



Markus Feist (Autor)

## Sedimentation von Faser-Partikel-Suspensionen



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/6123>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen, Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: [info@cuvillier.de](mailto:info@cuvillier.de), Website: <https://cuvillier.de>

# Kapitel 1

## Einleitung

Trennprozesse mit Hilfe von Sedimentationsverfahren sind Bestandteil vieler industrieller Produktionsketten. Eine Art der Anwendung sind die Sedimentationsprozesse im Erdschwerefeld. Dabei wird als beschleunigende Kraft lediglich die Erdanziehung genutzt. Da diese Prozesse oft sehr langsam ablaufen, eignen sie sich für industrielle Maßstäbe nur, wenn große Flächen bzw. große und damit im Erdschwerefeld schnell sedimentierende Feststoffteilchen zur Verfügung stehen. Die Größe der Teilchen kann dabei zusätzlich durch Agglomeration und Flockenbildung mit Hilfe von Additiven erhöht werden. Bei kleinen und damit im Erdschwerefeld langsam sedimentierenden Feststoffteilchen, oder wenn keine ausreichende Fläche zur Verfügung steht, finden Abtrennprozesse im Zentrifugalfeld statt. Durch Zentrifugieren wird die beschleunigende Kraft erhöht und kann im industriellen Bereich das Hunderttausendfache der Erdbeschleunigung betragen.

Alle Sedimentationsprozesse können sowohl kontinuierlich als auch diskontinuierlich (im Batch) ablaufen und bewirken je nach Umsetzung einmal niedrige und ein andermal hohe Scherkräfte auf die Teilchen. Dadurch können sich während eines Prozesses die Teilchengrößen und damit vor allem die Sedimentationseigenschaften verändern. Allerdings wird der Durchsatz solcher Sedimentationsanlagen immer zu einem großen Teil von den Sedimentationseigenschaften bestimmt. Daher ergibt sich stets die Notwendigkeit diese genauer und produktspezifisch zu untersuchen.

Für Suspensionen mit mehr oder weniger runden Partikeln sind die Abhängigkeiten der Eigenschaften auf die Sedimentation schon vor einiger Zeit untersucht worden und heute größtenteils bekannt. Auch über das Verhalten von Fasern in Flüssigkeiten gibt es bereits viele bekannte Aussagen. Allerdings ist das Verhalten von Fasern und Partikeln, die gleichzeitig an einer Sedimentation teilnehmen, bisher noch kaum betrachtet worden.

Es sind jedoch einige Beispiele für industrielle Sedimentationsprozesse zu finden, bei denen gerade das gemeinsame Verhalten von Fasern und Partikeln eine große Rolle spielt. So besteht bei der Abwasseraufbereitung, die oft in großen Klärbecken im Erdschwerefeld stattfindet, abzutrennender Feststoff aus Partikeln und Fasern. Häufig werden hier Additive zugegeben, um so durch Flockenbildung die Sedimentationsgeschwindigkeit der Teilchen zu erhöhen. Manche Filtrationsprozesse benutzen Fasern als Filterhilfsstoffe, die nach der Filtration gereinigt werden müssen, um sie gegebenenfalls wieder verwenden zu können. Auch hier ist das Verhalten der Fasern und der Verunreinigungen, die zudem oft partikulärer Natur sind, in einem Fluid entscheidend für das Reinigungsergebnis. Schließlich ist bei der Papierproduktion das Verhalten von Fasern und Partikeln in einem Fluid ein entscheidender Bestandteil des Recyclingprozesses. Denn bei diesem müssen die organischen Fasern von den anorganischen Partikeln getrennt werden, da die Fasern einen wertvollen Rohstoff für eine neue Produktion darstellen. Zurzeit werden dazu große Flotationsanlagen eingesetzt. In diesen sollen Fasern absedimentieren und sich die Füllstoff- und Druckerfarbepartikel an Luftblasen anlagern und anschließend durch Aufsteigen ausgetragen werden. Der Erfolg einer Trennung beeinflusst dabei maßgeblich die Produktionsleistung dieser Anlagen und damit die Wirtschaftlichkeit eines solchen Abtrennvorgangs. Schon diese drei Beispiele zeigen die Notwendigkeit, das Verhalten, die Gemeinsamkeiten sowie die Unterschiede zwischen der Sedimentation von Faser-Suspensionen, Partikel-Suspensionen und Faser-Partikel-Suspensionen zu betrachten.

In der Literatur findet man einige Ergebnisse aus Experimenten zum Sedimentationsverhalten von Faser-Suspensionen. Es ist aber zu bemerken, dass oft nur Fasern verwendet werden, deren Länge maximal bis zu dreißig Mal größer als deren Dicke ist. Längere Fasern sind weder verwendet noch genauer untersucht worden. Insbesondere im Bereich der Faser-Partikel-Suspensionen ist sehr wenig über das gemeinsame Sedimentationsverhalten bekannt. Einige Untersuchungen im Bereich der Kugelfallrheometrie behandeln zwar eine hydrodynamische Interaktion zwischen Fasern und Partikeln, aber es wird dabei ausschließlich eine große Kugel betrachtet, die durch eine homogene Faser-Suspension fällt.

Andere Ergebnisse aus Untersuchungen, speziell bei denen Fasern und Partikel gleichberechtigt an der Sedimentation teilnehmen, sind bisher nicht bekannt.

Diese Arbeit liefert eine erste Grundlage zur Beschreibung des Sedimentationsverhaltens von Faser-Partikel-Suspensionen. Sowohl durch numerische Simulation, als auch experimentell werden deren Eigenschaften und Verhalten bei Sedimentation untersucht und mit Feststoffparametern wie Faserlänge, Feststoffkonzentration, Faser- zu Partikelanteil und dem Verhältnis zwischen Faser- und Partikeldichte verknüpft. Dabei sind folgende noch offene Fragestellungen zu beantworten.

- i) *Ist eine numerische Simulation eines Sedimentationsprozesses von Faser-Partikel-Suspensionen insbesondere unter Beachtung von hydrodynamischen Kräften möglich?*

Zur Beantwortung dieser Frage wird die aus der Literatur bekannte Methode *Stokesian Dynamics* vorgestellt. Sie wurde schon mehrfach erfolgreich für reine Partikel- oder reine Faser-Suspensionen angewandt und implementiert das Bewegungsverhalten von vielen Partikeln unter Betrachtung detaillierter hydrodynamischer Wechselwirkungen. Zur Simulation von Fasern wird eine Erweiterung erarbeitet, die schließlich dazu dient Simulationen von Sedimentations- und Separationsprozessen beliebiger Faser-Partikel-Suspensionen durchführen zu können.

Zunächst wird aber auf die Dynamik einzelner Partikel und Fasern eingegangen, also gezielt das mikroskopisch hydrodynamische Verhalten von verschiedenen Teilchen untersucht. Dies ist insbesondere bei länglichen Teilchen notwendig, da bei diesen nicht nur das makroskopische Verhalten einer ganzen Suspension Erkenntnisse liefert, sondern lokale Clusterbildung und Ausrichtung entscheidend zu einem Sedimentationsprozess beitragen.

- ii) *Wie verhalten sich Faser-Partikel-Suspensionen bei der Sedimentation und durch welche Parameter wird dieses Verhalten bestimmt?*

Mit Hilfe der vorher detailliert untersuchten Methode der *Stokesian Dynamics* werden weitere numerische Simulationen von Faser-Partikel-Suspensionen durchgeführt. In Parameterstudien werden der Faseranteil, das Verhältnis zwischen Faser- und Partikeldichte oder der Aspect Ratio der Fasern variiert und im Hinblick auf das globale Sedimentations- und Separationsverhalten der Suspensionen bewertet. Vergleiche der erzielten Simulationsergebnisse mit vorhandenem Wissen über reine Partikel-

oder reine Faser–Suspensionen sowie Vergleiche mit weitergehenden Experimenten dienen zur Herausarbeitung von Gemeinsamkeiten und Unterschieden in dem Sedimentationsverhalten der einzelnen Suspensionsarten.

- iii) *Wie verhalten sich für Partikel–Suspensionen entwickelte und seit langem etablierte Messgeräte bei der Untersuchung von Sedimentationsprozessen von Faser–Partikel–Suspensionen?*

Einzelne und etablierte Messgeräte für Sedimentationsuntersuchungen, wie Sedimentationswaage, Manometerzentrifuge oder LumiReader, sind für reine Partikel–Suspensionen entwickelt und ausgelegt worden. Die benötigten Annahmen, die der Auswertung der Messsignale zu Grunde liegen, sind daher für Suspensionen aus Fasern oder länglichen Partikeln nur bedingt erfüllt. Bei Benutzung ist es somit notwendig, die Voraussetzungen an die Suspensionen genauer zu betrachten, zu hinterfragen und gegebenenfalls zu erweitern. So wird das Sedimentationsverhalten akademischer und weitestgehend definierter Faser– und Faser–Partikel–Suspensionen untersucht und auch im Vergleich zu einem Verhalten reiner Partikel–Suspensionen bewertet.

- iv) *Wie verhalten sich industrielle Faser–Partikel–Suspensionen bei Sedimentationsprozessen?*

Die durch numerische Simulationen und durch Untersuchungen der akademischen Suspensionen herausgearbeiteten Verhaltensweisen und Abhängigkeiten werden verwendet um das Sedimentations– und Separationsverhalten industrieller Faser–Partikel–Suspensionen, wie sie in einem Papierrecyclingprozess anfallen, zu beurteilen. Durch Herstellung von Faser–Partikel–Suspensionen aus verschiedenen Papiersorten insbesondere unter Variation des Fasergehalts aber auch der physikochemischen Wechselwirkungen und der mechanischen Vorbehandlung lassen sich auch bei diesen eher undefinierten Suspensionen Unterschiede im Sedimentationsverhalten erkennen. Diese werden mit den neuen Erkenntnissen der vorhergehenden Untersuchungen und der numerischen Simulationen beurteilt und schließlich mit Ergebnissen aus einem beispielhaften Trennprozess verknüpft.

## Kapitel 2

# Grundlagen und Stand der Technik

### 2.1 Sedimentation allgemein

Bevor im Folgenden der Stand des Wissens über Sedimentation und entsprechende Experimente diskutiert, sowie auf Möglichkeiten zur Simulation von Sedimentationsvorgängen eingegangen wird, sei zunächst kurz das physikalische Modell einer sedimentierenden Kugel beschrieben. Anschließend wird dies in eine mathematische Beschreibung überführt. Es ist an dieser Stelle notwendig, da nahezu alle Modelle für Simulationen und die Annahmen für Experimente auf diesen grundlegenden Formulierungen aufgebaut sind.

#### 2.1.1 Das physikalische Modell

In dieser Arbeit werden Sedimentationsvorgänge betrachtet, bei denen sich Teilchen, also runde Partikel oder lange Fasern, in einem ruhenden Fluid befinden. Auf Grund einer äußeren, treibenden Kraft, beginnen diese dann mit einer Bewegung in Krafrichtung. Typische Kräfte sind entweder die Gravitationskraft der Erde oder, wenn die Sedimentation beschleunigt werden soll, Zentrifugalkräfte, die ein Vielfaches dieser Kraft erreichen können.

Im Fall von nur einem sich bewegenden Teilchen wirken auf dieses dann die Gewichtskraft, die Auftriebskraft und die Reibung, die an der Teilchenoberfläche durch das umgebende Fluid erzeugt wird. Das Fluid benetzt dessen Oberfläche und haftet daran. Für einen runden Partikel ist das genau die Betrachtungsweise, die von Stokes [86] eingeführt wurde.

Wenn man mehrere Teilchen betrachten möchte, muss man zusätzlich noch die interpartikulären Wechselwirkungen berücksichtigen. In den Simulationen dieser Arbeit werden zunächst nur die hydrodynamischen Wechselwirkungen betrachtet. Diese haben im Vergleich zu anderen Kräften, wie der van-der-Waals Kraft, der elektrostatischen Kraft etc., die in der DLVO–Theorie beschrieben werden, eine sehr große Reichweite [64]. Dies bedeutet, viele und weit entfernte Teilchen tragen signifikant zu den hydrodynamischen Wechselwirkungen auf ein anderes Teilchen bei, während die anderen oben erwähnten Kräfte schon durch den Einfluss weniger benachbarter Teilchen hinreichend gut approximiert werden.

Der Behälter, in dem die Teilchen sedimentieren, ist als so groß gewählt, dass die Effekte der Gefäßwände im Vergleich zu anderen Einflüssen keine Rolle spielen.

## 2.1.2 Das mathematische Modell

Zunächst sind die Teilchen als perfekt glatte und runde Kugeln zu verstehen. Die Sedimentation dieser betrachteten Partikel findet in einem newtonisch und inkompressibelen Fluid der Dichte  $\rho^F$  und Viskosität  $\mu^F$ , welche als positive Konstanten angenommen werden, statt. Es kann somit durch die bekannten Navier–Stokes–Gleichungen beschrieben werden, [1], [76]. Für die weitere Modellierung gehen wir zusätzlich von sehr kleinen Partikel–Reynoldszahlen

$$\text{Re} := \frac{\rho^F v^P d^P}{\mu^F} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{viskose Kräfte}} \leq 0.25$$

aus. Dabei bezeichnet  $v^P$  die Geschwindigkeit und  $d^P$  den Durchmesser des Partikels. Diese Bedingung ist für die hier betrachteten Sedimentationsvorgänge von kleinen Partikeln im Erdschwerefeld erfüllt. So kann man die konvektiven Terme in den Navier–Stokes–Gleichungen vernachlässigen und zu den Stokes–Gleichungen übergehen [34].

Die zeitliche Entwicklung des Partikelkollektivs wird im Weiteren durch ein Zeitschrittverfahren betrachtet, so dass das Ziel einer Modellierung darin besteht, die hydrodynamischen Kräfte auf die jeweiligen Partikel bei gegebenen Partikelgeschwindigkeiten und –positionen zu approximieren. Diese Annahme erlaubt es weiter für das Fluid den quasi-stationären Fall anzunehmen.

Seien nun die endlich vielen Partikel geschlossene und konvexe Gebiete mit  $B^\alpha(t)$  für  $\alpha$  in einer endlichen Indexmenge  $\mathbb{I}$ , und die Zeit mit  $t \geq 0$  bezeichnet. Des Weiteren wird die Sedimentation ohne mögliche Randeinflüsse betrachtet, womit sich die Partikel in einem sogenannten Außenraum befinden. Eine andere Möglichkeit ist die Annahme periodischer

Randbedingungen auf dem Gebietsrand, was in dieser Arbeit nicht betrachtet werden soll. Das Gebiet  $D(t)$ , welches vom Fluid eingenommen wird, ergibt sich so insgesamt zu

$$D(t) := \mathbb{R}^3 \setminus \bigcup_{\alpha \in \mathbb{I}} B^\alpha(t). \quad (2.1.1)$$

Das Fluid haftet an der Partikeloberfläche, so dass es dort die Geschwindigkeit des Partikels annimmt, die sogenannte Hafttrandbedingung. Weiter soll jedes Partikel einer Starrkörperbewegung gehorchen.

### 2.1.3 Die stationären Stokes–Gleichungen

Um mit diesen Voraussetzungen die Bewegung des Fluids und der sich darin befindenden Partikel beschreiben zu können, benötigt man dessen *Geschwindigkeitsfeld*  $u(\cdot, t) : D(t) \rightarrow \mathbb{R}^3$  und den hydrodynamischen Druck  $p(\cdot, t) : D(t) \rightarrow \mathbb{R}$ . Die Gravitation induziert eine Kraftdichte  $f_g := \rho^F g$ , mit dem konstanten Beschleunigungsvektor  $g := 9,81 \text{ m/s}^2 \mathbf{e}_z$ . Die Impulserhaltung liefert so den Zusammenhang  $-\nabla \cdot \sigma[u, p] = F_g$  in  $D$ , dabei ist der Spannungstensor  $\sigma[u, p]$  des Newtonschen Fluids gegeben durch, [8],

$$\sigma[u, p] := -p \text{Id} + \mu^F (\nabla u + (\nabla u)^T).$$

Dies führt zu der ersten Gleichung des Stokes–Systems. Sie lautet

$$-\mu^F \Delta u + \nabla p = \rho^F g \quad \text{in } D.$$

Die zweite Stokes–Gleichung ist die Kontinuitätsgleichung und bedingt die Massenerhaltung. Sie ergibt sich zu

$$\nabla \cdot u = 0 \quad \text{in } D.$$

Mit Hilfe von  $g = \nabla(g \cdot x)$  und folgender Redefinition des Drucks,

$$p_g := p - \rho g \cdot x, \quad (2.1.2)$$

kann die Gewichtskraft als ein Gradient geschrieben werden. Damit lässt sich das System der Stokes–Gleichungen insgesamt schreiben als,

$$-\mu^F \Delta u + \nabla p_g = 0 \quad \text{in } D, \quad (2.1.3)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad \text{in } D. \quad (2.1.4)$$



Ein Partikel mit index  $\alpha \in \mathbb{I}$  befindet sich zum Zeitpunkt  $t$  an einem Ort, der in den Koordinaten  $x^\alpha(t) \in \mathbb{R}^3$  beschrieben wird. Die Winkelposition ist  $\theta^\alpha(t) \in S^2 := \{y \in \mathbb{R}^3 : |y| = 1\}$ . Die entsprechenden Geschwindigkeiten sind  $\dot{x}^\alpha(t) := d/dt(x^\alpha(t)) = U^\alpha(t) \in \mathbb{R}^3$  und  $\dot{\theta}^\alpha(t) = \Omega^\alpha(t) \in \mathbb{R}^3$  die Winkelgeschwindigkeiten. Damit hat ein Punkt  $x$  auf der Oberfläche eines Partikels  $B^\alpha(t)$  die Gesamtgeschwindigkeit  $U^\alpha(t) + \Omega^\alpha(t) \times (x - x^\alpha(t))$ . So ergibt die Hafttrandbedingungen an der Partikeloberfläche die Fluid–Geschwindigkeit zu

$$u(x, \cdot) - U^\alpha - \Omega^\alpha \times (x - x^\alpha) = 0 \quad \text{für alle } x \in \partial B^\alpha, \alpha \in \mathbb{I}. \quad (2.1.5)$$

Da sich das Fluid bei der Betrachtung von Sedimentationsprozessen in großer Entfernung in Ruhe befindet gilt außerdem,

$$u(x, \cdot) \rightarrow u_\infty = 0 \quad \text{für } |x| \rightarrow \infty. \quad (2.1.6)$$

Als Anfangsbedingungen für die Teilchenbewegungen nehmen wir zusätzlich an, dass sowohl das Fluid als auch die Partikel in Ruhe sind, also keine Anfangsgeschwindigkeit haben. Dies ergibt,

$$u(x, 0) = 0, \quad U^\alpha(0) = 0, \quad \Omega^\alpha(0) = 0 \quad \text{für alle } x \in D, \alpha \in \mathbb{I}. \quad (2.1.7)$$

## 2.2 Experimentelle Untersuchungen

### 2.2.1 Partikel–Suspensionen

Erste Untersuchungen zum Sedimentationsverhalten eines runden Partikels wurden von Stokes [86] durchgeführt. Mit Hilfe eines Kräftegleichgewichts an einer sedimentierenden Kugel entwickelte er eine analytische Formel für deren Sedimentationsgeschwindigkeit  $v_{\text{St}}$ . Die dabei getroffenen Annahmen sind, dass eine langsame Bewegung (Reynoldszahl  $\text{Re} < 0,25$ ) der Kugel vorliegen muss, um eine sogenannte schleichende Strömung um die Kugel zu gewährleisten. Des Weiteren darf sie durch keine äußeren Einflüsse, wie Randeffekte einer Gefäßwand oder andere Kugeln, beeinflusst werden. Die bekannte, analytische Formel für die Sinkgeschwindigkeit  $v_{\text{St}}$ , die sogenannte *Stokes–Geschwindigkeit*, einer solchen Kugel lautet,

$$v_{\text{St}} = \frac{2}{9} \frac{(\rho^{\text{P}} - \rho^{\text{F}})(d^{\text{P}})^2}{\mu^{\text{F}}} g = \frac{2}{9} \frac{\Delta\rho(d^{\text{P}})^2}{\mu^{\text{F}}} g. \quad (2.2.1)$$

Die Erdbeschleunigung  $g$  kann hier auch durch  $Cg$  ersetzt werden, wenn es sich um einen Sedimentationsprozess im Zentrifugalfeld handelt und sich die Partikelgröße nicht auf Grund von zum Beispiel Schwerkräften ändert.  $C$  wird als *Zentrifugalwert* bezeichnet und gibt die Stärke des Feldes in Vielfachem der Erdbeschleunigung an.

Bei der Betrachtung von Partikel–Suspensionen reicht die Beschreibung nur eines Partikels oft nicht mehr aus, da in der Regel verschiedene Größenfraktionen des Feststoffs vorliegen. Oft wird unter der Annahme, dass keine interpartikulären Wechselwirkungen stattfinden und unter Kenntnis einer Partikelgrößenverteilung die Sinkgeschwindigkeitsverteilung mit der Formel von Stokes errechnet. Umgekehrt und mit gleicher Annahme können auch aus einer Sinkgeschwindigkeitsverteilung die Partikelgrößen bestimmt werden. Allerdings benötigt man immer eine der beiden Informationen, um damit das gesamte Sedimentationsverhalten von Partikel–Suspensionen beschreiben zu können. Im Erdschwerefeld erhält man beispielsweise eine Sinkgeschwindigkeitsverteilung durch Experimente mit einer sogenannten *Sedimentationswaage*.

Deren Messprinzip wurde erstmals von Oden [75] beschrieben. Während des Experimentes wird die Masse der aus einer ursprünglich homogenen Suspension absedimentierenden Feststoffpartikel in Abhängigkeit der Zeit gemessen und automatisch aufgezeichnet. Aus den so erhaltenen Messwerten ist es anschließend möglich eine Sinkgeschwindigkeitsverteilung zu ermitteln. Diese wiederum könnte unter Annahme einer stabilisierten und stark verdünnten Suspension, in der dann für jedes sedimentierende Partikel die Stokes–Geschwindigkeit (2.2.1) gilt, in eine Partikelgrößenverteilung umgerechnet werden. Eine genaue Herleitung der Umrechnung auf eine Sinkgeschwindigkeitsverteilung und eine Diskussion und Erweiterung der Annahmen für Faser–Suspensionen findet sich in Kapitel 5.2.1.

In den meisten für die Praxis relevanten Sedimentationsprozessen findet jedoch keine ungestörte Sedimentation einzelner Partikel statt. So wurde in vielen Arbeiten versucht, den Konzentrationseinfluss auf das Sedimentationsverhalten zu klären und in einen geschlossenen Zusammenhang zu überführen.

Einen ersten Versuch unternahmen Richardson and Zaki [80]. Sie entwickelten empirisch eine Formel, die eine Verbindung zwischen der Stokes–Geschwindigkeit  $v_{St}$  für den Einzelpartikel und der Trennspiegelgeschwindigkeit  $v_T$  einer gesamten Suspension nur unter Kenntnis der Volumenkonzentration  $c_V$  liefert. Sie lautet,

$$v_T = v_{St}(1 - c_V)^{\alpha(Re)} \quad (2.2.2)$$

und wird heute noch vielfach angewendet. Die Ermittlung von  $v_T$  ist zum Beispiel durch Beobachtung einer Suspension in einem Standzylinder sehr leicht möglich. Dabei ist der Parameter  $\alpha(\text{Re})$  von der Reynoldszahl abhängig. Für langsame Partikel, also für Partikel im Stokes-Bereich, wird  $\alpha(\text{Re}) = 4,65$  angegeben. Ein Beispiel für eine Erweiterung dieser Relation ist von Michaels und Bolger [68] durch Experimente mit Hilfe von geflockten Kaolin-Suspensionen entwickelt worden. Sie lautet

$$v_T = v_{\text{St}} \left( 1 - \frac{c_V}{c_{\text{max}}} \right)^{\alpha(\text{Re})} \quad (2.2.3)$$

und berücksichtigt die maximal mögliche Feststoffkonzentration  $c_{\text{max}}$  eines Sediments des betrachteten Partikelsystems.

Die Methode der Trennspiegelbetrachtung hat aber auch einen erheblichen Nachteil speziell bei polydispersen Partikelsystemen, denn mikroskopische Vorgänge in der Suspension wie Entmischungsvorgänge oder Clusterbildung können nicht betrachtet werden. So bestimmt in der Regel die langsamste Partikelfraktion die Geschwindigkeit des Trennspiegels. Umfassende Erkenntnisse zu dem Einfluss der Polydispersität von Partikelsystemen auf dessen Sedimentationsverhalten sind in Koglin [56] zu finden. Dieser führte Experimente in verdünnten Suspensionen durch und konnte so zusätzlich das mikroskopische Partikelverhalten beobachten.

Weitere Experimente im Bereich höherer Konzentrationen wurden neben vielen anderen Autoren von Beiser [4], Beiser et al. [5] und Bickert [6] durchgeführt. Sie untersuchten das Sedimentationsverhalten von Partikel-Suspensionen mit Hilfe einer Manometerzentrifuge, die auch für einige in dieser Arbeit beschriebenen Ergebnisse verwendet wurde. Ihre Hauptergebnisse sind, dass die Sedimentationsgeschwindigkeit einer Partikel-Suspension nicht nur von der Konzentration, sondern auch vom pH-Wert des Fluids und gegebenenfalls der sich im Fluid befindenden Ionen, abhängt. Beiser [4] korrelierte das pH-Wert abhängige  $\zeta$ -Potential verschiedener Quarz-, Kalkstein- und Kaolin-Suspensionen mit dem makroskopischen Sedimentationsverhalten der Suspension.

Das  $\zeta$ -Potential ist ein Maß für die elektrische Abstoßungskraft von Partikeln in Flüssigkeiten. Die sogenannte *DLVO-Theorie* beschreibt allgemein diese Wechselwirkungen zwischen Partikeln. Da jedoch in dieser Arbeit die hydrodynamischen Wechselwirkungen im Vordergrund stehen, wird an dieser Stelle zur genaueren Beschreibung der anderen Wechselwirkungen auf die Autoren Derjaguin und Landau [21] sowie Verwey und Overbeek [91] verwiesen. Kurz kann man aber verallgemeinert sagen, dass ein betragsmäßig hohes  $\zeta$ -Potential

zu einer großen Abstoßungskraft zwischen den einzelnen Partikeln führt. Dadurch liegen die Partikel vereinzelt vor und die Suspension ist stabilisiert. Dies führt zu einer wiederum niedrigeren Sedimentationsgeschwindigkeit der kleinen Primärpartikel im Vergleich zu der Sedimentation großer Agglomerate, die in einer destabilisierten Suspension vorliegen.

Bickert [6] untersuchte unter anderem den Einfluss der Volumenkonzentration auf das Sedimentationsverhalten von Partikel–Suspensionen. Er gab an, dass in verdünnten Suspensionen Partikel nahezu ungehindert sedimentieren, dem sogenannten *Stokes–Regime*. Mit weiterer Erhöhung der Konzentration beginnt eine Clusterbildung. Partikel schließen sich zu losen Clustern zusammen, die dann schneller sedimentieren, bis mit wiederum weiterer Konzentrationserhöhung ein Schwarmbereich erreicht ist. In diesem klassieren sich die Partikel während der Sedimentation und sinken insgesamt schneller ab. Schließlich ist dann eine Konzentration erreicht, bei der die gegenseitige Behinderung zwischen den Partikeln so stark zunimmt, dass sich die gesamte Sedimentation verlangsamt und so eine mittlere Sinkgeschwindigkeit unterhalb der Stokes–Geschwindigkeit erreicht wird. Der zuletzt beschriebene Konzentrationsbereich wird oft zur vollständigen Feststoffabtrennung genutzt, wohingegen der Bereich der Schwarmsedimentation zur Klassierung verwendet wird.

Diese experimentellen Ergebnisse beschreiben das Sedimentationsverhalten von homogen durchmischten Suspensionen. Sie befanden sich für die Messungen in einem Behälter oder einer Küvette, deren jeweilige Abmessungen so groß im Vergleich zu den Partikelradien waren, dass eine mögliche Beeinflussung vernachlässigt werden konnte. Eine andere Betrachtungsweise im Bereich der Partikelsedimentation wurde von Nitsche et al. [72] und Metzger et al. [67] durchgeführt. Sie betrachteten keine homogenen Suspensionen, sondern runde Partikelwolken, die aus vielen beliebig verteilten und monodispersen Einzelpartikeln zusammengesetzt waren. Diese Wolken sedimentierten dann im Außenraum, das heißt ungestört von jedweder Behälterwand.

Nitsche et al. [72] untersuchen diese Konfigurationen im Hinblick auf das Herauslösen einzelner Partikel aus der Gesamtwolke für verschiedene Partikelzahlen  $N$  zwischen 20 und 320. Die Geschwindigkeit  $v_w$  der Wolke stieg linear mit Anzahl  $N$  der Partikel und ergibt sich zu,

$$\frac{v_w}{v_{St}} = \frac{6}{5} N \frac{a}{r_w} + 1. \quad (2.2.4)$$

Dabei ist  $r_w$  der Radius der Wolke und  $a$  der Radius des Partikels.

Man erkannte auch, dass sich immer wieder einzelne Partikel aus der Wolke herauslösten.

Die Rate des Partikelverlustes wurde mit

$$-\frac{dN}{dt} \sim v_{\text{St}} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{4}{3}} \frac{a}{r_w^2} N^{\frac{4}{3}}$$

angegeben. Allerdings fand kein Aufbrechen oder auch keine Teilung der gesamten Wolke statt. Metzger et al. [67] erweiterten diese Untersuchungen, und entdeckten, dass wenn die Partikelzahl, von der die Einheit gebildet wird, größer wird ( $N > 1000$ ), bricht die gesamte Partikelwolke nach gewisser Zeit auf und zwei einzelne Wolken sedimentieren weiter.

## 2.2.2 Faser–Suspensionen

In den meisten Experimenten werden, sowie auch in dieser Arbeit, Fasern als starr betrachtet. Sie zeichnen sich durch eine Dicke  $d^{\text{Fa}}$  und eine Länge  $l^{\text{Fa}}$ , die in der Regel mehr als eine Größenordnung größer als die Dicke ist, aus. Das Verhältnis zwischen Länge und Dicke wird als *Aspect Ratio*  $a_r := l^{\text{Fa}}/d^{\text{Fa}}$  bezeichnet. An dieser Stelle erkennt man bereits einen entscheidenden Unterschied zwischen einer Faser und einem Partikel. Das Partikel ist in der Regel nahezu rund und seine Geometrie ist allein durch den Durchmesser eindeutig bestimmt. Bei der Faser benötigt man dagegen bereits zwei geometrische Größen.

Die ersten grundlegenden Betrachtungen der Bewegung von länglichen Partikeln, in diesem Fall Ellipsen in einer Scherströmung, wurden von Jeffery [46] durchgeführt. Er entwickelte einen analytischen Zusammenhang für deren Bewegung und zeigte, dass die Ellipse einer periodischen Bewegung folgt, den sogenannten *Jeffrey Orbits*.

Eine analytische Formel für die Sedimentationsgeschwindigkeit eines schlanken Körpers, zum Beispiel eines Zylinders, entwickelten Batchelor [2] und Broersma [?] viele Jahre später. Bei der als *Slender Body Theory* bezeichneten Herleitung wird angenommen, dass man in einem Fluid in weiter Entfernung von einem langen und dünnen Körper, also einer Faser, diesen als Superposition von Kräftepotentialen entlang dessen Oberfläche betrachten kann. Diese Sichtweise erlaubt dann einen analytischen Zusammenhang zwischen der Kraft auf die Faser und die daraus resultierende Geschwindigkeit  $v^{\text{Fa}}$  anzugeben. Für das Erdschwerefeld gilt damit,

$$v^{\text{Fa}} = \frac{(\rho^{\text{Fa}} - \rho^{\text{F}}) (d^{\text{Fa}})^2}{16\mu^{\text{F}}} \left( (\ln(2a_r) + 0,193 + O(\ln(2a_r))^{-1})g + (\ln(2a_r) - 1,807 + O(\ln(2a_r))^{-1})(\theta \cdot g)\theta \right). \quad (2.2.5)$$