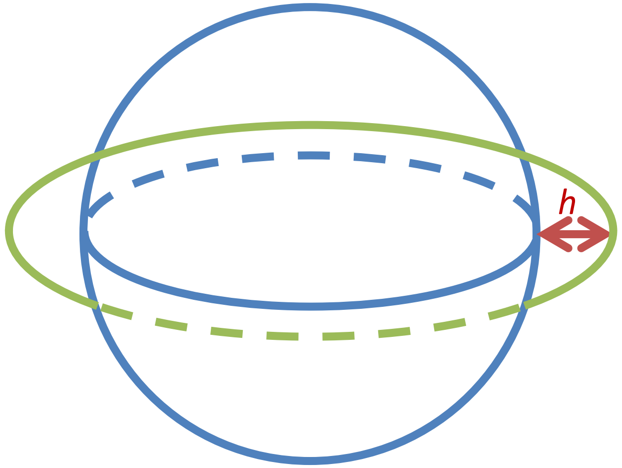


Rekenvoorbeeld geostationaire satelliet

= *satelliet die stilstaat boven de aarde.*

Een geostationaire satelliet beweegt rondom de evenaar. Bereken in 3 significante cijfers nauwkeurig op welke hoogte *h* deze satelliet zich altijd moet bevinden van de aarde.

$$T_{sat} = T_{aarde} = 23{,}93\text{h}$$



$$\boxed{G \cdot \frac{M_2}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_2T^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}976 \cdot 10^{24} \cdot (23{,}93 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$r \approx 4216 \cdot 10^7 \text{m}$$

$$h \approx r - r_{aarde} = 4216 \cdot 10^7 - 6{,}378 \cdot 10^6$$

$$h \approx 35{,}8\text{km}$$

Bètales
www.betales.nl

Transferbanen

De baansnelheid van de lage baan bedraagt $v_1 = 7{,}67 \cdot 10^3 m/s$. Voor de totale energie in de ellipsvormige baan geldt:

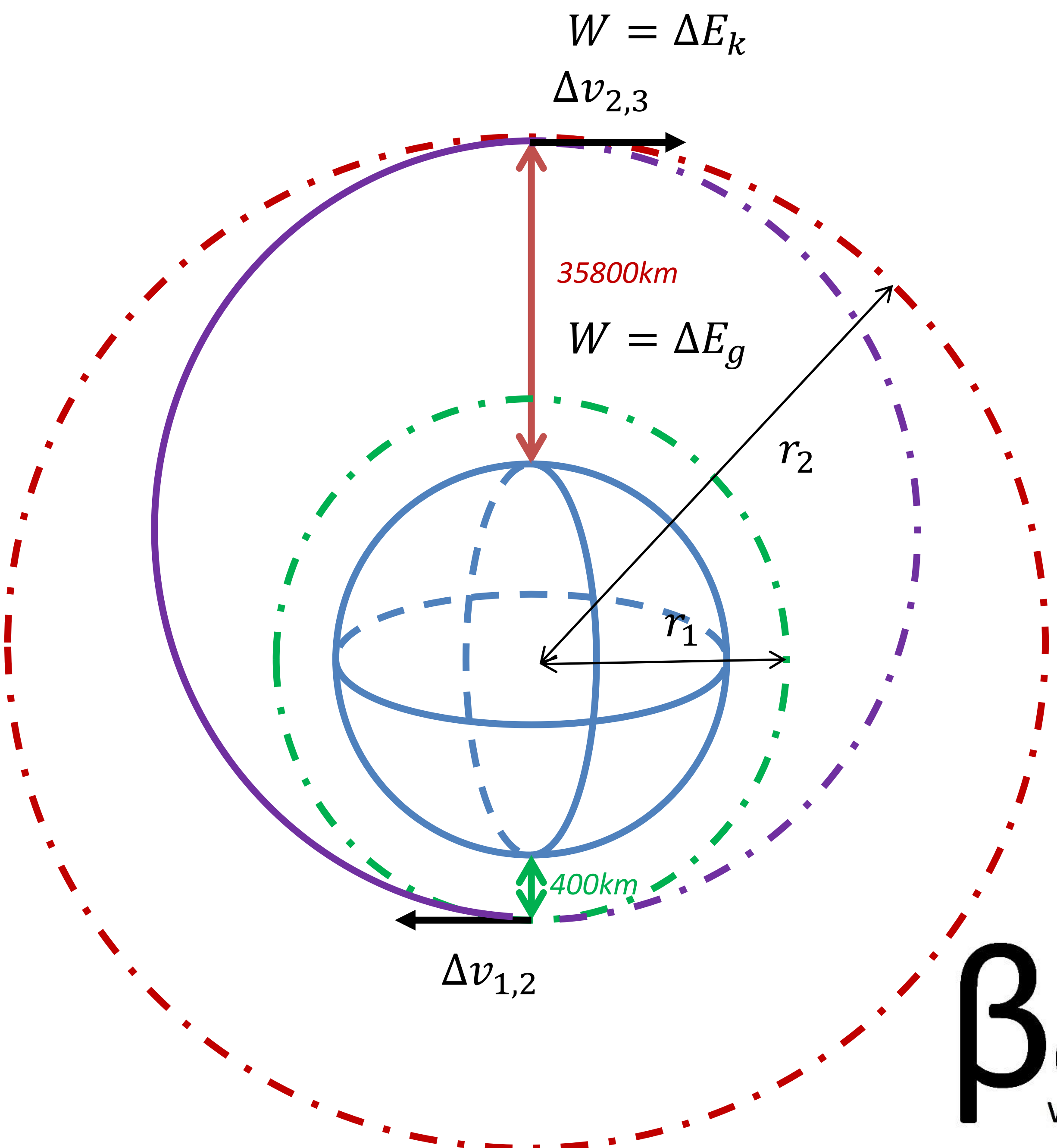
$$E_{tot} = -G\frac{mM}{2a}$$

Met $a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$.

a) Bereken de snelheidstoename $\Delta v_{1,2}$ die de satelliet nodig heeft om in de ellipsbaan te komen.

b) Bereken de snelheidstoename $\Delta v_{2,3}$ die de satelliet nodig heeft om in de geostationaire baan te komen.

c) Bereken de totale energie die de satelliet met $m = 250kg$ moet hebben aan brandstof als deze uit de lage baan vertrekt.



www.betales.nl

Transferbanen

De baansnelheid van de lage baan bedraagt $v_1 = 7{,}67 \cdot 10^3 m/s$. Voor de totale energie in de ellipsvormige baan geldt:

$$E_{tot} = -G\frac{mM}{2a}$$

Met $a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$.

a) Bereken de snelheidstoename $\Delta v_{1,2}$ die de satelliet nodig heeft om in de ellipsbaan te komen.

$$E_{tot} = E_g + E_k \quad \rightarrow E_k = E_{tot} - E_g$$

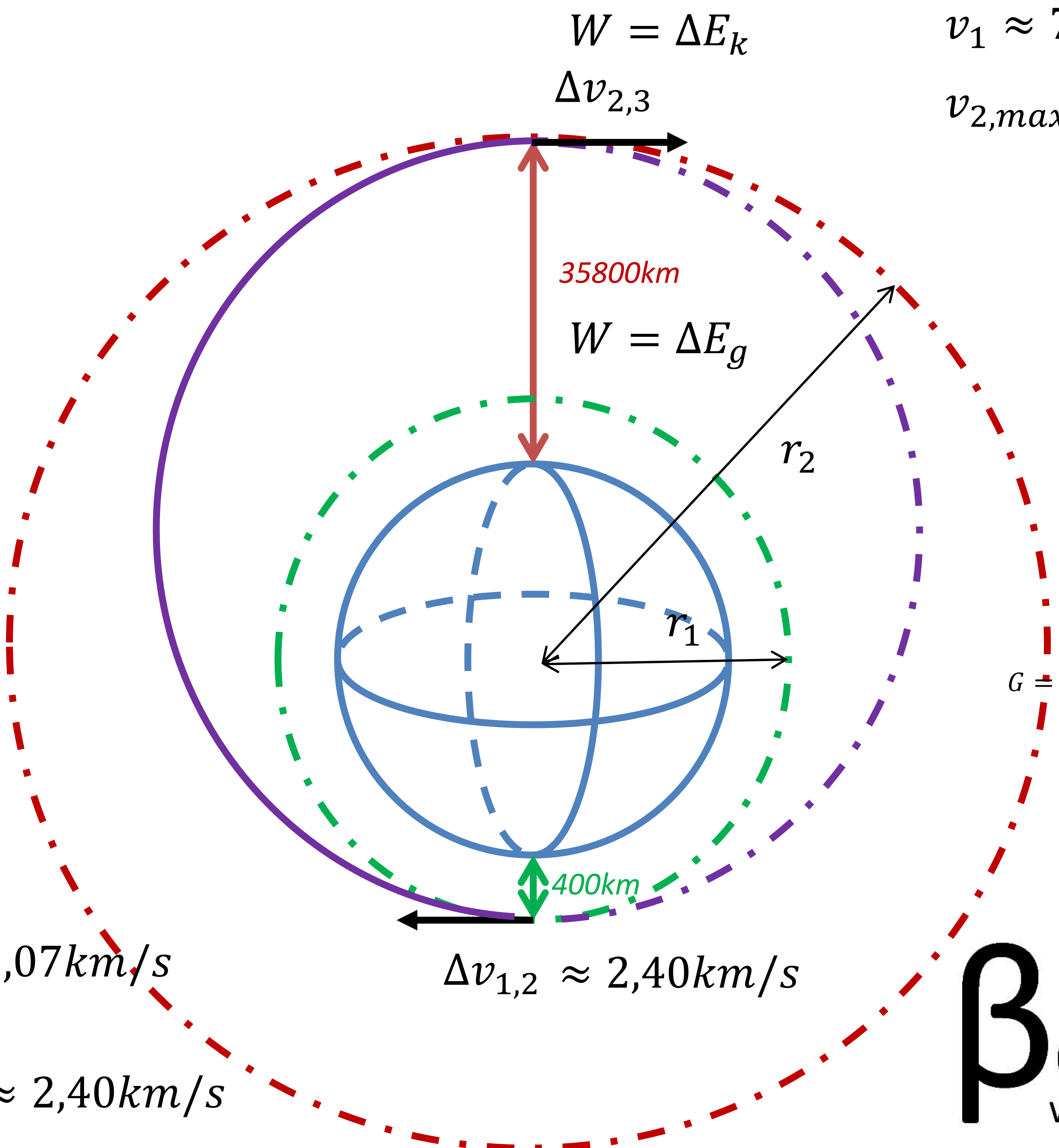
$$\frac{1}{2}mv_{2,max}^2 = -G\frac{mM}{2a} - -G\frac{mM}{r_1}$$

$$v_{2,max} = \sqrt{-G\frac{M_A}{a} + 2G\frac{M_A}{r_A + 4 \cdot 10^5}} \approx 10{,}07 km/s$$

$$\Delta v_{1,2} = v_{2,max} - v_1 \ = 10{,}07 - 7{,}67 \ \approx 2{,}40 km/s$$

$v_1 \approx 7{,}67 km/s$

$v_{2,max} \approx 10{,}07 km/s$



$a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$

$G = 6{,}6738 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
$M_A = 5{,}972 \cdot 10^{24} kg$
$r_A = 6{,}371 \cdot 10^6 m$

Bètales
www.betales.nl

Transferbanen

De baansnelheid van de lage baan bedraagt $v_1 = 7{,}67 \cdot 10^3 m/s$. Voor de totale energie in de ellipsvormige baan geldt:

$$E_{tot} = -G\frac{mM}{2a}$$

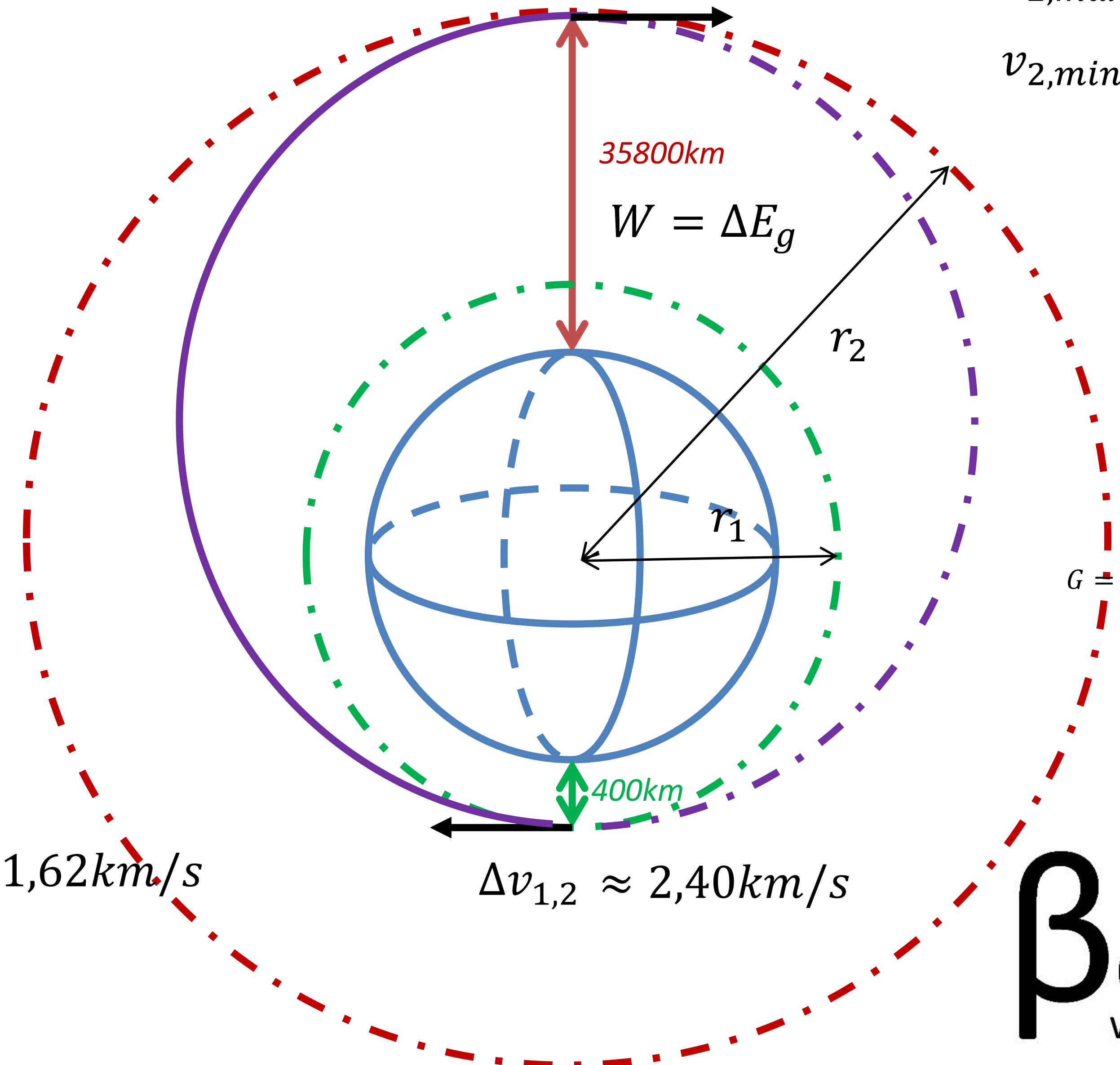
Met $a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$.

b) Bereken de snelheidstoename $\Delta v_{2,3}$ die de satelliet nodig heeft om in de geostationaire baan te komen.

$$E_{tot} = E_g + E_k \quad \rightarrow E_k = E_{tot} - E_g$$

$$\frac{1}{2}mv_{2,min}^2 = -G\frac{mM}{2a} - -G\frac{mM}{r_2}$$

$$v_{2,min} = \sqrt{-G\frac{M_A}{a} + 2G\frac{M_A}{r_A + 3{,}58 \cdot 10^7}} \approx 1{,}62 km/s$$



$v_1 \approx 7{,}67 km/s$

$v_{2,max} \approx 10{,}07 km/s$

$v_{2,min} \approx 1{,}62 km/s$

$a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$

$G = 6{,}6738 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
$M_A = 5{,}972 \cdot 10^{24} kg$
$r_A = 6{,}371 \cdot 10^6 m$

Bètales
www.betales.nl

Transferbanen

De baansnelheid van de lage baan bedraagt $v_1 = 7{,}67 \cdot 10^3 m/s$. Voor de totale energie in de ellipsvormige baan geldt:

$$E_{tot} = -G\frac{mM}{2a}$$

Met $a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$.

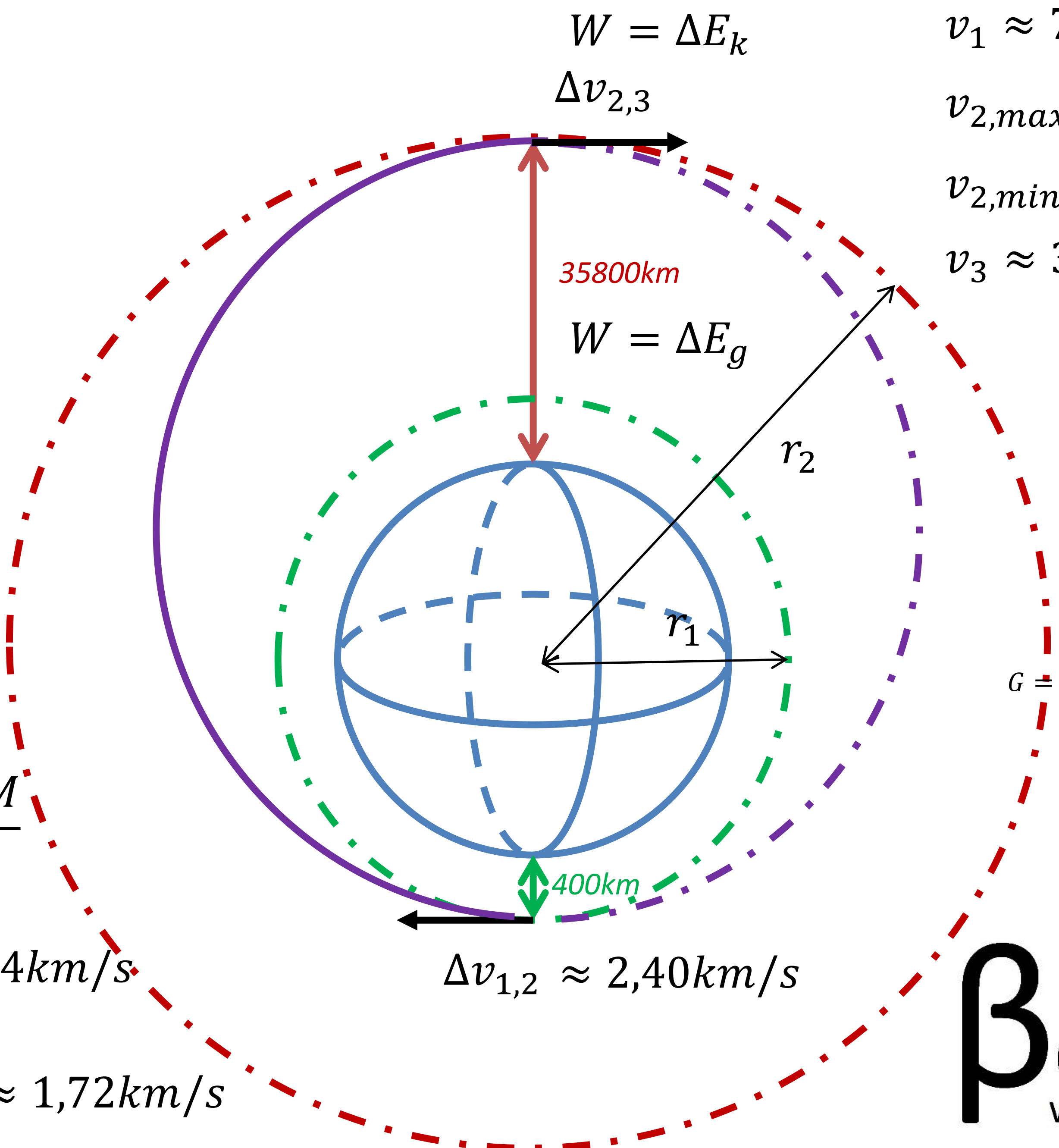
b) Bereken de snelheidstoename $\Delta v_{2,3}$ die de satelliet nodig heeft om in de geostationaire baan te komen.

cirkelbanen

$$F_{mpz} = F_g \rightarrow \frac{mv^2}{r} = G\frac{mM}{r^2} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\frac{v_3^2}{v_1^2} = \frac{\frac{GM}{r_2}}{\frac{GM}{r_1}} = \frac{r_1}{r_2} \rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \cdot v_1 \approx 3{,}34 km/s$$

$$\Delta v_{2,3} = v_3 - v_{2,min} = 3{,}34 - 1{,}62 \approx 1{,}72 km/s$$



$v_1 \approx 7{,}67 km/s$

$v_{2,max} \approx 10{,}07 km/s$

$v_{2,min} \approx 1{,}62 km/s$

$v_3 \approx 3{,}34 km/s$

$a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$

$G = 6{,}6738 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
$M_A = 5{,}972 \cdot 10^{24} kg$
$r_A = 6{,}371 \cdot 10^6 m$

<u>Transferbanen</u>

De baansnelheid van de lage baan bedraagt $v_1 = 7{,}67 \cdot 10^3 m/s$. Voor de totale energie in de ellipsvormige baan geldt:

$$E_{tot} = -G\frac{mM}{2a}$$

Met $a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$.

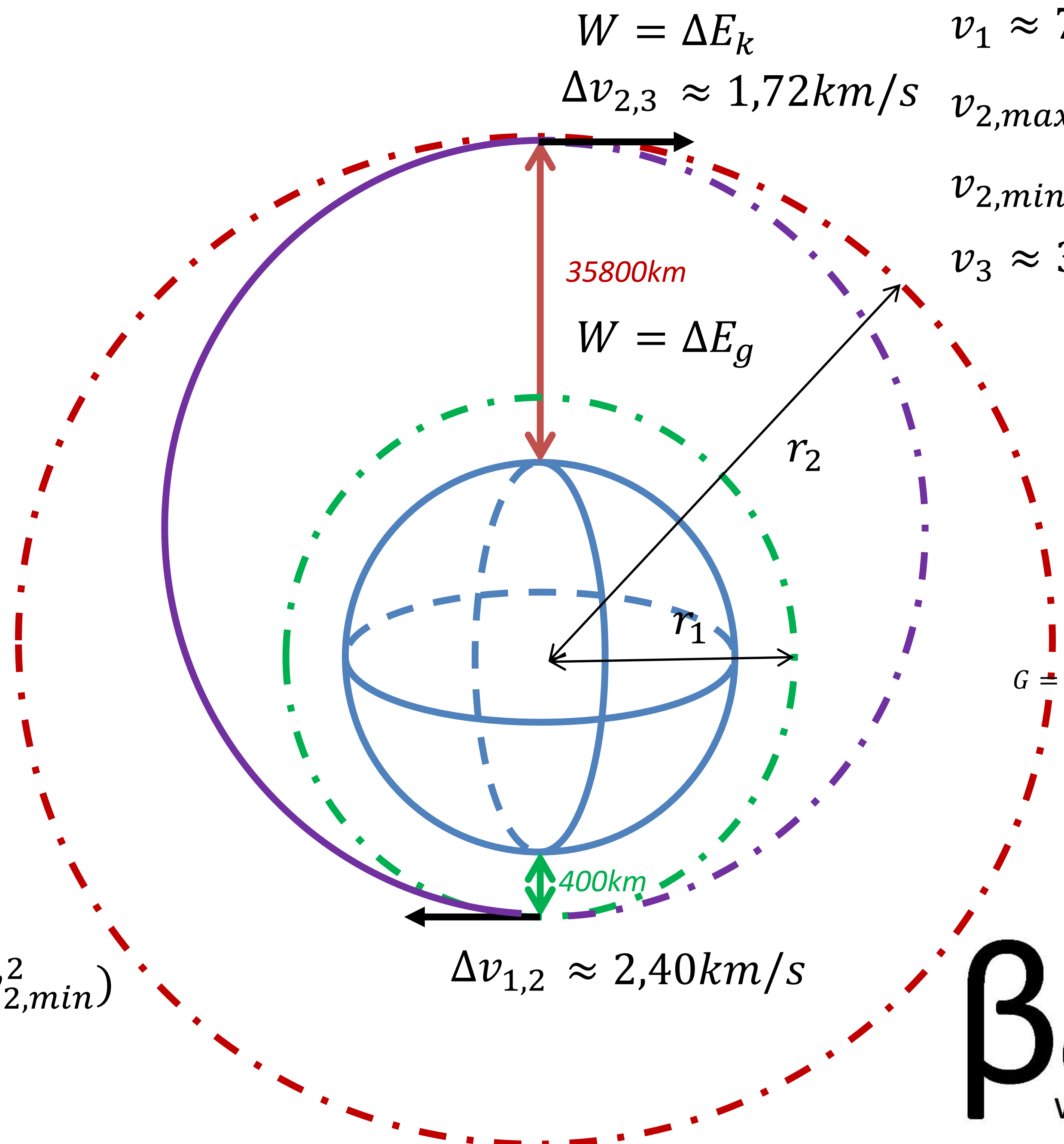
c) Bereken de totale energie die de satelliet met $m = 250kg$ moet hebben aan brandstof als deze uit de lage baan vertrekt.

$$E_{tot} = \Delta E_{k,1,2} + \Delta E_{k,2,3}$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}m\Delta v_{1,2}^2 + \frac{1}{2}m\Delta v_{2,3}^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}m(v_{2,max}^2 - v_1^2) + \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_{2,min}^2)$$

$$E_{tot} \approx 6{,}39 \cdot 10^9 J$$



$v_1 \approx 7{,}67km/s$

$v_{2,max} \approx 10{,}07km/s$

$v_{2,min} \approx 1{,}62km/s$

$v_3 \approx 3{,}34km/s$

$a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$

$G = 6{,}6738 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
$M_A = 5{,}972 \cdot 10^{24} kg$
$r_A = 6{,}371 \cdot 10^6 m$
$m = 250kg$

www.betales.nl

Transferbanen

De baansnelheid van de lage baan bedraagt $v_1 = 7{,}67 \cdot 10^3 m/s$. Voor de totale energie in de ellipsvormige baan geldt:

$$E_{tot} = -G\frac{mM}{2a}$$

Met $a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$.

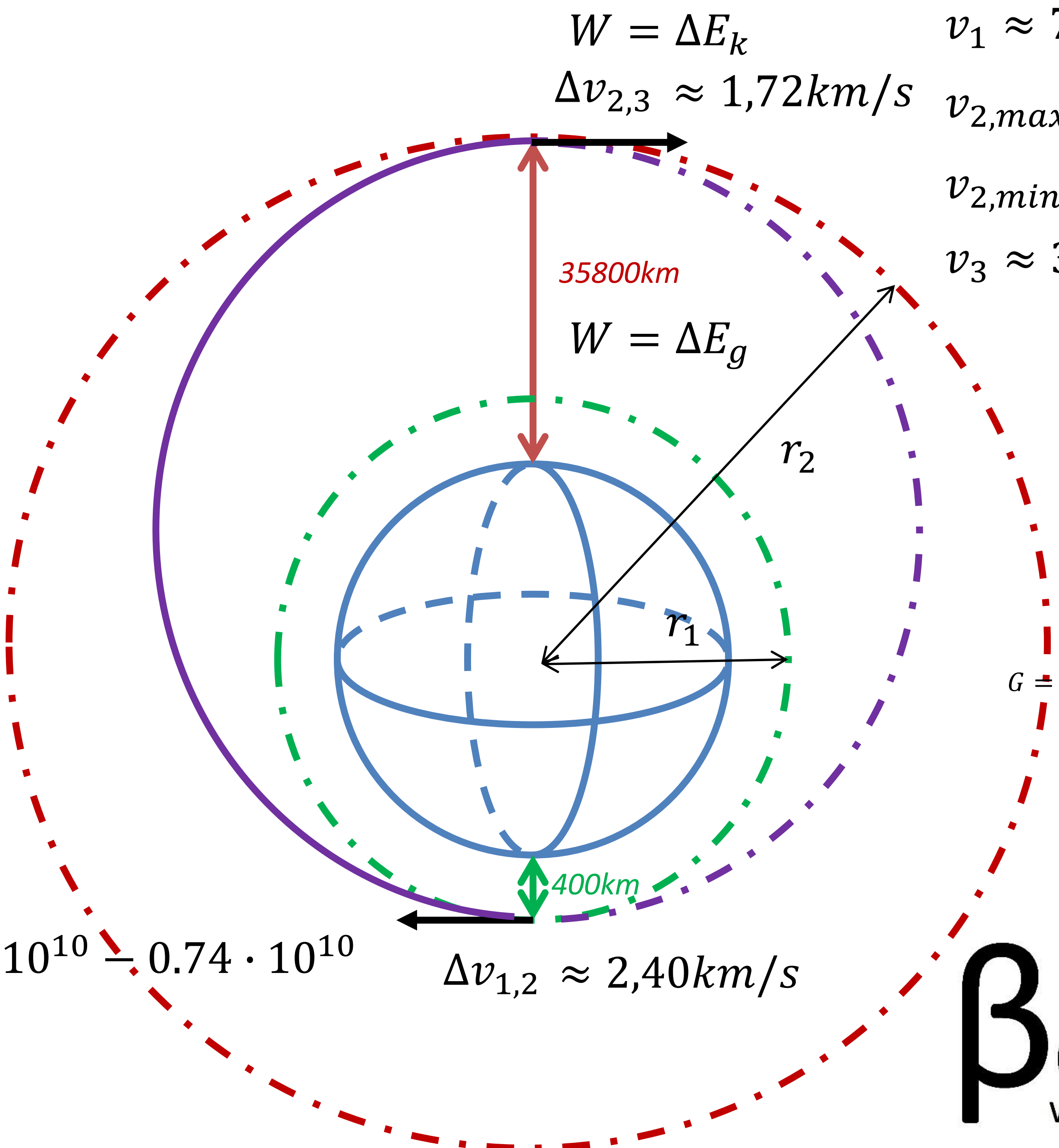
c) Bereken de totale energie die de satelliet met $m = 250kg$ moet hebben aan brandstof als deze uit de lage baan vertrekt.

$$E_{tot} = \Delta E_g + \Delta E_k$$

$$E_{tot} = -G\frac{mM}{r_2} + G\frac{mM}{r_1} + \frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E_{tot} = -0{,}24 \cdot 10^{10} + 1{,}47 \cdot 10^{10} + 0{,}14 \cdot 10^{10} - 0.74 \cdot 10^{10}$$

$$E_{tot} \approx 6{,}39 \cdot 10^9 J$$



$v_1 \approx 7{,}67km/s$

$v_{2,max} \approx 10{,}07km/s$

$v_{2,min} \approx 1{,}62km/s$

$v_3 \approx 3{,}34km/s$

$a = 24{,}47 \cdot 10^6 m$

$G = 6{,}6738 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$
$M_A = 5{,}972 \cdot 10^{24} kg$
$r_A = 6{,}371 \cdot 10^6 m$
$m = 250kg$