Übungsblatt 9.

Abgabe bis: **Mittwoch, 09.05.2018, 18:00**[1]

Aufgabe 1 (projiziertes Gradientenverfahren I | 8 Punkte)**.**

Seien $\{\mathbf{x}_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ die Iterierten des projizierten Gradientenverfahren, wobei wir für die restlichen Variablen ebenfalls die Bezeichnungen aus Algorithmus 5.4 benutzen und die Voraussetzungen von Satz 5.7 erfüllt seien.

(a) Zeigen Sie, dass dann genau eine der zwei folgenden Aussagen gilt:

- Es existiert ein $N \in \mathbb{N}$, so dass $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_N$ für jedes $k \geq N$ gilt.
- Für jedes $k \in \mathbb{N}$ gilt $P_{T_K(\mathbf{x}_k)}\big(-\nabla f(\mathbf{x}_k)\big) \neq \mathbf{0}$. Weiter ist $\big\{f(\mathbf{x}_k)\big\}_{k\in\mathbb{N}}$ streng monoton fallend und somit sind die $\mathbf{x}_k$ alle verschieden.

(b) Sei zusätzlich bekannt, dass K beschränkt ist und dass alle stationären Punkte von f auf K bis auf einen jeweils lokale Maxima sind.

i. Zeigen Sie, dass der stationäre Punkt, der kein lokales Maximum ist, das eindeutige globale Minimum $\mathbf{x}^\star$ ist.

ii. Sei jedes $\mathbf{x}_k$ keines der lokalen Maxima. Zeigen Sie, dass die Iterierten $\mathbf{x}_k$ gegen das eindeutige globale Minimum $\mathbf{x}^\star$ konvergieren.

Hinweis. *Aufgabe 1 (a) von Übungsblatt 3 und Satz von Bolzano-Weierstrass.*

Aufgabe 2 (projiziertes Gradientenverfahren II | 4 Punkte)**.**

Sei $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine strikt konvexe und stetig differenzierbare Funktion und $K \subset \mathbb{R}^n$ eine abgeschlossene, konvexe und beschränkte Menge. Sei weiter ∇f gleichmässig stetig auf K. Zeigen Sie, dass dann die Iterierten des projizierten Gradientenverfahren gegen das eindeutige globale Minimum von f auf K konvergieren.

Hinweis. *Aufgabe 1 (b).*

[1] elektronische Abgabe bis: **Freitag, 11.05.2018, 12:00**