Signale und Systeme – Reaktion linearer Systeme auf stationäre stochastische Signale

Gerhard Schmidt

Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Technische Fakultät
Elektrotechnik und Informationstechnik
Digitale Signalverarbeitung und Systemtheorie

Gesamtübersicht

- Signale und Systeme – Einführung
- Signale
- Spektraldarstellungen determinierter Signale
- Lineare Systeme
- Modulation
- Systembeschreibung im Zustandsraum
- Stochastische Signale und ihre Spektren
- ***Reaktion linearer Systeme auf stationäre stochastische Signale***
- Idealisierte Systeme
- Ergänzungen zu Spektraltransformationen

Inhalt des aktuellen Abschnitts

Reaktion linearer Systeme auf stationäre stochastische Signale

Grundlagen – Teil 1

Statistische Kenngrößen am Ausgang linearer Systeme – Teil 1:

Gegeben sei $v(t)$ bzw. $v(n)$ als stationärer Zufallsprozess. Dieser sei das Eingangssignal eines linearen Systems.

Lineares System

Gesucht sind nun die ***Eigenschaften des Systemausgangssignals*** $y(t)$ bzw. $y(n)$. Sicher dabei ist, dass das Ausgangssignal ebenfalls stochastisch zu betrachten ist.

Wir nehmen nun an, dass $y(t)$ bzw. $y(n)$ nicht direkt angebbar sind, sondern lediglich durch entsprechende statistische Größen wie z.B. $f_y(y),\, F_y(y),\, s_{yy}(\tau)$ oder $s_{yy}(\kappa)$ beschreibbar sind.

Vom System nehmen wir an, dass dessen Impulsantwort $h_0(t,\tau)$ bzw. $h_0(n,\kappa)$ bekannt ist. Fordern wir zusätzlich, dass das System ***verschiebungsinvariant*** ist, so vereinfachen sich die Impulsantworten zu $h_0(t)$ bzw. $h_0(n)$. Alternativ können auch die Sprungantworten oder die Frequenzgänge bzw. Übertragungsfunktionen als Systembeschreibung verwendet werden.

Statistische Kenngrößen am Ausgang linearer Systeme – Teil 2:

Im Folgenden werden wir nun versuchen,

- die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_y(y)$,
- den linearer Mittelwert m_y,
- die Varianz σ_y^2 ,
- die Autokorrelationsfunktion $s_{yy}(\tau)$ bzw. –folge $s_{yy}(\kappa)$,
- die Kreuzkorrelationsfunktion $s_{vy}(\tau)$ bzw. –folge $s_{vy}(\kappa)$ sowie
- die Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren $S_{yy}(j\omega),\ S_{vy}(j\omega),\ S_{yy}(e^{j\Omega})$ bzw. $S_{vy}(e^{j\Omega})$

des Systemausgangssignals zu bestimmen.

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 1

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion – Teil 1:

Im Allgemeinen kann die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion am Ausgang eines Systems nicht angegeben werden.

Für den Sonderfall eines ***diskreten stationären Signals*** mit ***statistisch unabhängigen Werten*** $v(n),\, v(n+\kappa)\,\forall\,\kappa \neq 0$ können allerdings einige Überlegungen angestellt werden. Wir nehmen dazu an, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte des Signals $f_v(v)$ bekannt sei. Wird das Signal mit einem determinierten Faktor $h_0(\kappa)$ gewichtet, so ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitsdichte des Signals $y(n) = h_0(\kappa)\, v(n)$:

$$f_y(y) = \frac{1}{|h_0(\kappa)|}\, f_v\Big(\frac{y}{h_0(\kappa)}\Big).$$

Setzt man nun eine allgemeine Differenzengleichung eines linearen, verschiebungsinvarianten Systems an, so ergibt sich für das Ausgangssignal

$$y(n) = \ldots + h_0(-1)\, v(n+1) + h_0(0)\, v(n) + h_0(1)\, v(n-1) + \ldots\ .$$

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 2

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion – Teil 2:

Wie wir in den vorigen Vorlesungen herleiten konnten, ergibt sich bei der Summation von zwei ***statistisch unabhängigen Zufallsvariablen*** für die Dichte des Ergebnisses eine ***Faltung der Eingangsdichten***. Wenden wir dieses Wissen hier an, so erhalten wir

$$f_y(y) \quad = \quad \ldots * \frac{1}{|h_0(-1)|}\, f_v\!\left(\frac{y}{h_0(-1)}\right) * \frac{1}{|h_0(0)|}\, f_v\!\left(\frac{y}{h_0(0)}\right) * \frac{1}{|h_0(1)|}\, f_v\!\left(\frac{y}{h_0(1)}\right) * \ldots\,.$$

Dieses Ergebnis ist aber für den praktischen Gebrauch recht ungeeignet.

Praktischer ist hier die Anwendung des sog. ***Zentralen Grenzwertsatzes***. Dieser besagt, dass – unter sehr allgemeinen Bedingungen – die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe aus statistisch unabhängigen Zufallsprozessen mit zunehmender Anzahl der Summanden gegen eine Gauß‘sche Wahrscheinlichkeitsdichte konvergiert.

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 3

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion – Teil 3:

Es gibt zahlreiche Formulierungen des zentralen Grenzwertsatzes. Eine davon lautet:

- Es seien $v_i(n)$ statistisch unabhängige Zufallsprozesse mit beliebigen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen. Die linearen Mittelwerte existieren und es gibt zwei positive Konstanten c und C derart, dass die Bedingungen

$$\sigma_{v_i} > c > 0 \quad \text{und} \quad \mathrm{E}\Big\{ \big| v_i(n) - m_{v_i} \big|^3 \Big\} < C < \infty.$$

für alle i erfüllt sind. Dann strebt die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_y(y)$ der Zufallsvariablen

$$y(n) = \frac{\sum_{i=0}^{N} v_i(n) - m_{v_i}}{\sqrt{\sum_{i=0}^{N} \sigma_{v_i}^2}}$$

mit wachsendem N ***gegen eine Gaußdichte*** mit $m_y = 0$ und $\sigma_y^2 = 1$.

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 4

Zentraler Grenzwertsatz:

Matlab-Beispiel zur Summation von gleich-verteilten Zufalls-variablen …

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 4

Linearer Mittelwert – Teil 1:

Zunächst sei das System zwar linear, aber nicht notwendigerweise verschiebungsinvariant. In diesem Fall ergibt sich für den linearen Mittelwert:

- (kontinuierlich)

$$m_y = \mathrm{E}\{y(t)\}$$

… Faltungsdefinition einsetzen …

$$= \mathrm{E}\left\{ \int\limits_{\tau=-\infty}^{\infty} v(\tau)\, h_0(t,\tau)\, d\tau \right\}$$

… Vertauschen der Operatorreihenfolge…

$$= \int\limits_{\tau=-\infty}^{\infty} \mathrm{E}\{v(\tau)\}\, h_0(t,\tau)\, d\tau$$

… Vereinfachen und Definition der Sprungantwort einsetzen…

$$= m_v \int\limits_{\tau=-\infty}^{\infty} h_0(t,\tau)\, d\tau \;=\; m_v\, h_{-1}(t,\infty).$$

- (diskret)

$$m_y = \mathrm{E}\{y(n)\}$$

$$= \mathrm{E}\left\{ \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} v(\kappa)\, h_0(n,\kappa) \right\}$$

$$= \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} \mathrm{E}\{v(\kappa)\}\, h_0(n,\kappa)$$

$$= m_v \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} h_0(n,\kappa) \;=\; m_v\, h_{-1}(n,\infty).$$

… Fortsetzung auf nächster Folie!

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 5

Linearer Mittelwert – Teil 2:

Gilt zusätzlich Verschiebungsinvarianz für das lineare System, so vereinfachen sich die Ausdrücke zu:

- (kontinuierlich)

$$m_y = m_v\, h_{-1}(t, \infty)$$

… Verschiebungsinvarianz einsetzen …

$$= m_v\, h_{-1}(\infty)$$

… Definition des Frequenzgangs einsetzen …

$$= m_v\, H(j\omega)\big|_{\omega=0} = m_v\, H(0).$$

- (diskret)

$$m_y = m_v\, h_{-1}(n, \infty)$$

$$= m_v\, h_{-1}(\infty)$$

$$= m_v\, H(e^{j\Omega})\big|_{\Omega=0} = m_v\, H(1).$$

***Anschauliche Deutung:** Der Mittelwert spiegelt den „Gleichanteil“ eines Signals wieder. Dieser wird durch ein lineares, verschiebungsinvariantes System bei der Frequenz 0, d.h. mit dem Faktor $H(0)$ bzw. $H(1)$ übertragen.*

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 6

Varianz:

Setzt man wieder Verschiebungsinvarianz des Systems voraus, so kann die Varianz am Ausgang eines linearen Systems wie folgt bestimmt werden:

$$\sigma_y^2 \;=\; m_y^{(2)} - (m_y)^2 \;=\; s_{yy}(0) - (m_y)^2 \;=\; \psi_{yy}(0).$$

Die hierzu notwendige Autokorrelationsfunktion bzw. Autokovarianzfunktion des Systemausgangssignals bzw. die entsprechenden Folgen für diskrete Signale werden in den nächsten Teilabschnitten hergeleitet.

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 7

Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion bzw. –folge – Teil 1:

Ähnlich wie bei den Überlegungen zum Mittelwert lässt sich durch Anwendung der Faltung auch die Autokorrelation $s_{vv}(t_1, t_2)$ bzw. $s_{vv}(n_1, n_2)$ des Eingangssignals herleiten. Wir nehmen dazu zunächst reelle Signale und Systeme an. Für die Kreuzkorrelationsfolgen $s_{vy}(n_1, n_2)$ und $s_{yv}(n_1, n_2)$ zwischen diskretem Eingang und diskretem Ausgang gilt für verschiebungsinvariante Systeme:

$$s_{vy}(n_1, n_2) = \mathrm{E}\{v(n_1)\, y(n_2)\}$$

… Faltungsdefinition einsetzen …

$$= \mathrm{E}\Big\{v(n_1) \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} h_0(\kappa)\, v(n_2-\kappa)\Big\}.$$

Durch Vertauschen von Erwartungswert und Summe erhält man schließlich:

$$s_{vy}(n_1, n_2) = \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} h_0(\kappa)\, \mathrm{E}\{v(n_1)\, v(n_2-\kappa)\}$$

… Kurze Schreibweise für die Autokorrelationsfunktion einsetzen …

$$= \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} h_0(\kappa)\, s_{vv}(n_1, n_2-\kappa).$$

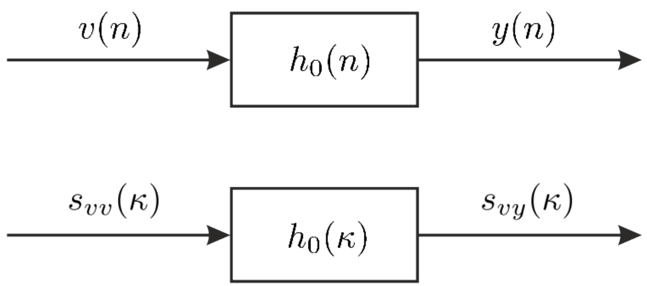
Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 8

Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion bzw. –folge – Teil 2:

Für stationäre Signale vereinfacht sich das Ergebnis der letzten Folie zu

$$s_{vy}(k) \;=\; \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} h_0(\kappa)\, s_{vv}(k-\kappa).$$

Dieser Zusammenhang entspricht einer Faltung, d.h. es gilt der gleiche Zusammenhang zwischen $s_{vv}(\kappa)$ und $s_{vy}(\kappa)$ wie zwischen $v(n)$ und $y(n)$.



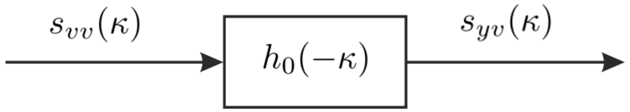
Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 9

Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion bzw. –folge – Teil 3:

Analog kann man die Kreuzkorrelierte zwischen dem Ausgangs- und dem Eingangssignal eines linearen, verschiebungs-invarianten Systems (umgekehrte Argumentreihenfolge im Vergleich zu vorher) bestimmen. Es ergibt sich (analoge Herleitung wie auf der vorherigen Folie):

$$s_{yv}(k) \quad = \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} h_0(-\kappa)\, s_{vv}(k-\kappa).$$

Diese Kreuzkorrelationsfolge erhält man durch Faltung der Autokorrelationsfolge mit der gespiegelten Impulsantwort $h_0(-\kappa)$.



Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 10

Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion bzw. –folge – Teil 4:

Bei stationären kontinuierlichen Zufallsprozessen und bei linearen, verschiebungsinvarianten kontinuierlichen Systemen ergibt sich analog:

$$\begin{aligned} s_{vy}(\tau) &= \int\limits_{t=-\infty}^{\infty} h_0(t)\, s_{vv}(\tau - t)\, dt, \\ s_{yv}(\tau) &= \int\limits_{t=-\infty}^{\infty} h_0(-t)\, s_{vv}(\tau - t)\, dt. \end{aligned}$$

Will man nun die ***Autokorrelationsfunktion bzw. –folge des Ausgangssignals eines linearen, verschiebungsinvarianten Systems*** bestimmten, so muss man die Eingangsautokorrelierte nacheinander (in beliebiger Reihenfolge) mit $h_0(\tau)$ bzw. $h_0(\kappa)$ und $h_0(-\tau)$ bzw. $h_0(-\kappa)$ falten:

$$\begin{aligned} s_{yy}(t_1, t_2) &= \mathrm{E}\{y(t_1)\, y(t_2)\} \\ &= \int\limits_{t=-\infty}^{\infty} \int\limits_{u=-\infty}^{\infty} h_0(-t)\, h_0(u)\, s_{vv}(t_1 + t, t_2 - u)\, dt\, du. \end{aligned}$$

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 11

Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion bzw. –folge – Teil 5:

Gilt wieder ***Stationarität***, so vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$s_{yy}(\tau) = \int\limits_{v=-\infty}^{\infty} \int\limits_{u=-\infty}^{\infty} h_0(-v)\, h_0(u)\, s_{vv}(\tau - u - v)\, dv\, du.$$

Analog gilt für ***diskrete*** instationäre Zufallsprozesse:

$$s_{yy}(n_1, n_2) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_0(-l)\, h_0(k)\, s_{vv}(n_1 + l, n_2 - k).$$

Bei zusätzlicher ***Stationarität*** erhält man

$$s_{yy}(\kappa) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_0(-l)\, h_0(k)\, s_{vv}(\kappa - l - k).$$

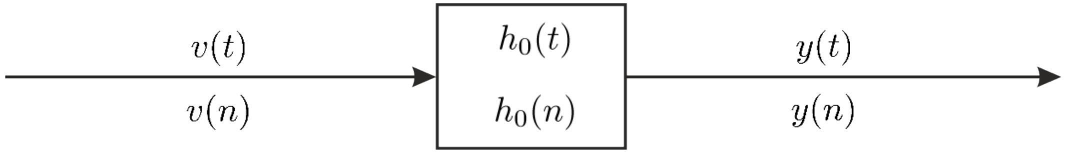
Die Kovarianzfunktionen bzw. –folgen ergeben sich aus den Autokorrelations-funktionen bzw. folgen durch Abzug des quadrierten Mittelwerts, d.h. $\psi_{yy}(\tau) = s_{yy}(\tau) - m_y^2$ ***bzw.*** $\psi_{yy}(\kappa) = s_{yy}(\kappa) - m_y^2$ ***!***

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 12

Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion bzw. –folge – Teil 4:

Übersichtsdarstellung:

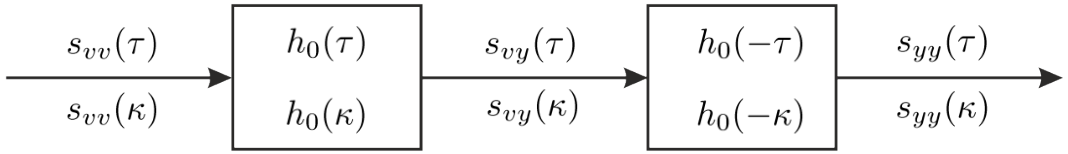
Signale:

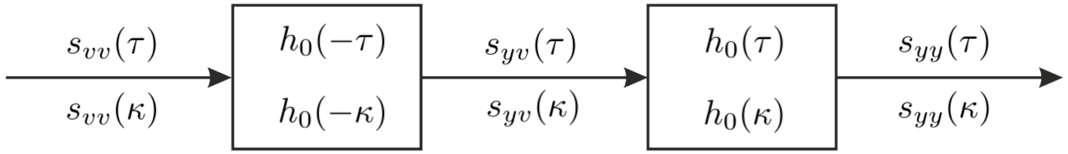


… oben: kontinuierlich

… unten: diskret

Korrelationsfunktionen bzw. –folgen:





Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 13

Beispiel:

Zunächst eigener Versuch, dann gemeinsame Lösung an der Tafel:

Gegeben sei das folgende lineare, zeitinvariante System:

$$y(t) = \frac{dv(t)}{dt}.$$

Dieses werde mit einem stationären Zufallsprozess mit Mittelwert m_v und Autokorrelationsfunktion $s_{vv}(\tau)$ angeregt. Bestimmen Sie

- den Mittelwert am Systemausgang m_y,
- die Kreuzkorrelierten $s_{vy}(\tau)$ und $s_{yv}(\tau)$ sowie
- die Autokorrelationsfunktion des Systemausgangs $s_{yy}(\tau)$

in Abhängigkeit des Mittelwertes m_v bzw. der Autokorrelierten $s_{vv}(\tau)$ des Eingangsprozesses.

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 14

Kreuz- und Autoleistungsdichtespektren – Teil 1:

Das ***Autoleistungsdichtespektrum*** des Ausgangssignals eines linearen, verschiebungsinvarianten Systems ergibt sich durch ***Transformation der Autokorrelationsfunktion bzw. –folge***. Aus Faltungen im Zeitbereich werden dabei Multiplikationen im Transformationsbereich.

Da hier Faltungen mit $h_0(-\tau)$ bzw. $h_0(-\kappa)$ vorkommen werden, sei zunächst auf folgenden Zusammenhang hingewiesen (die Impulsantworten werden reell angenommen):

$$\mathcal{F}\{h_0(-t)\} = \int_{t=-\infty}^{\infty} h_0(-t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

… Substitution von $-t = \tilde{t}$ ***bzw.*** $dt = -d\tilde{t}$ ***und anschließendes Vereinfachen …***

$$= -\int_{\tilde{t}=-\infty}^{\infty} h_0(\tilde{t})\, e^{j\omega\tilde{t}}\, (-d\tilde{t}) = \int_{\tilde{t}=-\infty}^{\infty} h_0(\tilde{t})\, e^{j\omega\tilde{t}}\, d\tilde{t}$$

… Doppeltes Komplex-Konjugieren (nur für die komplexen Terme notwendig) …

$$= \left[\int_{\tilde{t}=-\infty}^{\infty} h_0(\tilde{t})\, e^{-j\omega\tilde{t}}\, d\tilde{t}\right]^* = \Big[\mathcal{F}\{h(\tilde{t})\}\Big]^* = H^*(j\omega).$$

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 15

Kreuz- und Autoleistungsdichtespektren – Teil 2:

Eine analoge Rechnung liefert für zeitdiskrete Systeme:

$$\mathcal{F}\{h_0(-n)\} = H^*(e^{j\Omega}).$$

Überträgt man nun die Ergebnisse aus den Zeitbereichsüberlegungen auf die Leistungsdichtespektren, so ergeben sich folgende Zusammenhänge:

- (kontinuierlich)

$$\boxed{\begin{aligned} S_{vy}(j\omega) &= H(j\omega)\, S_{vv}(j\omega), \\ S_{yv}(j\omega) &= H^*(j\omega)\, S_{vv}(j\omega), \\ S_{yy}(j\omega) &= H(j\omega)\, H^*(j\omega)\, S_{vv}(j\omega) \\ &= \big|H(j\omega)\big|^2\, S_{vv}(j\omega). \end{aligned}}$$

- (diskret)

$$\boxed{\begin{aligned} S_{vy}(e^{j\Omega}) &= H(e^{j\Omega})\, S_{vv}(e^{j\Omega}), \\ S_{yv}(e^{j\Omega}) &= H^*(e^{j\Omega})\, S_{vv}(e^{j\Omega}), \\ S_{yy}(e^{j\Omega}) &= H(e^{j\Omega})\, H^*(e^{j\Omega})\, S_{vv}(e^{j\Omega}) \\ &= \big|H(e^{j\Omega})\big|^2\, S_{vv}(e^{j\Omega}). \end{aligned}}$$

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 16

Kreuz- und Autoleistungsdichtespektren – Teil 3:

Das Betragsquadrat des Filterfrequenzgangs $|H(j\omega)|^2$ bzw. $|H(e^{j\Omega})|^2$ wird auch als ***Leistungsübertragungsfunktion*** bezeichnet. Die entsprechende Bezeichnung im Zeitbereich

$$\big|H(j\omega)\big|^2 \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad h_0(\tau) * h_0(-\tau) \; = \; s_{h_0 h_0}(\tau),$$

$$\big|H(e^{j\Omega})\big|^2 \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad h_0(\kappa) * h_0(-\kappa) \; = \; s_{h_0 h_0}(\kappa)$$

lautet ***Autokorrelation der Impulsantwort***.

Entsprechende Überlegungen können für ***Fourier-Reihen*** bzw. die ***DFT*** (hierbei ist dann die entstehende Zirkularität zu beachten) angestellt werden.

Auch im ***Laplace-*** bzw. ***z-Bereich*** können Entsprechungen zu den Zeitbereichsüberlegungen gefunden werden. Hier gilt dann:

$$S_{yy}(s) \; = \; H(s)\, H^*(-s)\, S_{vv}(s),$$

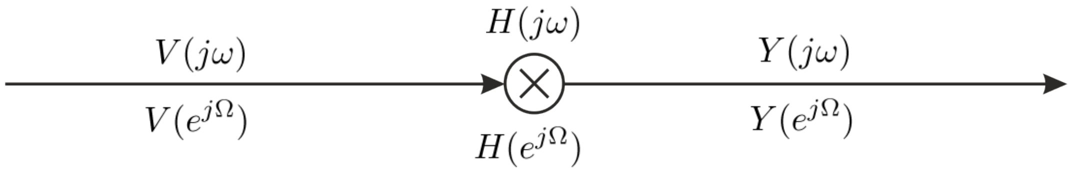
$$S_{yy}(z) \; = \; H(z)\, H^*\Big(\frac{1}{z^*}\Big)\, S_{vv}(z).$$

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 17

Kreuz- und Autoleistungsdichtespektren – Teil 4:

Übersichtsdarstellung (für den Fourier-Bereich):

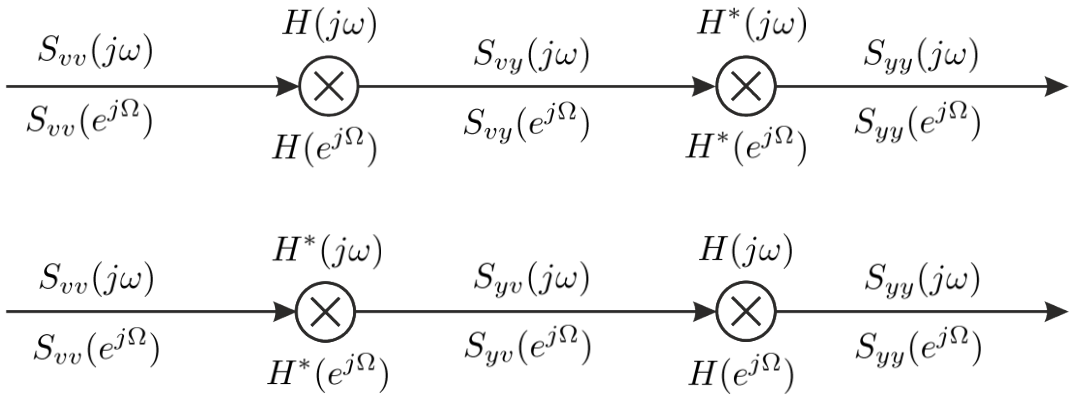
Spektren:



… oben: kontinuierlich

… unten: diskret

Leistungsdichtespektren:



Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 18

Kreuz- und Autoleistungsdichtespektren – Teil 5:

Bemerkungen:

- Die Kreuz- und Autokorrelierten besitzen aufgrund ihrer Definitionen gewisse ***Symmetrien***. Diese wirken sich entsprechend der Symmetriebeziehungen für Signale und deren Spektren auf die Leistungsdichtespektren aus. Hierauf wird in den Übungen näher eingegangen.
- Eine weitere wichtige Eigenschaft des Autoleistungsdichtespektrums (Herleitung in der Übung) ist:

$$S_{vv}(j\omega),\, S_{vv}(e^{j\Omega}) \;\in\; \mathbb{R}.$$

Darüber hinaus gilt:

$$S_{vv}(j\omega),\, S_{vv}(e^{j\Omega}) \;\geq\; 0.$$

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 19

Kreuz- und Autoleistungsdichtespektren – Teil 6:

Bemerkungen (Fortsetzung):

- Die Kreuzkorrelierten und die dazugehörigen Kreuzleistungsdichtespektren enthalten $h_0(...)$ bzw. $H(...)$ unmittelbar, d.h. nicht nur die Autokorrelierte der Impulsantwort bzw. die Leistungsübertragungsfunktion. Daher sind hierin (im Gegensatz zur Autokorrelierten bzw. zum Autoleistungsdichtespektrum) auch noch Informationen über die ***Phase des Systems*** enthalten.
- Praktischer Hinweis am Rande: Die ***Messung einer Impulsantwort*** kann z.B. durch Anregung mit weißem Rauschen (Autokorrelationsfolge $s_{vv}(\kappa) = \sigma_v^2 \, \gamma_0(\kappa)$) geschehen.
  Hierbei kann man dann ausnutzen dass gilt:

  $$s_{vy}(\kappa) = s_{vv}(\kappa) * h_0(\kappa) = \sigma_v^2 \, h_0(\kappa).$$

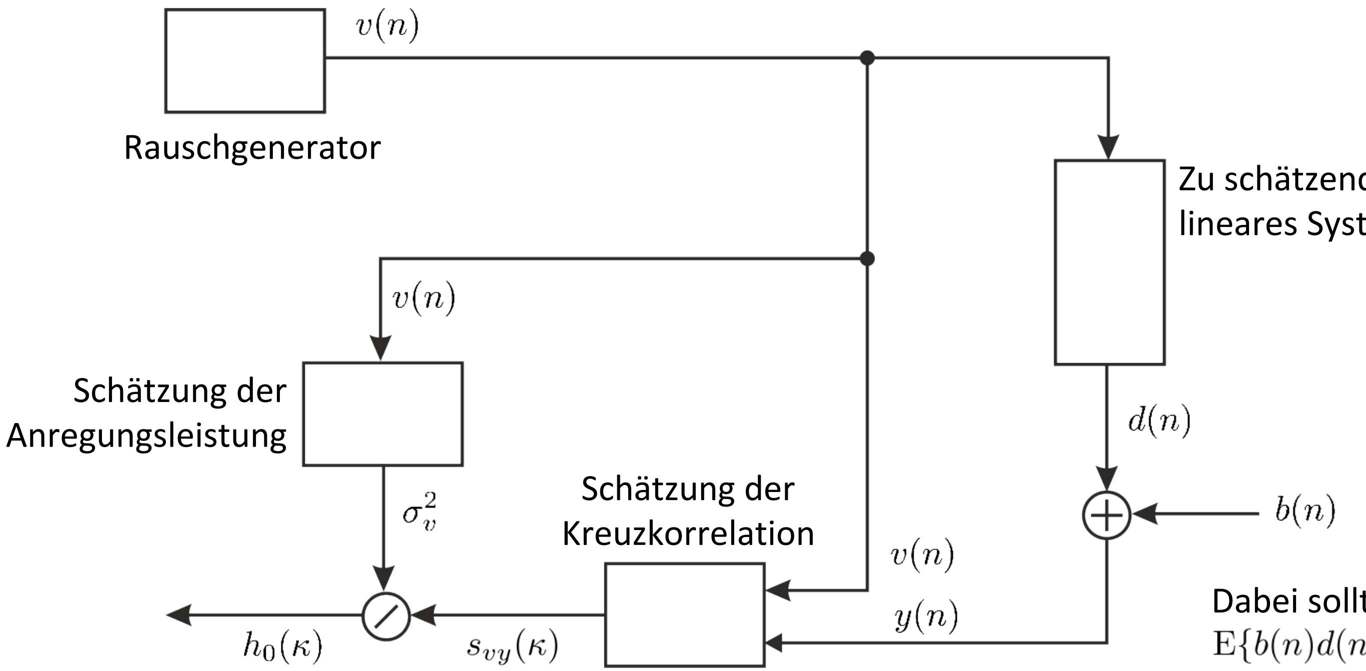
  Im Vergleich zu einer direkten Messung mit einem Impuls können dabei deutlich günstigere (realistische) Signalaussteuerungen gewählt werden.

Stochastische Beschreibung der Ausgangssignale linearer Systeme – Teil 20

Kreuz- und Autoleistungsdichtespektren – Teil 7:

Bemerkungen (Fortsetzung):

- Übersicht zur Impulsantwortschätzung mittels Korrelationsanalysen



Dabei sollte gelten:
$\mathrm{E}\{b(n)d(n+\kappa)\} = 0$

Abschließende Verständnisfragen – Teil 1

Partnerarbeit – Teil 1:

Versuchen Sie in Partnerarbeit folgende Fragen zu beantworten:

- Wie würden Sie einen zeitlichen Versatz zwischen zwei ähnlichen Signalen suchen und wie können Sie die „Qualität“ Ihres Ansatzes erfassen?

  ....

  ....

  ....

- Mit welchen Messungen bzw. Schätzungen könnten Sie das Frequenzübertragungsverhalten eines Systems bestimmen?

  ....

  ....

  ....

Abschließende Verständnisfragen – Teil 2

Partnerarbeit – Teil 2:

Versuchen Sie in Partnerarbeit folgende Fragen zu beantworten:

- Wie würden Sie periodische Anteile in einem Signal suchen bzw. wie würden Sie die Periodendauer bestimmen?

  ....

  ....

  ....

- Wie wirkt sich eine Quantisierung (nichtlineares System!) auf die Wahrscheinlichkeitsdichte am Ausgang aus?

  ....

  ....

  ....

Abschließende Zusammenfassung

- Signale und Systeme – Einführung
- Signale
- Spektraldarstellungen determinierter Signale
- Lineare Systeme
- Modulation
- Systembeschreibung im Zustandsraum
- Stochastische Signale und ihre Spektren
- ***Reaktion linearer Systeme auf stationäre stochastische Signale***
    - ***Grundlagen***
    - ***Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion***
    - ***Linearer Mittelwert***
    - ***Varianz***
    - ***Kreuz- und Autokorrelationsfunktion bzw. –folge***
    - ***Kreuz- und Autoleistungsdichtespektrum***
- Idealisierte Systeme
- Ergänzungen zu Spektraltransformationen