

Schlussbericht

zum BMBF-geförderten Verbundprojekt:

Entwicklung von effizienten, einfach anzuwendenden Konstruktionsprinzipien für technische Bauteile nach dem Vorbild der Natur

Förderkennzeichen 01 RI 0638

Achenbach M.¹⁾, Edler J.⁴⁾, Hellmig R.J.¹⁾, Mattheck C.²⁾, Moldenhauer H.³⁾, Sachs W.⁴⁾, Tesari I.²⁾

EJOT GmbH & Co. KG¹⁾

Untere Bienhecke, 57334 Bad Laasphe

Karlsruher Institut für Technologie²⁾

Hermann-von-Helmholtz-Platz 1, 76344 Eggenstein-Leopoldshafen

Dipl.-Ing. H. Moldenhauer GmbH³⁾

Im Brückengarten 9a, 63322 Rödermark

Sachs Engineering GmbH⁴⁾

Friedrich-List-Strasse 9, 78234 Engen-Welschingen

Oktober 2010

Inhalt

1	Aufgabenstellung	1
2	Voraussetzungen unter denen das Vorhaben durchgeführt wurde und wissenschaftlicher und technischer Stand bei Projektbeginn	1
3	Planung und Ablauf des Vorhabens	2
4	Ergebnisse der Projektpartner	4
4.1	Karlsruher Institut für Technologie	4
4.2	Dipl.-Ing. H. Moldenhauer GmbH	63
4.3	Sachs Engineering GmbH	85
4.4	EJOT GmbH & Co. KG	179

1 Aufgabenstellung

Ziel des Vorhabens war eine grundlegende Vereinfachung der Optimierungsmethoden nach dem Vorbild der Natur, die Bereitstellung einfacher Methoden zur Bauteiloptimierung, möglichst ohne aufwändige Finite Elemente Analysen. Diese neuen Methoden waren rechnerisch und experimentell zu verifizieren und deren Eignung für die Industrie zu prüfen und den Einsatz vorzubereiten.

2 Voraussetzungen unter denen das Vorhaben durchgeführt wurde und wissenschaftlicher und technischer Stand bei Projektbeginn

Mechanisch belastete Bauteile versagen gelegentlich bereits vor Erreichen ihrer geplanten Lebensdauer. Das Versagen geht dabei von Schwachstellen aus, welche sehr häufig konstruktiv bedingte Kerben sind. Um dem vorzubeugen, werden zumeist nicht nur die lokalen Schwachpunkte, sondern größere, und damit nicht notwendig hoch belastete, Bereiche des Bauteils konstruktiv stärker ausgelegt. Die Auslegung erfolgt dann mittels Kerbformzahlen, die in Maschinenelementebüchern angeführt sind, welche einen Kerbspannungsatlas z.B. für Wellenabsätze bei Zug- oder Druckbeanspruchungen enthalten. In der Regel wird die Kerbwirkung dann bei Wellen durch größere Durchmesser kompensiert, Bleche werden dicker, Profile größer gewählt etc.. Dadurch wird die Haltbarkeit des Bauteiles zwar gesteigert, doch zum Preis unnötiger Materialverschwendung in überdimensionierten Strukturbereichen. Kurz gesagt: **Viele Bauteile weisen formbedingte Schwachstellen auf oder sind zu schwer.**

Die Bauteiloptimierung kann diesen Missstand beseitigen und deren breiter, standardmäßiger Einsatz bereits im Konstruktionsprozess ist damit ökologisch und ökonomisch sinnvoll. Die Optimierungsmethoden unterscheiden sich unter anderem darin, wie sie von den vorgegebenen Randbedingungen hin zu der optimierten Struktur gelangen. Eine Möglichkeit dies zu erreichen ist die mathematische Optimierung. Deren Nachteil ist die hohe Komplexität und erforderliche Rechenzeit, weshalb ein Einsatz nur in speziellen, also in der Regel einfach zu parametrisierenden Fällen möglich ist. Ähnlich verhält es sich auch mit den evolutionären und genetischen Optimierungsverfahren, die komplex in der Problemformulierung sind und sehr viel Rechenleistung konsumieren da alle Zwischenschritte, auch die Irrwege und Sackgassen der „künstlichen Evolution“ aufwendig analysiert werden müssen. Weitere Möglichkeiten, Bauteile hinsichtlich Gewichtsminimierung und Lebensdauersteigerung bzw. Belastbarkeitserhöhung zu optimieren wurden am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) nach dem Vorbild biologischer Lastträger entwickelt. Die CAO Methode (Computer Aided Optimization) steigert die Lebensdauer bzw. Belastbarkeit technischer Bauteile durch Simulation biologischen Wachstums. Das Strukturoptimierungsprogramm SKO (Soft Kill Option) wird zur Material- und Gewichtseinsparung genutzt. Es simuliert die adaptive Mineralisation bei Knochen, indem der Elastizitätsmodul der Struktur in Abhängigkeit von den Spannungen variiert wird. Das Ergebnis ist ein Leichtbau-Designvorschlag. Bisher wurden zahlreiche Lizenzen für die entwickelten Optimierungsmethoden; viele deutsche Automobilfirmen optimieren damit bereits Teile ihrer Fahrzeuge und in der Medizintechnik werden damit beispielsweise extrem haltbare Knochenschrauben und Zahnimplantate entwickelt. Trotz der Einfachheit der Methoden steht der breiten Anwendung der Methoden, also der Einsatz in beliebigen, auch kleinsten Firmen, jedoch die

Notwendigkeit der Finite-Elemente-Methode (FEM) im Wege. Diese Software zur Strukturanalyse ist teuer in der Lizenzierung, erfordert leistungsfähige Rechner und zur Bedienung einen Experten, womit nur größere bzw. auf Bauteilanalysen spezialisierte Firmen zur Bauteiloptimierung in der Lage sind. Und auch dort werden Analysen überwiegend für mechanisch besonders kritische Bauteile oder für in sehr hohen Stückzahlen produzierte Teile eingesetzt.

Damit nun die Bauteiloptimierung für nahezu jede Komponente bereits im Konstruktionsprozess zum Standard wird, ist eine radikale Vereinfachung der Optimierungsmethoden notwendig. Besonders klein- und mittelständischen Unternehmen (KMU) benötigen einfachere und schnellere Methoden, mit der nicht nur Spezialisten Bauteile optimieren können, sondern jeder Konstrukteur. Dieser soll ohne großen Aufwand die Methoden anwenden und verstehen können, damit er die Optimierungsergebnisse in die Konstruktion und somit in die Produktion einfließen lässt. Je einfacher die Methoden und deren Anwendung sind, desto besser kann der Konstrukteur die Ergebnisse auch nachvollziehen und überprüfen und umso höher ist die Akzeptanz.

3 Planung und Ablauf des Vorhabens

Das Vorhaben gliederte sich in folgende Arbeitspakete und wurde wie geplant bearbeitet:

AP 1: Untersuchung und FE-Analyse natürlicher Strukturen

Screening biologischer Strukturen und Mikro- und makroskopische Untersuchung des Aufbaues, des Materials und der Belastungssituation ausgewählter biologischer Strukturen. FE- Analyse der Strukturen, Formulierung der qualitativen natürlichen Belastung, ggf. Vergleich mit vorhandenen Optimierungstools (SKO, CAO, CAIO). Vergleich der biologischen Struktur mit den Ergebnissen der FE-Analysen und Optimierungen, bei variabler Lastsituation werden Parameterstudien durchgeführt.

AP 2: Ableitung von Gestaltungsprinzipien

Beurteilung der Ergebnisse und, wo möglich, Ableitung von allgemeinen Gestaltungsprinzipien und Optimierungsvorschriften.

AP 3: Verifikation

Verifikation der Eignung der Gestaltungsprinzipien durch FE-Analysen und Versuche.

AP 4: Bereitstellung

Implementierung verifizierter Gestaltungsprinzipien in Softwaremodule bzw. CAD-Programme, Zusammenfassung zu einem „Entwurfskatalog“ und Bereitstellung für Anwender.

4 Ergebnisse der Projektpartner

4.1 Karlsruher Institut für Technologie

Methode der Zugdreiecke

Ideengeber für die Methode der Zugdreiecke [1] war der Wurzelanlauf am Baum (Abb. 1). Ein Baumstamm bildet mit der Erdoberfläche eine scharfeckige Kerbe. Diese überbrückt und entschärft er durch den Wurzelanlauf, der meist windseitig am stärksten ausgeprägt ist und der wie ein Zugdreieck wirkt.



Abb. 1: Ein Wurzelanlauf in der Seitenansicht und im Querschnitt als Inspiration der Zugdreiecksmethode.

Ausgangsbasis für die Methode der Zugdreiecke ist die Überbrückung einer Kerbe und die Methode der Schubvierecke. Diese Methode liefert ein anschauliches Modell der Kraftflüsse im interessierenden Bereich. Hierfür betrachtet man den Bereich der Kerbe auf der Gleitlinie und schneidet ein quadratisches Element frei (siehe Abbildung 2). Bei alleinigem Wirken der vertikalen Kräfte würde das Quadrat, wie in (A) dargestellt, um seinen Mittelpunkt rotieren. Um diese Rotation zu verhindern müssen gleich große horizontale Kräfte wirken (B). Dies ist die Veranschaulichung der Symmetrie des Spannungstensors $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Kombiniert man jetzt die Schubkräfte (C), so erhält man die Richtung der Hauptnormalspannungen $\pm 45^\circ$ zur Gleitlinie. Auf die Kerbe an der Wellenschulter bezogen, erhält man im betrachteten Bereich ein entsprechendes Schubviereck mit gleich großem Längs- und Querschub. Die Schubkomponenten lassen sich in Zug- und Druck-Richtungen zusammenfassen. So ergibt sich für die Zugrichtung, eingezeichnet als roter Pfeil, in der Nähe der Kerbe eine Richtung von 45° . Dieser 45° -Winkel wird, als Übergangswinkel beim ersten Zugdreieck verwendet (siehe Abbildung 5 A).

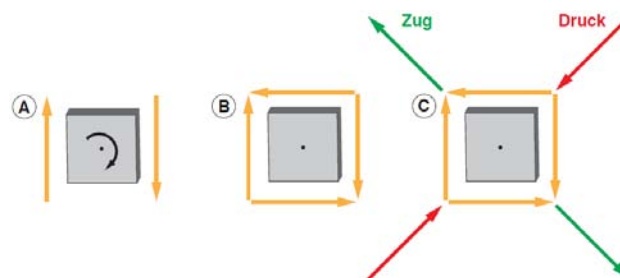


Abb. 2: Schubvierecke zur Veranschaulichung der entsprechenden Zug- und Druckkomponenten.

An einem Bauteilabsatz unter Zugbelastung lässt sich die Belastung in der Nähe der Kerbe wie in Abbildung 3 darstellen. Zieht man am dünnen Wellenende, so entsteht Längsschub, der die dünne Lasche entlang der gestrichelt eingezeichneten imaginären Gleitlinien herauscheren würde. Dies wird aber durch die Scherfestigkeit des Materials verhindert.

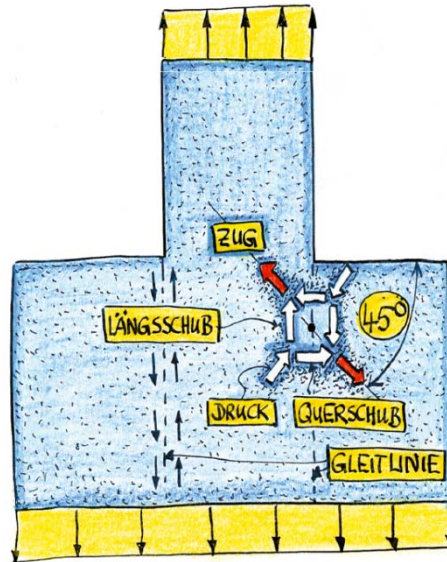


Abb. 3: Das Schubviereck im zugbelasteten Bauteilabsatz.

Entsprechend der mit den Schubvierecken bestimmten Zugrichtung wird nun vom unteren 45°-Winkel ein Zugdreieck in die scharfe Ecke gesetzt (Abb. 4). Damit entsteht weiter oben eine neue Kerbe, die aber schon stumpfer ist und damit weniger gefährlich. Diese Kerbe wird wieder symmetrisch überbrückt, immer von der Mitte des unteren Zugdreieckes ausgehend und so weiter.

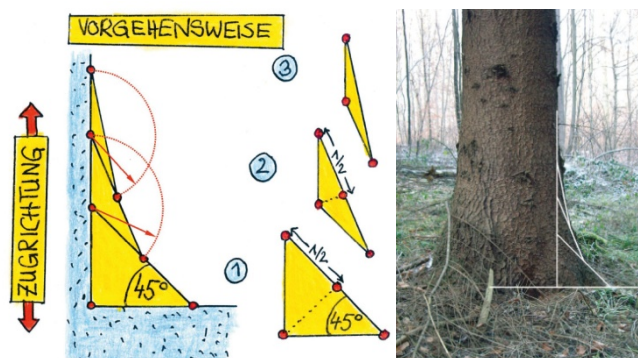


Abb. 4: Vorgehensweise der Zugdreiecksmethode und Übereinstimmung am Wurzelanlauf einer Fichte.

Die optimierte Randkontur setzt sich aus in der Regel zwei bis drei gleichschenkligen Zugdreiecken zusammen. Die Größe des ersten Zugdreiecks bestimmt die Abmessungen der folgenden. Der meist rechtwinklige Übergang wird mit dem ersten Zugdreieck überbrückt, dessen Schenkel-Basiswinkel 45° beträgt. Die Schenkel-Basis Winkel der nachfolgenden Zugdreiecke halbieren sich jeweils. Entsprechend beträgt der zweite Schenkel-Basis Winkel 22,5° und der dritte 11,25°. Mittels Skalieren kann die Kontur an beliebige Bauräume angepasst werden.

Die Konstruktion wird an einem Querschnittsübergang am Bauteil (z. B. Balken- oder Wellenschulter) erläutert. An der scharfen Ecke wird für den gewählten Bauraum ein erstes Zugdreieck mit einem Winkel von 45° über die Ecke gelegt (siehe Abb. 5). So wird die Ecke des Basismodells entschärft. Es entstehen zwei Punkte: Punkt 1, der auf der Schulter liegt, und Punkt 2, der das andere Ende der Hypotenuse markiert und auf dem dünneren Schaft liegt.

Ein weiteres Zugdreieck wird, ausgehend von der Mitte der Hypotenuse (Punkt 3) des ersten Zugdreiecks, in Richtung des dünnen Wellenendes gelegt. Der Endpunkt (Punkt 4) dieser zweiten Hypotenuse wird durch einen Kreisschlag um das Ende der ersten Hypotenuse (Punkt 2) mit dem Radius der Strecke bis zum Mittelpunkt (Punkt 3) der ersten Hypotenuse bestimmt.

Das dritte Zugdreieck entsteht durch Wiederholung des Konstruktionsvorganges um Punkt 4. Es entstehen die Punkte 5 und 6 als Anfangs- und Endpunkte der Hypotenuse des dritten Zugdreiecks (siehe Abb. 5 A). Nach Zusammensetzen der einzelnen Dreiecke zu einem Linienzug bleiben am Ende drei Linien übrig, die die neue Kerbkontur bilden. Diese Linien sind in der Reihenfolge ihrer Konstruktion mit Linie 1 bis Linie 3 bezeichnet (siehe Abb. 5 B). Zur Vermeidung von Spannungsspitzen an den Übergängen der Zugdreiecke werden diese abschließend noch mit den größtmöglichen Radien so ausgerundet, dass die Kreisbögen tangential in die Außenkontur der Zugdreiecke übergehen.

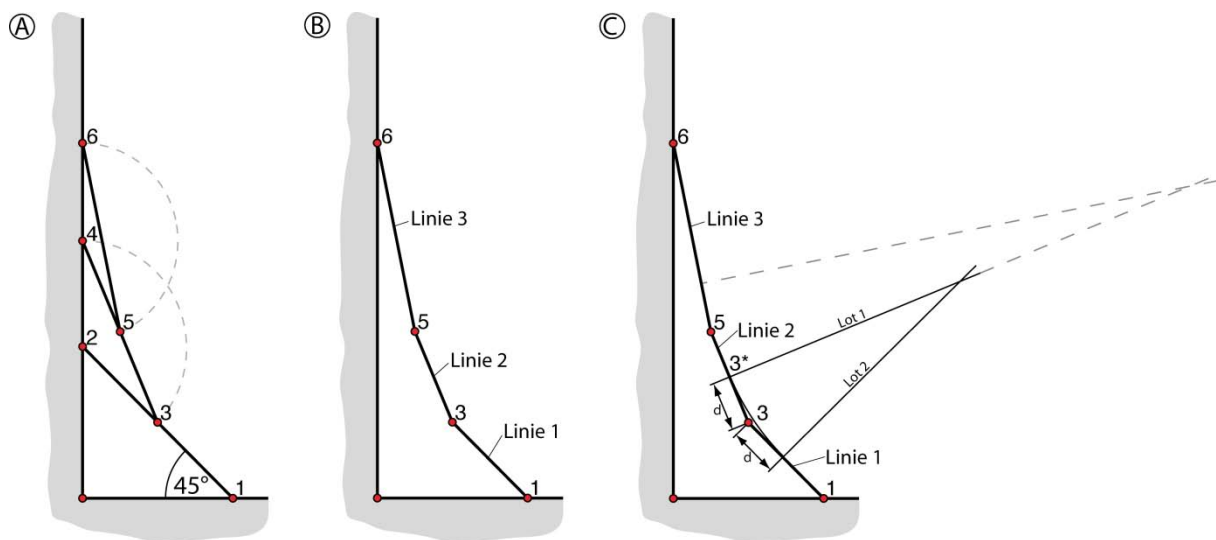


Abb. 5: Vorgehensweise zur Konstruktion und Verrundung der Kontur nach der Methode der Zugdreiecke: (A) Konstruktionspunkte, (B) bereinigte Kontur, (C) Hilfslinien für Verrundungsradius [2].

Zweiachsige Belastung

Wenn der Lastfall nicht einachsig wirkt, sondern biaxial, wird die Konstruktion der Zugdreiecke entsprechend geändert. Dabei wird das Verhältnis der angreifenden Belastungen berücksichtigt. Abbildung 6 zeigt die Konstruktion bei verschiedenen Lastfallkombinationen an einer rechtwinkligen Kerbe. Dem Verhältnis der angreifenden Lasten entsprechend, wird der Bauraum aufgeteilt. Wirken in beide Richtungen gleich große

Belastungen, so sind die beiden Zugdreieckskonturen gleich groß und es ergibt sich annähernd ein Kreisbogen.

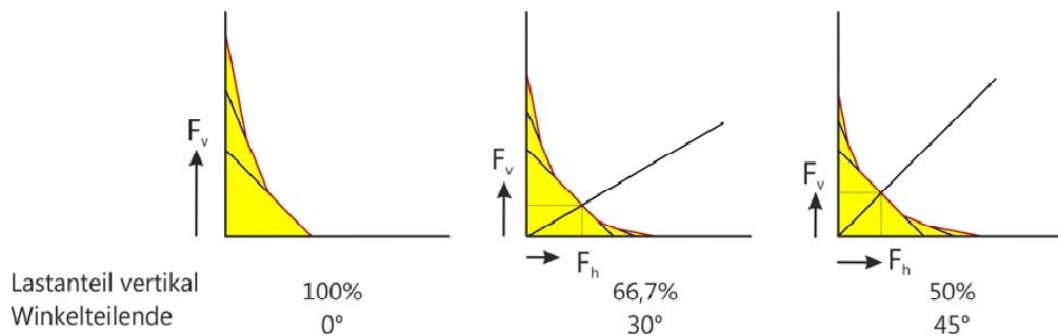


Abb. 6: Konstruktion der Zugdreiecke bei zweiachsiger Belastung. Der Bauraum wird dem Lastverhältnis entsprechend aufgeteilt und die Zugdreieckskontur lastgerecht eingepasst.

Die Methode ist aber nicht auf rechtwinklige Kerben beschränkt. Kleinere Winkel werden der Last entsprechend geteilt, und auf der Winkelteilenden werden dann nach beiden Seiten hin die Zugdreiecke konstruiert. In der Natur sind z.B. eine Baumgabel oder eine Ast-/Zweiganbindung mit dieser Variante der Zugdreiecks-Methode beschreibbar.

Natürliche Vorbilder

Die charakteristische Form der Zugdreiecke findet sich in zahlreichen biologischen Strukturen wieder. Beispiele sind die Nervatur und Außenkontur von durch Wind schubbelasteten Blättern, die Berandungen der Augenhöhle von Vogelschädeln und Knochen (Femur), die Kontur von Dornen und Stacheln, Wurzelanläufen und Gabelungen der Bäume. Dabei lässt die Form selbst Rückschlüsse auf die Belastungssituation zu. So sind die Seitenadern des Walnussblattes (Abb. 7A) etwas weniger belastet als die Hauptader, wie die Verschiebung der Winkelhalbierenden zeigt.

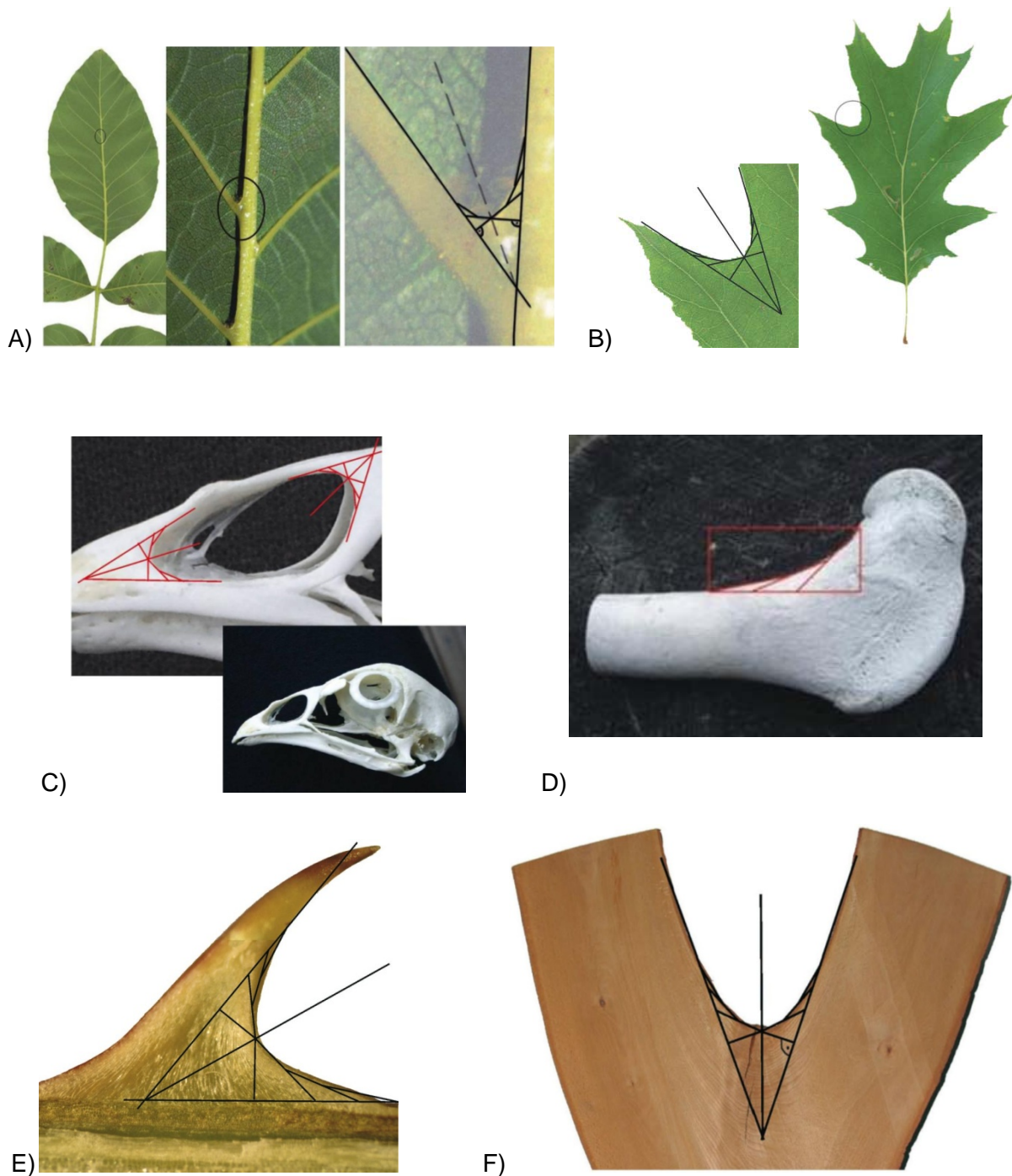


Abb. 7: Die Form der Zugdreiecke an biologischen Strukturen. A) Nervatur eines Walnussblattes, B) Rand eines Roteichenblattes, C) Vogelschädel, D) Knochen, E) Pflanzenstachel, F) Schnitt durch Baumgabel (Buche).

Selbst in unbelebten natürlichen Strukturen (Abb. 8) wie z.B. Eisbergen, Steilküsten oder Erdpyramiden, die sicherlich keinen Überlebenswillen haben, findet man die Zugdreiecksform. Hier ist diese Kontur Folge der Erosion, und die Zugdreiecke selbst werden auf Druck belastet. Bei in etwa konstanter Klemmung zwischen Nachbarteilchen (wie im Gewölbe) werden nichtklemmende Teilchen mit der Zeit bevorzugt wegerodiert. Die Erosion stellt hier eine Fertigungsmethode für formoptimierte Druckträger dar.



Abb. 8: Unbelebte natürliche Strukturen.

Circumferentielle Zugdreiecke

Da es bei Anwendung der Methode der Zugdreiecke für geraden, einachsigen Zug bei umlaufenden Kraftverläufen zu Winkeldiskrepanzen kommt, wurde die Methode an circumferentielle Belastungen angepasst [3]. Ausgehend von einem ersten Zugdreieck mit dem 45° -Winkel, wird durch Halbierung der Hypotenuse der Startpunkt für das weitere Zugdreieck gefunden, ebenso beim nächsten so konstruierten Dreieck. Im Extremfall eines unendlichen Radius r geht diese Konstruktion in die bekannte für geradlinigen Zug über. Die Verrundung verläuft analog zu den anderen Varianten der Methode der Zugdreiecke.

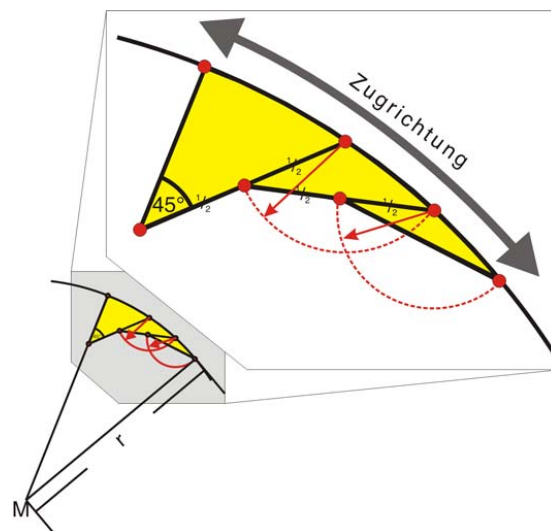


Abb. 9: Konstruktion der circumferentiellen Variante der Zugdreiecksmethode.

Einfluss der Anzahl der Zugdreiecke auf die Spannungen in einer Wellenschulter

Betrachtet man die Spannungszustände der Optimierungsschritte einzeln, so lässt sich die Spannungsreduktion von Zugdreieck zu Zugdreieck gut erkennen. In Abbildung 10 sind die Spannungszustände an den Konstruktionsschritten dargestellt. Es ist jeweils eine Abbildung des Modells mit den lokalen Spannungen und einem Spannungsverlauf entlang der Kontur dargestellt. Modell A zeigt den Spannungszustand nach der Konstruktion des ersten Zugdreiecks. Modell B zeigt die ersten zwei Zugdreiecke. Modell C die Konstruktion aller drei Zugdreiecke. In Modell D ist die fertig ausgerundete Kontur dargestellt. Deutlich zu sehen ist die Reduktion der Spannungen mit Zunahme der Konstruktionsschritte. Betrachtet man die

Spannungsspitzen an den scharfen Kerben zwischen den Zugdreiecken, so ist zu beachten das die Berechnung an diesen Stellen wegen der Singularität nicht die exakten Spannungskonzentrationen liefern, sondern lediglich einen relativen Vergleich der verschiedenen Modelle ermöglichen.

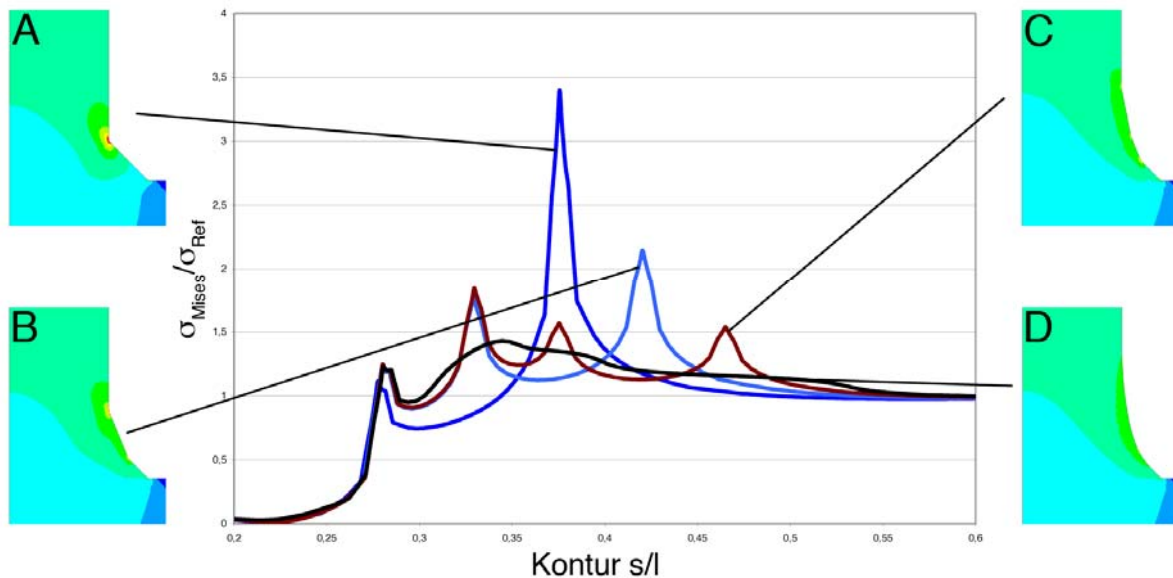


Abb. 10: Einfluss der Anzahl der Zugdreiecke auf die Spannungen in einer Wellenschulter (A: ein Zugdreieck, B: zwei Zugdreiecke, C: drei Zugdreiecke, D: Ausgerundete Zugdreiecke).

Verrundung des ersten Segmentes

Der Übergang in die Schulter ist ein oft diskutierter Bereich der optimierten Kerbformen. Auch wegen der Singularität bei der Berechnung der Modelle. Vier verschiedene Übergangsformen wurden untersucht:

1. Der 45° Übergang in die Schulter
2. Ein Radius der grÖÙe $R = 1$
3. Ein Radius der grÖÙe $R = 4$
4. und der entsprechende 45° Übergang

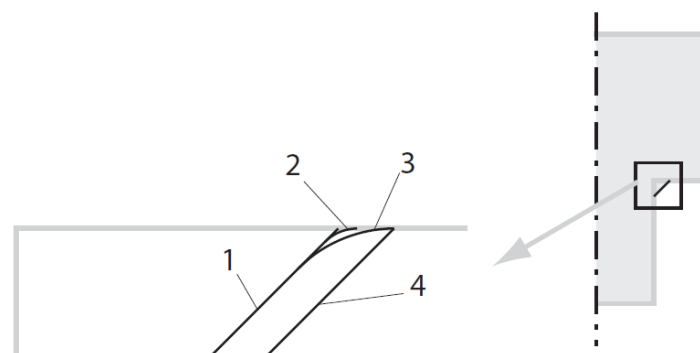


Abb. 11: Verschiedene Modelle zur Verrundung des ersten Zugdreiecks.

Die axialen Bauräume der Modelle 1 bis 3 sind identisch, sie unterscheiden sich allein durch den Übergang in die Schulter. Durch die unterschiedlichen Übergangsformen ergeben sich zwangsläufig auch unterschiedliche radiale Bauräume der Modelle. Das Ausgangsmodell (Modell 1) hat einen radialen Bauraum von 5. Modell 2 mit einem Übergangsradius von $R = 1$ hat einen radialen Bauraum von 5,22. Modell 3 mit dem Radius $R = 4$ hat einen Bauraum von 6,66. Modell 4 zeigt eine ebenfalls nach der „Methode der Zugdreiecke“ erstellte Form, die ohne Verrundung in die Schulter übergeht. Sie besitzt aber den größeren radialen Bauraum von 6,66 und den sich daraus ergebenden größeren axialen Bauraum von 15,6.

Betrachtet man nun die Spannungsverteilung über der Kontur, so ergeben sich am scharfen Übergang in die Schulter sowohl bei Modell 1 als auch bei Modell 4 die erwarteten höheren Spannungen, die auf die Singularitäten zurückzuführen sind. Betrachtet man die mit Radien versehenen Modelle, so weist der kleine Radius der Größe $R = 1$ eine Spannungsüberhöhung auf, die ähnlich hoch ist. Bei Modell 4 mit einem Radius von $R = 4$ sinkt diese Überhöhung deutlich ab. Der weitere Spannungsverlauf der Modelle mit gleichem axialem Bauraum ist nahe zu gleich. Das Modell 4 mit den größeren Bauräumen zeigt wie erwartet einen Spannungsverlauf, der etwas unter den Spannungen der übrigen Kurven liegt. Diese geringere Spannung begründet sich mit dem im Verhältnis zu den übrigen Modellen zusätzlich verwendetem Material.

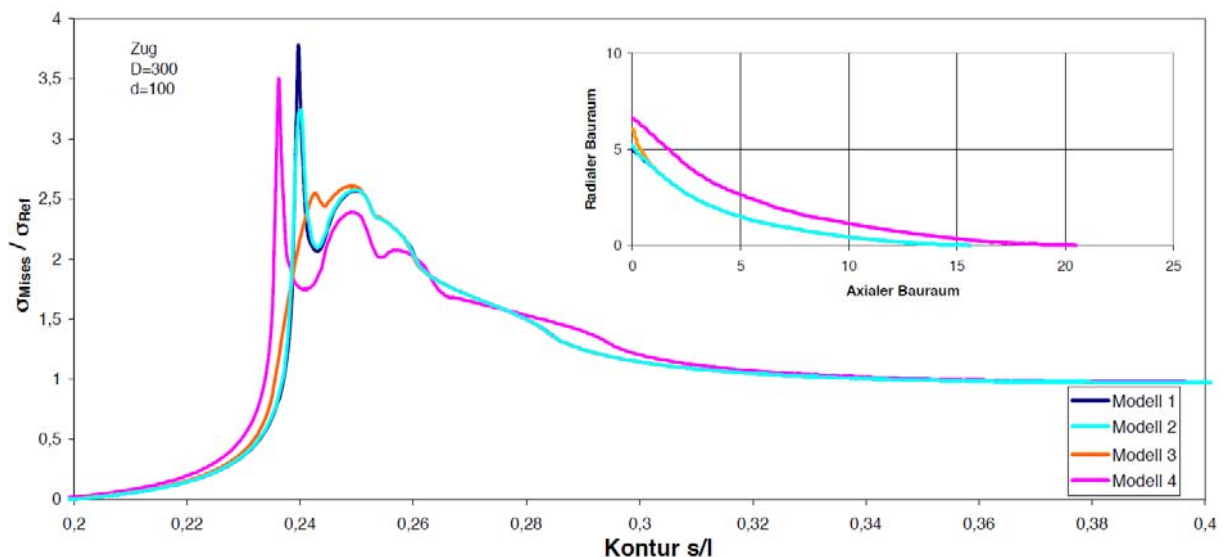


Abb. 12: Spannungsverläufe bei unterschiedlichen Ausrundungen des ersten Zugdreiecks.

Winkelvariation des zweiten Segmentes

Betrachtet man das „zweite Zugdreieck“ der Konstruktion so ergibt sich durch die Konstruktionsvorschrift der „Methode der Zugdreiecke“ zwischen den Hypotenusen des ersten und zweiten Zugdreiecks ein Winkel von $22,5^\circ$. Untersucht man nun diesen Winkel im Verhältnis zu einem größeren und einem kleiner Winkel, ergibt sich der in Abbildung 12 gezeigte Spannungsverlauf. Zu erkennen ist, dass alle Modelle neben der ersten Spannungsüberhöhung am Übergang zur Schulter zwei weitere Spannungsüberhöhungen aufweisen. Diese Spannungsüberhöhungen befinden sich am Anfang und am Ende des zweiten Zugdreiecks. Betrachtet man sich die Spannungsverläufe entlang der Kontur in Abbildung 13, so besitzt nur das Modell mit $22,5^\circ$ -Winkel zwei nahezu gleich hohe

Spannungsüberhöhungen. Das Modell mit dem kleineren 17,5°-Winkel hat eine geringere Spannung am ersten Übergang, aber die Spannung am zweiten Übergang ist dafür erhöht. Beim Modell mit 27,5°-Winkel ist dieses Verhalten genau umgekehrt.

Das Modell mit dem bei der „Methode der Zugdreiecke“ verwendeten 22,5°-Winkel weist also die ausgewogensten Spannungsüberhöhungen auf. Durch die Verrundung der Zugdreiecke werden diese Spannungsüberhöhungen noch abgesenkt.

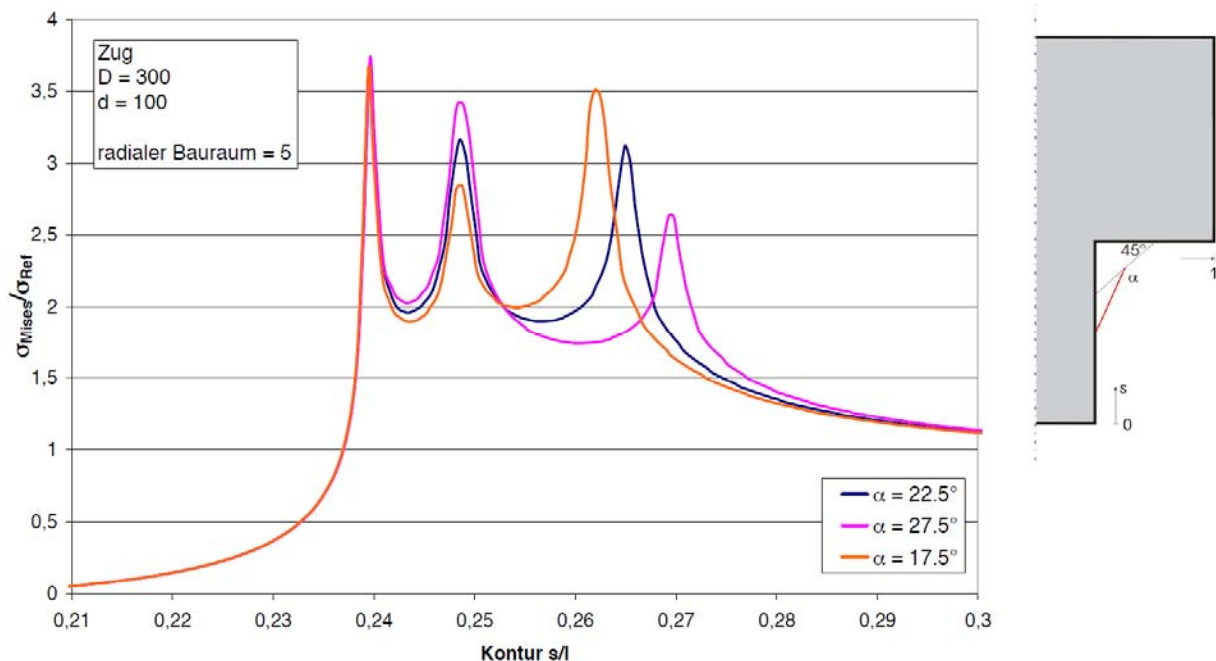


Abb. 13: Winkelvariation des zweiten Zugdreiecks.

Ansatzpunkt des zweiten Segmentes

Nach der „Methode der Zugdreiecke“ ergibt sich für den Ansatzpunkt des zweiten Zugdreiecks der Mittelpunkt der Hypotenuse des ersten Zugdreiecks. Zur Überprüfung der Eignung dieses Ansatzpunktes wurde dessen Position auf der Hypotenuse variiert. Es wurden zum Mittelpunkt noch die Punkte bei einem Viertel und bei drei Viertel der Länge der Hypotenuse untersucht, wie in Abbildung 14 dargestellt. Wie in der Abbildung zu sehen ist, ergibt sich, dass eine Verschiebung des Ansatzpunktes zu drei Viertel eine Erhöhung der Spannungen bringt. Die beiden anderen Positionen unterscheiden sich nur geringfügig in der Höhe der Spannung. Da aber die Anbindung des zweiten Zugdreiecks bei einem Viertel der Strecke mehr Material und eine kompliziertere Konstruktionsvorschrift mit sich bringen würde, ist sie zu vernachlässigen.

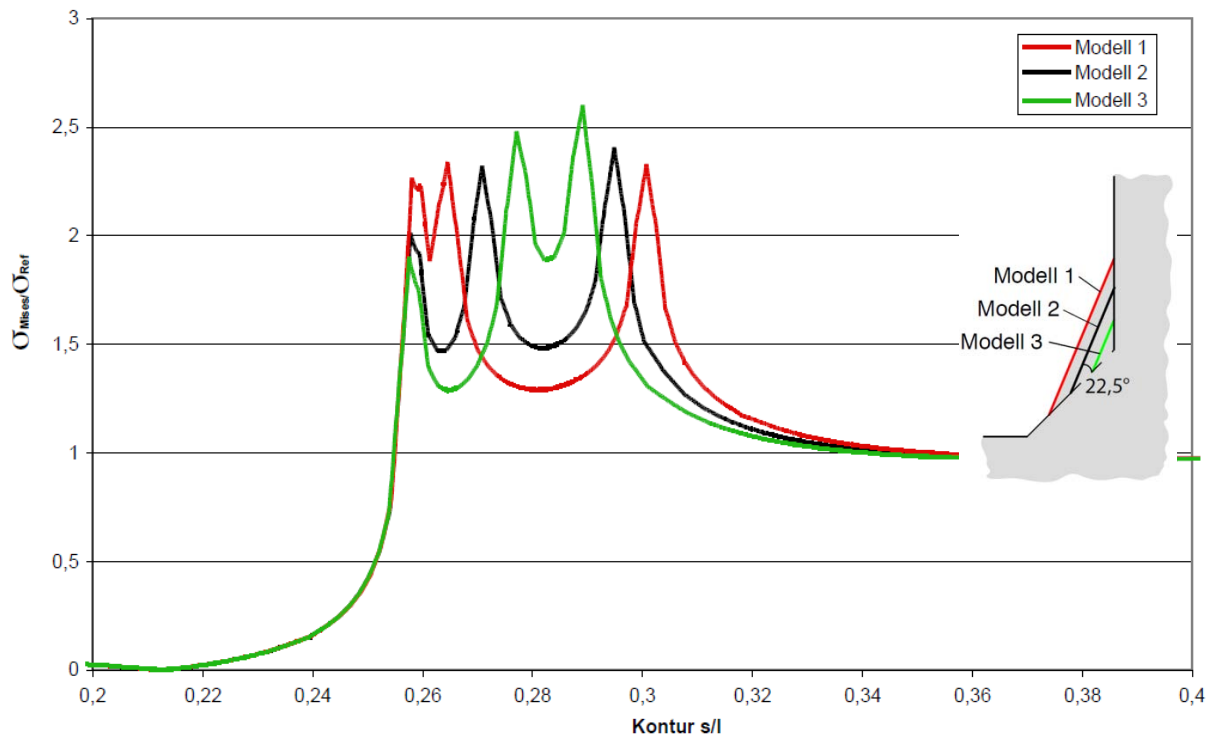


Abb. 14: Spannungsverläufe bei verschiedenen Ansatzpunkten des zweiten Zugdreiecks.

Vergleich der Zugdreieckskontur mit anderen Kerbformen

Die Zugdreieckskontur wurde mit anderen Kerbformen vergleichend bewertet und eine Eignung der Tangens(x)-Funktion zwischen $x=0\dots 1,32$, bei identischem Achsenmaßstab als mögliche, einfache Ersatzfunktion geprüft. Analysiert wurden Zuglaschen mit acht verschiedenen Kerbformen (Baud- und Grodzinski-Kurven, Viertelkreis, 45° Kreissegment, Traktroid, Viertelellipse Tangensfunktion und Zugdreiecke) bei jeweils gleichem seitlichem Bauraum in drei Größenabstufungen. Tabelle 1 und Abb. 15 zeigen die Resultate der Spannungsanalysen. Der scharfe 45° Eintritt der Zugdreieckskurven und ihrer Verwandten führt nur rechnerisch zu einer kleinen Spannungsspitze, die hier ignoriert wird, weil sie allein schon fertigungsbedingt so nicht auftritt. Die Zugdreieckskonturen und ihre Verwandten liegen zumeist im Bereich geringster Spannungsüberhöhungen.

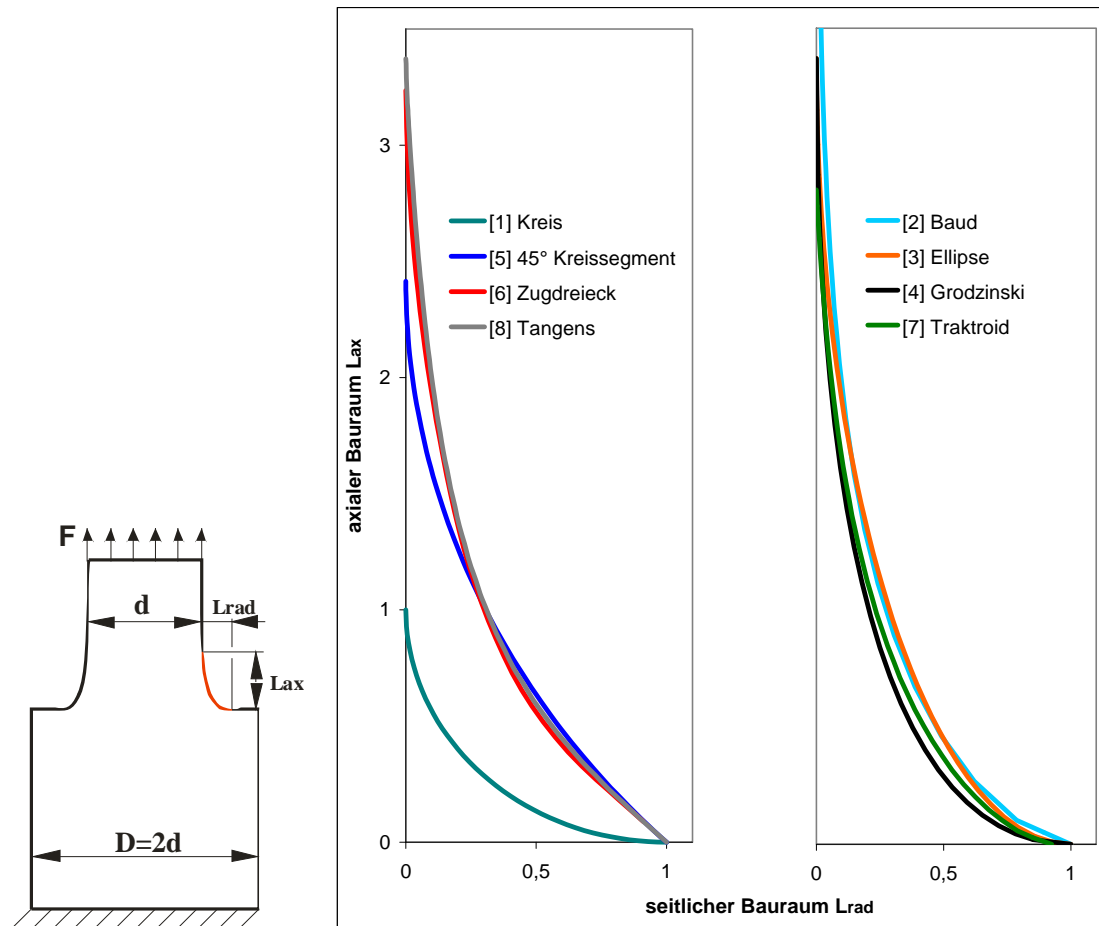


Abb. 15: Zuglasche mit verschiedenen Kerbformen im Detail.

	Kerbformzahl			ax./seitl. Bauraum Lax/Lrad	Herleitung	Quelle
	Bauraum: Lrad/d =					
	0,027	0,054	0,27			
1. Viertelkreis	4,11	3,13	1,8	1	Empirisch	
2. Baud	3,30	2,37	1,18	5,0	Empirisch, durch Bearbeitung spannungsoptischer Proben	Baud 1934 [4]
3. Ellipse	3,69	2,55	1,11	3,4	Theor., spannungs- optische Proben	Deutler, Harvers 1937; Berkey 1943 [5]
4. Grodzinski	3,67	2,62	1,22	3,4	Empirisch	Grodzinski 1941 [6]
5. 45°Kreisseg.	2,63	2,06	1,31	2,4	Empirisch	Mattheck 2003 [7]
6. Zugdreiecks- methode	3,06	2,29	1,19	3,3	Aus Methode der Schubvierecke	Mattheck 2006 [8]
7. Traktroid (Treidelkurve)	3,31	2,34	1,18	3,4	Nicht bekannt	Melcher, Baumbach 2007 [9]
8. Tangens	2,92	2,20	1,20	3,4	Durch Vergleich mit Zugdreieckskontur	Mattheck 2008 [10]

Tabelle 1: Auflistung der Übergangskonturen in chronologischer Reihenfolge nach deren Entwicklung und der entsprechenden, mit FEM ermittelten Spannungsüberhöhungsfaktoren.

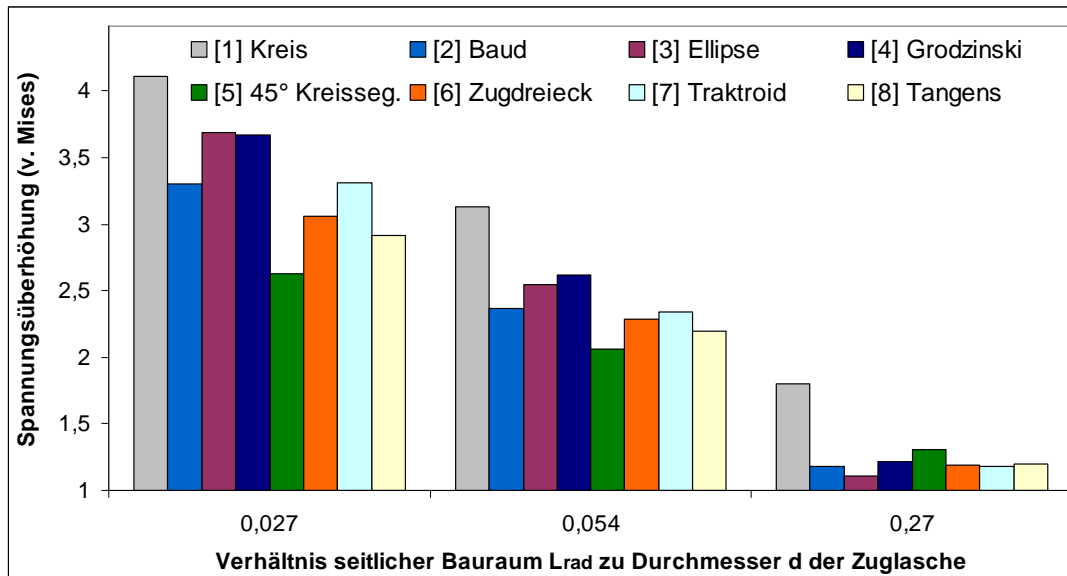


Abb. 16: Formzahlen der verschiedenen Kerbformen.

Experimentelle Verifikation

Torsionsversuche

Es wurden Proben in einem Dauerschwingversuch auf Torsion belastet. Die Proben wurden drehmomentgesteuert bis zu einem vorgegebenen Abbruchkriterium, einem maximalen Verdrehwinkel von $\pm 4^\circ$, tordiert und die Lastwechsel bis zum Erreichen des Abbruchkriteriums gezählt. Es wurden Wellen mit dem gleichen Durchmesser Verhältnis und unterschiedlichen Kerbformen verglichen. Bei den drei getesteten Kerbformen handelt es sich um eine Viertelkreiskerbe, die mit der „Methode der Zugdreiecke“ ermittelte Kerbform und dieselbe Form, die aber um 45° , also in Richtung der Hauptnormalspannungen, projiziert wurde.

Die Versuche wurden an einer servohydraulischen Torsionsprüfmaschine der Firma Schenck mit einem maximalen Drehmoment von 2000Nm und einem Drehwinkel von $\pm 50^\circ$ durchgeführt (Abb. 17). Die Proben werden bei dieser Maschine hydraulisch eingespannt und können einen Durchmesser von 40 bis 50 mm und eine Länge von 120mm zwischen den Spannfütern aufweisen.

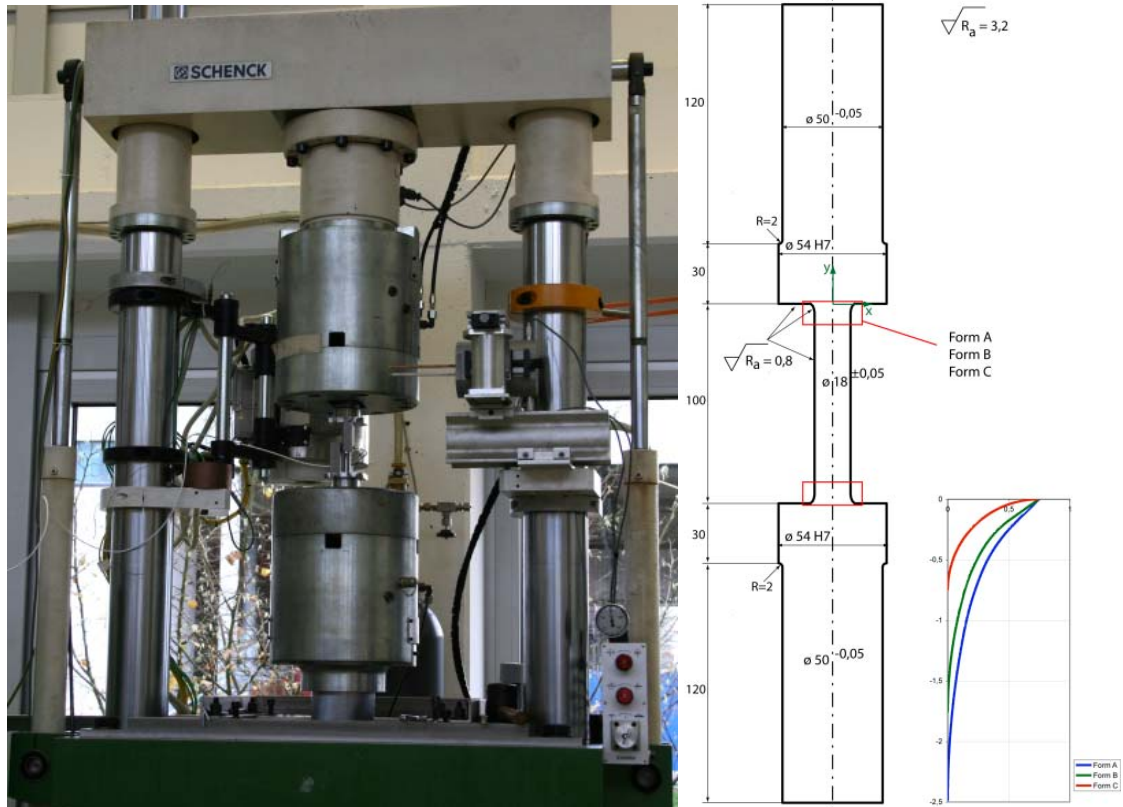


Abb. 17: Torsionsprüfmaschine und Zeichnung der Torsionsproben.

Die Proben wiesen eine Gesamtlänge von 400mm und ein Durchmesser Verhältnis von $D/d = 3$, ($D = 54\text{mm}$, $d = 18\text{mm}$) auf. Sie wurden aus St 52-3 auf CNC Drehbänken mit einem Schneidradius von 0,2mm gefertigt. Der Spannungsbereich hat aufgrund der Maschinenvorgaben einen Durchmesser von $D_{\text{Spann}} = 50\text{mm}$. Weitere Maße können Abbildung 17 entnommen werden. Bei den drei getesteten, in Abbildung 18 dargestellten Kerbformen handelt es sich um:

- Kerbform nach der „Methode der Zugdreiecke“ (Form A)
- Projizierte Form nach der „Methode der Zugdreiecke“ (Form B)
- Viertelkreiskerbe (Form C)

Alle Proben weisen den gleichen radialen Bauraum von $r = 0,75\text{mm}$ auf. Die axialen Bauräume differieren durch die Art der angewandten Methode (Tabelle 2).

Kerbform	Radialer Bauraum [mm]	Axialer Bauraum [mm]	Spannungsüberhöhung
ZD-Form	0,75	2,49	1,35 (Singularität: 1,69)
Projizierte ZD-Form	0,75	1,76	1,42
Viertelkreiskerbe	0,75	0,75	1,73

Tabelle 2: Errechnete Kennwerte der Kerbformgeometrien.

Die Proben wurden bei einer Last von 220Nm durch wechselnde Tordierung in der Prüfmaschine ermüdet. Um den Grad der Ermüdung festzustellen, wurde der Verdrehwinkel der Probe in positive wie negative Richtung aus der Nulllage heraus gemessen. Als Abschaltkriterium für die Maschine galt ein Verdrehwinkel von $\pm 4^\circ$. Dieser Winkel wurde in Vorabversuchen experimentell ermittelt. Die Lastwechselzahl zum Zeitpunkt der Abschaltung wurde festgehalten.

Im Durchschnitt hielten die mit der „Methode der Zugdreiecke“ optimierten Formen 3,25 mal und die projizierten Kerben 2,6 mal länger als die Proben mit Viertelkreiskerben. Betrachtet man die in Abbildung 20 gezeigten Bruchflächen der ermüdeten Proben, so lässt sich ein deutlicher Unterschied zwischen den mit der „Methode der Zugdreiecke“ optimierten Proben (Proben A und B) und den Proben mit Viertelkreisverrundung (Probe C) erkennen. Die Proben mit der Viertelkreiskerbe haben Bruchflächen mit nur geringen Erhöhungen und Vertiefungen, die sternförmig zur Mitte weisen. Die Bruchflächen der unterschiedlich optimierten Proben ähneln sich. Im Vergleich zur Form A erkennt man bei den Proben deutlich weniger Erhebungen, die einen größeren Höhenunterschied aufweisen. Auch hier laufen die Erhöhungen und Vertiefungen sternförmig zur Mitte.

Die unterschiedlichen Bruchbilder lassen sich so erklären, dass bei der Viertelkreiskerbe sehr viele Mikrorisse lokal nahe beieinander liegen. Die geringe Distanz zwischen den Rissen führt zu einer schnellen Vereinigung der Risse. Betrachtet man die FE-Berechnung der unterschiedlichen Modelle (siehe Abbildung 18), so fällt bei der Form A das sehr lokale Spannungsmaximum auf. An etwa dieser Stelle entstehen auch die Risse bei den Ermüdungsversuchen.

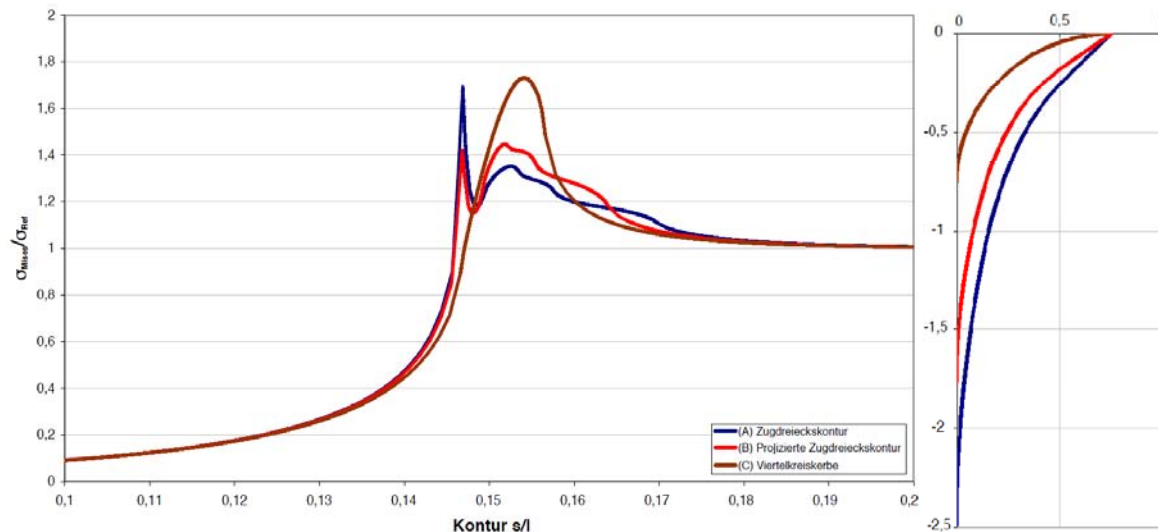


Abb. 18: Spannungsverlauf (links) und Kerbkonturen (rechts) an den Torsionsproben.

Im Vergleich zeigen die optimierten Konturen einen deutlich homogenen Verlauf der Spannungen über die Kontur. Diese führt zu einer größeren räumlichen Distanz zwischen den Mikrorissen, und so zu einem längeren Weg und einer längeren Zeit bis zur Vereinigung zu größeren Rissen. Die Ausrichtung der Risse verläuft häufig 45° zur Längsachse und somit quer zur maximalen Zugrichtung.

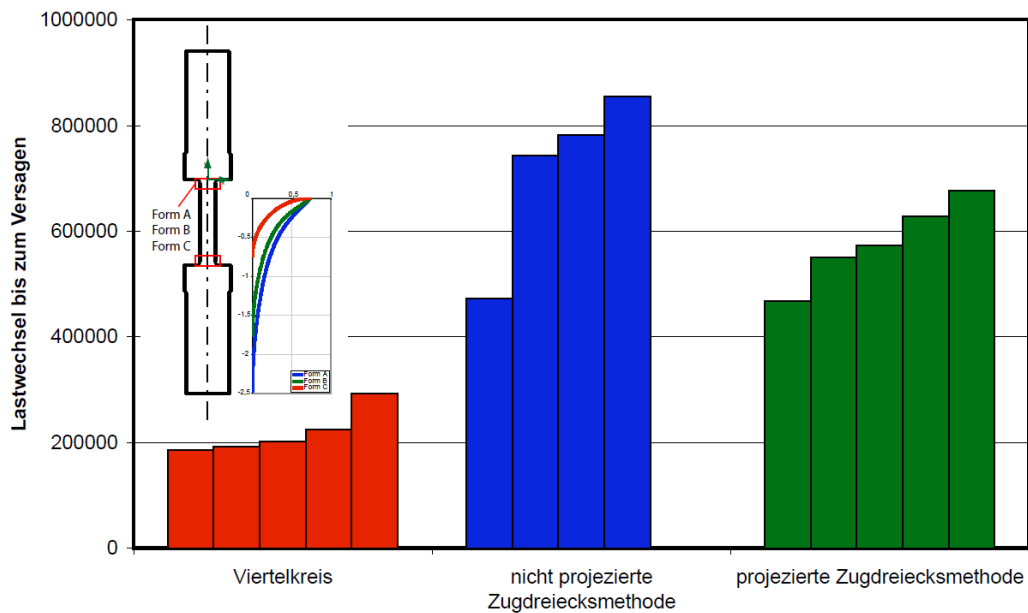


Abb. 19: Lastwechselzahlen der Proben (Versuche: S. Knaak und K. Bethge).

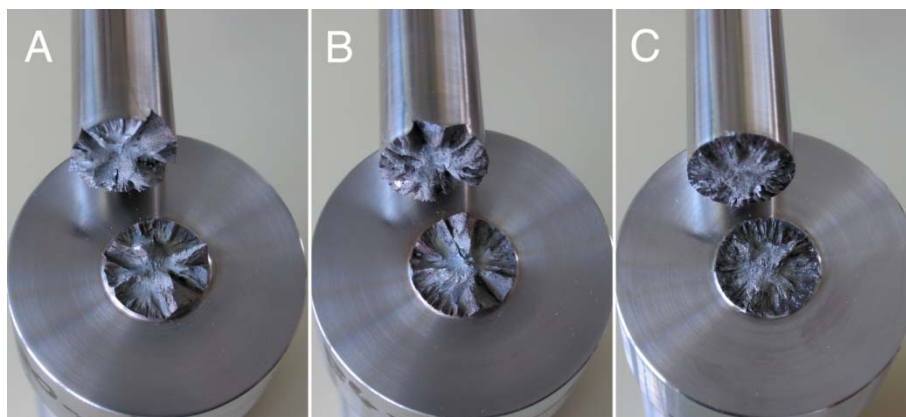


Abb. 20: Vergleich der Bruchflächen (A) Zugdreieckskontur, (B) Projizierte Zugdreieckskontur, (C) Viertelkreiskerbe.

Zugstabversuche

Bei den Versuchen wurden Proben mit verschiedenen Geometrien im Dauerschwingversuch unter Zug belastet. Die Lastwechsel bis zum Versagen der Probe wurden aufgezeichnet. Die untersuchten Modelle haben die gleiche Grundform, die Kerben wurden mit verschiedenen Methoden gestaltoptimiert.

Es wurden die folgenden Methoden verwendet:

- die „Methode der Zugdreiecke“
- die „Methode der Zugdreiecke“ zur Gewichtsreduzierung und Kerbformoptimierung
- der Viertelkreis.

Die Versuche wurden an einer hydraulischen Prüfmaschine der Firma Schenk durchgeführt (siehe Abbildung 21). Die Maschine erreicht eine Maximallast von 160kN. Es wurden Proben

der Länge 530mm und einer Einspanndicke von 19mm untersucht. Für die Untersuchung wurden drei verschiedene Probengeometrien aus St 37 gefertigt. Die Form und der Aufbau der Proben sind in Abbildung 21 zu sehen. Alle Proben basieren auf der gleichen Grundform, deren Kerben unterschiedlich ausgeformt wurden. Form A ist der konventionelle Viertelkreis. An Form B wurden an der Innenkerbe mit der „Methode der Zugdreiecke“ Material angefügt und an der Außenecke Material entfernt. Form C ist die mit der „Methode der Zugdreiecke“ optimierte Kerbform der Innenkerbe.

Alle Modelle verwenden den gleichen seitlichen Bauraum. Die Probengeometrien sind in Abbildung 21 dargestellt. Links ist das Basismodell skizziert. Daneben, in der Mitte der Abbildung, sind die Besonderheiten der Details der verschiedenen Modelle und ihre Konstruktionsweise ohne Verrundung dargestellt. Auf der rechten Seite sind die verrundeten Konturen dargestellt, so wie die Proben auch gefertigt wurden.

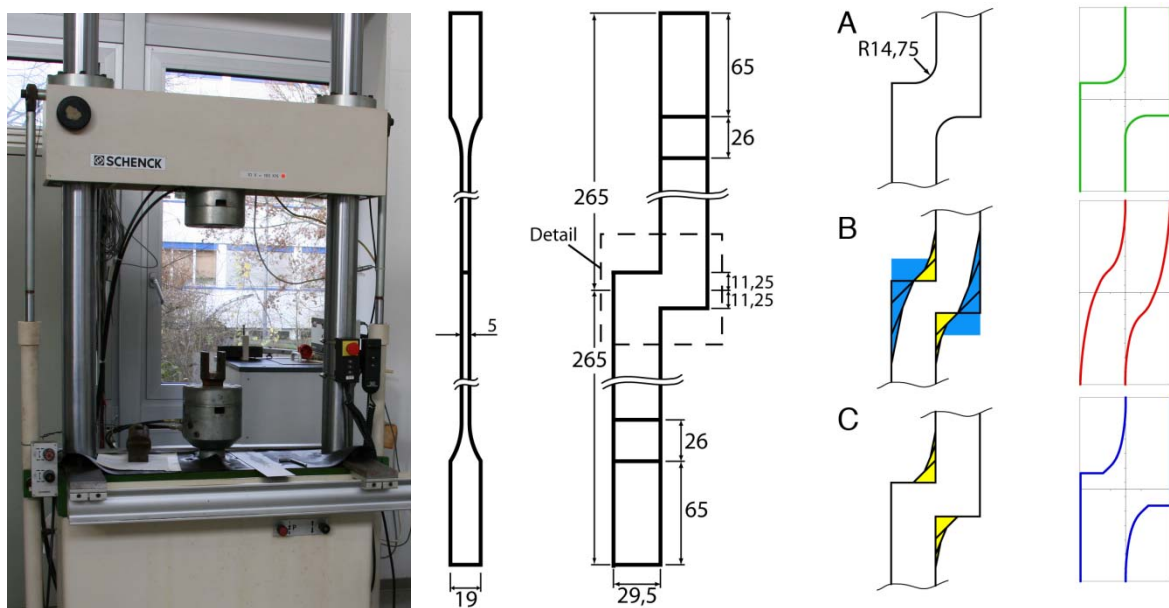


Abb. 21: Prüfmachine und Geometrie der Zugstäbe.

Die Versuche wurden kraftgesteuert mit einer oberen Zuglast von 25 kN und einer unteren Zuglast von 2,5 kN bei einer Frequenz von 10 Hz durchgeführt. Als Abbruchkriterium wurde eine in Vorversuchen ermittelte Probenlänge von 0,4mm festgelegt.

Schon die mit FE berechneten Spannungszustände der verschiedenen Formen lassen einen großen Unterschied der Modelle erkennen. Die Ergebnisse der FE-Rechnung in Abbildung 22 zeigen eine maximale von Mises Spannung von 2,68 für die Kreiskerbe. Für die mit der „Methode der Zugdreiecke“ optimierte und gewichtsreduzierte Form ergibt sich eine maximale v. Mises Spannung von 1,87, was einer Spannungsreduktion von etwa 30% entspricht. Bei Form C, die mit der „Methode der Zugdreiecke“ optimiert wurde, beträgt die maximale v. Mises Spannung 1,76. Hier entspricht die Reduktion im Vergleich zur Form A ca. 34%.

Betrachtet man das Gewicht der gefertigten Proben, so besitzt Form A ein Gewicht von 1121,5g (100%). Nimmt man dieses Gewicht von Form A als Basis und geht hier von 100% aus, ergeben sich für die anderen beiden Modelle folgende Werte mit der Veränderung in

Prozent in Klammern. Die Probe der Form B hat ein Gewicht von 1105g (-1,5%) und die Probe der Form C ein Gewicht von 1131,4g (+0,9%). Die als Ergebnis der Untersuchung ermittelten Lastzyklen der einzelnen Proben geben den zuvor beschriebenen Unterschied der FE-Berechnungen ebenfalls sehr deutlich wieder.

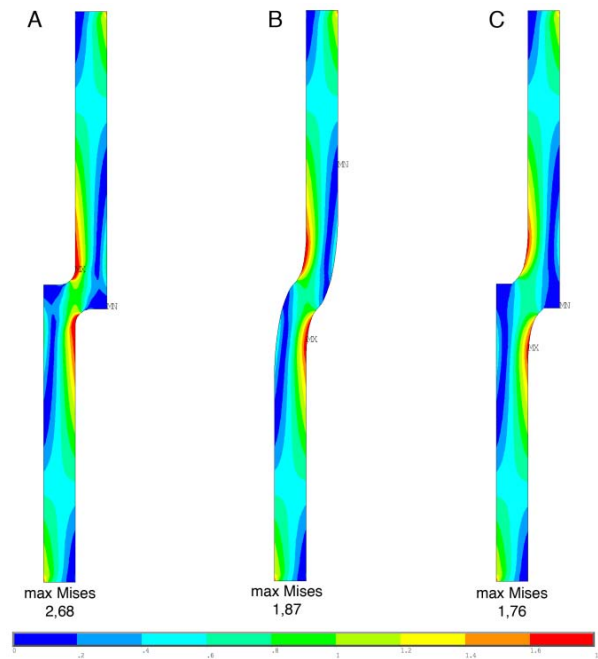


Abb. 22: V. Mises Spannungsverteilungen in den unterschiedlichen Probengeometrien.

Die Proben der Form A (Viertelkreis) erreichten im Durchschnitt eine Lastwechselzahl von 53000. Die der Form B (spannungsoptimiert und gewichtsreduziert) erreichten durchschnittlich 525000 Lastwechsel. Die Proben der Form C (Spannungsoptimiert) erreichten durchschnittlich 486000 Lastwechsel. Das Verhältnis der mittleren Lastspielzahlen der Formen C zu A entspricht damit 9,8 und das der Formen B zu A entspricht 9,1.

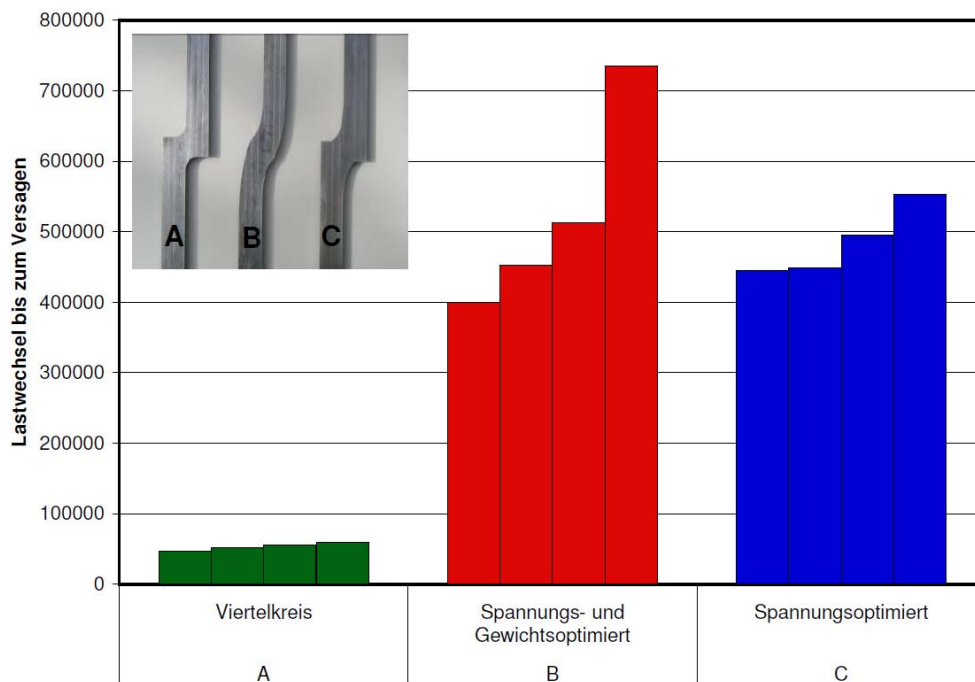


Abb. 23: Ergebnisse der Ermüdungsversuche (Versuche: K. Bethge).

Riss-Stopper

In den technischen Bereich übertragen sind verschiedene Möglichkeiten denkbar, solche Riss-Stopper zu gestalten. Für die folgenden Betrachtungen wird stets dasselbe Grundmodell einer gelochten Platte verwendet, um den Einfluss der Maßnahmen besser quantifizieren zu können. An einem Kreisloch in einer unendlich großen Platte weist die Spannungsüberhöhung den Wert drei auf [10]. Bei Platten endlicher geometrischer Größe liegt dieser Wert höher. Werden bei einachsiger Zug die Rissstopper als Wülste entlang der Schwachstelle ausgeführt, ergeben sich Lösungen wie sie in Abbildung 24 dargestellt sind. Diese können vom Loch einen gewissen Abstand haben, wenn dies konstruktiv nötig ist.

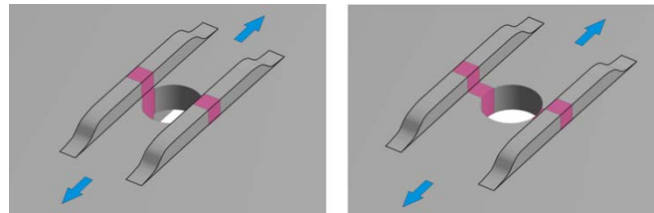


Abb. 24: Riss-Stopper als Wülste neben einem Kreisloch in Belastungsrichtung. Links: Ausführung direkt an der Bohrung, rechts: mit Abstand.

Die Effekte, die dabei ein Risswachstum bzw. eine Rissinitiation verhindern, sind die gleichen:

- Reduzierung der Nennspannung durch Erhöhung des tragenden Querschnitts
- Reduzierung der Kerbspannung durch lokale Versteifung der Struktur im Bereich der Schwachstelle

Gestaltung der Wulstenden

Die Gestaltung der Wulstenden hat großen Einfluss auf das Ergebnis, da hier der Kraftfluss möglichst ohne scharfe Übergänge umgelenkt werden soll, damit keine neuen lokalen Spannungskonzentrationen auftreten. Für solche Problemstellungen bietet sich die Methode der Zugdreiecke an. Die Wulstenden wurden sowohl zuwachsend als auch schrumpfend mit dieser Methode optimiert. Die zuwachsenden Zugdreiecke vermeiden (neue) ungewollte Kerbspannungen und die schrumpfenden Zugdreiecke eliminieren überflüssiges Material.

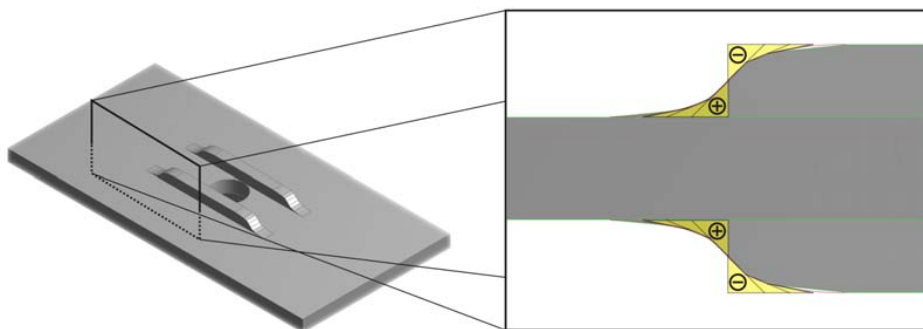


Abb. 25: Verwendung der Methode der Zugdreiecke zur Gestaltung der Enden der Riss-Stopper-Wülste.

Mit der Höhe des Wulstes ändern sich auch die Abmessungen der Zugdreieckskonturen. So ist zu beachten, dass bei den Wülsten eine Mindestlänge eingehalten wird, die sich ungefähr aus der doppelten Zugdreieckskontur ergibt (Abbildung 26B). Wenn der Wulst zu kurz gestaltet wird (26A), so wird der obere Teil des Wulstes kaum vom Kraftfluss ausgenutzt; ein großer hellblauer Bereich mit niedriger Vergleichsspannung. Bei ausreichender Wulstlänge verteilt sich die Belastung gleichmäßiger über den Wulstquerschnitt (Abb. 26C). Die Länge wird einheitlich am Übergang der wachsenden zu den schrumpfenden Zugdreiecken gemessen, d. h. auf mittlerer Höhe der Wülste.

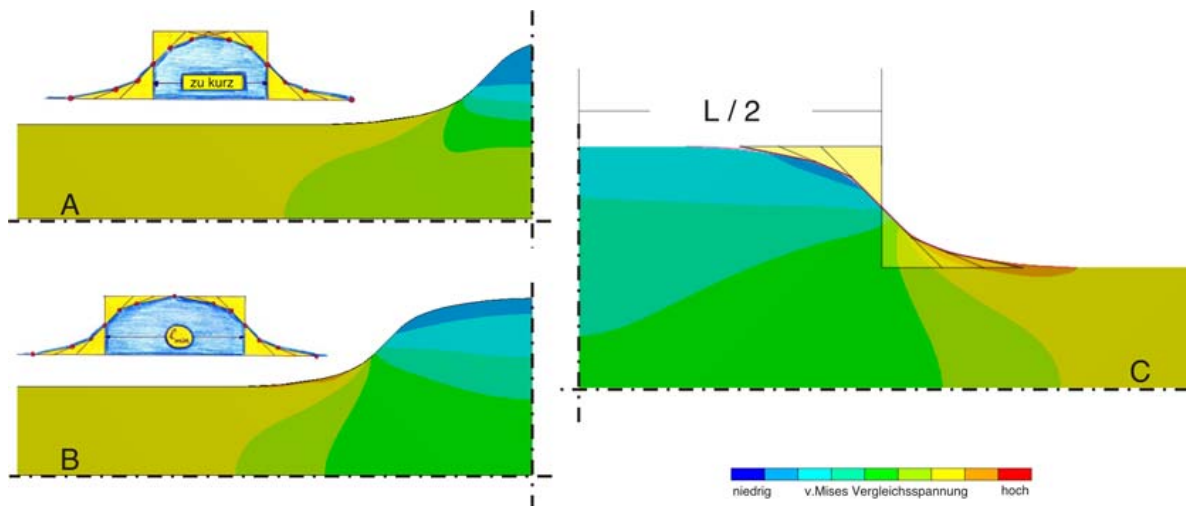


Abb. 26: Einfluss der Länge von Riss-Stopp-Wülsten auf die v. Mises Vergleichsspannung.

Varianten für wechselnde bzw. allgemeine Belastungsrichtungen

Die Riss-Stopper-Wülste für einachsigen Zug stoßen bei unbekannter bzw. wechselnder Belastungsrichtung an ihre Grenzen. Daher sind weitere Variationen sinnvoll, die in alle Richtungen die oben aufgeführten Effekte der Versteifung und des Nennspannungsabbaus erfüllen. Dazu werden die Wülste z.B. rotationssymmetrisch um das Kreisloch ausgeführt. Hierbei sind wiederum verschiedene Varianten möglich. Abbildung 27 gibt einen Einblick in die Vielfalt weiterer Gestaltungsmöglichkeiten von solchen Ring-Wülsten. Allen gemein ist die optimierte Kraftanbindung mittels der Methode der Zugdreiecke.

In anderen Bereichen, wie z. B. bei der form- und gussgerechten Gestaltung, wird seit langem an vorgesehenen Kreislöchern eine ähnliche, allerdings nicht gestaltoptimierte, Gestaltung gewählt. Diese hat aber oft einen anderen Zweck, als die hier dargestellte Rissbehinderung. Gerade bei gussgerechter Gestaltung ist eine Bearbeitungszugabe zu berücksichtigen, die für eine spanende Nachbearbeitung genügend Material vorhält.

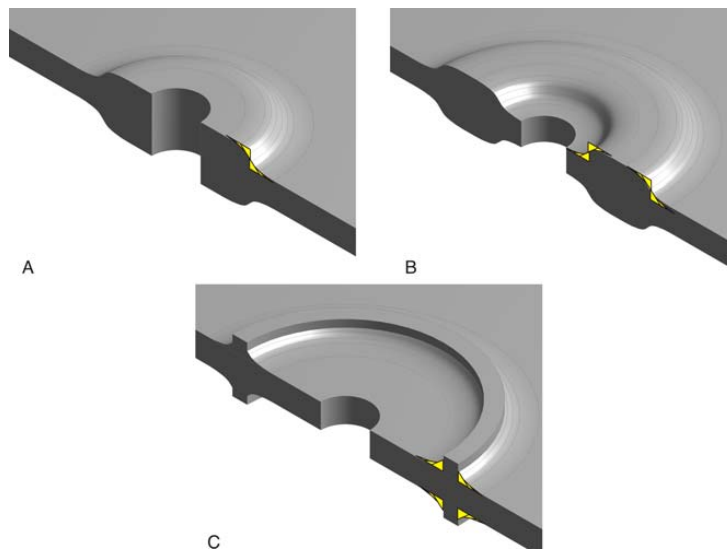


Abb. 27: Rotationssymmetrisch ausgeführte Varianten der Riss-Stopper für unbekannte oder wechselnde Belastungsfälle.

Um die Wirksamkeit der Riss-Stopp-Wülste zu untersuchen, wurden Analysen mittels der Finiten-Elemente-Methode durchgeführt. Dabei wurde der Einfluss verschiedener Parameter (wie z. B. Länge, Breite und Höhe der Wülste) variiert. Ziel war es nicht, eine allgemeingültige, für alle denkbaren Belastungsfälle optimale Form zu finden, da hierbei letztendlich immer die Randbedingungen des realen Lastfalls und der Bauteilgeometrie berücksichtigt werden müssen. Vielmehr sollen die Auswirkungen der geometrischen Abmessungen auf die Spannungssituation anhand eines einfachen Beispiels dargestellt werden. Als Beispielgeometrie dient hierbei eine gelochte Platte aus homogenem, isotropem Material. Die Rechnungen wurden rein elastisch und mit kleinen Verformungen durchgeführt. Das Superpositionsprinzip der linearelastischen Mechanik und die Normierung der (Rechen-) Ergebnisse lassen es zu, die Erkenntnisse für den jeweiligen Lastfall zu übertragen.

Die geometrischen Abmessungen der Platte sind:

- Länge: 200mm
- Breite: 100mm
- Dicke: 5mm
- Lochdurchmesser: 10mm

Da die Platte Symmetrien aufweist, die sich durch geeignete Lagerbedingungen ersetzen lassen, kann die Platte als Achtelmodell abgebildet werden. Dadurch sinkt der Rechenaufwand bzw. bei gleichem Rechenaufwand ist eine höhere Genauigkeit der Rechnungen möglich. Das verwendete Netz wurde in den interessierenden Bereichen so fein gewählt, dass die Ergebnisse als netzunabhängig angesehen werden können. Aussagekräftige Ergebnisse liefern Rechnungen, wenn man die jeweiligen Spannungsüberhöhungen im höchstbelasteten Bereich (dem Kreisloch) betrachtet. Die Spannungsüberhöhung wird hier in allen Fällen als Brutto-Spannungsüberhöhung $K_t = K_{tb}$ betrachtet, die für eine unendlich große Platte den Wert 3 annimmt.

Als Referenz wurde eine Platte ohne Wülste betrachtet, die eine Spannungsüberhöhung von $K_t = 3,10$ aufweist.

Abbildung 28 zeigt den Spannungsverlauf entlang der Lochinnenseite (Mitte). Das Maximum befindet sich in Zugrichtung links (bzw. rechts) am äußersten Punkt der Lochmitte (Drei- und Neun-Uhr-Stellung). Die Referenzlochplatte wurde hier einer Platte mit Riss-Stopp-Wülsten gegenübergestellt die 2,5mm hoch, 5mm breit und 40mm lang waren. Die Spannungsüberhöhung geht hierbei von $K_t = 3,10$ auf $K_t = 2,14$ zurück, was einer Reduktion von über 30% entspricht.

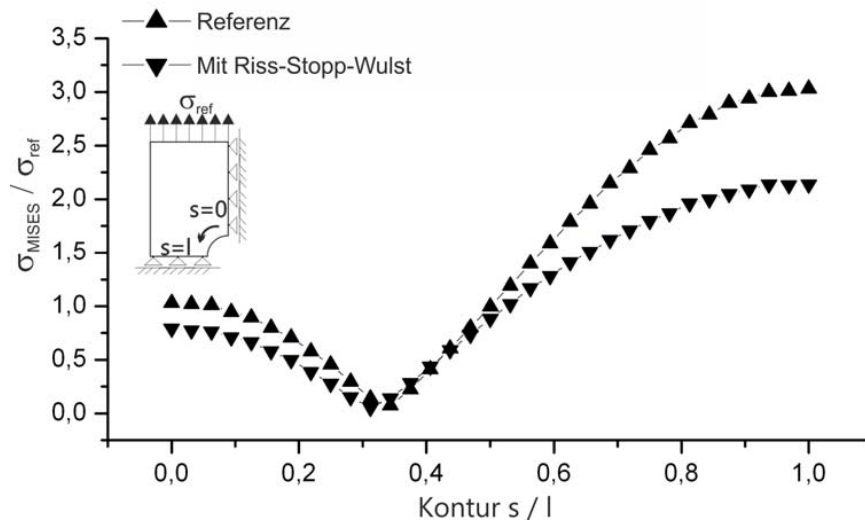


Abb. 28: Spannungsverlauf entlang der inneren Kante einer gelochten Platte mit und ohne Riss-Stopp-Wülste.

Einfluss der Wulstlänge auf die Spannungsüberhöhung

Oben wurde die Mindestlänge der Wülste in der Hinsicht betrachtet, dass für die Kontur der Zugdreiecke genug Raum eingeräumt wird, damit der gesamte Querschnitt der Zusatzwülste genutzt werden kann. Bei einer Wulsthöhe von 2,5mm ergibt sich die Minimallänge somit zu ungefähr dem Doppelten der Zugdreieckskontur-Längsseite. Anhand weiterer Rechnungen sollte geklärt werden, wie sich die Länge der Riss-Stopper bei einem Kreisloch bestimmter Größe auswirkt. Die Bohrung hat einen Durchmesser von 10mm. Als Wulstgröße wurde für diese Untersuchung ein rechteckiger Querschnitt von 2,5mm Höhe und 5mm Breite gewählt. Dies bedeutet, dass die Plattendicke an den Stellen der Wülste sich auf insgesamt 10mm verdoppelt. Abbildung 29 zeigt deutlich, dass die Mindestlänge aus Abbildung 26 nicht das volle Potential der Riss-Stopp-Wülste ausnutzt. Neben der v. Mises Vergleichsspannung ist auch die Hauptnormalspannung σ_1 angegeben. Die Spannungsüberhöhung beträgt bei Minimallänge mit $K_t = 2,54$ noch ca. 82% der Referenzplatte. Die maximale Spannungsreduktion ist für diese Wulstquerschnittform bei einer Wulstlänge in einem Bereich von 20 bis 30mm mit einem $K_t = 2,09$ bis 2,11 festzustellen. Eine Reduktion auf ca. 67% bzw. 68% des Referenzdesigns. Werden die Wülste länger, dann steigt die maximale Spannung wieder an, da sie die Struktur eher global als lokal im Bereich des Kreisloches entlasten. Als Faustformel kann in diesem Fall somit gelten, dass der doppelte bis dreifache Durchmesser des Kreisloches als Länge für die Rissstoppwülste die besten Ergebnisse liefert.

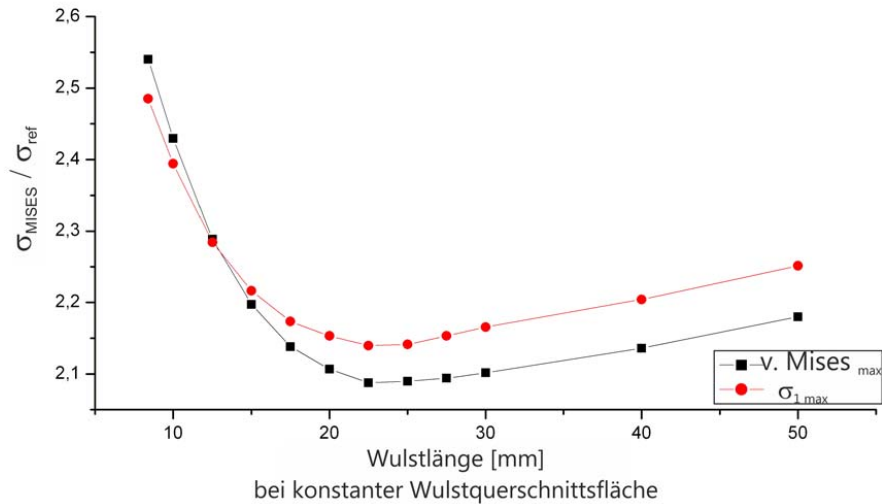


Abb. 29: Spannungsüberhöhung in Abhängigkeit der Wulstlänge, bei sonst gleichbleibender Geometrie.

Einfluss der Querschnittsform auf die Spannungsreduktion

Ein weiterer Parameter, der Einfluss auf die Spannungsüberhöhung hat, ist die Form des Wulstquerschnitts. Bei gleicher Querschnittsfläche ist ein Unterschied feststellbar, ob ein hoher, schmaler oder ein breiter, niedriger Wulst vorliegt. Dieser Effekt ist in Abbildung 30 zu sehen. Dargestellt ist die Spannungsüberhöhung (v. Mises Vergleichsspannung und Hauptnormalspannung σ_1) über die Wulstbreite. Die Querschnittsfläche beträgt stets 9mm^2 , die Wulsthöhe variiert zwischen 1 und 9mm. Ein quadratischer Querschnitt des Riss-Stoppers hat demnach die Maße 3 mal 3mm. Durch die konstante Fläche sollte der Einfluss auf die Nennspannung bei allen Varianten gleich sein.

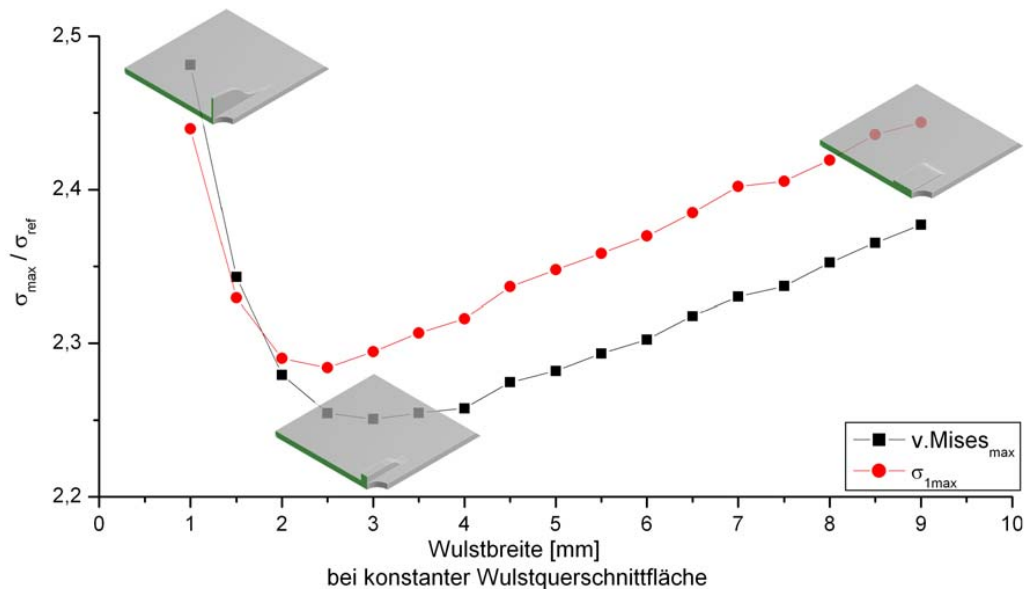


Abb. 30: Spannungsüberhöhung in Abhängigkeit der Wulstbreite bei gleichbleibender Querschnittsfläche von 9mm^2 .

Deutlich zu erkennen ist, dass die Werte für die Spannungsüberhöhung mit zunehmender Wulstbreite zuerst abnehmen, bei ungefähr quadratischen Querschnitten am niedrigsten sind und dann wieder ansteigen. Die Werte bzgl. der v. Mises Vergleichsspannung liegen zwischen 2,48 für den hohen, schmalen Wulst und 2,25 für den quadratischen.

Spannungsreduktion bei Ringwülsten

Die Ring-Wülste bewirken eine von der gewählten Variante abhängige Spannungsreduktion. Abbildung 31 zeigt die Spannungsverteilung von σ_1 an Achtelmodellen der obigen Beispiele.

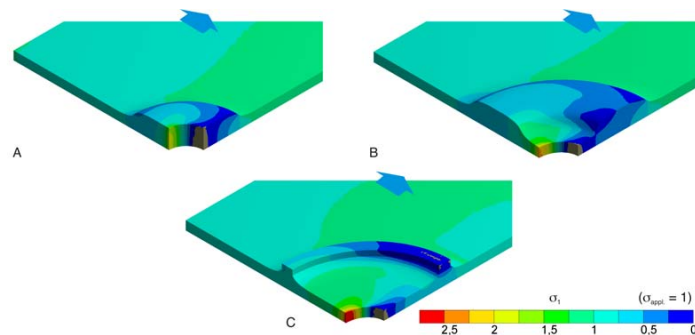


Abb. 31: Spannungsverteilung (σ_1) von rotationssymmetrisch ausgeführten Varianten der Riss-Stopper.

Die Referenzplatte mit unverstärktem Kreisloch hatte eine Spannungsüberhöhung $K_t = 3,10$. Variante A der Ringwülste weist mit $K_t = 1,90$ einen niedrigeren Wert auf, als die Riss-Stopp-Wülste der obigen Untersuchungen. Ein direkter Vergleich ist jedoch nicht aussagekräftig, da die rotationssymmetrische Variante z. T. mehr Material aufweist und so einen stärkeren Einfluss auf die Nennspannung hat, als die gerade Wulstform. Version B hat mit $K_t = 2,33$ einen höheren Wert, da hier der volle Wulstquerschnitt weiter vom Kreisloch entfernt ist. Mit $K_t = 2,94$ ist Variante C bzgl. der Rissinitiation nicht sonderlich effektiv, jedoch wird noch der Nutzen einer solchen Art von Wülsten als Riss-Warner untersucht. Bei allen drei hier exemplarisch untersuchten Variationen wirken, wie bei den geraden Wülsten, sowohl die Nennspannungsminderung durch das zusätzliche Material der Wülste als auch die versteifende Eigenschaft der Ringwülste, der Spannungskonzentration am Kreisloch entgegen.

Zur Verifikation der rechnerischen Ergebnisse wurden Schwingversuche durchgeführt. Der Lastbereich reichte von $F_u = 4,4 \text{ kN}$ bis $F_o = 44 \text{ kN}$. Die für die Bestimmung der Nennspannung nötige Fläche ergibt sich aus Breite und Dicke des Probenkörpers: $A = (60\text{mm} - 15\text{mm}) \cdot 5\text{mm} = 225\text{mm}^2$.

Daraus folgt:

- Oberspannung: $\sigma_o = F_o/A = 196\text{MPa}$
- Unterspannung: $\sigma_u = F_u/A = 19,6\text{MPa}$
- Mittelspannung: $\sigma_m = (\sigma_o + \sigma_u)/2 = 107,8\text{MPa}$
- Ruhegrad: $r = \sigma_m/\sigma_o = 0,55$
- Spannungsverhältnis: $s = \sigma_u/\sigma_o = 0,1$

Die Schwingspielfrequenz lag bei 20Hz. Als Abbruchkriterium wurde eine Weggrenze von 0,25mm festgelegt. Probenmaterial war Messing (CuZn39Pb3, Werkstoffnummer: CW614N, MS58), welches sich durch eine gute spannbare Bearbeitung auszeichnet. Die zugschwellende Beanspruchung ließ die verschiedenen Probengeometrien früher oder später versagen. Lediglich bei der Probe mit den optimierten, direkt am Loch angebrachten Riss-Stopp-Wülsten (Abbildung 32G) setzte kein Versagen ein. Der Versuch wurde nach 6,5 Millionen Lastzyklen abgebrochen. Dies bedeutet eine Steigerung der Lebensdauer um einen Faktor größer 22. Die beiden Proben mit nicht optimierter Wulstanbindung (Abbildung 32B&C) sind bei relativ geringen Lastspielzahlen versagt. Das Kreisloch wurde dabei durch die Riss-Stopper effektiv verstärkt, jedoch bildeten die schroffen Wulstkanten neue lokale Spannungsüberhöhungen, die das Versagen an diesen Stellen auslösten. Gegenüber der unverstärkten Referenzprobe erzielten die Proben eine 1,2- bzw. 2,5-fache Lebensdauer. Die Probe mit dem Loch mit etwas fernerer Wülsten versagte an den Stellen, die auch in den Rechnungen die höchste Spannungsüberhöhung zeigten, nämlich in der Mitte des Kreislochs. Diese Probe hatte immerhin eine Lebensdauer, die 8,3-fach höher war als die der Referenzlochplatte.

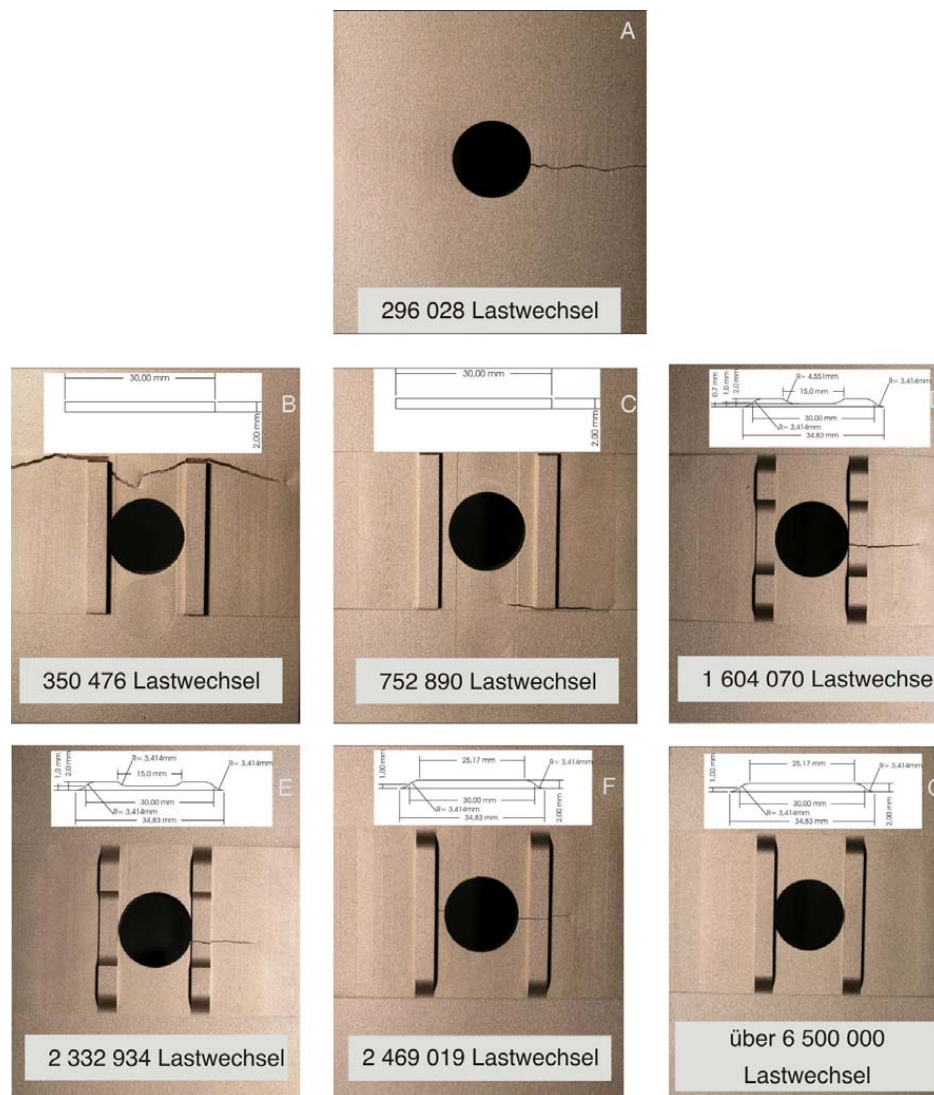


Abb. 32: Beispiele versagter Messingproben (MS58) nach schwingender Belastung (zugschwellend). Versuch: Dr. K. Bethge.

Riss-Umlenkung

Um vorhandene (Ermüdungs-) Risse zu stoppen wird in der Praxis manchmal, wenn der Riss bzw. dessen Spitze z. B. überhaupt zugänglich ist, ein Loch direkt an der Rissspitze gebohrt ([11] S. 144). Dadurch wird der Kerbradius des Risses vergrößert und dessen Kerbwirkung in der Absicht reduziert, den Riss zum Stillstand kommen zu lassen bzw. nicht erneut zu initiieren. Eine solche Abschlussbohrung wird auch oft konstruktiv von vornherein eingeplant, wenn z. B. bei einem Schlitzende mit Risswachstum zu rechnen ist. Grundlegend für die folgenden Überlegungen ist das Schubviereck. Am Ende eines auf Mode I belasteten Schlitzes entstehen durch die schroffe Kraftflussumlenkung hohe Kerbspannungen, die einen Riss initiieren können. Bei einem Riss ist aufgrund des noch geringeren Kerbradius die Kraftflussumlenkung noch schroffer und die Kerbwirkung dementsprechend höher. Werden an dem Ende eines solchen Schlitzes die Schubvierecke eingezeichnet (Abbildung 33 links), erkennt man den schubinduzierten Zug bzw. Druck im 45°-Winkel zum Schlitz. Das Schubviereck des oberen und des unteren Bereichs sind bei solch einem Schlitz so nah aneinander, dass sie sich gegenseitig aufheben und sich ein möglicher Riss nach Mode I bildet. Bei gleicher Belastungsrichtung kann man an einem senkrecht stehenden Schlitz, der am Ende des waagrechten eingebracht ist, ein analoges Schubviereck einzeichnen (Abbildung 33 rechts). An dieser Stelle sei erwähnt, dass im Folgenden, wenn nicht ausdrücklich aufgeführt, Risse wie Schlitz behandelt werden.

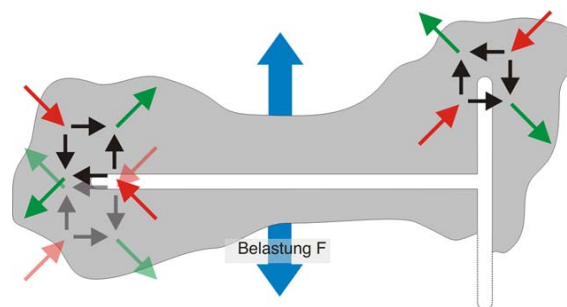


Abb. 33: Schubviereck am Ende eines Schlitzes.

Betrachtet man jedoch anstelle des senkrechten Schlitzes (Abbildung 33 rechts) die Spitze eines Schlitzes mit Zugdreieckskontur (Abbildung 34A), so stellt man fest, dass das Schubviereck den schubinduzierten Zug in Schlitzrichtung angibt und der zugehörige Druck genau auf die Spitze wirkt. Werden nun zwei dieser Zugdreieckskonturen, wie in Abbildung 34B, am Ende eines Schlitzes angebracht, so liegt an den neuen Schlitzenden jeweils längs Zug und quer dazu Druck an. Die neuerlichen Schwachstellen am Ende des vertikalen Schlitzes, wie in Abbildung 33 rechts, entfallen so. Der ursprüngliche Schlitz hat an seiner ehemaligen Spitze nun durch den tangentialen Übergang beider Zugdreieckskonturen einen sehr großen „Radius“.

Wie in Abbildung 34B gezeigt, deutet das Schubviereck darauf hin, dass die neuerliche Schlitzspitze des doppelten Zugdreieckschlitzes Druckspannungen erfährt. Rechnerisch wurde dies mittels Finite-Elemente Methode untersucht. Die geometrischen Abmessungen der Platte sind: Länge: 300mm, Breite: 120mm Dicke: 20mm, Schlitzlänge: 40mm.

Aufgrund der vorhandenen Symmetrien wurde meist ein Viertel- bzw. Achtelmodell für die Rechnung verwendet und entsprechend der Symmetriebedingungen eingespannt. Das

verwendete Netz wurde in den interessierenden Bereichen so fein gewählt, dass die Ergebnisse als netzunabhängig angesehen werden können. Die Modelle wurden entweder als 3D-Vollmodelle erstellt oder, wenn möglich, als 2D-Modelle im ebenen Spannungszustand ausgeführt. Die Belastung erfolgt in allen Fällen in der Plattenebene. Die angelegte Zugspannung beträgt an den Stirnflächen der Platte stets 1MPa. Aufgrund der konstanten Schlitzlänge ist der Restquerschnitt bei allen Modellen einheitlich. Somit kann der Wert der maximal auftretenden Hauptnormalspannung σ_1 bei allen Modellen ohne Umrechnung als Brutto-Spannungsüberhöhung K_{tb} verwendet werden.

Abbildung 34 zeigt eine Platte unter Zugbelastung mit solch einem doppelten Zugdreiecksschlitz am Ende eines mittig platzierten Ursprungsschlitzes. Die Spannungsüberhöhung wird wieder einheitlich als Brutto-Spannungsüberhöhung K_{tb} angegeben. Der Schlitz nimmt ein Drittel der Querschnittsfläche in Anspruch. Die Darstellung der v. Mises-Vergleichsspannung (Abbildung 34C) zeigt genau im Bereich des Schlitzendes eine sehr hohe (Vergleichs-)Spannung an. Aussage über die Belastungsart (Zug- oder Druckspannungen) ermöglichen die Hauptnormalspannungen σ_1 (Zug) und σ_3 (Druck) in Abbildung 34A. Deutlich zu erkennen ist der homogene Spannungsverlauf von σ_1 entlang der Zugdreieckskontur (Abb. 34A) und die druckbelastete Schlitzspitze (Abb. 34B).

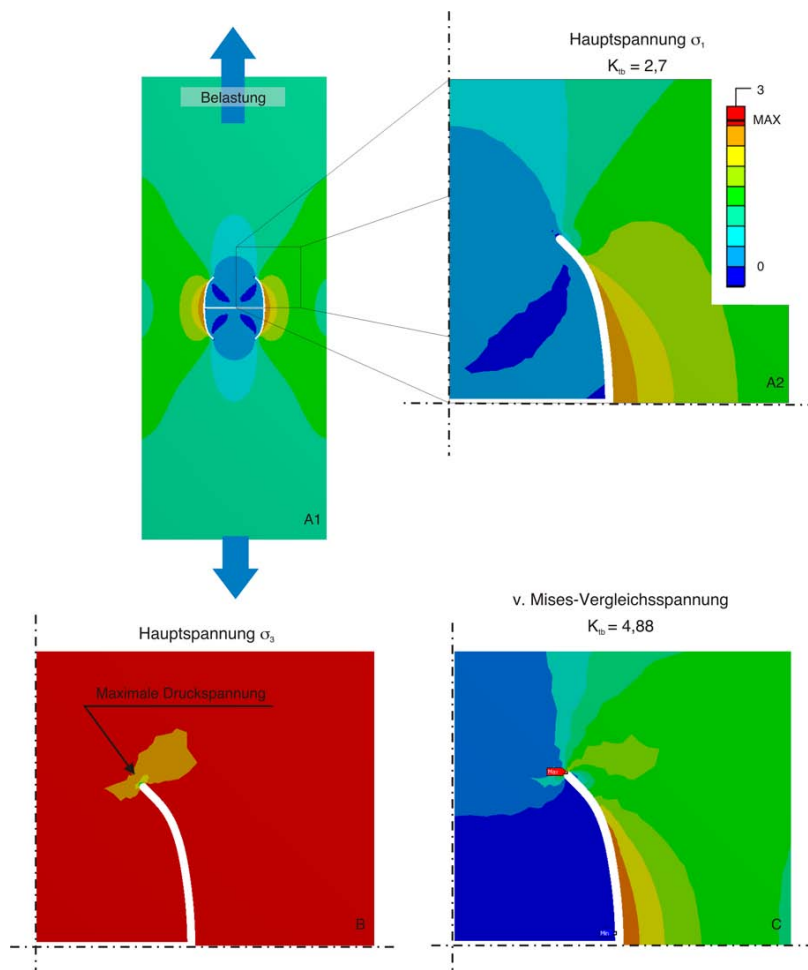


Abb. 34: A Ein mit Zugdreiecksschlitz versehener Ursprungsschlitz weist eine sehr homogene Spannungsverteilung (σ_1) auf. **A1** zeigt das gesamte Modell, **A2** den interessierenden Bereich vergrößert. **B** Die Enden der Zugdreiecksschlitz befinden sich im Bereich der maximalen Druckspannungen. **C** Die v.Mises-Vergleichsspannung hat im Bereich der Schlitzenden ihr Maximum.

Vergleichende Betrachtung von Schlitz, Abschlussbohrung und Zugdreiecksschlitz

Die Zugdreieckskontur zeigt eine deutliche Reduktion der Spannungsüberhöhung gegenüber einem reinen Schlitz und dem weggebohrten Schlitzende. Um eine qualitative Aussage treffen zu können werden hier nun alle drei Varianten exemplarisch miteinander verglichen. Als Referenz wird ein reiner Schlitz betrachtet, der mittig in einer Platte eingebracht ist. Die betrachtete Abschlussbohrung hat in diesem Fall einen Durchmesser von 6mm, d. h. der Kerbradius hat sich gegenüber dem Schlitz vervierfacht. Die Größe der Zugdreieckskontur wurde für dieses Beispiel auf 4,8mm Breite und 11,7mm Höhe festgelegt. Die geometrischen Abmessungen der Schlitze bzw. deren Enden sind in den folgenden Betrachtungen konstant. Die Schlitzbreite beträgt stets 1,5mm und die Enden sind als Kreisbögen ausgeformt (Radius $r=0,75\text{mm}$). Die Darstellung der Ergebnisse in FE-Spannungsplots erfolgt stets mit einheitlicher Farbeinteilung, somit sind die einzelnen Ergebnisdarstellungen direkt miteinander vergleichbar.

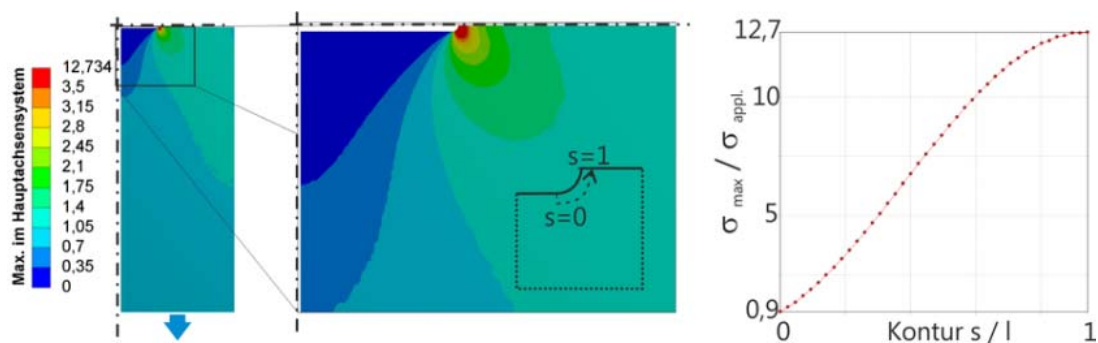


Abb. 35: Hauptnormalspannung σ_1 eines zugbelasteten Schlitzes (Mode I) anhand einer FE-Analyse.

Der ursprüngliche Schlitz bewirkt am Scheitelpunkt seines abschließenden Kreisbogens eine lokale Kerbwirkung $K_{tb} = 12,7$. In der Darstellung der Hauptnormalspannung σ_1 in Abbildung 35 links erkennt man deutlich die hohe Belastung der Stelle. Die Farbskala ist von 0 bis 3,5MPa gleichmäßig unterteilt, ab 3,5MPa aufwärts ist alles rot.

Um die Verteilung der Hauptnormalspannung entlang des Konturverlaufes einschätzen zu können, wurde sie im rechten Diagramm auf die normierte Konturlänge aufgetragen. Deutlich zu erkennen ist der starke, stetige Anstieg bis hin zum Scheitelpunkt als alleiniges Spannungsmaximum. Wie weiter oben schon erwähnt versucht man in der Praxis manchmal mittels einer Kreisbohrung an der Riss-/Schlitzspitze die Spannungsüberhöhung zu reduzieren. Abbildung 36 zeigt die FE-Analyse und die Verteilung der Hauptnormalspannung σ_1 einer Abschlussbohrung mit 6mm Durchmesser analog zu Abbildung 35. Deutlich zu erkennen ist hierbei, dass eine Reduzierung der Spannungsüberhöhung stattfindet. K_{tb} sinkt um fast die Hälfte von 12,7 auf 6,9. Der Verlauf der Hauptnormalspannung entlang der Kreiskontur weist Ähnlichkeit mit dem der Kreiskontur am Ende des reinen Schlitzes auf.

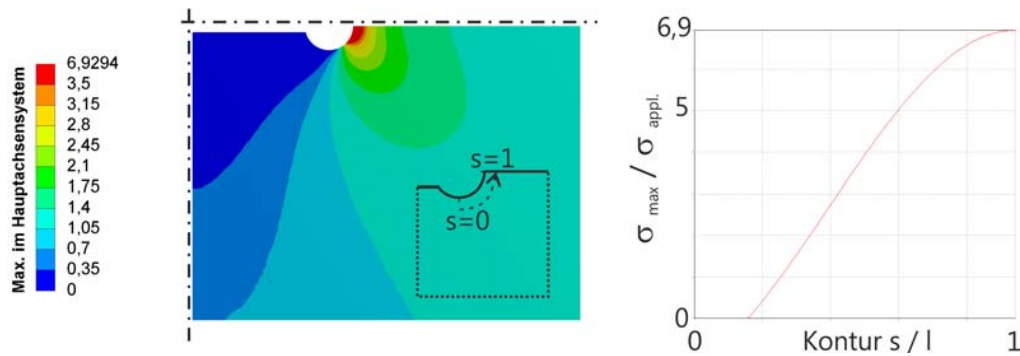


Abb. 36: Hauptnormalspannung σ_1 eines zugbelasteten Schlitzes (Mode I) mit Abschlussbohrung anhand einer FE-Analyse.

Betrachtet man analog zu den vorhergehenden Spannungsanalysen einen Zugdreiecksschlitz so ist eine weitere Spannungsreduktion feststellbar. Ktb sinkt bei dem Schlitz in Abbildung 37 auf den Wert 3,35. Bemerkenswert ist auch die gleichmäßige Verteilung der Spannung über einen weiten Bereich der Kontur Abbildung 37 rechts. Statt diesem einigermaßen gleichmäßigen Spannungsplateau weisen die Kreiskonturen ein lokal sehr begrenztes Spannungsmaximum (Hot-Spot) auf. Dieser Zugdreiecksschlitz reduziert die maximale Spannung auf rund ein Viertel im Vergleich zum reinen Schlitz.

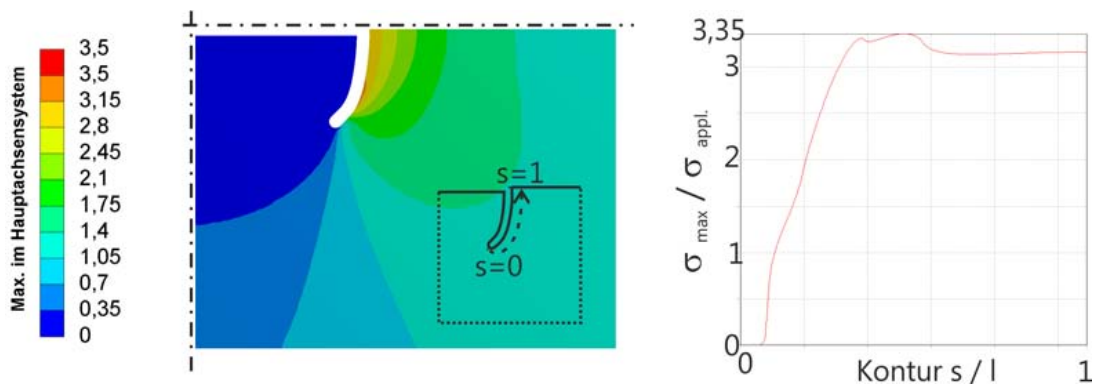


Abb. 37: Hauptnormalspannung σ_1 eines zugbelasteten Schlitzes (Mode I) mit doppelter Zugdreieckskontur als Gegenschlitz anhand einer FE-Analyse.

Einfluss der Konturgröße

Beim Vergleich des reinen Schlitzes mit der Abschlussbohrungsvariante ist gezeigt worden, dass durch eine Vergrößerung des Kerbradius eine Reduktion der Spannungsüberhöhung erzielt werden kann. Um den Einfluss einer Vergrößerung der Zugdreieckskonturen und auch der Abschlussbohrungen zu beurteilen, wurden verschiedene Größen berechnet und miteinander verglichen.

Die Abstufung der Größen erfolgte in Anlehnung an die Normzahlreihe R5 ([12] S. K25), d. h. dass nicht der Abstand zwischen den einzelnen Größenstufen gleich bleibt, sondern der Vergrößerungsfaktor. Somit ist die Abstufung über dem gesamten untersuchten Bereich besser verteilt. Hierzu wurde die zugrundeliegende Zugdreieckskontur jeweils mit dem Faktor der Normzahlreihe R5 vergrößert und der Schlitz dann der Schlitzbreite b_S und dem

Endradius r_e entsprechend ausgeformt. Dadurch wird die Konturbreite b_K und die Konturhöhe h_K um 1,5mm bzw. 0,75mm größer als die Zahlenfolge der Normzahlreihe. Die hier angegebenen Größen beschreiben also die tatsächlichen Abmessungen der Schlitze.

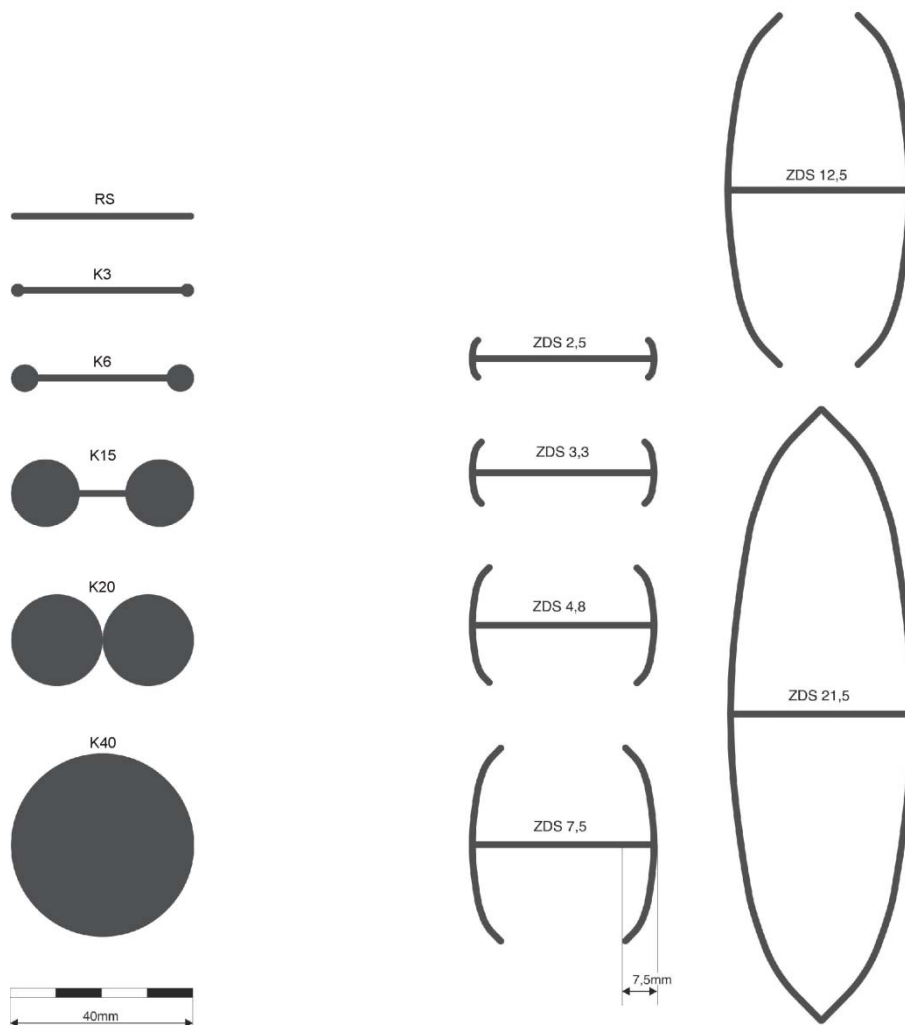


Abb. 38: Übersicht der verwendeten Kreis- und Zugdreiecksschlitz-Geometrien an Schlitzen zur Untersuchung des Größeneinflusses auf die Spannungsreduktion.

Abbildung 39 zeigt die Kerbwirkung aller berechneten Geometrien in Abhängigkeit des Kreislochradius r_K bzw. der Konturbreite b_K . Die Zugdreiecksschlitze weisen generell niedrigere Werte als die Abschlussbohrungen auf. Deutlich zu erkennen ist auch, dass größere Abmessungen sowohl bei den Abschlussbohrungen als auch den Zugdreiecksschlitzen eine geringere Spannungsüberhöhung bewirken, wobei die Kurve immer flacher, der Effekt also geringer wird.

Neben der reinen Absenkung der Spannungsüberhöhung weisen zudem alle Zugdreiecksschlitze einen homogenen Spannungsverlauf entlang ihrer Kontur auf. Für die theoretischen Betrachtungen wurden auch Konturen untersucht deren praktischer Nutzen eher gering sein wird. Damit soll lediglich der Größeneinfluss innerhalb der Gruppe dargestellt werden. Die Modelle ZDS21,5 und K40 stellen beispielsweise durch ihre Größen die Extrema der Konturen für diese Beispielplatte dar. Bei diesen beiden Modellen sind die Schlitze völlig durch die Konturen ersetzt worden, d. h. dort, wo ursprünglich ein Schlitz war,

klafft nun ein großes Loch. Für den theoretischen Aspekt interessant – in der Praxis eher irrelevant. So weist z. B. die größte Zugdreieckskontur ZDS21,5 im Vergleich zu ZDS4,8 lediglich eine Spannungsreduktion von 7,5% auf, aber gleichzeitig vergrößert sich der benötigte, vertikale Bauraum um das ca. 5,7-fache. Des Weiteren ist bei den großen Konturen (allen voran ZDS21,5, ZDS12,5, K40, K20 aber auch ZDS7,5 und K15) die gesamte Struktur in ihrer Steifigkeit stark reduziert. Die Zugdreiecksschlitze zeigen im praxisrelevanten Größenbereich wesentlich bessere Ergebnisse als die Abschlussbohrungen.

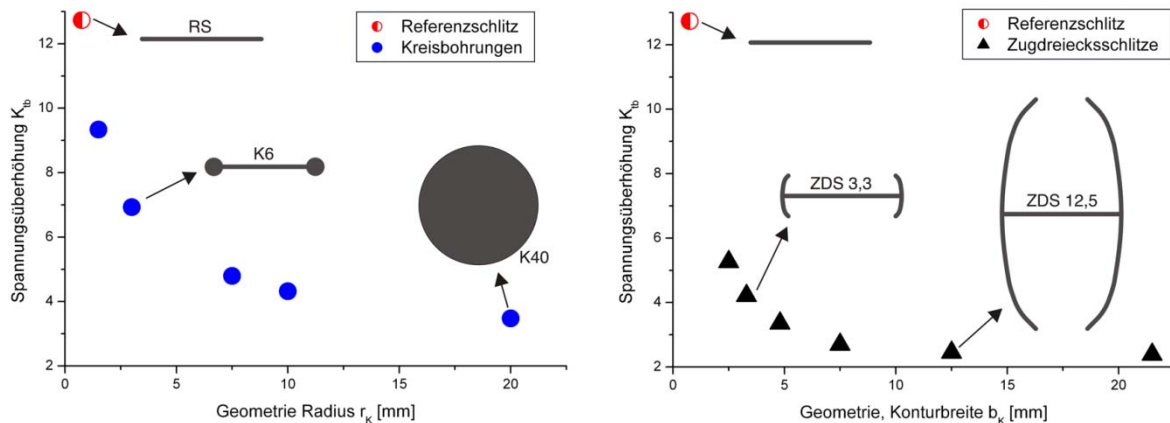


Abb. 39: Einfluss der Abschlussbohrung bzw. der Konturbreite b_k des Zugdreiecksschlitzes auf die Spannungsüberhöhung.

Schwingversuche an Stahlproben

Die Schwingversuche wurden an servohydraulischen Universalprüfmaschinen durchgeführt. Die Proben wurden aus Stahl (St 52-3, Werkstoffnummer: 1.0570) hergestellt und hatten die Maße: Länge: 90mm (Messbereich) bzw. 214mm (gesamt), Breite: 60mm, Dicke: 5mm, Schlitzlänge: 20mm. Der Schlitz wurde im Draht-Erodiervorgang gefertigt und seine Breite betrug 0,15mm. Die Rauigkeit der Schlitzinnenseite konnte wegen der geringen Schlitzbreite nicht bestimmt werden. Da alle Proben den selben Herstellungsprozess erfahren haben, ist eine direkte Vergleichbarkeit gegeben. Die Probenoberflächen wurden geschliffen. Der Lastbereich reichte von $F_u = 5,3\text{kN}$ bis $F_o = 53\text{kN}$.

Daraus folgt:

- Oberspannung: $\sigma_o = F_o/A = 265\text{MPa}$
- Unterspannung: $\sigma_u = F_u/A = 26,5\text{MPa}$
- Mittelspannung: $\sigma_m = (\sigma_o + \sigma_u)/2 = 145,75\text{MPa}$
- Ruhegrad: $r = \sigma_m/\sigma_o = 0,55$
- Spannungsverhältnis: $s = \sigma_u/\sigma_o = 0,1$

Als Abbruchkriterium wurde eine Weggrenze von ca. 0,25mm festgelegt, die Schwingfrequenz lag bei 20Hz. In Abbildung 40 sind die Versuchsergebnisse zusammenfassend dargestellt. Die große Zugdreieckskontur weist eine im Mittel um ca. 17,3-fach höhere Lastspielzahl auf, als die große Abschlussbohrung. Gegenüber der kleineren Abschlussbohrung gar um Faktor 35,4.

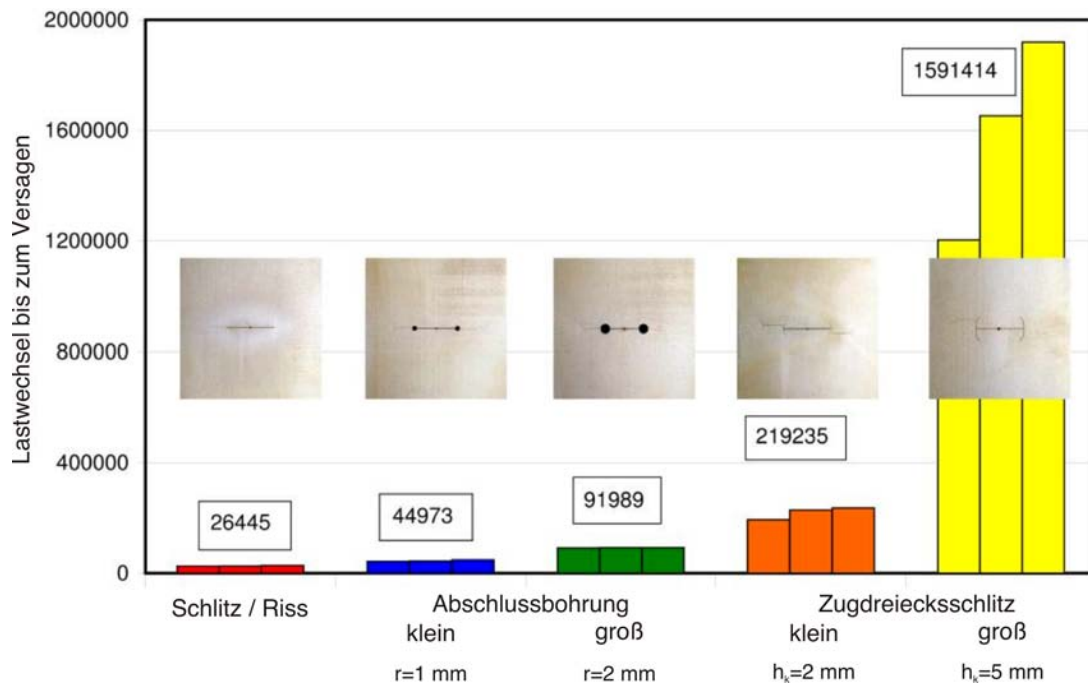


Abb. 40: Lastspielzahlen verschiedener Stahlproben mit unterschiedlichen Rissumlenkungsschlitz / Abschlussbohrungen im Schwingversuch. Versuche: Dr. K. Bethge.

Querzug

Eine weitere Variante der Zugdreiecksschlitz ist sinnvoll, wenn die Belastung nicht ausschließlich quer zum Schlitz wirkt, sondern in etwas geringerer Höhe auch alternierend längs dazu. Die Enden der Zugdreiecksschlitz sind bei der angenommenen Belastung quer zum Ursprungsschlitz (Hauptzug) druckbelastet. Erfahren diese jedoch aufgrund einer anders gerichteten Belastung Zugspannungen (Störzug), so bilden sie eine neue Schwachstelle. Rissbildung wäre an diesen Stellen wahrscheinlich. Abbildung 41 verdeutlicht dies anhand des Schubvierecks.

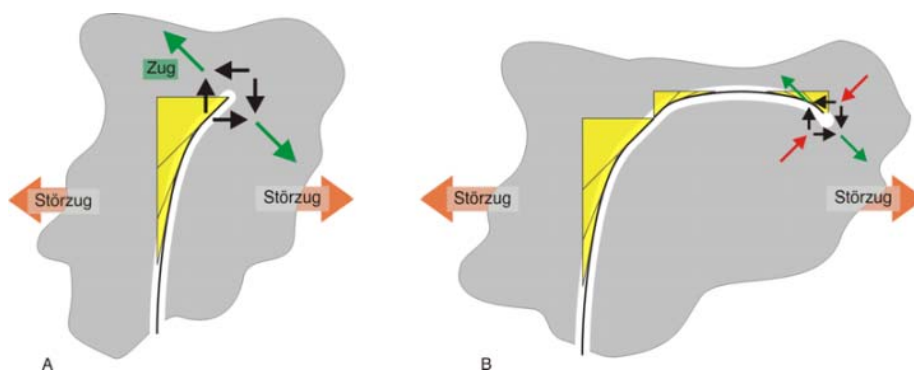


Abb. 41: A) Schubviereck am Ende einer senkrecht zur Zugrichtung verlaufenden Zugdreieckskontur (Störzug). B) Kombination mehrerer Zugdreieckskonturen die auch bei Störzug die Schlitzspitze unter Druck setzen.

Dabei ist nicht eine temporär gleichzeitige, überlagerte Belastung kritisch, sondern vielmehr eine zeitlich alternierend auftretende Last. Bei gleichzeitigem Auftreten von Haupt- und Störzug wird der Schlitzendruck des Hauptzuges gegenüber dem Schlitzendzug des

kleineren Störzuges auf das Schlitzende überwiegen. Herrscht dagegen ausschließlich der Störzug wirkt dieser ungehindert auf das Schlitzende.

Wird der Zugdreiecksschlitz durch weitere Zugdreieckskonturen verlängert, wird der Schlitz weiter umgelenkt. Durch zweimaliges Verlängern mit der Zugdreieckskontur erfährt die Spitze nun durch den Störzug wieder Druck (Abbildung 42B).

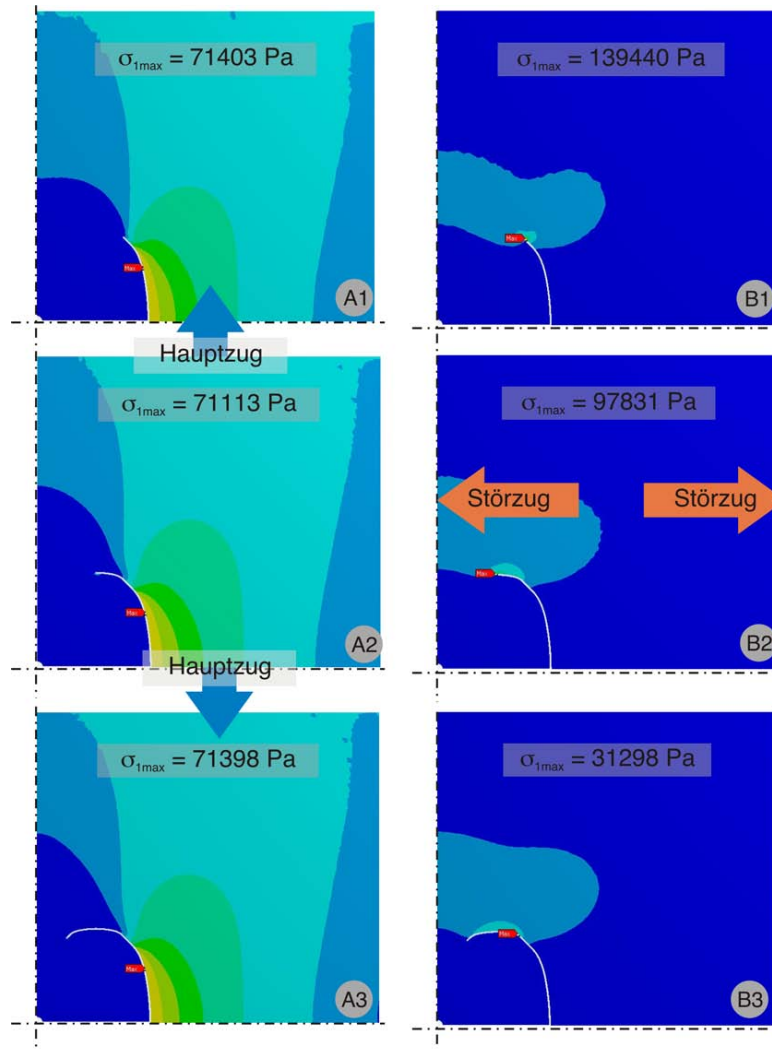


Abb. 42: Spannungsverteilung für $\lambda = 1$ bei: A) ausschließlich Hauptzug, B) ausschließlich Störzug $\Rightarrow 1/3$ Hauptzug | 1) einfacher Zugdreiecksschlitz 2) verlängerter Zugdreiecksschlitz, 3) doppelt verlängerter Zugdreiecksschlitz.

Die FE-Berechnung in Abbildung 42 zeigen, dass dieser Bereich im Falle des Hauptzuges im Spannungsschatten des ursprünglichen Schlitzes liegt. Somit ist an dieser Stelle mit keinem neuerlichen Risswachstum zu rechnen.

Abbildung 42 zeigt die Spannungsanalyse der drei vorgestellten Schlitzvarianten bei Haupt- bzw. Störzug. Im Falle des Hauptzuges ist fast keine Änderung der Maximalspannung festzustellen, auch die Stelle, an dem diese auftritt, ist bei allen ungefähr gleich. Bei Störzug jedoch wird deutlich, wie die zusätzliche Umlenkung des Schlitzes die Maximalspannung reduziert. Sowohl bei B1 und B2 treten jeweils an der Schlitzspitze die Maximalspannungen auf. Bei B3 wird im Vergleich zu B1 die Spannungsüberhöhung auf ca. 22,4% reduziert. An

der entschärften Schlitzspitze sind nun keine hohen Spannungen mehr feststellbar. Zugschwellende Schwingversuche wurden mit den Varianten B2 und B3 durchgeführt (Abbildung 43). Hierzu wurden folgende Parameter verwendet:

- Oberspannung: $\sigma_o = F_o/A = 244,6\text{MPa}$
- Unterspannung: $\sigma_u = F_u/A = 24,6\text{MPa}$
- Mittelspannung: $\sigma_m = (\sigma_o + \sigma_u)/2 = 134,53\text{MPa}$
- Ruhegrad: $r = \sigma_m/\sigma_o = 0,55$
- Spannungsverhältnis: $s = \sigma_u/\sigma_o = 0,1$

Die Variante B3 mit dem doppelt umgelenkten Schlitz weist eine fast zehnfach so hohe Lebensdauer auf wie die Variante B2.

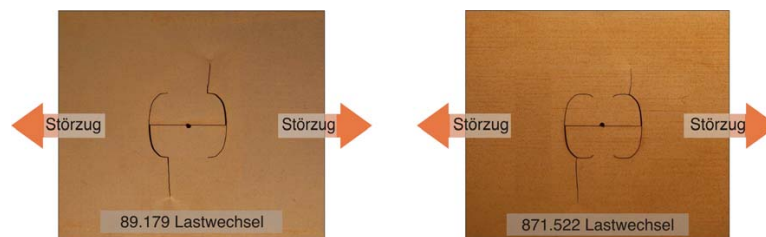


Abb. 43: Zugschwellender Schwingversuch mit alleinigem Störzug, d. h. orthogonal zum ursprünglichen Schlitz. Das Versagen setzte jeweils an den Stellen mit den höchsten berechneten Spannungen ein. Versuch: Dr. K. Bethge.

Anwendungen in der Praxis

Abbildung 44 zeigt das Ende eines Schlitzes in einer runden Behälterwand aus Stahl. Dieser Behälter erfährt starke zyklische Temperaturänderungen. Eine Vielzahl solcher Schlitzes sind ringsum in den Behälter eingebracht. Konstruktiv wurde deren Ende mit einer herkömmlichen Abschlussbohrung versehen. Die starken Temperaturschwankungen verursachten jedoch so große Spannungen, dass es zu Rissbildung kam. Es wurde versucht, durch erneutes Wegbohren der Rissspitzen diese zu stoppen – mit wenig Erfolg.



Abbildung 44: Wiederholte Rissbildung am Ende eines mit Abschlussbohrung versehenen Schlitzes in einer Behälterwand.

In diesem Fall wird die betreffende Firma in Kürze Änderungen vornehmen, die unmittelbar auf die Entwicklung der Rissumlenkung mit Zugdreiecksschlitz zurückzuführen sind. Statt der hier untersuchten Zugdreiecksschlitz, werden zu Langlöchern ausgerundete Zugdreiecksschlitz in die Behälterwand eingebracht, die die Kerbspannung reduzieren.

Abbildung 45 vergleicht die Hauptnormalspannung σ_1 des bekannten Zugdreiecksschlitzes ZDS4,8 mit einer Langlochvariante, die aus zwei gleichgroßen, gespiegelten Zugdreieckskonturen besteht. Solch ein Langloch wird in der Praxis, vor allem bei Instandsetzungen, leichter zu fertigen sein, als ein dünner Schlitz.

Wie schon bei der Weiterführung der Schlitz bei Querkzug ist davon auszugehen, dass in dem Bereich direkt hinter dem Schlitz kaum mechanische Last anliegt. Deutlich ist beim Zugdreiecksschlitz ein großer unbelasteter Bereich (blau) zu erkennen. Das Entfernen dieses Abschnitts dürfte demnach keine großen Auswirkungen auf die Spannungsverteilung der Reststruktur haben. Beide Varianten weisen fast dieselbe Spannungsüberhöhung auf.

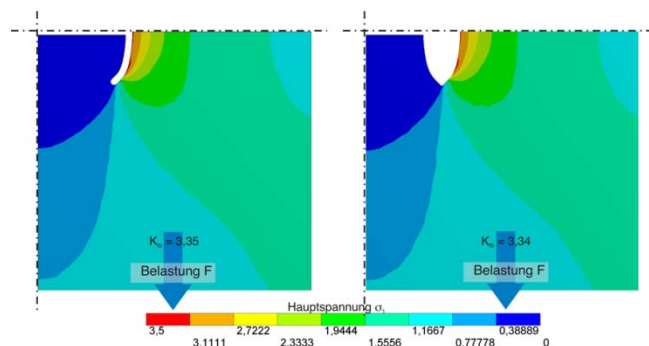


Abb. 45: FE-Spannungsanalyse (1) von ZDS4,8 und einem aus zwei Zugdreieckskonturen zusammengesetzten Langloch.

Eine andere Problemstellung aus der Industrie betrifft die Gestaltung der circumferentiellen Zugdreiecke. In diesem Fall traten in einer zyklisch biegebelasteten Stanzmatrize für Blechbauteile, Abbildung 46, an den (bereits ausgerundeten) Ecken Risse auf, hervorgerufen durch kreisförmige Zugspannungen auf der Unterseite des Bauteils.

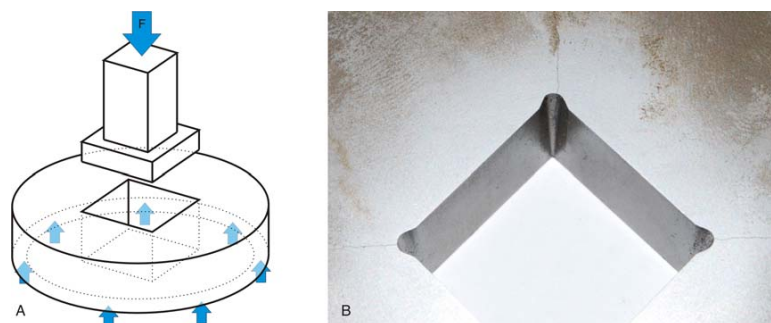


Abb. 46: Belastungsskizze einer Stanzmatrize (A) und Rissbildung in den Ecken auf der Unterseite (B).

In diesem Fall war wegen des circumferentiellen Kraftverlaufes die Anpassung der Methode der Zugdreiecke nötig, da es bei der allgemeinen Zugdreiecksmethode zu Winkeldifferenzen kommt, die eine weniger gute Kraftumlenkung bewirken. Hierzu wurde statt der vorhandenen kreisbogenförmigen Eckenausrundung eine Alternative mit der (circumferentiellen) Zugdreiecksmethode entworfen. Besonders rissgefährdet sind zudem nur die zugbelasteten Bereiche des Bauteils, daher ist eine Eckenausrundung lediglich bis zur neutralen Faser der Biegung sinnvoll. Analysen hierzu zeigen eine Spannungsreduktion um ca. 50% (Abb. 47).

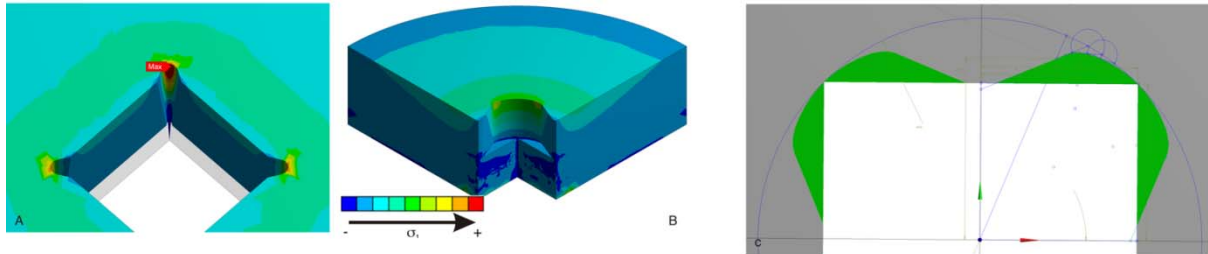


Abb. 47: FE-Analyse eines auf Biegung belasteten Bauteils. A) Ist-Zustand mit deutlichen Kerbspannungen an den kreisbogenförmigen Ausrundungen. B) Mit der circumferentiellen Zugdreiecksmethode optimierte Form. C) Konstruktionszeichnung.

Schrauben-Kopfhöhlung

Parameterstudien an Zugdreiecksgestalteten Kopfhöhlungen mit verschiedenen Durchmessern und Tiefen zeigten deren Einfluss auf Materialverbrauch und Maximalspannung auf und führten zur Auswahl geeigneter Größen. FE-Analysen zeigten, dass die Spannungen im Bereich der Höhlung selbst bei relativ großer Materialentnahme unkritisch sind.

Die Kerbspannungen jedoch im Bereich des Kopf-Schaft-Überganges stiegen in Folge der Aussparung weiter an. Entsprechend wurde die Unterkopfkontur mit Zugdreiecken gestaltet. Dadurch wird der Anstieg der v. Mises Spannungen an diesem Übergang auf unkritische 16% begrenzt. Der Materialbedarf von Schraubenkopf und Übergang sinkt durch die Aussparung auf 85% des Ausgangsmodells.

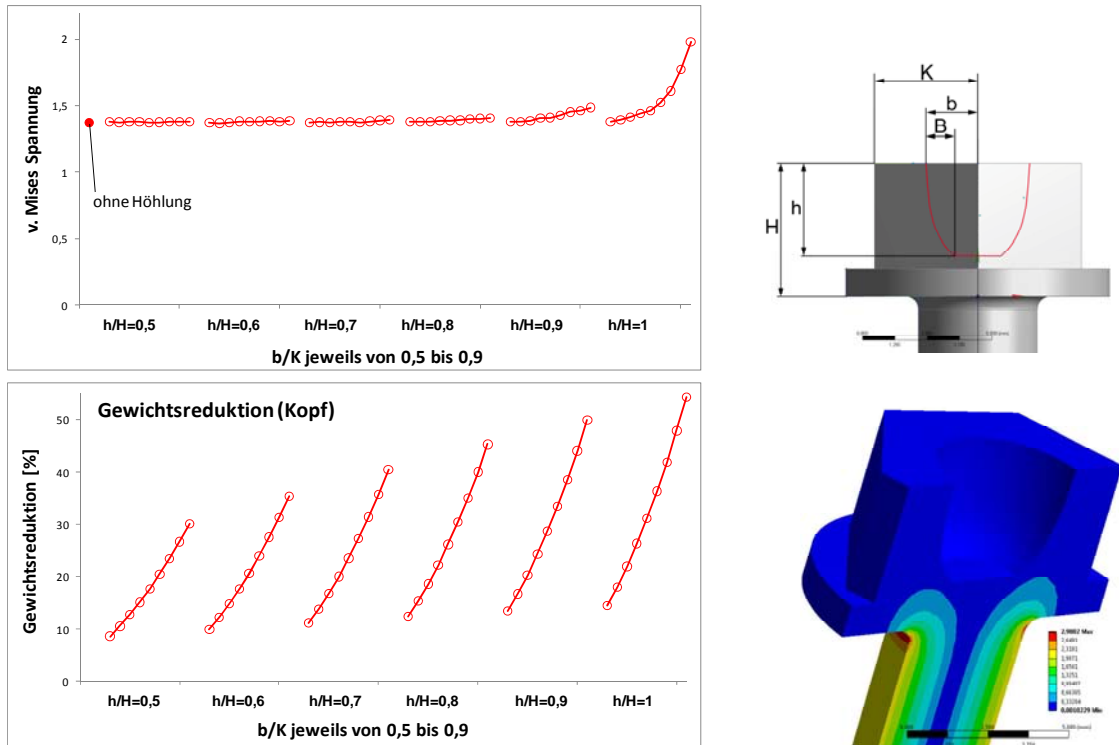


Abb. 48: Parameterstudie zur Höhlung im Schraubekopf.

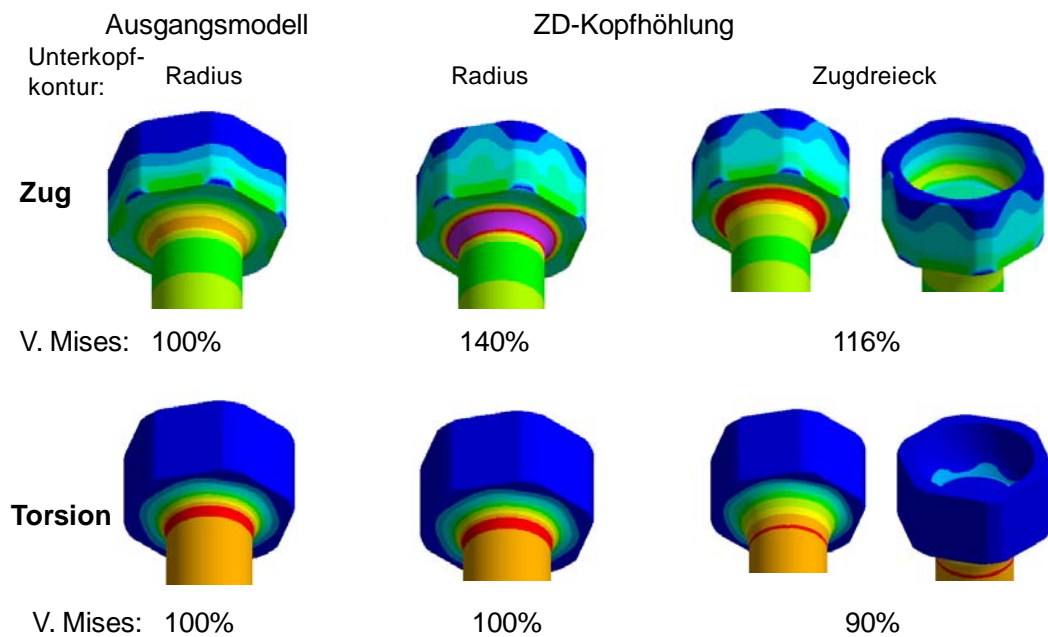


Abb. 49: V. Mises Spannungsverteilungen dreier Schraubekopfvarianten (Ausgangsmodell; Höhlung: ZD, Unterkopfkontur: original; Höhlung und Unterkopfkontur: ZD) unter Zug- und Torsionslast.

Zugdreiecke zur Faserrichtungsoptimierung

Die Belastbarkeit von Faserverbundstrukturen hängt auch sehr von der lokalen Faseranordnung ab. Günstig ist es, wenn Faserorientierung und Hauptnormalspannungstrajektorien deckungsgleich sind, d. h. wenn die Fasern in Krafftflussrichtung gelegt werden. Die CAIO Methode kann diese optimalen Faserverläufe in der gesamten Struktur berechnen. Von großer praktischer Bedeutung sind aber insbesondere die Faserverläufe im Bereich von Störungen, wie z. B. Absätzen oder Durchbrüchen, in der Struktur. Wird in diesen Bereichen die Faseranordnung entsprechend der Zugdreieckskontur gewählt, entspricht das Ergebnis in hinreichender Näherung der CAIO-Lösung.

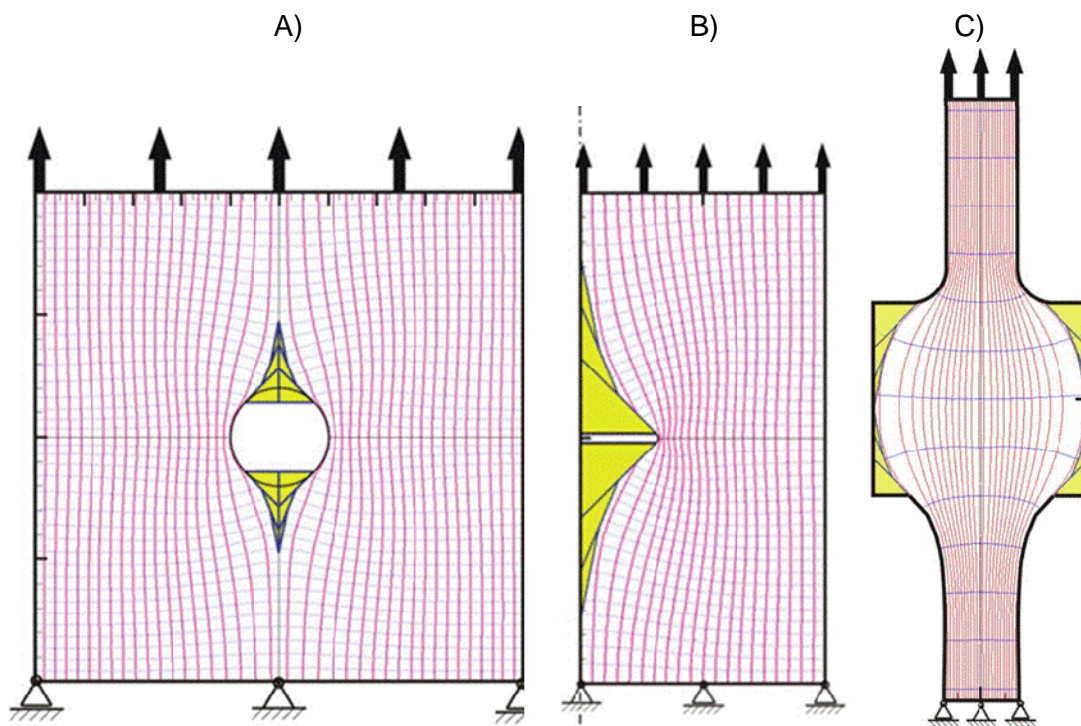


Abb. 50: Damit Störstellen (z.B. Löcher (A), Schlitze (B), Ein- und Ausbuchtungen (C)) in Faserverbunden nicht zu Schwachstellen werden, sind in diesen Bereichen lastangepasste Faserorientierungen erforderlich. Diese können global mit der CAIO-Methode bestimmt, oder lokal mit der ZD-Methode gut angenähert werden. Die an die Störstellen angelegten Zugdreieckskonturen sind in den Bildern gelb hinterlegt, die Linien visualisieren die mit CAIO bestimmten Krafftflussverläufe (CAIO- Berechnungen: H. Moldenhauer).

In Seilen denken

Sowohl in der Tier- als auch in der Pflanzenwelt werden bevorzugt Zugseile als Bauelemente für Material und Struktur eingesetzt. Besonders die mechanisch hoch belasteten Stützstrukturen bestehen in ihrer überwiegenden Mehrheit aus Faserverbundmaterialien. Hierbei können die Fasern und ihre Bestandteile als viele kleine Zugseile aufgefasst werden. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da in der Konstruktion das Zugseil als Krone des Leichtbaus gilt. Die homogene Spannungsverteilung unter Last bewirkt im Material eine optimale Querschnittsauslastung. Das Zugseil besitzt daher weder überflüssiges, da unterbelastetes Material in und um die neutrale Faser der Biegung, noch wird zusätzliches Material gegen instabiles Ausknicken bei Druckbelastung benötigt.

Auf dieser Grundlage wurde von Mattheck [1] eine einfache Methode zum Entwurf von Leichtbaukonstruktionen entwickelt:

- Last- und Lagerbedingungen festlegen
- Last und Lager durch Zugseile sinnvoll verbinden
- Unverzichtbare Druckstäbe als Abstandshalter einzeichnen
- Rechnerische Auslegung des Designentwurfes. Dabei muss die Druckstütze auch gegen Knicken ausgelegt werden.

Für das Beispiel eines Trägers nach dem Vorbild eines Bananenblattstieles [1] wurde im Rahmen des Projektes die Auswirkung verschiedener Anordnungen von Stützen und Streben auf die Tragfähigkeit der Struktur untersucht und mit den Resultaten verschiedener Optimierungswerkzeuge verglichen. Grundlegend für die weiteren Rechnungen zeigt Abb.51 den Unterschied zwischen Rechnungen mit Balken- und Flächenelementen. Es wird deutlich, dass der durch den Einsatz von Flächenelementen berücksichtigte Einfluss der Kerbausrundungen für das Gesamtergebnis bei den unterschiedlichen Strebenanzahlen geringer als vier Prozent ist.

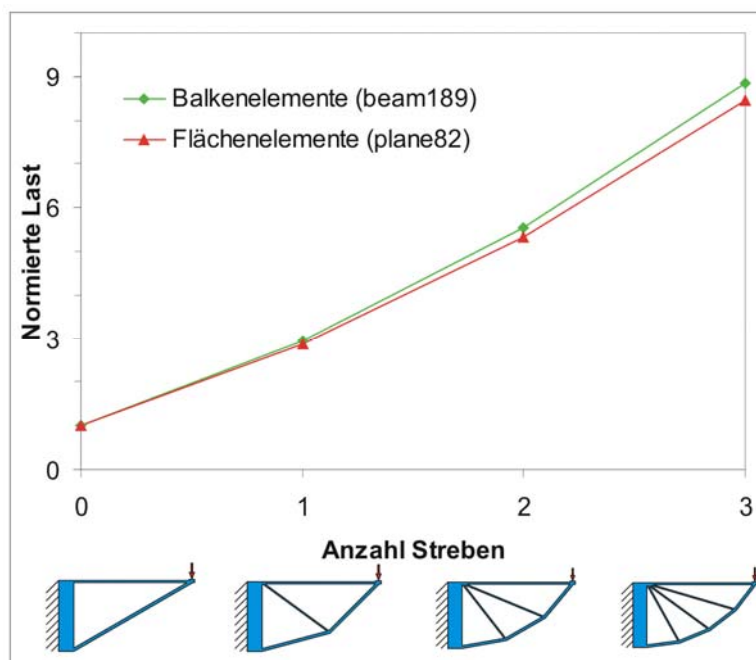


Abb. 51: Maximal ertragbare normierte Last bei Variation der Strebenanzahl und unterschiedlichem Elementtyp.

Dieser Unterschied kann als geringfügig angesehen werden, so dass für die folgenden Betrachtungen und Rechnungen nur noch Balkenelemente verwendet werden. Dadurch werden die Vorteile genutzt, dass Balkenelemente einen wesentlich einfacheren Aufbau, eine schnellere Rechnung, problemlosere Automatisierung und Optimierung und bessere Auswertungsmöglichkeiten zulassen.

Theoretische Überlegungen liefern Vergleichswerte zu den errechneten Ergebnissen. Einerseits wird die Verkürzung der Druckstreben betrachtet, was zu einer Abnahme der kritischen Knicklast führt. Andererseits wird zusätzlich für die oberste Druckstrebe der unterschiedliche Kraftangriffswinkel mit einbezogen.

Vergleicht man das Ergebnis der theoretisch ermittelten maximal ertragbaren Knicklast und der mit Ansys berechneten Knicklast (Abb. 52), lässt sich feststellen, dass die Ergebnisse sich teilweise etwas unterscheiden. Bei dem Modell mit einer Strebe fällt dieser Unterschied mit zwölf Prozent am größten aus. Bei zwei beziehungsweise drei Streben beträgt der Unterschied zwei beziehungsweise vier Prozent. Eine Erklärung für diese Unterschiede kann die in der Theorie nicht beachtete Biegung sein, die im Gegensatz dazu in der Ansys-Rechnung von den Streben aufgenommen wird. Des Weiteren kommt bei Modellen mit mehr als einer Strebe hinzu, dass die Kräfte in den unteren Druckstreben nicht gesondert betrachtet werden. Es ist möglich, dass diese durch eine etwas höhere Kraft als in der obersten Druckstrebe zuerst zum Versagen führen.

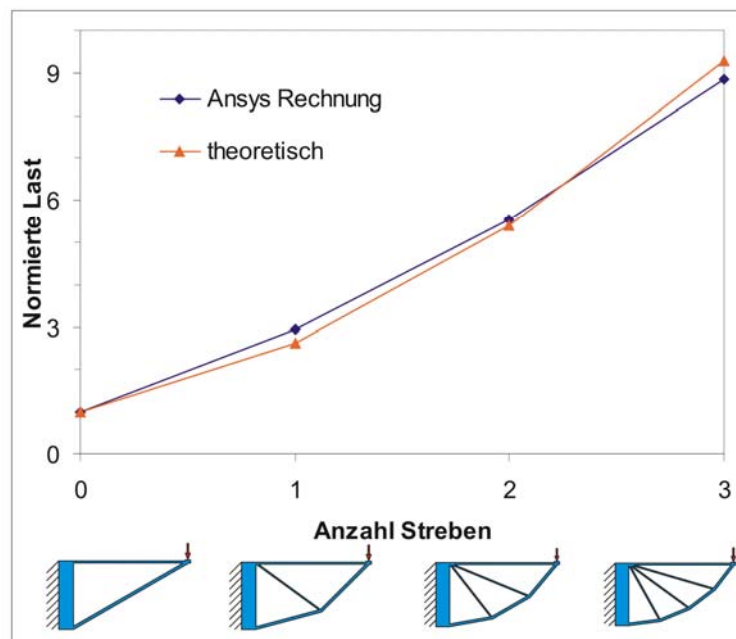


Abb. 52: Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit den FE- Ergebnissen.

Abb. 53 zeigt die Gegenüberstellung der Ergebnisse von Rechnungen, bei denen die Anzahl der Streben und die Einspannungsart variiert werden. Dabei werden einerseits eine feste Einspannung und andererseits eine rotatorisch freie Einspannung betrachtet. Als Basis der Normierung wird in beiden Fällen das fest eingespannte Modell ohne Strebe genommen.

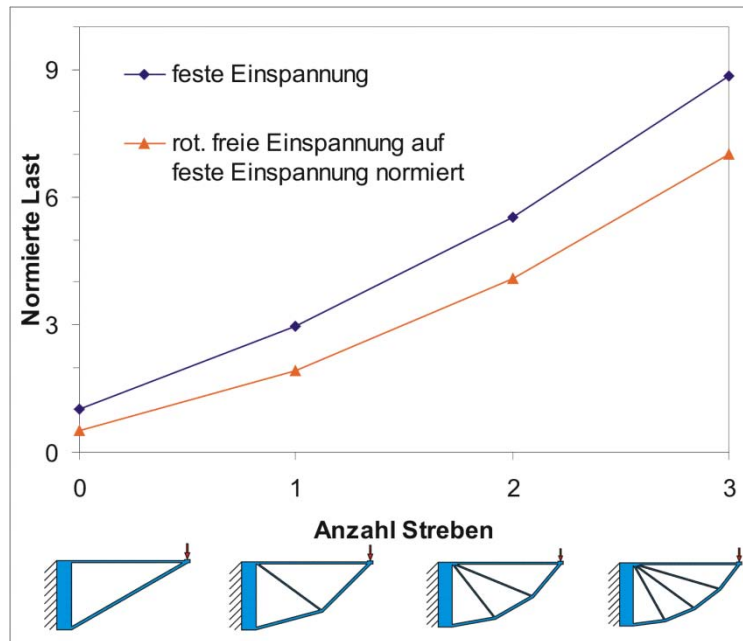


Abb. 53: Maximal ertragbare normierte Last bei unterschiedlicher Strebenanzahl und unterschiedlicher Einspannung.

Die rotatorisch freie Einspannung hält eine geringere normierte maximal ertragbare Last aus als die feste Einspannung. Dabei spielt vor allem die bei der festen Einspannung vom Lager aufgenommene Biegung eine große Rolle. Die Erhöhung der Strebenanzahl führt in beiden Fällen zu ähnlichen Steigerungen der ertragbaren normierten Last.

Im Anschluss an diese grundsätzlichen Untersuchungen wird das Modell mit einer Strebe und fester Einspannung näher betrachtet. Die Rechnungen dieses Modells bei der Änderung des Strebenwinkels ergeben einen Verlauf der maximal ertragbaren normierten Last, welcher in Abb. 54 zu sehen ist. Es fällt auf, dass bei nicht zu großen Änderungen des Strebenwinkels die ertragbare Kraft nicht wesentlich geringer wird.

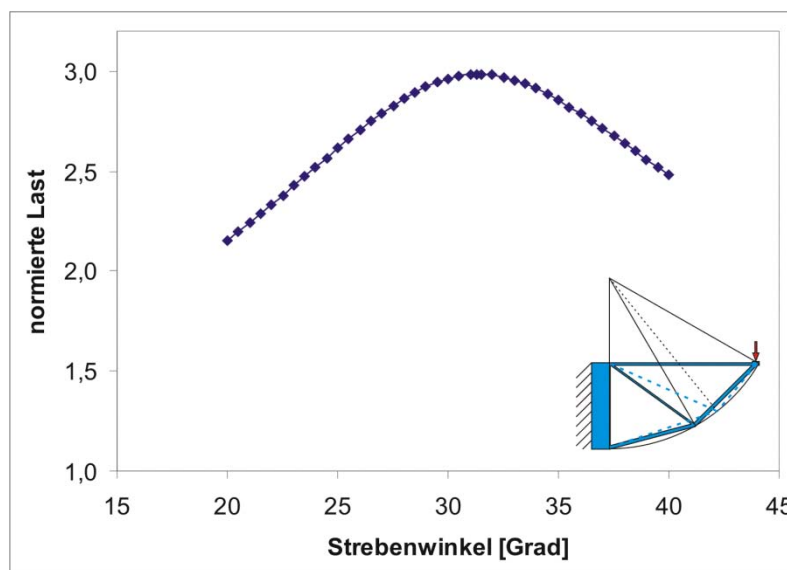


Abb. 54: Maximal ertragbare normierte Last bei Variation des Strebenwinkels.

Die ertragbare Last erreicht bei einem Strebenwinkel von 31,33 Grad das Maximum. Dieses Ergebnis wird grafisch in Abb. 55 verdeutlicht. Der grüne Bereich kennzeichnet eine Änderung des Strebenwinkels um etwa vier Grad, was eine Abnahme der ertragbaren Last um lediglich fünf Prozent bewirkt.

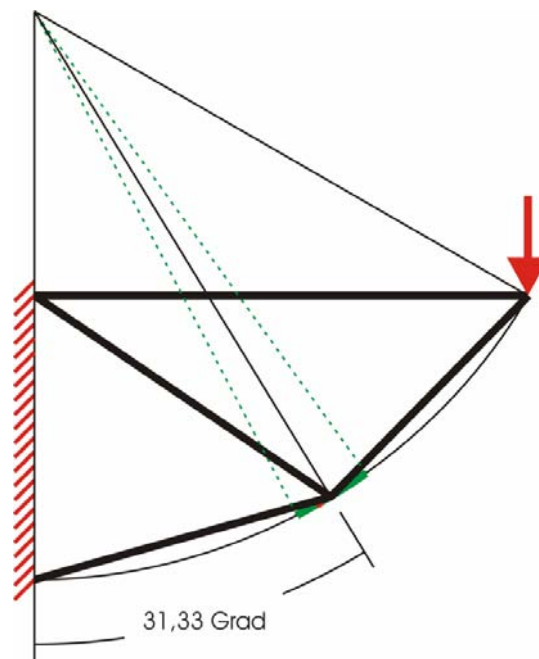


Abb. 55: Optimum des Strebenwinkels mit Fünf-Prozent-Bereich.

Folgende Überlegungen analysieren den Einfluss des Bogenradius auf die Belastbarkeit der Struktur, welcher geringer ausfällt, als der des Strebenwinkels. Wie man in Abb. 56 erkennen kann, ist die Lastkurve sehr flach. Hier wird die maximal ertragbare normierte Last über der X-Position des Verbindungsknotens aufgetragen. Die Veränderung der X-Position bewirkt die Bewegung des Verbindungsknotens auf einer Geraden genau so, dass sich der Bogenradius ändert.

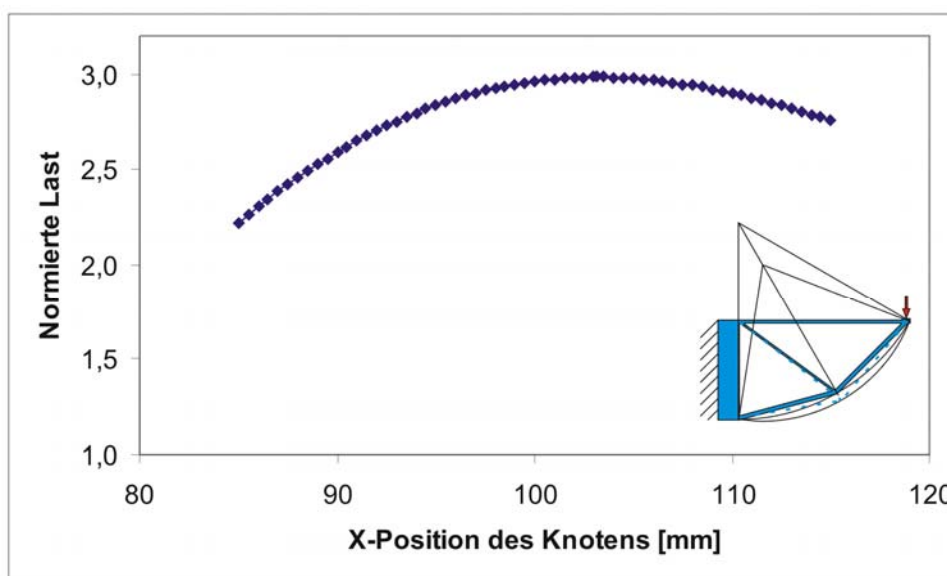


Abb. 56: Maximal ertragbare normierte Last bei Änderung des Bogenradius.

Abb. 57 zeigt die optimale Strebenposition als Ergebnis der Bogenradiusuntersuchung und in grün den Bereich des Verbindungspunktes, in dem sich die maximal ertragbare Last um bis zu fünf Prozent verändert.

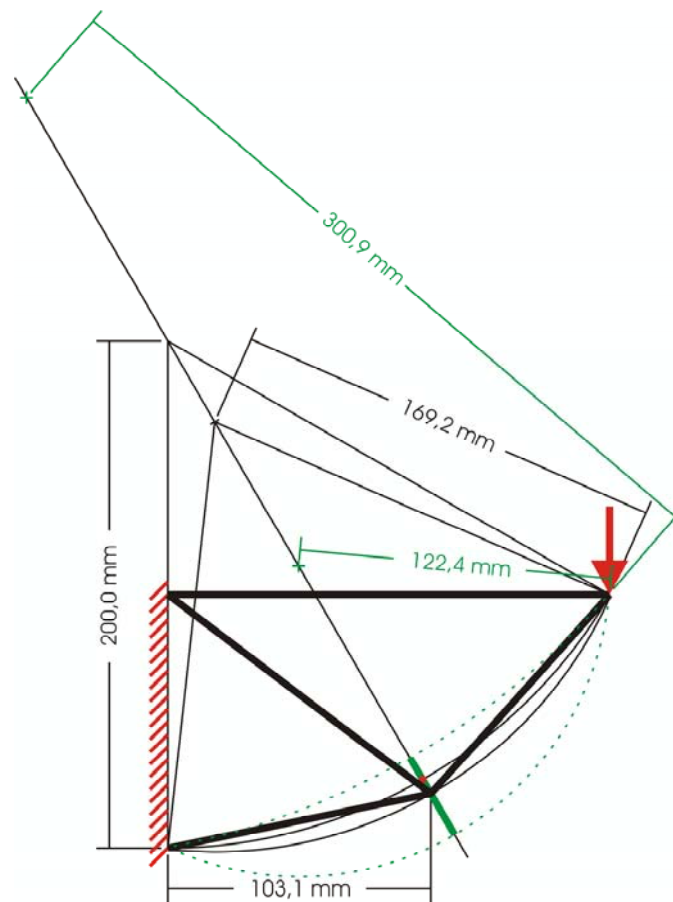


Abb. 57: Optimum des Bogenradius mit Fünf-Prozent-Bereich.

Bisher wurde die Veränderung der maximalen Last nur entlang eindimensionaler Parameter untersucht. Verändert man die Position des Verbindungspunktes sowohl in X-Richtung, als auch in Y-Richtung innerhalb einer gegebenen Fläche, ändert sich auch die maximal ertragbare Last. Abb. 58 zeigt die Ergebnisse dieser zweidimensionalen Untersuchung. Dabei erkennt man in Türkis gefärbt einen relativ großen Bereich um das Maximum, in welchem die Belastbarkeit nur wenig abnimmt. Befindet sich der Verbindungspunkt weiter links oben als die rosa-orange Zone, so trägt die Struktur weniger als das Modell ohne Strebe. Das Modell mit einer Strebe strebt stetig zu einem klaren Optimum bergauf.

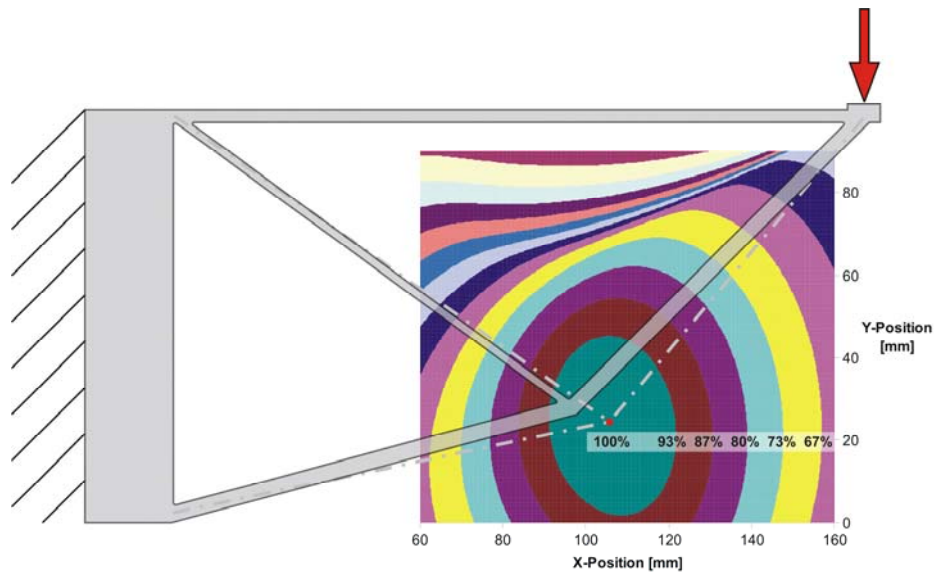


Abb. 58: Maximal ertragbare normierte Last je nach Lage des Verbindungspunktes.

Ein Vergleich der Teilergebnisse (Abb. 59) verdeutlicht den Zusammenhang der eindimensionalen und zweidimensionalen Untersuchungen. Die Ergebnisse der Strebenwinkeländerung und der Bogenradiusänderung bestätigen die Ergebnisse der Flächenuntersuchung.

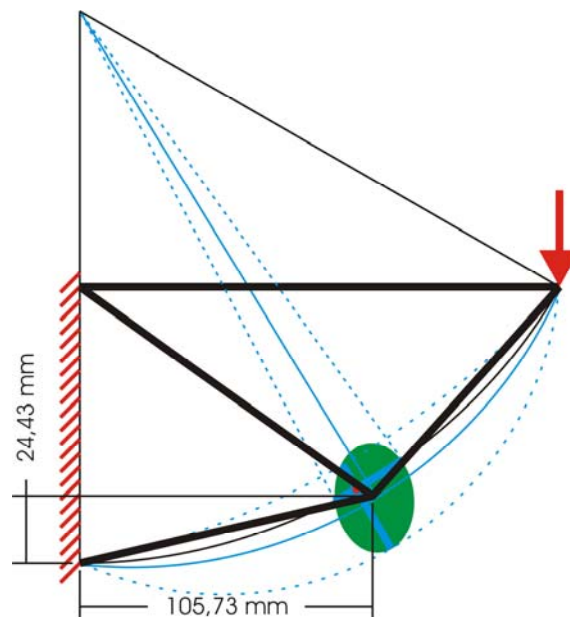


Abb. 59: Vergleich der Teilergebnisse.

Eine weiterführende Überlegung besteht nun darin, die Erkenntnisse der Untersuchung dieses Modells mit einer Strebe auf die Modelle mit mehreren Streben zu übertragen. Eine einfache Möglichkeit bietet der bei dem Modell mit einer Strebe gefundene optimale Bogenradius. Die Konstruktion kann an Hand von Abb. 60 nachvollzogen werden. Der Radius des Kreissegments, auf dem die Verbindungspunkte der Streben liegen beträgt nun

nicht mehr 200mm, sondern nur noch 169,2mm. Die Teilung des Kreissegments erfolgt ausgehend vom neuen Mittelpunkt.

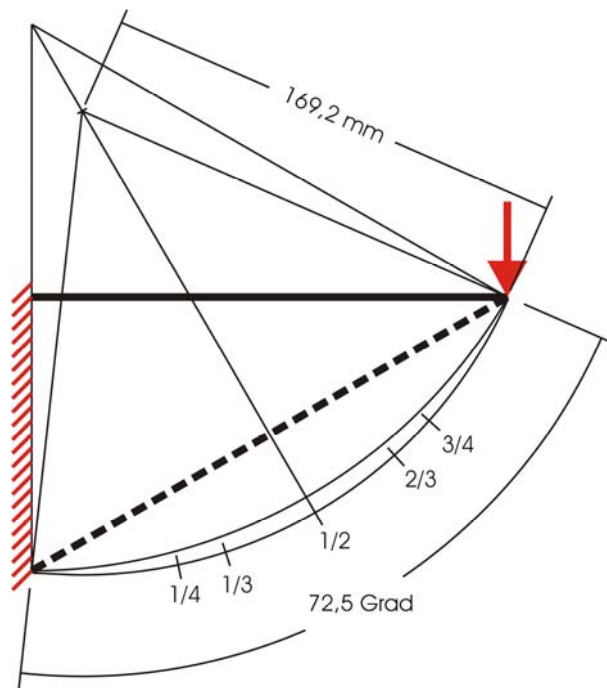


Abb. 60: Bogenradiusänderung bei mehreren Streben.

Es kann auch bei den Modellen mit zwei oder drei Streben durch den veränderten Radius eine Verbesserung der maximal ertragbaren Last erzielt werden. Diese Verbesserung fällt jedoch sehr gering aus, sie bleibt bei allen Strebenanzahlen geringer als ein Prozent (vgl. Abb. 61).

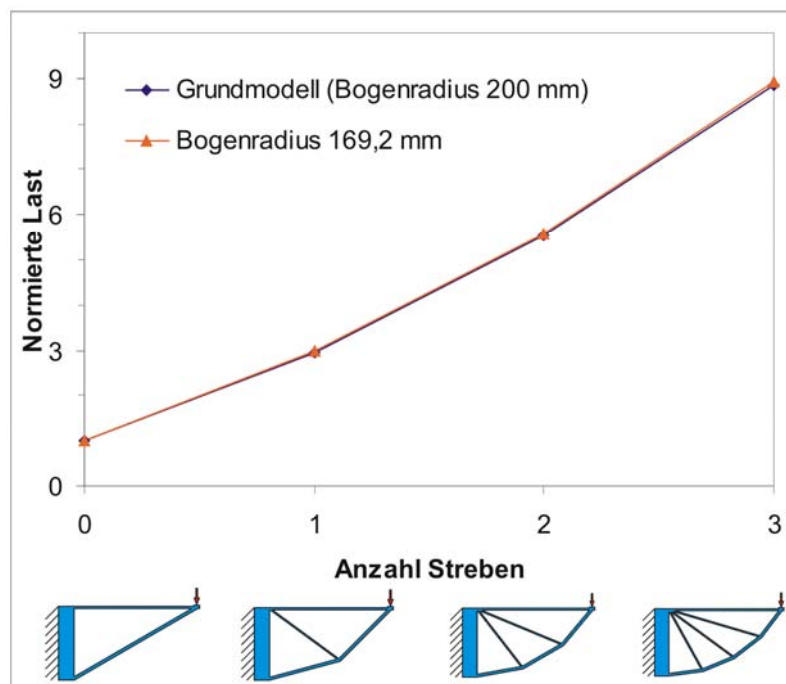


Abb. 61: Maximal ertragbare normierte Last bei unterschiedlicher Strebenanzahl und unterschiedlichem Bogenradius.

Abb. 62 zeigt das Ergebnis der Flächenuntersuchung in Hinblick auf die maximale Spannung im Bauteil. Dabei werden die errechneten Spannungen auf die niedrigste normiert, so dass die Zahlen im Diagramm Vergrößerungsfaktoren der maximalen Spannung darstellen.

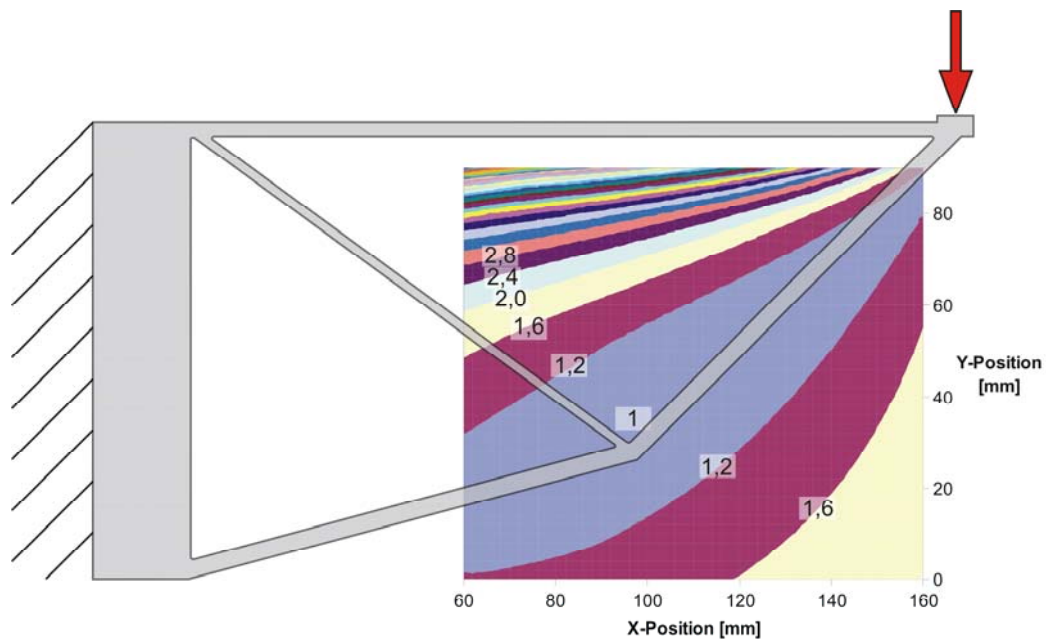


Abb. 62: Maximale normierte Spannung in Abhängigkeit der Lage des Verbindungspunktes.

Es lässt sich ein relativ großer Bereich ausmachen, in dem die Spannung niedrig bleibt. Erst wenn man sich von der Mittellage weiter entfernt, nimmt die maximale Spannung im Bauteil wesentlich zu.

Eine Kombination aus maximaler Spannung und maximal ertragbarer Knicklast zeigt Abb. 63. Der blau hervorgehobene Bereich stellt somit sowohl hinsichtlich der Spannung, als auch der maximal ertragbaren Last das kombinierte Optimum dar.

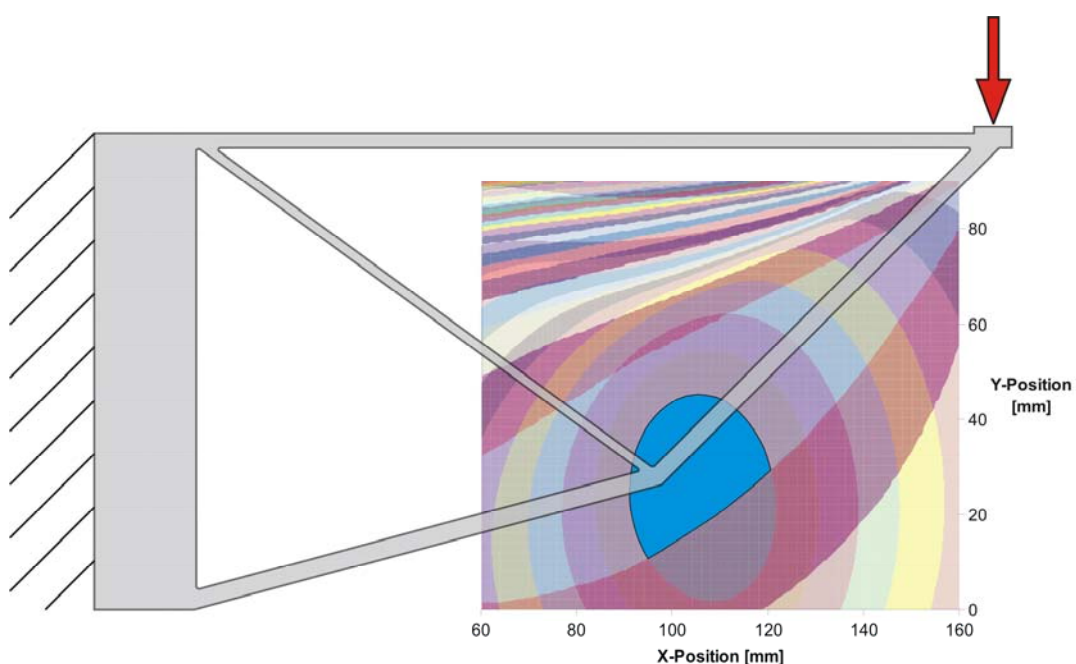


Abb. 63: Kombination aus maximal ertragbarer Knicklast und maximaler Spannung.

Nach der Berechnung der maximalen Spannungen im Bauteil zeigt Abb. 64, in welcher Strebe sich diese befindet. Befindet sich der Verbindungspunkt beispielsweise im gelben Bereich, so tritt die maximale Spannung in der gelb dargestellten Strebe auf.

Ein Aufdicken der unteren Strebe (rot) kann somit die Belastbarkeit der bereits hinsichtlich der Position des Verbindungspunktes optimierten Struktur noch weiter steigern.

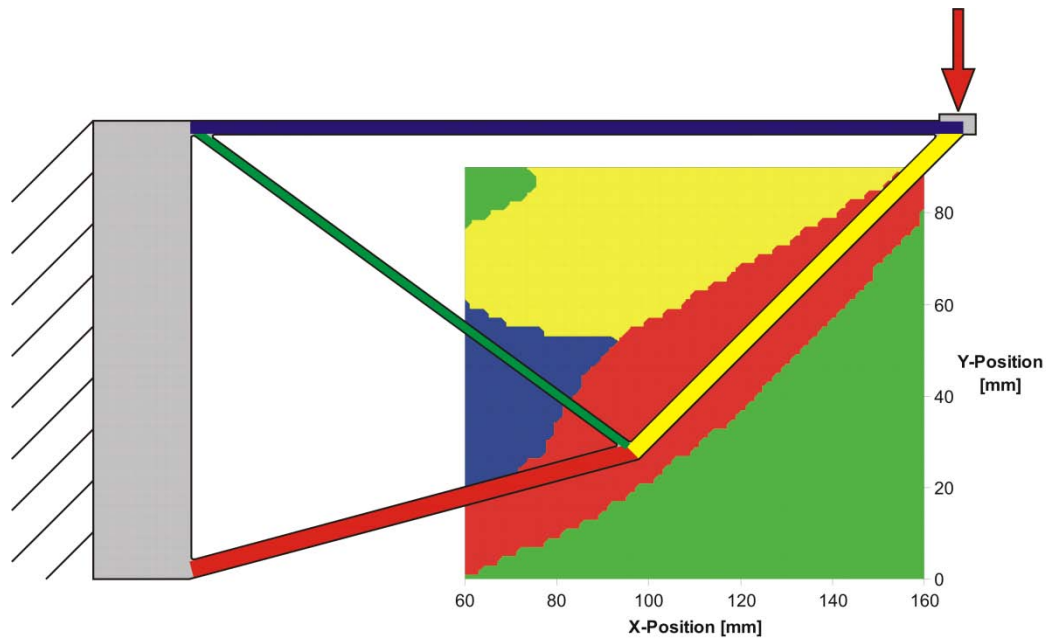


Abb. 64: Bereiche der Streben, in denen die maximale Spannung auftritt.

Methode der Kraftkegel

Ein erfolgversprechender Ansatz zur computerfreien Gestaltfindung von Leichtbaukomponenten wurde mit der „Methode der Kraftkegel“ gefunden. Die grundlegende Idee dahinter ist, dass in einer großen elastischen Ebene eine Einzelkraft einen 90° -Druckkegel vor sich herschiebt und einen 90° -Zugkegel hinter sich herzieht. Der 90° -Winkel wird bei Einzeichnung der Schubvierecke plausibel. Abbildung 65 veranschaulicht die Verteilung der Radialspannungen im Abstand von $r=1$ zur Krafteinleitung in einer unendlichen, durch eine Einzelkraft belasteten Platte (analytische Lösung aus [13]). Die Pfeile zeigen Größe und Richtung der Druck- (blau) und Zugspannungen (gelb) an. In der Überlagerung mit entsprechenden Kraftkegeln wird deutlich, dass der Großteil der Spannung innerhalb der beiden 90° -Schenkel der Kraftkegel wirkt. Mit der Annahme des 90° -Kraftkegels wurden also minderbelastete Bereiche bereits vor der Gestaltfindung eliminiert. Abb. 66 zeigt die Vorgehensweise der Kraftkegelmethode.

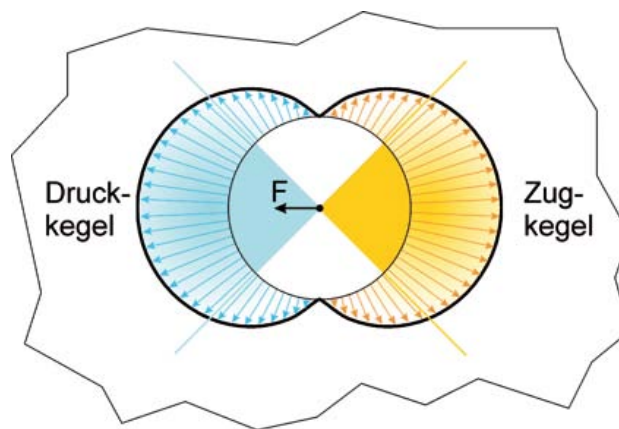


Abb. 65: Verteilung der Radialspannungen in einer unendlichen, durch eine Einzelkraft belasteten Platte im Abstand von $r=1$ zur Krafteinleitung. Die Pfeile zeigen Größe und Richtung der Druck- (blau) und Zugspannungen (gelb) an.

Die Vorgehensweise der Kraftkegelmethode

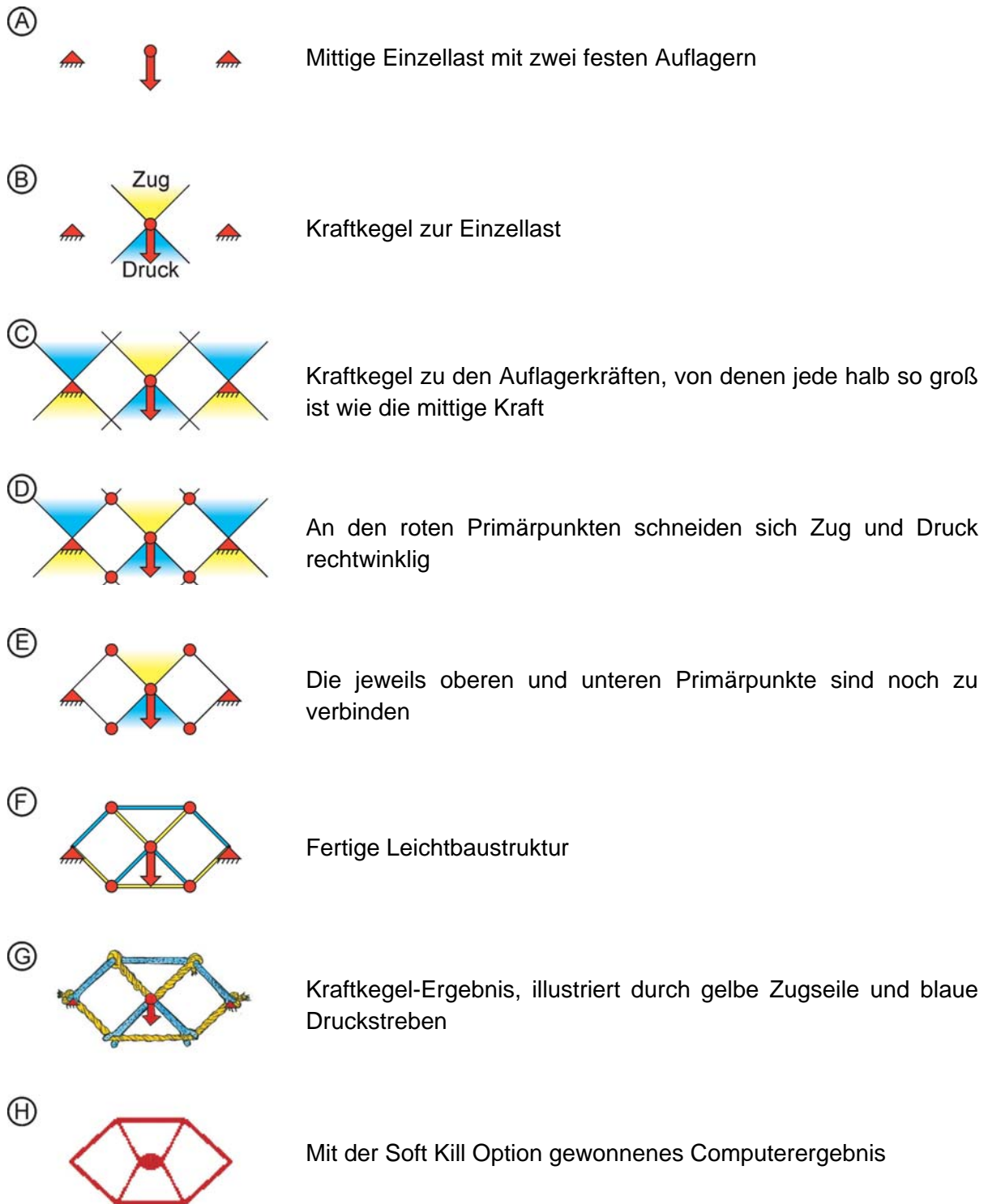


Abb. 66: Die Vorgehensweise der Kraftkegelmethode.

Die einfache, gerade Verbindung der oberen und unteren Primärpunkte ist fertigungstechnisch vorteilhaft, kann aber auch anders umgesetzt werden. Der rechtwinklige Schnitt von Zug- und Druckträgern existiert dabei nämlich nur auf einer Seite des Primärpunktes. Ein Kreisbogen von einem Primärpunkt zum anderen, ausgesteift durch mehrere Druck- oder

Zugträger, ist eine Alternative. Die Ausfüllung des oberen und unteren Kraftkegels zwischen den Querbögen mit einer Platte wäre dann auch von der Fertigung her einfach machbar. A. G. M. Michell fand analytisch bereits eine ähnliche Lösung [14].

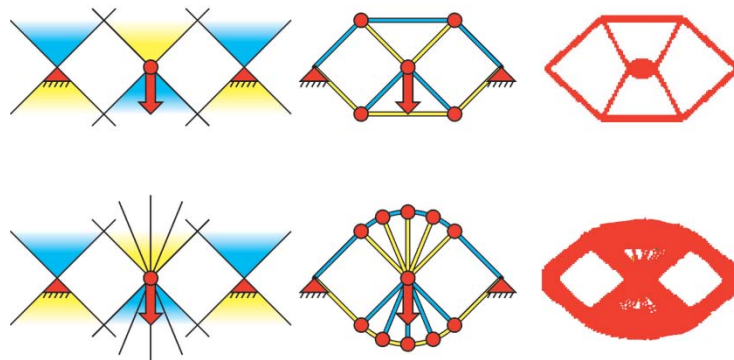


Abb. 67: Alternative Verbindungen der oberen und unteren Primärpunkte.

Bei einer hoch oben angreifenden, hier vertikal wirkenden Last verbindet man innerhalb der Druckkegel Kraft und jeweiliges Auflager einfach mit einer Geraden (Abb. 68 oben). Jedes Lager drückt hier mit der halben Kraft, die mittig eingeleitet wird, nach oben. Beim rechten Winkel haben die Kraftkegel von Kraft und jeweiligem Auflager noch eine gemeinsame Linie, die als Stütze genutzt wird. In Abb. 68 unten würden Direktverbindungen von der Kraft zu den Auflagern die Kraftkegel verlassen, was unzulässig ist. Konsequente Bestimmung von Primärpunkten führt mit der Kraftkegelmethode zu einer Galgenkonstruktion. Die Kraft hängt in einer Seilschlinge an rechtwinklig und nicht stumpfwinklig zueinander stehenden Stützen. Mit "In Seilen denken" wäre eine stumpfwinklige Stütze herausgekommen, die auch SKO nicht will.

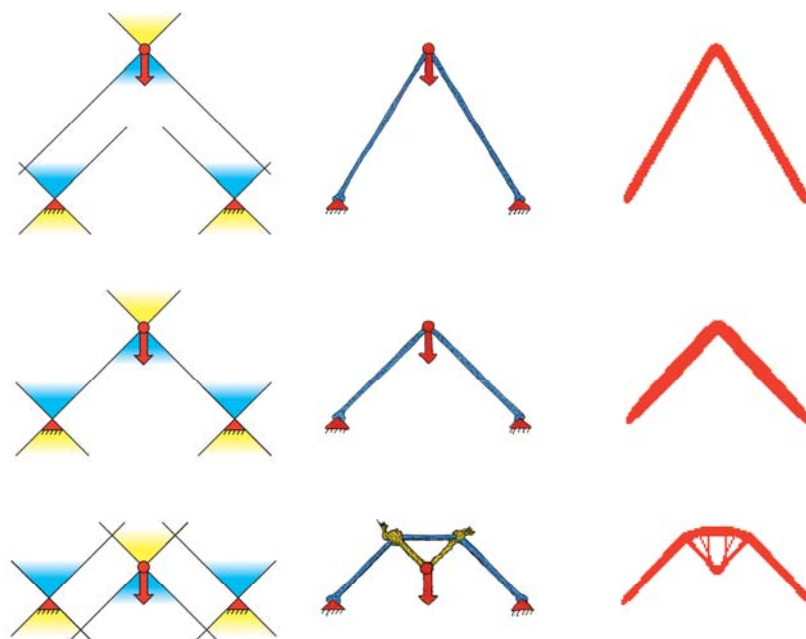


Abb. 68: Einfluss der Position des Kraftangriffspunktes auf die Ausbildung der Kraftkegelstrukturen und Vergleich mit SKO (rechts).

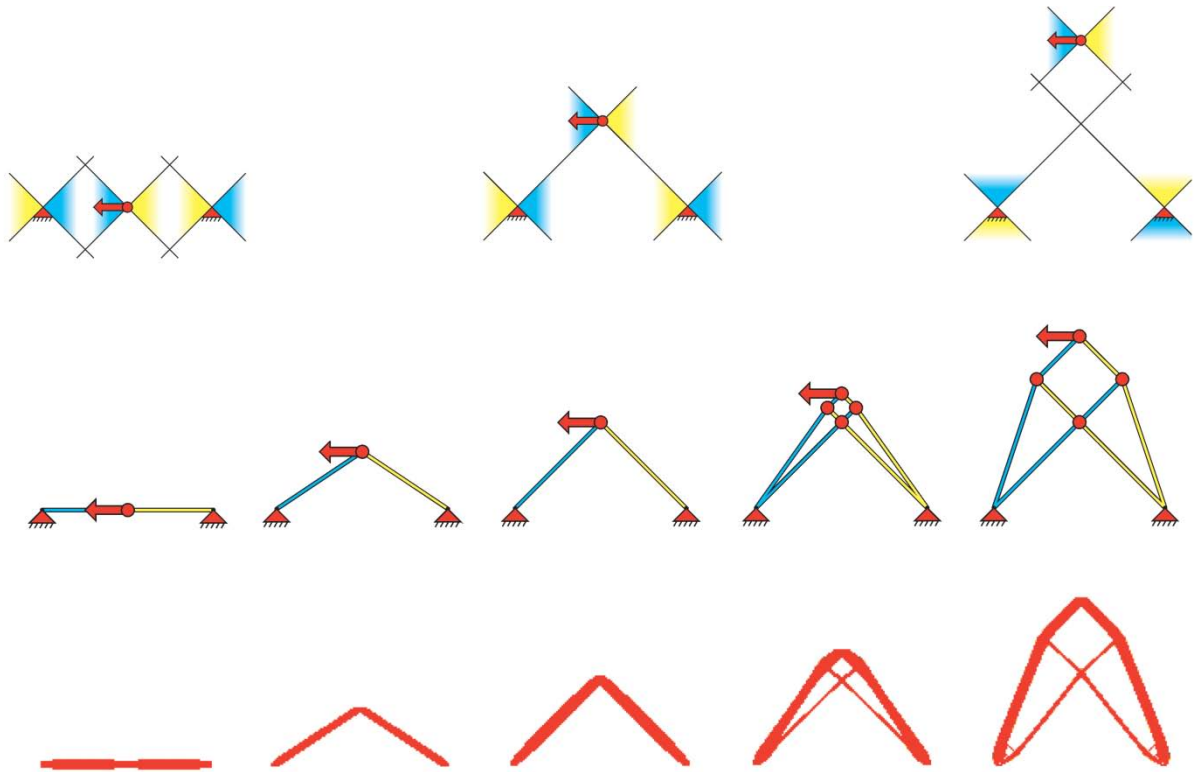


Abb. 69: Einfluss der Position des Kraftangriffspunktes auf die Ausbildung der Kraftkegelstrukturen und Vergleich mit SKO (unten).

Für einen Torsionsanker braucht man als Input nur eine Querkraft und einen fest eingespannten Kreis. Man beachte, dass jeder Punkt auf dem Ankerkreis ein Primärpunkt ist. Das SKO Ergebnis ist zumindest nicht unähnlich. Der Konstruktionskreis mit Radius R_K ist nur ein Hilfsmittel, weil die leicht zu zeichnenden Tangenten an ihn den größeren Ankerkreis im 45° -Winkel schneiden. Man hangelt sich gleichsam von rechtem Winkel zu rechtem Winkel. Bei unendlicher Anzahl von Tangenten ergibt sich die Kreisevolvente. Mit abnehmender Tangentenzahl erhält man eine schlankere Ankergeometrie.

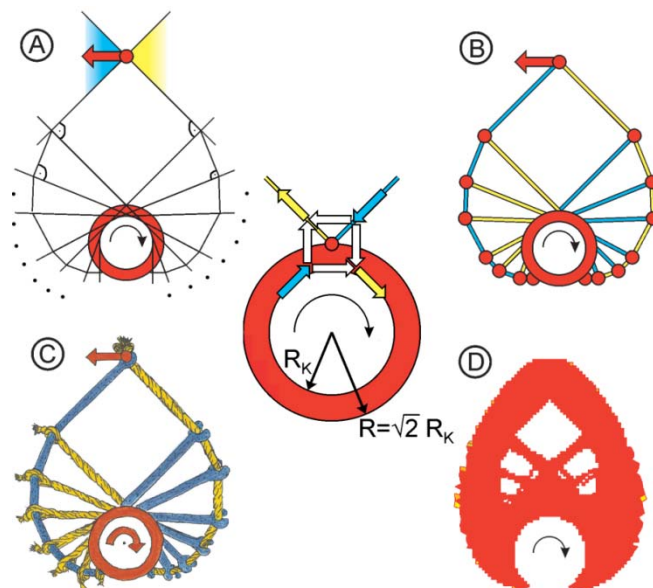


Abb. 70: Konstruktion von Torsionsankern und Vergleich mit SKO.

Der Einfluss der Position des Angriffspunktes der horizontal wirkenden Kraft auf die Ausbildung der Kraftkegelstrukturen ist in Abb. 71 gezeigt. Die linke Struktur ist nur mittels zweier Horizontalkegel in den Auflagern machbar, ab $H/L = 1/2$ kann man schon Vertikalkegel verwenden und über $H/L = 3/2$ kommt der Torsionsanker mit über seinen Umfang verteilten Primärpunkten. Die untere Reihe zeigt zugehörige SKO-Rechnungen.

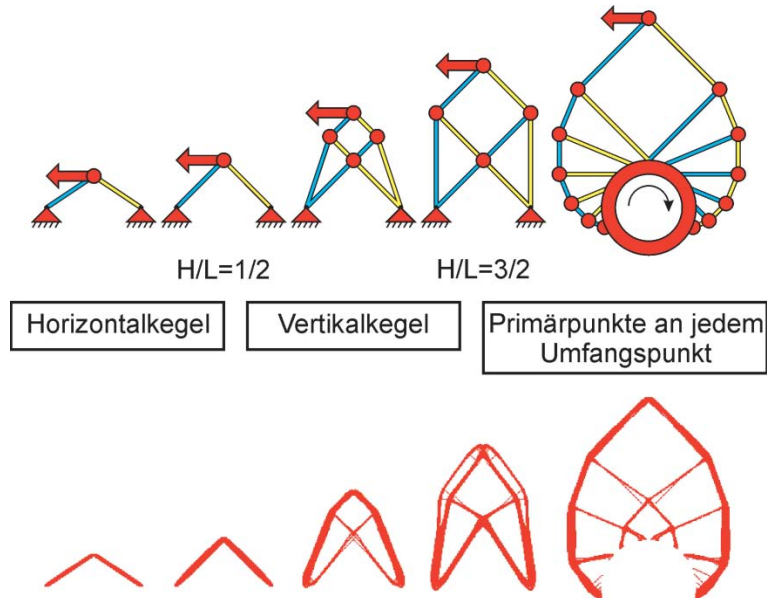


Abb. 71: Einfluss der Position des Kraftangriffspunktes auf die Ausbildung der Kraftkegelstrukturen und Vergleich mit SKO (unten).

Die linke Seite des Torsionsankers ist noch nicht direkt zeichnerisch darstellbar. Ein ganz guter Weg ist, wenn man die rechte Seite für einen lastsymmetrischen Torsionsanker bestimmt, daraus die Breite der linken Seite abliest und dann senkrecht hochfährt, wo der Mittelstrahl des Zugkraftkegels den ersten rechten Winkel liefert und damit den ersten Primärpunkt. Dann folgt wieder die bogenartige Umlenkung, indem man sich von rechtem Winkel zu rechtem Winkel und somit von Strahl zu Strahl begibt.

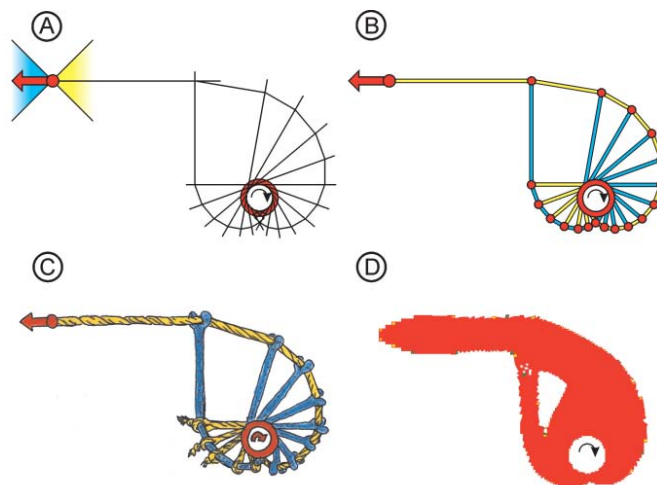


Abb. 72: Torsionsanker mit seitlich versetzter Lasteinleitung.

Zahlreiche weitere Beispiele zu der Methode der Kraftkegel finden sich in [15].

Literatur

- [1] Mattheck, C.; *Verborgene Gestaltgesetze der Natur*. Verlag Forschungszentrum Karlsruhe, Karlsruhe 2006.
- [2] Sörensen, J.; *Untersuchungen zur Vereinfachung der Kerbformoptimierung*. Wissenschaftliche Berichte FZKA-7397, Dissertation, Universität Karlsruhe 2008. <http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA7397.pdf>
- [3] Wissner, C.; *Beiträge zum Fail Safe Design*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), KIT Scientific Publishing 2010.
- [4] Baud, R. V.; *Beiträge zur Kenntnis der Spannungsverteilung in prismatischen und keilförmigen Konstruktionselementen mit Querschnittsübergängen*. Bericht Nr. 83 der Eidg. Materialprüfungsanstalt, Zürich, 1934.
- [5] Berkey, D.C.; *Reducing stress concentration with elliptical fillets*. Proc. Soc. Exp. Stress Analysis, 1, Nr. 2, S. 56-60, 1943.
- [6] Grodzinski, P.; *Investigations on shaft fillets*, Engineering Vol. 152, S. 321-4, London, 1941.
- [7] Mattheck, C.; *Warum alles kaputt geht – Form und Versagen in Natur und Technik*, Forschungszentrum Karlsruhe, 2003.
- [8] Melcher, J.; Baumbach, S.; „Konstruktionselement (Kennwort: Traktroid). Deutsche Patentanmeldung DE 10 2007 002 127.7-24, Anmeldetag 15. 1. 2007. DLR, Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik, Innovationsbericht 2007.
- [9] Mattheck, C.; Tesari, I.; *Wir haben gründlich verglichen! Die Methode der Zugdreiecke im Vergleich mit anderen Kerbformen*. Konstruktionspraxis, (2008) Nr.5, S.20-22.
- [10] Pilkey, W. D.; Pilkey, D. F.; *Peterson's Stress Concentration Factors*. Wiley, 3. Auflage, 2008.
- [11] Bürgel, R.; *Festigkeitslehre und Werkstoffmechanik, Band 2*. Vieweg, Wiesbaden, 2005.
- [12] Czichos, H. (Herausgeber); *Hütte : Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften, mit 337 Tabellen*. VDI. Springer, Berlin, 31.neubearb. und erw. Auflage, 2000.
- [13] Kachanov, M.; Shafiro, B.; Tsukrov, I.; *Handbook of Elasticity Solutions*. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [14] Michell, A.G.M.; *The limits of economy of material in frame- structures*. Phil. Mag. 8, 589-597, 1904.
- [15] Mattheck, C.; *Denkwerkzeuge nach dem Vorbild der Natur*. Verlag Karlsruhe Institut für Technologie, 2010.

Eigene Veröffentlichungen

Vorträge:

Mattheck, C.; Verborgene Gestaltgesetze der Natur. Universität Passau, 2.März 2007; VDI-Bezirksverein Schwarzwald, Freiburg, 16.März 2007; TRW Automotive GmbH, Alfdorf, 29.März 2007; Firma Hilti AG, Dornbirn, A, 25.April 2007; Jahrestagung des Industrieverbandes Umformung, Schwerte, 11.Mai 2007; Bionik : Lernen von der Natur: Leichtbau ; Workshop, Universität Freiburg, 12.Mai 2007; Firma Claas, Paderborn, 15.Mai 2007; Hochschule für Technik und Architektur, Luzern, CH, 31.Mai 2007; Gießerei Fachmesse, Düsseldorf, 13.Juni 2007; Firma Kärcher GmbH, Winnenden, 19.Juni 2007; Lions-Club, Bruchsal, 20.Juni 2007; KSM Castings, Hildesheim, 28.Juni 2007; Steinkohle AG, Recklinghausen, 7.August 2007; 2.Hausmesse EMG Casting AG, Waldkraiburg, 21.September 2007; Jahrestagung der Prüflingenieur, Weimar, 21.September 2007; HansGrohe, Schiltach, 22.November 2007; 2.Würzburger Forum der Berufsgenossenschaft Keramik/Glas, Würzburg, 30.November 2007; Voith Turbo GmbH, Heidenheim, 17.Januar 2008; Voith Turbo GmbH, Crailsheim, 14.Februar 2008; Instrumenta Mechanik Labor, Wiesloch, 28.Februar 2008; Fa.RUD, Aalen, 13.März 2008; Niederdruckguss-Kolloquium, Fa.Kurtz, Wertheim, 11.April 2008; Rapid.Tech 2008 : Fachmesse und Anwendertagung für Rapid-Technologie, Erfurt, 27.-28.Mai 2008; Mercedes Benz Werk, Gaggenau, 4.Juni 2008; Werkzeugbau Siegfried Hofmann, Lichtenfeld, 5.Juni 2008; Barlog Plastics, Lindlar, 6.Juni 2008; Veranstaltung der Stoll-Vita Stiftung, Stuttgart, 17.Juni 2008; Trumpf, Ditzingen, 23.Juli 2008; Campus Kommt GbR, Bregenz, A, 19.August 2008; TQ Systems Academy Day, Seefeld, 18.September 2008; Siemens AG, Karlsruhe, 26.September 2008; Süddeutsches Kunststoff Zentrum, Würzburg, 1.Oktober 2008; Autoliv, Elmshorn, 10.Oktober 2008; Schülervorlesung im Fach Naturwissenschaft und Technik, Karlsruhe, 14.Oktober 2008; Bionik-Workshop, Akademie der Wissenschaften, Mainz, 24.Oktober 2008; Friedrich Kocks GmbH, Bremen, 13.November 2008; ZF Lemförder GmbH, Stemwede, 14.November 2008; Verband der Industriellen Energie- und Kraftwirtschaft, Darmstadt, 19.November 2008; Karlsruher Bücherschau, 23.November 2008; Jahrestreffen des Vereins der Architekten, Oldenburg, 28.November 2008; Münchner Forum für Verbindungstechnologie, 4.Dezember 2008; Fortbildungsveranstaltung für Studienräte, Karlsruhe, 10.Februar 2009; VDE Bezirksverein Mittelbaden, Karlsruhe, 26.März 2009; Siegerehrung 'Jugend forscht', Pforzheim, 3.März 2009; Schüleruni, Karlsruhe, 3.März 2009; Tradition trifft Zukunft : Zechengespräch Stahl, Uddeholm Kolloquium, Zeche Zollverein Essen, 22.-23.April 2009; Deutsche Bundesstiftung Umwelt, Osnabrück, 21.Mai 2009; KFN-Statuskolloquium, Bad Herrenalb, 17.September 2009; 'Sicher mit System' Tagung, Zeitz, 7.Oktober 2009; 65.Kolloquium für Wärmebehandlung, Werkstofftechnik, Fertigungs- und Verfahrenstechnik, Wiesbaden, 7.-9.Oktober 2009, Book of Abstracts s.86-87; Internat. AVK-Tagung, Stuttgart, 26.-27.Oktober 2009; Tracto-Technik, Lennestadt-Meggen, 13.November 2009; Bühler AG, Uzwil, 25.November 2009; DKZ Heidelberg, 4.Dezember 2009; Führungskräfte-treffen der Schmolz & Bickenbach GmbH, Düsseldorf, 15.Januar 2010; Jahreskongress der Innovationsallianz CNT, Marl, 20.Januar 2010; Hochschule Ostwestfalen Lippe, Lemgo, 10.Juni 2010; Innovationstag der Euroengineering AG, Aalen, 25.Juni 2010; 1.Internat.Fahrradentwickler-Konf., München, 22.Juli 2010.

Mattheck, C.; Verborgene Gestaltgesetze der Natur. Failsafe design. Fels KG, Königsbach-Stein, 3.April 2009.

Mattheck, C.; Warum alles kaputt geht. Huf Hülsbeck und Fürst, Günding, 15.Oktober 2007; Liebherr-Werk Nenzing, A, 4.November 2009; AMAZONEN-Werke H. Dreyer, Hasbergen,

22.Januar 2010; Firma Liebherr, Nenzing, 4.Februar 2010; Netzwerk Industrie Ruhr Ost, Unna, 28.September 2010.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Warum alles kaputt geht. Bionik-Seminar, Beton Marketing Ost, Magdeburg, 21.Mai 2008; Handwerkskammer zu Leipzig, 12.Juni 2008.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Faserverbundwerkstoffe für energieeffizienten Leichtbau: Optimale Faserverläufe ohne Computer. Denkendorfer Symp.Energie und Bionik, Denkendorf, 8.Oktober 2009.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Leichtbaukonstruktionen mit Faserverbundwerkstoffen nach dem Vorbild der Natur. Bio-inspired Fiber Materials : Denkendorfer Symp. 'Bionik und faserbasierte Werkstoffe', Denkendorf, 18.-19.Mai 2010.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Zugseile und 45°-Winkel in der Natur: Voraussetzungen für erfolgreichen Leichtbau. Bionik-Vorlesung, Universität Stuttgart, 2.November 2009.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Kraft, O.; Leichtbau nach dem Vorbild der Natur. DBU Bionik-Wirtschaftsforum, Osnabrück, 8.-9.April 2008.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Bauteiloptimierung und Leichtbau nach dem Vorbild der Natur. Bionik-Industrieseminar, Kötz, 14.-15.April 2008; Materialica 2008 : 11.Internat.Fachmesse für Werkstoffanwendungen, Oberflächen und Product Engineering, München, 14.-16.Oktober 2008, Folien auf CD-ROM.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Design in nature. EUROAVIA Symp.on Bionics, Stuttgart, May 18-26, 2007.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Leichtbaukonstruktion nach dem Vorbild der Natur. Leichtbau-Workshop, Jandelsbrunn, 5.Dezember 2007.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Leichtbau-Fachpresstetag, EADS, Ottobrunn, 5.Juli 2007.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Verborgene Gestaltgesetze der Natur. Der Baum als Lehrmeister der Technik. Holz : Vielfalt in Nutzen und Gestalt, 30.Tagung für Wald und Forstwirtschaft, Evangelische Akademie Tutzing, 8.-10.Februar 2008; Forum Mannheim, 17.Dezember 2008; Sachs Engineering GmbH, Engen, 31.März 2009; 1.Bionisches Symbiosium, Saarbrücken, 10.-11.September 2009.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Bethge, K.; Kraft, O.; Bauteiloptimierung nach dem Vorbild der Natur. DBU Bionik-Wirtschaftsforum, Osnabrück, 8.-9.April 2008; Universität Stuttgart, 16.Juni 2008; Warum alles kaputt geht : Seminar, Karlsruhe, 21.Oktober 2008.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Bethge, K.; Kraft, O.; Design in der Natur - biologische Vielfalt als Lehrmeisterin. 3.Regionales Forum zur biologischen Vielfalt : Biodiversität, Innovations und naturverträgliches Wirtschaften, Stuttgart, 28.April 2008.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Bethge, K.; Kraft, O.; Vereinfachte Bauteiloptimierung nach dem Vorbild der Natur. Forum Tech Transfer, Hannover Messe 2008, Hannover, 21.-25.April 2008.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Kraft, O.; Bauteiloptimierung nach dem Vorbild der Natur. Bionik-Ringvorlesung, Universität Stuttgart, 4.Mai 2009 und 17.Mai 2010.

Poster

Mattheck, C.; Bethge, K.; Tesari, I.; Sörensen, J.; Wissner, C.; Kappel, R.; Leichtbaudesign nach dem Vorbild der Natur. Lightweight design according to nature. Hannover-Messe Industrie, Hannover, 19.-23.April 2010.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Bionic manufacturing. Kompetenznetz Biomimetik, Universität Freiburg, 30.Oktober 2009.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Entwicklung von effizienten, einfach anzuwendenden Konstruktionsprinzipien für technische Bauteile nach dem Vorbild der Natur. Kompetenznetz Biomimetik, Universität Freiburg, 30.Oktober 2009.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Bethge, K.; Wissner, C.; Sauer, A.; Kappel, R.; Kraft, O.; Bauteiloptimierung nach dem Vorbild der Natur: Die Methode der Zugdreiecke. BLOKON-Stand, Hannover Messe 2008, Hannover, 21.-25.April 2008.

Mattheck, C.; Wissner, C.; Tesari, I.; Entschärfte Risse. Die Methode der Zugdreiecke zur Kerbspannungsreduktion an Riss- und Schlitzenden. Hannover-Messe, Hannover, 20.-24.April 2009.

Wissner, C.; Mattheck, C.; Bethge, K.; Mauer, D.; Zawierucha, T.; Fail safe design. KIT PhD Symp., Karlsruhe, 18.März 2009.

Poster im Internet (<http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/>):

Mattheck, C.; Designfindung ausgehend vom Rahmen.

Mattheck, C.; Designfindung mit Schubvierecken und Zugdreiecken.

Mattheck, C.; Die Erosion und die Methode der Zugdreiecke.

Mattheck, C.; Example topologies found by the method of force cones.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Computer-free design using the method of force cones.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Die 90°-Rotationsinvarianz der Zugdreiecke an Wellenschultern.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Die Zugdreiecke als 'Universalform'.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Ein erster Versuch zur computerfreien Gestaltfindung mit der Methode der Kraftkegel.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Sind Stalaktiten gestaltoptimiert?

Mattheck, C.; Bethge, K.; Tensile triangles as a 'universal form' in nature.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Zugdreiecke: Risskontur und Optimalgestalt.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Kappel, R.; Sauer, A.; Tesari, I.; Strömungsprofile, Bäume und Erosion.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Kraft, O.; Moldenhauer, H.; Die Methode der Zugdreiecke und optimale Faserverläufe nach CAIO.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Sörensen, J.; Zuckerhut und Thermospannung?

Mattheck, C.; Bethge, K.; Sörensen, J.; Tesari, I.; Kraft, O.; Spannungsspitzen an virtuellen Kerben.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Tesari, I.; Wissner, C.; Kraft, O.; Fail Safe Design mit Stoppers und Warners.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Tesari, I.; Wissner, C.; Kappel, R.; Rissarrest: Aikido an der Rissspitze.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Wissner, C.; Geomechanik mit Zugdreiecken. Die Selbstreinigung der Felsen durch Abwurf von Faulpelzecken.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Wissner, C.; Kraft, O.; Die Zipfelmütze als effektive Rissgestalt.

Mattheck, C.; Kappel, R.; Tesari, I.; Sauer, A.; Sörensen, J.; A most simple graphic way to reduce notch stresses by growth.

Mattheck, C.; Sauer, A.; Wachsen und Schrumpfen mit der Methode der Zugdreiecke.

Mattheck, C.; Sörensen, J.; Bethge, K.; Tesari, I.; Kraft, O.; Spannungsabbau ohne Kerbformoptimierung.

Mattheck, C.; Sörensen, J.; Bethge, K.; Tesari, I.; Kappel, R.; Kraftkegel und Primärpunkte am Torsionsanker. Force cones and primary points at the torsion anchor.

Mattheck, C.; Sörensen, J.; Tesari, I.; Kerbspannungen und Optimalbauräume an Bauteilschultern.

Mattheck, C.; Sörensen, J.; Tesari, I.; Kraftkegelmethode und Torsionsanker.

Mattheck, C.; Sörensen, J.; Tesari, I.; Torsionsanker: Einfluss von Ankerradius und Winkelinkrement.

Mattheck, C.; Sörensen, J.; Tesari, I.; Torsionsanker: Einfluss des Lasteinleitungsortes.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Die Methode der Zugdreiecke im Vergleich mit anderen Kerbformen.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Sauer, A.; Die Methode der Zugdreiecke als Ersatz von Computer Aided Internal Optimization (CAIO).

Mattheck, C.; Wissner, C.; Weitere Verifikation der 'Methode der Kraftkegel'. Further verification of the method of force cones.

Publikationen

Mattheck, C.; Gießen nach der Natur? Giesserei, 94(2007) Nr.5, S.86-87.

Mattheck, C.; Holz - die Innere Optimierung der Bäume. Schwaner, K. [Hrsg.]; Zukunft Holz : Statusbericht zum aktuellen Stand der Verwendung von Holz und Holzprodukten im Bauwesen und Evaluierung künftiger Entwicklungspotentiale; Abschlussbericht 30.April 2009, Biberach : Hochschule Biberach, Inst.f.Holzbau, CD-ROM S.573-81.

Mattheck, C.; Universalformen der Natur. Universal shapes of nature. labor&more, (2009) Nr.1, S.18-20.

Mattheck, C.; Bethge, K.; Ein Denkwerkzeug - Die Methode der Schubvierecke. Konstruktionspraxis, (2007) Nr.3, S.32-34.

- Mattheck, C.; Bethge, K.; Schnitzeljagd. Die Wahlverwandschaft von Optimalform und Risskontur. Konstruktionspraxis, (2008) Nr.11, S.24-28.
- Mattheck, C.; Bethge, K.; Kraft, O.; Moldenhauer, H.; Design in der Natur. Optimale Faserverläufe um Perforationen mit der Methode der Zugdreiecke. Konstruktionspraxis, (2009) Nr.7, S.14-15.
- Mattheck, C.; Bethge, K.; Sauer, A.; Sörensen, J.; Wissner, C.; Kraft, O.; About cracks, dunce caps and new way to stop cracks. Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures, 32(2009) S.484-92; DOI:10.1111/j.1460-2695.2009.01351.x.
- Mattheck, C.; Bethge, K.; Sörensen, J.; Tesari, I.; Spannungsspitzen können die Folge virtueller Kerben sein, an denen sich die Qualität der Spannungen ändert. Konstruktionspraxis Spezial, (2009) Nr.6, S.12.
- Mattheck, C.; Bethge, K.; Tesari, I.; Wissner, C.; Kappel, R.; Rissarrest: Aikido an der Risspitze. Konstruktionspraxis, (2008) Nr.2, S.14-17.
- Mattheck, C.; Bethge, K.; Weber, K.; Kraftkegel und Zugdreiecke im Baum - alles gegen den Schub! 16.VTA Spezialseminar 'Messen und Beurteilen am Baum', Karlsruhe, 4.-5.Mai 2010, Tagungsband.
- Mattheck, C.; Bethge, K.; Weber, K.; Kronenform und Zugdreiecke an Einzelbäumen. 16.VTA Spezialseminar 'Messen und Beurteilen am Baum', Karlsruhe, 4.-5.Mai 2010, Tagungsband.
- Mattheck, C.; Bethge, K.; Wissner, C.; Kraft, O.; Sind Risse Zipfelmützen? Die Methoden der Schubvierecke und die der Zugdreiecke. Konstruktionspraxis, (2008) Nr.5, S.16-18.
- Mattheck, C.; Haller, S.; Bethge, K.; Der verhasste stumpfe Winkel. Die neue Methode der Kraftkegel ermöglicht eine computerfreie Topologiefindung und ein damit verbundenes tiefes Verständnis für den Leichtbau. Konstruktionspraxis, (2010) Nr.9, S.14-15.
- Mattheck, C.; Kappel, R.; Shape optimization - biomimetic of naturemimetic? Thibaut, B. [Hrsg.]; 6th Plant Biomechanics Conf., Cayenne, FG, November 16-21, 2009; Proc.S.382-88.
- Mattheck, C.; Kappel, R.; Kraft, O.; Meaning of the 45°-angle in mechanical design according to nature. Design and Nature 2008 : 4th Internat.Conf.on Comparing Design in Nature with Science and Engineering, Carvoeiro, P, June 24-26, 2008; Southampton : WIT Press, 2008 S.71-77, ISBN 978-1-84564-120-7.
- Mattheck, C.; Kappel, R.; Sauer, A.; Shape optimization the easy way: the 'method of tensile triangles'. International Journal of Design and Nature, 2(2007) Nr.4.
- Mattheck, C.; Sörensen, J.; Bethge, K.; Notch shape optimization with tensile triangles. Kwak, B.M. [Hrsg.], 7th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-07), Seoul, Korea, May 21-25, 2007, Proc.on CD-ROM, ISBN 978-89-959384-2-3.
- Mattheck, C.; Sörensen, J.; Bethge, K.; Tesari, I.; Kraft, O.; Abbau von Kerbspannungen ohne Formoptimierung. Konstruktionspraxis, (2009) Nr.12, S.12-13.
- Mattheck, C.; Tesari, I.; Die Methode der Zugdreiecke. Ein graphischer Weg zum Kerbspannungsabbau durch Wachstum. Kesel, A.B. [Hrsg.]; Bionik : Patente aus der Natur ; Tagungsbeiträge 3.Bionik-Kongress, Bremen, 27.-28.Oktober 2007; Saarbrücken : Ges.f.Technische Biologie und Bionik, 2007 S.271-76; Inkl.CD; ISBN 978-3-00-022050-0.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Entwicklung von Konstruktionsprinzipien für technische Bauteile nach dem Vorbild der Natur. DLR-Internetpräsentation, <http://www.nachhaltige-innovationen.de/de/746.php>

Mattheck, C.; Tesari, I.; Hidden design rules in nature. SEBatGlasgow2007 : Annual Main Meeting, Glasgow, GB, March 31 - April 4, 2007; Comparative Biochemistry and Physiology A, 146(2007) Nr.4/Suppl., S.132.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Simulation of load adaptive growth. Mechanical Effects on Reactive Systems : 20th Kongsberg Seminar, Oslo, N, May 9-11, 2007; Book of Abstracts S.20.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Verborgene Gestaltgesetze der Natur erkennen. Erfinder Visionen, (2008) Nr.3, S.5.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Wir haben gründlich verglichen. Die Methode der Zugdreiecke im Vergleich mit anderen Kerbformen. Konstruktionspraxis, (2008) Nr.5, S.20-22.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Kraft, O.; Von heißen Zellen, Bäumen und Bauteilen. Forschung und Lehre am Institut für Materialforschung II am Forschungszentrum Karlsruhe. Erfinder Visionen, (2008) Nr.3, S.4.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Sauer, A.; Bethge, K.; Kraft, O.; A simple graphic way to reduce stress concentrations by growth. Brebbia, C.A. [Hrsg.]; Design and Nature IV : Comparing Design in Nature with Science and Engineering ; 4th Internat.Conf., Carvoeiro, P, June 24-26, 2008; Southampton : WIT Press, 2008, S.79-85; ISBN 978-1-84564-120-7.

Mattheck, C.; Tesari, I.; Sörensen, J.; Wissner, C.; Von Faulpelzen und mehr. Zugdreiecke, Optimalbauräume und Scheinschultern an Wellen. Konstruktionspraxis, (2009) Nr.6, S.12-14.

Mattheck, C.; Wissner, Ch.; Bethge, K.; Kraft, O.; Fail safe design with crack stoppers and warners. Brebbia, C.A. [Hrsg.]; Design and Nature IV : Comparing Design in Nature with Science and Engineering ; 4th Internat.Conf., Carvoeiro, P, June 24-26, 2008; Southampton : WIT Press, 2008 S.71-77, ISBN 978-1-84564-120-7.

Mattheck, C.; Wissner, C.; Tesari, I.; Bethge, K.; Easing cracks with the method of tensile triangles. Brebbia, C.A. [Hrsg.]; 5th Internat.Conf.on Comparing Design in Nature with Science and Engineering, Pisa, I, June 28-30, 2010; Southampton [u.a.] : WIT Press, 2010 S.461-67; ISBN 978-1-8456-4454-3.

Sauer, A.; Mattheck, C.; SKO topology optimization with functional separation of tension and compression structures. Kwak, B.M. [Hrsg.]; 7th World Congr. on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-07), Seoul, Korea, May 21-25, 2007; Proc.on CD-ROM, ISBN 978-89-959384-2-3.

Tesari, I.; Mattheck, C.; Comparing shapes for stress homogenization in nature and technique. Thibaut, B. [Hrsg.]; 6th Plant Biomechanics Conf., Cayenne, FG, November 16-21, 2009; Proc.S.83-88.

Wissner, C.; Tesari, I.; Mattheck, C.; Versuchsbeschreibung zur Zugdreiecksmethode für den NwT-Unterricht. Schüler-Uni, Handout, Karlsruhe, 3.März 2009.

Beitrag in VDI Richtlinie 6224, Blatt 2, Bionische Optimierung – Anwendung biologischer Wachstumsgesetze zur strukturmechanischen Optimierung technischer Bauteile, VDI-Verlag, Gründruck 2010, Endversion erscheint nach Einspruchsfrist in 2011.

Dissertationen

Kappel, R.; Zugseile in der Natur. Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte FZKA-7313, Karlsruhe, 2007 <http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA7313.pdf>.

Sauer, A.; Untersuchungen zur Vereinfachung biomechanisch inspirierter Struktur-optimierung. Wissenschaftliche Berichte, FZKA-7406, Dissertation, Universität Karlsruhe 2008. <http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA7406.pdf>.

Sörensen, J.; Untersuchungen zur Vereinfachung der Kerbformoptimierung. Wissenschaftliche Berichte FZKA-7397, Dissertation, Universität Karlsruhe 2008. <http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA7397.pdf>.

Wissner, C.; Beiträge zum Fail Safe Design. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), KIT Scientific Publishing 2010.

Bücher

Mattheck, C.; Denkwerte nach dem Vorbild der Natur. Verlag Karlsruhe Institut für Technologie, 2010.

4.2 Dipl.-Ing. H. Moldenhauer GmbH

Die Präsentation der Ergebnisse erfolgt in 2 Teilen. Der erste Teil befasst sich mit der Konstruktion der Zugdreiecke, deren Verifikation und Anwendung. Der zweite Teil bringt Grundlagen, Theorie, Anwendungsbeispiele und Bewertung der Lastpfadmethode.

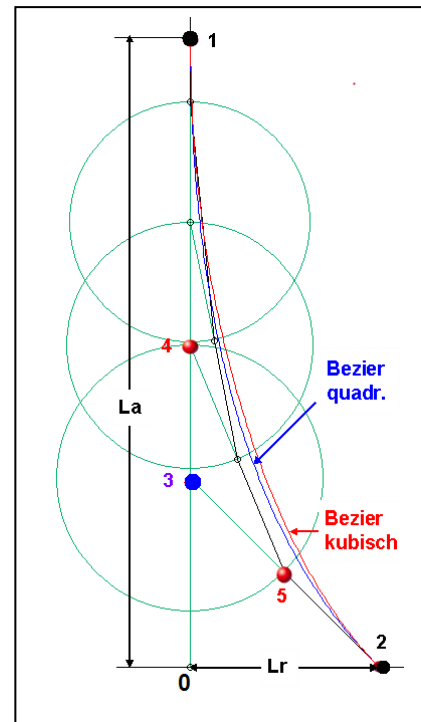
4.2.1 Die Zugdreiecksmethode: Konstruktion, Verifikation und Anwendung

4.2.1.1 Die Glättung der Zugdreiecke mit Bezier-Splines

Die Konstruktion der Zugdreiecke ist in /2/ beschrieben und soll hier nicht wiederholt werden. Ergebnis der Konstruktion der Zugdreiecke ist eine genäherte Optimalkontur in Form eines polygonisierten Streckenzugs, der an den Knickstellen noch Spannungskonzentrationen hervorruft, wenn auch nur noch in abgemilderter Form. Bezier- Splines sind fertige Bausteine in CAD-Programmen und zeichnen sich durch eine einfache Handhabung aus. Der Konstrukteur definiert Anfangs- und Endpunkt des zu glättenden Streckenzugs, sowie ein oder zwei Kontrollpunkte, die jedoch nicht auf dem Spline liegen. Bei der Konstruktion der Zugdreiecke fallen als Zwischenergebnis Punkte an, die sich direkt als gute Wahl für diese Kontrollpunkte erweisen, s. Bild 1.

Bild 1: Gezeigt ist eine Wellenschulter mit einem axialen Bauraum L_a und einem radialen Bauraum L_r . Ein quadratischer Bezier- Spline ist durch die Anfangspunkte 1 und 2, sowie durch einen Kontrollpunkt definiert. Bei der Konstruktion des 1. Zugdreiecks 023 bietet sich Punkt 3 als Kontrollpunkt an. Die dadurch festgelegte quadratische Bezier-Kurve schmiegt sich an den dünn gezeichneten Streckenzug der Zugdreiecke (schwarz). Entsprechende FE-Rechnungen haben zu zeigen, ob diese Wahl gut ist.

Ein kubischer Bezier- Spline ist durch die Anfangspunkte 1 und 2, sowie durch zwei Kontrollpunkte definiert. Bei der Konstruktion des 2. Zugdreiecks 345 bieten sich Punkte 4 und 5 als Kontrollpunkte an. Die dadurch festgelegte kubische Bezier-Kurve ist etwas fülliger als die quadratische. Die FE- Rechnung wird zeigen müssen, welche der beiden Approximationen die bessere ist.



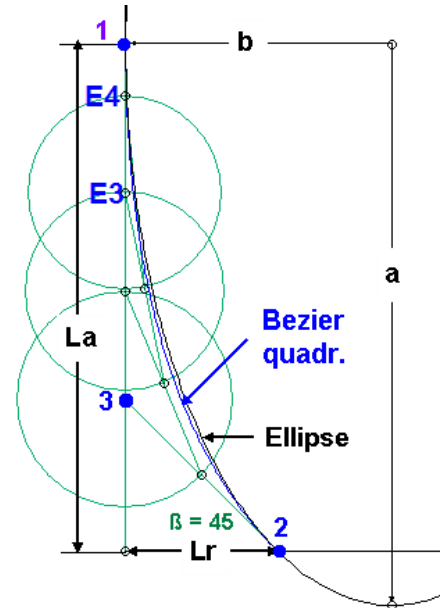
Untersucht wurde alternativ auch eine Ellipsenkonstruktion, wobei jedoch gegen den ersten Anschein eine Ellipse mit den Halbachsen L_a und L_r keineswegs optimal ist. Wird jedoch eine „Achtel-Ellipse“ (Bild 2) gewählt, sind die später gezeigten FE- Resultate vielversprechend.

Bild 2: Bauraum analog zu Bild 1, definiert durch die Punkte 1 und 2 und dem β -Winkel aus dem 1. Zugdreieck

Eine Ellipse mit den Halbachsen a und b und einer β -Neigung (von z.B. 45°) am Punkt 2 lässt sich in CAD-Programmen prinzipiell konstruieren, wenn auch mit deutlich höherem Aufwand als Bezier-Kurven.

Die Abbildung zeigt, dass die so konstruierte Ellipse etwas fülliger ist als die quadratische Bezier-Kurve.

Die Glättung der Zugdreiecke mit Bezier-Kurven oder Achtel-Ellipsen beseitigt auch noch einen gewissen Nachteil der originalen Methode der ZD. Im Allgemeinen reicht die Konstruktion mit 3 oder 4 Zugdreiecken, in Bild 2 wurden 4 Zugdreiecke verwendet. Der axiale Bauraum La wird dabei nicht ganz ausgenutzt (E4), ein 5. ZD würde jedoch den Bauraum überschreiten.



4.2.1.2 Verifikation: Die Spannungsreduktion an Wellenschultern durch geglättete Zugdreiecke

Die in Kap. 4.2.1.1 vorgestellten Glättungskurven für Zugdreiecke wurden an einer axial belasteten Wellenschulter (Durchmesser Verhältnis $D/d = 3$) untersucht und bewertet. Infolge des beschränkten Bauraums kann kein vollständiger Spannungsabbau (Spannungskonzentrationsfaktor $k=1$) erwartet werden. Die bisher bestmögliche Verrundung der Kerbe liefert die CAO- Methode /1/ und soll hier als Referenz dienen. Im vorliegenden Fall ist $k_{CAO} = 1,213$. Tab. 1 zeigt die k -Faktoren für die 3 Glättungskurven samt dem CAO- Referenzwert. Die v.Mises-Spannungen selbst sind in Bild 3 dargestellt, und zwar so skaliert, dass die Spannungsüberhöhung k direkt abgelesen werden kann.

Approximation	k	Bild 3
Bezier quadr.	1,302	a)
Bezier kubisch	1,265	b)
Ellipse	1,263	c)
Referenz: CAO	1,213	d)

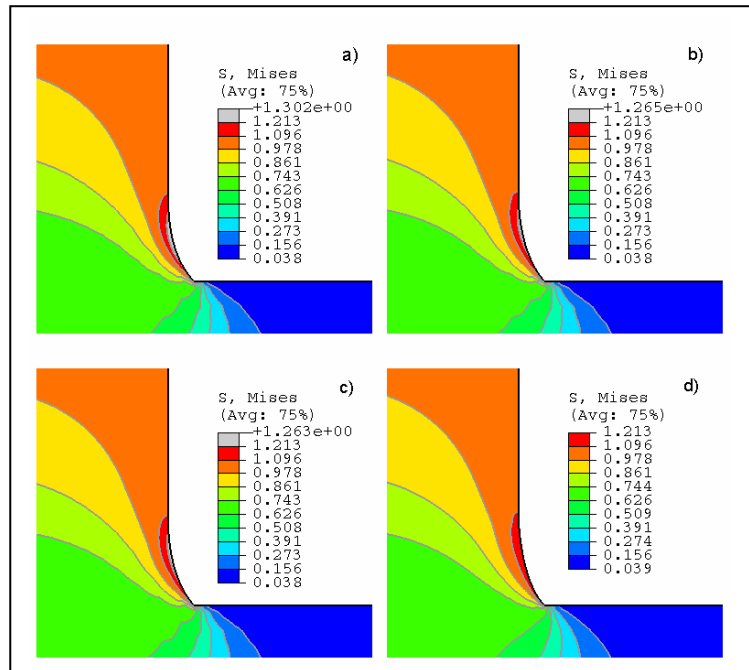


Bild 3: Vergleich der Methoden mit der Referenz (CAO-Kontur)

Rotationssymmetrische Wellenschulter unter Axiallast 1 MPa

$D/d = 3$, $La/d = 0,25$, $La/Lr = 3,33$, s. auch Bild 1.

Fazit der Glättung: Gemeinsames Merkmal der hier untersuchten Glättungskurven und der CAO- Referenz Kurve ist ihre größere Fülligkeit gegenüber der Kontur der Zugdreiecke, s. Bilder 1,2 und 4. Quadratische und kubische Bezier-Kurven sowie die Achtelellipse liefern Spannungsverteilungen nahe an den Ergebnissen der optimalen CAO- Berechnung. Die quadratische Bezier- Kurve ist hierbei besonders attraktiv, weil sich der Kontrollpunkt schon aus dem 1. Zugdreieck ergibt (Punkt 3). Selbst dieser Zwischenschritt ist jedoch nicht nötig, da sich der Kontrollpunkt leicht als Tangentschnittpunkt aus den Tangenten 13 und 23 identifizieren lässt.

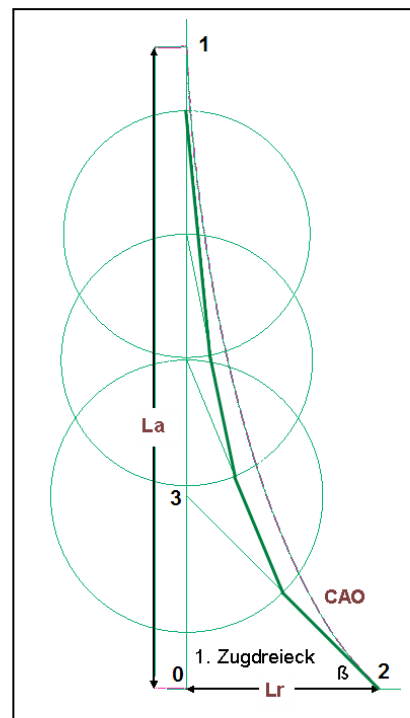
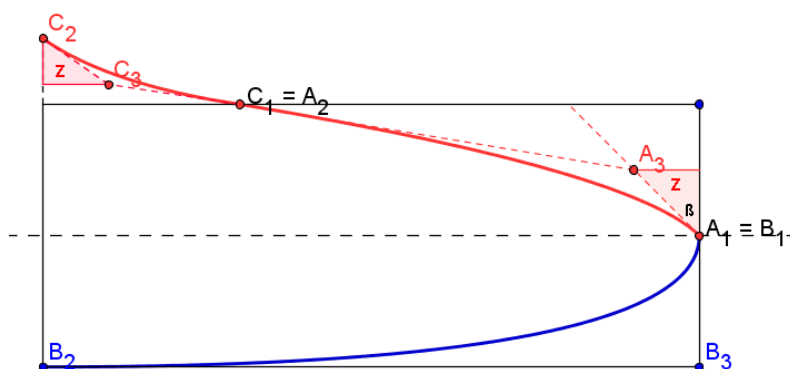
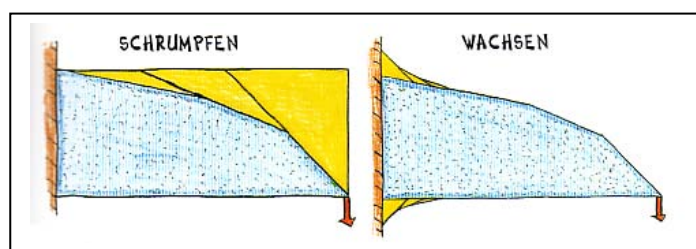


Bild 4: Kontur der Zugdreiecke (dick) und CAO-Kontur im Vergleich. Da die CAO- Kontur als bestmögliche numerische Optimierung gilt, ist deren größere Fülligkeit (analog zu den Bezier- Kurven und Achtelellipsen, s. Bilder 1 und 2) zur Erzielung der geringsten Spannungsüberhöhung notwendig.

4.2.1.3 Die Anwendung von Glättungskurven (Bezier- Splines) an Hand von Beispielen

Das Buch „Verborgene Gestaltgesetze der Natur“ von C. Mattheck /5/ enthält diverse Beispiele, die sehr geeignet für die Glättung mit quadratischen Bezier- Splines sind. Im Wesentlichen ist dabei nur die korrekte Wahl des Kontrollpunktes nötig, um geglättete spannungsoptimierte Kurven der ZD- Kontur zu erhalten, s. Bilder 5-7.

Bild 5: Kragträger unter Vertikal- last am freien Ende. Die Wahl der Kontrollpunkte A_3 bzw. C_3 ergibt sich aus den Zugdreiecken Z . Diese Kontrollpunkte lassen sich auch als Tangentschnittpunkte identifizieren. Die blau gezeichnete Alternative ergibt sich aus dem Tangentschnittpunkt B_3 mit einem degenerierten Zugdreieck $\beta=0$.



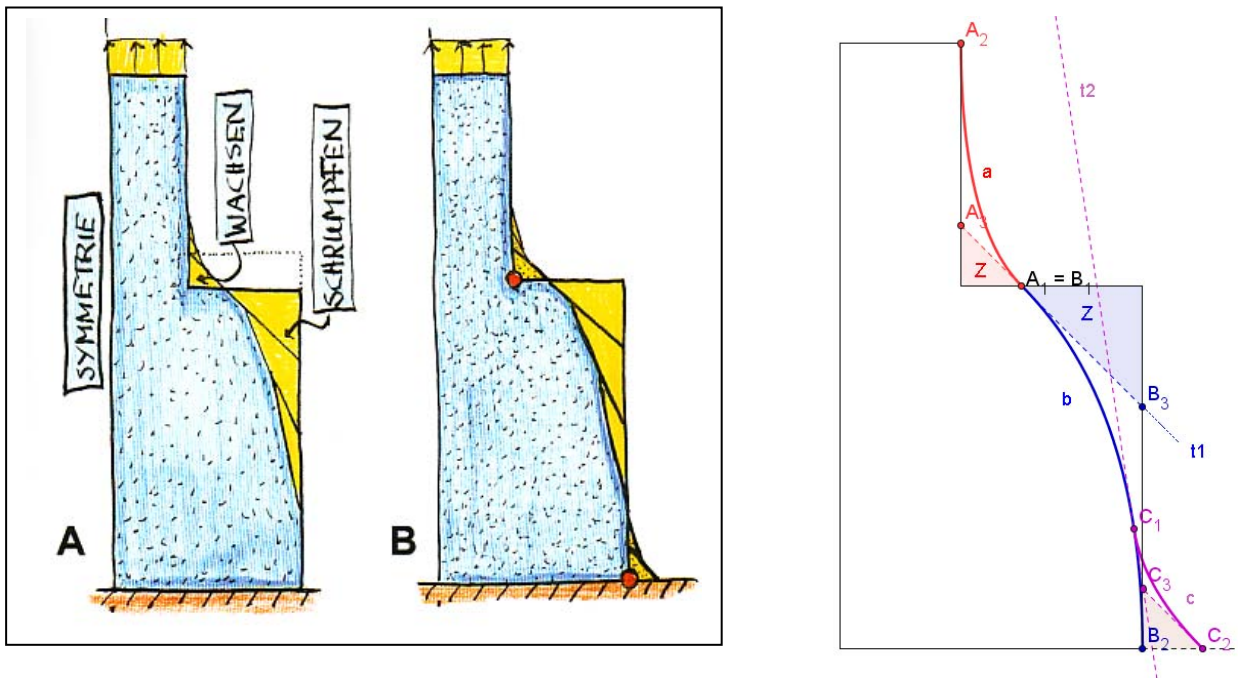


Bild 6: Wellenschulter unter Axiallast. Die Wahl der Kontrollpunkte **A3**, **B3** bzw. **C3** ergibt sich aus den Zugdreiecken **Z** oder aus den entsprechenden Tangentschnittpunkten. Die Glattheit der Kurvenstücke **a** und **b** bzw. **b** und **c** ist durch die gemeinsamen Tangenten **t1** bzw. **t2** gewährleistet.

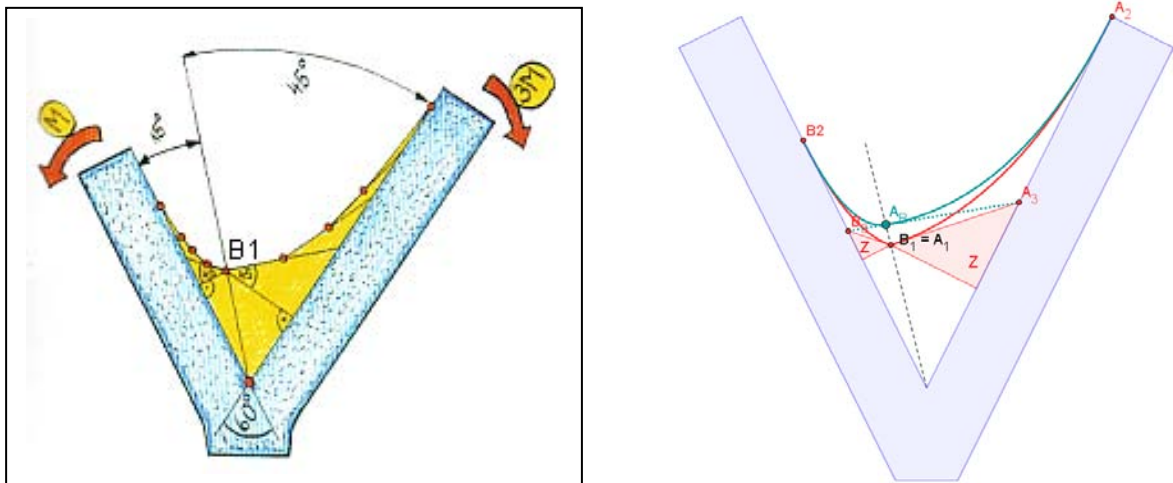


Bild 7: Schiefe zweiachsige Momentenlast auf einer Astgabel. Die originale Methode der Zugdreiecke liefert einen Knick bei Punkt **B1**, der nach Approximation mit Bezier-Kurven bestehen bleibt. Man kann diesen Knick vermeiden, indem der Punkt **A_B** als Kontrollpunkt konstruiert wird.

4.2.2 Die Lastpfadmethode: Grundlagen, Theorie, Anwendungsbeispiele

4.2.2.1 Grundlagen

Während die Methode der Zugdreiecke einfach und nachvollziehbar für sich selbst spricht und kompakt in /2/ dokumentiert ist, sollen die Grundlagen und theoretischen Aspekte der Lastpfadmethode ausführlich dargestellt werden. Als Einführung soll der Kraftfluss zwischen einem Turbinenfuß (Radkranz) und einer Turbinenschaufel gezeigt werden, die sich durch Zentrifugalkräfte ergeben, s. Bild 8.

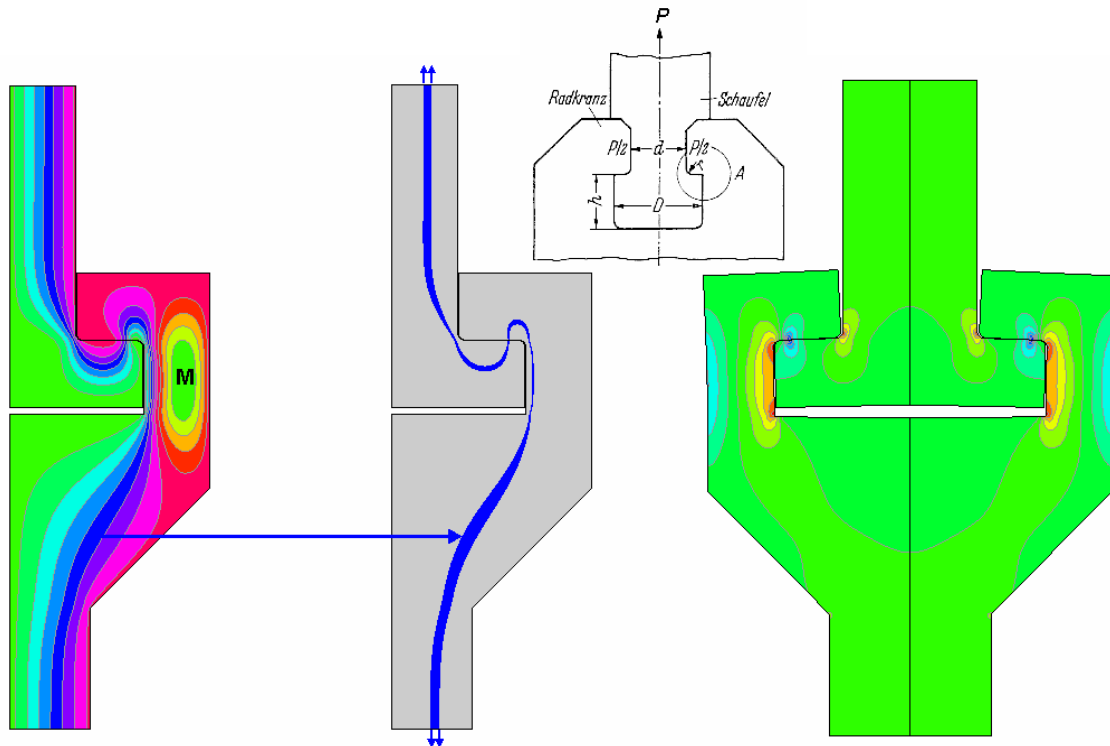


Bild 8: Turbinenfuß/Radkranz und Schaufel unter Zentrifugalkraft P . Reibungsfreier Kontakt zwischen Fuß und Schaufel.

Links: Y-Kraftfluss, in einem Farbband ist ΔF_y (resultierend aus Vertikalspannungen σ_{yy} und Schubspannungen τ_{xy}) konstant. Die Momenteninsel **M** trägt zum Y-Kraftfluss nichts bei und kann als ineffektiv eingestuft werden.

Mitte: Verdeutlichung des Kraftflusses für das blaue Farbband ΔF_y , resultierend aus σ_{yy} und τ_{xy} . Am Ort der vertikalen Krafteinleitung bzw. -ausleitung (durch Doppelpfeile gekennzeichnet) resultiert der Kraftfluss nur aus σ_{yy} . Weil der Kontakt zwischen Fuß und Schaufel reibungsfrei angenommen wurde, muss der Kraftfluss dort ebenfalls vertikal verlaufen, d.h. dort sind nur σ_{yy} Spannungen vorhanden). **Schmale Bandbreite bedeutet hohen Y-Kraftfluss**, analog hoher Strömungsgeschwindigkeit in einer schmalen Stromröhre, s. auch Kap. 4.2.2.2 (Theorie).

Rechts: σ_{yy} Verteilung (blau: maximale Druckspannungen, rot: maximale Zugspannungen). Die hohen Lokalspannungen an den Kerben und Kraftumlenkungspunkten korrespondieren gut mit dem hohen Kraftfluss an den gleichen Stellen im mittleren Teilbild.

Der Y-Kraftfluss wurde durch die Integration eines Richtungsfelds gewonnen, das qualitativ ähnliche Bedeutung hat wie das Richtungsfeld der Hauptspannungen. Die Lastpfad-Methode unterscheidet sich formal von CAIO /1/ also nur durch ein anderes Richtungsfeld, nämlich den Lastpfadrichtungen. (Die CAIO- Methode hat sich bewährt bei der Bestimmung des optimalen Faserverlaufs in Faserverbund-Konstruktionen. Fasern haben eine hohe Festigkeit in ihrer Längsrichtung. Verlegt man diese Fasern in Richtung ihrer größten Hauptspannung, so werden damit ihre Eigenschaften optimal ausgenützt.)

Bild 9 verdeutlicht den Unterschied der beiden Richtungsfelder der Lastpfad- bzw. der CAIO- Methode.

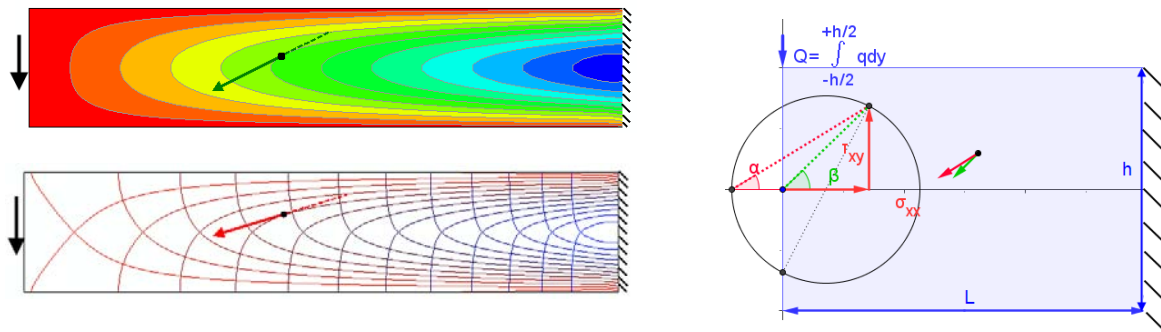


Bild 9: Der Unterschied des Richtungsfeldes bezüglich der Lastpfadrichtung (links oben) einerseits und der Hauptspannungsrichtung (links unten) andererseits kann für 2D-Spannungszustände besonders einfach am Mohr'schen Spannungskreis (rechts) veranschaulicht werden. Der Winkel β liefert die Lastpfadrichtung, der Winkel α die Hauptspannungsrichtung. Der Kraftflussverlauf des Kragträgers links oben antizipiert nur eine CAIO- Schicht (Schicht mit optimiertem Faserverlauf), während der Kragträger rechts unten mit den Hauptspannungslinien 2 CAIO- Schichten benötigt.

Die Lastpfadrichtungen in X- (bzw. Y-) Richtung garantieren Konstanz des X- (Y-) Kraftflusses zwischen 2 Konturlinien. Im Fall des in Bild 9 gezeigten Kragträgers unter Endlast sind nur die X-Kraftflusslinien von Interesse und somit ist der daraus abgeleitete Faserverlauf deutlich einfacher als das CAIO- Muster aus den beiden Hauptspannungsverläufen.

Wenn die Lastpfad- bzw. Hauptspannungsrichtungen bekannt sind, können diese integriert und als Faserverlauf visualisiert werden (Bild 9).

Das Integrationsverfahren für Hauptspannungsrichtungen wurde im BMBF- Projekt Biotex /3/ entwickelt. Es ist für das CAIO- Programm jedoch unerheblich, ob Hauptspannungs- oder Lastpfadrichtungen integriert werden. Abb. 10 zeigt das Integrationschema anhand einer Scheibenidealisierung. Gezeigt ist eine zu integrierende Richtung im Mittelpunkt eines jeden Elements.

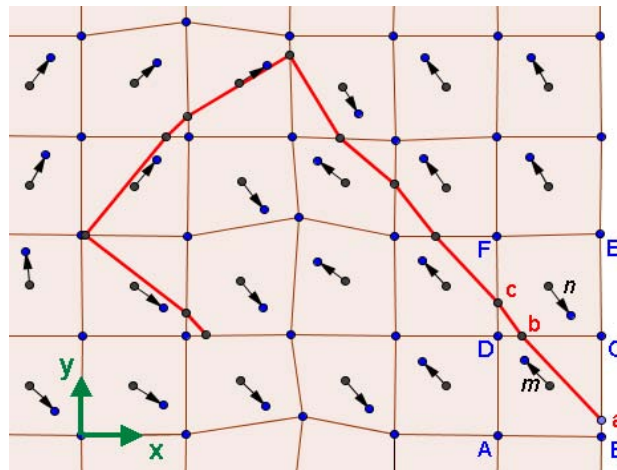
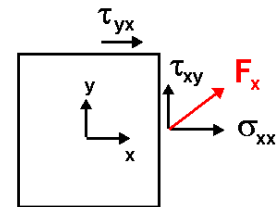


Bild 10: Sukzessive Integration einer beliebig angenommenen Richtung, beginnend am Startpunkt a . Die Integration beginnt am Strukturrand, hier im Punkt a des Elements $ABCD$. Das gesuchte Faserstück ab hat die Steigung m der Hauptspannungs- bzw. Lastpfadrichtung. Die Geradengleichung für ab ist durch eine Punkt-Steigungsformel gegeben und wird zum Schnitt mit der Geraden DC gebracht, die durch eine 2-Punkte-Formel gegeben ist. Man beachte: Diese Verschneidung liefert die Koordinaten (x_b / y_b) des Punktes b . Die Strecke ab ist parallel zur Richtung m . Punkt b ist nun der Startpunkt im Element $DCEF$, das durch die Richtung n gekennzeichnet ist, usw.

4.2.2.2 Theoretische Aspekte

Der Begriff Lastpfad bzw. Kraftfluss ist in der Statik umstritten. Folgende Ansichten existieren:

- Der Kraftfluss ist durch ein Fachwerk charakterisiert.
- Der Kraftfluss folgt den Hauptspannungstrajektorien (bzw. Hauptspannungsrichtungen). Demnach gibt es in 2D zwei, in 3D drei Lastpfade. Die Frage nach dem Verlauf des Lastpfads ist durch das Aufsuchen von Schubspannungsfreien Pfaden beantwortet, da Hauptspannungslinien stets schubfrei sind.
- Der Kraftfluss folgt den Lastpfaden nach der Definition von D.W. Kelly /6/. Da in 2D zwei Gleichgewichtsbeziehungen gelten, existieren auch zwei Lastpfade: der x-Lastpfad und der y-Lastpfad. (Analoges gilt für 3D.) Für das 2D-Gleichgewicht in x-Richtung sind nur die Spannungen σ_{xx} und τ_{yx} verantwortlich (in y-Richtung: σ_{yy} und τ_{xy}). Aus der Spannung σ_{xx} und der τ_{yx} zugeordneten, gleichgroßen Schubspannung τ_{xy} lässt sich ein Spannungsvektor \mathbf{F}_x bilden, der für das Gleichgewicht in x-Richtung steht. Die Frage nach dem Verlauf des Lastpfads ist durch das Aufsuchen von Pfaden beantwortet, dessen Betrag des F_x -Vektors konstant bleibt. Analoges gilt für die y-Richtung.



In dieser Arbeit wird diese Lastpfad-Formulierung von D.W. Kelly als Ausgangsbasis gewählt. Die Frage nach dem Verlauf des Lastpfades bzw. des Kraftflusses wird jetzt aber nur indirekt gestellt. Der Begriff des *Flusses* existiert in der Hydrodynamik, Elektro- und Magnetostatik auf Grund von Erhaltungssätzen. Zum Beispiel folgt aus der Massenkonstanz eines strömenden Mediums direkt die Kontinuitätsgleichung. Damit eng verknüpft sind anschauliche Größen wie Strom- oder Kraftlinie (letztere für die Elektro- und Magnetostatik). Wenn nun gezeigt wird, dass die Differentialgleichungen aus den Erhaltungssätzen der Hydrodynamik, Elektro- und Magnetostatik formal identisch sind mit den Differentialgleichungen des statischen Gleichgewichts, so muss der Begriff des Kraftflusses nicht künstlich postuliert werden. Die folgenden Gleichungen sind Basiswissen aus Lehrbüchern. Sie werden nur deshalb aufgeführt, damit die formale Äquivalenz z.B. zwischen der Hydrodynamik und des statischen Gleichgewichts sofort ersichtlich ist. Für diesen Fall kann dann der statische Kraftfluss mit der hydrodynamischen Stromröhre über Analogie assoziiert werden. Der Einfachheit halber werden die Gleichungen zweidimensional notiert, sie gelten auch analog in 3 Dimensionen.

$$\partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y = 0 \quad \text{hydrodynamische Kontinuität für die Geschw. } \mathbf{v} \quad (1)$$

Analoges gilt für die elektrische Feldstärke \mathbf{E} und die magnetische Feldstärke \mathbf{H}

$$\partial E_x / \partial x + \partial E_y / \partial y = 0 \quad \text{Kontinuität der elektrostatischen Feldstärke } \mathbf{E} \quad (1a)$$

$$\partial H_x / \partial x + \partial H_y / \partial y = 0 \quad \text{Kontinuität der magnetostatischen Feldstärke } \mathbf{H} \quad (1b)$$

Die Feldvektoren

$$\mathbf{v} = [v_x \ v_y] \quad \text{Geschwindigkeitsvektor tangential zur Stromlinie} \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = [E_x \ E_y] \quad \text{Feldvektor tangential zur Kraftlinie} \quad (2a)$$

$$\mathbf{H} = [H_x \ H_y] \quad \text{Feldvektor tangential zur Kraftlinie} \quad (2b)$$

sind mit den Feldlinien aufs engste verknüpft und lassen sich leicht über Differentialgleichungen definieren. So gilt z.B. für die Stromlinie

$$dy/dx = v_y / v_x = \tan \alpha \quad \text{Richtungsfeld } \alpha \quad (3)$$

Die Anschaulichkeit der Stromlinie (bzw. Feldlinie in der Elektro- und Magnetostatik) kann nun ohne Einschränkung auf statische Probleme übertragen werden, wenn die Gleichgewichtsbedingungen der Statik inspiziert werden. Für das statische Gleichgewicht in x- und y-Richtung, ausgedrückt in den Spannungen σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} , τ_{yx} gilt:

$$\partial \sigma_{xx} / \partial x + \partial \tau_{yx} / \partial y = 0 \quad \text{Gleichgewicht in x-Richtung} \quad (4)$$

$$\partial \tau_{xy} / \partial x + \partial \sigma_{yy} / \partial y = 0 \quad \text{Gleichgewicht in y-Richtung} \quad (5)$$

Die Gl. (1) ist formal identisch mit Gl. (4) und unabhängig davon mit Gl. (5). Demnach gilt analog zu Gl. (3) für die Kraftlinie

$$dy/dx = \tau_{yx} / \sigma_{xx} = \tan \beta \quad \text{Richtungsfeld } \beta \text{ für den Kraftfluss in x-Richtung} \quad (6)$$

$$dy/dx = \sigma_{yy} / \tau_{xy} = \tan \gamma \quad \text{Richtungsfeld } \gamma \text{ für den Kraftfluss in y-Richtung} \quad (7)$$

Für die Stromlinien der Gl. (3) gilt: zwischen 2 Stromlinien bleibt die Masse konstant. Für die Kraftlinien (Lastpfadlinien) der Gl. (6) gilt: zwischen 2 Kraftlinien bleibt der Betrag der globalen x-Kraft konstant. Die x-Kraft setzt sich zusammen aus Beiträgen von σ_{xx} und τ_{yx} , analoges gilt für die y-Kraft. Die Gl. (2) lässt sich somit ergänzen zu

$$\mathbf{F}_x = [\sigma_{xx} \quad \tau_{yx}] \quad \text{x-Kraftvektor} \quad (2c)$$

$$\mathbf{F}_y = [\tau_{xy} \quad \sigma_{yy}] \quad \text{y-Kraftvektor} \quad (2d)$$

mit $\tau_{yx} = \tau_{xy}$. Es ist nun müßig darüber zu debattieren, dass die Betragskonstanz der x-Kraft weniger griffig ist als die Konstanz der Masse in einer „Stromröhre“. Es ist zudem zu abstrahieren, dass es in der Statik 2 (bzw. 3 Kontinuitätsgleichungen in 3D) gibt, während in der Hydrodynamik jeweils nur eine Kontinuitätsgleichung existiert, sowohl in 2D als auch in 3D.

Ergänzend soll noch vermerkt werden, dass die Strom- und Kraftlinienanalogie zwischen der Hydrodynamik und der Statik nur für quellfreie Strömungen und volumenkraftfreie Statik gilt. Dies lässt sich am besten über die Divergenz eines Vektorfeldes ausdrücken:

$$\text{Div } \mathbf{v} = \text{Div } \mathbf{E} = \text{Div } \mathbf{H} = \text{Div } \mathbf{F}_x = \text{Div } \mathbf{F}_y = 0 \quad (8)$$

Die Divergenz (Div) entspricht dem Vektor $[\partial / \partial x \quad \partial / \partial y] = \nabla$ (Nabla).

Um die Kraftlinien der Gl. (6) bzw. (7) nun grafisch darzustellen, müssen deren Richtungsfelder β bzw. γ integriert werden. Es ist einsichtig, dass dafür ein Programm genommen werden kann, das generell ein Richtungsfeld integriert. Deshalb konnte auf die CAIO- Software des Biotex- Projekts /3/ zurückgegriffen werden, die das Richtungsfeld der Hauptspannungen integriert. Das CAIO- Programm wurde in diesem Projekt jedoch für Lastpfad-Analysen erweitert, um Kontaktprobleme zu lösen. Generell interessieren Lastpfade über Kontaktgrenzen hinweg (s. Bild 8). Die Integration von Richtungsfeldern über kontaktierende Strukturkomponenten ist jedoch auf Grund der Diskontinuitäten im Kontaktbereich nicht trivial und erforderte wesentliche Programmiererweiterungen.

Zur Entwicklung des Lastpfad-Konzepts: Die Basisveröffentlichung /6/ aus dem Jahr 1995 fragt primär nach dem Lastpfadverlauf, für welchen die x-Kraft (bzw. y-Kraft) konstant ist. Da das Ergebnis dort auf eine nichtlineare, nur numerisch zu lösende Gleichung führte, blieben die praktischen Anwendungen auf wenige Beispiele beschränkt. Erst die Veröffentlichung /7/ von W. Waldman vereinfachte das Richtungsfeld über eine komplizierte Herleitung auf die Gln. (6) und (7). Wählt man dagegen die hier angeführte Analogie zur Hydrodynamik, so folgen die Gln. (6) und (7) direkt aus der bekannten Differentialgleichung für die Stromlinie.

Mit dem hier für globale Richtungen aufgestellten Lastpfadkonzept wird im Folgenden überprüft, inwieweit die Methode anwendbar ist auf

- Kartesische 2D- und 3D-Probleme
- beliebige Koordinatensysteme. Dieser Punkt ist nicht trivial. Zwar ist die Kontinuitätsgleichung (2) und die Gleichgewichtsbedingung (4) unabhängig vom Koordinatensystem, jedoch sind diese Differentialgleichungen **nach** der Koordinatentransformation formal meist nicht mehr identisch, die Analogie zwischen der Hydrodynamik und der Statik entfällt.
- Sonderprobleme (Torsion des prismatischen Stabs, Plattenbiegung)

Der Vollständigkeit halber werden abschließend die Gln. (1), (2), (4) und (5) auch in 3D aufgeführt:

$$\partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y + \partial v_z / \partial z = 0 \quad \text{Kontinuitätsgleichung der Hydrodynamik} \quad (9)$$

$$\partial \sigma_{xx} / \partial x + \partial \tau_{yx} / \partial y + \partial \tau_{zx} / \partial z = 0 \quad \text{Gleichgewicht in x-Richtung} \quad (10)$$

$$\partial \tau_{xy} / \partial x + \partial \sigma_{yy} / \partial y + \partial \tau_{zy} / \partial z = 0 \quad \text{Gleichgewicht in y-Richtung} \quad (11)$$

$$\partial \tau_{xz} / \partial x + \partial \tau_{yz} / \partial y + \partial \sigma_{zz} / \partial z = 0 \quad \text{Gleichgewicht in z-Richtung} \quad (12)$$

$$\mathbf{v} = [v_x \quad v_y \quad v_z] \quad \text{Geschwindigkeitsvektor} \quad (13a)$$

$$\mathbf{F}_x = [\sigma_{xx} \quad \tau_{yx} \quad \tau_{zx}] \quad \text{Kraftvektor in x-Richtung} \quad (13b)$$

$$\mathbf{F}_y = [\tau_{xy} \quad \sigma_{yy} \quad \tau_{zy}] \quad \text{Kraftvektor in y-Richtung} \quad (13c)$$

$$\mathbf{F}_z = [\tau_{xz} \quad \tau_{yz} \quad \sigma_{zz}] \quad \text{Kraftvektor in z-Richtung} \quad (13d)$$

Die Analogie zwischen der Kontinuitätsgleichung (9) und den 3 Gleichgewichtsbedingungen (10) bis (12) ist sofort über ihre formale Äquivalenz zu sehen. Die 3D-Stromröhre und die 3D-Lastpfade (jeweils für x, y und z) sind somit leicht zu visualisierende Größen.

4.2.2.3 Gerechnete Anwendungsbeispiele

4.2.2.3.1 Bolzenverbindung mit Spielpassung

Das erste Beispiel zeigt die symmetrische obere Hälfte einer Lochplatte (Lochradius $R=10$ mm) mit 2 Bolzen, die eine rechts eingeleitete Kraft abtragen sollen. Der linke Bolzen ist passgenau, der rechte weist jedoch einen kleineren Radius als das Loch auf. Wenn das Untermaß zu groß wird ($r = 9.9$ mm), so wird der 2. Bolzen nichttragend. Folgerichtig tangieren die Kraftflusslinien den 9.9er Bolzen, es wird dort keine Last abgetragen. Der X-Lastpfad ist intuitiv und ist bestens geeignet, den Kraftfluss von Spielpassungen in Bolzenverbindungen zu visualisieren.

Wenn die Lochplatte als FVK- Bauteil konzipiert wird, so assoziiert der Kraftfluss zudem einen lastgerechten Faserverlauf. Beispielhaft sei auf die passgenaue Bolzenverbindung mit $r=10$ (3. Teilbild) hingewiesen. Die Faserverdichtung findet logischerweise an 2 Schwachstellen statt. Dies sind die 9-Uhr-Position (Lochleibung) und 12-Uhr-Position (Flankenzug). Dieses Faser-Layout benötigt nur eine Schicht. Im Gegensatz dazu weist das Faser-Layout aus einer CAIO- Optimierung 2 Schichten aus, s. 4. Teilbild und ist damit mit größerem Aufwand verbunden. Die Lastpfadmethode kombiniert quasi die 2 CAIO- Faserverläufe zu einem einzigen.

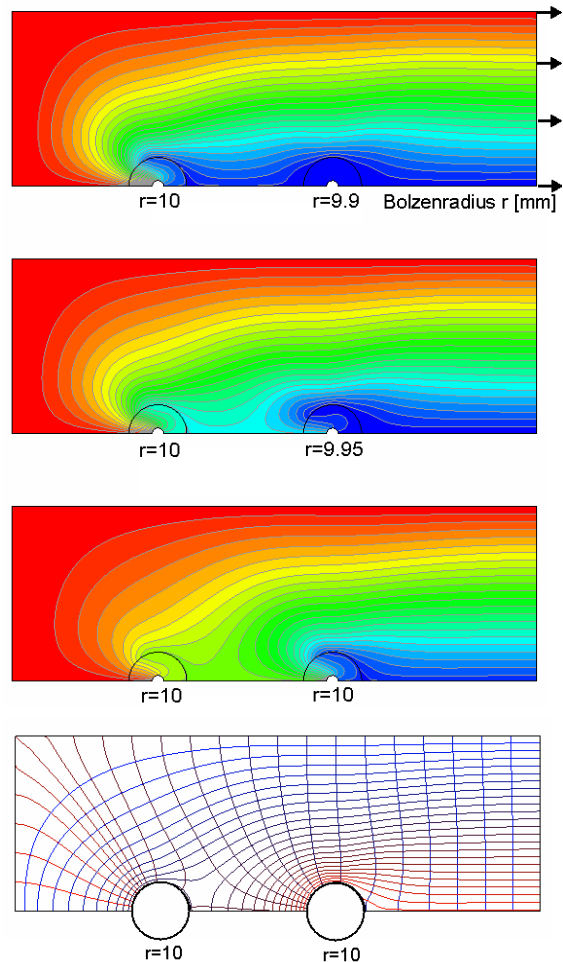


Bild 11: Bolzenverbindung mit Spielpassungen, optimiert mit der Lastpfadmethode (Teilbild 1-3) und mit CAIO (Teilbild 4).

4.2.2.3.2 Kraftflusslinien in einem Schraubengewinde

Die Darstellung des Kraftflusses in Schraubengewinden ist in vielen Standard-Lehrwerken über Maschinenelemente zu finden, jedoch stets nur schematisch und nicht gerechnet. Das in Bild 10 gezeigte Integrationsverfahren ist auch für die Lastpfad-Methode gültig, sofern für die Kontaktbereiche spezielle Integrationstechniken hinzugefügt werden. Im Kap. 4.2.3.1 sind die Resultate in einem Geogebra- Arbeitsblatt für die Vordimensionierung von Schraubenverbindungen nutzbar gemacht.

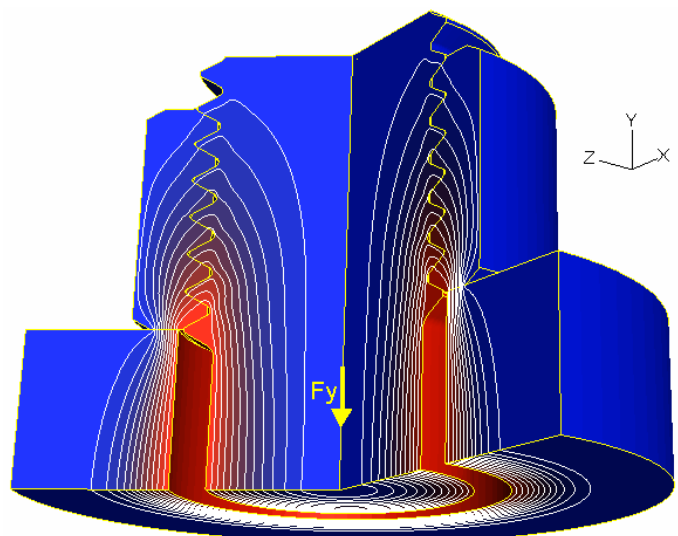


Bild 12: Kraftflusslinien in einem M24-Bolzen mit Druckmutter und verspanntem Flansch (Halbmodell bezüglich der Symmetrieebene $y=0$). Gesamtansicht: 30000 rotationssymmetrische Elemente, nichtlineare Kontaktanalyse mit Abaqus. Dargestellt sind die Kraftflusslinien der y -Richtung. Zwischen jeweils 2 Kraftlinien (Kraftflächen) ist $\Delta F_y = \text{konstant}$. Der flanschnahe Gewindegang trägt am meisten.

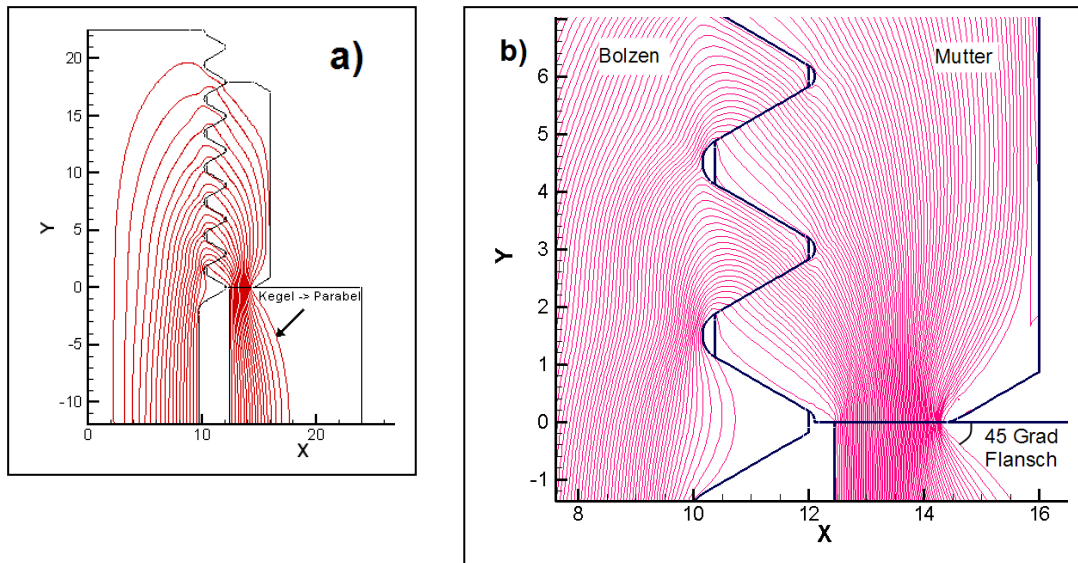


Bild 13 links: Bei der Berechnung von Schraubenverbindungen spielt der sogenannte Rötischer-Kegel eine wichtige Rolle zur Abschätzung der Steifigkeit der zu verspannenden Teile. Der Vertikal-kraftfluss einer Schraubenverbindung zeigt, dass der Kegel durch eine Parabel (bzw. Rotationsparaboloid) besser approximiert werden kann. Der theoretische Rötischer-Kegelwinkel von 45° bestätigt sich jedoch erst bei einer hohen Dichte der integrierten Kraftflusslinien, s. Bild 13b rechts.

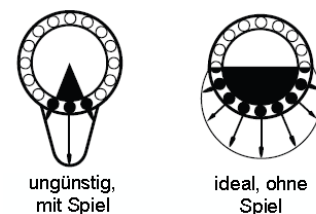
Bild 13b rechts: Details im 1. und 2. Gewindegang. Durch Auszählen der Kraftlinien können die Kraftflussbeiträge in den Gewindegängen ermittelt werden. Man beachte auch die Kraftflusskonzentration in den Abrundungen des Bolzengewindes. Die Dichte der Kraftflusslinien ist ein Maß für die Höhe der Beanspruchung. Die Kraftlinien werden korrekt über die tragenden Gewindeflanken integriert.

4.2.2.3.3 Kraftflusslinien in einem Zylinderrollenlager

Die Lebensdauer L eines Wälzlagers ist bestimmt durch die Anzahl der Umdrehungen, die das Lager ohne Schädigung der Lagerringe aushält. Die hauptsächliche Einflussgröße ist dabei die Kontaktspannung zwischen Zylinderrolle und Lagerring. Damit die Lagerlast auf möglichst viele Rollen verteilt wird, soll das Lagerspiel zwischen Rollen und Lagerringen möglichst gering sein. Die nominelle Lebensdauer L bei Zylinderrollenlagern kann durch

$$L = (C/P)^{10/3}$$

gut approximiert werden, wobei C die dynamische Tragzahl ist und als Lagerkonstante in den Katalogen der Rollenlager-Hersteller aufgeführt wird. P ist die (äquivalente) Rollenlast. Das Bild rechts zeigt schematisch ein Lager mit Spiel und ein ideales Lager ohne Spiel. Bei einer konstant angenommenen Lagerlast steigt die Maximalbeanspruchung der Rolle in 6-Uhr-Position im ersten Fall stark an. Aus der Formel folgt z. B.: doppelte Maximalbeanspruchung einer Rolle (bedingt durch Spiel) reduziert die Lebensdauer um 90%.



Die Lastpfadmethode erlaubt es, den Kraftfluss zwischen Lagergehäuse über das Rollenlager zur Welle in Abhängigkeit des Lagerspiels visuell darzustellen. Als Demonstrationsbeispiel wurde das Zylinderrollenlager aus Veröffentlichungen in [8] gewählt und in ein Modell übertragen. Dieses Lager ist in ein Gehäuse eingepasst und mit der Welle verbunden, s. Bild 14a. Bild 14b zeigt im Detail eine 2D-Idealisierung. Im Kontaktbereich der Rollen mit den Lagerringen muss eine erhebliche Netzverfeinerung stattfinden, um die Lokalspannungen aufzulösen. Dies ist aus Bild 14c ersichtlich, welches gleichzeitig auch auf ein Problem hinweist: Die Integration der Lastpfadrichtungen muss über die *Diskontinuität* der Kontaktbereiche erfolgen. Dies ist erheblich schwieriger als die Integration in allen anderen Bereichen, die durch *verbundene* Elemente charakterisiert sind.

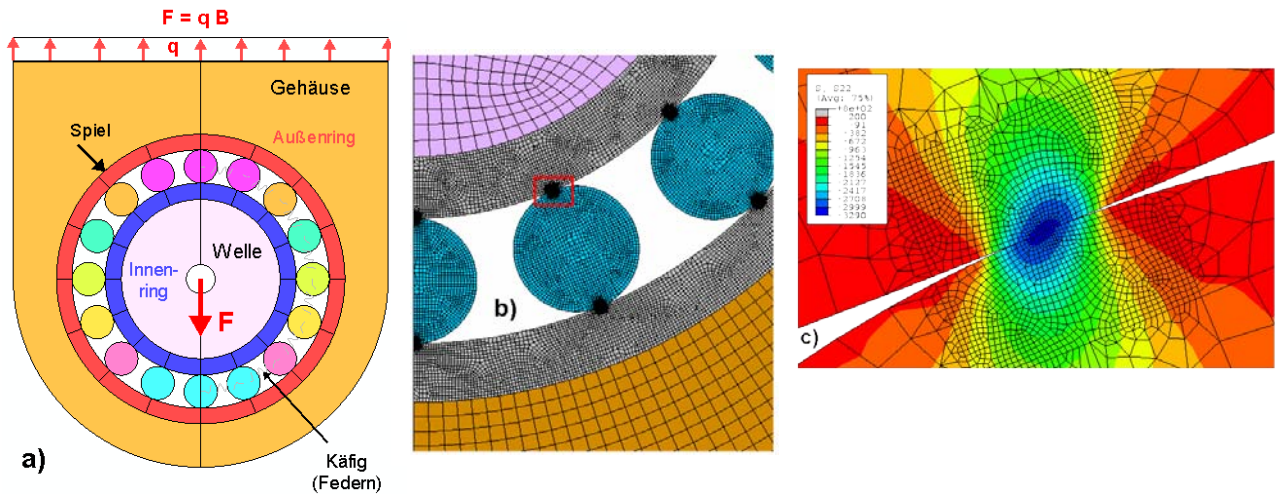


Bild 14a: 2D-Modell eines Wälzlagers. Die Zylinderrollen werden durch Federn auf Distanz gehalten. $F = \text{Wellenlast}$, $q = \text{Lastintensität über die Breite } B \text{ des Gehäuses}$.

Bild 14b: Detail aus der FE- Modellierung mit Abaqus.

Bild 14c:Detail aus Bild 14b – Vertikalspannungen im Kontaktbereich.

Um einen Vergleich mit /8/ zu ermöglichen, wurde zunächst ein spielfreies Rollenlager aus Stahl der Baureihe NU2 gewählt. Der Einfluss des Lager-spiels auf die Lebensdauer des Rollenlagers ist signifikant. Die FE- Simulation eines solchen Lagers mit Spiel ist aufwendig, da ein solches System durch mehrfach ungelagerte Teilsysteme (hier: Zylinderrollen) gekennzeichnet ist. Bild 15 zeigt den Kraftflussverlauf eines Zylinderrollenlagers mit und ohne Spiel. Die Ergebnisse wurden verglichen mit spannungsoptischen Auswertungen eines Zylinderrollenlagers /8/ gleicher Abmessung, s. Bild 16.

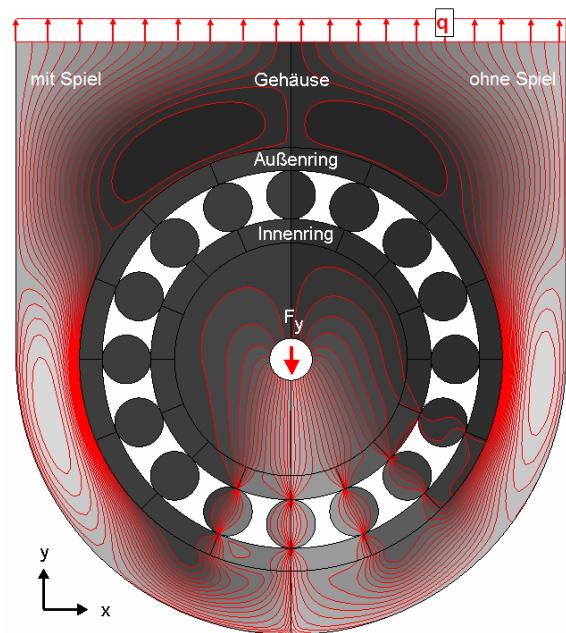
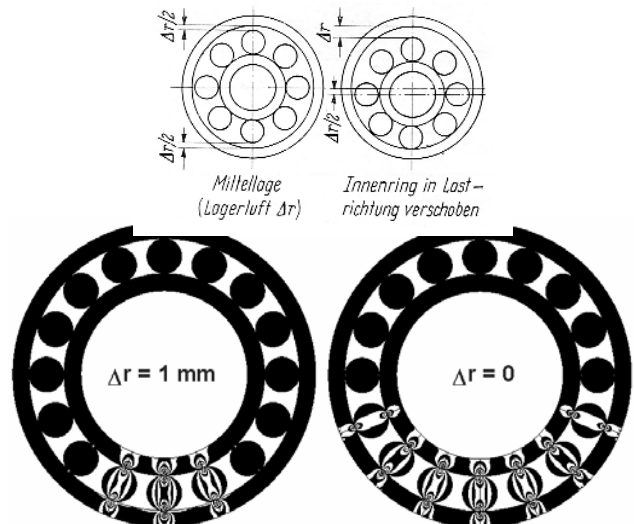


Bild 15: Zylinderrollenlager, rechte Hälfte ohne Spiel, linke mit Spiel. Im letzteren Fall wird die Wellenlast nur über 2 Rollen (statt 4) aufgenommen, so dass besonders die Rolle in 6-Uhr-Position überlastet wird. Die Kraftflusslinien zeigen den Weg der Kraft von der Lastaufbringung F_y bis zur Reaktion q . Rollen ohne Kraftlinien sind lastfrei. Man beachte die 2 geschlossenen Kraftlinien-Inseln, jeweils links und rechts. Diese sind analog zu Bild 8 ein Maß für die Ineffizienz der Kraftübertragung in y-Richtung.

Bild 16: Zylinderrollenlager NU2. Spannungsoptisch gemessene Isochromaten (Konturen mit gleicher Hauptspannungsdifferenz aus /8/), rechts ohne, links mit Lagerspiel. Die so ermittelte Lastverteilung stimmt mit den numerischen Ergebnissen in Bild 15 gut überein.



4.2.2.3.4 Faserplatzierung: Hauptspannungen versus Lastpfad

Es ist offensichtlich, dass Lastpfade so kurz und direkt wie möglich gestaltet werden sollen. Gekröpfte Konstruktionen sind ineffektiv und durch zusätzliche Biegung gekennzeichnet. Bild 17a zeigt intuitiv, dass der Stab aus Teilbild a) dem Design aus b) vorzuziehen ist. In der Praxis ist jedoch der letztere Fall von größerer Relevanz.

Bild 17a: Die Konstruktion b) kann durch die CAIO-Schichten der Zug- und Druckhauptspannungslinien optimal ausgelegt werden.

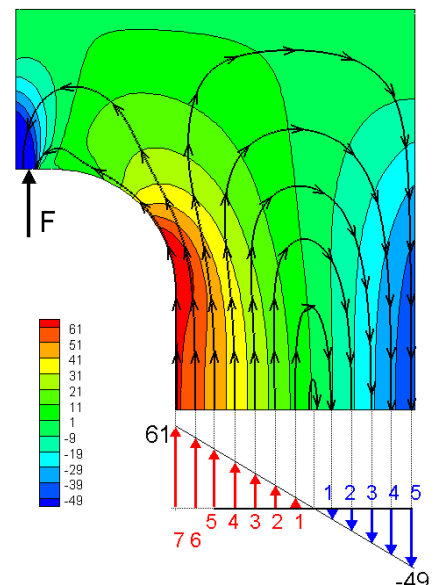
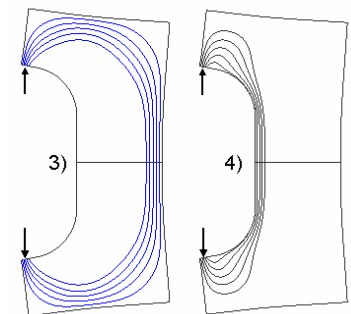
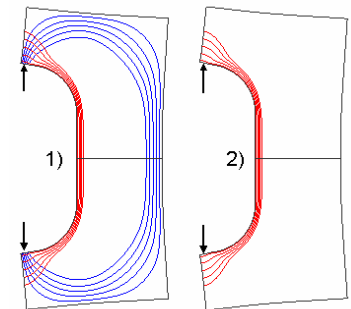
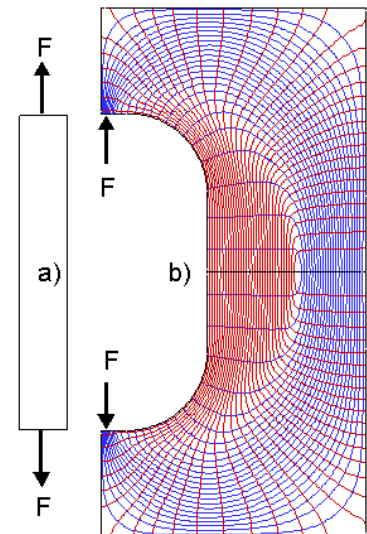
Das in Abb. 17a gezeigte CAIO-Layout ist optimal. Der Aufwand soll jedoch dadurch reduziert werden, dass ein (quasi)isotropes Basismaterial durch einige wenige zusätzliche Rovings verstärkt wird. Es bietet sich an, aus den Druckhauptspannungslinien nur diejenigen zu nehmen, die als Kraftfluss zwischen den 2 Kräften F zugeordnet werden können. Es bieten sich jedoch auch andere Verstärkungsvarianten an, s. Bild 17b. Die Varianten 1-3 sind Untermengen aus Bild 17a, Variante 4 ist das Ergebnis aus der Anwendung der Lastpfadmethode.

Bild 17b: Verstärkungsvarianten mit Einzelrovings von jeweils gleichem Querschnitt. Var. 1-3 aus den Hauptspannungslinien in Bild 17a, Var. 4 aus der Lastpfadmethode. Der Steifigkeitszuwachs mit den aufgestickten Rovings bezogen auf das unverstärkte Standardlaminat beträgt: 1) 30%, 2) 21%, 3) 10%, 4) 22%.

Die Lastpfadmethode ist hier besonders intuitiv. Aus Bild 18 geht hervor, dass nur die Lastpfade unter der Kraft F effektiv die äußere Belastung abtragen, während das unvermeidliche Biegemoment zum Gleichgewicht in der Vertikalrichtung nichts beiträgt.

Bild 18: Verlauf der Lastpfade im isotropen Basismaterial, dargestellt ist die obere Symmetriehälfte, superponiert mit der vertikalen Normalspannung σ_{yy} . Die Kraftpfeile 6 und 7 stehen mit der Kraft F im Gleichgewicht. Die roten und blauen Kraftpfeile 1-5 aus dem Moment heben sich gegenseitig auf und tragen nichts zum Kraftfluss F bei.

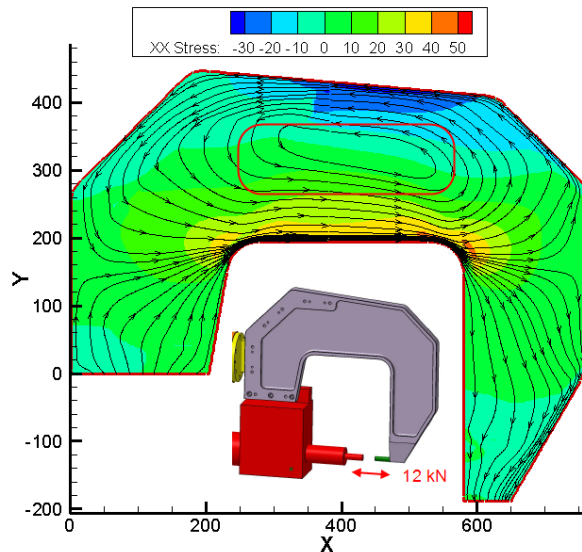
Fazit: Das Roving-Layout aus der Lastpfadmethode ist intuitiv und kann ohne Modifikationen übernommen werden. Variante 1) aus Bild 17a ist zwar noch effektiver, jedoch ist der zusätzliche Materialverbrauch überproportional.



4.2.2.3.5 Der C-Bügel Setzkopf von EJOT

Die Nachteile einer gekröpften Konstruktion treten ganz analog zum vorhergehenden Abschnitt auch beim Setzkopf (C-Bügel) des Projektteilnehmers EJOT auf. Die Lastpfadlinien werden jetzt jedoch nicht als effektive Faserverläufe gedeutet, vielmehr werden die geschlossenen Linienzüge als mögliche Aussparung interpretiert.

Bild 19: Die geschlossenen Kraftflusslinien repräsentieren ein Biegemoment analog zu Bild 8. Die inneren Schleifen sind in der Nähe der neutralen Faser positioniert und bezüglich der Kraftübertragung in x-Richtung ohne Beitrag. In einer ersten Annäherung wurde ein **rechteckiger Ausschnitt mit Filletrundungen** gewählt, um diesen ineffektiven Bereich einzusparen.



4.2.2.3.6 Die Torsion von vollwandigen prismatischen Profilstäben: Äquivalenz der Prandtl'schen Seifenhautanalogie (1904) mit der Lastpfadmethode

Bei der Torsion eines prismatischen Stabs um die Torsionsachse x treten nur Schubspannungen τ_{yx} und τ_{zx} auf. Damit reduzieren sich die 3 Gleichgewichtsbeziehungen im 3D-kartesischen Raum auf die x-Richtung, s. auch Kap. 2, Gl. (10):

$$\partial \tau_{yx} / \partial y + \partial \tau_{zx} / \partial z = 0$$

Entsprechend der Gl. (9) lautet die Kontinuitätsgleichung der Hydrodynamik in kartesischen Koordinaten (Stromlinie: $dy / dz = v_y / v_z$)

$$\partial v_y / \partial y + \partial v_z / \partial z = 0$$

Zusätzlich zur Analogie zwischen Lastpfad und Hydrodynamik besteht noch die Seifenhautanalogie von Ludwig Prandtl (1904). Die Anwendungen dieser Analogien auf die Torsion des prismatischen Stabs führen alle auf die in Bild 20 gezeigten Ergebnisse.

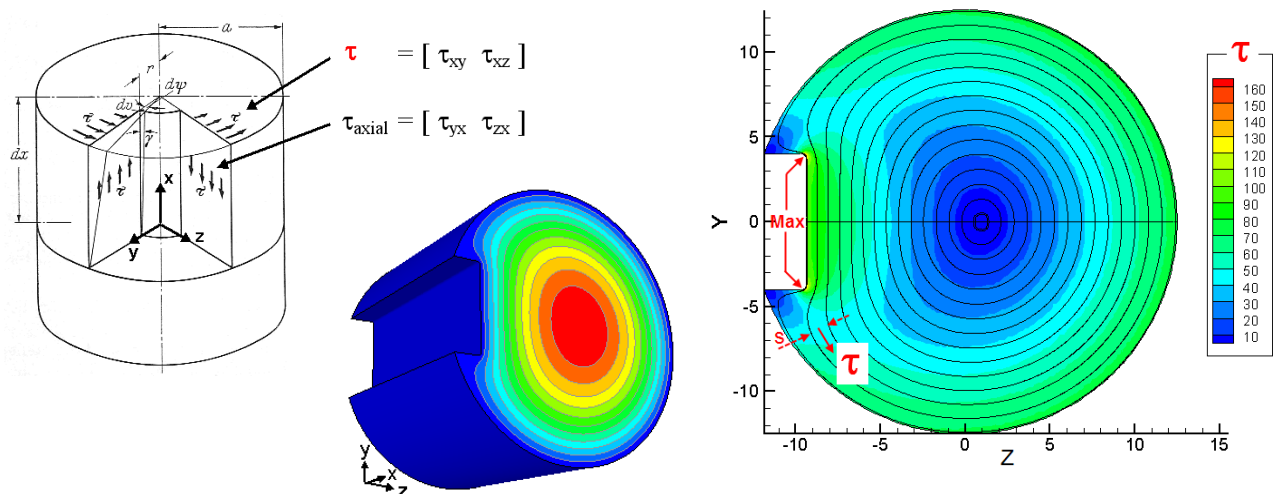


Bild 20: Anwendung der Lastpfadmethode auf die Torsion einer kreisrunden Welle mit Passfedernut.

4.2.2.3.7 Visualisierung des Kraftflusses in Wellen mit Entlastungskerben

Die Positionierung von Entlastungskerben hilft Spannungskonzentrationen zu reduzieren. Dieser Effekt wird schon lange bei gekerbten axialbelasteten Wellen ausgenutzt. Wird eine solche Welle jedoch auf Torsion belastet, ist der Effekt deutlich geringer. Die Visualisierung der Kraftflusslinien liefert indirekt die Begründung. Das Ergebnis gilt für die hier speziell gewählte Kerbe. In /9/ ist eine Kerbform gezeigt, die auch bei Torsion die entlastende Wirkung von Zusatzkerben zeigt.

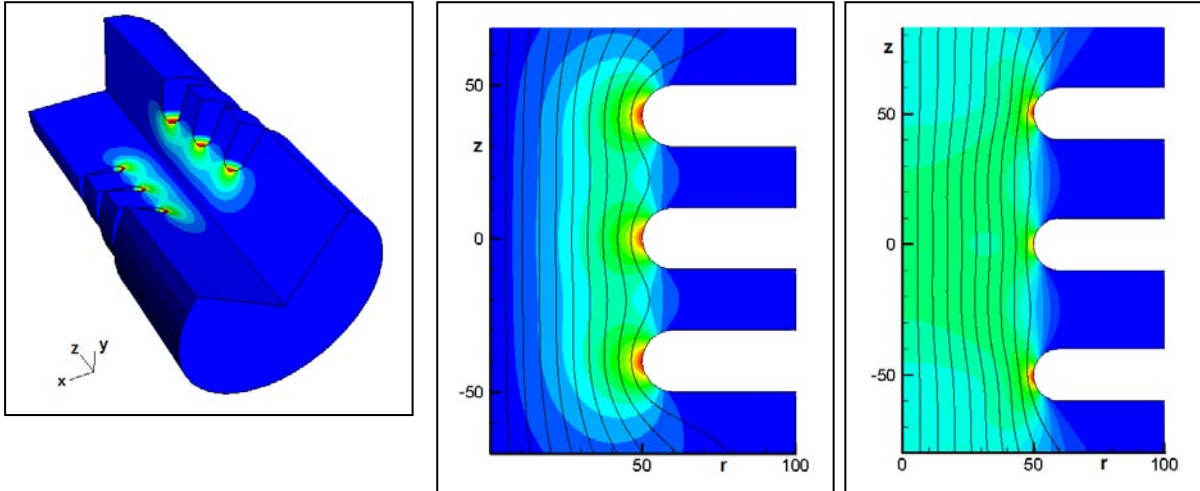


Bild 21: Welle mit 3 Kerben

Links: Lastfall Torsion um die z-Achse. Gezeigt sind die Verdrehungen und die Torsionsspannungen.

Mitte: Lastfall Torsion (Detail). Die Spannungsüberhöhungen (K-Faktoren) für die 3 Kerben betragen: $K = 1.53 / 1.51 / 1.53$. Für die Einzelkerbe ist $K = 1.57$. Die Welligkeit der Kraftlinien ist ein Maß für die Spannungsumlenkung bzw. für den K-Faktor. Fazit: es gibt keine nennenswerte Wirkung dieser Entlastungskerbe. Auch geänderte Kerbabstände ändern daran nichts.

Rechts: Die links gezeigte Welle unter Axiallast. Gezeigt sind die Axialspannungen. $K = 2.47 / 2.07 / 2.47$. Für die Einzelkerbe ist $K = 2.71$. Die Welligkeit der Kraftlinien ist gering, die Wirkung der Entlastungskerben entsprechend groß. Die mittlere Kerbe ist gegenüber den 2 Außenkerben deutlich entlastet.

4.2.2.3.8 Der Einfluss einer Vorspannung auf den Kraftfluss und die Dauerhaltbarkeit

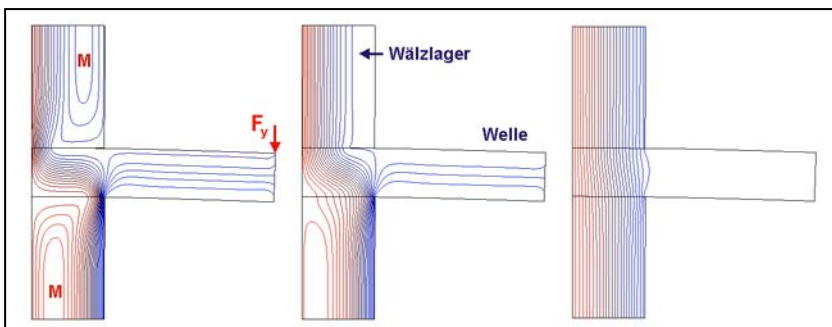
Der positive Effekt einer Vorspannung auf die Dauerhaltbarkeit wurde schon 1933 von A. Thum veröffentlicht. Bild 22 unten zeigt den Schnitt durch eine Welle mit einem aufgeschraubtem Wälzlager. Die Konstruktion ohne Vorspannung ist durch zwei dauerfestigkeitsmindernde Momenteninseln **M** (s. auch Bild 8) und durch starke Kraftflussumlenkungen gekennzeichnet, die erst durch Vorspannung nach und nach eliminiert werden können.

Bild 22: Y-Lastpfad aus Umlaufbiegung durch F_y
Bruchgefahr der Welle am Sitz des Wälzlagers

Links: ohne Vorspannung

Mitte: mit Vorspannung

Rechts: mit 10-facher Vorspannung



4.2.2.3.9 Querkraftfluss in Platten in Analogie mit elektrostatischen Kraftlinien

Einige spezielle Statikprobleme erfüllen ebenfalls die Kontinuitätsgleichung, z.B. die Querkraftverteilung Q der auf Einzellasten beanspruchten Platte:

$$\partial Q_x / \partial x + \partial Q_y / \partial y = 0$$

Analog dazu sind die Kontinuitätsgleichungen:

$$\partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y = 0$$

Kontinuitätsgleichung der Hydrodynamik (Geschwindigkeit \mathbf{v})

$$\partial E_x / \partial x + \partial E_y / \partial y = 0$$

Kontinuität der elektrostatischen Feldstärke \mathbf{E}

Besonders anschaulich sind die Kraftlinien in einem elektrostatischen Feld \mathbf{E} .

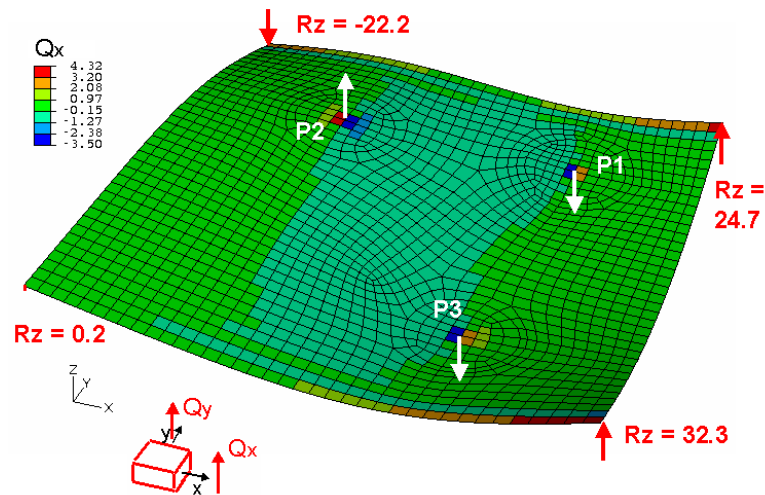


Bild 23: Quadratische Platte an den Ecken gelagert unter 3 Querlasten $P_1 = -50$, $P_2 = 75$ und $P_3 = -60$ (kN). Die Reaktionskräfte in den Ecken sind rot gekennzeichnet.

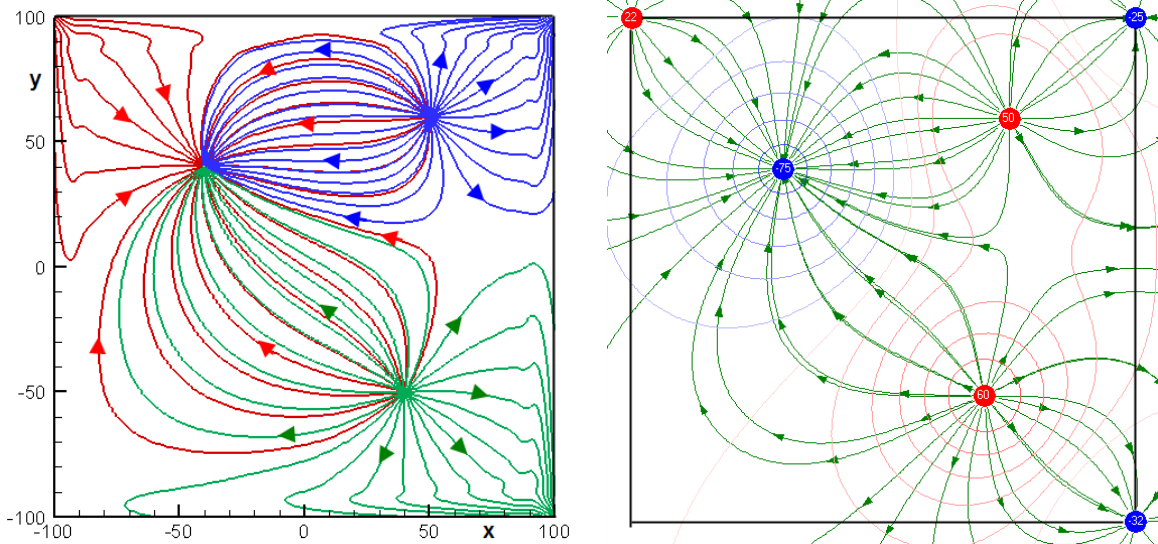


Bild 24 links: Die Lastpfade verhalten sich wie Quellen und Senken in einem elektrisch geladenen Feld. Man beachte, dass die Lasten (Feldlinien) nur über die 4 Eckpunkte abfließen. Die Visualisierung des Querkraftflusses in (dicken) Platten unterstützt deren Auslegung und Optimierung.

Rechts: Elektrostatische Potentiallinien in einem dazu analog gestellten Problem. Die definierten Ladungen entsprechen jeweils dem Betrag der Lasten P_1 , P_2 , P_4 und dem der Reaktionen R_z . Die gezeigte Lösung ist approximativ und gilt nur für ein unendliches Feld, die Plattenberandungen sind eingezeichnet, jedoch nicht real vorhanden.

4.2.2.3.10 3D-Beispiel: Krafteinleitungsproblem

Die bisher gezeigten Beispiele sind zweidimensionaler Art, auch wenn der Spannungszustand wie beim rotationssymmetrisch idealisierten Schraubengewinde (Kap. 4.2.2.3.1) dreidimensional ist. Die Lastpfadmethode ist jedoch ohne Einschränkung auf 3D-Probleme anwendbar, da eine Analogie zur 3D-Kontinuitätsgleichung der Hydrodynamik besteht (Kap. 4.2.2.2).

Im Flugzeugbau sind die Übergänge von Längskräften zwischen Längsprofilen und Haut zu gestalten, ähnlich dem folgenden Beispiel. Gezeigt ist das „Hertel-Problem“ /10/ zweier senkrecht zueinander stehender Streifen.

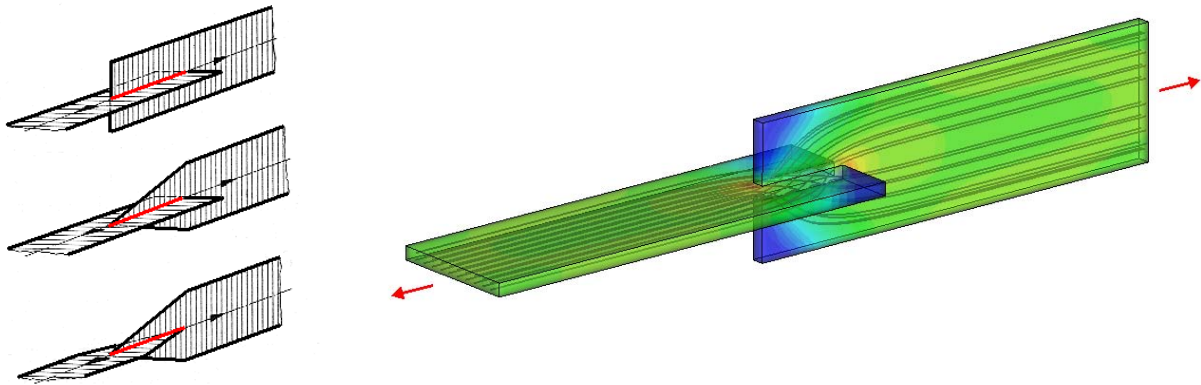


Bild 25 links: Spannungssprünge von Bauteil zu Bauteil sind zu vermeiden. Werden die Streifen zugespitzt, so wird die Kerbwirkung vermindert.

Rechts: Eine optimale Zuspitzung der Streifen folgt dem Kraftfluss. Die Normalspannungen (parallel zu den eingeleiteten Kräften) sind transparent unterlegt. Die blauen Bereiche sind durch niedrige Spannungswerte gekennzeichnet und können „eliminiert“ werden.

4.2.2.3.11 Einfache Lastpfadberechnung bei kontaktfreien Problemstellungen

Die Lastpfadmethode wurde erstmals von D.W. Kelly /6/ eingeführt. Das hier vorgestellte BMBF-Vorhaben liefert die Theorie in Form einer Analogie (Kap. 4.2.2.2) und erweitert die Anwendbarkeit auf Kontaktprobleme, s. Kap. 4.2.2.1, 4.2.2.3.1 bis 3 und 4.2.2.3.8. Da die Kontaktzonen der FE-Modellierung diskontinuierlich sind (inkompatible Netze in den Kontaktflächen), erfordert die kontinuierliche Berechnung des Lastpfads spezielle Integrationsverfahren, die in diesem Projekt entwickelt wurden. Bei kontaktfreien Aufgabenstellungen ist das Interface-Programm zwischen dem FE-Analyse Programm (Abaqus bzw. Calculix) und der Grafiksoftware (Tecplot) jedoch sehr einfach. Die Aufgabe besteht nur darin, eine Standard-FE-Berechnung durchzuführen, den Spannungszustand zu speichern und diesen mit dem Interface-Programm in die Grafik-Software Tecplot zu transferieren.

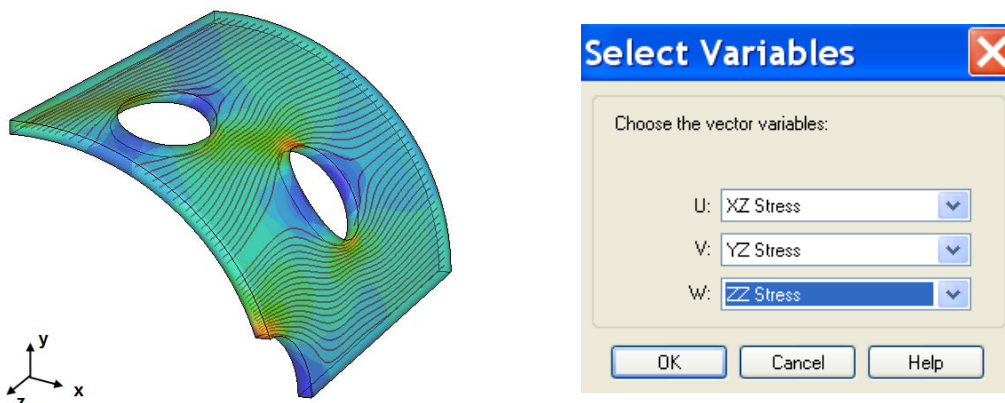


Bild 26: Nach dem Import der Spannungen in Tecplot kann der Z-Lastpfad nach der Auswahl der Spannungen in Z-Richtung automatisch generiert werden.

4.2.2.3.12 Lastpfadberechnung mit Calculix (Open Source Software)

Vor der eigentlichen Lastpfadberechnung muss eine Spannungsberechnung durchgeführt werden. Die bisher gezeigten Spannungsberechnungen basieren auf dem kommerziellen FE- Paket Abaqus und können somit nicht gerade als kostengünstig eingestuft werden. Im vorangegangenen Beispiel wurde auf eine vereinfachte Lastpfadberechnung hingewiesen, sofern die Problemstellung keine Kontakte beinhaltet. Das kann noch präzisiert werden: Kontaktberechnungen sind zulässig, wenn auf Kontinuität des Lastpfades über die Kontaktstelle hinaus verzichtet wird, wie das folgende Beispiel zeigt.

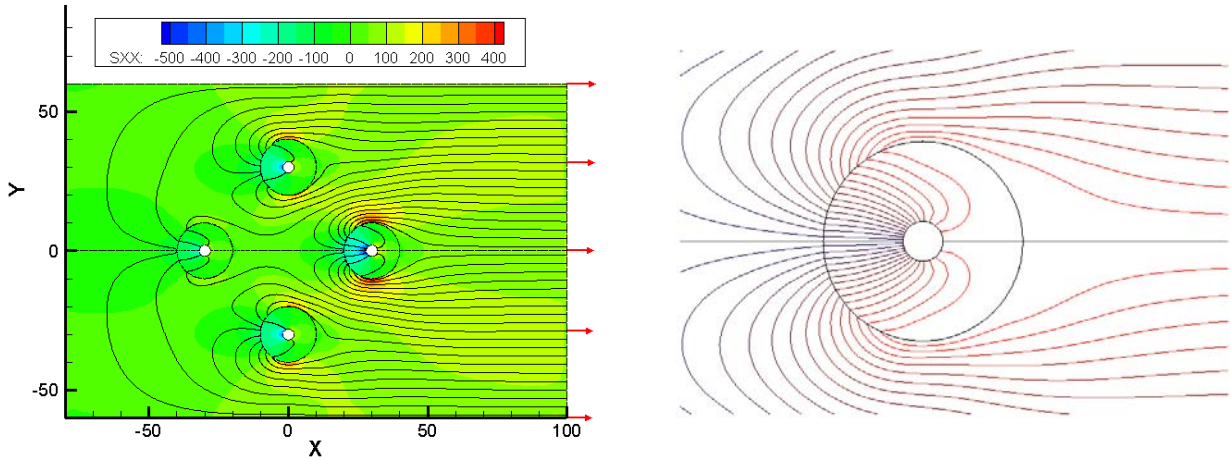


Bild 27 links: 4fach gelochte Scheibe mit Bolzen unter Horizontalzug. Die Spannungsberechnung inklusive der Kontaktspannungen erfolgte mit der Open Source Software Calculix, die Auswertung mit Tecplot. Der Lastpfad ist in den Kontaktbereichen diskontinuierlich, da auf eine aufwendige Integration der Lastpfadrichtungen verzichtet wurde. Wenn jedoch die Lastpfadlinien zur Festlegung eines effizienten Faserverlaufs gebraucht werden, so ist der Kraftfluss in den Bolzen unerheblich.

Rechts: Detail aus der 4fach gelochten Scheibe, jedoch mit dem kommerziellen FE-Paket Abaqus gerechnet. Die Integration der Lastpfadrichtungen erfolgte mit der hier im Projekt speziell erstellten Software CAIO_{Loadpath}.

4.2.2.3.13 Zugdreiecke, CAIO und Lastpfad, angewandt auf eine Scheibe mit einem 45° Schlitz

Die Veröffentlichung „Optimale Faserverläufe um Perforationen mit der Methode der Zugdreiecke“ /4/ kommt zu dem Fazit: CAIO und Zugdreiecke liefern in Perforationsnähe praktisch identische Ergebnisse. Die Perforation im hier gezeigten Beispiel aus /4/ besteht in einem 45-Grad Schlitz. Die ZD- Methode liefert die perforationsnahe Faser. Der vollständige Faserverlauf muss mit CAIO berechnet werden. Deutlich geringer ist der Zeit- und Kostenaufwand mit der Lastpfadmethode. Es zeigt sich aus der Erfahrung: CAIO und Lastpfad folgen fast dem gleichen Richtungsfeld, sofern die Kraftumlenkung um Störstellen kleiner 45° ist.

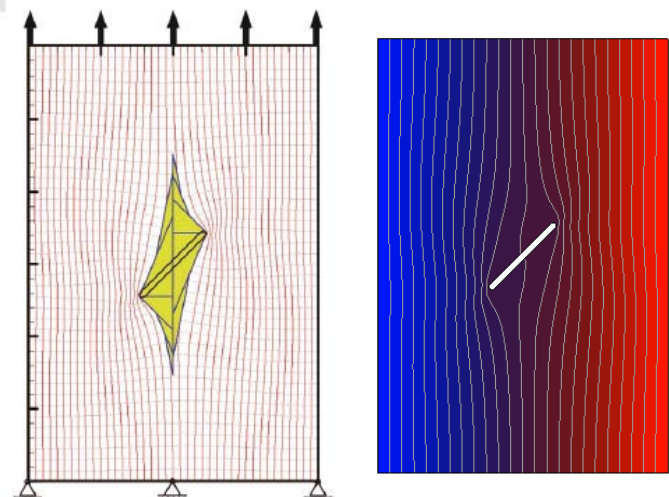


Bild 28 links: Scheibe mit 45° unter Vertikallast. Faserverlauf mit CAIO /3/ berechnet. Die perforationsnahe Faser kann durch Zugdreiecke sehr gut angenähert werden

Rechts: Gleiche Problemstellung, jedoch Berechnung des Faserverlaufs mit der Lastpfadmethode.

4.2.3.1 Gestaltungsrichtlinien

Die in Kap. 4.2.1 vorgeschlagene Glättung von Zugdreiecken einerseits und die in Kap. 4.2.2 vorgestellte Lastpfadmethode führen zu kompakten und einfachen Gestaltungsrichtlinien.

- **Glättung der Zugdreiecke durch Bezier- Splines:** Zugdreiecke werden in 2D-Konstruktionen als rechnerfreie Ersatzmittel für CAO und SKO eingesetzt. Vorgaben sind stets „Bauraumgrenzen“ innerhalb derer die Konturoptimierung erfolgen soll. Diese Bauraumgrenzen sind in 2D-Konstruktionen eindeutig als Anfangs-, End- und Kontrollpunkt eines Bezier- Splines zu identifizieren und definieren somit die Konstruktionsregel für geglättete Zugdreiecke. Bezier- Splines sind in fast allen CAD-Programmen implementiert. Zu Demonstrationszwecken wurde die Konstruktion eines solchen Splines in einem Geogebra- Arbeitsblatt programmiert.
- **Faserorientierung in FVK- Bauteilen mit der Lastpfadmethode.** Die Lastpfadmethode erweist sich für viele Anwendungsgebiete als kostengünstige Ersatzmethode für CAIO, s. Beispiel in Kap. 4.2.5. Die Gestaltungsregeln sind nicht frei, in dem Sinn, dass der Anwender gewisse Spielräume besitzt. Die Richtungsfelder (Hauptspannungs- bzw. Lastpfadrichtungen) sind für eine bestimmte Aufgabenstellung eindeutig festgelegt und führen nach der Integration zu eindeutigen CAIO- bzw. Lastfadlinien. Diese sind, sofern nicht Fertigungsrestriktionen dagegen stehen, eins zu eins in Faserverläufe umzusetzen.

4.2.3.2 Anwenderprogramme

Ein Anliegen des Projekts besteht in der Bereitstellung von kostenlosen Softwaretools für grafische Optimierungsverfahren. Als erste Anwendung wurde die Zugdreiecksmethode ausgewählt. Die Methode lässt sich in bestehende Software einbinden, wobei sich Geogebra (www.geogebra.at) empfiehlt. Es handelt sich dabei um eine dynamische Mathematiksoftware, die Geometrie, Algebra und Analysis verbindet. Eine Besonderheit dieses „Open Source Codes“ besteht im Export in Form von Arbeitsblättern, die mit einem Internet Browser dynamisch bearbeitet werden können. Die Software lässt sich ohne Installation von einem USB- Stick aus starten.

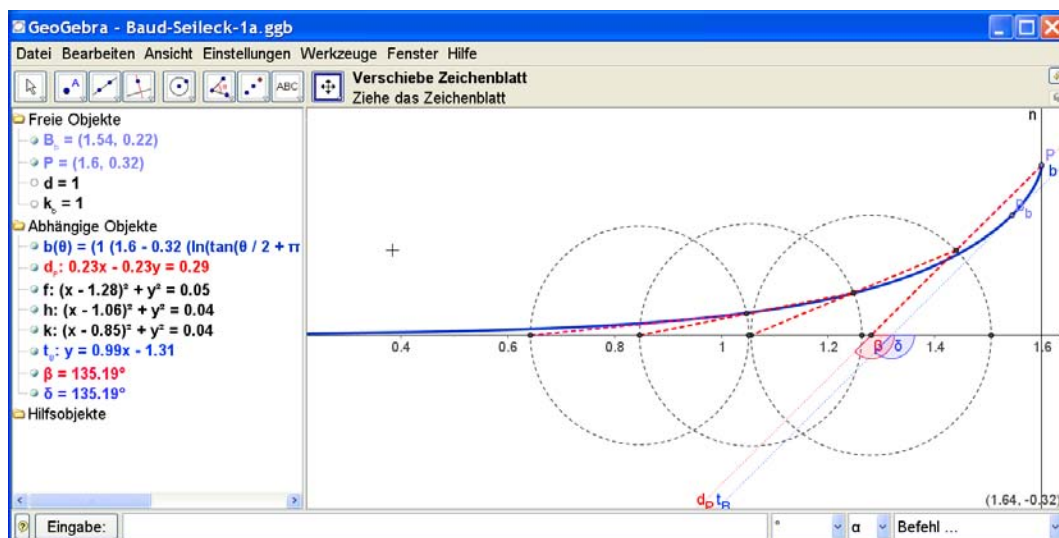


Bild 29: Geogebra-und Zugdreiecke: Vergleich zwischen der *Zugdreiecksmethode* und der *theoretischen Baud-Kurve* /11/. Die Baud-Kurve gilt als optimale Kontur für einen prismatischen Zugstab mit Querschnittsübergang. Der Punkt P kann interaktiv mit der Maus auf dem dazugehörigen Arbeitsblatt verschoben werden. Es zeigt sich, dass die im Bild gezeigte Festlegung ($P = b$) die beste Übereinstimmung erbringt. Die *Zugdreiecksmethode* ist allgemein für beliebige Startwinkel $\neq 45^\circ$ implementiert, so dass für das hier gezeigte Beispiel der Zuglasche hilfreiche Konstruktionshinweise abgeleitet werden können.

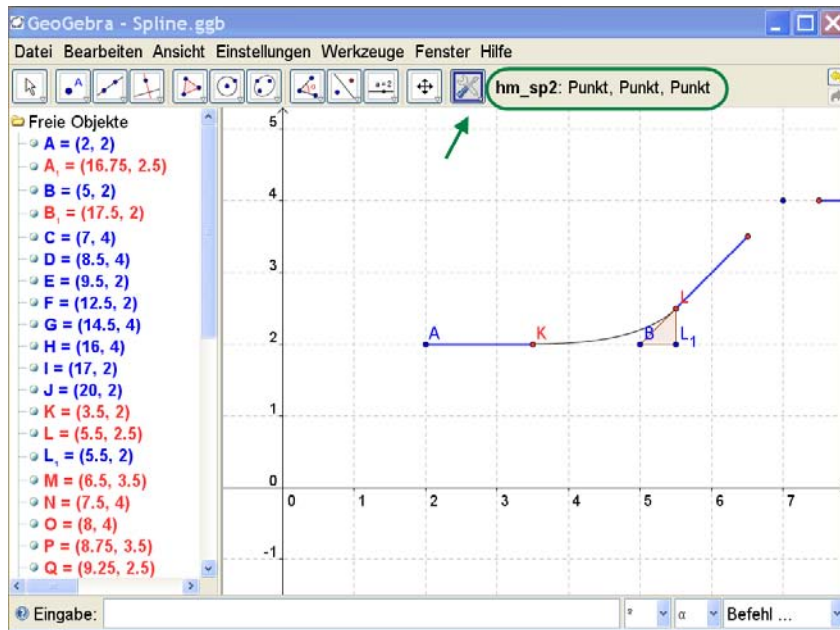


Bild 30: Glättung der Zugdreiecke durch einen Bezier- Spline. Das Werkzeug *hm_sp2* wurde als Zusatzanwendung in Geogebra programmiert. Der Spline *KL* ergibt sich durch Anpicken der Punkte *K*, *B* und *L*. *B* ist der Kontrollpunkt aus dem 1. Zugdreieck *B*, *L1*, *L*.

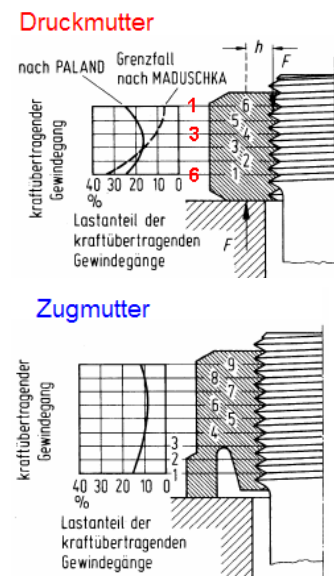
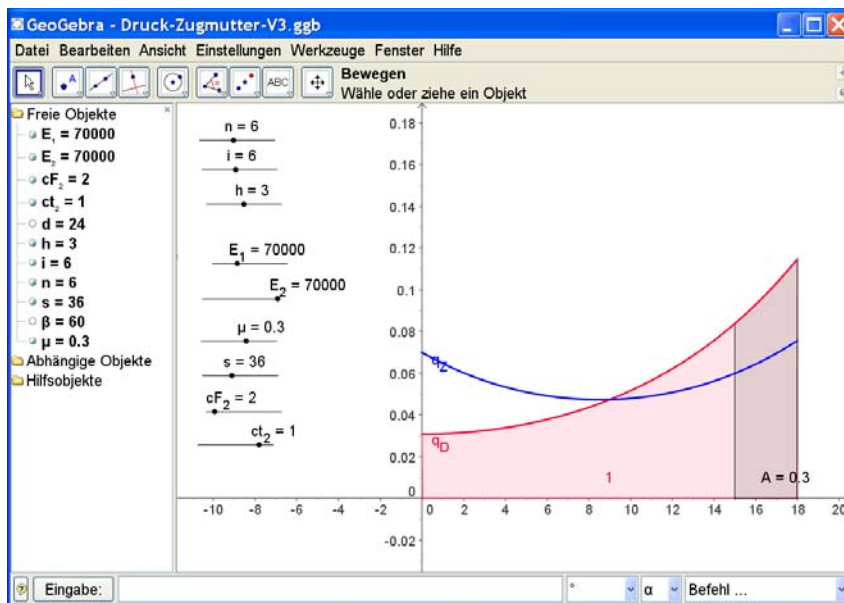


Bild 31: Voroptimierung einer Druck-Zugmutter. Es wurden die Erkenntnisse aus der Lastpfadberechnung in Kap. 4.2.2.3.2 verwertet. Die Verteilung der Gewindegangbelastung kann gut mit *sinh*- und *cosh*- Funktionen approximiert werden. Entsprechende Ansätze mit zusätzlichen freien Parametern finden sich in [12]. Auslegung der Druck-(Zug)mutter mit Geogebra. Kraftverlauf in den Gewindegängen in Abhängigkeit folgender Parameter: n = Anzahl der Gewindegänge, h = Gewindesteigung, E_1 und E_2 = E -Modul von Bolzen und Mutter, μ = Querkontraktion, s = Schlüsselweite, i = Nummer des Gewindegangs. Dargestellt ist der 6. Gewindegang, (bei $y=3$, Bild 13 rechts). Dieser trägt im vorliegenden Beispiel 30% der totalen Schraubenlast ($A = 0.3$). Die Ergebniskurven werden durch die interaktiv verschiebbaren Schieberegler unmittelbar neu berechnet und angezeigt.

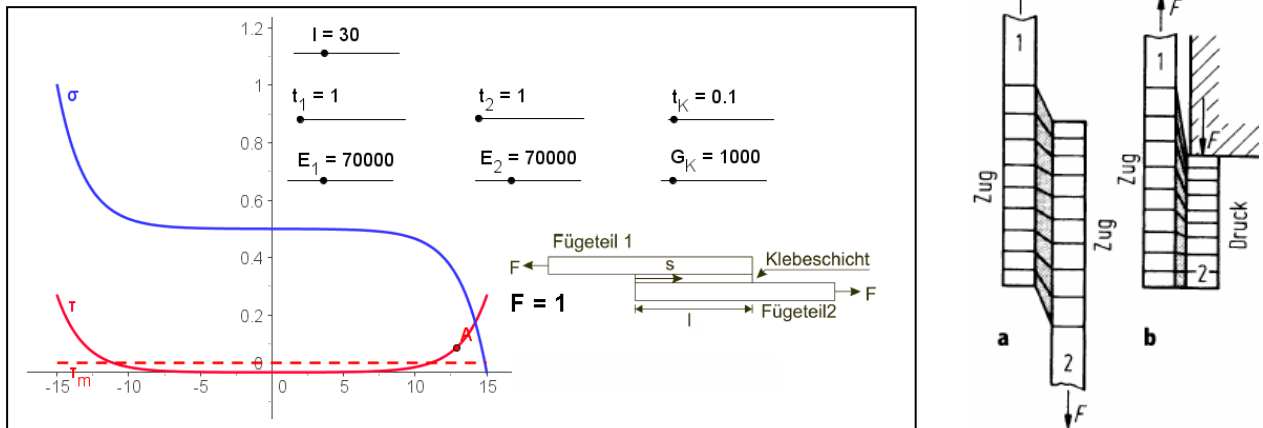


Bild 32: Voroptimierung einer Klebeverbindung. Die Schubspannung τ in einer Klebeverbindung folgt ähnlichen (analytischen) Beziehungen wie die Beanspruchung in einer Schraubenverbindung. Man vergleiche dazu den Bildteil rechts mit Bild 31 rechts. Die Klebeschicht und die Gewindegänge haben bezüglich des Krafttransfers die gleiche Funktion. Tatsächlich basieren fast alle theoretischen Schubspannungsverteilungen in Klebeschichten auf **sinh-** und **cosh-** Funktionen. Deshalb wurde in ähnlicher Weise wie in Bild 31 die Voroptimierung einer Klebeverbindung mit Geogebra realisiert. Die Eingabeschablone für die Fügeiteile 1 und 2 ist durch folgende variable Schieberegler interaktiv nutzbar: Überlappungslänge l , Fügeiteildicken t_1 und t_2 , Klebeschichtdicke t_K und Materialeigenschaften (E -Moduli der Fügeiteile und Schubmodul G_K der Klebeschicht).

4.2.4 Voraussichtlicher Nutzen

Zugdreiecke: Die Methode der Zugdreiecke ist intuitiv und mit einfachsten Mitteln anzuwenden. Wird eine Konstruktion am PC realisiert, so ist die Glättung der ZD-Kontur mittels Bezier- Splines ohne Aufwand möglich, da CAD-Systeme diese Funktion implementiert haben. Bezier- Splines sind natürlich auch schon früher verwendet worden, jedoch nicht unbedingt im Zusammenhang mit charakteristischen Punkten aus den maximal möglichen Bauraumgrenzen. Diese sollten vollständig ausgenutzt werden, da daraus Splines mit geringster Krümmung folgen und dadurch Spannungsüberhöhungen effektiv abgebaut werden.

Die am weitesten verbreitete Methode, nämlich die Verrundung mit Fillets von konstantem Radius, sollte generell durch Bezier- Splines erfolgen, da diese Kontur in jedem Fall günstiger und bei ausreichendem Bauraum auch optimal ist.

Lastpfad: Das prinzipielle rechnerische Potential von CAIO- Faserverläufen wird von vielen Anwendern gesehen und anerkannt. Experimentelle Überprüfungen liegen vor allem für 2D- Strukturen vor und versprechen ein ähnliches Potential. In ebenen Strukturen wird die TFP- Sticktechnik (**T**ailored **F**iber **P**lacement) schon lange eingesetzt, die dafür notwendigen Koordinatenspezifikationen können automatisiert und sehr komfortabel bereitgestellt werden /3/. CAIO- Analysen sind jedoch aufwendig und können alternativ auch mit der Lastpfadmethode, die deutlich kostengünstiger und weniger zeitaufwendig ist, realisiert werden. Dieser Punkt bezieht sich sowohl auf die Softwarekosten als auch auf die Bauteilkosten.

Softwarekosten: Die Generierung der Fasern in Lastpfadrichtung ist mit der (relativ preisgünstigen) und weit verbreiteten Grafiksoftware Tecplot allgemein immer möglich; die Generierung der Fasern in Hauptspannungsrichtung (CAIO) dagegen nicht. Auf Grund von Faserrückläufen im letzteren Fall muss auf spezielle Software zurückgegriffen werden (CAIO_{Shell}, /3/). Die Lastpfadmethode erfordert nur eine lineare Spannungsanalyse, die auch mit Open Source FE-Software durchgeführt werden kann (Calculix).

Bauteilkosten: Bild 11 zeigt z.B. an Hand einer Bolzenverbindung, dass die Anwendung der Lastpfadmethode zu einem einfacheren Faserlayout führt. Dies liegt daran, dass die originale CAIO-Methode /1/, z.B. angewandt auf Bauteile mit ebenem Spannungszustand, generell 2 Faserlayouts benötigt, die aus der 1. und 2. Hauptspannung resultieren. Bei Aufgabenstellungen mit großer Kraftumlenkung kombiniert die Lastpfadmethode beide Verläufe in intuitiver Weise zu einem Verlauf.

Ein weiterer Nutzen besteht in der Visualisierung des Kraftflusses. Standardplots von Spannungsrechnungen beinhalten häufig eine Verteilung der Spannungskomponenten und der Vergleichsspannung. Ob diese Auswahl schon vollständig zur physikalischen Interpretation des Problems ausreicht, hängt von der Komplexität der Aufgabenstellung ab. In dieser Hinsicht ist eine Visualisierung des Kraftflusses in jedem Fall hilfreich, wie alle gezeigten Lastpfadbeispiele belegen. Man beachte stellvertretend das einführende Beispiel in Bild 8. Die Verengung des Lastpfades bedeutet höheren Kraftfluss ganz analog zur höheren Strömungsgeschwindigkeit in einer sich verengenden Stromröhre. Besonders dem Konstrukteur, der mit Spannungssensoren weniger vertraut ist, kann die Darstellung des Kraftflusses als ein hilfreiches Mittel zur Verbesserung der Konstruktion dienen.

4.2.5 Fortschritt bezüglich der Lastpfadmethode an anderen Stellen

Der Begriff Kraftfluss ist zwar vielen Statikern geläufig, dessen Visualisierung findet sich oft in Illustrationen in Büchern über Maschinenelemente. Diese dort gezeigten Kraftflüsse basieren allenfalls auf Hauptspannungstrajektorien, meist sind sie jedoch nur skizziert und nicht gerechnet. Die Lastpfad-Quantifizierung ist erst seit /6/ veröffentlicht, die damit verknüpften Formeln und Prozeduren sind jedoch kaum verbreitet.

Eine umfangreiche Darstellung über Lastpfade unter dem Titel „Comparison of Quantitative and Qualitative Information Provided by Different Structural Load Path Definitions“ /13/ fasst die Entwicklung der letzten 15 Jahre zusammen. Die dort gezeigten Beispiele beschränken sich zwar auf ebene Rechteckscheiben unter verschiedenen Belastungen, erweitern jedoch den Lastpfad-Begriff durch neue Definitionen und Prozeduren. Die hier verwendete Lastpfad-Definition basiert auf Arbeiten von D.W. Kelly in /6/ und einigen Folgeveröffentlichungen dieses Autors. In den letzten 10 Jahren hat es aber diesbezüglich keine Weiterentwicklung gegeben.

4.2.6 Geplante und erfolgte Veröffentlichungen

Teile dieses Berichts (Kap. 4.2.2.1, 4.2.2.3.1, 4.2.2.3.2, 4.2.2.3.4) sind in anderem Wortlaut im Tagungsband der Abaqus Konferenz 2009 in Würzburg veröffentlicht, /14/. Der gesamte Themenkomplex „Lastpfad“ aus diesem Projekt soll auf der Abaqus Konferenz 2010 in Heidelberg im September vorgestellt werden.

Das hier vorliegende BMBF-Projekt mit dem Teilthema Lastpfad ist zusammen mit dem BMBF-Projekt /3/ auf einer extra eingerichteten Internet-Präsenz (www.tailored-fiber-design) unter CAIO_{Loadpath} und CAIO_{Shell} seit 2009 veröffentlicht.

4.2.7 Referenzen

- /1/ C. Mattheck, Design in der Natur, Rombach Verlag Freiburg, 3. Auflage 1997.
- /2/ C. Mattheck, J. Sörensen, A.Sauer, I. Tesari, Methode der Zugdreiecke - Eine graphische Methode zur Kerbformoptimierung, Konstruktionspraxis, 10-2005, S. 12-13.
- /3/ H. Moldenhauer, Entwicklung der Software CAIO_{Shell} zur Auslegung optimierter Faserverläufe in Schalenstrukturen. BMBF-Projekt: BIOTEX – Bionische Gestaltung und textile Herstellungsverfahren zur kostengünstigen Herstellung optimierter Faserverbundstrukturen. Die Entwicklung des Programms CAIO_{Shell} wurde durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert. BMBF Förderkennzeichen: 03X1000L, 1.1.2005 – 31.3.2009.
- /4/ C. Mattheck, K. Bethge, O. Kraft, H. Moldenhauer, Design in der Natur - Optimale Faserverläufe um Perforationen mit der Methode der Zugdreiecke, Konstruktionspraxis 7 – 2009, S. 18-19.
- /5/ C. Mattheck, Verborgene Gestaltungsgesetze der Natur, Forschungszentrum Karlsruhe, 2006.
- /6/ D.W. Kelly, M. Elsley, A Procedure for Determining Load Paths in Elastic Continua, Engineering Computations, Vol. 12, 1995, pp. 415-424.
- /7/ W. Waldman, M. Heller, R. Kaye, L.R.F. Rose, Advances in Structural Loadflow Visualisation and Applications to Optimal Shapes, DSTO-RR-0166, Aeronautical and Maritime Research Laboratory, Victoria (New Zealand), 1999, p. 1-58.
- /8/ U. Grünberg, Untersuchungen über den Einfluss des Spiels zwischen Außenring und Gehäuse auf die Tragfähigkeit radial belasteter Zylinderrollenlager, 1. und 2. Teil, Konstruktion, 22, (1970) , S. 48-55 bzw. 97-103. *Noch ausführlicher als Dissertation an der Technischen Universität Hannover, 1968.*

- /9/ H. Neuber, Kerbspannungslehre, Springer-Verlag, 1958, Berlin.
- /10/ H. Hertel, Leichtbau, Springer-Verlag Berlin, 1960, S. 317.
- /11/ R. V. Baud, Beiträge zur Kenntnis der Spannungsverteilung in prismatischen und keilförmigen Konstruktionselementen mit Querschnittsübergängen, Promotion an der ETH Zürich, 1934.
- /12/ H. Wiegand, K.H. Illgner, Berechnung und Gestaltung von Schraubenverbindungen, Konstruktionsbücher (Nr. 5) im Springer-Verlag Berlin 1962, Kap. 3.52, S. 47 ff. (*In späteren Auflagen ist dieses Kapitel nicht mehr enthalten.*)
- /13/ K. Marhadi, S. Venkataraman, Comparison of Quantitative and Qualitative Information Provided by Different Structural Load Path Definitions, Int. J. Simul. Multidisci. Des. Optim., **3**, 384-400 (2009).
- /14/ H. Moldenhauer, Der Einsatz von Abaqus zur Auslegung optimierter Faserverläufe in Composite- Schalenstrukturen, Deutsche Simulia- Konferenz, 21-22. September 2009, Würzburg

4.3 Sachs Engineering GmbH

Inhalt

4.3.1	Beitrag zu Arbeitspaket 1	85
4.3.2	Beitrag zu Arbeitspaket 2	90
4.3.3	Ausarbeitung zum Arbeitspaket 3	143
4.3.4	Beitrag zu Arbeitspaket 4	172
4.3.5	Literaturverzeichnis	173

4.3.1 Beitrag zu Arbeitspaket 1

4.3.1.1 Untersuchungen eines Astloches mit einfacher Methodik



Abbildung 1: Natürliches Astloch im Baum

Ausgehend von einem rechteckigen Loch soll evaluiert werden, wie Spannungskonzentrationen, die durch Kraftflussumleitung entstehen, stark reduziert werden können. Ein natürlicher Pate dafür ist ein Astloch (Abbildung 1). An diesem ist sehr gut zu erkennen, dass sich in der Natur eine rundliche Störstelle selbst optimiert, indem sie sich zu einem Schlitz ausbildet. Das wulstartige Wachstum, was an den Randbereichen der Störstelle in der Natur auftritt, um einen noch besseren Kraftfluss zu ermöglichen, soll bei dieser Untersuchung nicht mit betrachtet werden.

Zur Durchführung der Untersuchung wurde ein 2-dimensionaler Kragarm gewählt, der mit einer Kraft F belastet wird.

4.3.1.1.1 Materialentfernung bei gleichzeitiger Kerbspannungsreduzierung

Ausgehend von einer rechteckigen Aussparung werden drei verschiedene Konturen unter zwei Ansatzvarianten (Abbildung 2) betrachtet.

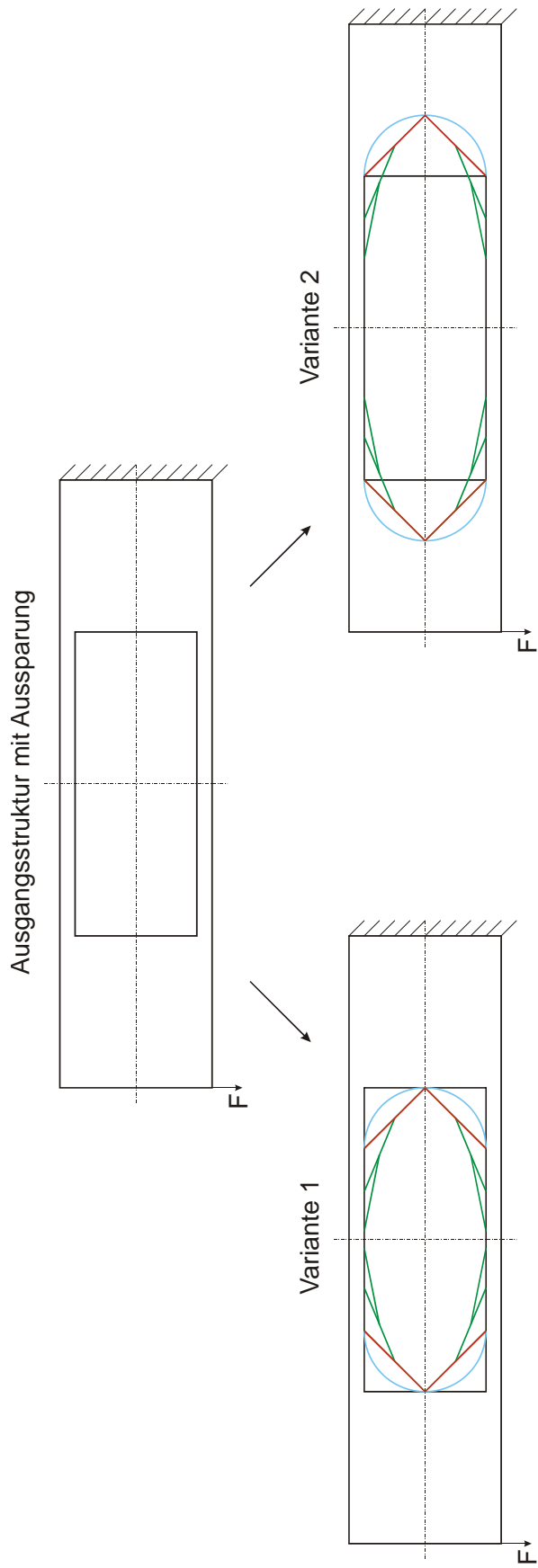


Abbildung 2: Materialentfernung mit gleichzeitiger Kerbspannungsreduzierung

Bei Variante 1 werden die Konturen innerhalb des Ausgangsrechteckes angesetzt, bei Variante 2 außerhalb. Die blaue Kontur beschreibt die klassische Verrundung mittels eines konstanten Radius, hier resultiert daraus eine Halbkreisform (Langloch). Mit der roten Kontur werden die 90° Winkel Rechteckkontur mit einer 45° Fase versehen, unter Verwendung dieser Fase als erstes 45°-Zugdreieck bildet die grüne Kontur die Zugdreieckskontur. Abbildung 3 und Abbildung 4 zeigen vergleichend die von-Mises-Vergleichsspannung der verschiedenen Konfigurationen, Abbildung 5 und Abbildung 6 verdeutlichen die Verteilung der Randfaserspannungen der Aussparungen.

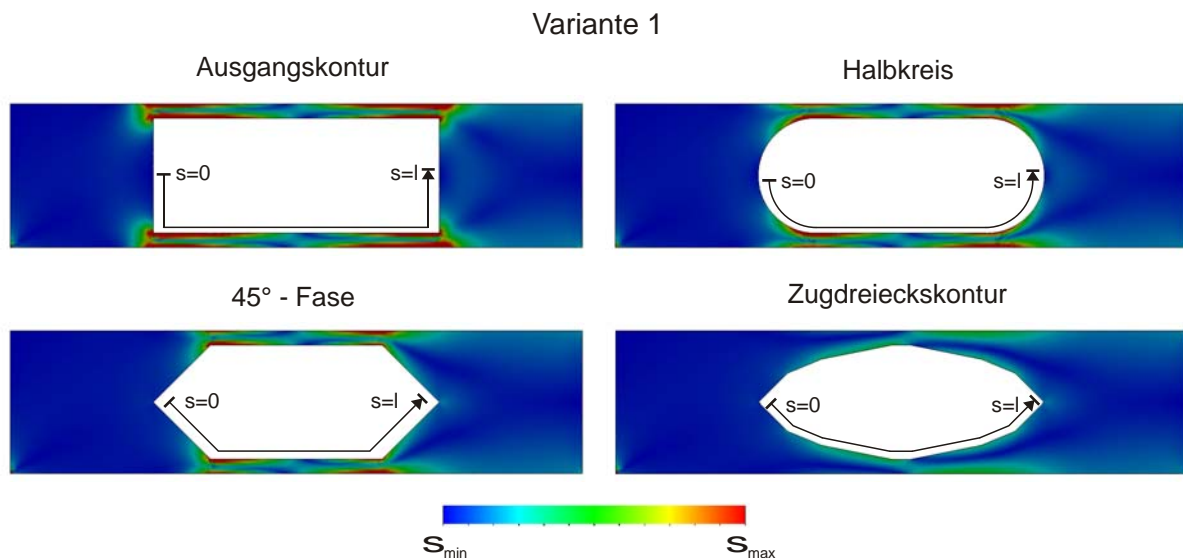


Abbildung 3: Von-Mises-Vergleichsspannung Variante 1

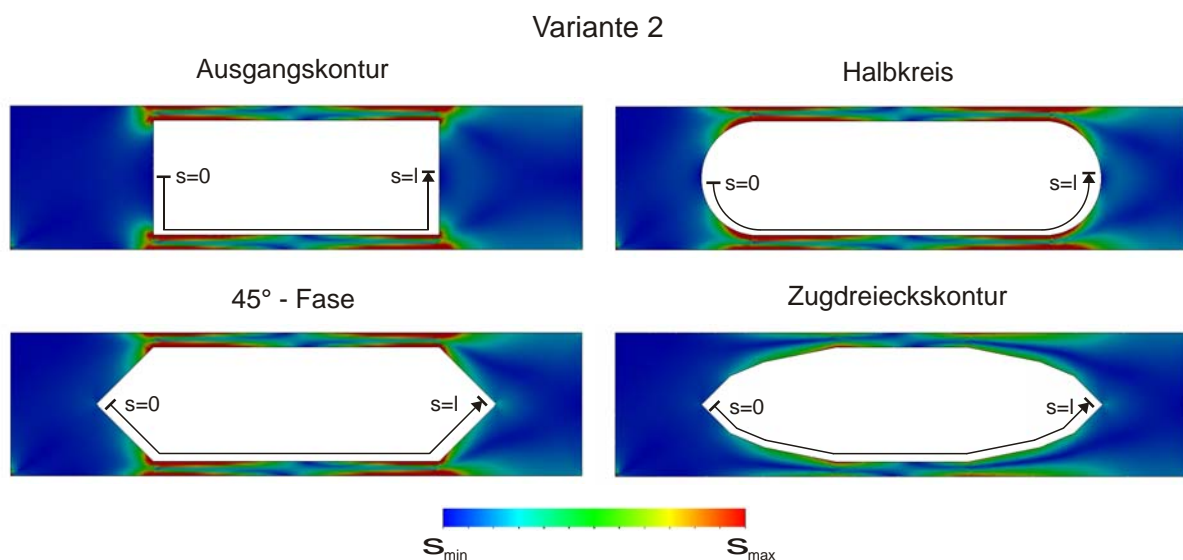


Abbildung 4: Von-Mises-Vergleichsspannung Variante 2

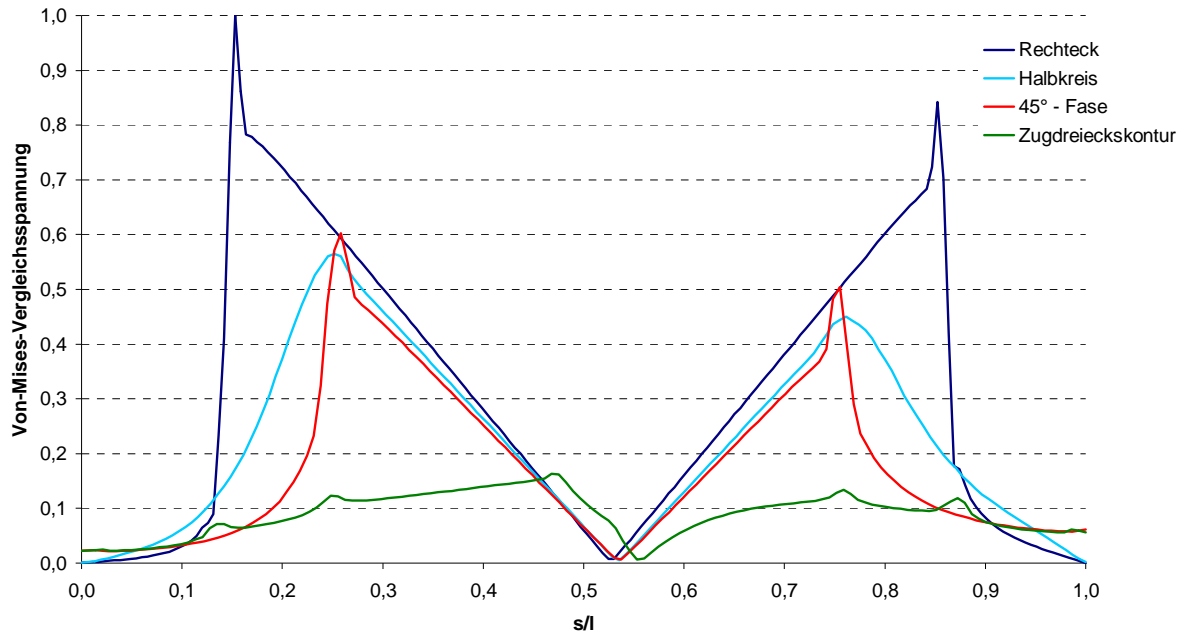


Abbildung 5: Variante 1, graphische Darstellung der Spannungen entlang der unteren Kontur

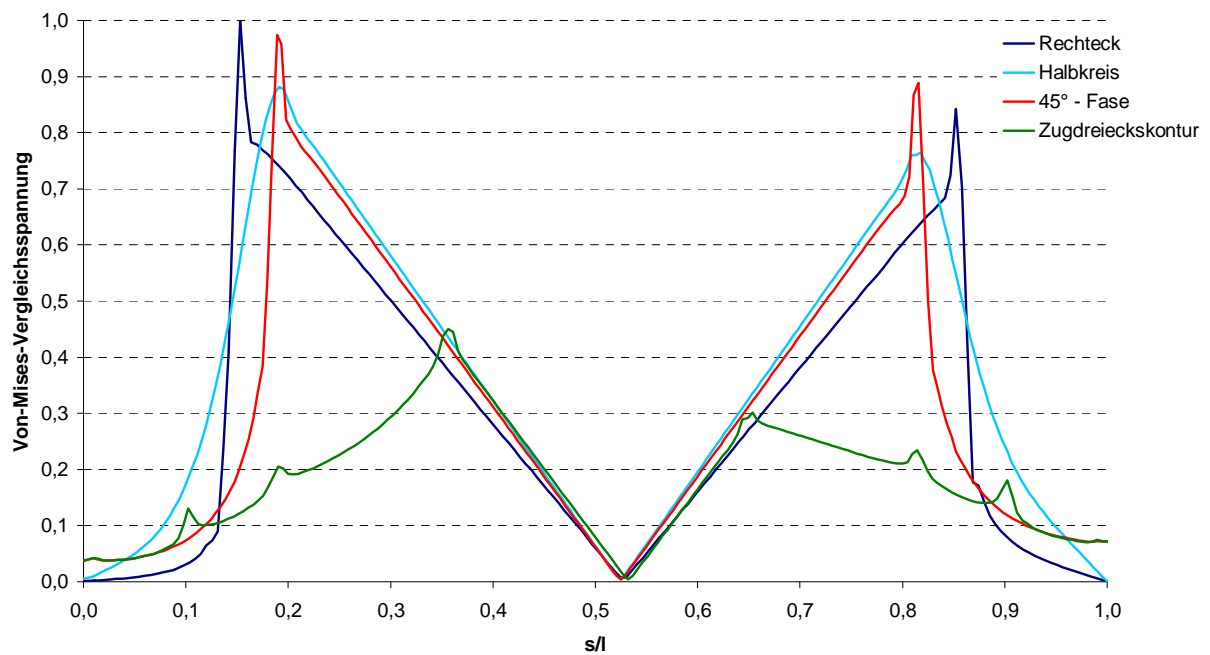


Abbildung 6: Variante 2, graphische Darstellung der Spannungen entlang der unteren Kontur

	Ausgangsstruktur	Halbkreis	45° - Fase	Zugdreieckskontur
Variante 1	100 %	106 %	113 %	125 %
Variante 2	100 %	79 %	87 %	99 %

Tabelle 1: Prozentualer Materialeinsatz der verschiedenen Konfigurationen

4.3.1.1.2 Zusammenfassung

In Abbildung 5 ist zu erkennen, dass mit den in Variante 1 betrachteten Konfigurationen eine deutliche Reduzierung der Randfaserspannungen der Aussparungen realisierbar ist. Die Halbkreis- und Fasen-Kontur zeigen ähnliche Spannungsverläufe, wobei die Spannungsspitzen der Fasen-Kontur auf die scharfen Kraftumlenkungen in der Geometrie zurückzuführen sind. Dies kann durch Verrundungen korrigiert werden. Prinzipiell werden durch die Halbkreis- und Fasen-Kontur die auftretenden Maximalspannungen auf ca. 55% und 60% reduziert, bei einem zunehmenden Materialeinsatz von 6% und 13% (Tabelle 1). Der Einsatz der Zugdreieckskontur zeigt hier eine extreme Reduzierung der auftretenden Maximalspannungen auf ca. 18%, allerdings bei einem Mehreinsatz an Material von 25% (Tabelle 1). Die hier erkennbaren Spannungsspitzen resultieren aus der unverrundeten Zugdreieckskontur und der damit verbundenen relativ scharfen Kraftumlenkung in der Geometrie und könnten durch Verrundungen korrigiert werden.

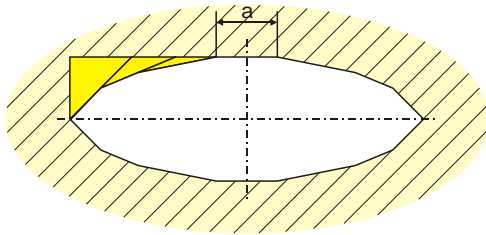
Die unter Variante 2 (Abbildung 6) betrachteten Konfigurationen zeigen andere Resultate. So ist bei der Halbkreis- sowie Fasenkontur bei einer Reduzierung des Materialeinsatzes um 21% bzw. 13% keine erwähnenswerte Verbesserung des Spannungszustandes erkennbar. Die mittels der Methode der Zugdreiecke erzeugte Konfiguration weist eine Reduzierung der auftretenden Maximalspannungen auf ca. 45% bei praktisch gleichem Materialeinsatz (Tabelle 1) auf. Auch hier können die Spannungsspitzen durch Verrundungen korrigiert werden.

Für die Validierung der Zugdreieckskontur in dieser Untersuchung ist der Vergleich zwischen der Fasen-Kontur und der Zugdreieckskontur nach Variante 2 besonders aussagekräftig. Allein durch das Aneinanderschalten des zweiten und dritten Zugdreieckes an das erste 45°-Dreieck (respektive die 45°-Fase) lassen sich die maximalen Randfaserspannungen auf ca. 45 % reduzieren. Dieser Effekt lässt sich damit erklären, dass durch die Zugdreieckskontur die horizontalen Gurte biegemomentengerechter gestaltet werden.

4.3.2 Beitrag zu Arbeitspaket 2

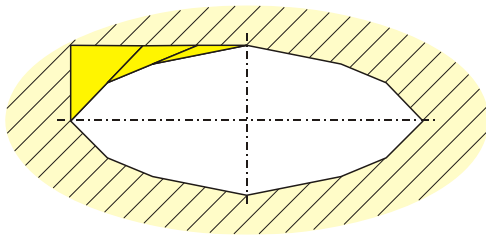
4.3.2.1 Verrundung von Löchern in einem Kragbalken zur Gewichtseinsparung

Am Beispiel eines Kragträgers soll versucht werden durch Einbringung von Löchern, die mit Zugdreiecken verrundet werden, ähnliche Ergebnisse, wie sie aus der SKO Rechnung bekannt sind, zu erreichen.



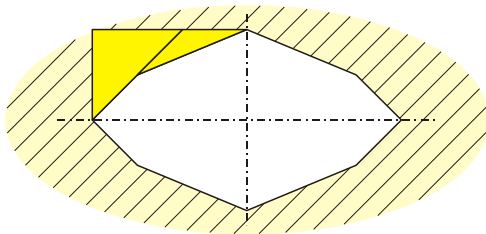
Variante 1

Das Loch wird mithilfe einer Zugdreieckskontur entschärft, die mittig einen geraden Bereich der Länge a behält.



Variante 2

Die Länge der Zugdreieckskontur erstreckt sich in dieser Variante über die gesamte Längsseite.



Variante 3

Zur Entschärfung der Kerbwirkung wird in dieser Variante eine Zugdreieckskontur gewählt, die nur aus zwei Dreiecken besteht und die gesamte Längsseite einnimmt.

Tabelle 2: Übersicht Verrundung von Löchern mit der Zugdreiecksmethode

Für die Untersuchung wurden Varianten mit einem Breiten zu Höhen Verhältnis von 1:3, 1:4 und 1:5 miteinander verglichen. Dabei wurde die verbleibende äußere Wandstärke für alle Elemente gleich gewählt. Je nach resultierender Länge des Trägers wurden mehr Löcher eingebracht (Abbildung 7).

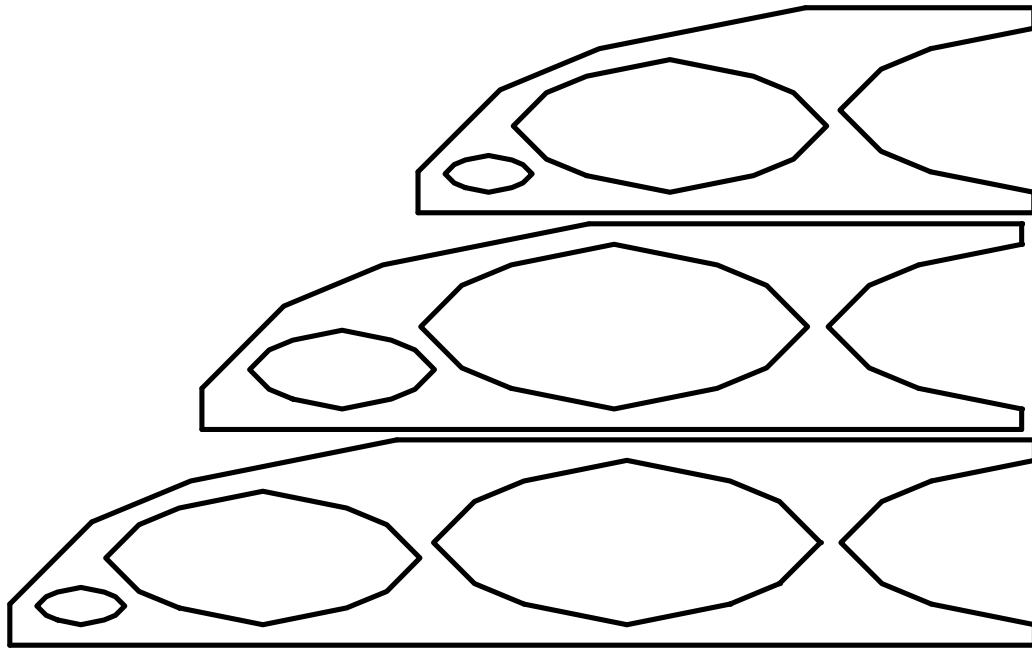


Abbildung 7: Anordnung der Löcher im Kragbalken bei einem Seitenverhältnis von 1:3, 1:4 und 1:5

Des Weiteren ist sehr gut zu erkennen, dass im vorderen Kraftangriffspunkt die „Faulpelzecke“ mit einer Zugdreieckskontur entfernt wurde. Dies wurde zum besseren Vergleich mit der ähnlich gearteten SKO-Optimierung durchgeführt.

Aus Abbildung 8 ist zu entnehmen, dass die Variante 1 die höchste Materialeinsparung verspricht und mit jeder weiteren Variante das Einsparpotential sinkt. Allerdings wird durch die Abbildung 9 sehr schnell klar, dass die Variante 1 vollkommen ungeeignet ist, da sie zu sehr hohen Verschiebungen führt, und dadurch die Steifigkeit enorm reduziert ist. Für die weiteren Untersuchungen wurde daher die Variante 1 nicht weiter betrachtet.

Die Variante 2 spart mehr Gewicht im Vergleich zu der Variante 3, jedoch treten dadurch auch höhere Verformungen auf.

Um diese ermittelten Ergebnisse besser einordnen zu können werden sie im Folgenden mit einer SKO-Optimierung verglichen.

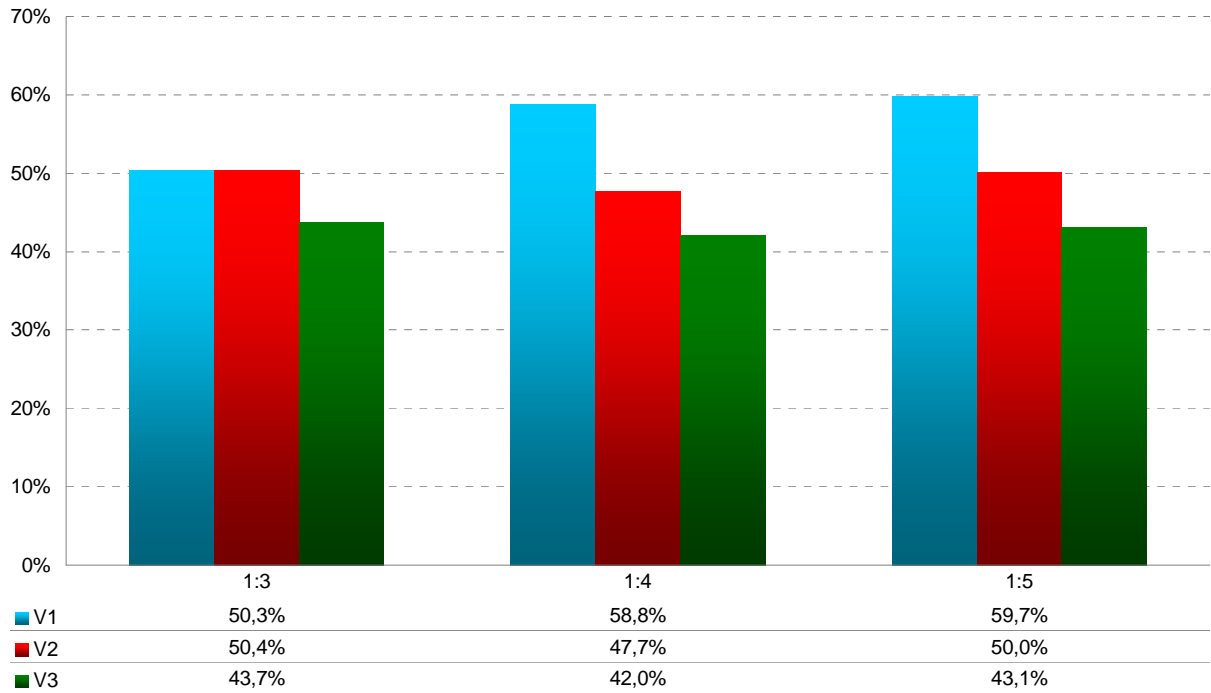


Abbildung 8: Prozentuale Gewichtseinsparung der verschiedenen Varianten

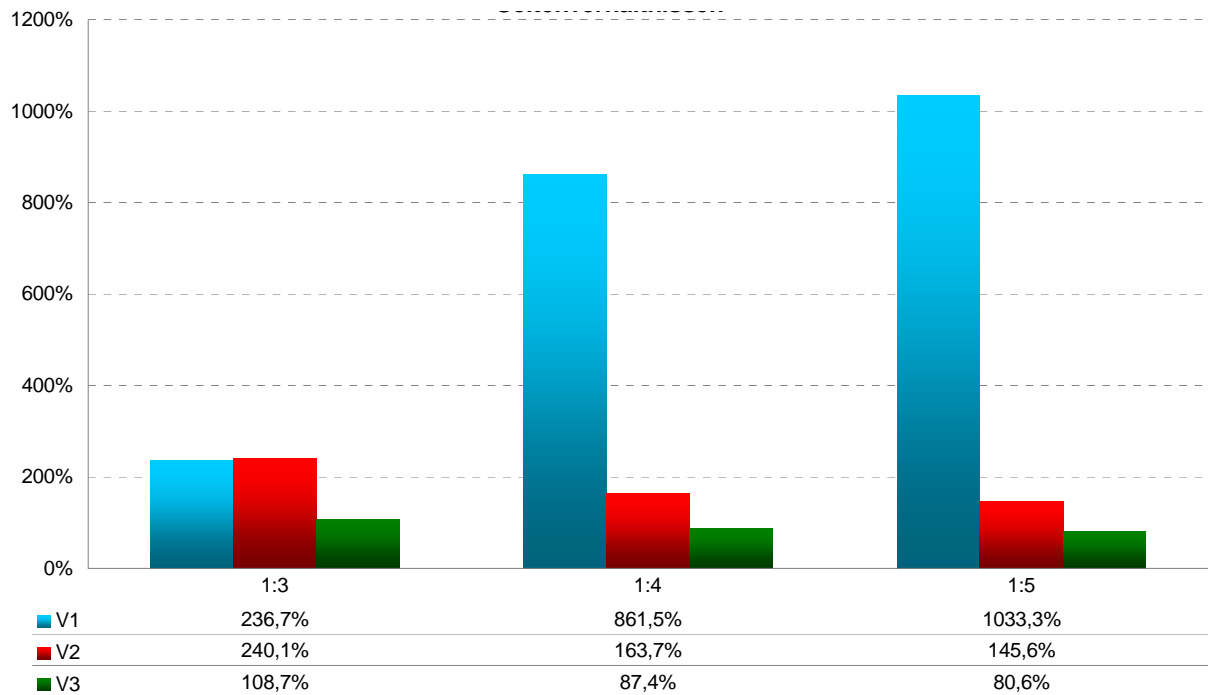


Abbildung 9: Prozentuale Zunahme der Maximalverformungen der verschiedenen Varianten

4.3.2.2 Vergleich von gelochten Kragbalken mit einer SKO-Optimierung

Im Folgenden werden nun die Varianten 2 & 3 aus dem vorhergehenden Kapitel mit einer SKO-Optimierung verglichen. Da es zum Abbilden der SKO-Struktur bis zum aktuellen Kenntnisstand noch keine Möglichkeit gibt, diese durch simple Gedankenspiele wie z.B. das „Denken in Seilen“ genau nachzuvollziehen, stellt die Vorstellung vom gelochten Kragträger, in dem die Löcher kerbspannungsreduziert durch das Einbringen von Zugdreiecken erstellt werden, einen einfach zu realisierenden ersten Schritt dar.

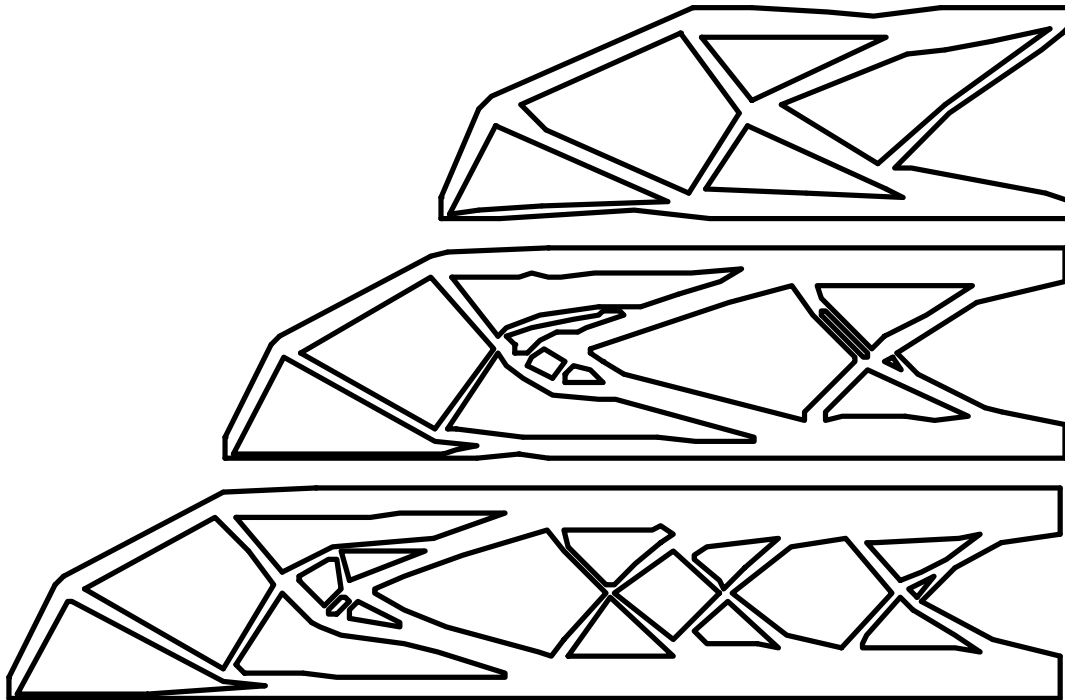


Abbildung 10: SKO-Optimierung eines Kragträgers mit einem Seitenverhältnis von 1:3, 1:4 und 1:5

Abbildung 10 zeigt die Ergebnisse einer SKO-Optimierung eines Kragbalkens für verschiedene Seitenverhältnisse. Es ist sehr gut eine Stabbildung im Inneren des Balkens zu erkennen. Darüber hinaus ist eine Löcherbildung zu sehen, die zwar kein gleichmäßiges Muster bildet, jedoch aus vielen dreieckförmigen Elementen aufgebaut ist. Die Annäherung über einen gelochten Kragbalken ist für eine erste Abschätzung daher ein naheliegender Schritt.

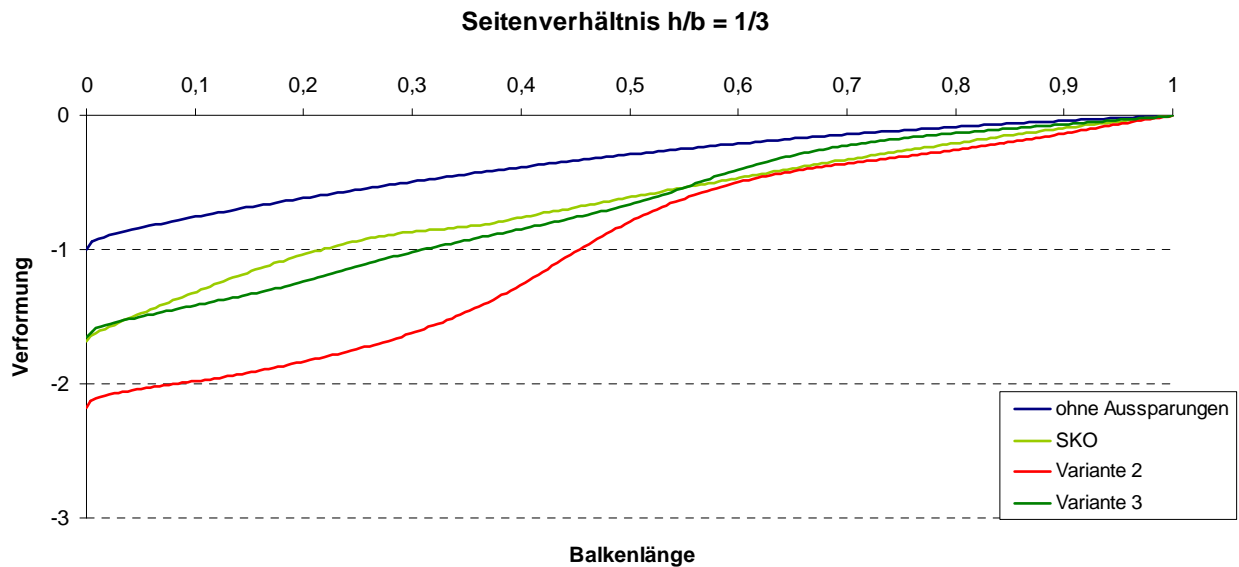


Abbildung 11: Verformung der Varianten bei einem Bauraumverhältnis von 1:3

Während die Variante 2 die doppelte Verformung wie ein Standard Kragbalken aufweist, beträgt die Verformung bei der SKO und der Variante 3 nur ca. 50% mehr (Abbildung 11). Des Weiteren ist zu sehen, dass die Variante 2 erst ab der halben Länge an Steifigkeit rapide verliert, während hingegen die SKO Optimierung relativ flach und analog zum Kragbalken ohne Aussparung verläuft. Bei der Variante 3 ist die Steifigkeitsverteilung nicht optimal, da sie im Anfangs- und Endbereich etwas überschwingt.

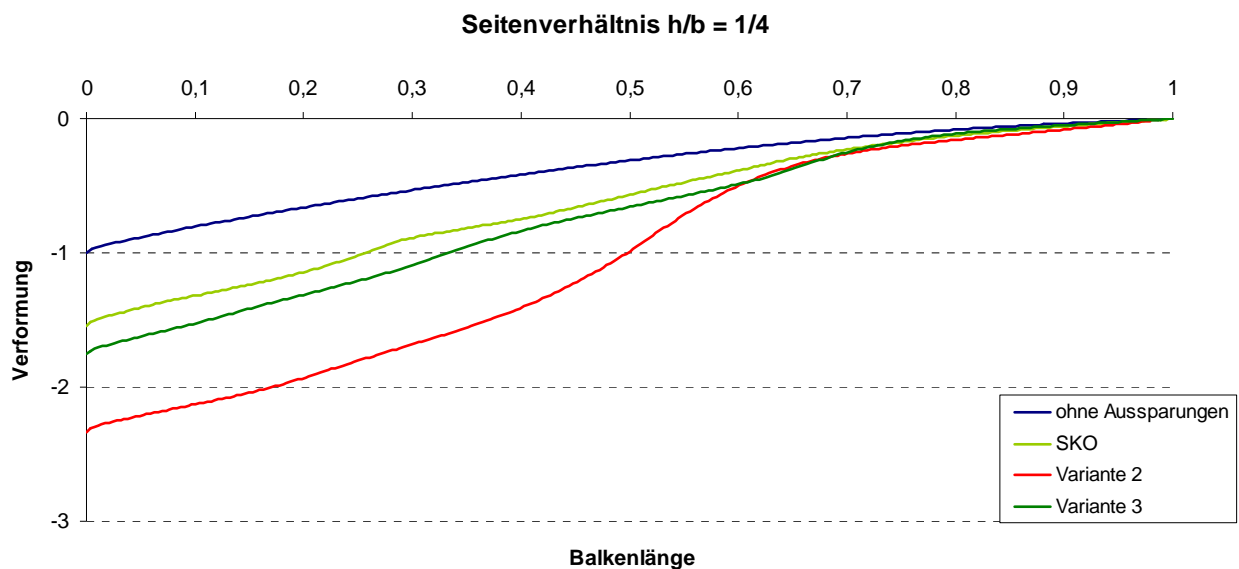


Abbildung 12: Verformung der Varianten bei einem Bauraumverhältnis von 1:4

Für ein Bauraumverhältnis von 1:4 zeigt sich eine analoge Abbildung der Verhältnisse. Der einzige Unterschied ist das leichte Auseinanderdriften von SKO und Variante 3.

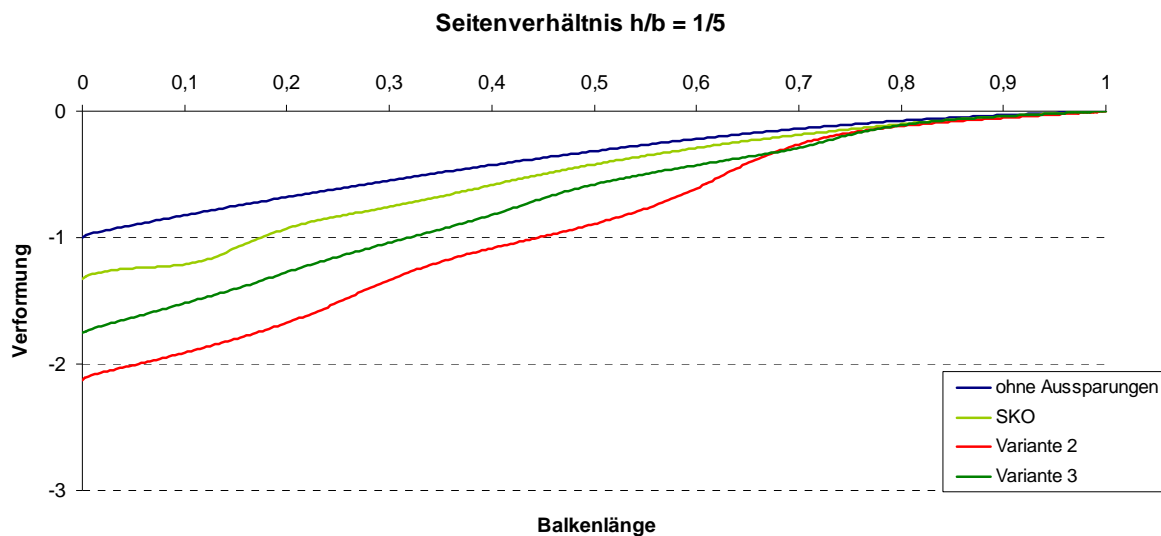


Abbildung 13: Verformung der Varianten bei einem Bauraumverhältnis von 1:5

In Abbildung 13 ist zu erkennen, dass sich die Variante 3 zwischen SKO und Variante 2 positioniert. Der Steifigkeitsverlust scheint vor allem im Anfangsbereich aufzutreten, da die Variante 3 danach relativ gleichmäßig abfällt. Die Variante 2 hingegen zeigt immer noch gewisse Schwingungen in der Verformung, was auf unterschiedlich steife Bereiche in der Struktur hinweist.

Bei einer Gegenüberstellung der Varianten in einem Säulendiagramm (Abbildung 14 & Abbildung 15) wird deutlich, dass die SKO-Optimierung bei der Kombination von Gewicht und Steifigkeit deutlich dominiert. Für ein Bauraumverhältnis von 1:3 fallen die Unterschiede zu Variante 3 noch relativ klein aus, jedoch bei größeren Bauraumverhältnissen setzt sich die SKO-Methode deutlich ab.

Bei dem Vergleich von den Bauräumen (Abbildung 7 & Abbildung 10) ist zu erkennen, dass die Lochbildung bei der SKO-Optimierung im hinteren Bereich kleiner wird und somit mehr Randmaterial stehen bleibt, was zu einer höheren Steifigkeit führt. Um also mit einer einfachen Lochung des Kragbalkens im Bereich einer SKO-Optimierung zu bleiben, müssten die Löcher im hinteren Bereich skaliert werden.

Darüber hinaus wird deutlich, dass die Löcher, die mit nur zwei Zugdreiecken entschärft werden einen großen Vorsprung vor den Löchern, die mit der Standard Zugdreieckskontur entschärft werden, haben. Dies könnte auf die größere Länge der Löcher zurückzuführen sein, weshalb auch in der Voruntersuchung die Variante 1 ausgeschieden ist.

Prozentuale Gewichtseinsparung über den verschiedenen Seitenverhältnissen

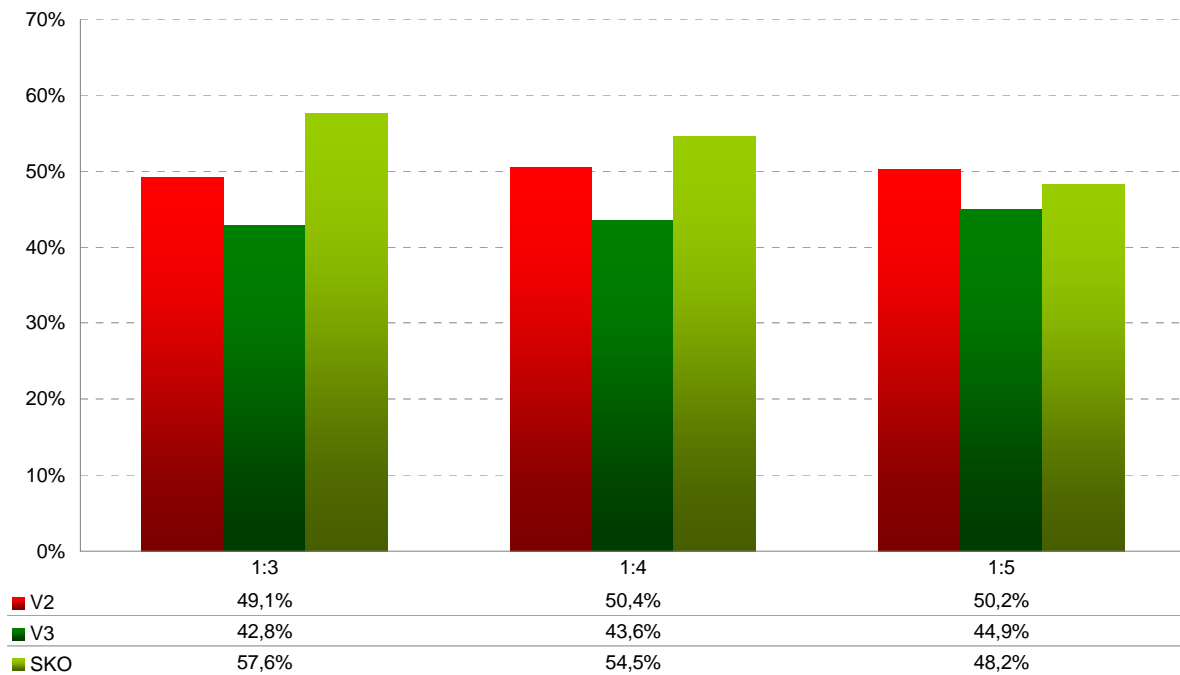


Abbildung 14: Prozentuale Gewichtseinsparung der verschiedenen Varianten

Prozentuale Zunahme der Maximalverformung über den verschiedenen Seitenverhältnissen

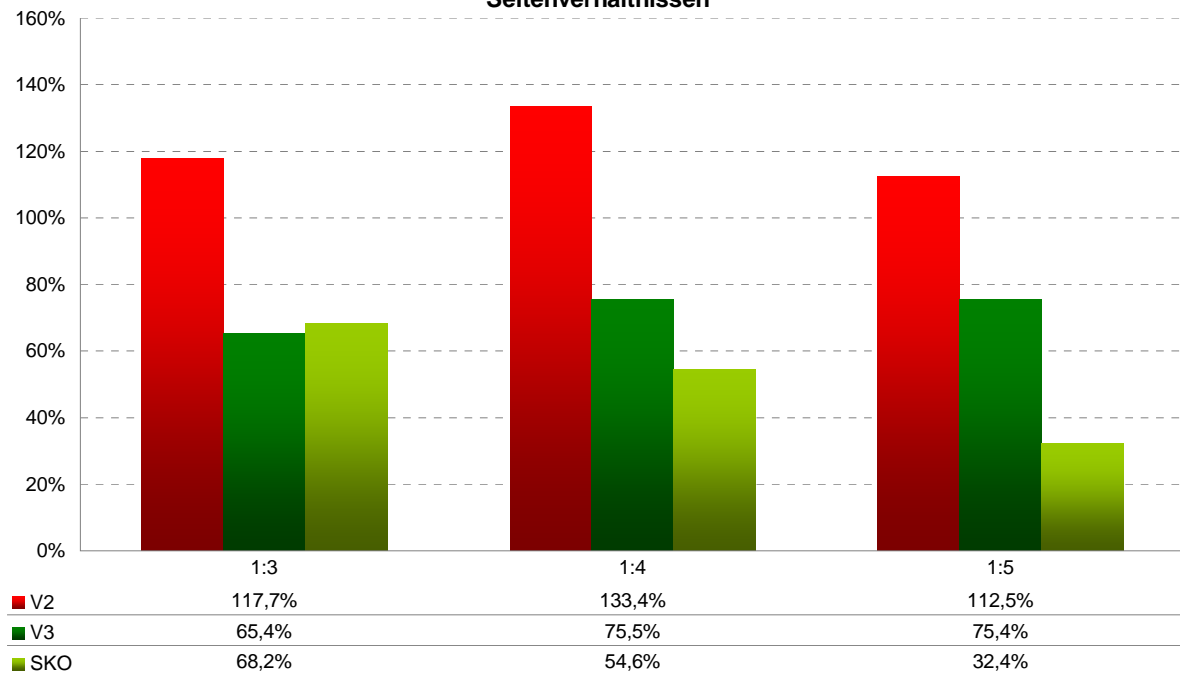


Abbildung 15: Prozentuale Zunahme der Maximalverformung der verschiedenen Varianten

4.3.2.3 Gestaltoptimierung mit Hilfe der Zugdreiecke

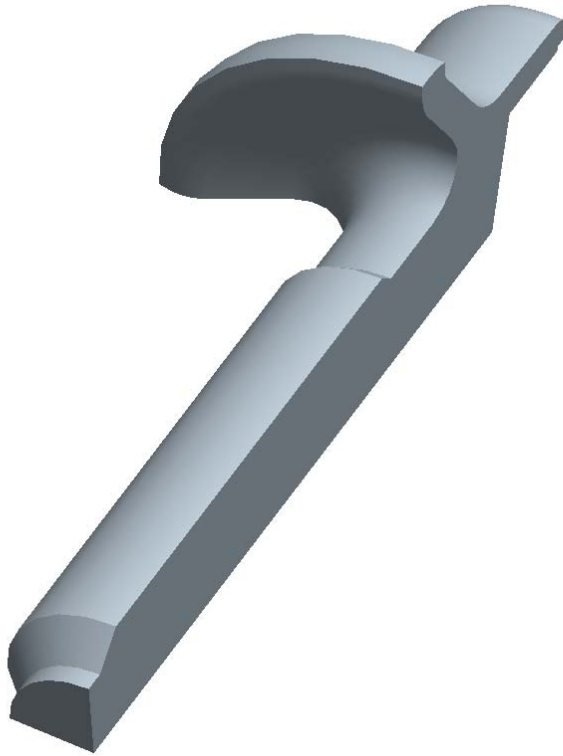


Abbildung 16: Originalgeometrie der Springhead-Schraube (Zwei Symmetrieebenen)

4.3.2.3.1 Aufgabe / Ausgangssituation

Für die EJOT GmbH & Co. KG war eine Gestaltoptimierung an einer Schraube mit Tellerfeder durchzuführen, die einerseits eine optimale Kerbform ergeben soll und andererseits die Parametrisierung der Tellerfeder-Eigenschaften verbessern soll. In diesem Zusammenhang wurden zwei Ansätze verfolgt. Zum Einen wurde die Kerbform mit Hilfe der CAO-Methode verbessert, zum Anderen mit Hilfe der Zugdreieck-Geometrie. Um einen Überblick über die Belastungen und die zu optimierenden Bereiche zu bekommen, wurde ein erstes Modell zur Berechnung erstellt. Das gleiche Modell wird später auch für die vergleichenden Rechnungen zwischen der Zugdreieck-Methode und der CAO-Methode verwendet.

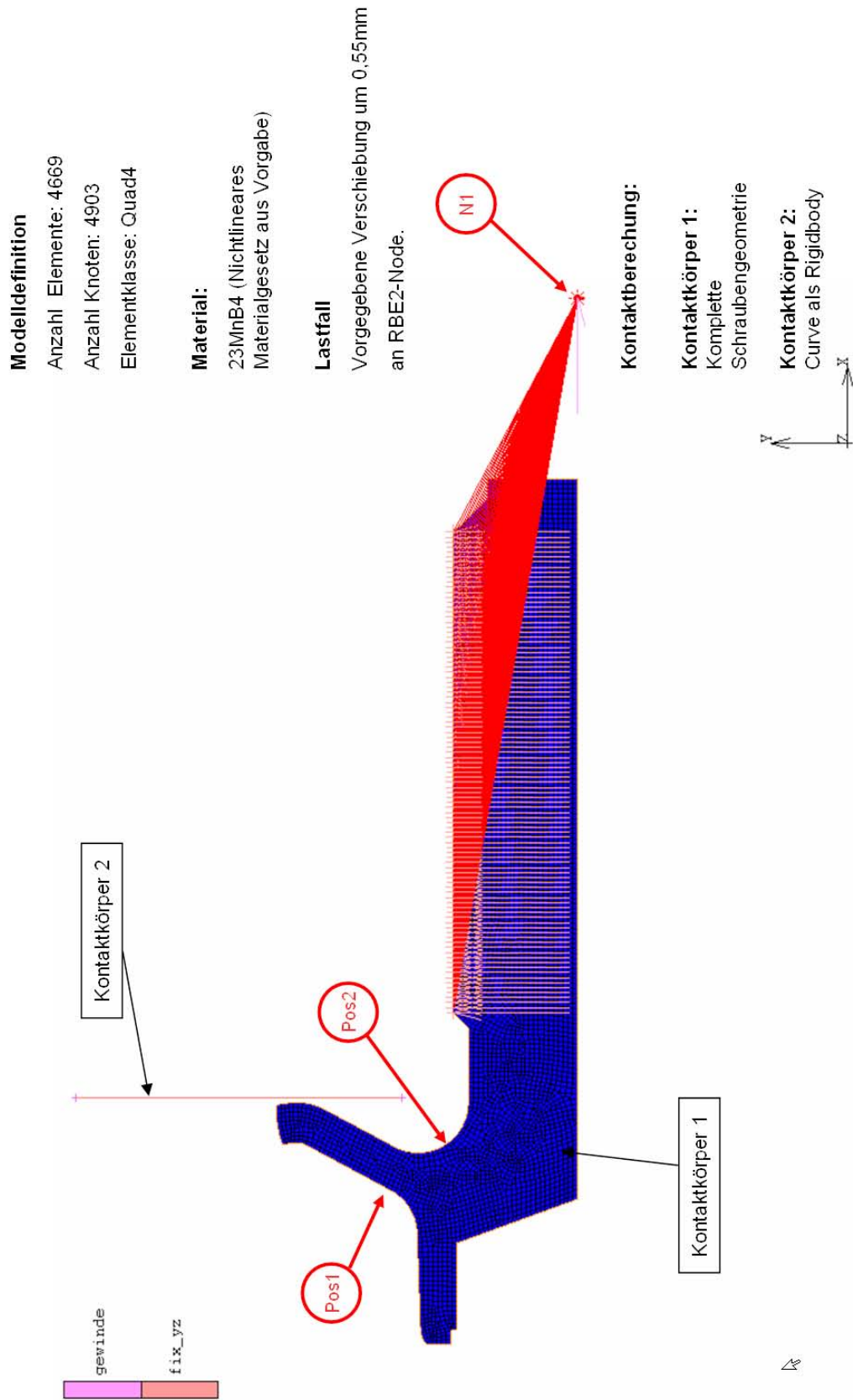


Abbildung 17: Modelldefinition der Springhead-Schraube

Als rotationssymmetrischer Körper konnte die Schraube als ebenes Problem modelliert werden. Der Anteil der Geometrie, der das Gewinde darstellt, wurde über Rigid-Beam-Elemente-2 an einen Knoten gebunden, auf den die Verschiebungen bzw. Lasten aufgebracht werden. Zusätzlich wurden dieselben Knoten des Gewindeanteils in Y-Richtung fixiert, was der Führung durch das Innengewinde der Einbausituation entspricht. Die Anschlagfläche der Tellerfeder wurde über eine Kurve definiert, die zusammen mit der Schraubengeometrie als Kontaktkörper formuliert wurde. Vernetzt wurde die Geometrie mit Quad4 Elementen. Das Material wurde nach einem nicht-linearen Materialgesetz definiert, für welches die Firma Ejot entsprechende Versuchswerte bereitstellte.

Die Last wurde auf die Tied-Node der Rigid-Beam-Elemente als Verschiebung von 0,55 mm aufgebracht. Das entspricht der Situation der komplett versenkten Schraube.

Durch die Berechnung konnten die beiden für die Optimierung interessanten Bereiche an der Ober- und Unterseite des Übergangs zur integrierten Tellerfeder identifiziert werden. Die größten plastischen Verformungen liegen an der Oberseite der Tellerfeder.

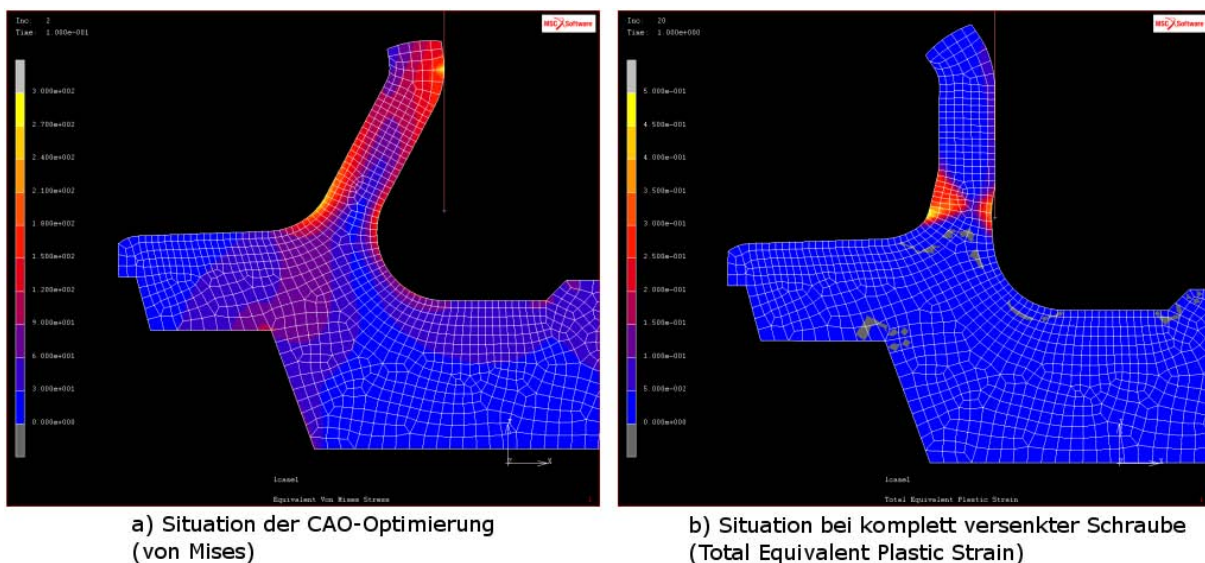


Abbildung 18: Voraussetzungen der CAO-Optimierung

4.3.2.3.2 Optimierung CAO

Eine Verschiebung als Last für die CAO-Optimierung aufzubringen hat sich als sehr instabil erwiesen. Aus diesem Grund wurde die Kraft für die Optimierung als jene Kraft definiert, die auf das Gewinde wirkt, bevor in der Originalgeometrie plastische Dehnung auftritt. Diese Kraft wurde als Reaktionskraft auf dem Knoten, der als Tied-Node für die RBEs dient, zum definierten Zeitpunkt abgelesen. So konnten die CAO-Läufe mit einer Kraft, statt mit einer Verschiebung, durchgeführt werden. Für die beiden anderen Läufe musste die Kraft mit einer Kontrollrechnung entsprechend angepasst werden.

Die CAO Optimierung wurde in 3 separaten Optimierungsläufen ausgeführt. Die erste Optimierung wurde in 10 Schritten durchgeführt. Für die beiden nachfolgenden Optimierungen wurde die Geometrie jeweils im CAD abgeleitet und neu vernetzt, um eine zu starke Netzverzerrung zu vermeiden. Diese beiden Optimierungen wurden dann immer in 100 Schritten durchgeführt.

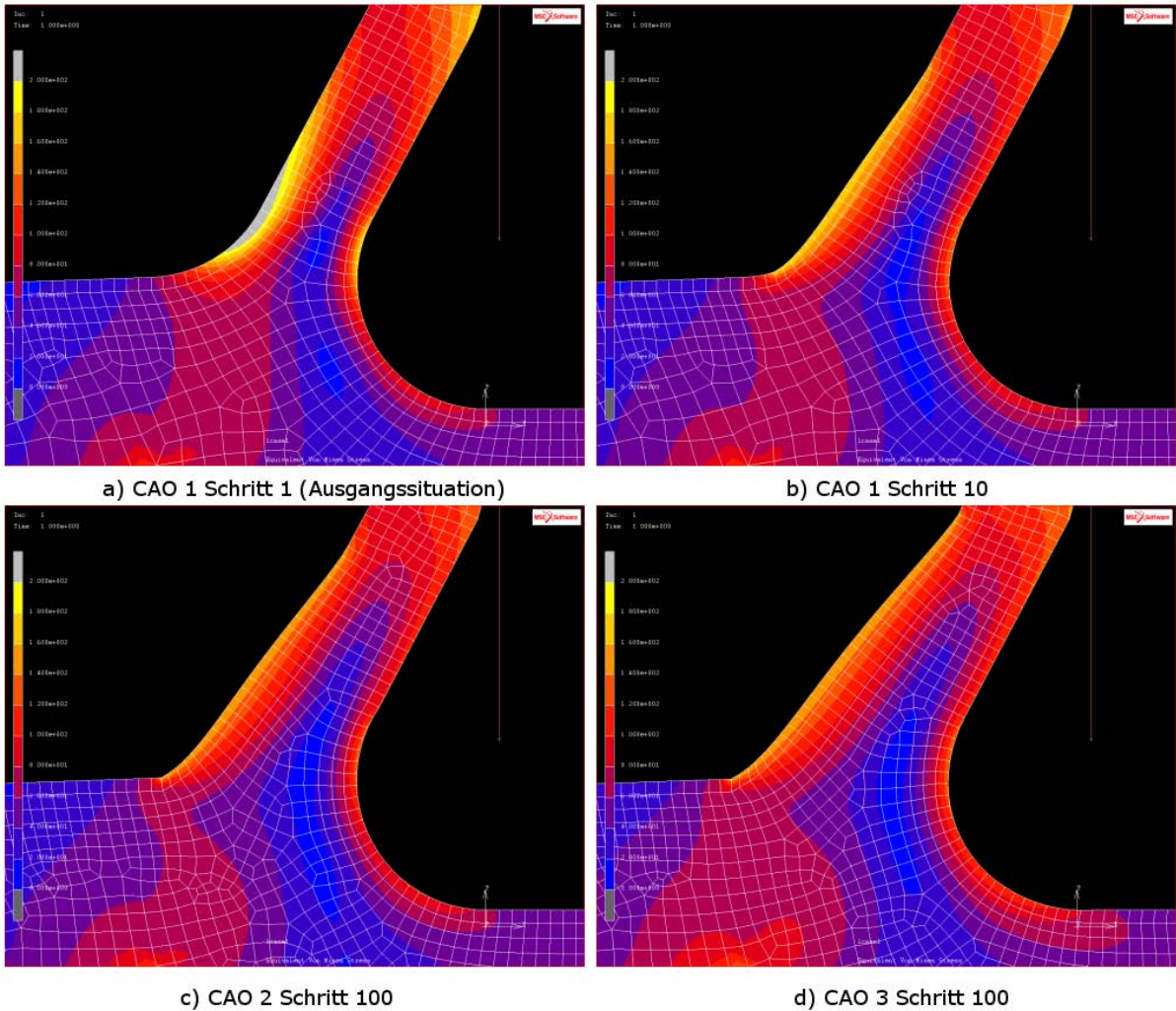


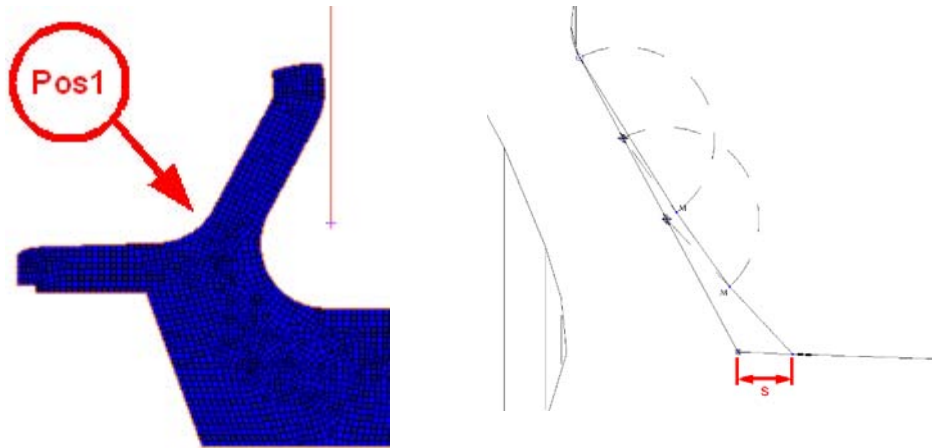
Abbildung 19: CAO-Optimierung in 3 Durchläufen

4.3.2.3.3 Optimierung Zugdreiecke

Bei der Optimierung mit Hilfe der Zugdreiecke entfällt die separate Definition eines Optimierungsmodells. Die Optimierung wird lediglich in Form einer optimierten Kerbform in die Geometrie des CAD-Modells eingebracht.

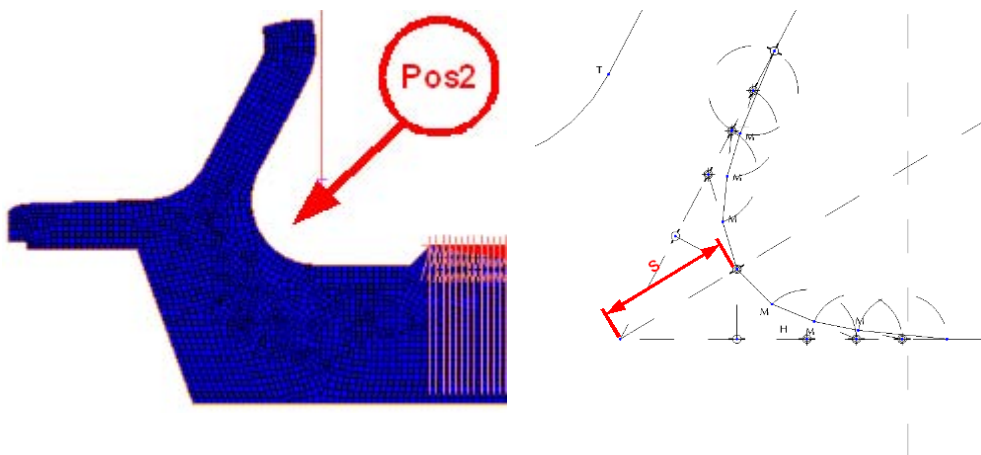
Bei der Optimierung mit Hilfe der Zugdreiecke wurden 16 verschiedene Varianten erstellt und berechnet. Die Varianten unterscheiden sich einerseits in der Ausrichtung der Zugdreiecke (für ein- oder zweiachsige Belastungen) und im verwendeten Bauraum.

In den ersten drei Varianten wird die Richtung der Zugdreiecke an der Position 1 für eine einachsige Belastung in beide Richtungen und eine zweiachsige Belastung verändert. Für einen Vergleich der verwendeten Bauräume wurde im Anschluss die für Position 1 ermittelte Zugdreieck-Richtung iterativ in 7 Schritten vergrößert. Dasselbe Vorgehen wurde auch für die Position 2 angewandt.



S in mm	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200
---------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Tabelle 3: Variation der Zugdreiecke an Position1



S in mm	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
---------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Tabelle 4: Variation der Zugdreiecke an Position2

4.3.2.3.4 Vergleich der Ergebnisse

Der Vergleich der Optimierungen wurde anhand einer nichtlinearen Rechnung durchgeführt. Bei dieser Simulation wurde der gesamte Federweg der Tellerfeder und das nichtlineare Materialgesetz, wie in der vorbereitenden Berechnung eingeführt, berücksichtigt. Die Auswertung wurde anhand des Vergleichs der plastischen Dehnung über die Verschiebung und den Vergleich der plastischen Dehnung über die Bauraumerhöhung durchgeführt.

Die Auswertung der CAO Läufe ist geprägt durch den Sprung der plastischen Dehnung in den ersten 10 Schritten. Die Resultate sind sehr gut, aber in weiteren 200 Schritten wird nur noch eine sehr kleine Änderung in der plastischen Dehnung erreicht. Vergleicht man Schritt 50 der CAO2 mit Schritt 100, dann schwingt die plastische Dehnung sogar noch etwas nach oben, bevor sie sich im darauf folgenden Lauf noch ein wenig verringert.

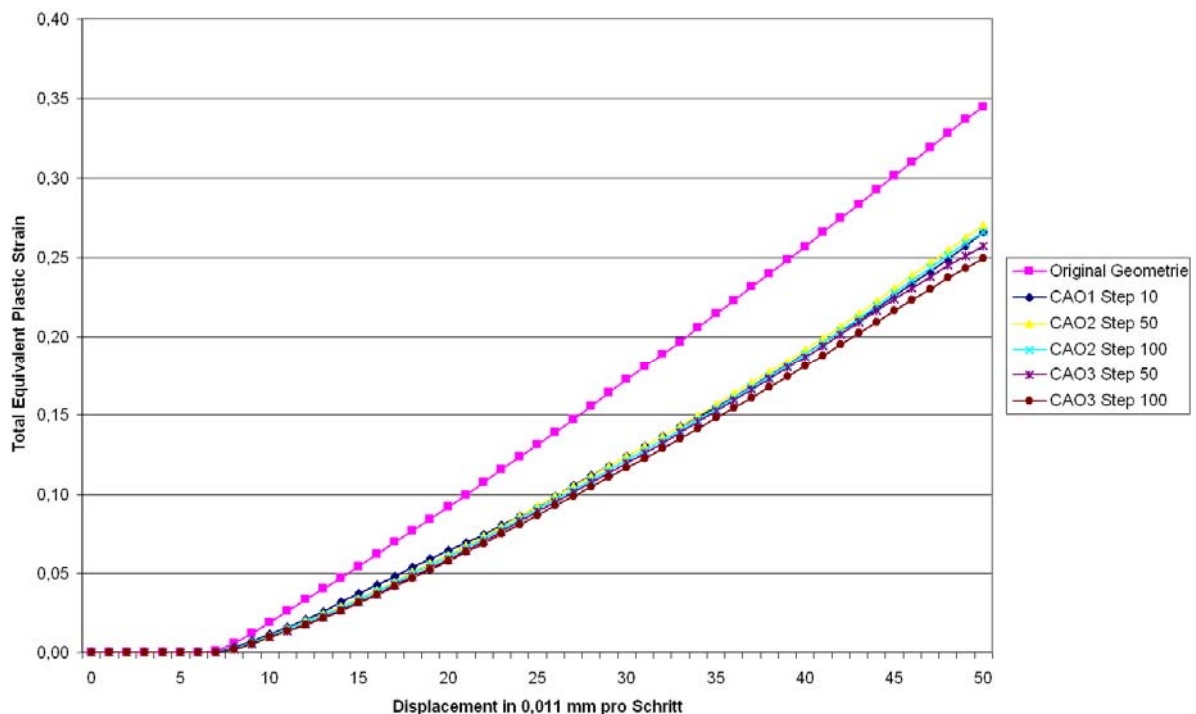


Abbildung 20: Verhältnis der plastischen Dehnung zur Verformung (CAO)

Die Änderung der plastischen Dehnung bei der Zugdreieck-Methode ist vom Ergebnis durchaus vergleichbar mit der der CAO-Optimierung. Ähnlich wie bei der CAO-Optimierung findet die größte Änderung in der plastischen Dehnung statt, durch das alleinige Umsetzen der optimierten Kontur. In der Folge sind die Änderungen geringer, aber im Vergleich zur CAO-Optimierung sind die Schritte deutlicher gestuft.

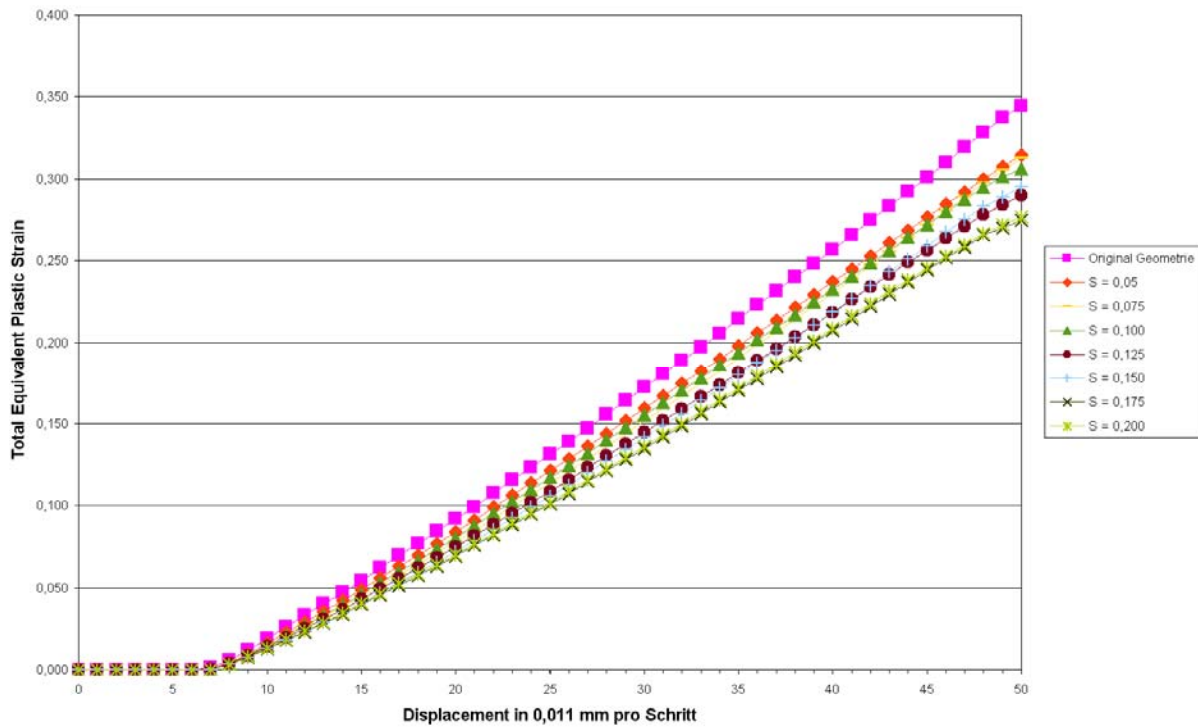


Abbildung 21: Verhältnis der plastischen Dehnung zur Verformung (Zugdreiecke Position1)

Von Interesse könnte die mehr oder weniger deutliche Stufung der Dehnungen im Zusammenhang mit der Bauteilmasse sein. Wie in der Auswertung der Änderung der Masse über der plastischen Dehnung (vgl. Abbildung 23) zu erkennen, neigt die CAO-Optimierung entschiedener zu einer Massenlagerung als die Zugdreiecks-Methode. Natürlich sind die Massenänderungen bei der Kerbformoptimierung nur gering, aber hier ist es im Zusammenhang mit der CAO-Optimierung schwieriger eine Grenze zu definieren.

Ähnliches bestätigen auch die Reaktionskräfte, die sich mit der Kerbform stark ändern. Während bei der Zugdreiecks-Methode die Kräfte kontrollierter ansteigen, gehen die Reaktionskräfte bei der CAO-Optimierung wesentlich höher und gefährden das Bauteil zunehmend.

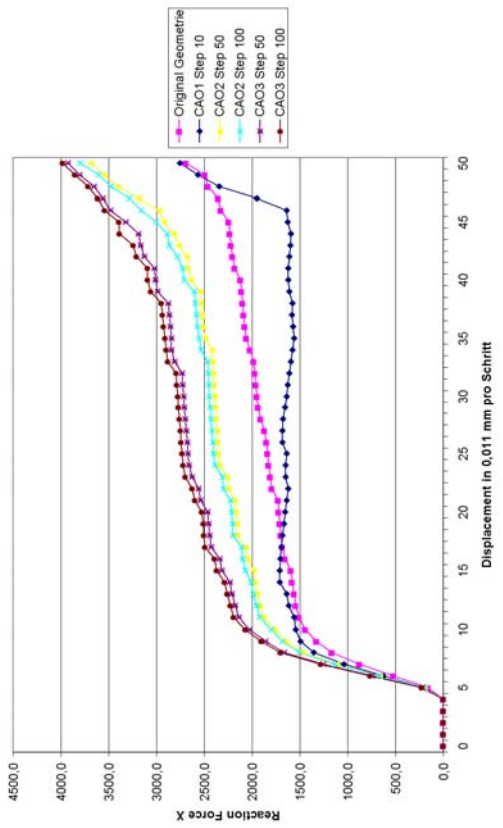
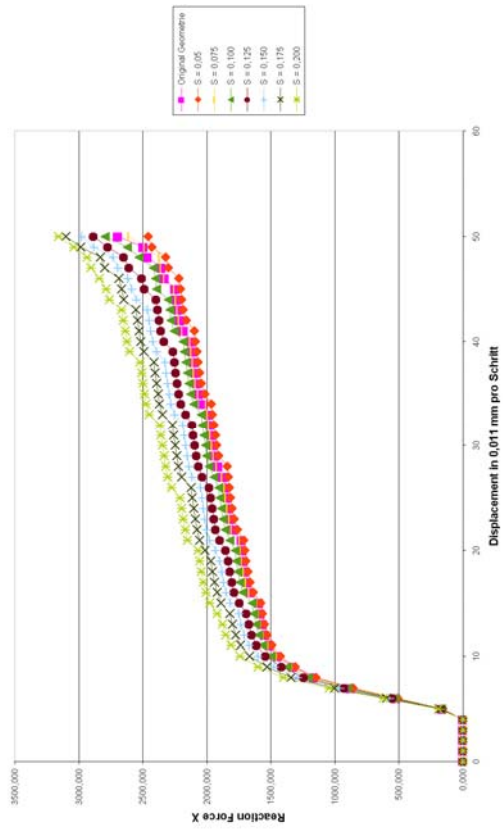


Abbildung 22: Vergleich der Reaktionskräfte bei CAO u. Zugdreiecken

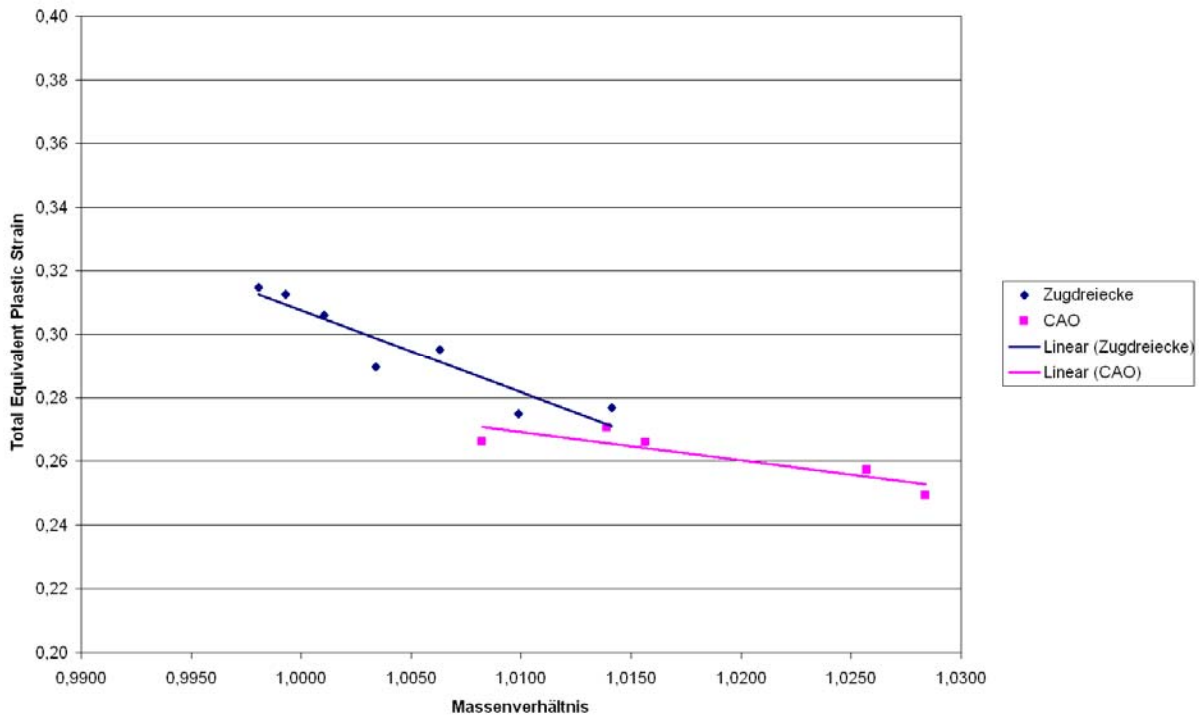


Abbildung 23: Vergleich der Masseverhältnisse und der plastischen Dehnung

Die Kerbformoptimierung an der Position 2 der Schraube führt zu keiner Verbesserung. Hier liegt keine eigentliche Kerbe vor, aber da es sich dennoch um eine Spannungsumleitung oder einen Steifigkeitssprung in der Geometrie handelt, wurde die Zugdreieck-Methode angewandt. Die Dehnungen steigen durch die neue Gestalt deutlich an und behindern in der größten Variante die Verschiebung, so dass sich ein Abscheren des Federarmes einstellen kann.

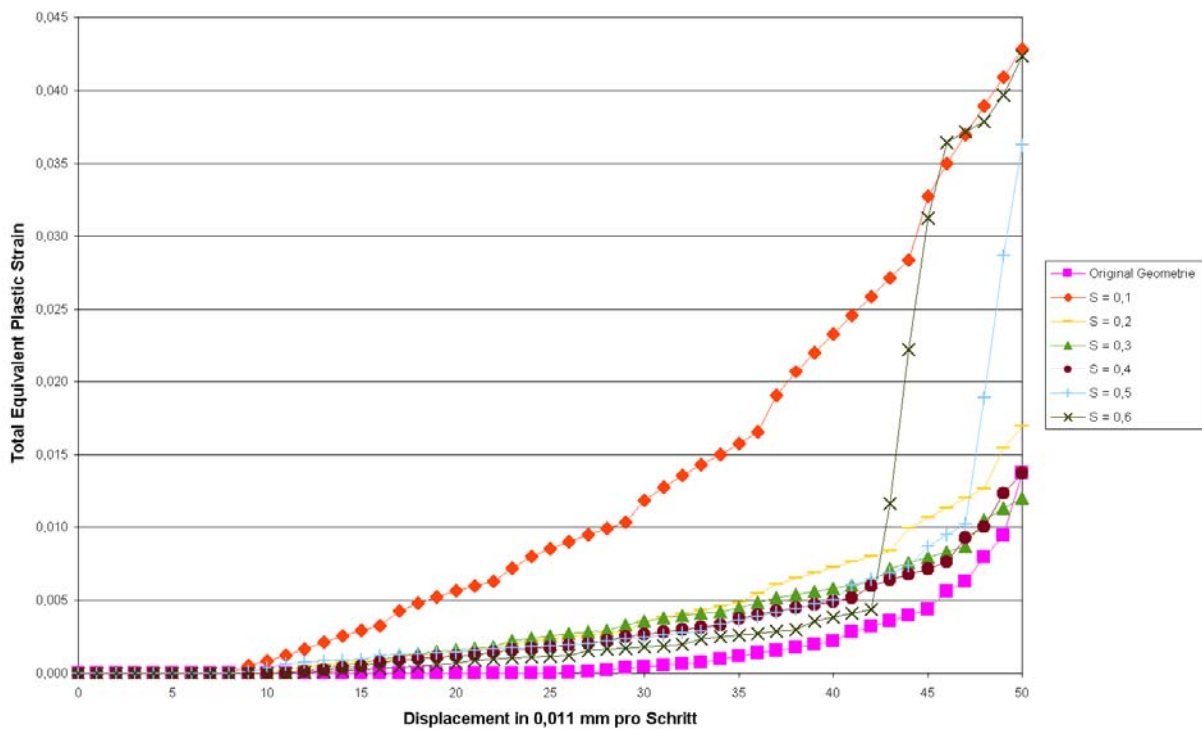


Abbildung 24: Verhältnis der plastischen Dehnung zur Verformung (Zugdreiecke Position2)

4.3.2.3.5 Zusammenfassung

Für die Schraube mit Tellerfeder wurde eine Gestaltoptimierung durchgeführt. Dabei kamen zwei Verfahren zur Anwendung. Zunächst wurde die Optimierung mit der CAO-Methode, dann mit der Zugdreiecks-Methode durchgeführt.

Beide Optimierungen erreichten gute Ergebnisse. Die plastische Dehnung des Bauteils wurde deutlich reduziert. Tatsächlich lagen die Werte der Dehnung weit über dem Bereich der Bruchdehnung des realen Bauteils. Die CAO-Optimierung zeigte absolut gesehen die besten Ergebnisse. Die Optimierung mit Hilfe der Zugdreieck-Methode lässt jedoch auf eine leichtere Beherrschbarkeit der Eigenschaften der Tellerfeder hoffen. Zudem ist die Zugdreieck-Methode für diesen Fall äußerst einfach in einem CAD-System umzusetzen und zu parametrisieren.

4.3.2.4 Topologieoptimierung mit „In Seilen denken“

Im Gegensatz zur Gestaltoptimierung an der Schraube mit Tellerfeder sollte bei diesem Bauteil die Topologie optimiert werden. Die Umsetzung der Gestaltungsrichtlinien Zugdreiecke und „In Seilen Denken“ sollte als Grundlage für das neue Bauteildesign dienen.

4.3.2.4.1 Bauteilbeschreibung

Beim dem zu bearbeitenden Bauteil handelt es sich um den Stützkörper einer Bandpresse der Firma Held GmbH, welches in einem früheren Auftrag an die Firma sachs engineering GmbH schon mit Hilfe der SKO-Methode optimiert wurde.



Abbildung 25: Bandpresse der Firma Held GmbH

Wie in der Abbildung 25 zu sehen, werden mehrere dieser Stützkörper hintereinander durchlaufen. Die Stützkörper sind als Gusskonstruktionen aus GGG40 ausgeführt. An der Anfangs- und Endposition unterscheiden sich die Geometrien der Stützkörper von der hier betrachteten unwesentlich. Für die Auslegung des Stützkörpers als solches ergibt sich aber kein Unterschied. Aus diesem Grund werden sie hier nicht weiter betrachtet. Der Stützkörper wird im Betrieb mit einer Flächenlast von 80 bar belastet. Die Belastungen im Bauteil bleiben weit unter den zulässigen Spannungen. Die wesentliche Auslegungsgröße ist die Verschiebung in Y-Richtung, die die

Fertigungsgenauigkeit für die Bänder bestimmt. Da genauere Informationen über die Funktion und Fertigungsverfahren der Maschine fehlen, wird für einen Vergleich der verschiedenen Entwürfe im Wesentlichen die Verschiebung als maßgebliche Größe verwendet. Eingeleitet werden die Kräfte über seitliche Spindeln.

GGG40 (Materialkennwerte)	
E-Modul	165000 MPa
Poisson-Zahl	0,3
Dichte	7,25E-09

Tabelle 5: Materialwerte GGG40

Die Originalgeometrie des Stützkörpers ist sehr konventionell gestaltet. Die grundlegenden Eigenschaften sind die eines I-Trägers, mit zwei, diagonal versteiften Sektionen. Für die Berechnung des Stützkörpers wurden die Symmetrie in der Y-Achse genutzt und die seitlichen Spindeln als Lagerstellen modelliert, wie in der Abbildung 27 zu erkennen ist. Die Auswertung der Verschiebungen zeigt deutlich, wie die Kräfte zu großen Teilen über den mittleren Steg abgeleitet werden (vgl. Abbildung 29).

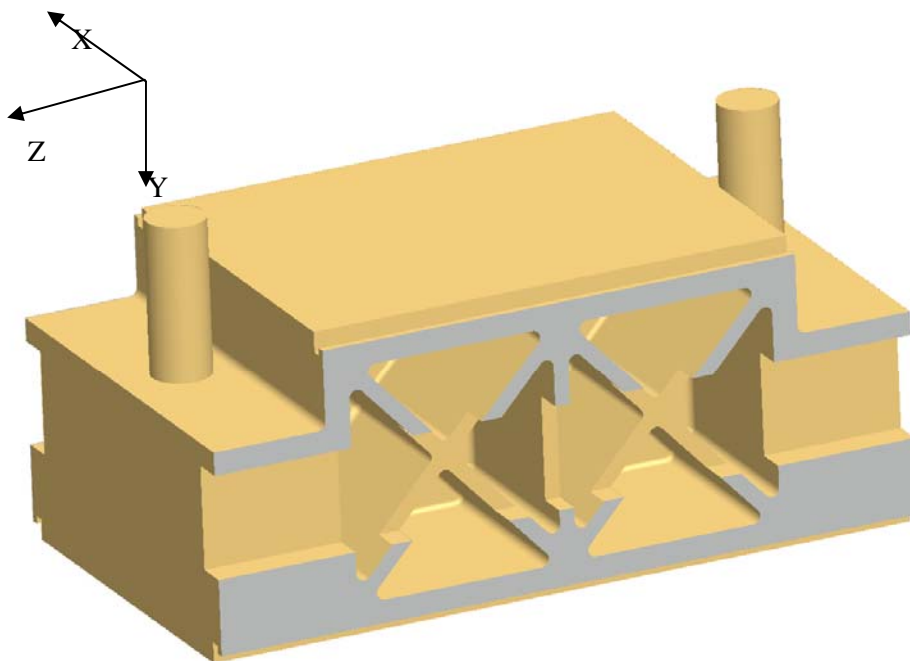


Abbildung 26: Originalgeometrie der Stützstruktur

Zu beachten ist die Lage des Koordinatensystems. In erster Linie wird die Verschiebung in Y-Richtung ausgewertet. Dies begründet sich in der Richtung der Last und der Lage der Funktionsfläche auf der Oberseite des Stützkörpers. Die Verschiebung ist in Richtung der Y-Achse maßgeblich.

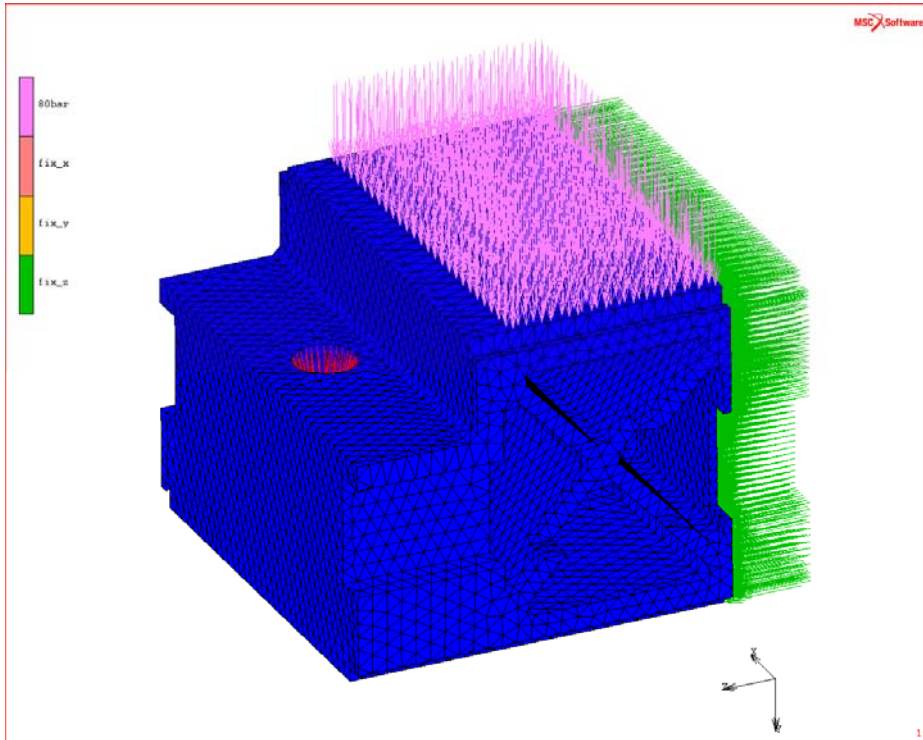


Abbildung 27: Modelldefinition der Ausgangsgeometrie

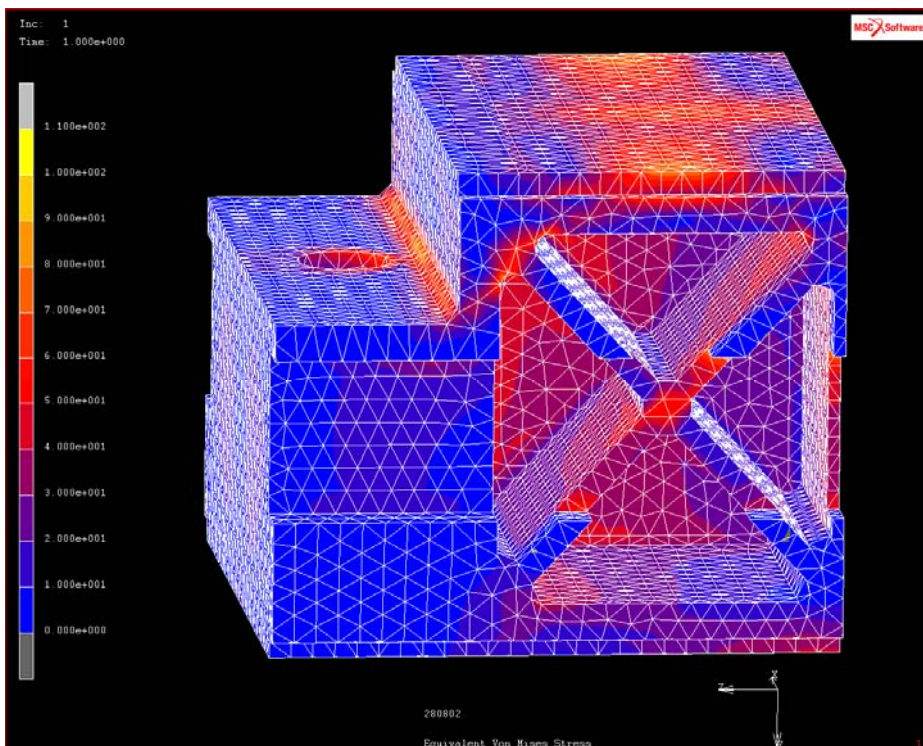


Abbildung 28: Darstellung der von-Mises-Spannung

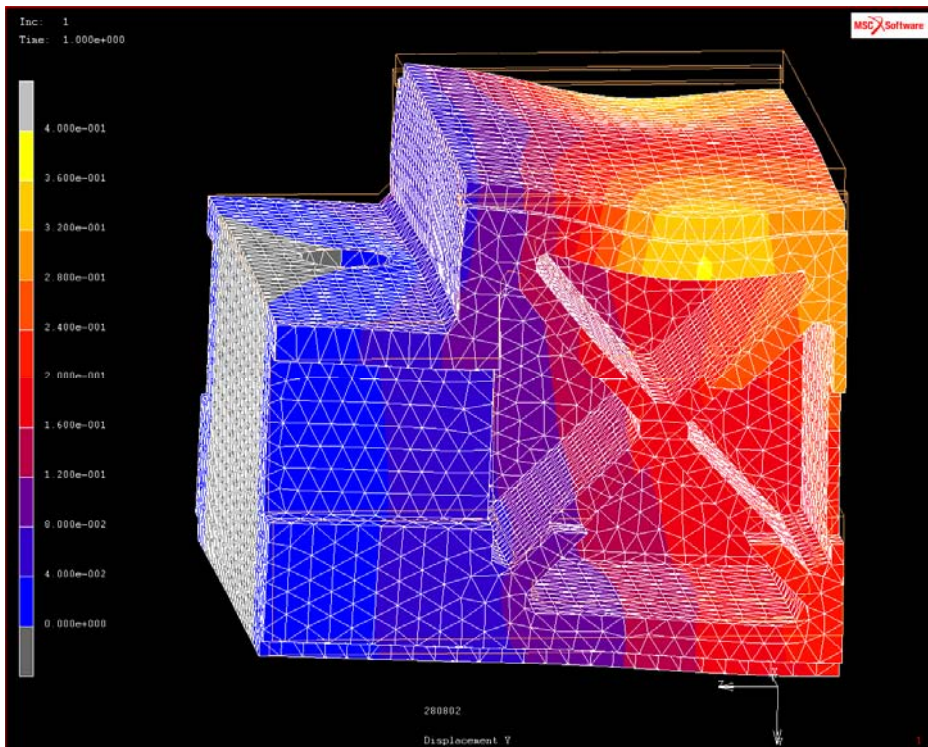


Abbildung 29: Darstellung der Verformung in Y-Richtung

Originalgeometrie	
Displacement Y	0,36 mm
Max. Von Mises Spannung	111 MPa
Masse	1,2870768t

Tabelle 6: Zusammenfassung der Ergebnisse aus der FEM-Berechnung

Die erste qualitative und quantitative (vgl. Tabelle 6: Zusammenfassung der Ergebnisse aus der FEM-Berechnung) Auswertung der Berechnungen der Originalgeometrie liefert die Ausgangsdaten für die weitere Arbeit an der Stützkörpergeometrie.

Da das SKO-Verfahren äußerst effektiv ist, wurden weitere Vergleichswerte aus der SKO-Optimierung entnommen. Der weitere Entwicklungsprozess gestaltete sich iterativ und durch den Vergleich mit den vorhandenen Werten konnte eine ungefähre Richtung festgelegt werden.

SKO Optimierung	
Displacement Y	0,3018 mm
Max. Von Mises Spannung	77 MPa
Masse	1,1998807t

Tabelle 7: Ergebnisse der SKO Optimierung

4.3.2.4.2 Zugdreiecke in der Topologieoptimierung

Die erste Idee eines Bauteils sollte aus der konsequenten Anwendung der Zugdreieck-Methode entstehen. Ein Beispiel dazu wird in einem Poster von Prof. Mattheck vorgestellt. Um diese Technik auf den Stützkörper zu übertragen, musste die Flächenlast zu einer resultierenden Kraft zusammengefasst werden. Dann wurde ausgehend von dem Kraftangriffspunkt die Zugdreieckkontur entwickelt

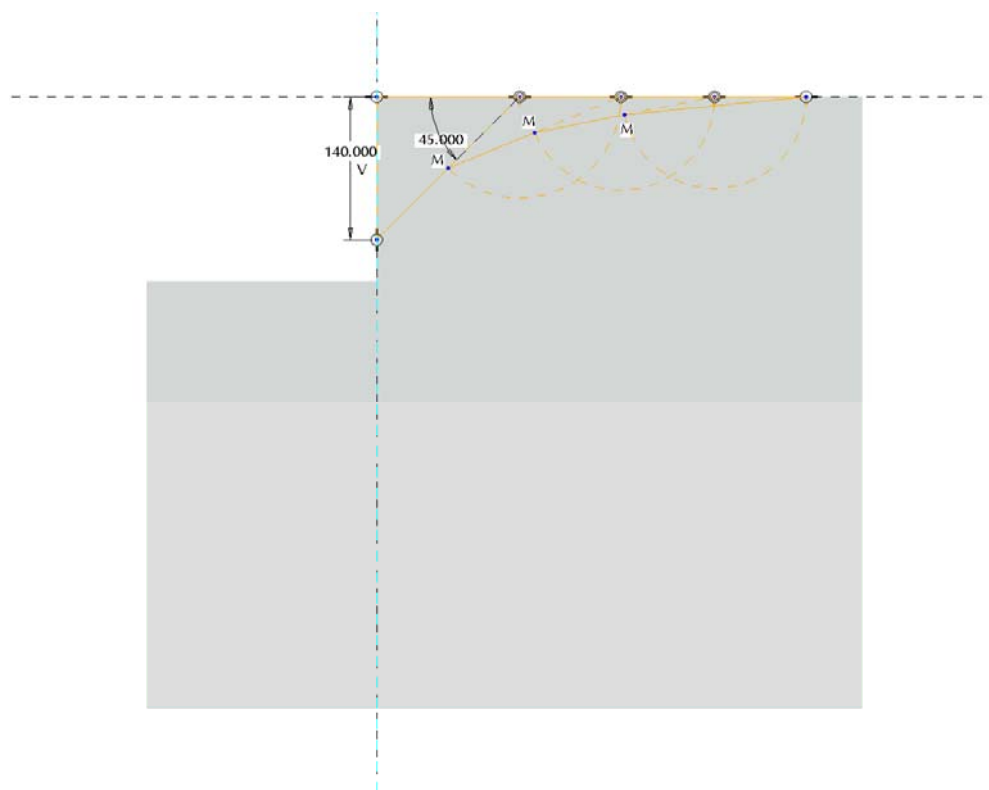


Abbildung 30: Topologieoptimierung mit Hilfe der Zugdreiecke

Im Unterschied zu dem auf dem Poster abgebildeten Beispiel, hat man ausgehend vom Designraum allerdings keine Möglichkeit die massive Mitte des Bauteils zu bearbeiten. Um dennoch eine deutliche Änderung der Topologie zu erreichen, wurde in der Bauteilmitte rein intuitiv ein dreieckiger Schnitt erzeugt und die Ecken mit Hilfe von Zugdreiecken ausgerundet.

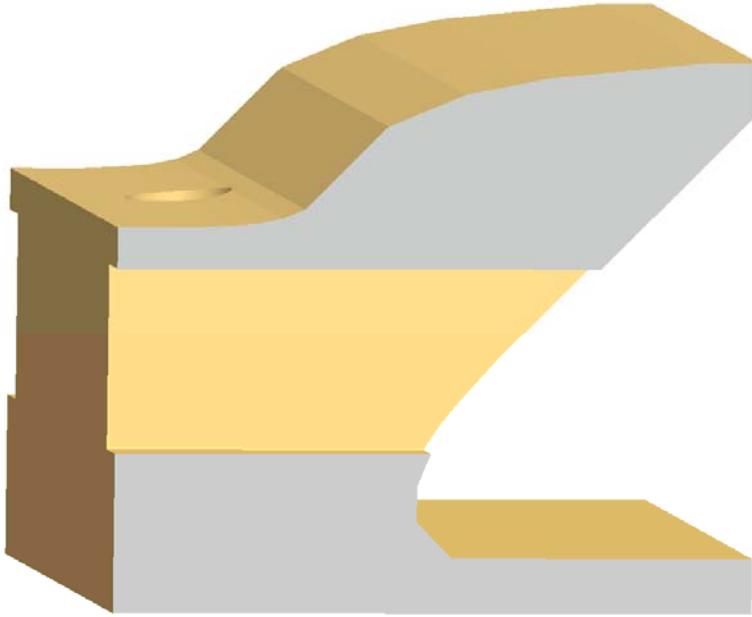


Abbildung 31: Ergebnis der Topologieoptimierung mit Zugdreiecken

Das daraus resultierende Ergebnis stellt noch keine Optimalform da. Durch die Gestaltänderung ging die Funktionsfläche an der Oberseite des Stützkörpers verloren. Würde man die Funktionsfläche wieder in das Bauteil integrieren, würden die eben umgesetzten Änderungen wieder verloren gehen. Der Bauteilschnitt in der Mitte ist, wenn auch nicht falsch, ohne jegliche Argumentationsgrundlage.

Auf einem weiteren Poster von Prof. Mattheck wird eine Variante dieser Methode vorgeschlagen, die ausgehend von einem 45°-Grad Winkel die Struktur zu den Auflagern führt. Dieses Vorgehen konnte nicht umgesetzt werden, da der Stützkörper in seinen Verhältnissen von Breite zu Höhe diese Variation nicht zulässt.

Die Anwendung der Zugdreiecke zur Designfindung wäre denkbar, wenn ein effektives Mittel zur Identifikation des Kraftflusses verfügbar wäre. So könnten dann gezielt weitere Ansatzpunkte für eine Zugdreieckskontur ermittelt und die sogenannten „Faulpelze“ entfernt werden.

Ein Mittel dazu könnte die Lastpfadmethode darstellen. Die Lastpfadmethode wurde von Bauingenieuren zur Identifizierung des Kraftflusses an Flächentragwerken entwickelt. Der Gedanke dabei war, die Stahlbewehrungen so platzieren zu können, dass sie im Falle eines Versagens der Betonstruktur die Lasten optimal aufnehmen können.

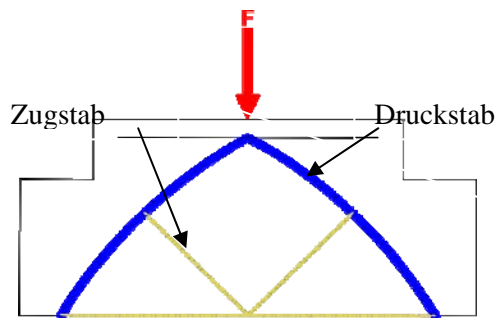
Auch von Seiten der Forschungsgruppe sind ähnliche Bestrebungen im Gange. Dort wird ebenfalls an Möglichkeiten zur Identifikation des Kraftflusses gearbeitet.

Bei dieser Optimierungsaufgabe wurde keines dieser Werkzeuge in Betracht gezogen, da sie nach dem momentanen Stand der Methode nicht zum Repertoire gehören und teils noch nicht zur Verfügung stehen. Sicher ist, dass es sich um eine höchst nützliche und für die Zugdreieckmethode interessante mögliche Erweiterung handelt.

„In Seilen denken“

In den nächsten Varianten wurde in erster Linie mit „In Seilen denken“ gearbeitet. Aus dem ersten Versuch wurde lediglich die Reduzierung der Flächenlast auf eine resultierende Einzellast übernommen.

Die Darstellung der Prinzipskizzen ist den Darstellungen von Herrn Prof. Mattheck nachempfunden, in denen die blauen Bereiche die Druckstützen, die gelblichen die Zugstäbe darstellen. Diese Darstellung wird auch im weiteren Verlauf beibehalten.



Prinzipielle Darstellung der „In Seilen denken“-Strukturen

Entwurf 1

Als einfachster Designentwurf ergab sich ein Druckbogen aus zwei Druckstäben, die durch drei Zugstäbe verbunden werden. Die beiden Druckbögen sollen die Last direkt aufnehmen. Die Zugstäbe sollen dafür sorgen, dass sich die Vorkrümmung der Druckbögen erhält, was also dem blockieren des Notausgangs entspricht.

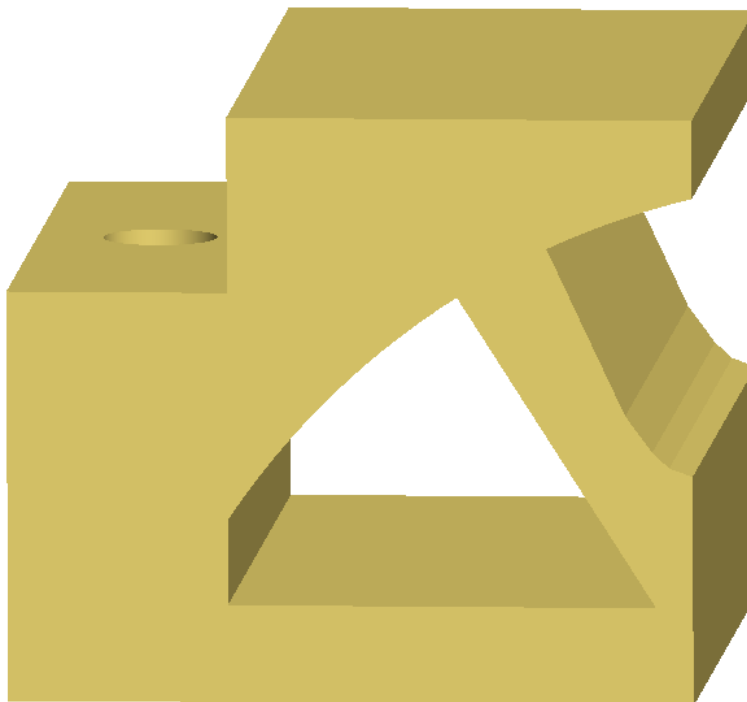


Abbildung 32: Entwurf 1

Eine Dimensionierung wurde nicht vorgenommen, sondern die Dicke des Zugstabes einfach abgeschätzt.

In einer Kontrollrechnung konnte ein weitgehend gutes Verformungsverhalten und geringe Spannungen ermittelt werden. Dennoch hat das Modell die Erwartungen nicht erfüllt. Die als Zugstab gedachte Stütze wird stark auf Biegung belastet, was in den Vektordarstellungen (vgl. Abbildung 33) der FEM-Berechnung sichtbar wird. Am Zugstab sind deutlich die sich gegenüberliegenden Zug- und Druckspannungen zu erkennen. Der Grund ist, dass der Druckbogen nicht als Bogen funktioniert. Der ganze Stützkörper verhält sich wie ein Biegebalken. Der Vektorplot der Verschiebung (vgl. Abbildung 34) zeigt, dass der Zugstab nicht als solcher wirken kann, da der Druckbogen nicht ausweichen kann. Die Vektoren der Verschiebung zeigen alle in Richtung der Last und nicht wie bei den Druckbögen gedacht, vom Zugstab weg.

Positiv zu bewerten ist allerdings der Bereich des unteren waagrechten Bereichs, der laut Prinzipskizze als Zugstab gedacht ist und auch als solcher funktioniert.

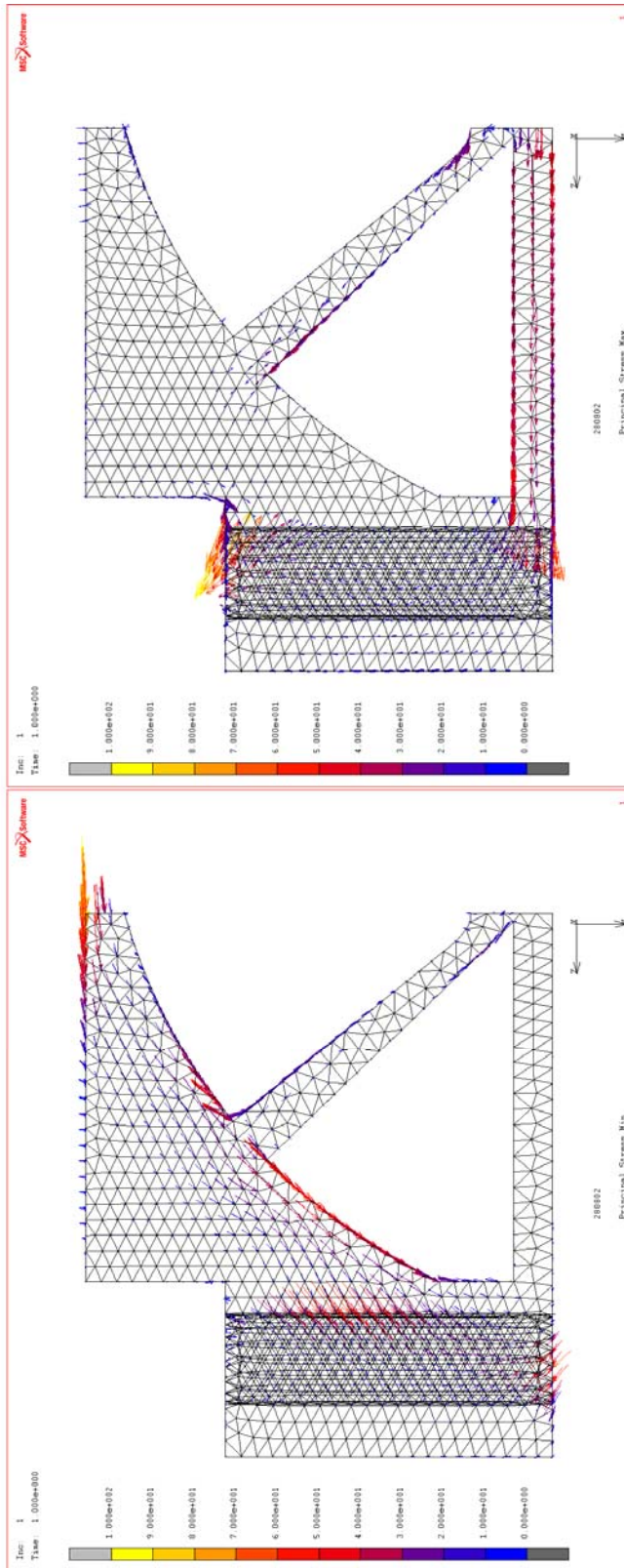


Abbildung 33: Vergleich der minimalen und maximalen Hauptspannungen

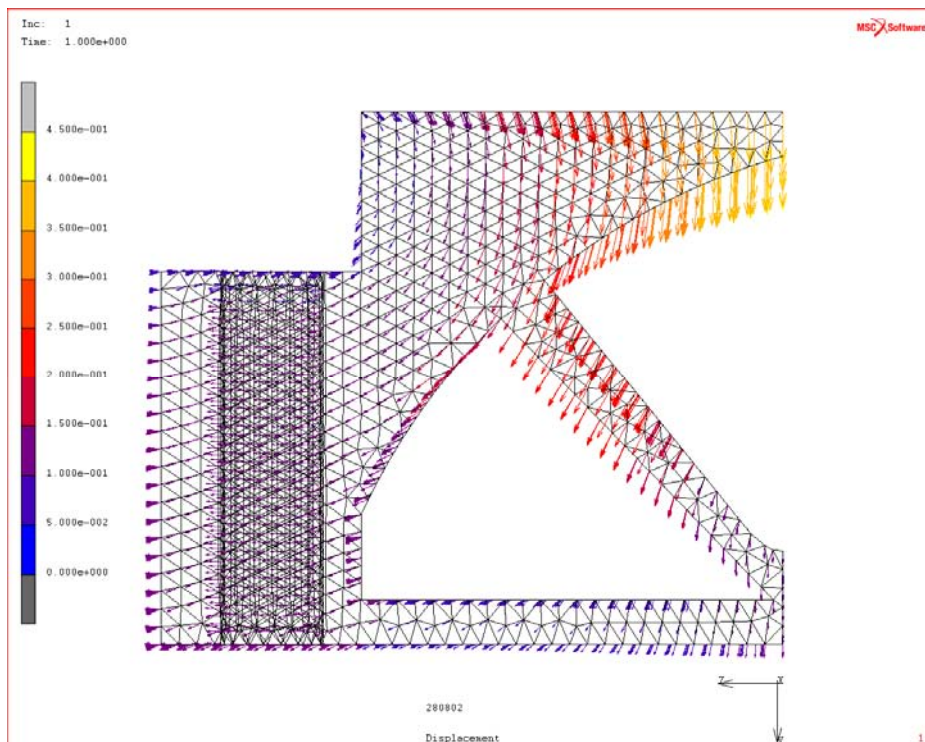


Abbildung 34: Darstellung der Verschiebung in Y-Richtung

Entwurf 1	
Displacement Y	0,427941
Max. Von Mises Spannung	88,4776
Masse	1,3037428t
Displacement	0,427951

Tabelle 8: Ergebnisse Entwurf 1

Entwurf 2

Das Design der ersten beiden Varianten war entweder durch den Wegfall der Funktionsfläche ungeeignet, oder noch nicht ausgereift genug. Das liegt vor allem an der starken Vereinfachung der Lasten, also die Reduzierung der Flächenlast, auf eine Einzellast. Da Flächenlasten in der Beschreibung der Konstruktionsmethoden völlig ausgespart werden, bleibt für die Entwicklung weiterer Varianten nur die Möglichkeit einen Schritt weiter zu gehen und die Flächenlast durch mehrere Einzellasten zu ersetzen. Das eröffnet Spielraum für die Entwicklung verschiedener Varianten.

Bei der Entwicklung der Versionen für das Tragwerk wurden neben den formulierten Gestaltungsrichtlinien auch auf Designpattern zurückgegriffen. Die Grundlegenden Elemente sind aber immer die bereits eingeführten vorgekrümmten Druckstäbe in Kombination mit Zugstäben. Als Ergebnis davon entwickelten sich mehrere Topologien, die im Rahmen der Designregeln von „In Seilen denken“ unabhängige Varianten darstellen.

	<p>Weiterentwicklung des ersten Vorschlags</p> <p>Durch Aufteilen der Kraft können weitere Druckstäbe hinzugefügt werden</p> <p>Weitere Zugstäbe integrierbar</p>
	<p>Umsetzung eines „Designpatterns“ aus dem Buch „Verborgene Gestaltgesetze der Natur“</p> <p>Andere Sichtweise auf das Bauteil, da die Situation im Betrieb und nicht nur die Betriebslast berücksichtigt wird</p> <p>Zuganteile machen bei dieser Konstruktion wenig Sinn, da die Hälften nicht fest verbunden sind</p>
	<p>Umkehr der inneren Bögen</p> <p>Dadurch kurze Zugstäbe</p> <p>Weitere Druckstäbe einzuführen nicht möglich, da die Vorkrümmung dann immer entgegen einer der Richtungen steht</p>
	<p>Kein versperren des Notausgangs möglich</p> <p>Nur Durckanteile</p>

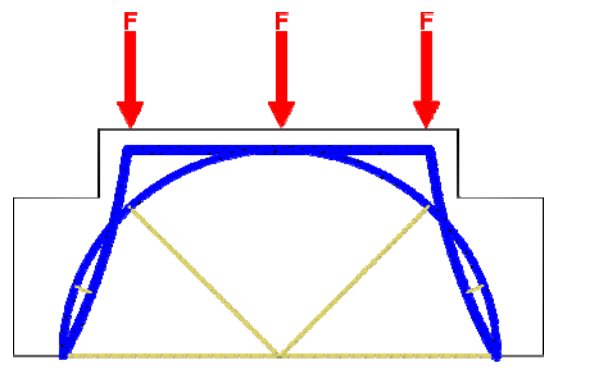
	<p>Bereich der sich kreuzenden Stäbe ist ein Druck-Zug-Bereich, der sich in der Konstruktion nicht auflösen und nur als Flächenbereich darstellbar ist</p> <p>Größtmöglich freier Bereich in der Mitte</p>
---	--

Tabelle 9: Vergleich der verschiedenen Topologien

Eine objektive Beurteilung der verschiedenen Möglichkeiten ist schwer. Die Methode „In Seilen denken“ oder die Zugdreieck-Methode bieten auch keinen Ansatzpunkt für die Bewertung der Varianten. Die erste Variante bleibt am nächsten an der ursprünglichen Methode und bietet die besten Möglichkeiten, die Konstruktion durch weitere Druck- und Zügelemente zu verbessern. Für die nächsten Versionen wird deshalb dieser Vorschlag als grundlegendes Design verwendet.

Da in dieser Stufe der Entwicklung erstmals dedizierte Druckstützen und damit auch die zugehörigen Zugstäbe auftreten, stellte sich nach der Umsetzung des prinzipiellen Designs die Frage nach der Dimensionierung der Stützen. Da eine analytische Lösung auch nur über weitreichende Vereinfachungen möglich wäre, wurde der einfachste Weg zur überschlägigen Dimensionierung gewählt und die Startwerte für die Dicke der Druckbögen und Zugstäbe aus den Modellen der Originalgeometrie und der SKO-Optimierung entnommen.

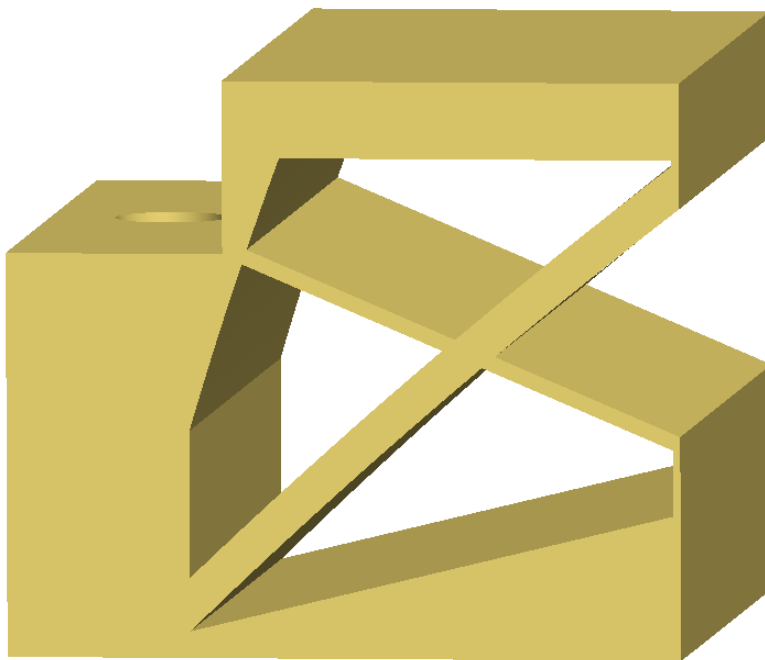


Abbildung 35: Entwurf 2

Nach der Konstruktion im CAD-System wurde das entstandene Bauteil wieder durch eine FEM-Berechnung verifiziert. Nachdem beim ersten Versuch der Zugstab völlig falsche Belastungen aufwies, ist vor der Auswertung der Verformung, die Verifizierung der Belastungsarten interessant. Der Vektorplot der FEM-Berechnung für die Minimalen und maximalen Hauptspannungen bestätigt das prinzipielle Design des Stützkörpers. Der Druckbogen wird mit Druckspannungen, der Zugstab mit Zugspannungen belastet.

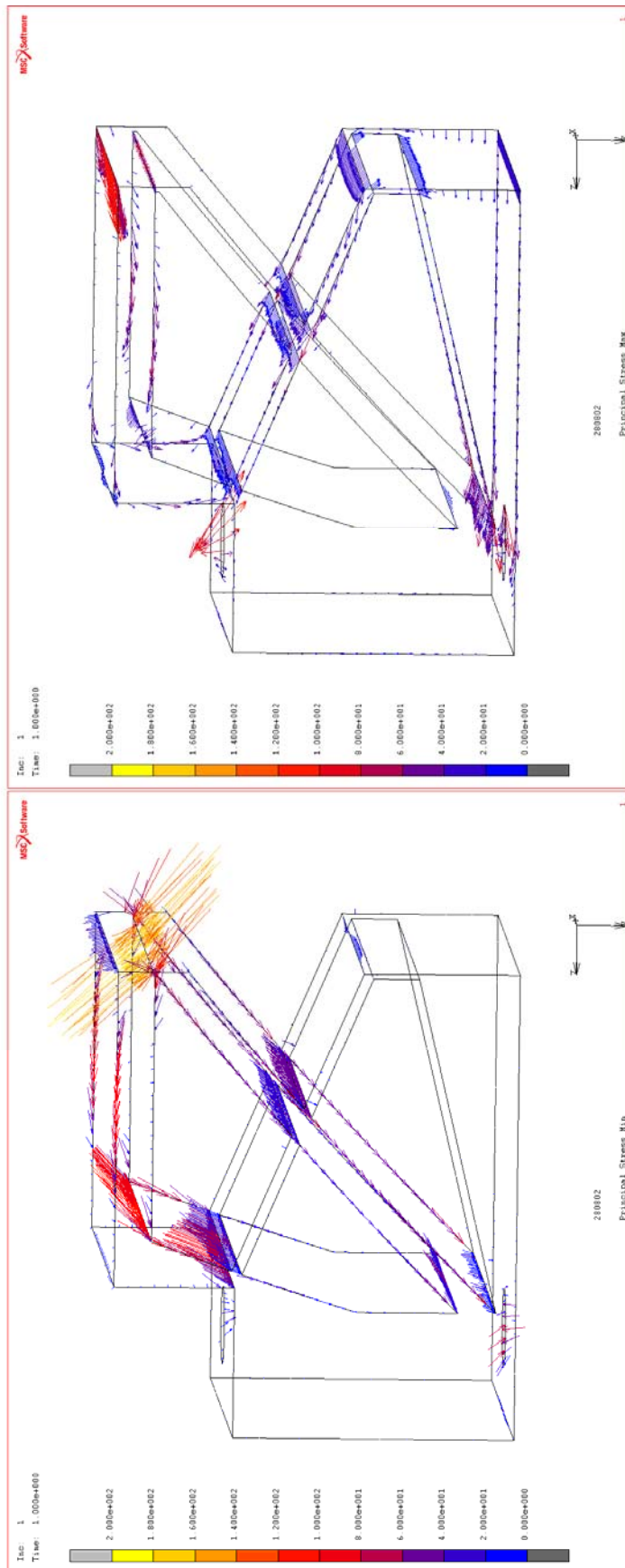


Abbildung 36: Vergleich der minimalen und maximalen Hauptspannungen (Entwurf 2)

Die weitere Auswertung der FEM-Berechnung ergab, mit Ausnahme der Masse, Ergebnisse, die noch sehr weit von denen der Ausgangskonstruktion entfernt sind.

Entwurf 2	
Displacement Y	0,71377
Max. Von Mises Spannung	125,875
Masse	1,1190809t
Displacement	0,714051

Tabelle 10: Ergebnisse Entwurf 2

Entwurf 3

Um die Konstruktion zu verbessern, können zwei Veränderungen vorgenommen werden. Zum einen können zusätzliche Druck- und Zugstäbe eingeführt werden, zum anderen wurde bisher lediglich die Vorderansicht im Design über „In Seilen denken“ berücksichtigt. Der Stützkörper ist nur sehr vereinfacht zweidimensional zu sehen. Die Last wird nicht über die gesamte Tiefe des Bauteils abgeleitet, sondern nur über die Zugspindeln, die in der Mitte der Seitenansicht liegen.

Um diese Bedingung in der Tragwerksstruktur zu berücksichtigen, wurde, neben einer zusätzlichen Druckstütze, auch eine 2-dimensionale Seitenansicht entworfen. Aus der Überlagerung der Seitenansicht mit der bestehenden Struktur entstand eine weitere Variante. Aufgrund der Restriktionen durch die Fertigung als Gussteil konnte allerdings keine vollständige Umsetzung der Struktur erfolgen. Das Problem ist, dass das entworfene Tragwerk eigentlich auch wieder mehrere Druckbögen vorsieht, wovon aber durch die Fertigung nur die äußersten erhalten bleiben können. Aus diesem Grund wurde dann einfach nur die äußerste Struktur des Entwurfs in Form eines einfachen Trägers umgesetzt. Hier findet sich eine Parallele zur konventionellen Struktur der Ausgangsgeometrie. Aus der Druck- und Zugkonstruktion wird nun wieder ein Biegeträger.

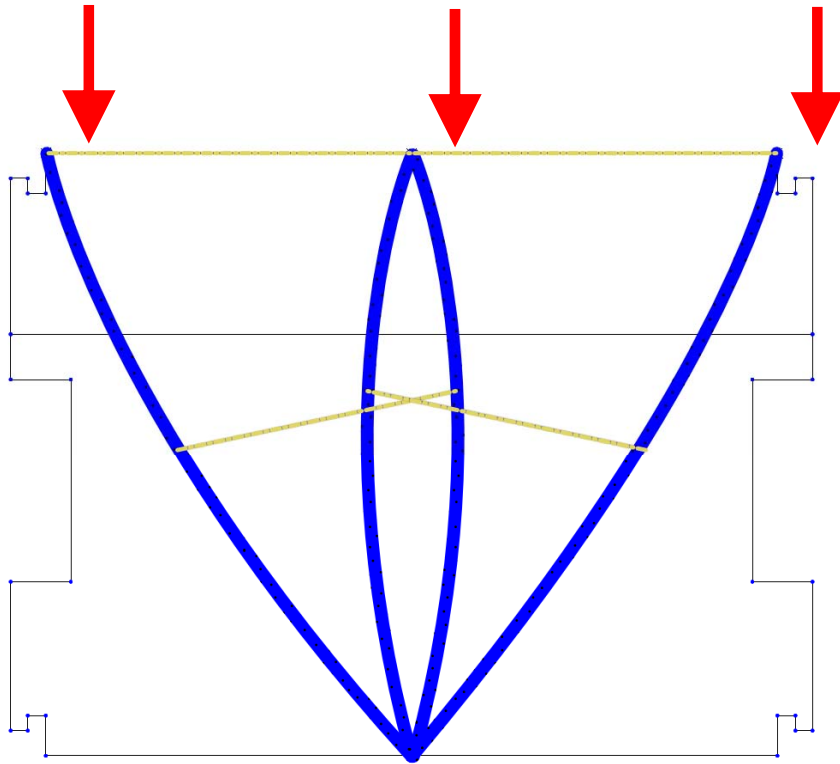


Abbildung 37: Strukturentwurf für die Seitenansicht

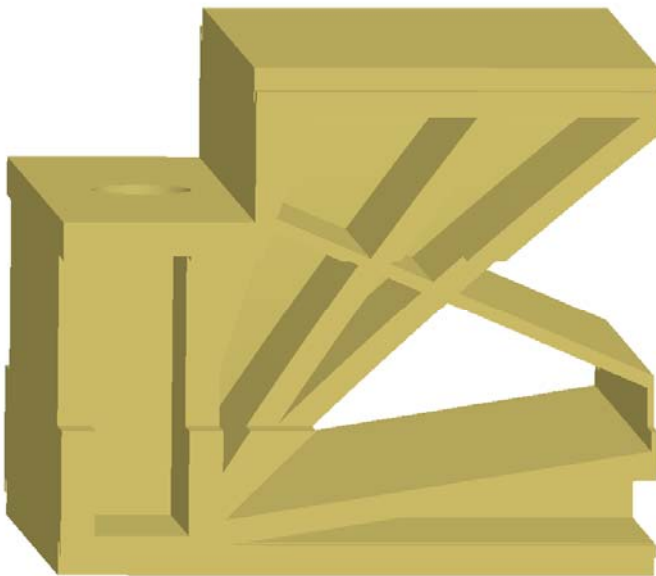


Abbildung 38: Entwurf 3

Zusätzlich zur grundlegenden Struktur, wurden in dieser Version auch alle anderen Materialschnitte, die der Funktion oder der Gewichtersparnis dienen, in das Modell integriert und dann wiederum über eine FEM-Berechnung nach bekannten Gesichtspunkten beurteilt.

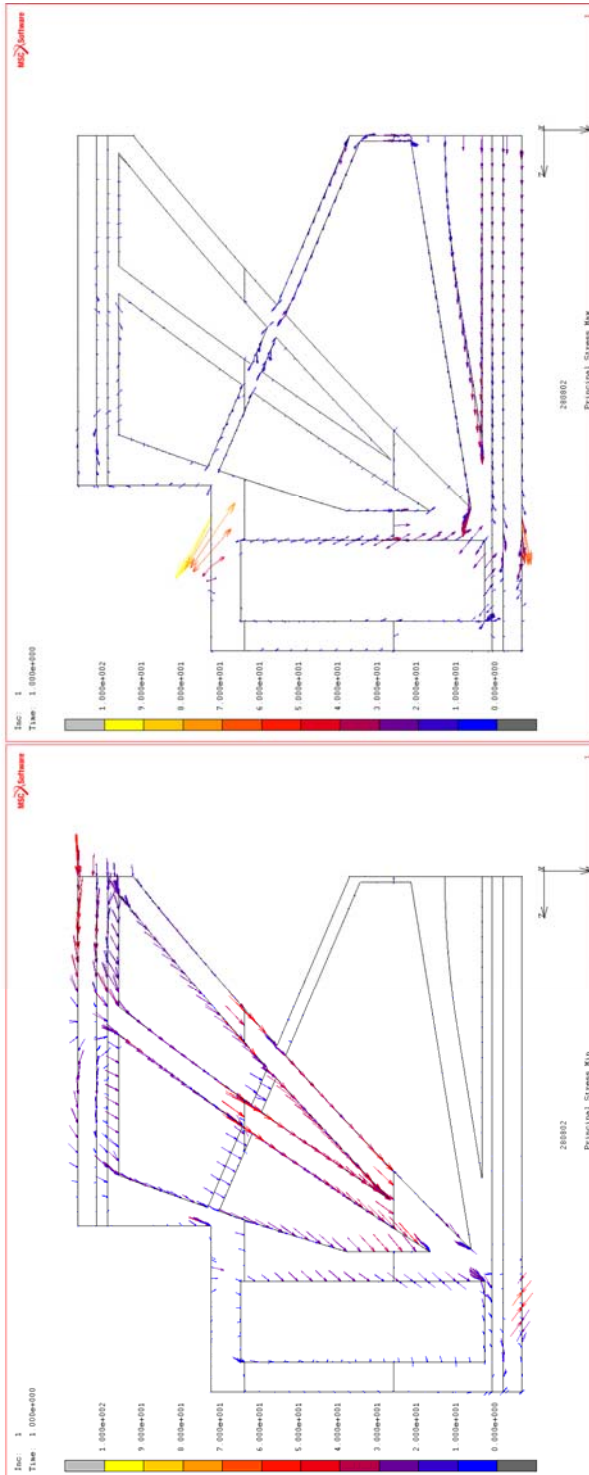


Abbildung 39: Vergleich der Minimalen und Maximalen Hauptspannungen (Entwurf 3)

Prinzipiell sind die Ergebnisse des Vektorplots positiv. Die Vektordarstellung der Maximalen Hauptspannungen zeigt deutlich die Zugspannungen in den als Zuelemente gedachten Bereichen.

Abweichungen finden sich bei dieser Version in den Bereichen zwischen den Druckbögen, in denen Druckspannungen an den Zugelementen zu erkennen sind. Durch die Betrachtung aus einem anderen Winkel, lässt sich allerdings feststellen, dass diese Druckspannungen nur an der Grenze zum mittleren Träger vorhanden sind. Die Funktion als Zugelement wird also nicht generell in Frage gestellt.

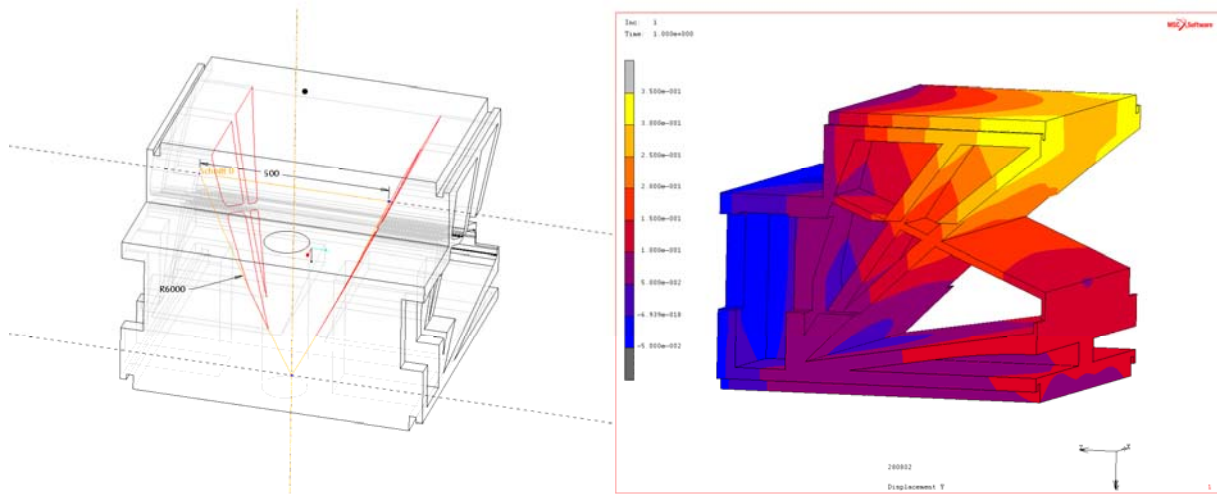


Abbildung 40: Umsetzung des Strukturentwurfs aus der Seitenansicht und Darstellung der Verschiebung in Y-Richtung

Auch in diesem Beispiel werden die Vergleichswerte der SKO-Optimierung noch nicht erreicht, sie bewegten sich aber im Vergleich zur vorherigen Stufe deutlich in die richtige Richtung.

Entwurf 3	
Displacement Y	3,339E-01
Max. Von Mises Spannung	84.147MPa
Masse	1,1622497t
Displacement	0,334837

Tabelle 11: Ergebnisse Entwurf 3

Entwurf 4

Großes Potential zur Gewichtseinsparung ist beim mittleren Träger gegeben, der sehr großzügig in die Struktur eingebracht wurde. Auf der Auswertung der Verschiebung in Y-Richtung (vgl. Abbildung 40) ist der Einfluss des Trägers zu sehen, der die Verschiebung in der Bauteilmitte bis an die Ränder recht konstant hält. Zugunsten der Masse kann aber durchaus die Steifigkeit der Konstruktion noch ein wenig reduziert werden. Bei der Festlegung des weiteren Vorgehens, wurde statt weitere Druck- oder Zugelemente einzuführen, unter Berücksichtigung der vorhandenen Steifigkeit, der mittlere Träger stark geschwächt und dafür die Dicke der innersten Druckstütze verdoppelt.

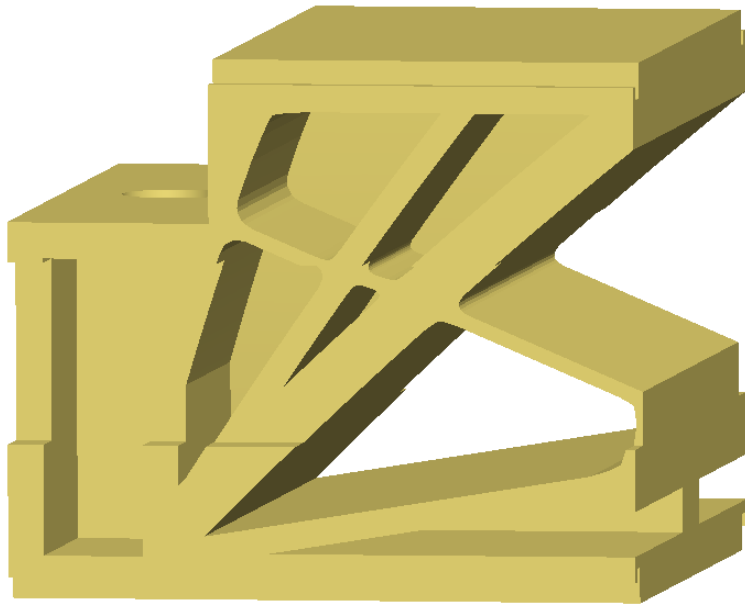


Abbildung 41: Entwurf 4

Die Verbesserung ist gut gelungen. Die Steifigkeit hat zwar nachgelassen, ist nun aber wesentlich gleichmäßiger als in der letzten Version.

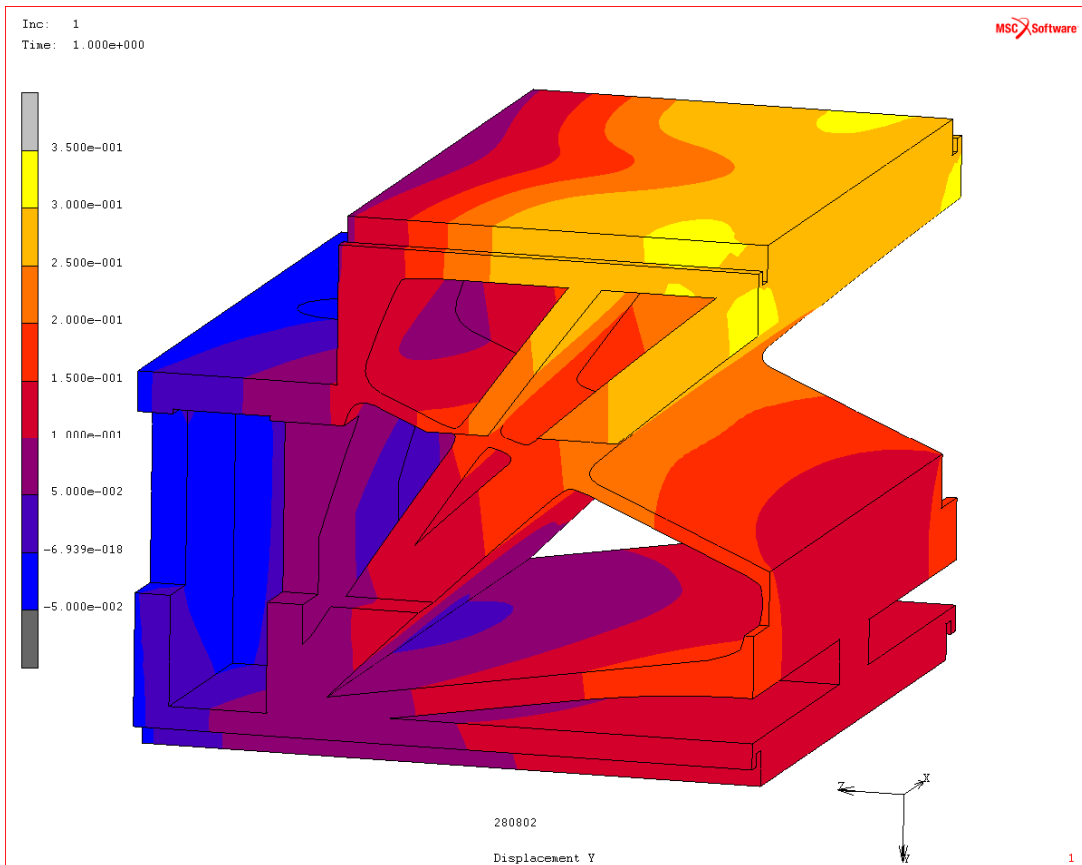


Abbildung 42: Darstellung der Verschiebung in Y-Richtung (Entwurf 4)

	Entwurf 4	SKO-Optimierung
Displacement Y	0,3049mm	0,3018 mm
Max. Von Mises Spannung	192,2MPa (Kerbspannungen-Vernetzungsfehler)	77 MPa
Masse	1,1063570t	1, 1998807t

Tabelle 12: Gegenüberstellung der Ergebnisse des Entwurfs 4 und der SKO-Optimierung

Da der Unterschied in der Verschiebung kaum noch darstellbar ist, die Masse aber deutlich geringer ist, als bei der SKO-Variante, wird die Optimierung hier beendet. Der Vollständigkeit halber sei noch auf die Vektordarstellung der Hauptnormalspannungen verwiesen. Im Bereich der Druck- und Zugelemente hat es sich nicht wesentlich verändert. Lediglich die Stelle der Kreuzung des Zugstabs mit dem mittleren Druckstab sticht heraus. Dies ist aber in erster Linie auf einen Vernetzungsfehler zurückzuführen, der, wie auch in der Tabelle an der max. Mises-Spannung zu sehen, an dieser Stelle falsche Werte liefert. Da es in erster Linie hier um die Verschiebungen geht, wurde allerdings auf eine Neuvernetzung verzichtet.

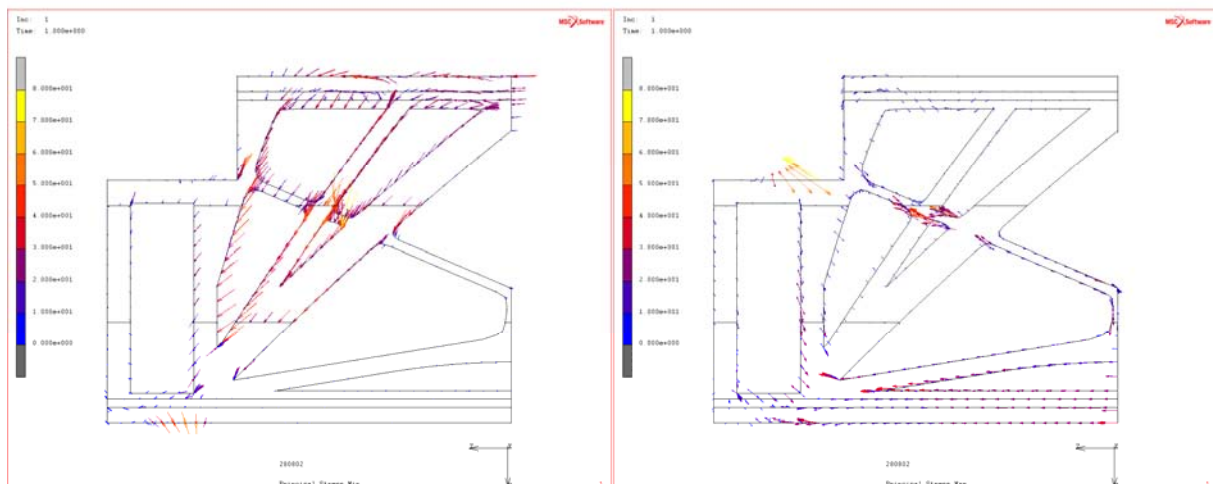


Abbildung 43: Darstellung der Minimalen und Maximalen Hauptspannungen

4.3.2.4.3 Zusammenfassung

Die Ergebnisse der SKO-Optimierung, die als gute Referenz dienen können, wurden durch die schrittweise Verbesserung der Konstruktion erreicht. Im Falle der Masse wurde die SKO-Optimierung sogar übertroffen. Trotzdem kann man nicht uneingeschränkt von einer erfolgreichen Umsetzung der Konstruktionsmethode „In Seilen denken“ sprechen. Ohne eine Vorlage bzw. ohne die Referenzwerte der SKO-Optimierung wäre es ungleich schwerer gewesen die Konstruktion schrittweise zu verbessern. Zudem wurden andere Bereiche der Konstruktion völlig übergangen. Eine Dimensionierung z.B. wurde umgangen, indem die Startwerte aus der vorhandenen Konstruktion entnommen wurden und dann zwischen den einzelnen Entwicklungsschritten angepasst wurden. Die Radien der Druckbögen wurden sehr groß gewählt, es gibt aber keinen Ansatz Grenzen zu ziehen, um einen minimalen oder maximalen Radius festlegen zu können. Schon bei der Auswahl des

prinzipiellen Layouts konnte nur rein intuitiv vorgegangen werden. Eine Parameterstudie soll über die Qualität der Optimierung und die Zuverlässigkeit der intuitiven Entscheidungen Aufschluss geben.

4.3.2.5 Überprüfung der Topologieoptimierung

Nach der rein intuitiven Herangehensweise an die Entwicklung der Bauteilgeometrie, soll eine Parameterstudie einen Rückschluss auf die Qualität der Optimierung und der intuitiven Entwicklung ermöglichen. Abgesehen von der grundsätzlichen Topologie des Bauteils, wurde die Ausrichtung der Zugstäbe und die Radien der Druckstäbe in Abhängigkeit der Winkel der Zugstäbe untersucht. Das Hauptkriterium dieser Betrachtungen war die Steifigkeit der Gesamtstruktur und die Belastungsart der Zugstäbe.

Um die Berechnungen wenigstens Ansatzweise vollständig gestalten zu können, musste das CAD-Modell des Stützkörpers entsprechend der Untersuchungen parametrisiert und eine Möglichkeit zur Automatisierung der Berechnungen und Datenerfassungen gefunden werden.

4.3.2.5.1 Designstudien der unterschiedlichen Entwürfe

Die intuitive Herangehensweise an die Bauteilentwicklung ließ mehrere grundlegenden Topologien entstehen, wovon eine dann für die weitere Entwicklung des Bauteils ausgewählt wurde. Um diesen Schritt zu verifizieren, wurde eine Designstudie mit den verschiedenen Varianten in Pro/Mechanica im integrierten Modus durchgeführt. Als Parameter wurden die, auch in den darauf folgenden Berechnungen der Parameterstudie betrachteten, Werte in die Designstudien eingeführt.

Pro/Mechanica bietet im integrierten Modus von Pro/Engineer die Möglichkeit Designstudien mit zwei verschiedenen Optimierungsalgorithmen durchzuführen. Der Standardalgorithmus basiert auf der sequentiell-quadratischen Programmierung. Im Falle eines ungültigen Startentwurfs oder einer anderen von Pro/Mechanica erkannten Störung in der Optimierung, wird zu einem Gradientenverfahren mit Liniensuche gewechselt. Die ersten Versuche der Designstudien wurden mit dem Standardverfahren gerechnet. Allerdings sind die Ergebnisse mitunter sehr unbefriedigend, da keinerlei Zwischenergebnisse erhalten bleiben. Pro/Mechanica bietet aber die Möglichkeit das Gradientenverfahren fest einzustellen. Wenn auch nicht alle Ergebnisse der Designstudien völlig überzeugen konnten, so hat die Optimierung mit dem Gradientenverfahren den Vorteil, dass die Zwischenergebnisse erhalten bleiben und so zumindest einen Interpretationsspielraum eröffnen.

4.3.2.5.2 Parametrisierung des CAD-Modells

Die ursprüngliche Version, die aus der Herangehensweise nach der „In Seilen denken“-Methode entstand, war für eine Parametrisierung denkbar ungeeignet. Die Zug- und Druckelemente waren nicht als separate Konstruktionselemente, sondern als eine Menge von Materialschnitten ausgeführt. Um die spätere Versuchsplanung nicht einzuschränken, wurde eine möglichst große Variabilität der Geometrie angestrebt.

Im ersten Schritt wurden aus den Materialschnitten die einzelnen Elemente, wie separate Zug- und Druckstäbe, abgeleitet. Die Konstruktion musste dabei so ausfallen, dass die aus den Erfahrungen der ersten Konstruktion identifizierten Parameter einen möglichst großen Spielraum erhalten. Da die Anzahl der Parameter groß ist, wurden zwei Vereinfachungen in der Geometrie vorgenommen. Zum einen wurde der mittlere Träger ausgespart und zum anderen die Zugelemente auf eine Ebene mit der Lagerstelle gebracht. Laut Literatur soll das keinen Unterschied machen und wurde als sinnvolle Reduzierung der Komplexität der Parameterstudie angesehen.

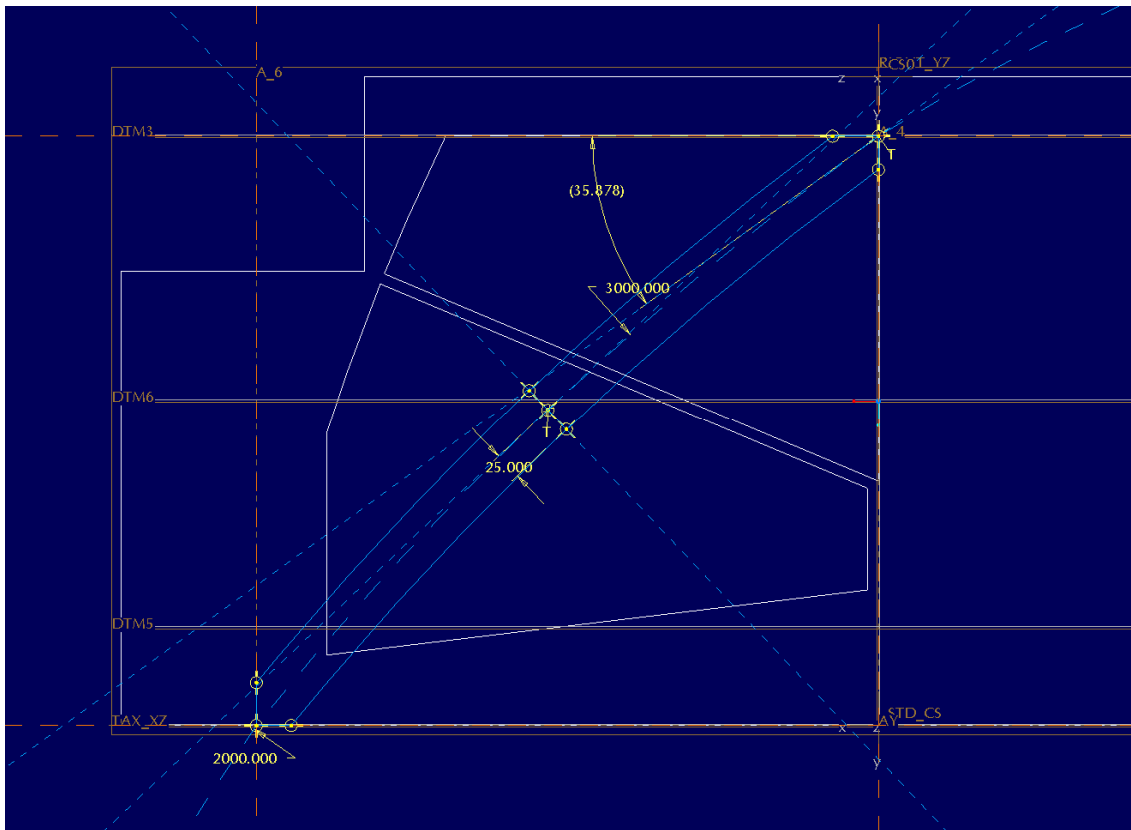


Abbildung 44: Beispiel für die Parametrisierung. Druckstütze in Abhängigkeit des Radius

4.3.2.5.3 Generierung der CAD-Varianten

Um die Varianten schnell in ausreichender Anzahl erstellen zu können wurde für jede Untersuchung eine Familientabelle mit den entsprechenden Varianten erstellt. Die Varianten lassen sich dann über eine Funktion in der CAD-Software verifizieren, was die Erstellung des Modells zumindest in der CAD-Umgebung sicherstellen soll. Zudem lassen sich im generischen Modell, das die Ausgangsbasis für alle Varianten darstellt, auch Einstellungen für die Netzerstellung im FEM-Modus hinterlegen. Für die Erstellung dieser Varianten, wurde lediglich die zur Netzerzeugung unbedingt notwendigen Angaben zur minimalen und maximalen Elementgröße angegeben. Bei einer Vernetzung mit diesen Einstellungen kann man von einer Elementanzahl zwischen 16000 und 34000 Elementen für das Berandungsnetz ausgehen, was für die spätere Vernetzung in Msc.Marc/Mentat zu einer maximalen Elementanzahl von ca. 100000 Elementen führt. Die nicht unerhebliche Anzahl an Varianten, die im Verlauf der Parameterstudie berechnet werden, macht eine derartige Beschränkung unverzichtbar.

4.3.2.5.4 Vernetzung der CAD-Varianten

PTC Pro/Engineer Wildfire 2 hat zwei weitere Features, die für die automatisierte Erstellung der Berechnungsmodelle genutzt wurden. Zum einen kann in Pro/Engineer eine Trainings- oder Traildatei aufgezeichnet werden, die mit kleinen Modifikationen und einer Programmschleife in der Skriptsprache Python die aufgezeichneten Schritte beliebig oft wiederholt. Zum anderen verfügt Pro/Engineer über einen FEM-Modus, der zuverlässig Tetraeder-Netze erstellt. Die Verbindung dieser beiden Features mit den erstellten Familientabellen erlaubt nun eine schnelle Erstellung von vielen Varianten.

Die Traildatei ruft dabei die Varianten der Reihe nach aus der Familientabelle auf und wechselt in den FEM-Modus. Im FEM-Modus wird ein Tetraeder-Berandungsnetz erstellt und dann in einem Nastran-Format exportiert, welches dann später von Mentat eingelesen werden kann.

Die Arbeit mit den Traildateien ist mitunter sehr diffizil und es braucht einige Anläufe, um die richtigen Schritte aufzuzeichnen. In dieser Situation haben sich folgende Schritte als sehr effizient erwiesen:

ProE öffnen

Arbeitsverzeichnis wählen

Variante öffnen

In Mechanica wechseln

Einheiten Dialog bestätigen

Berandungsnetz erstellen

Netz speichern

Nastran auswählen

Koordinatensystem auswählen

Datei unter dem Standardnamen, der durch den Variantennamen definiert wird, speichern

Materialmeldung bestätigen

Pro/Engineer Menüfenster schließen (#QUIT Anweisung in der Trail, fällt vom Format her ein wenig aus dem Rahmen)

ProEngineer Modell über Datei/Schließen beenden

„Datei/Wegnehmen/Nicht gezeigt“ mit q bestätigen (Wird dieser Schritt weggelassen, dann stürzt ProE nach einigen Varianten ab)

Schritt 3 - 11 mit nächster Variante wiederholen

12 – Pro/Engineer-Sitzung über Datei/Beenden schließen

Allgemein gesehen, werden die Schritte für die Aufzeichnung natürlich sehr unterschiedlich sein. Drei Punkte können allerdings für alle Versuche mit Traildateien übernommen werden:

Nahezu jeder Aufruf eines Menüs, eines Fensters oder sonstige Klicks in der Pro/Engineer-Oberfläche erzeugt einen Eintrag in der Traildatei. Die Schritte für die Erzeugung sollten also sehr präzise durchgeführt werden, um den Umfang der Traildatei nicht unnötig zu vergrößern.

Werden viele Varianten erzeugt, sollten unbedingt regelmäßig die Modelle über die Schritte „Datei/Wegnehmen/Nicht gezeigt“ aus dem Arbeitsspeicher gelöscht werden. Anderenfalls neigt Pro/Engineer zur Instabilität bis hin zum Absturz des Programms.

Die Aufrufe in der Traildatei sind nicht kontext-orientiert. So erzeugt im Falle eines Fehlers der Befehl zum Schließen des Fensters z.B. ein Beenden der kompletten Sitzung.

Alles in allem ist man beraten, die Arbeit mit den Traildateien auf ein Minimum zu beschränken. Diese Technik zur Automatisierung einzusetzen empfiehlt sich nur in sehr kleinen, wohl überlegten Schritten.

4.3.2.5.5 Erstellung und Berechnung der FEM-Modelle

Nachdem über Pro/Engineer die für die Berechnung erforderlichen Netze erstellt wurden, musste eine entsprechende Prozedur für Mentat erstellt werden, die das Netz importiert, Randbedingungen erstellt, Material zuweist und anschließend, nach der vollständigen Definition des Modells, die Job-Dateien für die anschließende Berechnungen schreibt.

All diese Aufgaben sind in Mentat relativ leicht zu erledigen, da die Eingaben in der Benutzeroberfläche in einer leicht verständlichen Prozedur-Datei aufgezeichnet werden, die eine sehr gute und flexible Automatisierung der Einzelschritte ermöglicht. Das gleiche Verfahren musste auch für die Auswertung der Ergebnisse verwendet werden, da allein die manuelle Erfassung der Daten mit Sicherheit eine Woche in Anspruch genommen hätte.

4.3.2.5.6 Auswertung der Designstudien der Topologievarianten

Einer der ersten Schritte in der Entwicklung der neuen Stützkörpergeometrie war die Entscheidung für ein prinzipielles Layout. Die Entscheidung war größtenteils intuitiv und soll in der ersten Untersuchung der Parameterstudie verifiziert werden.

Da eine umfangreiche Untersuchung jeder Variante nicht in angemessener Zeit durchführbar wäre, wurde versucht, entsprechende Daten über eine Optimierung in Pro/Mechanica zu erhalten. Die einzelnen Varianten wurden, was dank des besser parametrisierten CAD-Modells möglich war, im CAD-System umgesetzt und mit Hilfe von Pro/Mechanica optimiert. Die einzelnen Varianten sind in Tabelle 13 aufgeführt. Die Parameter ergeben sich aus den jeweiligen Modellen und umfassten jeweils die Radien und Dicken der Druckstäbe, sowie die Winkel der Zugstäbe. Die Randbedingungen der Optimierung sahen eine Optimierung der Masse unter Einhaltung einer maximalen Verschiebung von 0,6 mm vor. Um eine gewisse Sicherheit gegen lokale Minima zu erhalten, wurden jeweils 3 Optimierungsläufe durchgeführt. Dabei wurden die Startwerte der Parameter jeweils auf die minimalen, maximalen und die mittleren Werte des Entwurfsraums gesetzt.

Die Variante 3 fehlt, da sie eigentlich lediglich eine Weiterentwicklung der Variante 2 mit 3 Druckbögen war. Aus Gründen der Übersichtlichkeit in der Datenstruktur, wurden die Namen beibehalten und die Variante 3 ausgenommen.

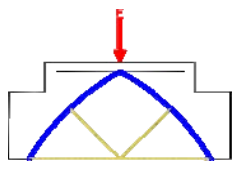
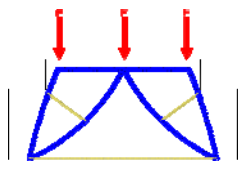
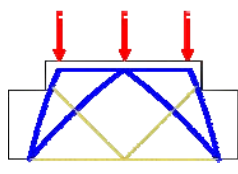
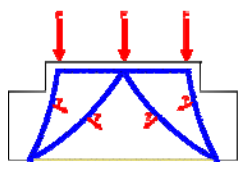
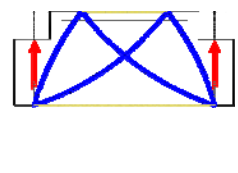
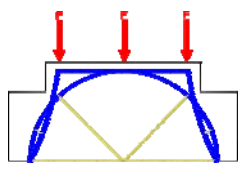
Variante 1		Variante 5	
Variante 2		Variante 6	
Variante 4		Variante 7	

Tabelle 13: Untersuchte Varianten in der Designstudie mit Pro/Engineer u. Pro/Mechanica

Die Optimierung mit dem Optimierungsalgorithmus von Pro/Mechanica erwies sich als problematisch. So konnte zunächst in so gut wie keinem Lauf eine Konvergenz erzielt werden. Erst die Lockerung der Konvergenzbedingungen und die Verwendung eines Gradientenverfahrens, statt des sequentiell-quadratischen Algorithmus, führten zu verwertbaren Daten. Der Hauptunterschied für die hier gestellte Fragestellung ergab sich bei den beiden Algorithmen darin, dass der sequentiell-quadratische Algorithmus im Gegensatz zum Gradientenverfahren keine Zwischenschritte dokumentiert. Im Falle einer fehlgeschlagenen Optimierung standen also überhaupt keine auswertbaren Daten zur Verfügung.

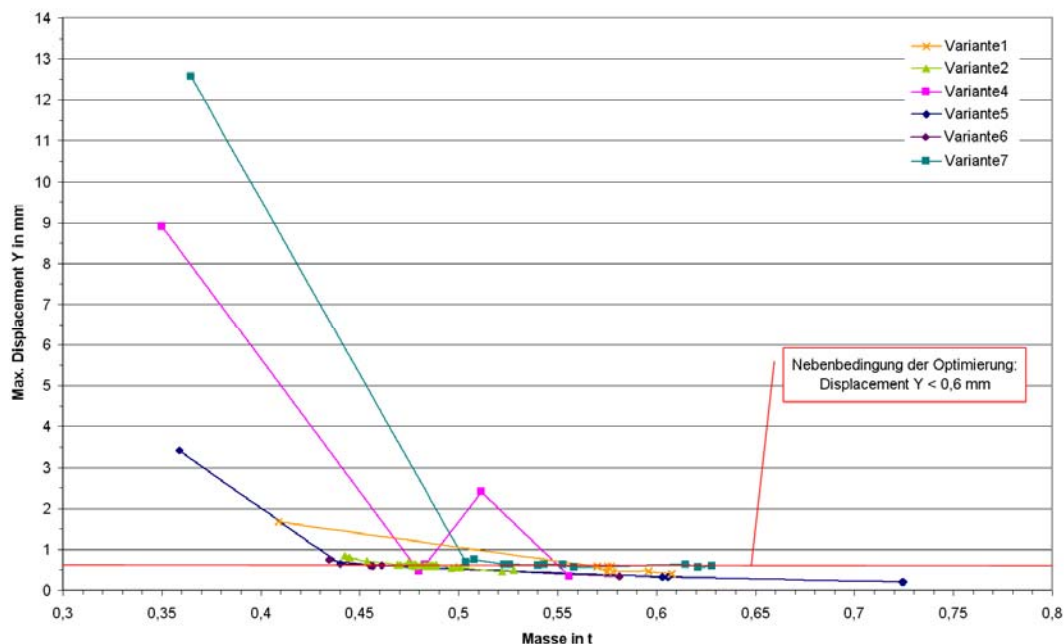


Abbildung 45: Verhältnis der Masse und Steifigkeit

Obwohl dann schlussendlich Daten zur Auswertung ermittelt werden konnten, gestaltet sich die Deutung der Optimierungsergebnisse schwierig. Auf den ersten Blick kann kein wirklich klarer Favorit ausgemacht werden. Das dargestellte Diagramm entstand durch die Zusammenfassung der Daten aller, für jede Variante durchgeführten Optimierungsläufe.

Mit Ausnahme der Variante 4 zeigen alle Varianten eine gute Konvergenz zur Nebenbedingung. Die Varianten 4, 5 und 7 starten mit enormen Ausreißern, konvergieren dann aber auch relativ gut.

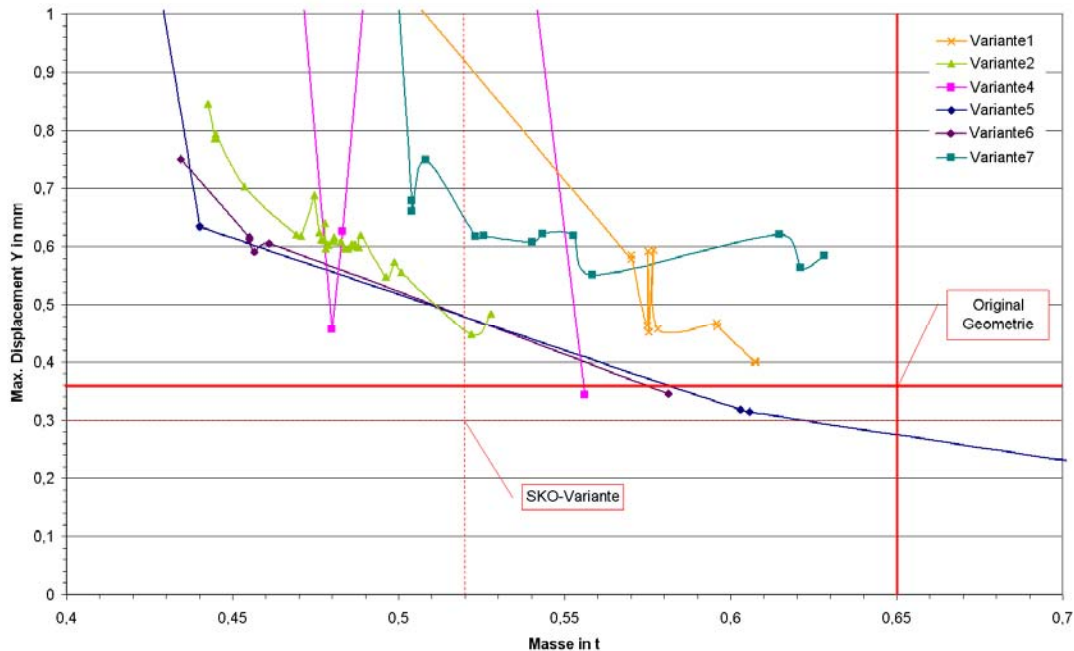


Abbildung 46: Verhältnis der Masse und Steifigkeit im Detailausschnitt

Die Betrachtung eines kleineren Ausschnitts des Diagramms zeigt, wo sich die Optimierungen im Vergleich zur Originalgeometrie und der SKO-Variante befinden. Keine Variante, mit Ausnahme einer Stützstelle der Variante 4, kann in einen der beiden Bereiche der Original- oder SKO-Geometrie gelangen. Grund ist vermutlich die fehlende Komponente in der Mitte, die ja auch schon in der intuitiven Entwicklung eine große Rolle gespielt hat.

Die stabilsten Werte ergaben sich bei den Varianten 1, 2 und 6 wobei bei der Variante 6 deutlich weniger Stützstellen zur Verfügung stehen, als in den anderen beiden Varianten.

Variante	Bewertung
1	Gute Konvergenz Stabile Werte Geringe Steifigkeit bei kleiner Masse
2	Gute Konvergenz Stabile Werte Ausreichend Stützstellen
4	Bester Wert zwischen Originalgeometrie und SKO-Ergebnis Schlechte Konvergenz Wenige Stützstellen
5	Gute Ergebnisse Gute Konvergenz Wenige Stützstellen
6	Gute Ergebnisse Gute Konvergenz Wenige Stützstellen
7	Ausreichend Stützstellen Stabile Werte Ergebnisse nur mittelmäßig

Tabelle 14: Bewertung der Topologievarianten

Ausgehend von dem Eindruck, den die verschiedenen Optimierungen anhand ihres Ablaufs hinterlassen haben, kann man durchaus davon sprechen, dass die Variante 2 respektive die Weiterentwicklung zur Variante 3 mit mehr Druckbögen keine schlechte Wahl war. Die Daten lassen natürlich keinen absolut sicheren Rückschluss darauf zu, dass es keine bessere Wahl gegeben hätte, aber die Wahrscheinlichkeit ist gering, dass sich die Ergebnisse signifikant unterschieden hätten, wenn ein anderes Layout gewählt worden wäre. Das bestätigt auch die Nähe zum SKO-Ergebnis, das als Referenz gedient hat.

4.3.2.5.7 Auswertung der Winkel-Variation (mit Dicke Variante)

Eine weitere Frage, die durch die Konstruktionsmethode nicht beantwortet wird, ist die Ausrichtung des Zugstabs zum Druckbogen. Um einen Hinweis auf den Einfluss des Winkels auf den Zugstab zu bekommen, wurde eine kurze Berechnungsreihe durchgeführt, die den Winkel des Zugstabs in 2°-Schritten ändert und die restliche Geometrie konstant hält. Die Winkel wurden auf den Bereich zwischen 10°-80° beschränkt, da die 0° einen reinen Druckstab ergibt und der 90°-Zugstab schon in Form der unteren Begrenzung integriert ist.

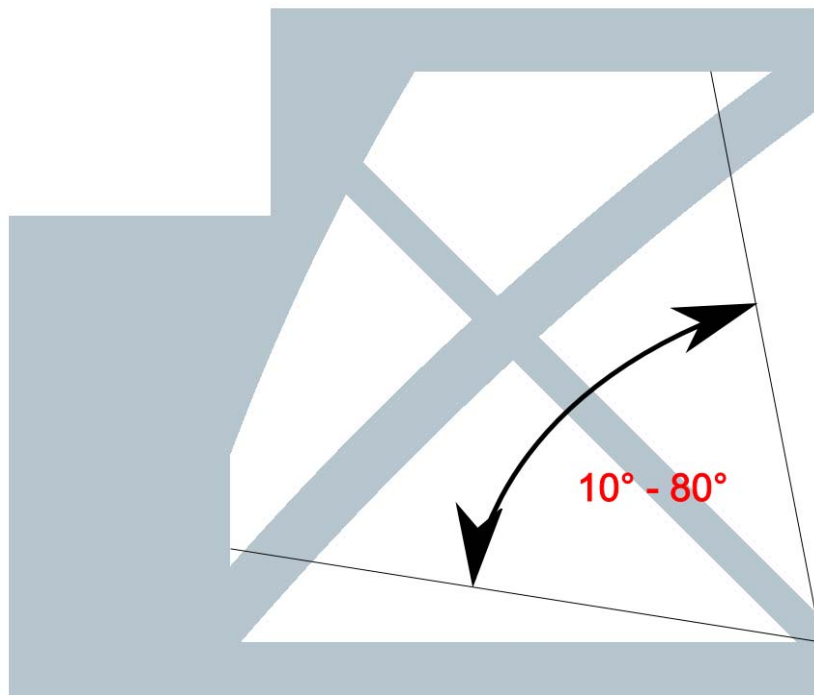


Abbildung 47: Entwurfsraum der Parameterstudie

Im Vordergrund stand bei dieser Auswertung wieder, die Art der Belastung zu ermitteln, der der Zugstab unter den einzelnen Winkel ausgesetzt ist. Dazu wurden neben den globalen Werten, wie maximale Von-Mises-Spannung und Verschiebung in Y-Richtung, wieder die minimalen und maximalen Hauptspannungen, sowie die Schubspannungen betrachtet. Ermittelt wurden diese Werte ungefähr in der Mitte des Zugstabs, möglichst weit weg von den beiden Einspannstellen.

Die Grafik (vgl. Abbildung 48) zeigt sehr deutlich, wie der Zugstab bis zu einem Winkel von ca. 45° fast ausschließlich durch Druck beansprucht wird. Der kleine Anteil der maximalen Hauptspannungen und die Schubspannungen lassen sogar auf einen gewissen Anteil Biegung schließen. Ab einem Winkel von 45° steigen die maximalen Hauptspannungen rapide an und Schub und Druckspannungen werden fast komplett reduziert.

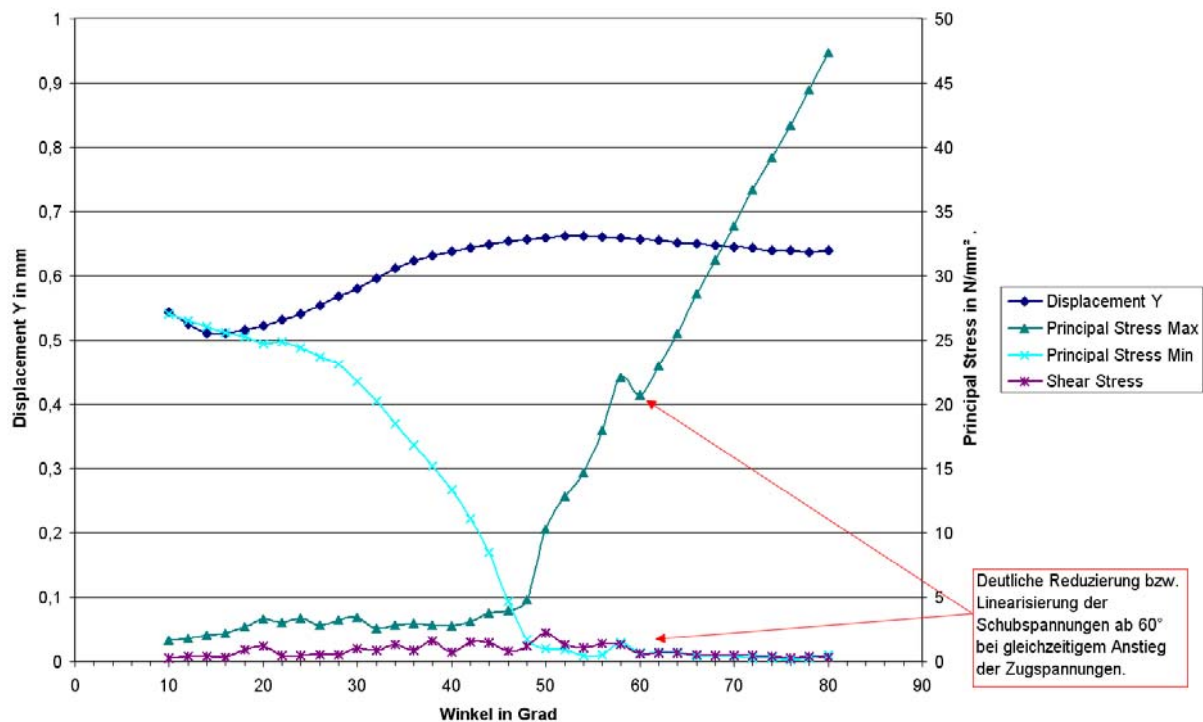


Abbildung 48: Entwicklung der Steifigkeit, minimaler und maximaler Hauptspannung und der Schubspannungen über die Winkeländerung des Zugstabs (Dicke 1)

Eigentlich wurde erwartet, dass der Winkelbereich der überwiegenden maximalen Hauptspannungen größer wäre. Bei diesem Ergebnis wären alle Zugstäbe in Winkeln kleiner 45°, aufgrund der Druckbelastungen und der damit verbundenen Knickgefahr, verboten. Aus den Erfahrungen der allerersten Variante, die den Zugstab vergleichsweise stark auf Biegung belastete, weil die Verformung des Druckbogens nicht möglich war, wurde eine zweite Berechnungsreihe durchgeführt, die durch die Reduzierung der Dicke des Druckbogens eine höhere Verformung und damit die Vergrößerung des Winkelbereichs für Zugstäbe erreichen sollte. Die Referenzwerte aus der Entwicklung spielen in diesem Fall natürlich keine Rolle. Es geht lediglich darum, den Spielraum für den Einsatz der Zugstäbe zu erhöhen.

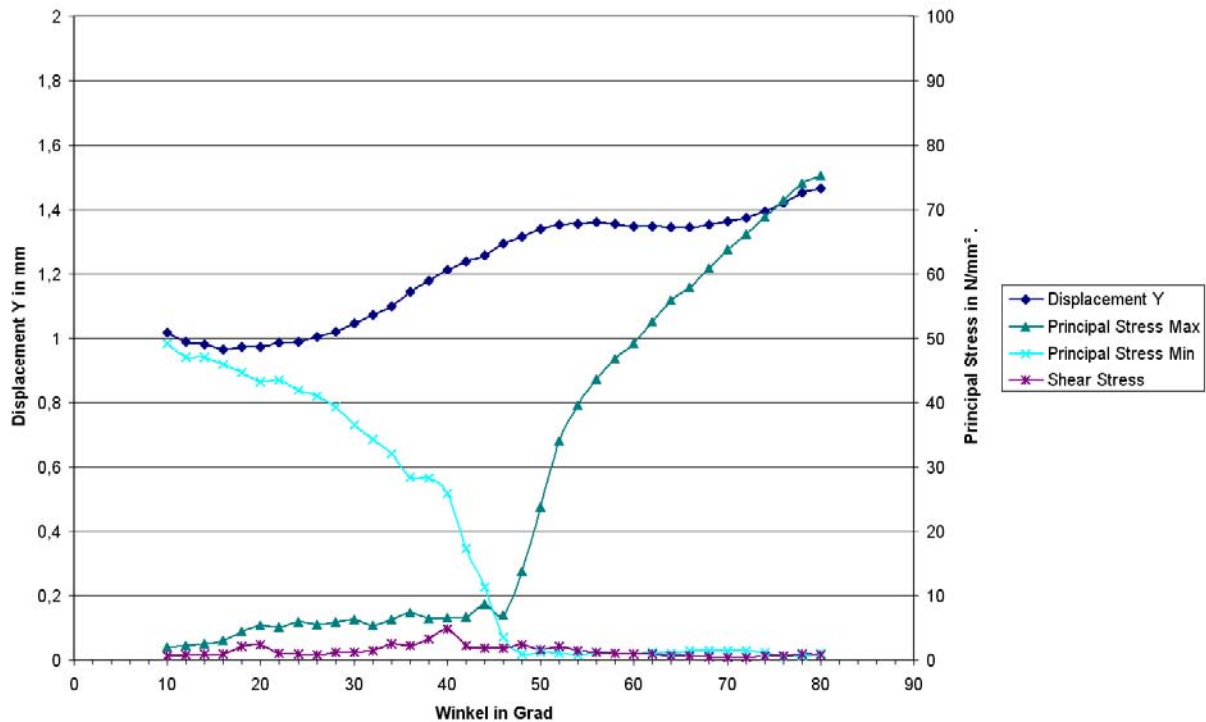


Abbildung 49: Entwicklung der Steifigkeit, minimaler und maximaler Hauptspannung und der Schubspannungen über die Winkeländerung des Zugstabs (Dicke 2)

Die Ergebnisse dieser zweiten Versuchsreihe zeigen mit Ausnahme des Verschiebungs- und Spannungsniveaus, die sich nahezu linear nach oben verschoben haben, die gleiche Ausprägung (vgl. Abbildung 49).

Als Ergebnis ist also aus dieser Rechnung mitzunehmen, dass der Winkel bei gegebenem Radius für die Zugstäbe nicht unter 45° liegen darf.

4.3.2.5.8 Auswertung der Radien-Winkel Studie

In den bereits durchgeführten Untersuchungen der Bauteilparameter wurde neben der Topologie, die Winkel und ansatzweise die Querschnitte der Druckbögen betrachtet. Einer der zentralsten Parameter ist allerdings der Radius der Druckbögen. Auf diesem Parameter basiert der größte Anteil, der Konstruktionsmethode, da über den Umweg des vorgekrümmten Druckbogens die Auslegung gegen Knicken entfallen soll.

Um eine Idee des Einflusses des Radius auf die Bauteilgestaltung zu bekommen, wurde der vorherige Lauf, die Variation der Winkel, mit der Änderung des Radius verbunden. Dabei wurden beide Radien, also der des dedizierten und der des in die Bauteilgestalt integrierten Druckbogens gleich verändert.

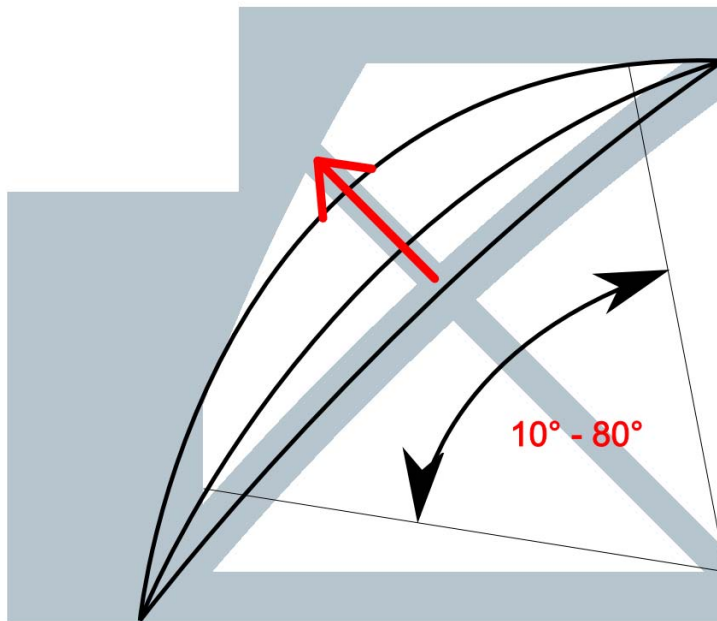


Abbildung 50: Entwurfsraum der Parameterstudie

Parameter	Minimaler Wert	Maximaler Wert	Schrittgröße
Radius	800 mm	4000 mm	200 mm
Winkel	10°	80°	2°
Anzahl Rechnungen			612

Tabelle 15: Darstellung der Parameter

Zusätzlich zum normalen Lastfall wurde eine Knick/Beulanalyse gerechnet, um den Einfluss der Vorkrümmung auf die Knicklast zu untersuchen. Die Auswertung wurde ähnlich der Auswertung in der letzten Versuchsreihe wieder anhand der globalen Werte, wie Steifigkeit, und der lokalen im Zugstab ermittelten Werte, wie der minimalen und maximalen Hauptspannungen, vorgenommen.

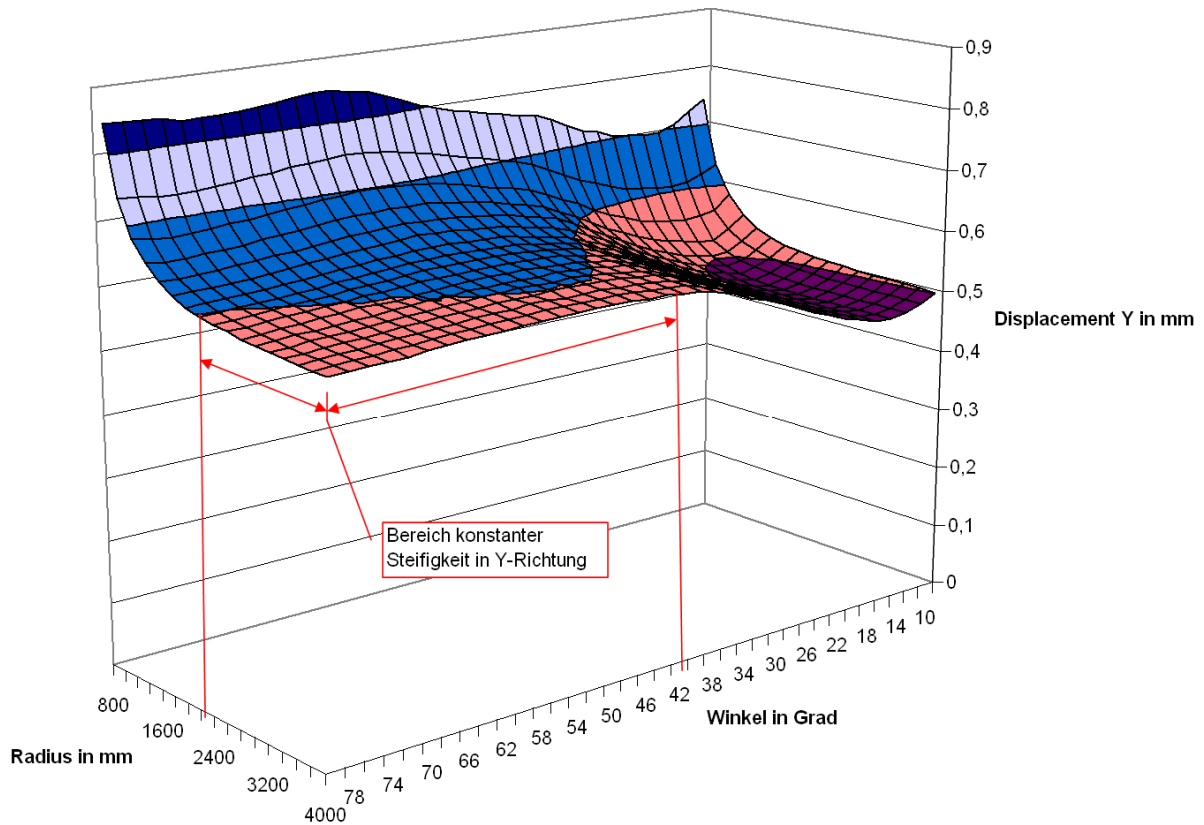


Abbildung 51: Diagramm Steifigkeit der Parameterstudie

Die Auswertung der Steifigkeit in Y-Richtung (vgl. Abbildung 51) zeigt einen Bereich konstanter Steifigkeit für weite Bereiche von Radius und Winkel. Im Bereich zwischen 10° und 40° ist die Steifigkeit zwar höher, aber die Auswertung der minimalen Hauptspannungen weist auch hier Bereiche mit Druckspannungen über alle Radien hinweg aus. Eine Erklärung für die relativ ebene Fläche konstanter Steifigkeit, könnte sein, dass dort hauptsächlich einachsige Spannungszustände vorherrschen und deshalb nur noch der Querschnitt des Zugstabs von Bedeutung ist.

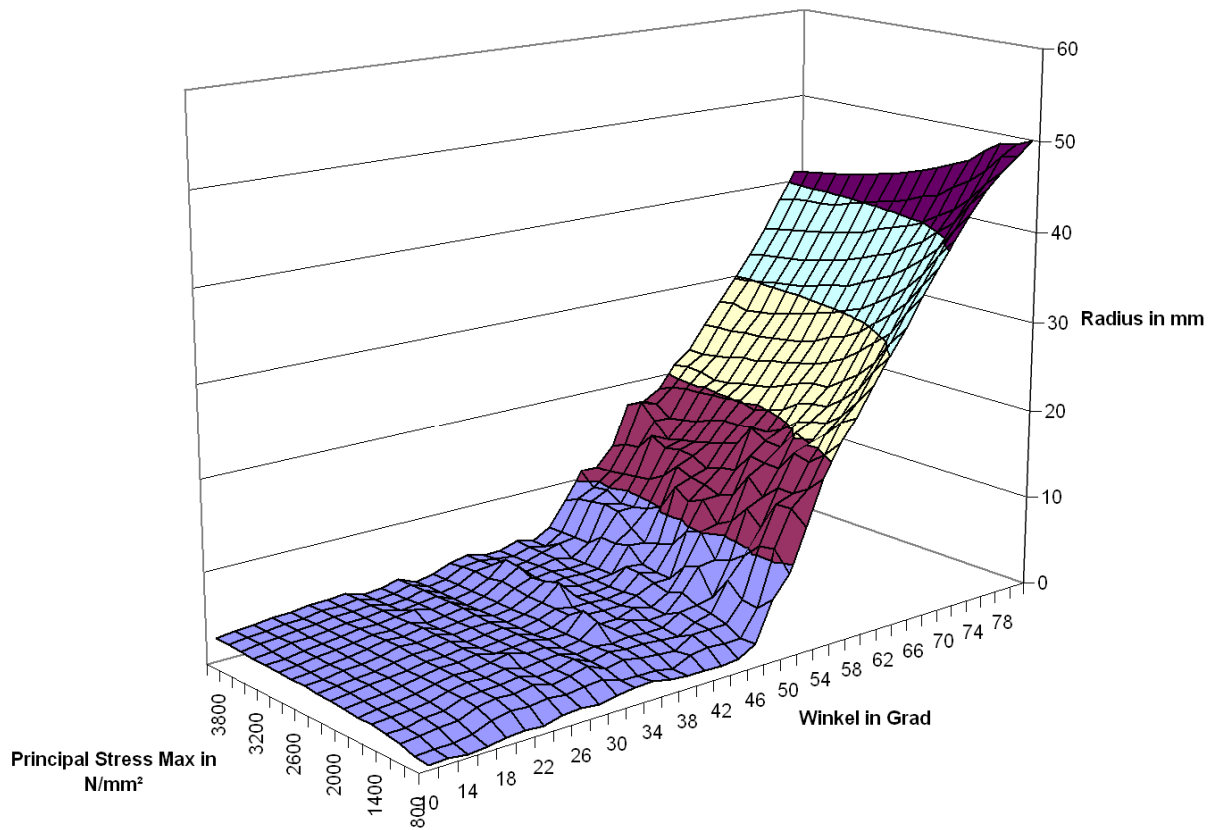


Abbildung 52: Diagramm maximale Hauptspannungen der Parameterstudie

Mit Ausnahme der hochgezogenen Ränder an den gegenüberliegenden Seiten, die bei den minimalen Hauptspannungen etwas höher liegen, sind die beiden Hauptspannungen fast achsensymmetrisch zum 45°-Winkel und über die Radien konstant (vgl. Abbildung 52 und Abbildung 53).

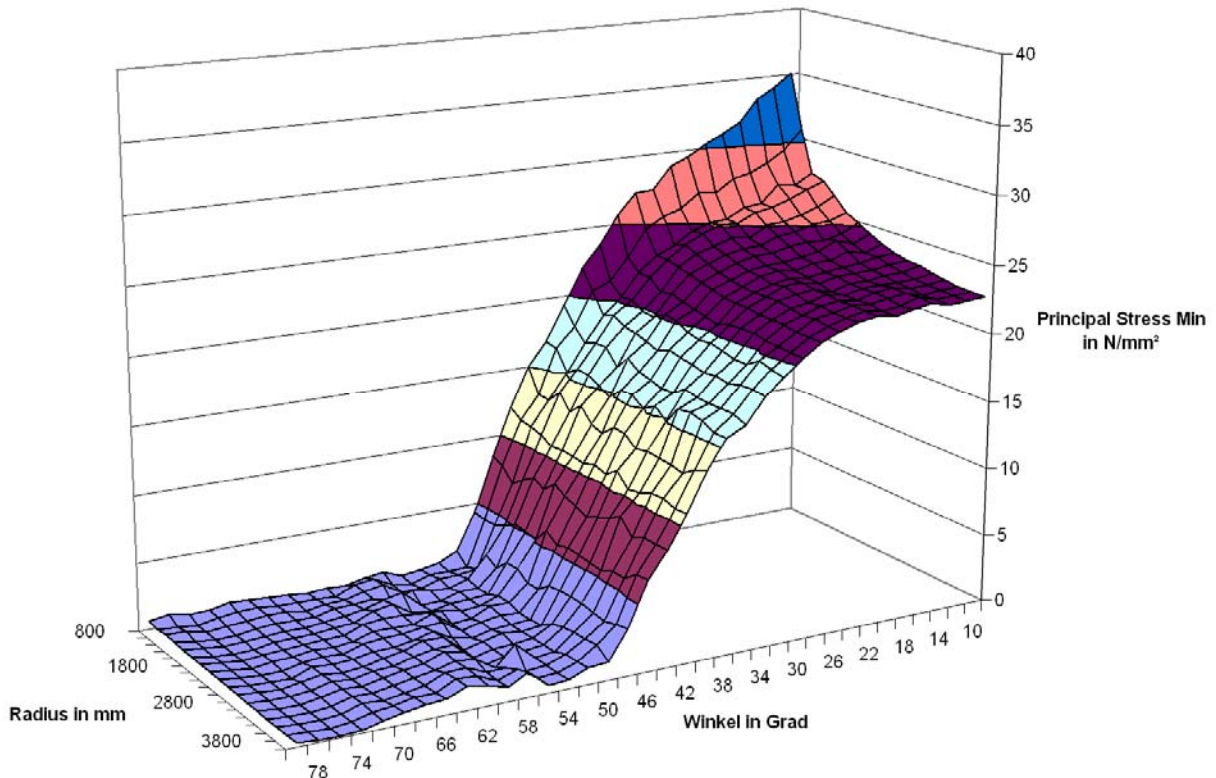


Abbildung 53: Diagramm minimale Hauptspannungen der Parameterstudie

Als letztes Kriterium soll der erste Beulmode mit in die Auswertung einbezogen werden. Allerdings zeigen sich auch hier keine großen Überraschungen. Ab dem kritischen Winkel von 45° entwickeln sich die Knicklasten in Richtung der positiven Winkel in einen betragsmäßig negativen Bereich. Dies bedeutet in diesem Fall, dass die Last zur Berechnung einer Knicklast umgekehrt wird und die Flächenlast nun ziehen muss, um ein Knicken der Struktur zu erreichen. In Richtung der größeren Radien ist eine gewisse Verschiebung dieser Grenze zu erkennen. Die Darstellung des Knickfalls (vgl. Abbildung 54) zeigt hier, dass das aber auch wieder stark mit dem Winkel des Zugstabes zusammenhängt, der in diesem Fall eine große Knicklänge erlaubt.

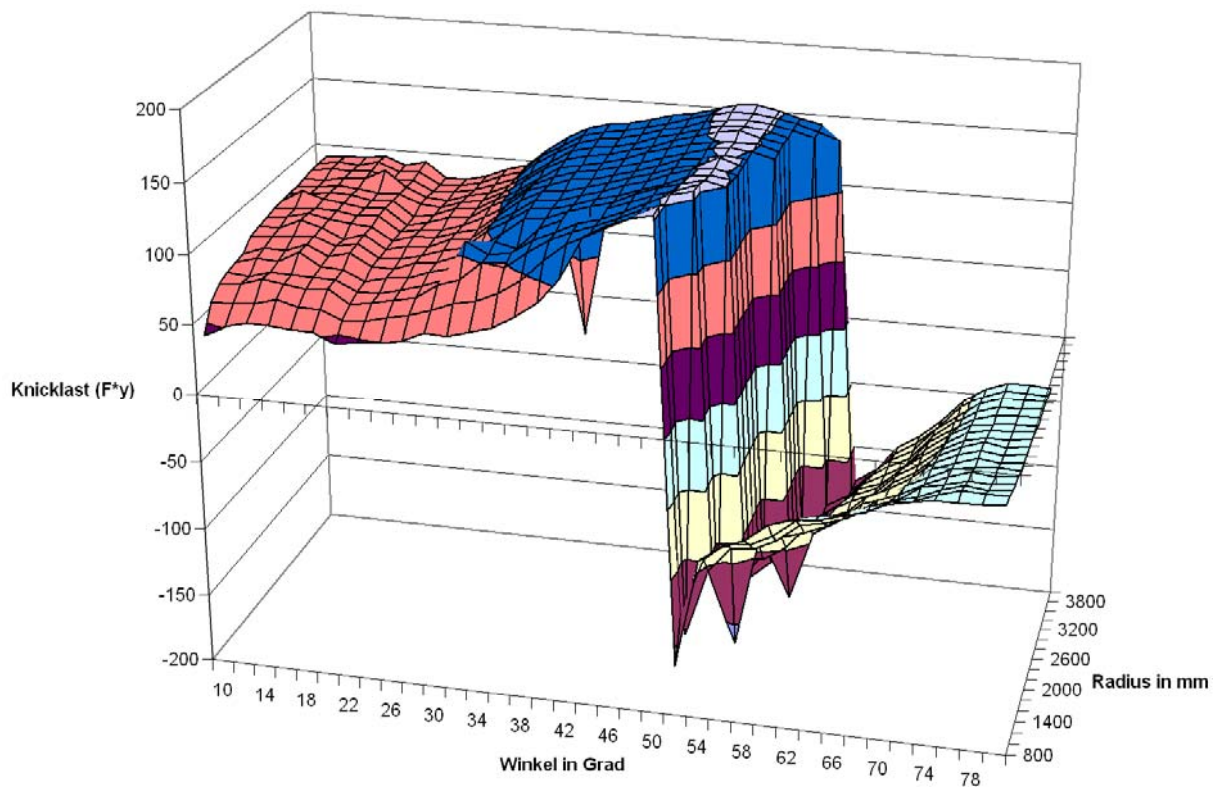


Abbildung 54: Diagramm Knicklast (Mode 1) der Parameterstudie

Die Knicklasten steigen schon vor dem kritischen Wert von 45° deutlich an und bilden eine Sicherheit gegen Knicken/Beulen gleichwohl des nicht eindeutigen Belastungszustandes des Zugstabes.

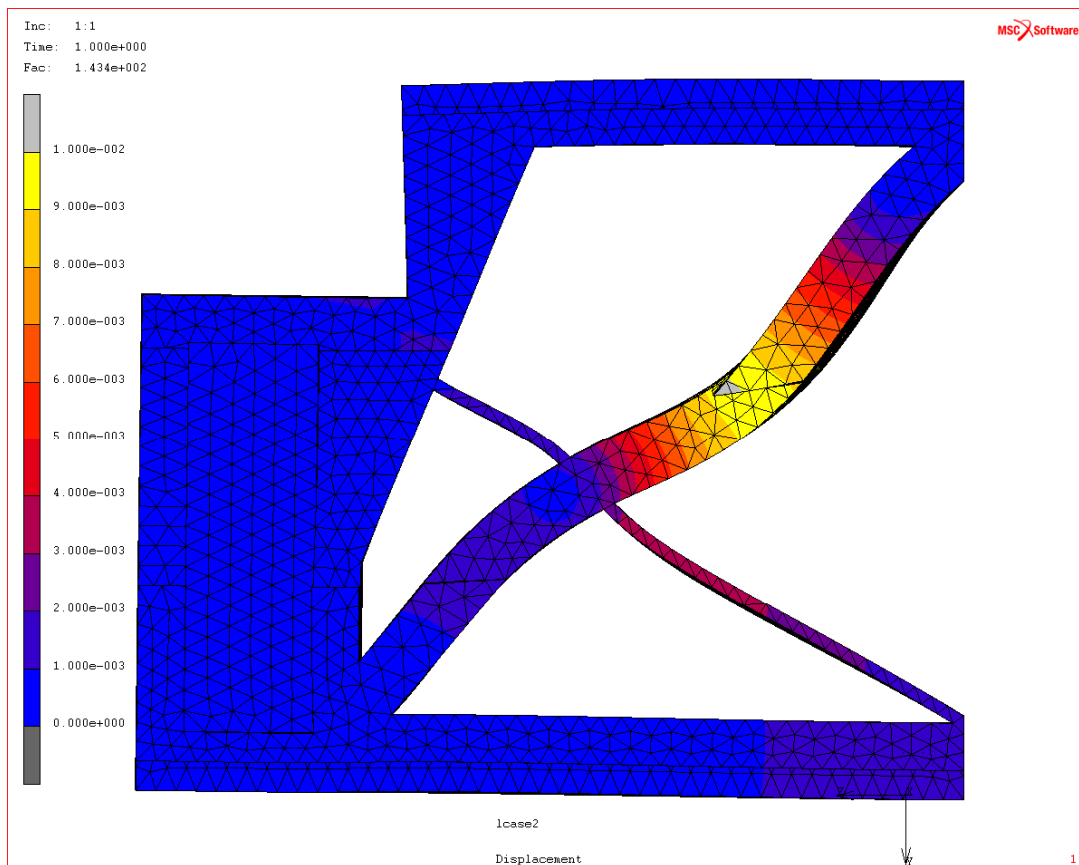


Abbildung 55: Beispiel Knicklast (Faktor 143)

Als Ergebnis dieser Parameterstudie bleibt festzuhalten, dass der Winkel, in dem der Zugstab zum Druckbogen wirkt, der für das prinzipielle Design maßgebliche Parameter ist. Wird dieser Winkel falsch gewählt, kann das genaue Gegenteil des angestrebten Designs erreicht werden und man konstruiert weit unterdimensionierte Druckstützen, die ein katastrophales Bauteilversagen begünstigen. Die Auswertungen können natürlich zunächst einmal nur auf dieses Bauteil bezogen werden. In einer Parameterstudie wurde versucht, die Entscheidungen und Annahmen zu verifizieren. Nachdem die Entscheidung für das Layout nur unbefriedigend bestätigt werden konnte, wurde die Bauteilstruktur auf ihre Einflüsse von Radius, Dicke der Druckbögen und dem Winkel der Zugstäbe untersucht. Zusammenhänge zwischen der Belastungsart der Zugstäbe und dem Winkel in dem sie zu dem Druckbogen stehen konnten deutlich gemacht werden. Andererseits waren die weiteren Parameter weit weniger bestimmend für die Bauteileigenschaften.

4.3.2.5.9 Zusammenfassung

Im Verlauf dieser Aufgabe wurde zunächst der Stützkörper einer Bandpresse in intuitiver Weise auf Grundlage der Gestaltungsrichtlinien nach Prof. Claus Matthecks Buch „Verborgene Gestaltgesetze der Natur“ entwickelt. Dabei wurden allerdings Erkenntnisse aus der schon durchgeführten SKO-Optimierung und dem Originalbauteil genutzt.

Nach mehreren Entwicklungsschritten und Nachrechnungen mit Hilfe der FEM, gelang es die Werte der SKO-Optimierung zu erreichen bzw. die Masse noch zu unterbieten.

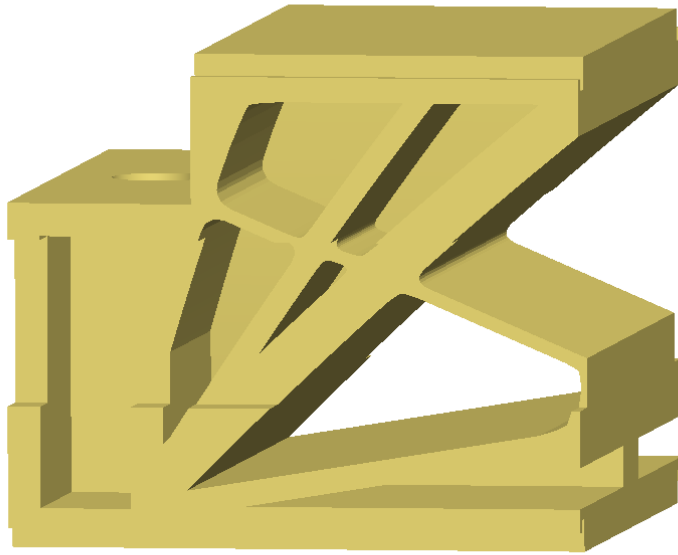


Abbildung 56: Entwurf 4

Betrachtet man nun noch einmal das intuitiv entwickelte Bauteil wurden die Randbedingungen, wie Winkel und Radien qualitativ richtig gewählt. Ob ein Optimum erreicht wurde, kann nur anhand der Vergleichswerte der SKO-Optimierung vermutet werden.

Zugdreiecksmethode

Die Optimierung mit Zugdreiecken ist für ein Problem, bei welchem die Belastungsarten deutlich zu erkennen sind, eine gute Methode. Die Ergebnisse der Zugdreieck-Methode sind vergleichbar mit denen der CAO-Optimierung. Und das ohne teure FEM-Software. Die Zugdreiecksmethode hat zudem den Vorteil, dass keine Ableitung mehr am CAD-System erfolgen muss, da die optimale Form der Kerbe direkt am CAD-System umgesetzt wird. Zudem wird durch die Optimierung in der CAD-Umgebung eine tatsächliche Parametrisierung durch die Maße der Zugdreiecke möglich.

Lediglich die Dimensionierung der Kerbform mit Zugdreiecken ist nicht immer eindeutig. Dasselbe Problem ergibt sich allerdings auch bei der CAO-Optimierung. Als Richtlinie können hier höchstens Ergebnisse aus den Untersuchungen von Dr.-Ing. Jörg Sörensen dienen, die er im Rahmen seiner Doktorarbeit ermittelt hat. Danach wird ab einer Zunahme des Bauraums um 45% keine signifikante Spannungsreduzierung mehr beobachtet. Eine weitere Fehlerquelle bei der Zugdreiecks-Methode ist die Identifizierung des Spannungszustands und der Richtung. Wie im Bild (vgl. Abbildung 58) zu sehen, wird bei der Wahl der falschen Richtung der Kerbform eine Kerbe erzeugt statt die Kerbspannungen zu minimieren.

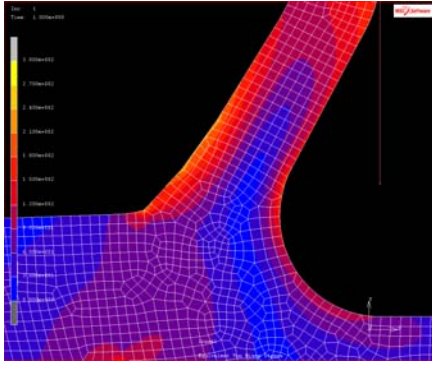


Abbildung 57: Beispiel Reduzierung Kerbspannung

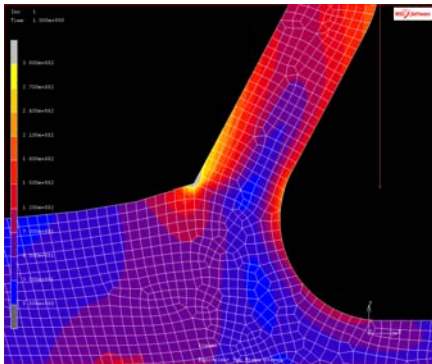


Abbildung 58: Beispiel unabsichtliche Erzeugung von Kerbspannungen

Sollte die Entwicklung weiter vorangehen, hat die Zugdreiecks-Methode größte Chancen, in den Entwicklungsalltag Einzug zu halten. Für Interessierte steht sie in Form von Publikationen bereits zur Verfügung.

Schlussbetrachtung „In Seilen denken“

Der sehr viel schwierigere Teil der „Optimalformen ohne Computer“ ist der Vorschlag „In Seilen denken“. Prinzipiell erscheint die Denkweise schlüssig. Aber selbst bei der Umsetzung eines einfachen Bauteils, wie dem Stützkörper der Bandpresse, waren viele Versuche und Zwischenrechnungen nötig, um an einen Entwurf zu kommen, der der SKO-Methode an Eigenschaften ähnelt.

Mit Ausnahme des Layouts für ein Tragwerk, hat man nach der Entwicklung eines Bauteils mit „In Seilen denken“ nichts in der Hand. Und vor dem ersten Entwurf müssen sehr weitreichende Vereinfachungen gemacht werden. In diesem Sinne war der Stützkörper tatsächlich recht einfach zu gestalten, da es nur den einfachen Lastfall in Form einer Flächenlast gab. Im Falle anderer Geometrien, wie z.B. im Fahrzeugbau bei den Fahrwerkskomponenten, oder bei Werkzeugmaschinen, die sehr unterschiedliche Belastungen in robuster Weise aufnehmen müssen, wäre eine Substitution bzw. Superposition verschiedener Ansichten oder Lasten nicht mehr so einfach möglich.

Nichts desto trotz, ist die Beschäftigung mit der Thematik enorm lohnend. Gerade in Verbindung mit der SKO-Methode, entwickelt sich ein neuer Blick auf die entstehenden Strukturen. Einmal in der Denkweise angekommen, lassen sich meist leicht Druck- und Zugelemente in der SKO-Struktur erkennen. Im Gegensatz zum reinen Entwurf über Zugseile und Druckbögen, erhält man so zusätzliche Argumente für oder gegen die Strukturen. Fehler und Schwachstellen können leichter identifiziert werden. Die Grundlagen, das Verständnis für die Verhältnisse im Bauteil, für die Belastungsarten werden geschult. Und gerade im Umgang mit Optimierung sollten die Ergebnisse sehr gewissenhaft hinterfragt werden.

4.3.3 Ausarbeitung zum Arbeitspaket 3

Die Methode der Zugdreiecke wurde im Folgenden vergleichend der Viertelkreisverrundung, auch Ingenieurkerbe genannt, für Standardkerbfälle von Flachstäben und rotationssymmetrischen Körpern, gegenübergestellt. Des Weiteren wurden Konstruktionsmöglichkeiten für die Verrundung in CAD-Programmen miteinander verglichen. Darüber hinausgehende Untersuchungen zeigen Optimierungsmöglichkeiten der Struktur auf, die aber im weiteren Verlauf verworfen wurden, da sie zu einer erhöhten Parametrisierung führen, was diese einfache Struktur unnötig verkompliziert. Abschließend wurden Formzahlen für einen Konstruktionskatalog ermittelt.

4.3.3.1 Vergleich der Zugdreieckskontur mit der Kreiskerbe

Um einen Vergleich mit der Kreiskerbe durchführen zu können, werden im Folgenden die wichtigsten Umrechnungsfaktoren hergeleitet. Diese Faktoren beziehen sich immer auf die Entschärfung einer 90° Kerbkontur.

4.3.3.1.1 Kreiskerbe

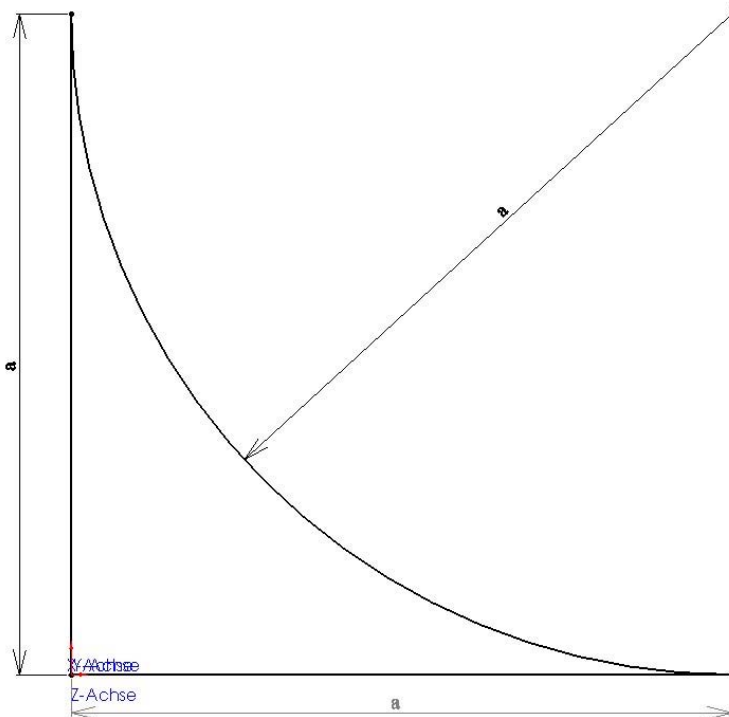


Abbildung 59: Kreiskerbe

Berechnung der resultierenden Fläche:

$$A_{\text{Ing}} = a^2 - \frac{\pi}{4} \cdot a^2 = a^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx a^2 \cdot 0,215 \quad (1)$$

4.3.3.1.2 Zugdreieckskontur

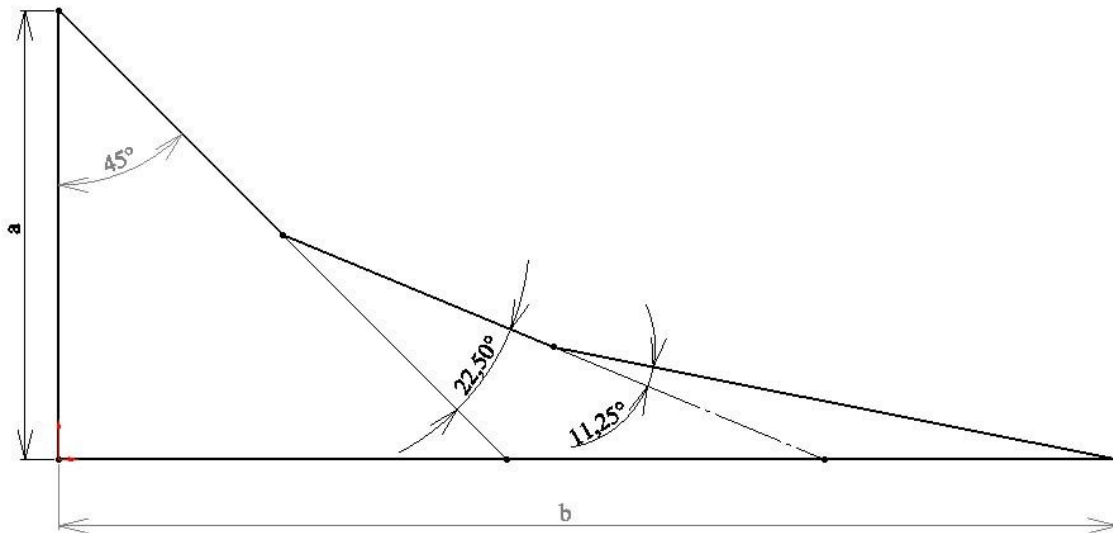


Abbildung 60: Zugdreieckskontur

Berechnung der resultierenden Fläche:

$$A_{\text{Zug}} = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4 \cdot \sqrt{2}} + \frac{a^2 \cdot \cos(22,5^\circ)}{8 \cdot \sqrt{2}} \quad (2)$$

$$A_{\text{Zug}} = \frac{a^2}{8 \cdot \sqrt{2}} \cdot [4 \cdot \sqrt{2} + 2 + \cos(22,5^\circ)] \approx a^2 \cdot 0,758$$

Umrechnung von Seite a auf Seite b :

$$b = a \cdot \left[1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(22,5^\circ)\right] \quad (3)$$

$$b \approx a \cdot 2,36$$

4.3.3.1.3 Bauraumvergleich

Für die gleiche Schenkellänge a von Kreiskerbe und Zugdreieckskontur gilt für den Flächenvergleich:

$$\frac{A_{Zug}}{A_{Ing}} = \frac{\frac{1}{8 \cdot \sqrt{2}} \cdot [4 \cdot \sqrt{2} + 2 + \cos(22,5^\circ)]}{1 - \frac{\pi}{4}} \quad (4)$$

$$\frac{A_{Zug}}{A_{Ing}} \approx 3,534$$

$$\frac{A_{Ing}}{A_{Zug}} \approx 0,283$$

Die von der Zugdreieckskontur eingenommene Fläche ist also 3,5-mal größer, als die mit der gleichen Schenkellänge a gezeichnete Kreiskerbe.

Für den gleichen Bauraum gilt für die Schenkelhöhe a der Zugdreieckskontur im Vergleich mit der Kreiskerbe folgende Formel:

$$a_{Zug} = a_{Ing} \cdot \sqrt{\frac{2 - \frac{\pi}{2}}{1 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} + \frac{1}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot \cos(22,5^\circ)}} \quad (5)$$

$$a_{Zug} \approx a_{Ing} \cdot 0,532$$

$$a_{Ing} \approx a_{Zug} \cdot 1,88$$

Wenn die Zugdreieckskontur mit ca. halber Schenkelhöhe a der Kreiskerbe erstellt wird, dann sind die Flächeninhalte der Kerbkonturen in etwa identisch.

4.3.3.2 Verrundung der Zugdreieckskontur

Durch das „Denken in Zugseilen“ ist die Zugdreieckskontur noch kantig und weist an den Übergängen, von einem „Zugseil“ zum nächsten, Spannungserhöhungen auf (Abbildung 61).

Um an diesen Stellen einen homogenen Übergang zu realisieren, wurden mehrere Verrundungsmöglichkeiten und ähnliche Geometrien getestet und werden im Folgenden einander gegenüber gestellt.

Die zur Verdeutlichung eingefügten Abbildungen basieren alle auf einem abgesetzten Flachstab. Bei diesem misst der breitere Teil 2000mm und der schmalere 500mm. Die Materialdicke wurde mit 100mm festgelegt und die Kraft so gewählt, dass sich eine Nennspannung von 200N/mm² im schmalen Stab einstellt. Da zum aktuellen Zeitpunkt nur SolidWorks als CAD-Programm ohne spezielle Module die Möglichkeit bietet, Kurven anhand von Formeln zu erstellen, wurden alle Rechnungen in diesem Kapitel in SolidWorks Simulation durchgeführt. Die gewählte Schenkelhöhe der Zugdreiecke von 100mm stellt noch nicht die bestmögliche Kerbspannungsreduktion dar und eignet sich dadurch sehr gut zum Vergleich der Konturen untereinander.

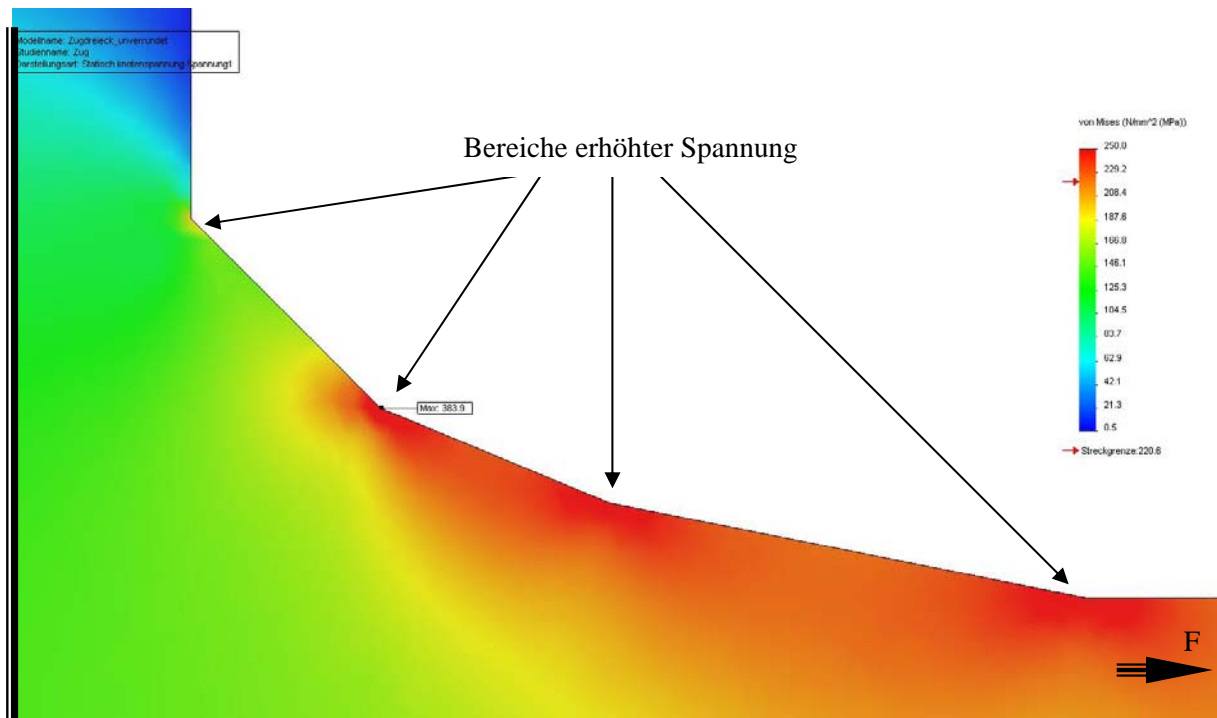


Abbildung 61: Unverrundete Zugdreieckskontur

Die abrupten Übergänge der Dreiecke führen zu lokalen Spannungserhöhungen, wobei der 45° Eintritt in die Schulter auf der linken Seite keine kritische Spannung hervorruft. Der Kerbfaktor beträgt 1,92.

Länge (l_{Unver}) der Kontur in Zugrichtung bezogen auf die Höhe (h_{45}) des ersten Zugdreieckes:

$$l_{Unver} = h_{45} \cdot 2,3604 \quad (6)$$

4.3.3.2.1 Geometrische Verrundung

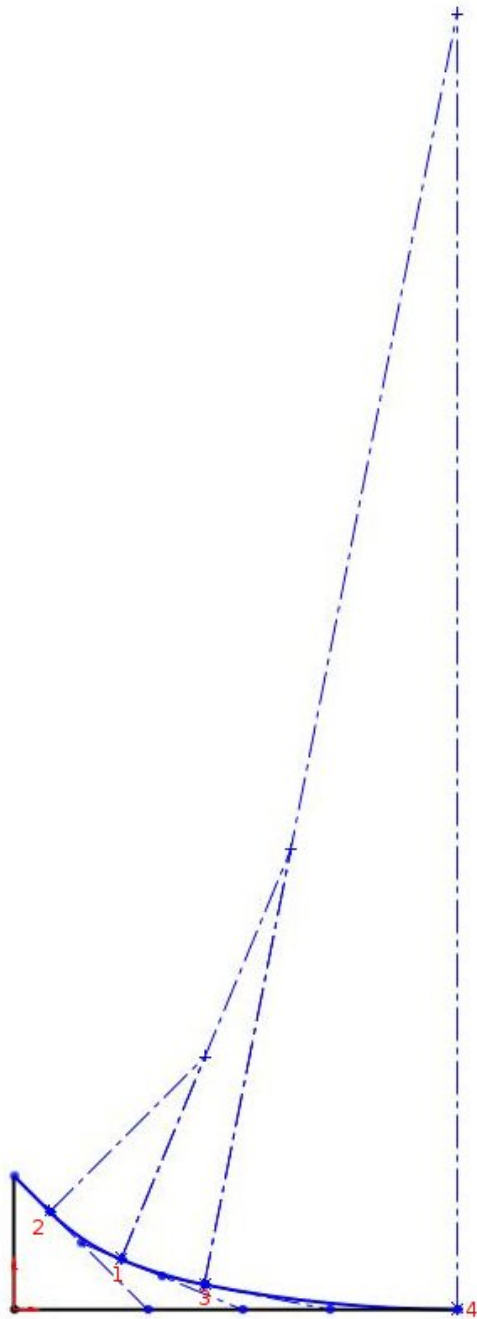


Abbildung 62: Verrundung der Zugdreieckskontur

Die geometrische Verrundung ist die erste Verrundungsart, die sich durchsetzen konnte und die mit einem Geodreieck und einem Zirkel herstellbar ist. Die erste Anwendung in CAD-Programmen ist jedoch noch aufwändig, da viele Bedingungen und Abhängigkeiten vergeben werden müssen, um die Mittelpunkte der Verrundungsradien zu finden.

Der Ablauf zur Anwendung dieser Verrundungsmethode gliedert sich in die folgenden Schritte.

Zuerst müssen Punkte auf der Zugdreieckskontur erstellt werden, die tangential von den Verrundungsradien berührt werden und dafür sorgen, dass die Radien ineinander übergehen können. Der Punkt 1 wird im Mittelpunkt des Teilstückes des $22,5^\circ$ Dreieckes, das an des 45° Dreieck

anschließt, erstellt. Dies kann zum Beispiel durch einen Kreisschlag mit einem Radius, der größer als die halbe Länge der Seite ist, um den Anbindungspunkt des 22,5° an das 45° Dreieck und einen weiteren Kreisschlag um den Anbindungspunkt vom 11,25° Dreieck an das 22,5° Dreieck erfolgen. Durch die Verbindung der beiden Schnittpunkte der Kreise wird der Mittelpunkt auf dem 22,5° Segment konstruiert. Die Punkte 2 und 3 werden nun durch einen Kreisschlag mit dem Abstand zu Punkt 1 um die beiden Anbindungspunkte (Berührungspunkt der Außenkontur von 45° mit 22,5° und 22,5° mit 11,25° Dreieck) erstellt. Der Punkt 4 entsteht nun durch einen Kreisschlag um den Berührungspunkt des letzten Zugdreiecks mit der Bauteilgeometrie mit dem Radius des Abstandes zu Punkt 3.

Als nächstes müssen die Mittelpunkte der Verrundungsradien, die tangential durch die gerade erstellten Punkte laufen, erstellt werden. Dazu wird das Lot (blau gestrichelt) über den vier Punkten errichtet und die Schnittpunkte dieser Lote bilden die gesuchten Mittelpunkte der Verrundungsradien.

Abschließend werden die Verrundungsradien mit Hilfe eines Kreisschlages eingezeichnet und das Ergebnis ist eine geometrisch verrundete Zugdreieckskontur, wobei die einzelnen Verrundungssegmente tangential ineinander übergehen.

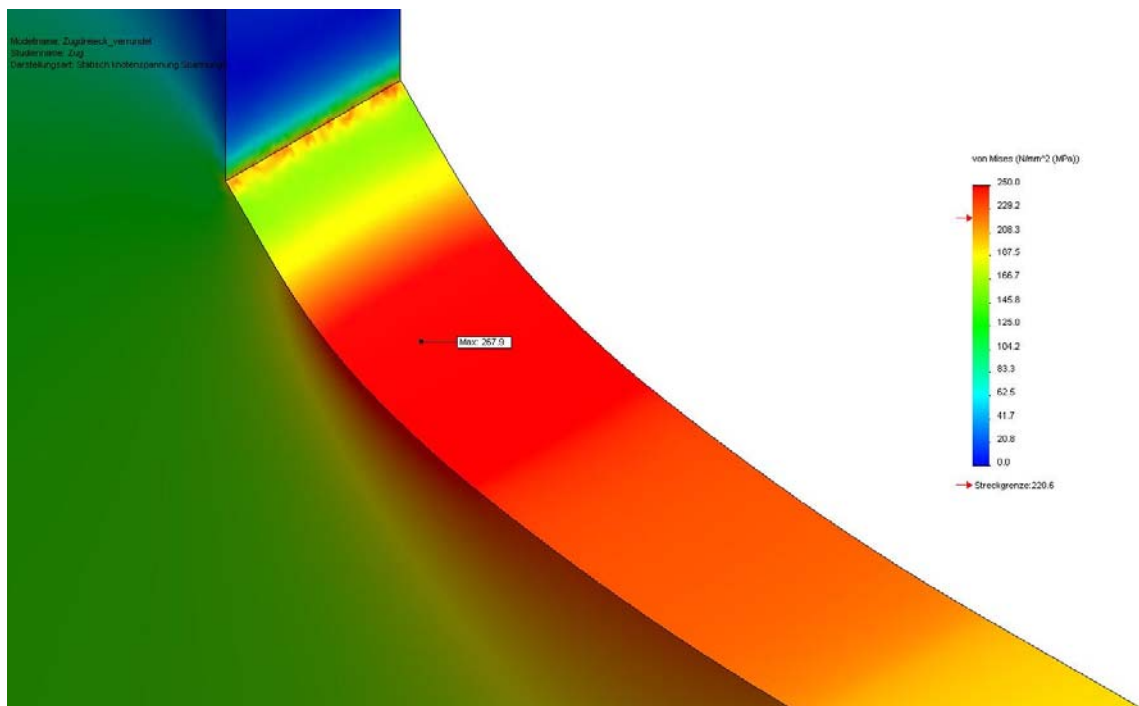


Abbildung 63: Geometrisch verrundete Zugdreieckskontur

Die Abbildung 63 zeigt den Spannungsverlauf entlang der geometrisch verrundeten Zugdreieckskontur (Nennspannung = Gelb-Orange = 200N/mm²). Am Beginn der Kontur ist sehr gut die geringe Spannungskonzentration beim Übergang des 45° Dreiecks in die Schulter zu erkennen. Der folgende Bereich unterschreitet sogar die Nennspannung, nutzt somit das Material nicht bestmöglich aus. In dem dunkelrot folgenden Bereich wird die Nennspannung um 67,9N/mm² überschritten, was einem Kerbfaktor von ca. 1,34 entspricht. Im weiteren Verlauf geht die Kontur langsam in die Nennspannung über.

Fläche im Vergleich zur unverrundeten Kontur:

$$\frac{A_{Geo}}{A_{Unver}} = 1,05 \quad (7)$$

Länge (l_{Geo}) der Kontur in Zugrichtung bezogen auf die Höhe (h_{45}) des ersten Zugdreiecks:

$$l_{Geo} = h_{45} \cdot 3,3152 \quad (8)$$

4.3.3.2.2 Spline Verrundung

Der Spline eignet sich sehr gut zur Verrundung der Zugdreieckskontur in CAD-Programmen, da dieser in fast allen implementiert ist. Darüber hinaus ist es möglich, mit nur wenigen Stützpunkten und Beziehungen diesen so zu definieren, dass er die geometrisch verrundete Zugdreieckskontur nachbildet.

Im Laufe der Untersuchungen haben sich drei Spline-Verrundungsmöglichkeiten herausgebildet, deren Konstruktion im Folgenden weiter erläutert werden soll.

4.3.3.2.3 Spline zur Nachbildung der geometrisch verrundeten Kontur

Dieser kann sehr einfach konstruiert werden, und zwar indem als Startpunkt der Verrundung der gleiche Punkt wie in „4.3.3.2.1 Geometrische Verrundung“ gewählt wird, und dann auf das 22,5° und 11,25° Dreiecksteilstück der Außenkontur jeweils ein Punkt gesetzt wird. Der letzte Punkt, der auf der Bauteilkante liegt, muss den 3,3152 fachen Abstand zur Schulter haben, wie das erste Zugdreieck hoch ist. Nachdem für alle Punkte des Splines die Bedingung tangential zum jeweiligen Abschnitt gesetzt wurde, ist die Spline-Verrundung abgeschlossen.

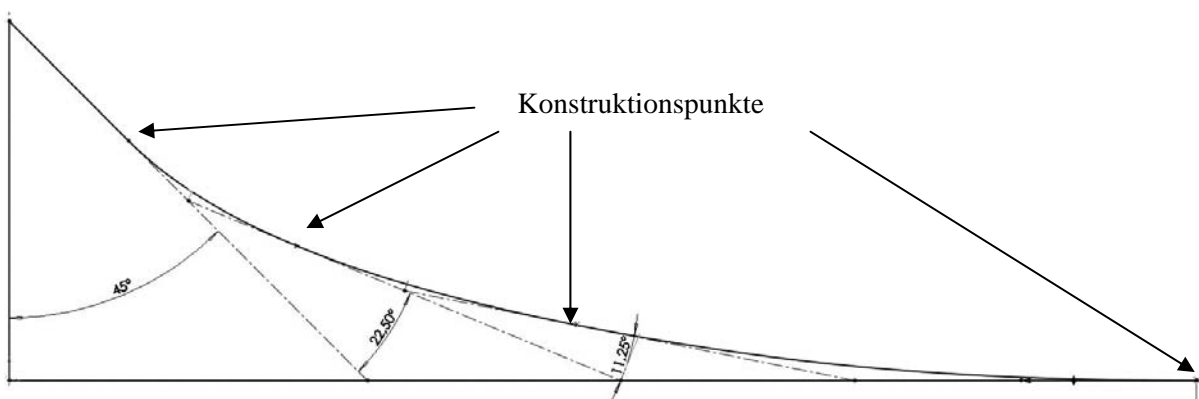


Abbildung 64: Spline zur Nachbildung der Zugdreieckskontur

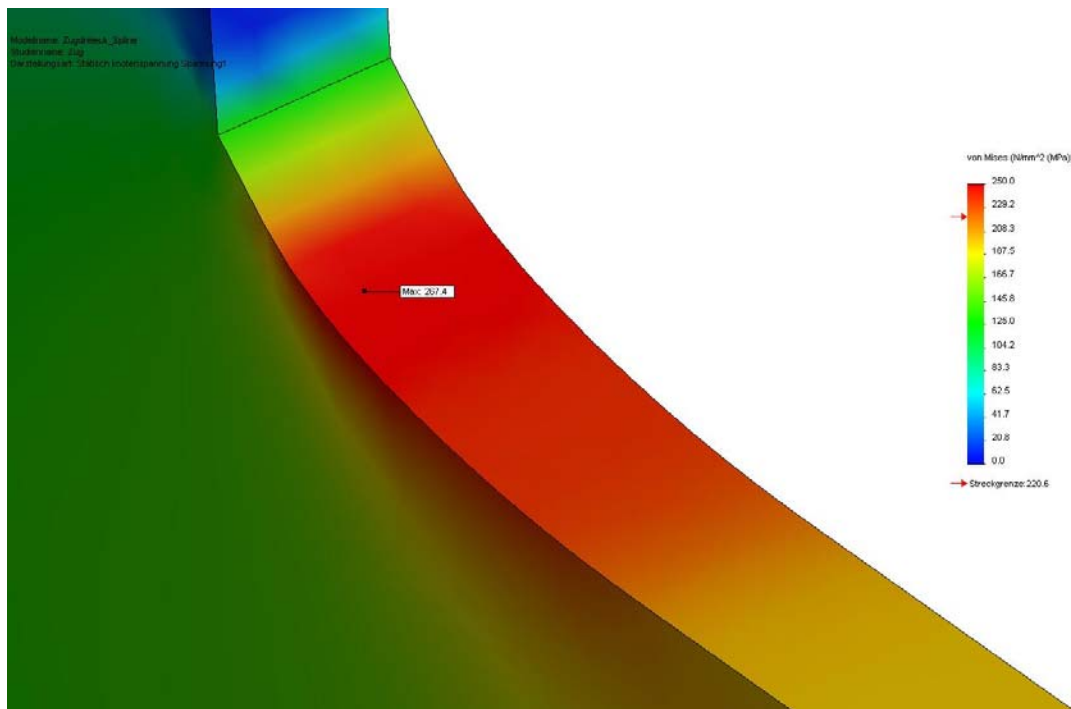


Abbildung 65: Splineverrundung der Zugdreieckskontur

Die Spline-Verrundung unterscheidet sich nur minimal von der geometrisch verrundeten Variante. Im Anfangsbereich, beim Übergang von dem 45° Dreieck in die Schulter, ist diesmal keine lokale Spannungskonzentration zu sehen. Dies ist höchst wahrscheinlich durch das FEM-Netz bedingt, da beim Spline die Kontur nicht in Segmente eingeteilt wird, sondern als eine durchgehende Fläche ausgebildet wird. Der Rest der Kontur verhält sich analog zur geometrischen Verrundung. So stellt sich auch der gleiche Kerbfaktor ein.

Fläche im Vergleich zur unverrundeten Kontur:

$$\frac{A_{Spline}}{A_{Unver}} = 1,04 \quad (9)$$

Länge (l_{Spline}) der Kontur in Zugrichtung bezogen auf die Höhe (h_{45}) des ersten Zugdreieckes:

$$l_{Spline} = h_{45} \cdot 3,3152 \quad (10)$$

4.3.3.2.4 Spline mit optimiertem Startwinkel

Bei auf Zug belasteten Bauteilen zeigte sich, dass der Anfangsbereich der Zugdreieckskontur bei hoher Schulterhöhe unterbelastet ist. Daher wurde versucht, diesen Bereich durch Materialentnahme auf ein Maß zu schwächen, das es erlaubt, das Material möglichst gut auszunutzen, ohne eine Erhöhung der bisherigen Spannungskonzentrationen über den Rest der Kontur in Kauf nehmen zu müssen. Sehr gute Ergebnisse wurden dadurch erzielt, dass der Spline schon direkt am Anbindungspunkt des 45° Dreieckes startet. Der Startwinkel wird daraufhin kleiner als 45° gewählt, so dass der Spline sich im Anfangsbereich unterhalb der unverschärften Zugdreieckskontur befindet (Abbildung 66). Eine weitere Optimierungsmöglichkeit bietet die Positionierung des Endpunktes.

Der Rest der Konstruktion dieser Verrundung ist identisch mit der des Splines zur Nachbildung der geometrischen Verrundung.

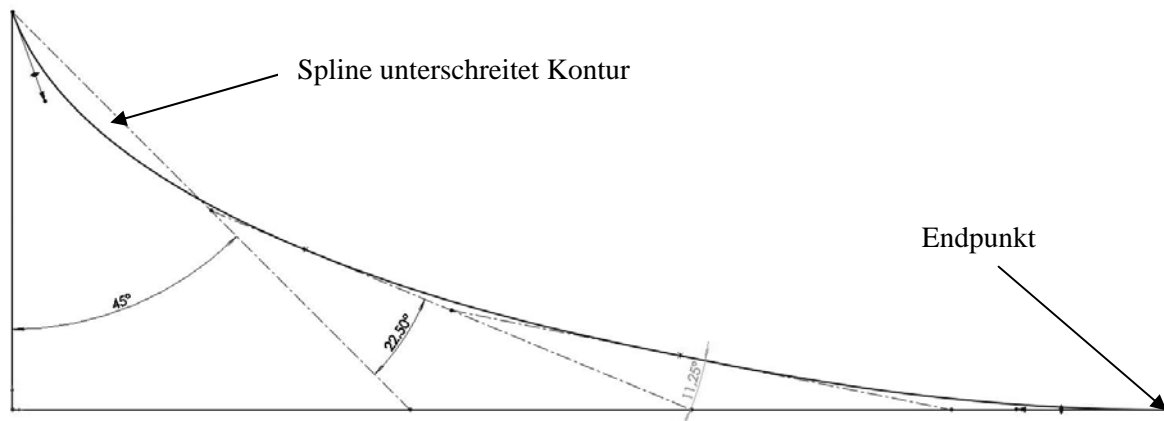


Abbildung 66: Spline mit optimiertem Startwinkel

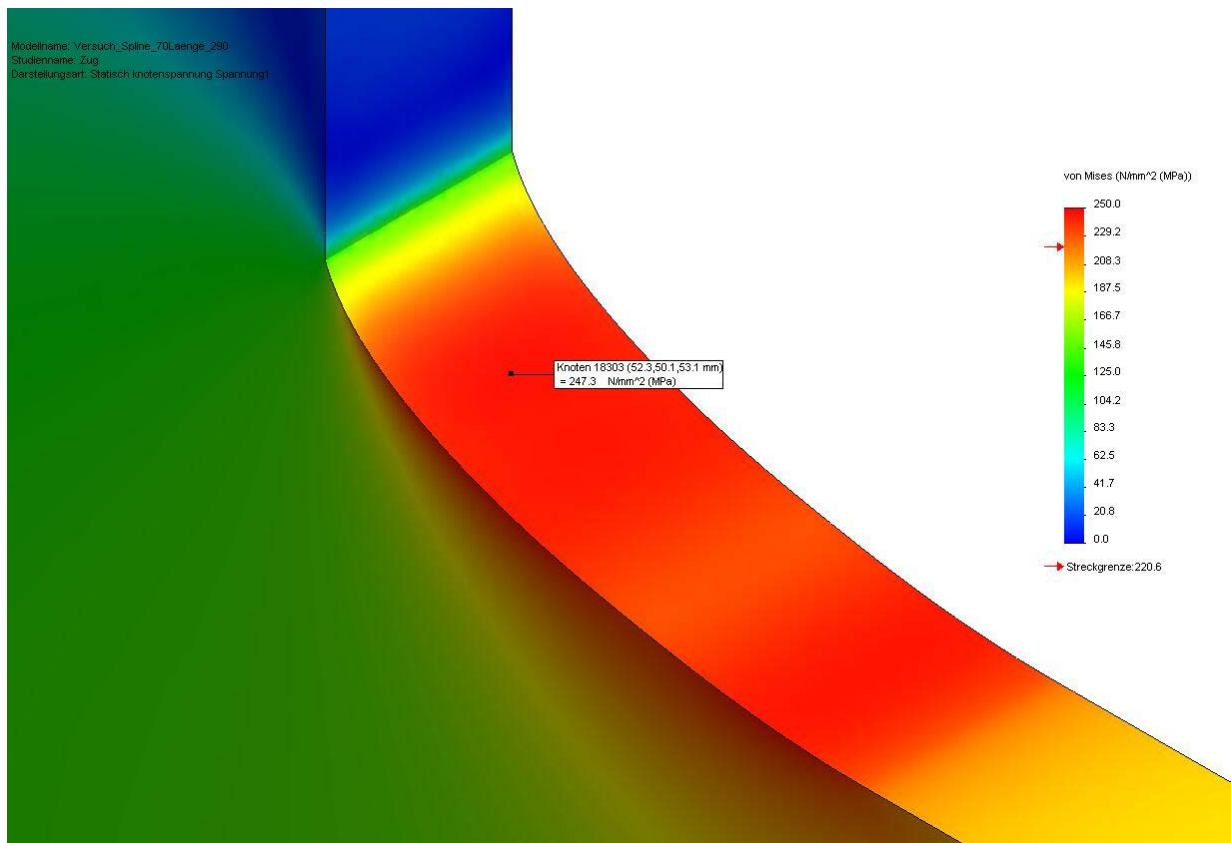


Abbildung 67: Optimierte Splineverrundung der Zugdreieckskontur

Beispielhaft wurde für das Modell in Abbildung 67 ein Startwinkel von 20° und ein Endpunktabstand von 290mm (Faktor 2,9) gewählt. Anhand des Spannungsverlaufes ist sehr gut zu erkennen, dass der nicht optimal ausgenutzte Anfangsbereich im Vergleich zu den anderen Verrundungsarten deutlich verkürzt werden konnte. Darüber hinaus ist die lokale Spannungskonzentration nur 47,3N/mm² über der Nennspannung. Der Kerbfaktor beträgt hierdurch 1,24. Durch die Materialeinsparung am Anfang der Kontur wird die Fläche des optimierten Splines kleiner als die Fläche der unverrundeten Kontur.

Fläche im Vergleich zur unverrundeten Kontur:

$$\frac{A_{O-Spline}}{A_{Unver}} = 0,99 \quad (11)$$

Länge ($l_{O-Spline}$) der Kontur in Zugrichtung bezogen auf die Höhe ($l_{O-Spline}$) des ersten Zugdreieckes:

$$l_{O-Spline} = h_{45} \cdot 2,9 \quad (12)$$

4.3.3.2.5 Ähnlichkeitsfunktion Tangens

Bei der Tangensfunktion handelt es sich nicht um eine weitere Verrundungsmöglichkeit der Zugdreieckskontur, sondern es wurde vielmehr eine Ähnlichkeit zwischen der geometrisch verrundeten Zugdreieckskontur und dem $\text{TAN}(X)$ im Bereich von $x = 0 \dots 1,35$ festgestellt. Zurzeit bietet als CAD-Programm nur SolidWorks (ab Version 2009) die Möglichkeit an, Linien zu erstellen, die abhängig von Funktionsvariablen sind. Daher ist die Anwendbarkeit im gesamten Bereich der CAD-Programme nicht gegeben. Ein weiteres Problem besteht darin, dass sich die Funktionen mit Ihren Werten immer auf den Nullpunkt der jeweiligen Skizze beziehen. Dadurch wird es sehr schwer, bis nahezu unmöglich, überall in einem Modell eine derartige Verrundung anzubringen.

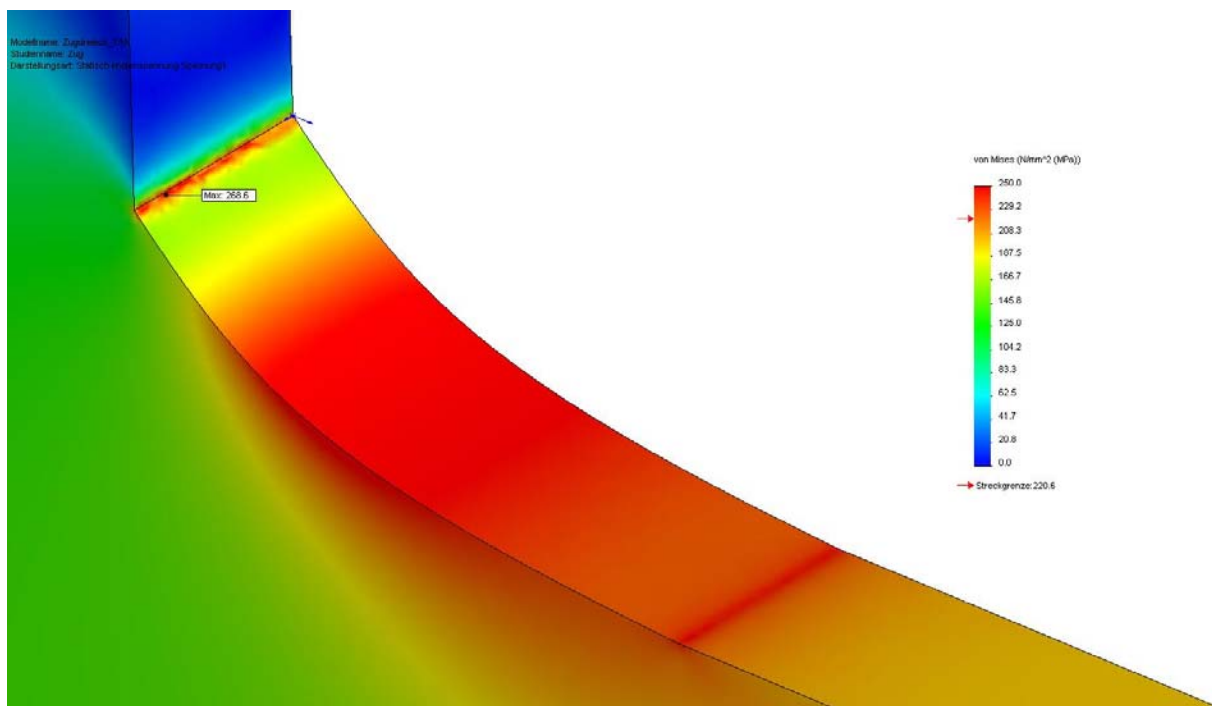


Abbildung 68: Ähnlichkeitsfunktion Tangens

An der Anbindungsstelle tritt, wie schon bei der geometrisch verrundeten Zugdreieckskontur zu sehen war, eine lokale Spannungsüberhöhung auf. In diesem Fall jedoch etwas höher, wobei zu sagen ist, dass es sich hierbei um eine Singularität handelt, die so im realen Bauteil nicht vorkommt. Der weitere Verlauf ist wiederum dadurch gekennzeichnet, dass der Anfangsbereich wie bei der geometrischen Verrundung nicht optimal ausgelastet wird. Vergleichbar mit den anderen Verrundungsarten ist der restliche Bereich mit Ausnahme der Verbindungsstelle der Kontur mit der Bauteilgeometrie. In diesem Bereich bildet sich eine zweite lokale Spannungskonzentration dadurch, dass der Tangens bei einem x -Wert von 1,35 noch nicht vollständig asymptotisch verläuft und somit eine Kante am Auslauf der Kontur entsteht. Der Kerbfaktor beträgt 1,34.

Fläche im Vergleich zur ungerundeten Kontur:

$$\frac{A_{TAN}}{A_{Unver}} = 1,10 \quad (13)$$

Länge (l_{TAN}) der Kontur in Zugrichtung bezogen auf die Höhe (h_{45}) des ersten Zugdreieckes:

$$l_{TAN} = h_{45} \cdot 3,302 \quad (14)$$

4.3.3.2.6 Übersicht

Zur Vervollständigung der Übersicht wird zum Vergleich an dieser Stelle die Viertelkreiskerbe für die gleiche Geometrie und Belastung wie im vorausgehenden Kapitel dargestellt.

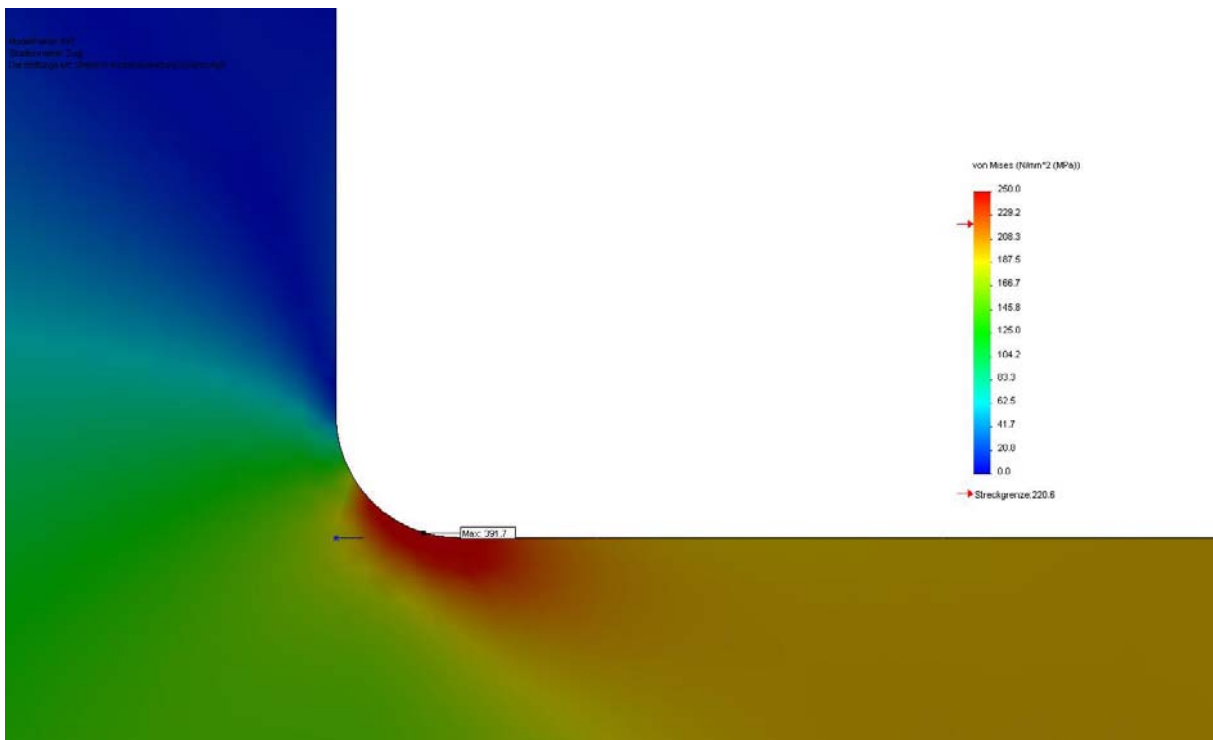


Abbildung 69: Viertelkreisverrundung

Bei der Viertelkreisverrundung ist sehr gut zu erkennen, dass sich die Spannungsüberhöhung in Richtung des dünneren Querschnittes einstellt. Der gesamte auslaufende Bereich ist bei dieser Kerbgeometrie überlastet, daher kann darauf geschlossen werden, dass in diesem Bereich zu wenig Material zur Verfügung steht und die wesentlich längeren Konturen eine bessere Kerbreduktion versprechen.

Geometrie	Kerbfaktor	Länge in Zugrichtung bezogen auf Schulterhöhe	Fläche bezogen auf die unverrundete ZD Kontur
Viertelkreis	1,96	1	0,28
Zugdreieckskontur	1,92	2,36	1
Geometrische Verrundung	1,34	3,32	1,05
Spline Verrundung	1,34	3,32	1,04
Spline mit optimiertem Startwinkel	1,24	2,9	0,99
Ähnlichkeitsfunktion Tangens	1,34	3,3	1,10

Tabelle 16: Übersicht über die Verrundungsarten der ZD-Kontur

Es ist sehr gut zu erkennen, dass in einer Optimierung der Kontur für bestimmte Bauhöhen noch sehr viel Potential steckt. Denn obwohl der Materialeinsatz der Spline-Kontur mit optimiertem Startwinkel geringer ist, als bei den anderen Zugdreieckskonturen liegt die Kerbspannung unterhalb der der anderen Kerbformen.

Des Weiteren ist zu erkennen, dass sämtliche optimierten Kerbformen einen wesentlich größeren Bauraum, vor allem in Richtung des dünneren Querschnitts, benötigen und dadurch, bei einem Bauraumfaktor von 3,5 im Vergleich zur Viertelkreisverrundung, nur zu einer Kerbspannungsreduktion von 40% führen. Dies kann jedoch nicht linear miteinander verglichen werden, da die Maximalspannung die Lebensdauer und die Sicherheit gegen Versagen vorgibt. Es muss vielmehr betrachtet werden, dass durch eine 40%ige Spannungsreduktion ein Material mit einer um 40% geringeren Streckgrenze eingesetzt werden kann, was zu enormen Kosteneinsparungen führt, oder dass der Sicherheitsfaktor um 40% steigt.

4.3.3.2.7 Anwendbarkeit in CAD-Programmen

Die TAN(X) Funktion ist durch die fehlende Implementierung in den meisten CAD-Programmen und vor allem durch die Definition über den Koordinaten Ursprung in SolidWorks nicht für die Anwendung in einem Konstruktionsprogramm geeignet. Darüber hinaus lässt sich diese Kontur nur über komplizierte Umrechnungsfaktoren skalieren.

Die geometrisch verrundete Standard Zugdreieckskontur lässt sich dagegen in jedem CAD-Programm abbilden, da sie nur aus Geraden und Kreissegmenten besteht. Um diese Kontur jedoch skalierbar zu erzeugen werden viele Verknüpfungen und Bedingungen benötigt, um die Form bei einer Größenanpassung beizubehalten. Dabei geht im Vergleich zur sehr einfach einzufügenden Viertelkreisverrundung Zeit verloren.

Die Spline-Verrundungen stellen zu guter letzt einen attraktiven Kompromiss dar, da sie durch einige wenige Bedingungen schnell zu definieren sind und sich gleichzeitig automatisch zur skalierbaren Schulterhöhe anpassen. Zur Definition reicht es die Länge der Kontur über einen Faktor mit der

Schulterhöhe zu verknüpfen. Bei dem nicht optimierten Spline muss zusätzlich noch der Abstand von der Schulter zum Startpunkt des Splines auf der Kontur verknüpft werden.

4.3.3.3 Vergleich der Verrundungsmöglichkeiten

Zum Vergleich der im Kapitel 4.3.3.2 vorgestellten Verrundungsvarianten wurde entsprechend der gezeigten Flachstab Modelle die Randspannung über dem Abstand zur Schulter aufgetragen und einander in Abbildung 70 gegenüber gestellt.

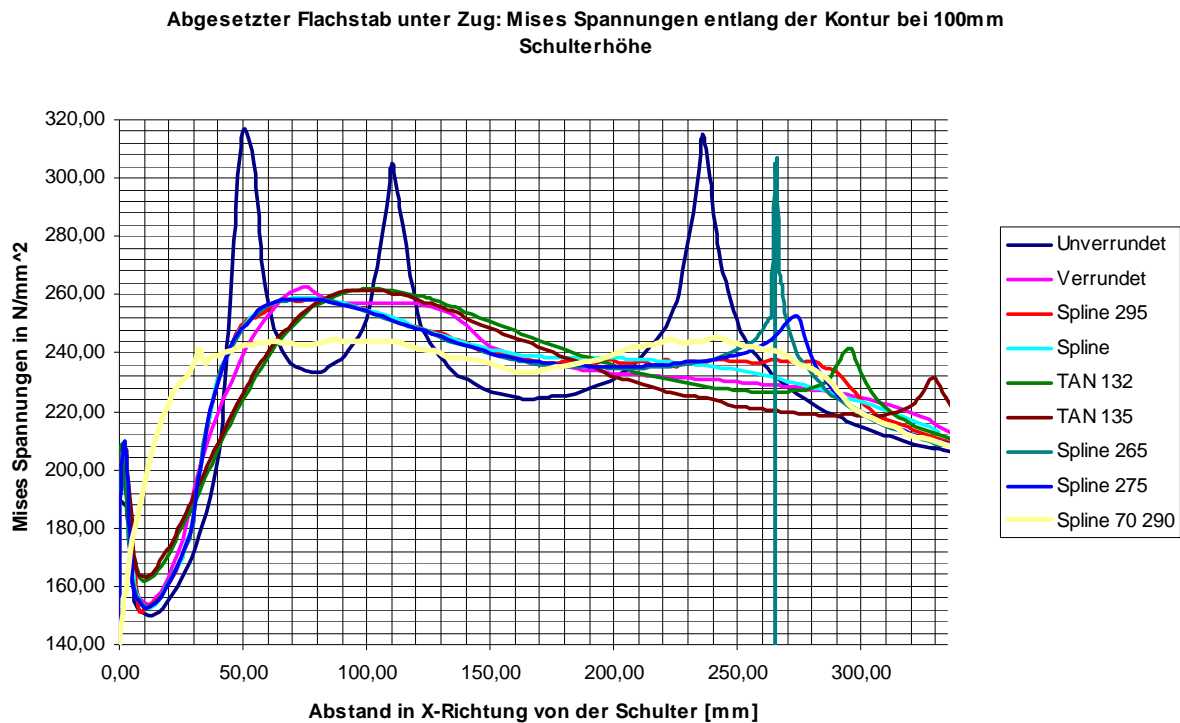


Abbildung 70: Vergleich der Verrundungen unter Zugbelastung

Anhand der dargestellten unverrundeten Kontur kann sehr gut die Lage der Verbindungspunkte der Zugdreiecke in X-Richtung erkannt werden. Bemerkenswert hierbei ist, dass die Maximalspannungswerte an diesen Punkten ähnlich hoch sind. Im Bereich von 0-40mm ist sehr gut die nicht optimale Auslastung des Materials zu erkennen. Dieses weite Unterschreiten der Nennspannung (200N/mm^2) ist auch bei der (geometrisch) verrundeten Zugdreieckskontur und den davon abgeleiteten Spline-Verrundungen zu sehen. Im Spannungsverlauf ähneln sich diese Varianten über dem gesamten Bereich. Durch die Änderung der Auslauflänge des Splines (Angabe als Zahl hinter dem Spline) kann sehr gut erkannt werden, dass im vorderen Bereich der Kontur bei einer Verkürzung der Standardlänge von 331,52mm keine Änderung auftritt. Diese Änderung wirkt sich nur im Auslaufbereich aus und führt bei dem betrachteten Modell ab einer Länge von unter 275mm zu einer extremen lokalen Spannungskonzentration am Auslauf (Spline 265).

Der Spannungsanstieg weist beim Tangens im Anfangsbereich, im Vergleich zu den anderen, die geringste Steigung auf. Der maximale Spannungswert liegt jedoch im Bereich der anderen Varianten. Am Auslauf ist hier sehr gut die Spannungskonzentration in Form eines Berges zu erkennen. Der Tangens wurde einmal im Bereich $x = 0 \dots 1,35$ (Tan 135) und im Bereich $x = 0 \dots 1,32$ (Tan 132)

aufgetragen. Die durch die Bereichsverkleinerung stattfindende Kürzung der Länge führt zwar zu einem Spannungsanstieg, jedoch überschreitet dieser in dem Modell noch nicht den Maximalwert von $\tan(x)$ und führt damit zu keiner Steigerung der Kerbwirkung.

Anhand des optimierten Splines (Spline 70 290, 20° Startwinkel) kann das noch mögliche Optimierungspotential der Zugdreieckskontur abgeschätzt werden. Durch die bessere Ausnutzung des Anfangsbereiches (Überschreiten der Nennspannung bei 15mm) und dem daraus resultierenden relativ flachen Verlauf der Spannungskurve ergibt sich eine geringere Maximalspannung. Der Spannungsverlauf entlang des Randes erinnert schon sehr stark an den optimalen CAO-Verlauf, der durch eine horizontale Gerade dargestellt werden könnte (Kerbspannungsfreiheit). Bei dem optimierten Spline ist es auch sehr interessant, dass die benötigte Fläche geringfügig kleiner als die der unverrundeten Zugdreieckskontur ist!

4.3.3.4 Optimierung der Splineverrundung

Wie schon im vorangegangenen Kapitel erwähnt wurde, lässt sich durch eine Änderung des Startwinkels und der Länge der Kontur eine neue optimierte Form finden. Im nachfolgenden Kapitel sollen die Grenzen dieser Optimierung festgestellt werden und Grundlagen für spätere Untersuchungen erarbeitet werden.

4.3.3.4.1 Länge der Kontur

Eine Optimierung der Splineverrundung kann also auch durch das Anpassen der Länge des Auslaufes der Kontur erfolgen. Anhand von Abbildung 70 ist gut zu erkennen, dass durch die Verkürzung der Kontur die Spannungen im Auslauf angehoben werden können (Spline 265-295) ohne großen Einfluss auf den vorderen Bereich zu haben. Dies ist jedoch nur sinnvoll für kleine Kerben, die entschärft werden sollen, wie die Graphen im nachfolgenden Kapitel 4.3.3.4.2. zeigen. Denn bei Abbildung 71 zeigt sich, dass die Maximalspannung schon im hinteren Bereich der Kerbkontur liegt und eine Verkürzung hätte an dieser Stelle nur noch eine weitere Erhöhung zur Folge. Der Umkehrschluss lässt vermuten, dass durch eine Verlängerung der Kontur für große Kerben noch eine weitere Spannungsreduktion möglich scheint. Dieses Verhalten wurde jedoch nicht weiter untersucht.

4.3.3.4.2 Startwinkel

Die Untersuchungen zum Einfluss des Startwinkels wurden für einen unter Zug stehenden abgesetzten Flachstab durchgeführt. Der Winkel wird durch den Außenwinkel von der Schulter zum Spline definiert. Ein Winkel von 330° entspricht also einem Startwinkel aus den vorherigen Untersuchungen von 30° .

Die nachfolgenden Ergebnisse wurden mit der Software ProEngineer Wildfire 4.0 Mechanica ermittelt.

Einfluss des Startwinkels auf die Spannungsverteilung entlang ZD-Kontur Schulterhöhe 200mm

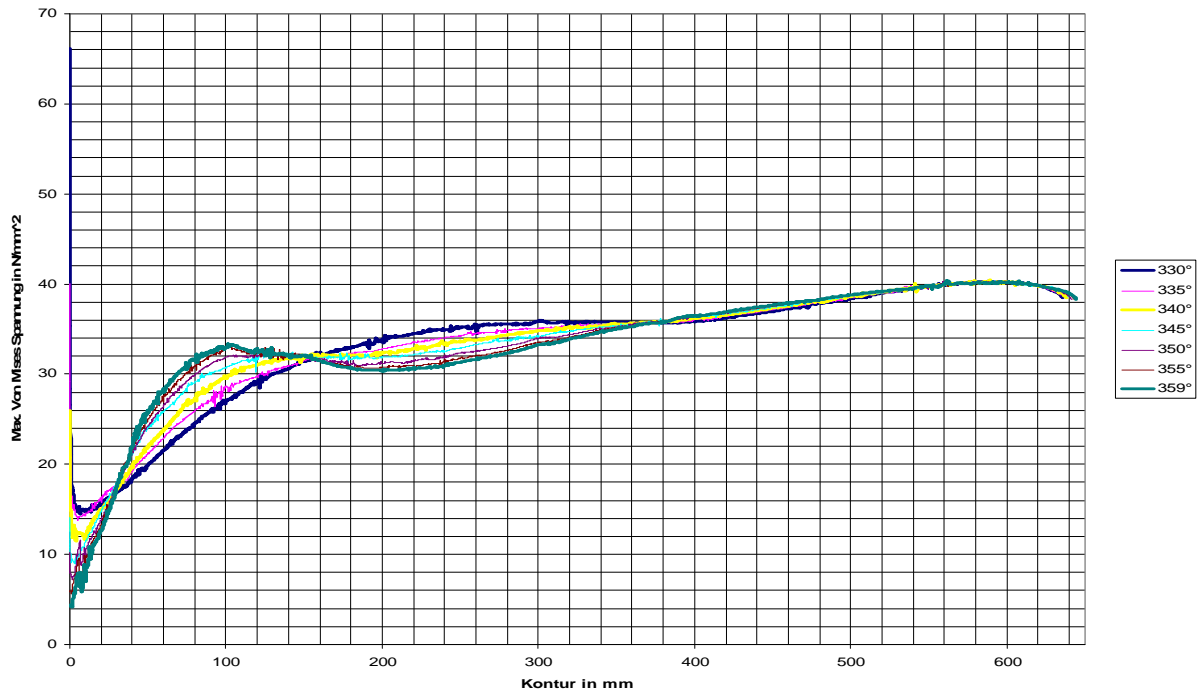


Abbildung 71: Optimierung der Splineverrundung: Startwinkeleinfluss bei 200mm Schulterhöhe

Einfluss des Startwinkels auf die Spannungsverteilung entlang ZD-Kontur Schulterhöhe 100mm

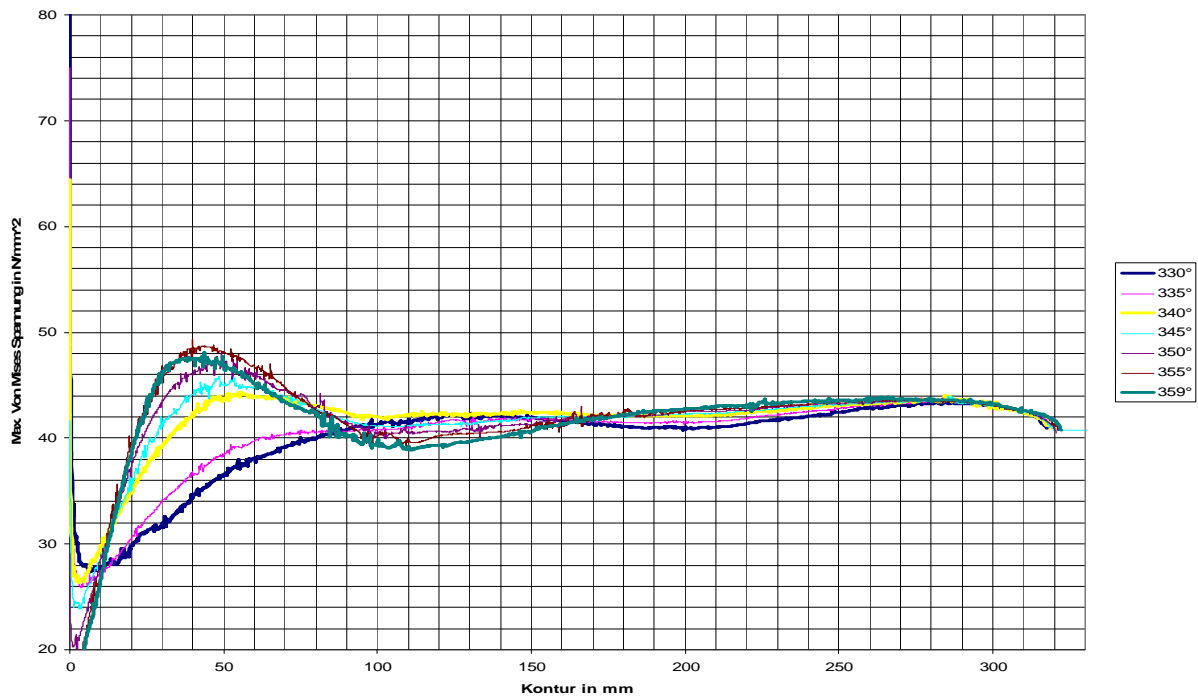


Abbildung 72: Optimierung der Splineverrundung: Startwinkeleinfluss bei 100mm Schulterhöhe

Einfluss des Startwinkels auf die Spannungsverteilung entlang ZD-Kontur Schulterhöhe 20mm

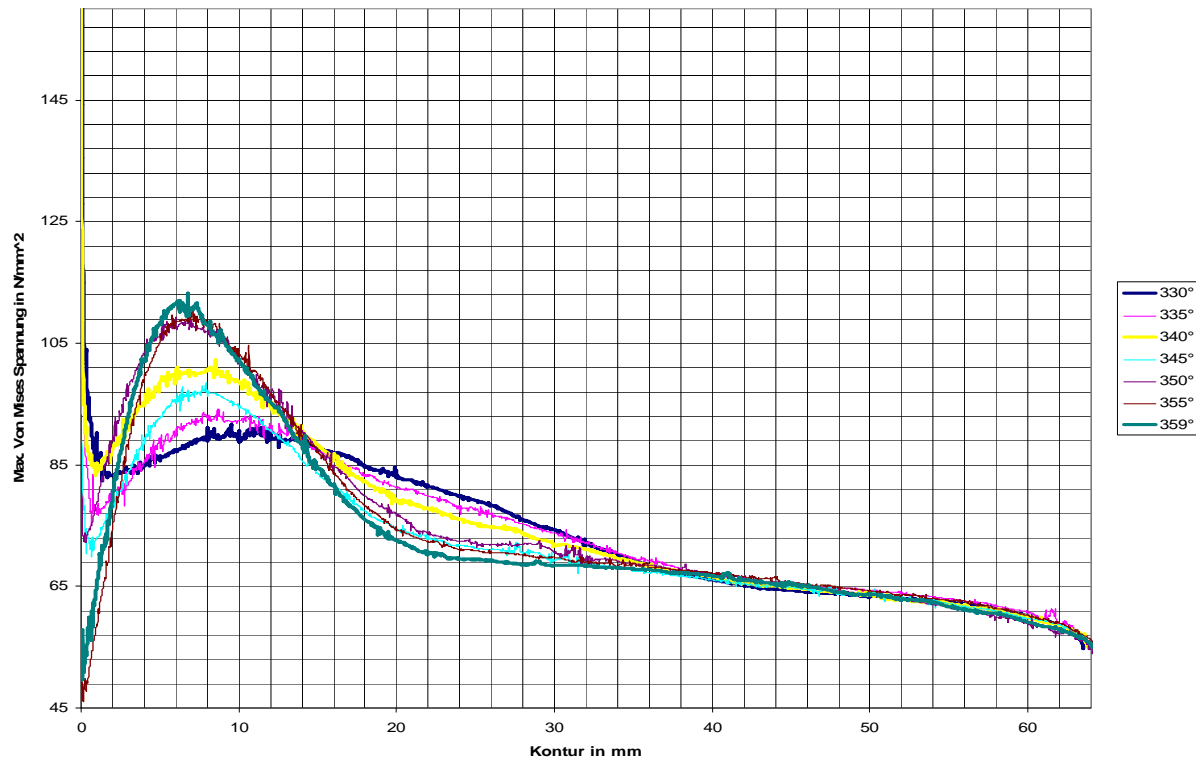


Abbildung 73: Optimierung der Splineverrundung: Startwinkeleinfluss bei 20mm Schulterhöhe

Die Ergebnisse aus den Untersuchungen mit einer Schulterhöhe von 200mm zeigen, dass der Startwinkel ab einer gewissen Baugröße keinen Einfluss mehr hat, da sich der am höchsten belastete Bereich der Kontur im hinteren Teil befindet. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass sobald eine gewisse Schulterhöhe erreicht ist, der Spline tangential in die Schulter übergehen kann.

Die Simulationen zu der Schulterhöhe mit 100mm zeigen uns jedoch, dass ab einem gewissen Bauraumverhältnis ein Mindestwinkel eingehalten werden muss, um im Anfangsbereich keine erheblichen Spannungskonzentrationen entlang der Kontur zu bekommen. Diese Erkenntnisse werden noch durch die dritte Simulation mit einer Schulterhöhe von 20mm untermauert.

Generell lässt sich sagen, dass durch eine Vergrößerung der Schulterhöhe die maximalen Spannungen eher im hinteren Bereich der Kontur auftreten und somit der vordere Bereich entlastet ist. Für eine Verkleinerung gilt der Umkehrschluss.

4.3.3.5 Ermittlung von Formzahlen

In den folgenden Kapiteln wird die Analyseart, Methode und das Vorgehen, das zur Erstellung der Formzahlen geführt hat, vorgestellt. Des Weiteren folgt ein Überblick über die verwendeten Modelle und die daraus berechneten Formzahlen.

Die Zugdreieckskontur wurde für alle Berechnungen als geometrische Verrundung ausgeführt, da diese Verrundungsmethode erstens relativ leicht durch einen Spline nachgebildet werden kann und sie zweitens eine sehr plausible Herleitungs- bzw. Erklärungsweise bietet.

4.3.3.5.1 Programm und Einstellungen

Zur Ermittlung von Formzahlen wurden FEM-Sensitivitätsstudien in ProEngineer Wildfire 4.0 Mechanica durchgeführt. Durch diesen Analysetyp kann das Programm automatisch einen Wert einer Geometrie in einem gewünschten Bereich mit einer gewählten Schrittweite skalieren. Als Anmerkung sei an dieser Stelle hinzugefügt, dass alle Bemaßungsverknüpfungen auf den sich ändernden Wert der Sensitivitätsstudie referenziert sein müssen und keine Verknüpfungen untereinander aufweisen dürfen, da hierbei Anpassungsfehler entstehen!

Mechanica nutzt zur FEM-Simulation ein P-Netz. Dabei wird zur Berechnung ein relativ grobes Netz genutzt, bei dem durch ein iteratives Erhöhen des Polynomgrades (Berechnung weiterer Zwischenknoten) die Genauigkeit erhöht wird. Bei dieser Methode muss die Geometrie immer mehrfach berechnet werden und durch die Abweichungen der einzelnen Rechnungen voneinander wird eine Fehlerabschätzung möglich. Bei den zuerst verwendeten Standardeinstellungen (adaptive Einschritt-Konvergenz) werden immer nur zwei Berechnungen ausgeführt. Der Polynomgrad der zweiten Rechnung wird dabei anhand der ersten Berechnung abgeschätzt.

Diese Methode lieferte für jeden Sensitivitätsschritt schnell Ergebnisse und daher wurde am Anfang mit kleinen Schrittweiten gerechnet, um einen möglichst genauen Verlauf der Formzahlen zu bekommen. Das aus dieser Herangehensweise erlangte Ergebnis wird in Abbildung 74 für einen abgesetzten Flachstab unter Zug mit dem Bauraumverhältnis von 4 und 2 für die Kreiskerbe und Zugdreieckskontur dargestellt.

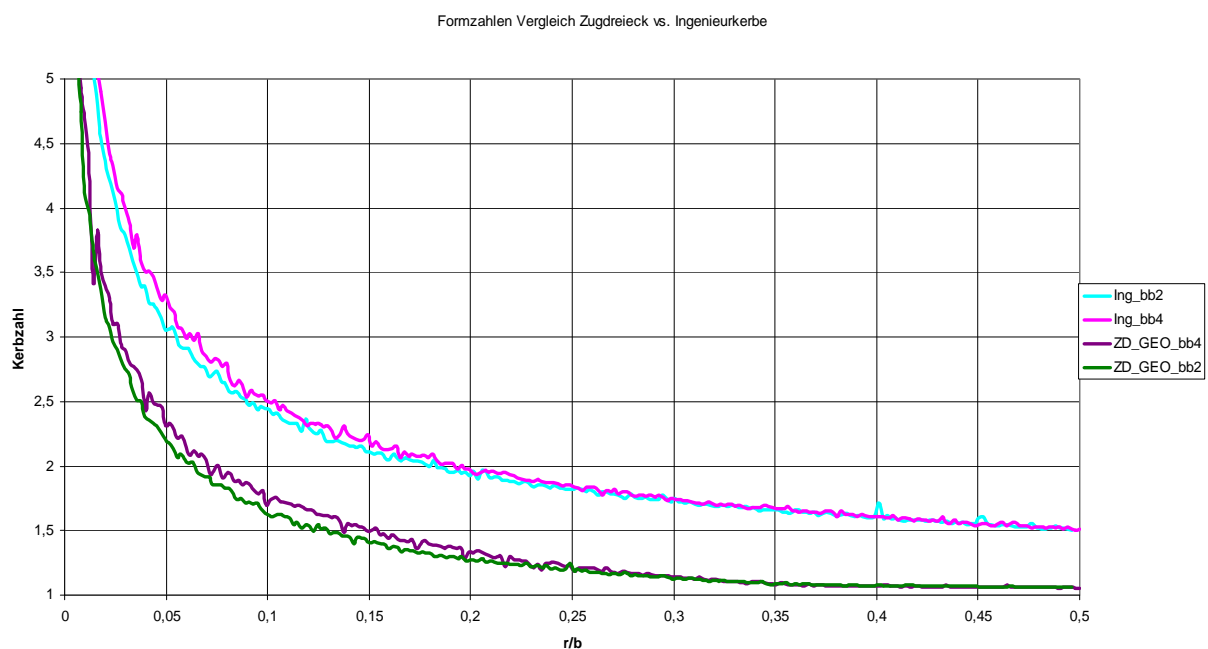


Abbildung 74: Formzahlen für abgesetzten Flachstab unter Zug

Anhand des abgebildeten Graphen ist zu erkennen, dass die Ergebniswerte um einen gewissen Faktor pendeln und dadurch einen gezackten Verlauf hervorrufen. Durch Vergleiche konnte dann gesehen werden, dass zwar der Graph von dem Querschnittsverhältnis 2 relativ gut zu den Formzahlen aus der Literatur passte, dagegen lag der Graph mit dem Verhältnis 4 viel zu dicht an dem anderen.

Daher wurde im folgenden Schritt versucht mit Hilfe einer Netzverfeinerung eine bessere Darstellung der Formzahlen zu erreichen.

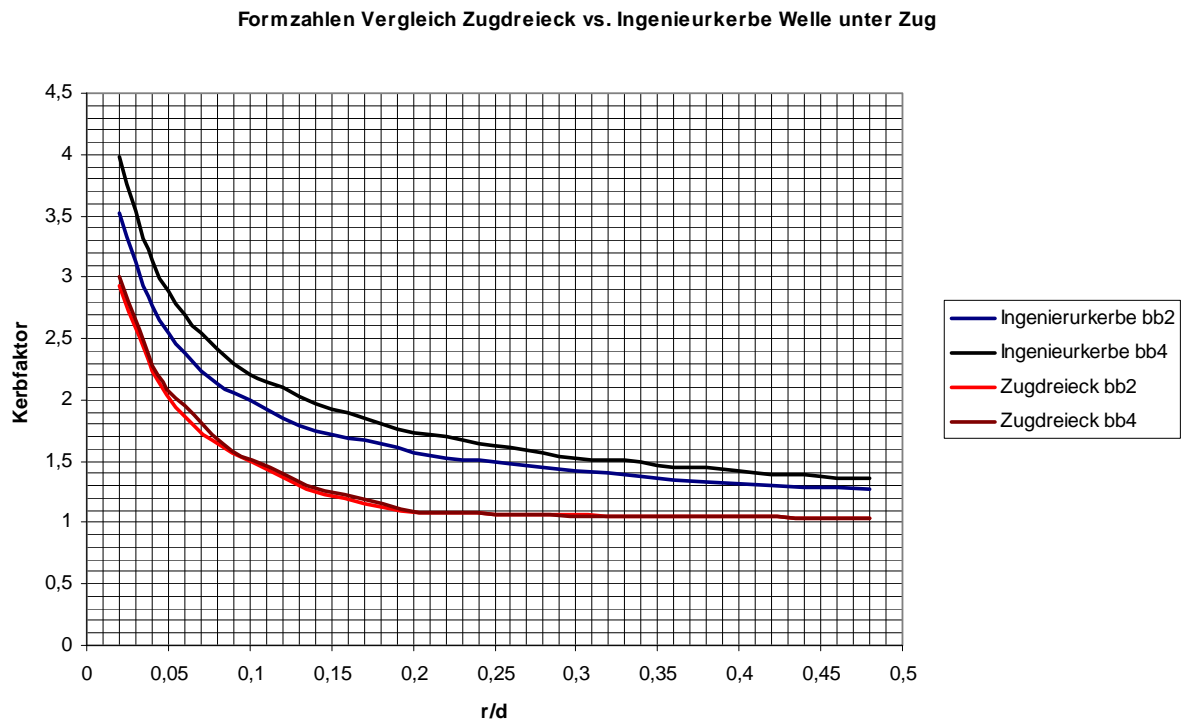


Abbildung 75: Formzahlen für Welle unter Zug

Anhand der Netzverfeinerung war eine Verbesserung bei der Abbildung der realen Verhältnisse der Kreiskerbe deutlich zu erkennen. Jedoch war ein leichtes Schwanken entlang der Formzahllinie zu beobachten. Des Weiteren wirkte die Formzahllinie für die Zugdreieckskontur mit einer vollständigen Überlappung nicht glaubhaft, da ansonsten die Geometrie keinen Einfluss mehr auf den Kerbfaktor hätte. Dies würde bedeuten, dass sich eine zusätzliche Stützwirkung durch ein mehr an Material nicht auf die Kerbe auswirkt.

Die im Folgenden erarbeiteten Formzahlen wurden unter Ausnutzung der Fehlerabschätzung des P-Netzes durchgeführt. Hierzu diente die Analyse Methode „adaptive Mehrschritt-Konvergenz“. Dabei ist es möglich einen minimalen und einen maximalen Polynomgrad vorzugeben und ein Abbruchkriterium zu definieren. Der Startpolynomgrad wurde für alle folgenden Simulationen auf 4 festgelegt und durfte bis maximal 9, um jeweils nur einen Schritt, erhöht werden. Das Abbruchkriterium wurde auf 1 Prozent Konvergenz für lokale Verschiebung, lokale Dehnungsenergie und globale RMS Spannung festgelegt. Als Messwert für die Ermittlung der Kerbspannungen diente die maximale Hauptspannung über der jeweiligen Geometrie.

Bei der Zugdreieckskontur musste ein kleiner Kompromiss bei der Berechnung eingegangen werden, da es durch den 45°Winkel beim Eintritt in die Schulter zu einer FEM bedingten Spannkonzentration kommt. Um dies nicht in die Formzahl mit einfließen zu lassen, wurde ein Bereich von einem vierzigstel der Höhe des ersten Zugdreiecks nicht mit in die Messgröße aufgenommen. Untersuchungen des KIT haben darüber hinaus gezeigt, dass diese Kerbe normalerweise fertigungsbedingt mit einem kleinen Radius ausgerundet wird und dieser in einer FEM-Berechnung die Spannkonzentration verschwinden lässt. Versuche an Probenkörpern zeigten

darüber hinaus, dass nach einer Überlastung eine Rissbildung innerhalb der Kontur und nicht an diesem Übergang entsteht, was die Annahmen zur FEM-Singularität als plausibel erscheinen lässt.

4.3.3.5.2 Modell Flachstab bei Zug

Für die Modellierung Flachstab unter Zug wurde, um die Rechenzeit zu verkürzen, ein Schalenmodell verwendet. Durch die daraus resultierende geringe Anzahl an Elementen konnte auch eine sehr feine Vernetzung realisiert werden.

Vernetzung Kerbkontur: 0,5mm

Vernetzung Flachstab: 20mm

Kraft: 20000N

Blechdicke: 1mm

Nennspannung: 40N/mm^2

Der dünne Querschnitt hat eine Breite von 500mm und eine Länge von 1000mm. Der große Querschnitt hat eine Länge von 500mm und passt die Breite je nach B/b Verhältnis an.

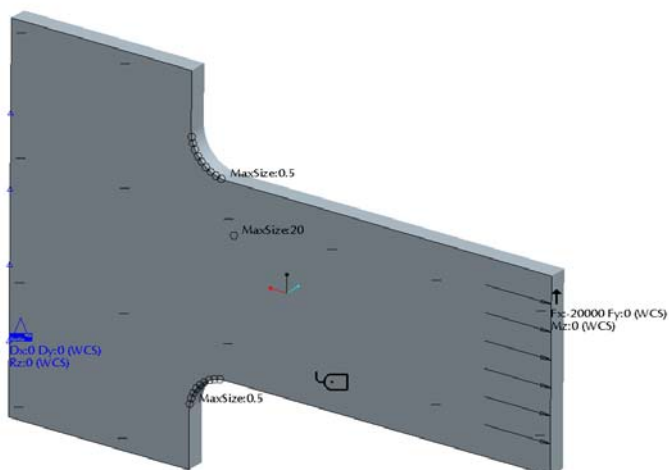


Abbildung 76: Mechanica Modell Flachstab bei Zug

4.3.3.5.3 Modell Flachstab bei Biegung

Die Biegesimulationen griffen auf dieselbe Geometrie wie die Simulationen aus der Zugbeanspruchung zurück. Die Biegung wurde über einen externen Punkt mit 5mm Abstand zum Flachstab über eine starre Verbindung eingebracht.

Biegemoment: 4000Nm

Nennspannung: 120N/mm²

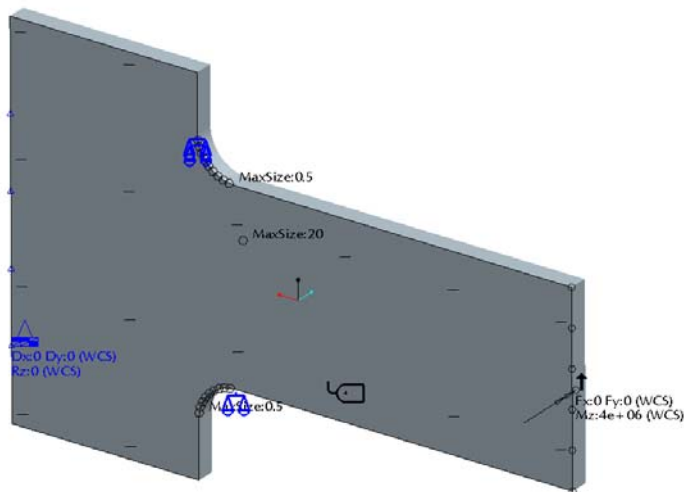


Abbildung 77: Mechanica Modell Flachstab bei Biegung

4.3.3.5.4 Modell Gekerbter Rundstab bei Zug

Bei dem Gekerbten Rundstab unter Zug war es möglich eine achsensymmetrische 2d-Schalenanalyse durchzuführen. Dadurch konnte wieder mit einem sehr feinen Netz gerechnet werden.

Vernetzung Kerbkontur: 1mm

Vernetzung Modell: 20mm

Kraft: 18MN

Nennspannung: 91,67N/mm²

Die Länge des dünnen Bereiches beträgt 1500mm bei einem Durchmesser von 500mm. Der Dicke Bereich hat eine Länge von 500mm und der Durchmesser passt sich im Verhältnis r/t an.

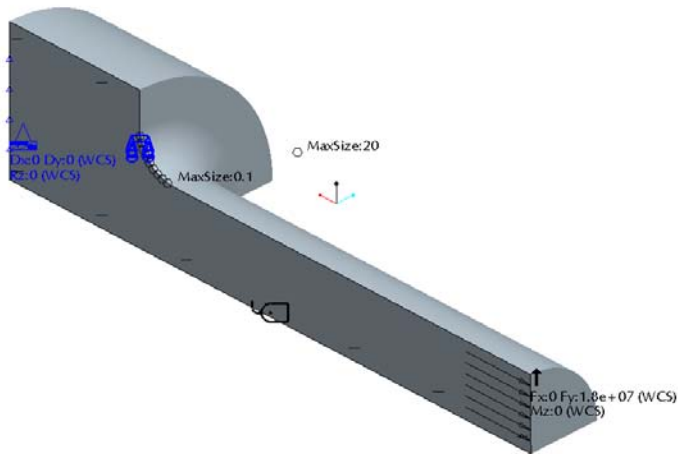


Abbildung 78: Mechanica Modell gekerbter Rundstab bei Zug

4.3.3.5.5 Modell gekerbte Rundstäbe bei Biegung

Dieses Modell musste dreidimensional gerechnet werden, da eine Biegemomenteinleitung für zweidimensionale rotationssymmetrische Körper in der Software nicht möglich ist.

Vernetzung Kerbkontur: 65mm

Vernetzung Modell: 200mm

Biegemoment: 2MNm

Nennspannung: 162,97N/mm²

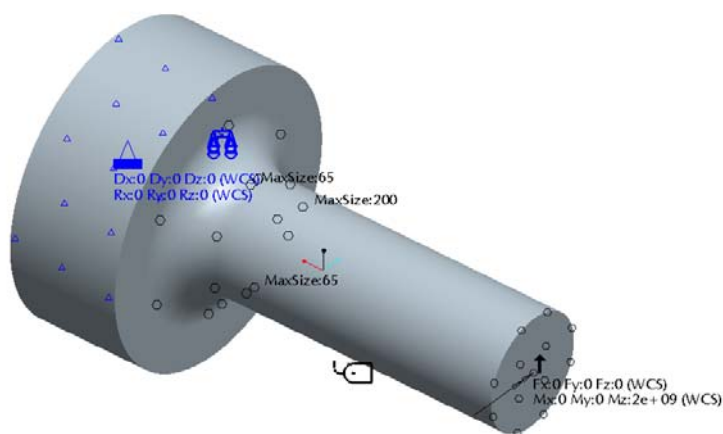


Abbildung 79: Mechanica Modell gekerbter Rundstab bei Biegung

Zum Beschleunigen der Rechnung wurde die Länge des dünnen Stabes auf 1000mm gekürzt, ansonsten entspricht dieses Modell von den Abmaßen her dem vorhergehenden. Das Biegemoment wird in einem Abstand von 5mm über eine starre Verbindung eingeleitet.

4.3.3.5.6 Modell gekerbter Rundstab bei Torsion:

Dieses Modell ist komplett identisch mit dem vorher betrachteten. Nur die Richtung und der Wert des eingeleiteten Moments ändern sich.

Torsionsmoment: 4MNm

Nennspannung: 162,97N/mm²

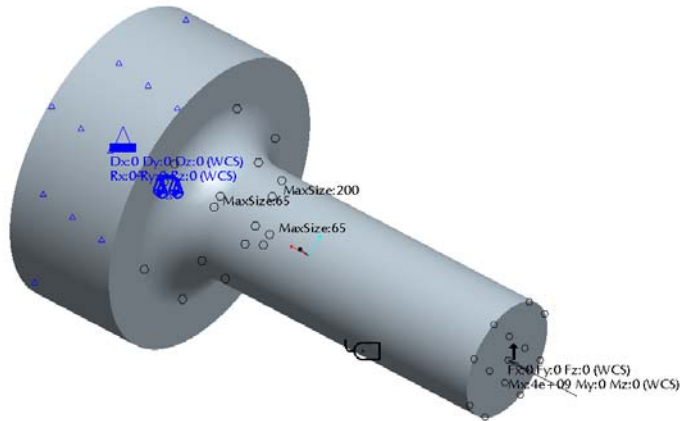


Abbildung 80: Mechanica Modell gekerbter Rundstab bei Torsion

4.3.3.6 Formzahlen

Im Folgenden werden die FEM-Simulationsergebnisse von Kreiskerbe und Zugdreieckskontur einander gegenüber gestellt. Die Simulation der Kreiskerbe sollte als Abgleichmöglichkeit zur Literatur gesehen werden und dient damit der Verifikation des Simulationsmodells. Am Anfang einer jeden Untersuchung befindet sich deshalb eine Formzahltablette aus der Literatur, hier werden auch die Bezeichnungen bildlich dargestellt.

Die Zahlen hinter den Reihennamen geben für die Flachstäbe das Verhältnis von B/b wieder und für die Rundstäbe das Verhältnis von r/t.

Bei den Flachstäben hören einige Formzahl Kurven unvermittelt auf, obwohl die Graphen der Kreiskerben noch weiter laufen, das liegt daran, dass die Zugdreieckskontur nicht über die Schulter hinaus wachsen kann. Bei der Viertelkreisverrundung stellt sich dann automatisch ein kleineres Kreissegment als 90° ein und die Kreiskerbe wächst in die Länge, wodurch sie noch höhere Kerbspannungsreduktionen erreichen kann.

4.3.3.6.1 Formzahlen abgesetzter Flachstab bei Zug

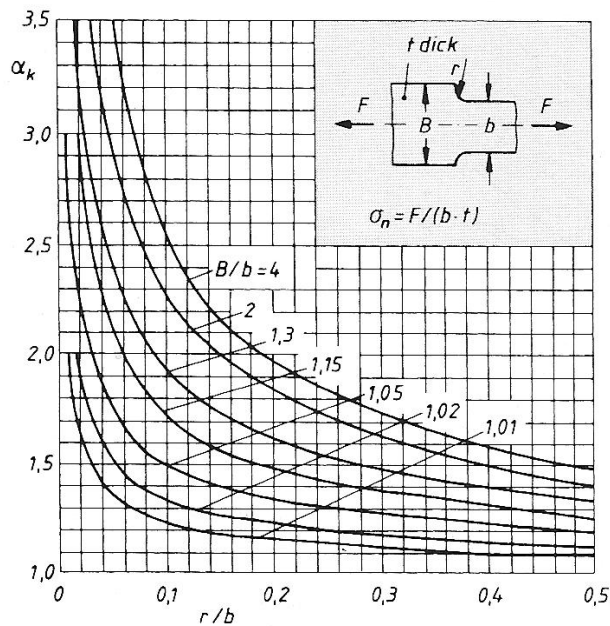


Abbildung 81: Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Zug [1]

Formzahlen Vergleich Zugdreieck vs. Ingenieurkerbe

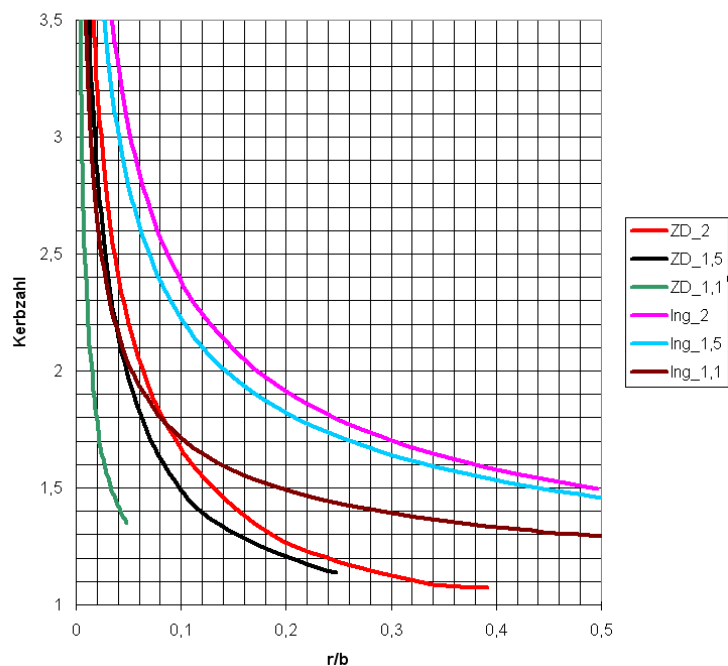


Abbildung 82: FEM-Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Zug

Für das Verhältnis von $r/b=2$ lassen sich die FEM-Ergebnisse zur Kreiskerbe sehr gut mit denen aus der Literatur vergleichen. Hier ist eine sehr gute Übereinstimmung gegeben. Die Zugdreieckskontur liegt in allen Bereichen weit unterhalb der Kreiskerbe und ist somit die wesentlich bessere Kerbstruktur. Ab einem Verhältnis von $r/b=0,3$ ist für die Zugdreieckskontur mit keiner großen Spannungsreduktion mehr zu rechnen, also wäre jede weitere Bauraumvergrößerung nur Materialverschwendung.

4.3.3.6.2 Formzahlen abgesetzter Flachstab bei Biegung

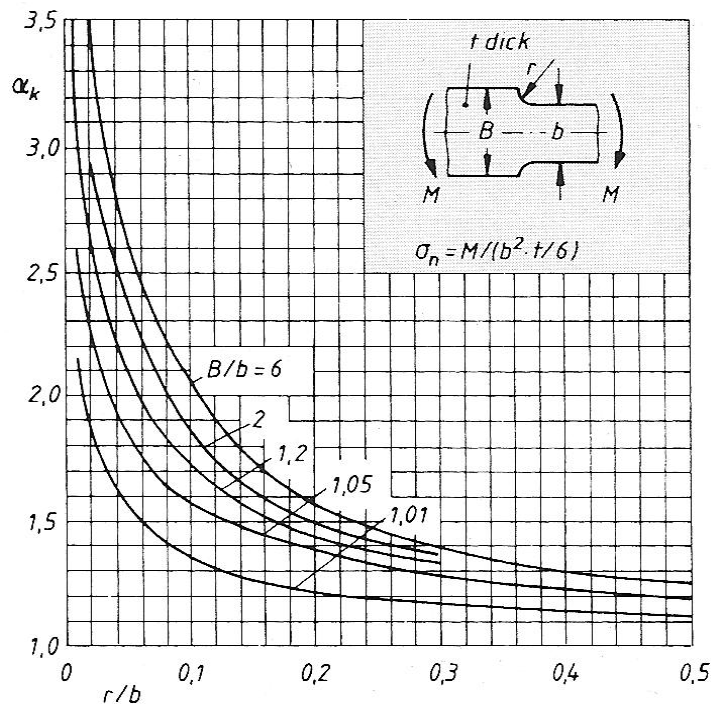


Abbildung 83: Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Biegung [1]

Formzahlen Vergleich Zugdreieck vs. Ingenieurkerbe

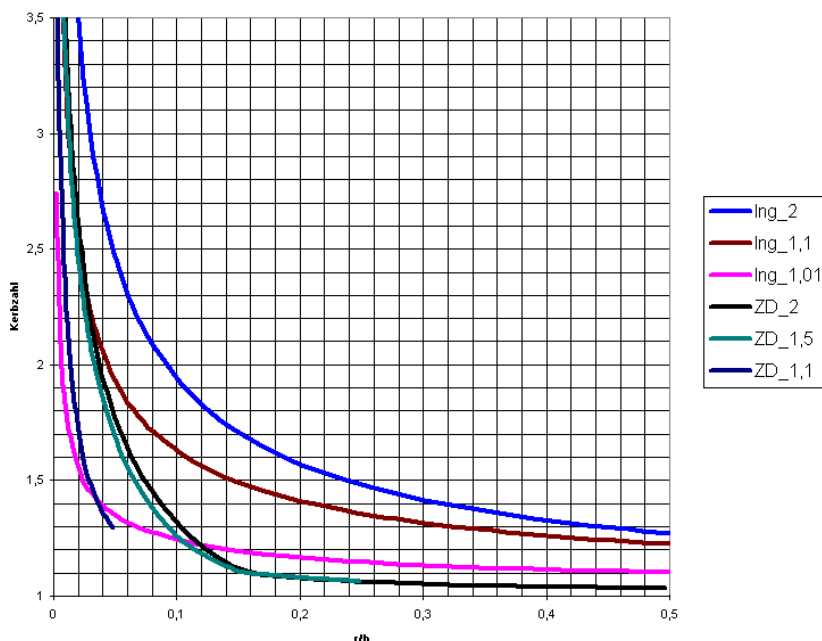


Abbildung 84: FEM-Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Biegung

Ähnlich wie beim abgesetzten Flachstab bei Zug liegt auch bei der Biegung ein sehr großer Abstand zwischen Kreiskerbe und Zugdreieckskontur. Für das Verhältnis von $r/b=0,1$ liegt ein Unterschied von 0,6 vor. Dadurch ist die Spannung in der Kerbe um 60% der Nennspannung größer als bei einer Zugdreiecksverrundung. Ab einem Wert von 0,15 bringt eine zusätzliche Materialeinbringung kaum noch Spannungsreduktion und daher reicht für diesen Biegefall diese Kerbhöhe aus.

4.3.3.6.3 Formzahlen gekerbter Rundstab bei Zug

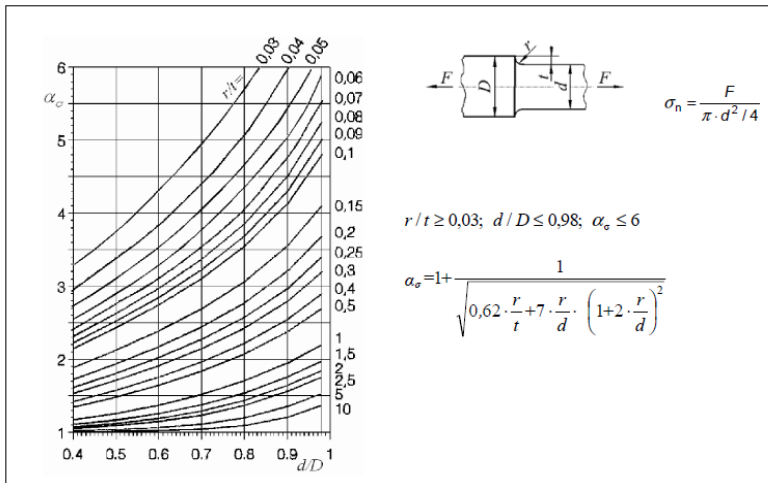


Abbildung 85: Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Zug [2]

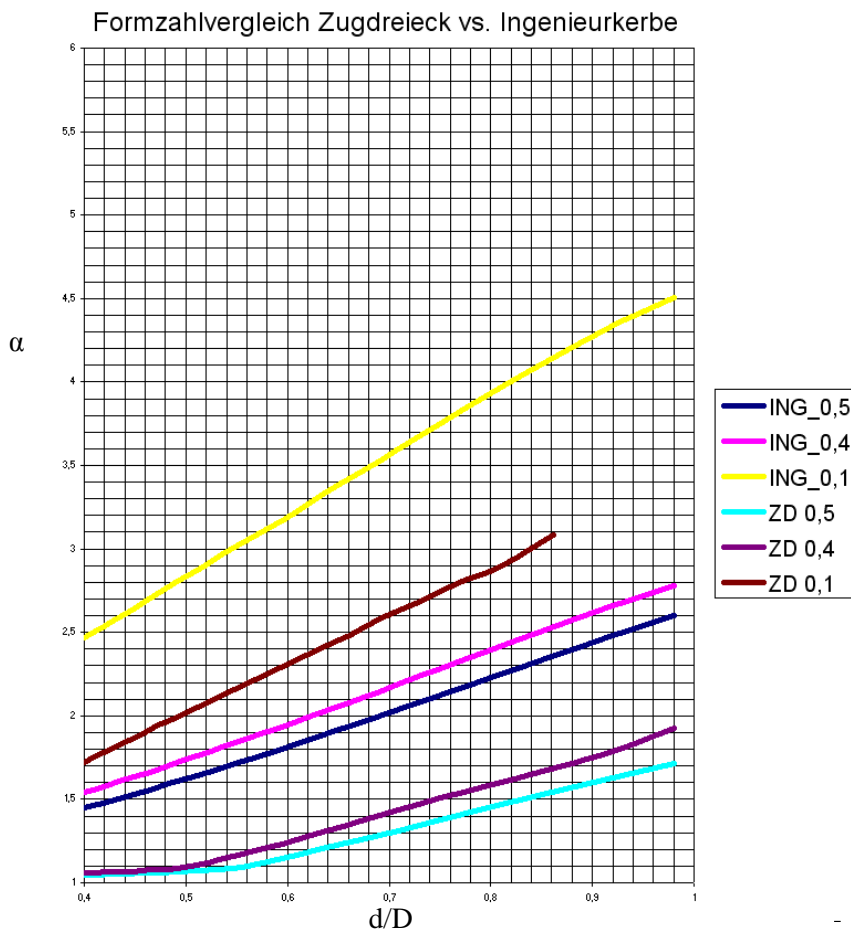


Abbildung 86: FEM-Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Zug

Bei dem Vergleich der FEM-Werte mit der Literaturangabe fällt zuerst auf, dass sich bei der Berechnung Geraden gebildet haben, jedoch in der Literatur gekrümmte Kurven zu sehen sind. Die Vermutung liegt nahe, dass die 2d-Rotationsberechnung an dieser Stelle nicht einwandfrei funktioniert. Dennoch liegen die Geraden von Ihrer Ausrichtung passend im Modell. Interessant ist, dass sowohl die Kreiskerbe als auch die Zugdreiecksverrundung bei einem Faktor von 0,1 sehr stark an Kerbspannungen zulegen.

4.3.3.6.4 Formzahlen gekerbter Rundstab bei Biegung

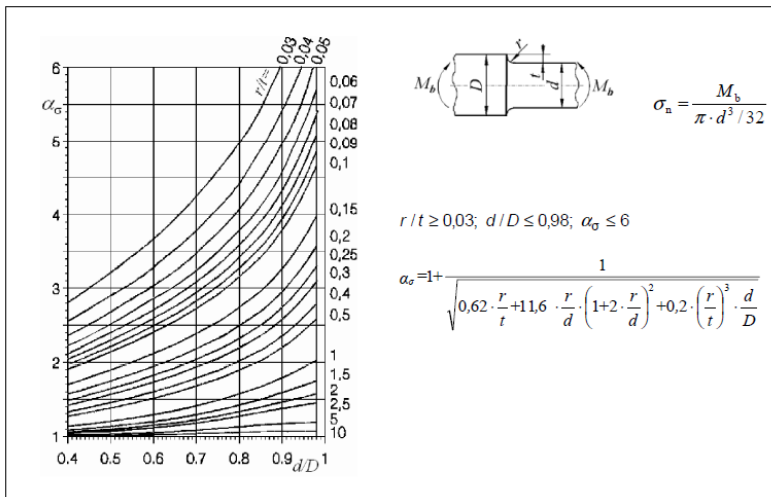


Abbildung 87: Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Biegung [2]

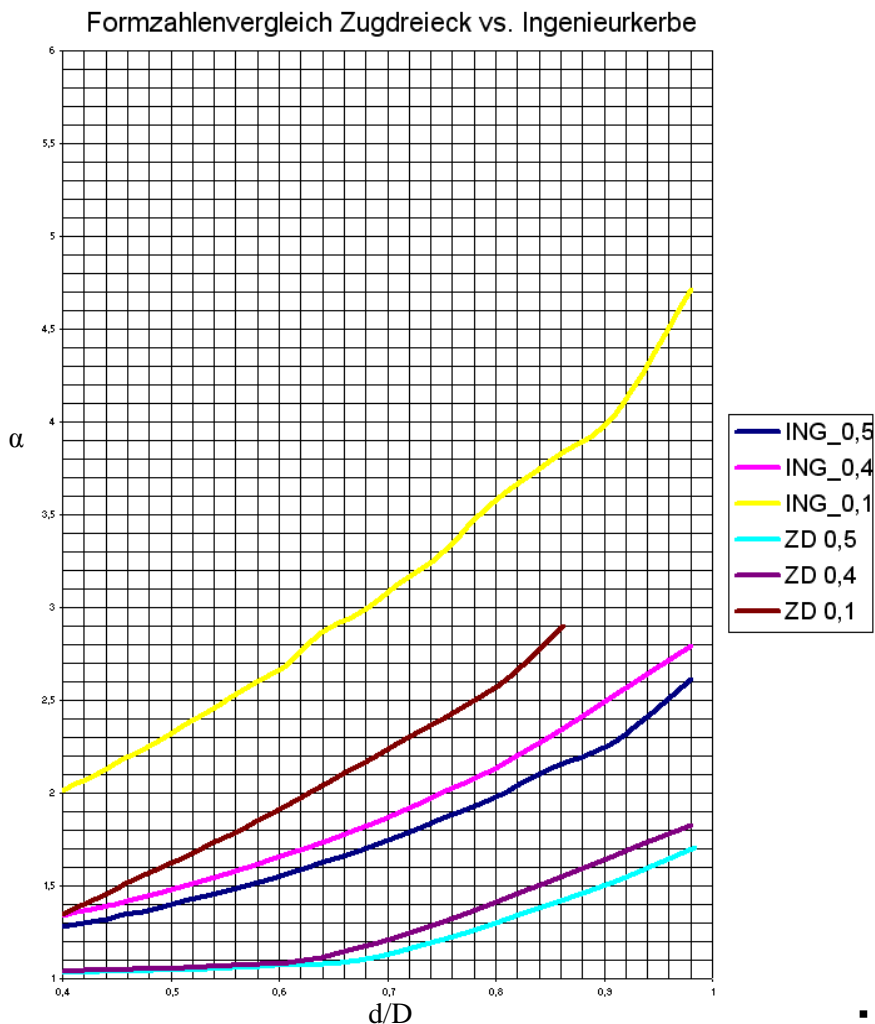


Abbildung 88: FEM-Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Biegung

Die Formzahlen dieser Berechnung stimmen sehr gut mit der Literatur überein. Es ist zu erkennen, dass ab einem Verhältnis von d/D von unter 0,7 für größere Verhältnisse von r/t ein fast kerbfreier Bereich geschaffen wird.

4.3.3.6.5 Formzahlen gekerbter Rundstab bei Torsion

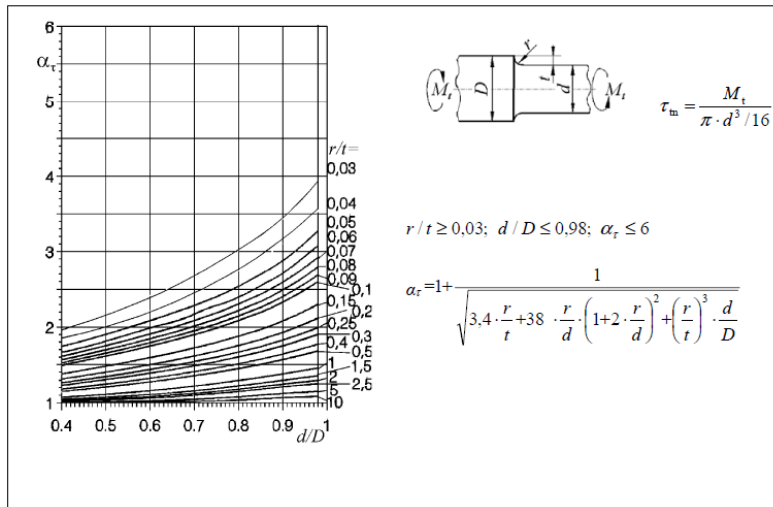


Abbildung 89: Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Torsion [2]

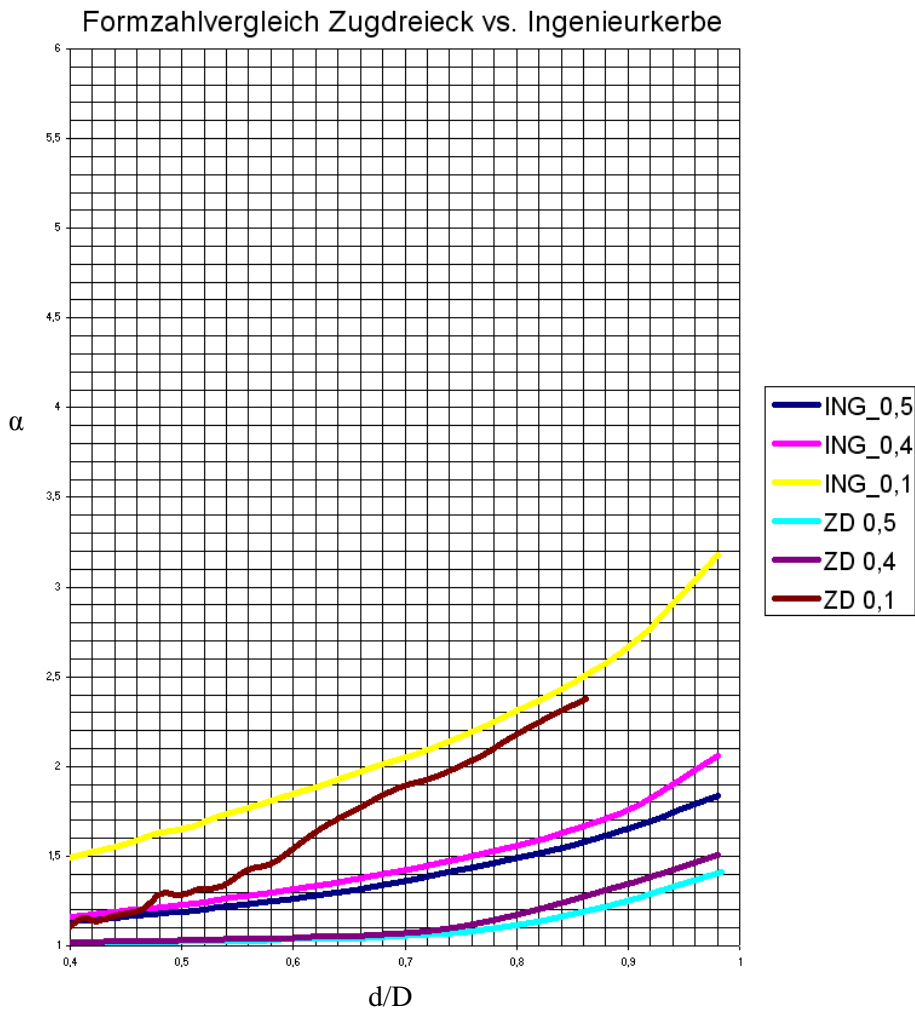


Abbildung 90: FEM-Formzahlen symmetrisch abgesetzter Rundstab bei Torsion

Am auffälligsten an diesem Graphen ist, dass die Zugdreieckskontur für einen Wert von $r/t=0,1$ einen extrem steilen Anstieg aufweist und sogar in die Nähe der Viertelkreisverrundung kommt.

Alles in allem sind die Kerbspannungen bei der Torsion nicht annähernd so hoch wie bei den anderen Lastfällen. Der größte Vorteil liegt hier bei der Zugdreiecksmethode darin, dass ein Kerbfaktor von eins realisiert werden kann und sich somit ein homogener Spannungsverlauf über die Außenkontur einstellt.

4.3.4 Beitrag zu Arbeitspaket 4

Um eine bessere Anwendbarkeit in CAD-Programmen für die Zugdreiecksmethode zu schaffen, musste ein Tool geschaffen werden, das automatisch die Zugdreieckskontur generiert. Zum ersten Erstellen einer Zugdreieckskontur in einem CAD-Programm wird aktuell noch viel Zeit benötigt. Eine Möglichkeit, diese mit wenigen Mausklicken zu erstellen, würde den Einsatz fördern.

4.3.4.1 Erarbeiten eines Tools zur automatischen Generierung einer ZD-Kontur

Zu allererst wurde ein CAD-Programm ausgewählt, in das die Zugdreiecksmethode implementiert werden soll. Durch die relativ hohe Marktdurchdringung bei KMUs von SolidWorks und vor allem durch die sehr gute integrierte Hilfe, die zu einer sehr kurzen Einarbeitungszeit führt, wurde dieses Programm als Basis für die Erweiterung gewählt.

Ein eigenständiges Feature für die Zugdreiecksverrundung zu schaffen (ähnlich Fillet/Verrundung), hätte neben dem Eingriff in tiefe Programmstrukturen noch den weiteren Nachteil des hohen Installationsaufwands beim Endanwender und wäre nach Ansicht von sachs engineering somit nicht zielführend gewesen. Ein weiterer Punkt ist, dass die Zugdreieckskontur als 3D-Kontur zurzeit nicht für alle denkbaren Fälle darstellbar ist (seitl. abfallende Bereiche/Übergänge). Daher wurde im Folgenden ein Makro für den Skizzierer geschrieben, welches automatisch eine skalierbare Zugdreieckskontur erstellt.

4.3.4.2 Makro zur Zugdreieckskonturgenerierung im Skizzierer

Im Folgenden wurde nun für die Makroschnittstelle in Solid Works ein Tool in Visualbasic geschrieben. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass über ein einfaches Menü ein Makro geladen werden kann, welches ein einfach zu bedienendes Programmfenster öffnet, in dem durch eine simple Eingabe eine vollständig definierte Zugdreieckskontur generiert werden kann.

In Abbildung 91 ist das Resultat des Makros zu sehen. Mit Hilfe des Makrofensters ZDM-Skizze ist es möglich eine mit Hilfe eines Splines verrundete Zugdreieckskontur zu generieren, die entweder mit allen Variablen von der Höhe (dargestellt als Wert 100) oder von der Breite (Wert 331,52) abhängig ist. Die notwendigen geometrischen Eigenschaften zur gewünschten Kerbspannungsreduktion können hierbei dem Kerbspannungskatalog in Form von Formzahlen entnommen werden. Bei vorgegebener Breite kann über die Umrechnungsfaktoren aus dem Kerbspannungskatalog eine Umrechnung auf die resultierende Formzahl nachvollzogen werden.

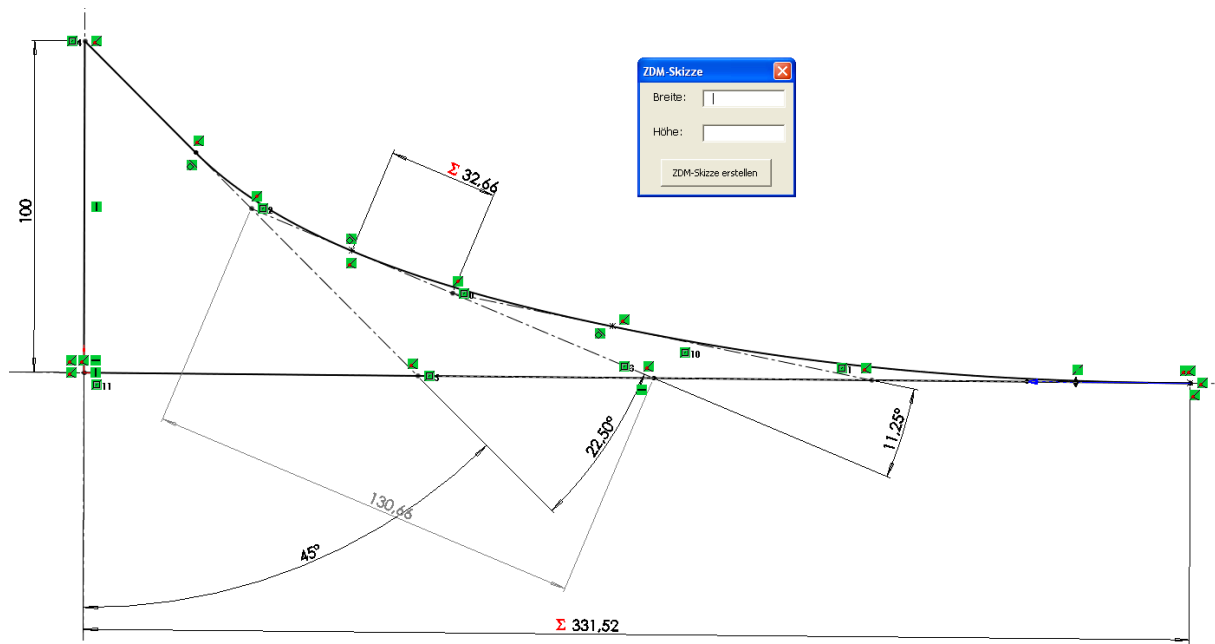


Abbildung 91: Automatisch generierte Zugdreieckskontur

Zum derzeitigen Zeitpunkt generiert das Makro eine Kontur, die noch mit der zugrunde liegenden Unterstruktur verknüpft werden muss. Das heißt, dass sie noch mit dem Hauptteil verknüpft werden muss. Dies ist jedoch über wenige Beziehungen möglich.

Folgende Einschränkungen liegen zurzeit noch vor:

Das Makro funktioniert nur für 2-dimensionale oder rotationssymmetrische Körper (Formzahlen liegen bisher auch nur für diese vor).

Es ist nur möglich 90° Kerben zu entschärfen.

Zur Verknüpfung mit dem Hauptteil müssen Beziehungen definiert werden.

4.3.4.3 Zusammenfassung

Das Programm stellt eine einfache Möglichkeit dar, 90° Kerben an Wellen und Blechen zu entschärfen. Durch die Skalierbarkeit sind spätere Änderungen in der Geometrie leicht einzubringen. Die Verrundung durch einen Spline wirkt im Konstruktionsprozess, im Gegensatz zur geometrischen Verrundung, im Wesentlichen aufgeräumt und überdeckt kaum andere Skizzenelemente.

Die Beschränkung auf 90° Kerben muss zurzeit noch als Einschränkung hingenommen werden, jedoch liegen auch nur für diese Lastfälle aussagekräftige Formzahlen vor.

4.3.5 Literaturverzeichnis

[1] Wittel, H.; Muhs, D.: Roloff/Matek Maschinenelemente, Tabellenbuch, Vieweg + Teubner, Wiesbaden, 19. Aufl., 2009, S 50f.

[2] DIN 743-2 : 2008-10, Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen.

Abbildungsverzeichnis

<i>Abbildung 1: Natürliches Astloch im Baum</i>	85
<i>Abbildung 2: Materialentfernung mit gleichzeitiger Kerbspannungsreduzierung</i>	86
<i>Abbildung 3: von-Mises-Vergleichsspannung Variante 1</i>	87
<i>Abbildung 4: von-Mises-Vergleichsspannung Variante 2</i>	87
<i>Abbildung 5: Variante 1, graphische Darstellung der Spannungen entlang der unteren Kontur</i>	88
<i>Abbildung 6: Variante 2, graphische Darstellung der Spannungen entlang der unteren Kontur</i>	88
<i>Abbildung 7: Anordnung der Löcher im Kragbalken bei einem Seitenverhältnis von 1:3, 1:4 und 1:5</i>	91
<i>Abbildung 8: Prozentuale Gewichtseinsparung der verschiedenen Varianten</i>	92
<i>Abbildung 9: Prozentuale Zunahme der Maximalverformungen der verschiedenen Varianten</i>	92
<i>Abbildung 10: SKO-Optimierung eines Kragträgers mit einem Seitenverhältnis von 1:3, 1:4 und 1:5</i>	93
<i>Abbildung 11: Verformung der Varianten bei einem Bauraumverhältnis von 1:3</i>	94
<i>Abbildung 12: Verformung der Varianten bei einem Bauraumverhältnis von 1:4</i>	94
<i>Abbildung 13: Verformung der Varianten bei einem Bauraumverhältnis von 1:5</i>	95
<i>Abbildung 14: Prozentuale Gewichtseinsparung der verschiedenen Varianten</i>	96
<i>Abbildung 15: Prozentuale Zunahme der Maximalverformung der verschiedenen Varianten</i>	96
<i>Abbildung 16: Originalgeometrie der Springhead-Schraube (Zwei Symmetrieebenen)</i>	97
<i>Abbildung 17: Modelldefinition der Springhead-Schraube</i>	98
<i>Abbildung 18: Voraussetzungen der CAO-Optimierung</i>	99
<i>Abbildung 19: CAO-Optimierung in 3 Durchläufen</i>	100
<i>Abbildung 20: Verhältnis der plastischen Dehnung zur Verformung (CAO)</i>	102
<i>Abbildung 21: Verhältnis der plastischen Dehnung zur Verformung (Zugdreiecke Position1)</i>	103
<i>Abbildung 22: Vergleich der Reaktionskräfte bei CAO u. Zugdreiecken</i>	104
<i>Abbildung 23: Vergleich der Masseverhältnisse und der plastischen Dehnung</i>	105
<i>Abbildung 24: Verhältnis der plastischen Dehnung zur Verformung (Zugdreiecke Position2)</i>	105
<i>Abbildung 25: Bandpresse der Firma Held GmbH</i>	106
<i>Abbildung 26: Originalgeometrie der Stützstruktur</i>	107
<i>Abbildung 27: Modelldefinition der Ausgangsgeometrie</i>	108
<i>Abbildung 28: Darstellung der von-Mises-Spannung</i>	108
<i>Abbildung 29: Darstellung der Verformung in Y-Richtung</i>	109
<i>Abbildung 30: Topologieoptimierung mit Hilfe der Zugdreiecke</i>	110
<i>Abbildung 31: Ergebnis der Topologieoptimierung mit Zugdreiecken</i>	111
<i>Abbildung 32: Entwurf 1</i>	112
<i>Abbildung 33: Vergleich der minimalen und maximalen Hauptspannungen</i>	114
<i>Abbildung 34: Darstellung der Verschiebung in Y-Richtung</i>	115
<i>Abbildung 35: Entwurf 2</i>	117
<i>Abbildung 36: Vergleich der minimalen und maximalen Hauptspannungen (Entwurf 2)</i>	119

<i>Abbildung 37: Strukturentwurf für die Seitenansicht</i>	121
<i>Abbildung 38: Entwurf 3</i>	121
<i>Abbildung 39: Vergleich der Minimalen und Maximalen Hauptspannungen (Entwurf 3)</i>	122
<i>Abbildung 40: Umsetzung des Strukturentwurfs aus der Seitenansicht und Darstellung der Verschiebung in Y-Richtung</i>	123
<i>Abbildung 41: Entwurf 4</i>	124
<i>Abbildung 42: Darstellung der Verschiebung in Y-Richtung (Entwurf 4)</i>	124
<i>Abbildung 43: Darstellung der Minimalen und Maximalen Hauptspannungen</i>	125
<i>Abbildung 44: Beispiel für die Parametrisierung. Druckstütze in Abhängigkeit des Radius</i>	127
<i>Abbildung 45: Verhältnis der Masse und Steifigkeit</i>	130
<i>Abbildung 46: Verhältnis der Masse und Steifigkeit im Detailausschnitt</i>	131
<i>Abbildung 47: Entwurfsraum der Parameterstudie</i>	133
<i>Abbildung 48: Entwicklung der Steifigkeit, Minimaler und Maximaler Hauptspannung und der Schubspannungen über die Winkeländerung des Zugstabs (Dicke 1)</i>	134
<i>Abbildung 49: Entwicklung der Steifigkeit, minimaler und maximaler Hauptspannung und der Schubspannungen über die Winkeländerung des Zugstabs (Dicke 2)</i>	135
<i>Abbildung 50: Entwurfsraum der Parameterstudie</i>	136
<i>Abbildung 51: Diagramm Steifigkeit der Parameterstudie</i>	137
<i>Abbildung 52: Diagramm maximale Hauptspannungen der Parameterstudie</i>	138
<i>Abbildung 53: Diagramm minimale Hauptspannungen der Parameterstudie</i>	138
<i>Abbildung 54: Diagramm Knicklast (Mode 1) der Parameterstudie</i>	139
<i>Abbildung 55: Beispiel Knicklast (Faktor 143)</i>	140
<i>Abbildung 56: Entwurf 4</i>	141
<i>Abbildung 57: Beispiel Reduzierung Kerbspannung</i>	142
<i>Abbildung 58: Beispiel unabsichtliche Erzeugung von Kerbspannungen</i>	142
<i>Abbildung 59: Kreiskerbe</i>	143
<i>Abbildung 60: Zugdreieckskontur</i>	144
<i>Abbildung 61: Unverrundete Zugdreieckskontur</i>	146
<i>Abbildung 62: Verrundung der Zugdreieckskontur</i>	147
<i>Abbildung 63: Geometrisch verrundete Zugdreieckskontur</i>	148
<i>Abbildung 64: Spline zur Nachbildung der Zugdreieckskontur</i>	149
<i>Abbildung 65: Splineverrundung der Zugdreieckskontur</i>	150
<i>Abbildung 66: Spline mit optimiertem Startwinkel</i>	151
<i>Abbildung 67: Optimierte Splineverrundung der Zugdreieckskontur</i>	152
<i>Abbildung 68: Ähnlichkeitsfunktion Tangens</i>	153
<i>Abbildung 69: Viertelkreisverrundung</i>	154
<i>Abbildung 70: Vergleich der Verrundungen unter Zugbelastung</i>	156
<i>Abbildung 71: Optimierung der Splineverrundung: Startwinkeleinfluss bei 200mm Schulterhöhe</i>	158

<i>Abbildung 72: Optimierung der Splineverrundung: Startwinkeleinfluss bei 100mm Schulterhöhe</i>	158
<i>Abbildung 73: Optimierung der Splineverrundung: Startwinkeleinfluss bei 20mm Schulterhöhe</i>	159
<i>Abbildung 74: Formzahlen für abgesetzten Flachstab unter Zug</i>	160
<i>Abbildung 75: Formzahlen für Welle unter Zug</i>	161
<i>Abbildung 76: Mechanica Modell Flachstab bei Zug</i>	162
<i>Abbildung 77: Mechanica Modell Flachstab bei Biegung</i>	163
<i>Abbildung 78: Mechanica Modell gekerbter Rundstab bei Zug</i>	164
<i>Abbildung 79: Mechanica Modell gekerbter Rundstab bei Biegung</i>	164
<i>Abbildung 80: Mechanica Modell gekerbter Rundstab bei Torsion</i>	165
<i>Abbildung 81: Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Zug [1]</i>	166
<i>Abbildung 82: FEM-Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Zug</i>	166
<i>Abbildung 83: Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Biegung [1]</i>	167
<i>Abbildung 84: FEM-Formzahlen symmetrisch abgesetzter Flachstab bei Biegung</i>	167
<i>Abbildung 85: Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Zug [2]</i>	168
<i>Abbildung 86: FEM-Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Zug</i>	168
<i>Abbildung 87: Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Biegung [2]</i>	169
<i>Abbildung 88: FEM-Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Biegung</i>	169
<i>Abbildung 89: Formzahlen symmetrisch gekerbter Rundstab bei Torsion [2]</i>	170
<i>Abbildung 90: FEM-Formzahlen symmetrisch abgesetzter Rundstab bei Torsion</i>	170
<i>Abbildung 91: Automatisch generierte Zugdreieckskontur</i>	173

Tabellenverzeichnis

<i>Tabelle 1: Prozentualer Materialeinsatz der verschiedenen Konfigurationen</i>	88
<i>Tabelle 2: Übersicht Verrundung von Löchern mit der Zugdreiecksmethode</i>	90
<i>Tabelle 3: Variation der Zugdreiecke an Position1</i>	101
<i>Tabelle 4: Variation der Zugdreiecke an Position2</i>	101
<i>Tabelle 5: Materialwerte GGG40</i>	107
<i>Tabelle 6: Zusammenfassung der Ergebnisse aus der FEM-Berechnung</i>	109
<i>Tabelle 7: Ergebnisse der SKO Optimierung</i>	110
<i>Tabelle 8: Ergebnisse Entwurf 1</i>	115
<i>Tabelle 9: Vergleich der verschiedenen Topologien</i>	117
<i>Tabelle 10: Ergebnisse Entwurf 2</i>	120
<i>Tabelle 11: Ergebnisse Entwurf 3</i>	123
<i>Tabelle 12: Gegenüberstellung der Ergebnisse des Entwurfs 4 und der SKO-Optimierung</i>	125
<i>Tabelle 13: Untersuchte Varianten in der Designstudie mit Pro/Engineer u. Pro/Mechanica</i>	130
<i>Tabelle 14: Bewertung der Topologievarianten</i>	132
<i>Tabelle 15: Darstellung der Parameter</i>	136
<i>Tabelle 16: Übersicht über die Verrundungsarten der ZD-Kontur</i>	155

Verwendete Abkürzungen

CAD	Computer Aided Design
CAO	Computer Aided Optimization
FEM	Finite-Elemente-Methode
ING	Ingenieurkerbe/Viertelkreisverrundung
ZD	Zugdreieck

4.4 EJOT GmbH & Co KG

Das Verbundprojekt „Konstruktionsprinzipien nach dem Vorbild der Natur“ verfolgte den Zweck, neuartige Methoden der Konstruktion, welche vom Vorbild der Natur abgeschaut wurden, in technischen Konstruktionen und Bauteilen vorteilhaft zur Anwendung zu bringen. Des Weiteren sollten durch die Projektpartner entsprechende Konstruktionsrichtlinien erstellt und verbreitet werden und diese nach Möglichkeit auch in die Normung einfließen. Die Firma EJOT GmbH & Co KG war als Hersteller von Verbindungselementen verschiedener Art fest in das Projekt eingebunden, da sich in diesem Bereich vielfältige Fragestellungen in Bezug auf die Konstruktion ergeben. Somit ließen sich in diesem Anwendungsfeld diese Prinzipien nicht nur technisch demonstrieren, sondern auch die Tauglichkeit für eine jeweilige Serienfertigung untersuchen.

Um diese Aufgabe zu realisieren, wurde das Projekt in der Abteilung „Forschung und Entwicklung“ der EJOT GmbH & Co KG installiert. Von hier aus sollten aktuelle Probleme und Fragestellungen sowohl aus der Fertigung an sich (zum Beispiel die Erhöhung von Standzeiten durch eine passende Optimierung der Konstruktion von Werkzeugen), aber auch rein technische Fragestellungen (also Verbesserungen an den Verbindungselementen selbst) dem aus mehreren Partnern bestehenden Projektteam übergeben werden. Neben der steuernden F&E-Abteilung verfügte EJOT GmbH & Co KG noch über eine komplette Serienfertigung, an welcher die Realisierung der verschiedenen Projektschritte erprobt werden konnte.

Das Vorhaben selbst wurde seitens EJOT GmbH & Co KG dann so geplant, dass verschiedene aktuelle Probleme, welche die unterschiedlichen möglichen Aspekte der entsprechenden Konstruktionsprinzipien berücksichtigen, zu den Projekttreffen vorgestellt wurden und dann von der Konstruktionsseite von den Projektpartnern bezüglich der Möglichkeiten der Anwendung der im Projekt untersuchten Konstruktionsmethoden betrachtet sowie mögliche Lösungsvorschläge realisiert wurden. Seitens EJOT GmbH & Co KG wurden diese Lösungsvorschläge dann in konkrete Konstruktionen eingebracht, welche dann wiederum in einer Versuchsfertigung unter Serienbedingungen mündete. Schließlich erfolgte ein Vergleich zwischen der Serienlösung und der FEM-Simulation des entsprechend optimierten Bauteils.

Die Grundlagen des Projekts basierten auf den Arbeiten von Prof. Claus Mattheck und seiner Arbeitsgruppe am KIT, welche intensiv Fragestellungen der Bionik und des Konstruierens nach dem Vorbild der Natur bearbeitet haben. Entsprechende Literaturhinweise dazu wurden im ursprünglichen Antrag bereits publiziert. Insbesondere sollte hierbei die Methode der Zugdreiecke verwendet, weiterentwickelt und verifiziert werden, um auf eine relativ einfache Art und Weise eine entsprechende Optimierung zu ermöglichen, ohne eine aufwendige FEM-Rechnung durchführen zu müssen.

Die im Projekt zu bewältigenden Aufgaben konnten durch die verschiedenen Kompetenzen der Projektpartner gemeinsam gelöst werden. Dabei konnte aus Sicht des produzierenden Unternehmens EJOT GmbH & Co KG auf die FEM-Fähigkeiten und den tiefen Einblick in die Materie durch die Firmen Sachs Engineering und Moldenhauer KG sowie auf die große Expertise der KIT zurückgegriffen werden.

Darstellung der Ergebnisse

Im Rahmen des Verbundprojekts wurden mehrere Fragestellungen in Angriff genommen, welche eine hohe Relevanz für das Unternehmen EJOT GmbH & Co KG haben. Die Ergebnisse zu den einzelnen Themen sollen im Folgenden dargestellt werden. Die einzelnen Fragestellungen wurden dabei chronologisch geordnet.

Es wurde sich im Verbundprojekt sehr intensiv mit der Problematik von Federkopfschrauben beschäftigt. Dabei sind insbesondere Fragestellungen zur Simulation und Auslegung derartiger Schrauben sowie geometrische Optimierungen zur Verringerung von schädlichen Spannungen zur Vermeidung des Abplatzens spröder Korrosionsschutzoberflächen im Vordergrund gewesen.

Durch die Zusammenarbeit mit der Firma Moldenhauer konnte eine einfache und doch effektive Simulationsmethodik erstellt werden, welche die rechnerische Auslegung von Federkopfschrauben zusammen mit deren geometrischen Parametern innerhalb weniger Minuten ermöglicht. Daraus konnte durch eine geeignete Verknüpfung von Parametern der komplette Einfluss der verschiedenen Geometrieinflussgrößen auf die Vorspannkraft, den Federweg sowie die Federkonstante derartiger Schrauben ermittelt werden, was eine schnelle und unkomplizierte Methode einer anwendungsorientierten Auslegung derartiger Schrauben ermöglicht.

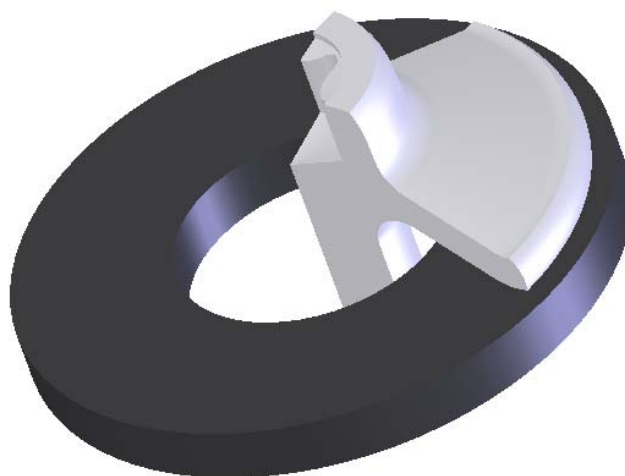


Abbildung 1: Federkopfschraube (schematisch)

Abbildung 1 zeigt schematisch das Aussehen einer derartigen Federkopfschraube. Diese dient zum einen dazu, Setzerscheinungen auszugleichen und somit auch bei variierenden Einsatztemperaturen eine möglichst hohe Restvorspannkraft zu erhalten. Dieses gelingt durch den in den Schraubenkopf integrierten Federring, welcher so ausgelegt wird, dass er zum einen einen möglichst gegenüber einer Schraube mit angepresster Scheibe keinen vergrößerten Bauraum benötigt und gleichzeitig durch die Steuerung der Scheibengeometrie einen bestimmten Federweg ermöglicht, da sich beim Verschrauben eine Restelastizität einstellt. Würde man einen solchen Kopf plattdrücken, lassen sich drei Phasen der Verformung des Kopfes beobachten, wie es in Abbildung 2 dargestellt ist.

Bei einer geringen Belastung tritt ein Bereich auf, bei dem es lediglich zu einer reinen elastischen Verformung kommt. Dieser wird insbesondere durch die Steigung der elastischen Geraden (also der Federkonstante der integrierten Feder) charakterisiert. Es schließt sich ein zweiter Bereich an, in welchem die von der Federkopfschraube aufgebraachte Last nicht weiter ansteigt, in diesem kommt es zu einer plastischen Verformung am Übergang zwischen der angepressten Federscheibe und dem den Antrieb enthaltenden Teil des Schraubenkopfes.

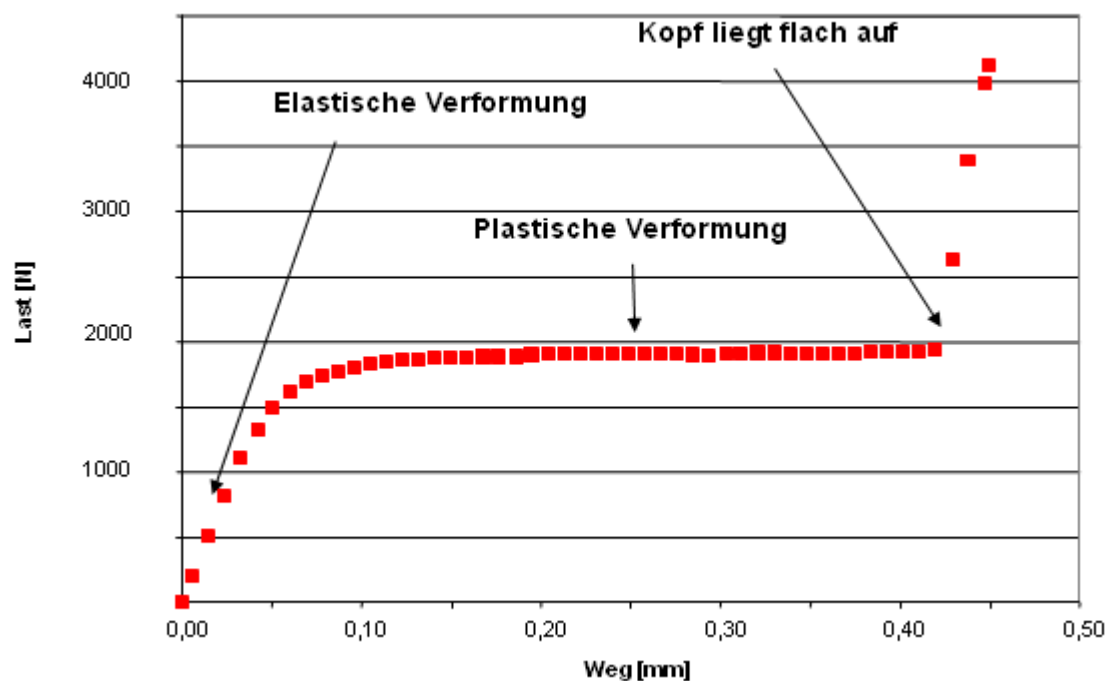


Abbildung 2: Kraft-Weg-Verlauf einer Federkopfschraube

Interessanterweise kann man in diesen Teil der Last-Weg-Kurve gezielt verschrauben, so dass man eine von der Schraubengeometrie abhängige reproduzierbare Vorspannkraft erzielen kann. Auch nutzt man in diesem Fall den maximalen elastischen Rückfederweg, insbesondere, wenn es im System zu Setzerscheinungen kommen sollte. Der dritte Teil der Last-Weg-Kurve ist durch

einen steilen Lastanstieg gekennzeichnet. Dieser tritt auf, wenn der Schraubenkopf letztendlich komplett plattgedrückt ist und sich dann ähnlich wie ein typischer starrer Kopf verhält. Durch eine geschickte Auswahl von Scheibendicke und Scheibengröße lassen sich diese Größen gezielt für den jeweiligen Anwendungsfall beeinflussen. Mit Hilfe der in das Projekt eingebrachten Software GEOGEBRA ließen sich sehr gut 2-dimensional axialsymmetrische Modelle für derartige Federkopfschrauben erstellen, welche über ein Skript in die vorhandene FEM-Simulationssoftware (MSC Marc-basiert) direkt implementiert werden konnten. Somit war es möglich, die Haupteinflussfaktoren für die Eigenschaften dieser Schrauben detailliert zu untersuchen. So lässt sich die Lage des konstanten Lastniveaus im Wesentlichen durch die Einflussgrößen „Scheibendicke“ und „Auflagedurchmesser der Scheibe“ beeinflussen, während der maximale Federweg fast ausschließlich durch die Größe des verwendeten Schraubkopfs gesteuert wird.

Es konnte im Laufe des Projekts auf diese Weise ein entsprechendes vereinfachtes, FEM-freies Auslegeprogramm für derartige Schrauben erstellt werden, welches das mittels FEM-Simulationen berechnete und an Versuchen verifizierte Parameterfeld mittels mehrdimensionaler Interpolation eine passende Vorhersage über die zu erwartenden Eigenschaften derartiger Schrauben gibt. Auch ist es auf diese Weise möglich, für bestimmte Anwendungen gewünschte Vorspannkräfte zu definieren, welche mit einer entsprechend ausgelegten Schraube dann direkt, zum Beispiel auch für einen Kunden, realisiert werden können. Abbildung 3 zeigt Ausschnitte dieses bei der Firma EJOT GmbH & Co KG realisierten Berechnungsprogramms.

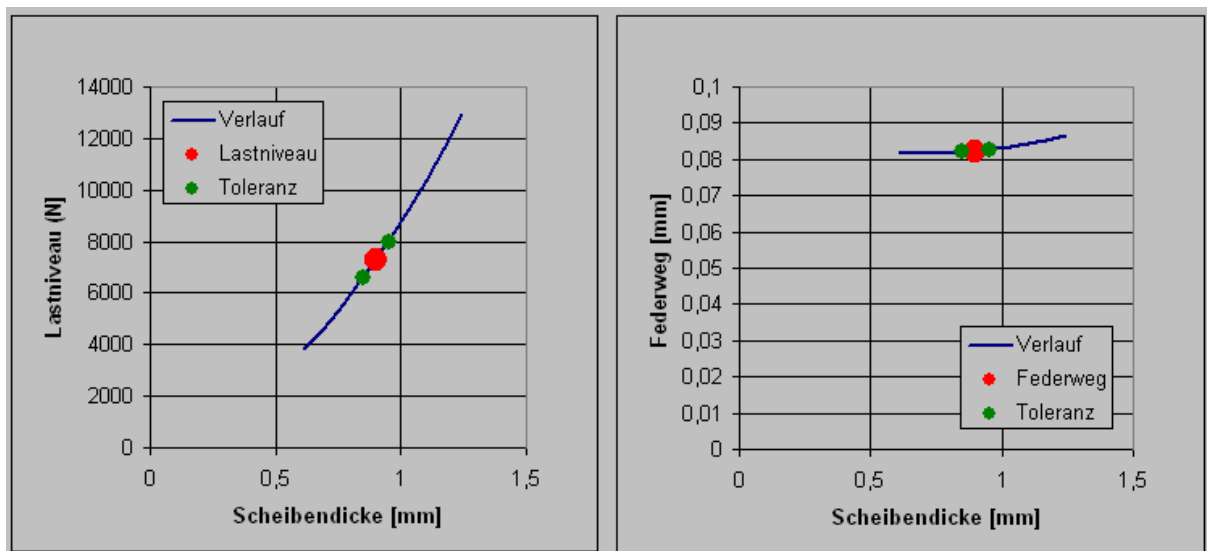


Abbildung 3: Ausschnitt aus dem Federkopfberechnungsprogramm

Ein weiteres Problem aus dem Bereich der Federkopfschrauben ist die Entstehung lokaler Spannungen an der Oberfläche, welche die Stabilität von Korrosionsschutzschichten beeinträchtigt. So haben hochkorrosionsbeständige galvanische Schichten auf der Basis von Zink und Nickel zwar sehr gute Beständigkeiten, verfügen aber durch die Bildung von Mischkristallphasen über eine ebenfalls hohe Sprödigkeit, was im Falle von starken lokalen Spannungen zum Abplatzen der Schicht und somit zu einer lokalen Schwächung des Korrosionsschutzes führt. Auch kann ein derartiges Abplatzen der Schicht zur Bildung von leitenden Flittern führen, welche im Falle von Verschraubungen an mit SMD-Elektronik bestückten Platinen im ungünstigen Falle zu Bildung leitender Brücken, gefolgt von einer Fehlfunktion dieser Baugruppe führen kann. Ein solches Sicherheitsrisiko ist natürlich insbesondere im Bereich der Automobilindustrie keinesfalls tolerierbar. Ziel war es nun, durch geeignete geometrische / konstruktive Maßnahmen die lokalen Spannungsspitzen zu reduzieren und somit die galvanischen Korrosionsschutzschicht, im Falle der Verformung der Federscheibe, vor einem möglichen Abplatzen zu bewahren. In der hier verwendeten Konstruktion kam die Methodik des Verbundprojekts zum Einsatz. Es wurde die Geometrie des Zugdreiecks in Verbindung mit einer entsprechenden lokalen Dickenvariation der Federkopfscheibe realisiert. Dabei wurde ein diskontinuierlicher Übergang zu einem Bereich mit konstanter Scheibendicke zwecks besserer Meßbarkeit in der praktischen Fertigung erzeugt. FEM-Simulationen einer konventionellen Federkopfgestaltung (links) und der mittels Zugdreieck und Scheibendickenvariationen konstruierten Federkopfauslegung (rechts) sind in Abbildung 4 zu sehen. Deutlich ist zu erkennen, dass die lokale Verformung der Scheibe im Falle der optimierten Geometrie besser über das gesamte Scheibenvolumen verteilt wird. Auch wird durch die gewählte Zugdreieckskonstruktion die Spannungsspitze und der kritische Verformungsübergang zwischen Federscheibe und Antriebsbereich deutlich reduziert. Insgesamt sind die lokalen Verformungen, wie man in Abbildung 4 erkennen kann, deutlich reduziert. Druckversuche haben die Überlegenheit dieser Federkopfschraubenkonstruktion gezeigt. Entsprechende Versuchsaufträge wurden realisiert und den Projektpartner zur Präsentation u. A. auf der Hannovermesse Industrie 2010 überlassen.

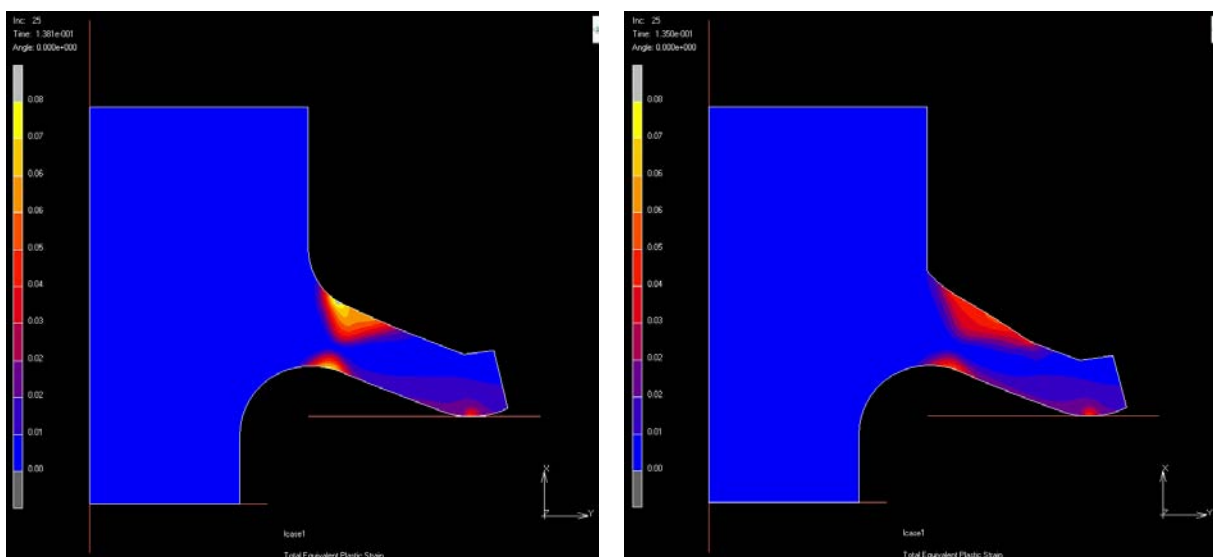


Abbildung 4: FEM-Simulation der konventionellen (links) und der geometrisch optimierten (rechts) Federkopfschraube

Somit konnten im Bereich „Konstruktion von Federkopfschrauben“ durch dieses Projekt wertvolle Erkenntnisse sowohl bezüglich der Eigenschaften und der Auswirkungen von Geometrieänderungen, aber auch durch den Einsatz der Konstruktionsprinzipien nach dem Vorbild der Natur gewonnen werden. Eine Herstellbarkeit der Schrauben unter Serienbedingungen konnte gezeigt werden, inzwischen befinden sich derartige Schrauben im automobilen Serieneinsatz, insbesondere in Anwendungen wie Pumpensteuerungen, welche thermische und mechanische (Schwingungen) Belastungen aushalten müssen.

Eine für spezielle Kundenanwendungen interessante Methode zur Erstellung komplexer Geometrien ist die Verwendung des sogenannten Querwalzens. Mit diesem Verfahren ist es möglich, Verjüngungen an Bauteilen zu realisieren, welche sonst nur über komplexe Mehrstufenumformungen erzeugt werden können.



Abbildung 5: Quergewalztes Rohteil

So kann durch den Einsatz des Querwalzens der Herstellungsprozess aufwendiger Geometrien durch das Einsparen von Umformoperationen deutlich rationalisiert und kostengünstiger gestaltet werden. An den Querwalzbacken tritt ein verstärkter Verschleiß insbesondere im Übergangsbereich zwischen den in der Abbildung 5 erkennbaren unterschiedlichen Durchmessern auf. Der Einfluss der mit dem Projekt zugrundeliegenden Konstruktionsprinzipien erzeugten Übergangsgeometrie (Zugdriecksform) auf den Werkzeugverschleiß wurde hierbei untersucht.

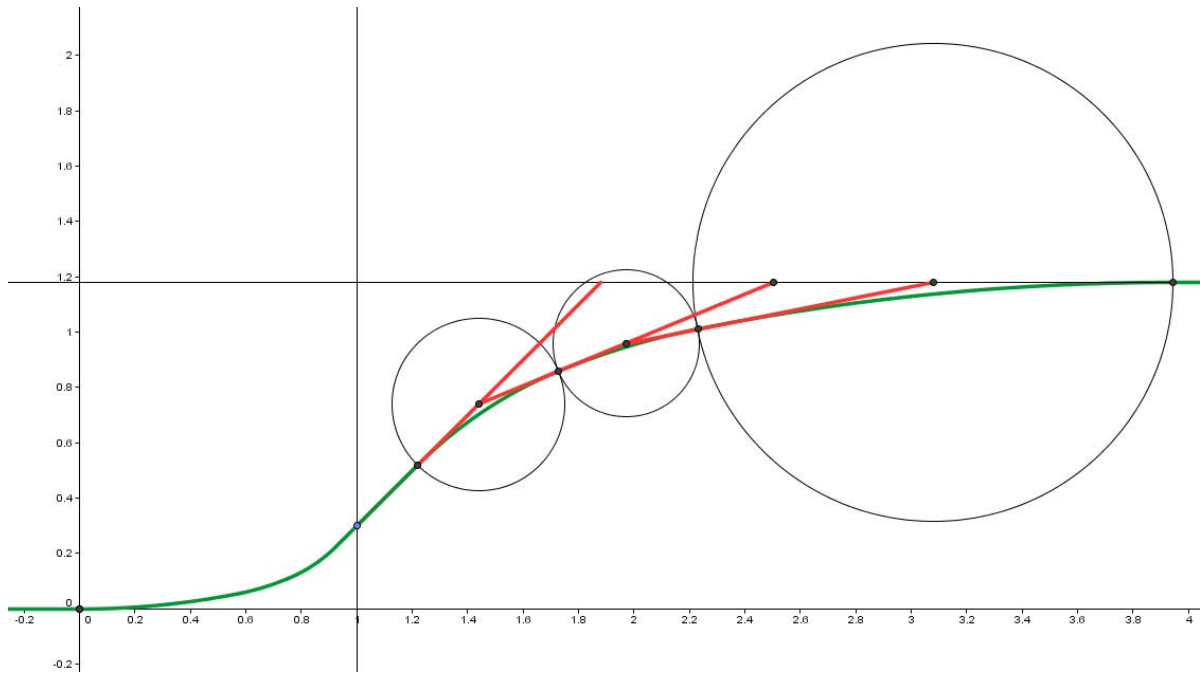


Abbildung 6: Optimierte Wellenschultern durch Anwendung der Zugdreiecksmethode

Das Resultat einer derartigen geometrischen Optimierung mit der Methode der Zugdreiecke ist in Abbildung 6 zu erkennen, in der eine optimierte Wellenschultergeometrie durch die zweifache Anwendung der Zugdreiecksconstruction zu erkennen ist. Zur besseren Verdeutlichung wurde eine der Konstruktionen in der Abbildung belassen. Die Ergebnisse der Querwalzuntersuchungen werden, wo sie geeignet sind, in entsprechenden Kundenprojekten umgesetzt.

Ein drittes Projekt betrachtet den direkten Leichtbau von komplexen Bauteilen. Es kann bei einer automatisierten Direktmontage vorkommen, dass ein Gegenhalter in Form eines sogenannten C-Bügels benötigt wird. Je nach benötigten Kräften kann ein derartiger Bügel, der sich bei einer entsprechend hohen axialen Last nur begrenzt öffnen darf, ein relativ hohes Gewicht von bis zu 40 kg einnehmen. Eine bereits im Vorfeld des Projektes bekannte Methode zur Reduktion des Gewichts von komplexen Bauteilen ist die sogenannte SKO-Methode (Soft Kill Option). Sie entfernt unterbelastete Bereiche von Bauteilen, welche somit kaum zur strukturellen Festigkeit beitragen. Natürlich stellt das Bild, das sich aus einer SKO-Analyse ergibt, keine exakte Entsprechung einer passenden Konstruktion dar. Es beschreibt aber recht gut das Potential der Gewichtseinsparung bei einer technischen Konstruktion, gibt damit an, wo der Konstrukteur überschüssiges Material einsparen kann und ist damit ein geeignetes Mittel um die Projektmethoden zu Beurteilen. Abbildung 7 zeigt die Berechnung eines C-Bügels nach einer EJOT-Konstruktion durch die Firma Sachs Engineering, an der das Einsparpotential an Werkstoff, und somit auch an Gewicht, zu erkennen ist.

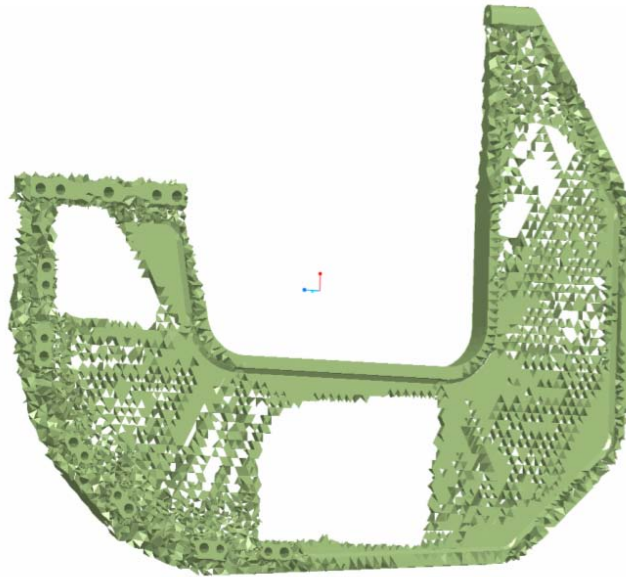


Abbildung 7: C-Bügel mit durch SKO-Methode ausgesparten Bereichen

Die Gewichtsreduktion des C-Bügels, wie er in Abbildung 7 dargestellt ist, übersteigt 30 %. Da es sich bei der SKO-Methode um ein bereits etabliertes Verfahren handelt, wurde noch eine weitere, einfache Methode zum Identifizieren von nicht benötigten Bereichen erprobt, die sogenannten Lastpfadmethode.

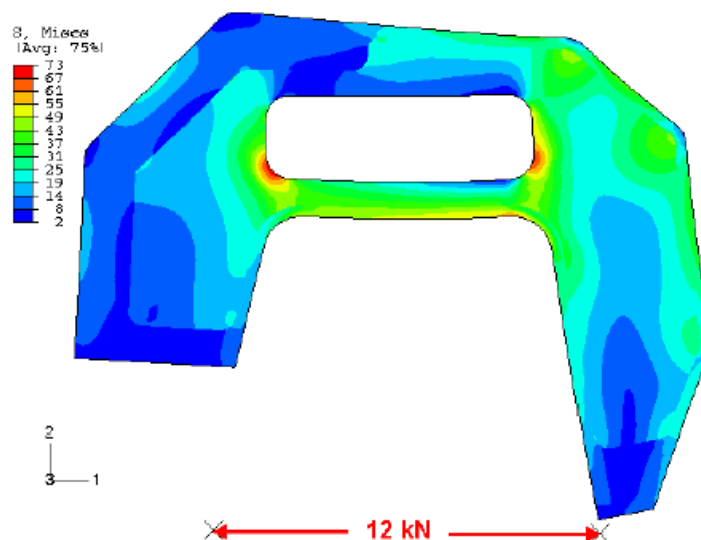


Abbildung 8: FEM-Simulation der Aufbiegung eines C-Bügels, Loch berechnet nach der Lastpfadmethode

Ergeben sich geschlossene Linienzüge bei der Berechnung der Lastpfade, so trägt der Werkstoff innerhalb dieser Linienzüge quasi nicht zur gesamten Belastbarkeit des Systems bei. Somit können auf diese Weise ebenfalls Bereiche einer Konstruktion

identifiziert werden, welche prinzipiell zur Gewichtsersparnis entfernt werden können. Eine entsprechende FEM-Simulation der Firma Moldenhauer ist in der Abbildung 8 zu sehen. Man erkennt deutlich, dass sich auch hier der Hauptbereich identifizieren ließ, in dem die meiste Gewichtseinsparung möglich war. Nach dem offiziellen Abschluss des Projekts wurde ein Leichtbau-C-Bügel mit hoher Gewichtsersparnis für ein Kundenprojekt realisiert.

Ein weiteres interessantes Thema ergab sich durch die Kombination von Fragestellungen aus dem Leichtbau in Verbindung mit dem Verschleißverhalten von Kopfstempel für die Fertigung von Schraubenköpfen. So werden Bauschrauben bei der Firma EJOT GmbH & Co KG in Millionenstückzahlen gefertigt. Wird der Kopf einer Bauschraube, welcher normalerweise über einen Außenantrieb verfügt, so ausgeführt, dass sich eine Kopfeinsenkung ergibt, kann bedingt durch die großen Stückzahlen nicht unerheblich an Rohmaterial gespart werden. Gleichzeitig wird das Gewicht der einzelnen Schrauben reduziert, was sich bei einer hohen Anzahl zu verbauender Schrauben deutlich bemerkbar macht. Abbildung 9 zeigt zwei Schraubenköpfe, einmal mit und einmal ohne Kopfeinsenkung (bisheriger Standard).



Abbildung 9: Schraubenkopf mit (rechts) und ohne (links) Kopfeinsenkung

Da eine derartige Kontur durch einen Pressprozess hergestellt wird, ist hier der Verschleiß der Kopfstempel eine wichtige Einflussgröße für die Fertigung derartiger Kopfgeometrien. Um den Vorteil einer kerboptimierten Geometrie zu demonstrieren (Auslegung durch den Projektpartner KIT), wurden Pressversuche zur Herstellung dieser Schraubenköpfe verbunden mit Standzeituntersuchungen durchgeführt. Es konnte eine Erhöhung der Standzeit von 25.000 Stück auf 40.000 Stück ermittelt werden, was den Vorteil der Verwendung derartiger Geometrien verdeutlicht. Zur Verbesserung der mechanischen Stabilität wurden hier wiederum zwei Zugdreiecke konstruiert, welche oben am Kopf einen stabilen Antrieb ermöglichen und die Standzeit der Werkzeuge verbessern sollten, während gleichzeitig durch die

Optimierung der Kopfunterkontur eine Verbesserung der Belastbarkeit erzielt werden konnte. Der Entwurf mit der Zugdreieckkontur In der Aussparung und am Kopf-Schaft-Übergang ist in Abbildung 10 zu sehen. Hier werden die im Projekt erzielten Ergebnisse, welche durch eine einfache Optimierung erreicht wurden, wiederum auf Serientauglichkeit geprüft und als für eine Serienfertigung geeignet demonstriert. Muster der formoptimierten Bauschrauben wurden ebenfalls dem KIT zur Präsentation überlassen. Bedingt durch die großen Stückzahlen der Bauschraubenfertigung sind durch diese konstruktiven Maßnahmen Verbesserungen erzielt worden, welche sich auch kostenmäßig als bemerkbar machen. Zurzeit laufen Kundenakzeptanztests bezüglich der neuen Kopfgeometrie, welche sich auch optisch leicht von den bisher auf dem Markt erhältlichen Varianten abhebt.

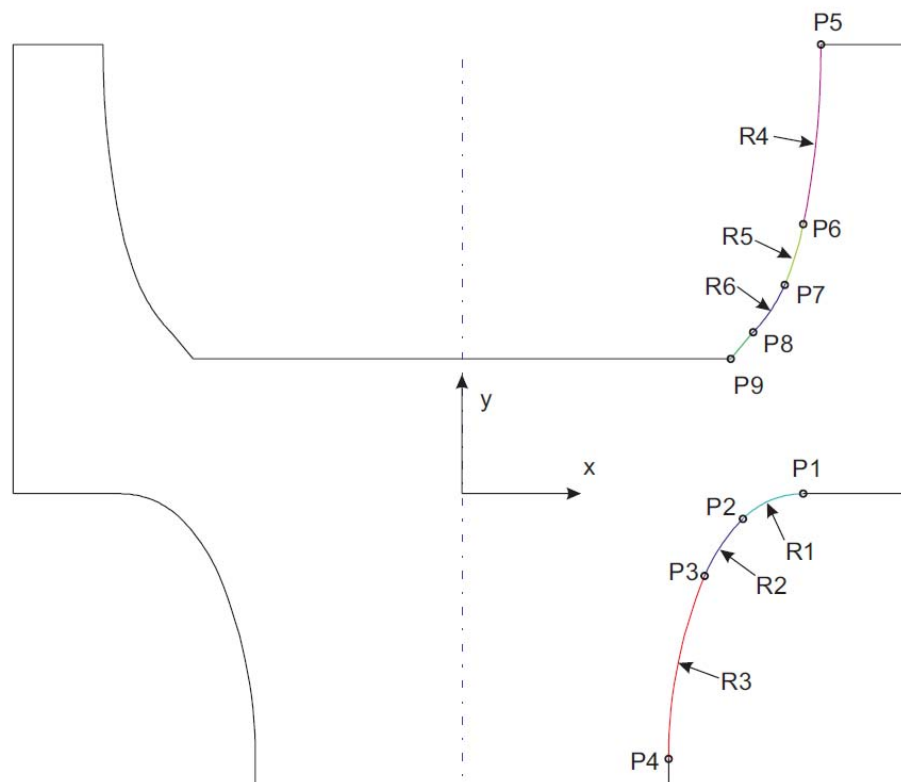


Abbildung 10: gestaltoptimierte Kopfgeometrie mit zwei Zugdreiecksstrukturen

Insgesamt fließen die Ergebnisse des Verbundprojekts auch direkt in weitere Kundenprojekte ein, bei denen bestimmte Forderungen, zum Beispiel aufgrund der Dauerfestigkeit, gestellt werden. So wird das Projektwissen nicht nur in der Vorausentwicklung, sondern auch gezielt bei bestimmten Kundenanforderungen eingesetzt, um entsprechende kundenspezifische Lösungen zu erhalten.

Neben der Fragestellung des Einflusses auf die Standzeiten von Werkzeugen, konnten durch die Ausweitung des Projekts auf die Behandlung von Federschrauben

und des C-Bügels weitere interessante und verwertbare Erkenntnisse gewonnen und z. T. direkt umgesetzt werden.

Eine Verwertung der Projektergebnisse ist vorgesehen, beziehungsweise schon begonnen. So wurden im Bereich der Federkopfschrauben ab 2008 (Stand: Juli 2010) bereits Umsätze in der Größenordnung von 230.000 EUR realisiert, weitere Umsatzzuwächse aus diesem Bereich sind zu erwarten. Sollte der Kundenakzeptanztest im Bereich der Bauschrauben bestanden werden, sind auch hier, bedingt durch die hohen Stückzahlen, größere Umsätze zu erwarten.