

# Numerische und experimentelle Untersuchung der instationären Strömungsfelder von Wirbelzählerkonfigurationen

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Abteilung Maschinenbau  
und Verfahrenstechnik  
der Universität Duisburg-Essen  
zur Erlangung des akademischen Grades  
eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften  
Dr.-Ing.

genehmigte Dissertation

von

**Dipl.-Ing. Ali-Osman Gedikli**

aus

Duisburg (Deutschland)

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ernst v. Lavante  
Prof. Dr.-Ing. Wojciech Kowalczyk  
Tag der mündlichen Prüfung: 15. Juni 2012

## Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand durch die Kooperation zwischen dem Lehrstuhl für Strömungsmechanik der Universität Duisburg-Essen und der Firma Krohne Messtechnik in Duisburg. Die Messungen für die Validierung der numerischen Ergebnisse sind in der Firma Krohne durchgeführt worden.

An dieser Stelle möchte ich mich gerne bei allen Personen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

Mein besonderer Dank gilt Herrn **Prof. Dr.-Ing. Ernst von Lavante** für die hervorragende Betreuung meiner Arbeit und die Diskussionsbereitschaft während der Entstehungsphase dieser Dissertation. Ich habe von seinem Wissen viel profitiert und gelernt, dieses Wissen effektiv einzusetzen.

Desweiteren möchte ich mich an Herrn **Dipl.-Ing. Henrik Krisch**, **Dipl.-Ing. Sylvain Tournillon** und **Dipl.-Ing. Markus Lau** bedanken, die mich bei der Firma Krohne Messtechnik vor Ort unterstützt bzw. betreut haben.

Zudem gilt noch ein besonderer Dank an **Dipl.-Ing. Karl-Heinz Menze**, der sich mit der technischen Ausstattung gekümmert hat und mich bei der numerischen Unterstützung unterstützt hat.

Zum Schluss möchte ich meiner Familie danken, die mich stets während der Entstehungsphase dieser Arbeit für das Gelingen dieser Arbeit motiviert und unterstützt haben. Ich bedanke mich bei meiner Mutter **Ayse Gedikli**, bei meinem Vater **Lütfi Gedikli**, aber auch bei meinen Brüdern **Fatih Gedikli** und **Enes Gedikli**.

Duisburg, den 29.04.2012

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung und Motivation</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Wirbelzähler-Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1	Aufbau eines Wirbelzählers . . . . .	4
2.2	Messprinzipien von Wirbelzählern . . . . .	7
2.3	Beschreibung des Strömungsfeldes von Wirbelzählern . . . . .	10
2.4	Störkörper . . . . .	14
2.5	Kalibrierung von Wirbelzählern . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Strömungsmechanische Grundlagen</b>	<b>20</b>
3.1	Grundgleichungen . . . . .	20
3.1.1	Kontinuum und Bereich der freien Molekularbewegung . . . . .	20
3.1.2	Navier-Stokes Gleichungen und thermische Zustandsgleichung . . . . .	21
3.1.3	Mathematische Klassifikation von partiellen Differentialgleichungen . . . . .	23
3.2	Klassifizierung und Beschreibung von Strömungsfeldern . . . . .	27
3.2.1	Viskose und rotationsbehaftete Strömungen . . . . .	27
3.2.2	Stationäre und instationäre Strömungen . . . . .	30
3.2.3	Inkompressible und kompressible Strömungen und einige numerische Aspekte . . . . .	33
3.2.4	Laminare und turbulente Strömungen . . . . .	38
3.2.5	Strömungsablösung . . . . .	43
3.3	Um- und Durchströmung von Strömungskonfigurationen . . . . .	46
3.3.1	Strömung um Störkörper . . . . .	46
3.3.2	Voll-ausgebildete Rohrströmungen . . . . .	51
3.3.3	Ermittlung von Strömungsstörungen anhand von Parametern . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Numerische Untersuchung</b>	<b>65</b>
4.1	Unterscheidungsmerkmale einer stationären und instationären Berechnung aus numerischer Sicht . . . . .	65
4.2	Der Segregated und Coupled Löser . . . . .	68

4.3	Die Struktur eines Programm-Codes für die Lösung von einem System gekoppelter partieller Differentialgleichungen anhand des Riemann-Problems	76
4.4	Reynolds-Gleichungen für die Berechnung von turbulenten Strömungen . .	81
4.5	Der Weg zur Turbulenzmodellierung und Einführung in das k-epsilon Turbulenzmodell . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Experimentelle Kalibriervorrichtungen und Durchführung der Messungen</b>	<b>87</b>
5.1	Durchführung von Messungen an der Wasserkalibrieranlage . . . . .	87
5.2	Experimentelle Vorrichtungen für Wirbelzähler mit Luft . . . . .	88
<b>6</b>	<b>Numerische und experimentelle Ergebnisse</b>	<b>91</b>
6.1	Instationäre Simulationen an DN 25 Wirbelzählerkonfigurationen mit BB2-Störkörper bei symmetrischer Zuströmung . . . . .	92
6.1.1	Referenzsimulationen an einem DN 25 Wirbelzähler mit Wasser . .	92
6.1.2	Untersuchung von unterschiedlichen Rechennetztypen und Modellparametern bei kleinen Volumenströmen für die Referenzkonfiguration . . . . .	103
6.1.3	Einfluss von Störkörperbauformen . . . . .	110
6.1.4	Instationäre Berechnungen an zwei Wirbelzählerkonfigurationen und Modelluntersuchungen mit Luft . . . . .	120
6.2	Der Einsatz von Gewinde als Störkörper . . . . .	132
6.2.1	Erste experimentelle Messungen an einem DN 50 Wirbelzähler mit unterschiedlichen Standardgewinden . . . . .	132
6.2.2	Instationäre Berechnungen der Strömungsfelder von einem DN 25 Wirbelzähler mit zwei Typen von M6-Gewindestörkörpern unter symmetrischen Zuströmbedingungen . . . . .	137
6.2.3	Experimentelle Optimierung des Ablöseverhaltens von M14-Gewindestörkörpern . . . . .	146
6.3	Vor- und Nachstörungen . . . . .	148
6.3.1	Validierung von Starccm+ bei der Berechnung einer gestörten Strömung verursacht in einem Einzelrohrkrümmer . . . . .	148
6.3.2	Einfluss eines exzentrischen Reduzierers auf die Strömung . . . . .	151
6.3.3	Untersuchung des Strömungsfeldes eines DN 25 Kugelventils bei unterschiedlichen Öffnungswinkeln . . . . .	162
6.3.4	Einfluss einer halben Absperrung auf die Strömung . . . . .	174
6.3.5	Störungen hinter einem Einzelrohrkrümmer und Funktionsweise eines Strömungsgleichrichters . . . . .	180
6.3.6	Einfluss von einem Einzelrohrkrümmer auf den DN 25 Wirbelzähler	186

---

<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>203</b>
<b>8 Nomenklatur und Übersicht</b>	<b>212</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>219</b>
Literatur . . . . .	225
Sachverzeichnis . . . . .	231

# 1 Einführung und Motivation

In der Industrie spielt die Durchflussmesstechnik aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten eine wesentliche und entscheidende Rolle. Da die Produkthersteller für die Produktion auf bestimmte Rohstoffe angewiesen sind, die sie von anderen Unternehmen bzw. Zulieferern kaufen müssen, will der Hersteller lediglich nur für die gekaufte Menge bezahlen. Da es sich im Allgemeinen um sehr große Rohstoffmenge handelt, werden Durchflussmessgeräte bevorzugt, die die gelieferte Menge des Rohstoffes genau wie möglich (d.h. innerhalb eines tolerierbaren Messunsicherheitsbereiches) anzeigen, um auf diese Weise die gekaufte Menge zu identifizieren und nur für die gekaufte Menge zu bezahlen. Es gibt viele unterschiedliche Durchflussmessgeräte, wobei unter diesen die Wirbelzähler mit einem 4%’igen Marktanteil [50] zu den Durchflussmessgeräten gehören, die sich für spezielle Anwendungen wie z.B. Verbrauchs- und Kontrollmessungen bewähren. Da mit der Durchflussmesstechnik große Kosten verbunden sind und der Wirbelzähler zu den häufig eingesetzten Messgeräten gehört, ist es wichtig, dass solche Durchflussmessgeräte in einem Optimierungsprozess ständig verbessert werden mit dem Ziel, die Herstellungskosten für die Fertigung solcher Durchflussmessgeräte zu reduzieren und die Messgenauigkeit zu erhöhen. Die Optimierung von solchen Durchflussmessgeräten kann heutzutage ohne den Einsatz von numerischen Softwareprogrammen nur schwierig realisiert werden. Denn bei den Optimierungen ist es wichtig, zu wissen, was in der Strömung passiert. Denn nur auf diese Weise können gezielte geometrische Änderungen an Wirbelzählern durchgeführt werden. Im Rahmen dieser Arbeit sind verschiedene Wirbelzählerkonfigurationen neben der experimentellen Untersuchung numerisch berechnet worden mit dem Ziel, die richtigen Modellparameter bei den Berechnungen zu identifizieren. Denn bei der Optimierung ist die wichtigste Voraussetzung eine genaue Kenntnis des Strömungsfeldes. Auch die Strömung durch spezielle Bauformen ist numerisch untersucht worden, um herauszufinden, was in der Strömung passiert. Da die Messgenauigkeit in kritischer Weise von der Art der Zuströmung abhängt, ist es essentiell, den Einfluss von eventuellen bautechnischen Abweichungen von gerader, störungsfreier Fluidleitung in der Anströmung zu untersuchen. In diesem Sinne wurden Strömungsfelder in Wirbelzählerkonfigurationen und strömungstechnischen Anordnungen experimentell wie auch numerisch studiert. Zum Beispiel, um den Volumenstrom bzw. den Massenstrom in einer Pipeline messen zu können, muss das Durchflussmessgerät so in die Pipeline eingebaut werden, dass Zugang zum

Gerät von außen besteht. Folglich muss die Pipeline vom Boden nach außen hin mittels beispielsweise von Einzelrohrkrümmern heraus- und wieder mit Einzelrohrkrümmern in die Erde hineingeführt werden. Die Vor- und Nachschaltung von Einzelrohrkrümmern vor und hinter einem Durchflussmessgerät erzeugt in der Strömung, wie schon erwähnt, eine Störung, die sich stromabwärts ausbreitet. Dieses Beispiel wird in der Abbildung 1.1 skizzenhaft veranschaulicht.

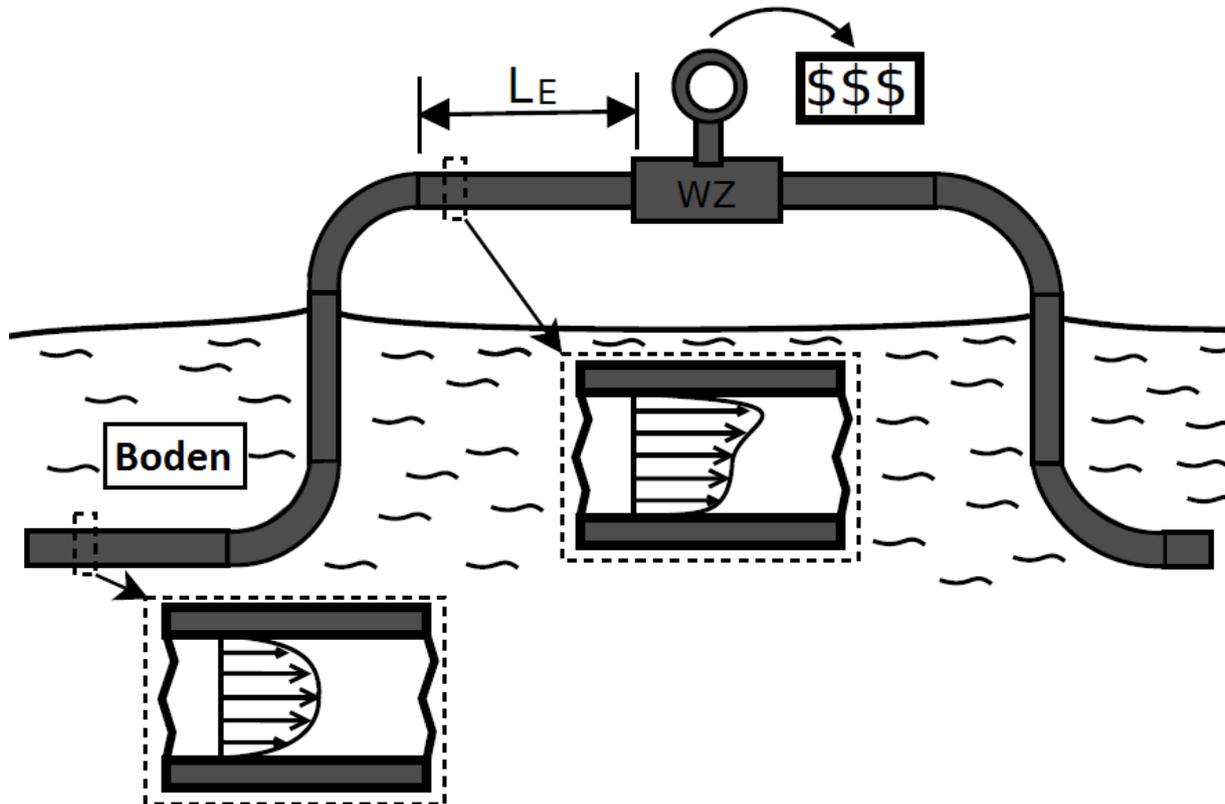


Abbildung 1.1: Installation eines Wirbelzählers in einer Pipeline

Gestörte Geschwindigkeitsprofile können das Messverhalten von Wirbelzählern je nach Intensität im großen Maße beeinflussen. Die auftretende Störung im Geschwindigkeitsprofil kann in einfachster Weise durch Führung der Strömung durch eine sehr lange Rohrleitung abgebaut werden. Das Problem besteht jedoch darin, dass in den Anlagen nicht so viel Platz vorhanden ist, so dass solche lange Rohrleitungen den Durchflussmessgeräten nicht vorgeschaltet werden können. Beispielsweise wird nach [40] empfohlen, einem Wirbelzähler, der hinter einem Einzelrohrkrümmer installiert wird, eine Rohrleitung der Länge von  $L_E \geq 20D$  vorzuschalten. Wenn die Pipeline einen Durchmesser von  $D = 1\text{m}$  besitzen würde, dann würde dies einer Länge von mindestens 20m entsprechen. Bei einem dreidimensionalen Rohrkrümmer ist die Intensität der Störung größer, so dass nach [40] eine Einlaufänge von  $L_E \geq 40D$  empfohlen wird, um innerhalb des tolerierbaren Messunsicherheitsbereiches zu bleiben. Diese Arbeit befasst sich mit der Berechnung der insta-

---

tionären Strömungsfelder von Wirbelzählerkonfigurationen, aber auch mit der mathematischen Erfassung bzw. Quantifizierung der Störung in der Strömung von verschiedenen strömungstechnischen Armaturen anhand von in der Literatur definierten und im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelter Parameter.

## 2 Wirbelzähler-Grundlagen

In diesem Kapitel werden wichtige Grundlagen im Zusammenhang mit Wirbelzählern behandelt. Dabei wird auf die Arbeitsweise eines Wirbelzählers, aber auch auf Störkörperbauformen und Detektionsverfahren eingegangen. Wenn von einem Durchflussmessgerät die Rede ist, dann ist die Behandlung der Kalibrierung unumgänglich, da mit ihr eine Bewertung des Messgerätes bezüglich der Messunsicherheit ermöglicht wird.

### 2.1 Aufbau eines Wirbelzählers

Bei einem Wirbelzähler handelt es sich um ein Durchflussmessgerät, mit dem Volumenströme bzw. auch Massenströme von Gasen und Flüssigkeiten gemessen werden können. Ein Wirbelzähler besteht aus einem Störkörper, der über eine kantige Geometrie im Querschnitt verfügt. Die Vorderkante des Störkörpers ist scharf ausgeführt, um beim Umströmungsprozess eine wohl kontrollierte Ablösung zu realisieren. Der Aufbau eines DN 25 Wirbelzählers ist in der nächsten Abbildung 2.1 dargestellt.

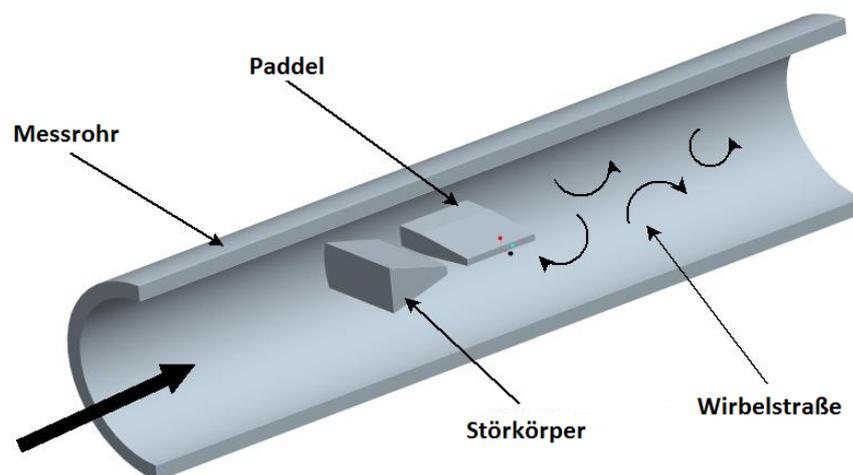


Abbildung 2.1: Aufbau eines Wirbelzählers

Wenn ein Störkörper von einem Fluid umströmt wird, so entsteht im Nachlauf eine Karmansche Wirbelstraße. Dabei lösen sich Wirbel abwechselnd an der Vorderkante des Störkörpers ab, wobei dieser Ablöseprozess durch eine bestimmte Wirbelablösefrequenz charakterisiert ist. Die Erfassung der Wirbelablösefrequenz im Nachlauf erfolgt häufig mittels eines Paddels, das von der Rohrwandseite in den Strömungsraum hineinragt. Während der Messung unterliegt das Paddel einer ständigen Vibration. Um die Frage zu beantworten, warum das Paddel vibriert, muss das Strömungsfeld um den Paddel betrachtet werden. Die Abbildung 2.2 stellt eine Momentanaufnahme des Vektorfeldes um den Paddel dar. Oberhalb des Paddels befindet sich zu einem bestimmten Zeitpunkt ein sogenannter Primärwirbel, der an der Vorderkante des Störkörpers entstanden ist und stromabwärts konvektiert wird.

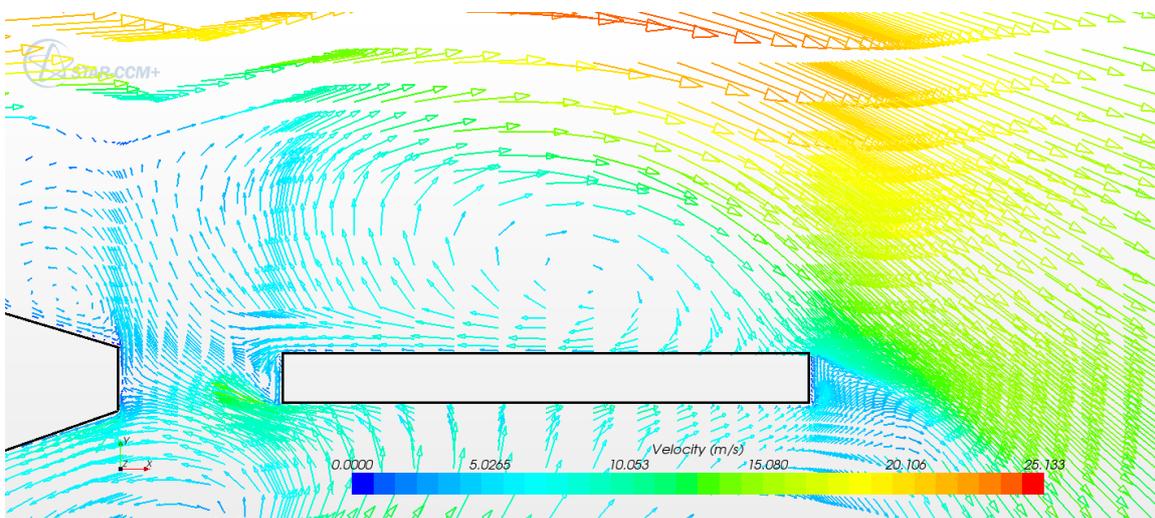


Abbildung 2.2: Momentanaufnahme eines Primärwirbels oberhalb des Paddels

Die korrespondierende Druckverteilung mit zugehörigen Drucklinien ist in der Abbildung 2.3 dargestellt.

Im Wirbelzentrum ist ein Druckminimum vorhanden, was die Theorie des Rankine-Wirbels auch bestätigt. Da unterhalb des Paddels ein wesentlich größerer Druck herrscht, erfolgt aufgrund dieser Druckdifferenz eine nach oben gerichtete Kraft. Da die Wirbel abwechselnd von oben und unten stromabwärts konvektiert werden, entsteht folglich auf der Paddeloberfläche eine periodische Auftriebskraft. Folglich kann mittels eines im Paddel befindlichen Messumformers diese periodische Kraft in ein elektrisches Signal umgewandelt werden.

Da es sich bei Wirbelzählern um sogenannte lineare Messgeräte mit einem Impulsausgang [8] handelt, ist es wichtig, dass bei der Volumenstrommessung sich die Wirbelablösefrequenz  $f$  innerhalb des Messbereiches in Abhängigkeit von der mittleren Strö-

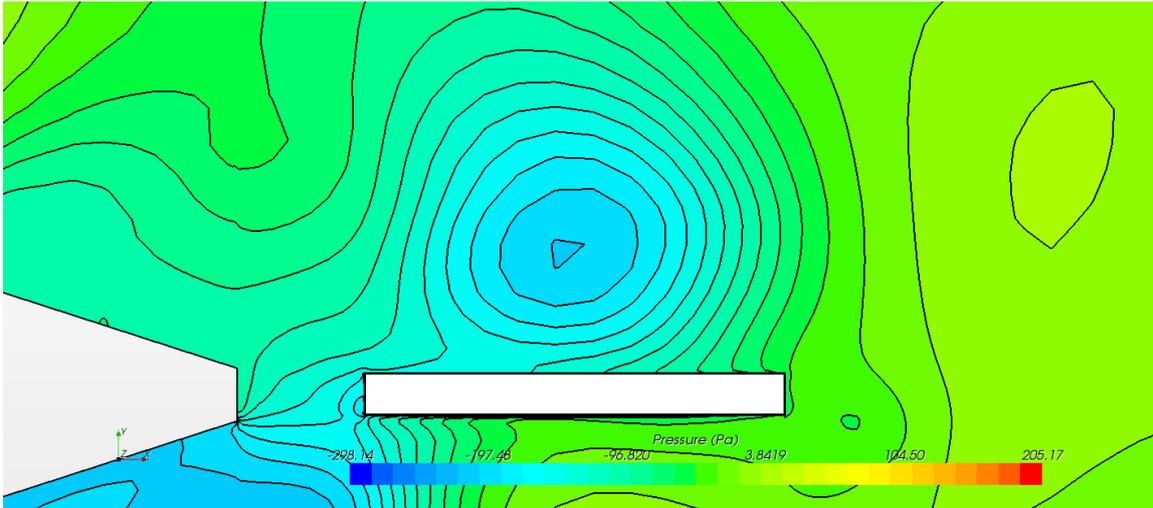


Abbildung 2.3: Momentanaufnahme der Druckverteilung im Strömungsfeld

mungsgeschwindigkeit  $u_m$  linear ändert. Folglich wird eine Proportionalität zwischen der Wirbelablösefrequenz  $f$  und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  gefordert. Ein wichtiger dimensionsbehafteter Parameter, der bei linearen Durchflussmessgeräten mit einer gewissen *Impulsreaktion* [8] häufig Verwendung findet, ist der sogenannte K-Faktor. Der K-Faktor kennzeichnet die Anzahl der Impulse, die pro Volumendurchsatz erfasst werden, wobei diese Impulse prinzipiell durch Primärwirbel verursacht werden. Die Definition dieses Parameters kann wie folgt geschrieben werden:

$$K = \frac{n}{Q_R} \quad [8] \quad (2.1)$$

$$K = \frac{f}{Q} \quad (2.2)$$

In der obigen Beziehung (2.1) kennzeichnet die Größe  $n$  die Anzahl der Impulse, die durch Primärwirbel verursacht werden, und die Größe  $Q_R$  den realen im Rohrleitungssystem befindlichen Volumenstrom. Die Größe  $Q$  in der Beziehung (2.2) hingegen kennzeichnet den nach Gleichung (2.4) definierten Volumenstrom. Die obere Definition wird bei Messungen herangezogen, wobei der Volumenstrom  $Q_R$  durch Referenzmessgeräte gewährleistet wird, wohingegen die untere Definition für den K-Faktor bei der numerischen Berechnung Anwendung findet.

Unter der Annahme  $K \approx const$  kann der Volumenstrom unter Verwendung der Wirbelablösefrequenz und des Referenz-K-Faktors ermittelt werden. Solange die Wirbelablösefrequenz  $f$  linear zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  ist, kann mit dem in der Elektronik eingegebenen Referenz-K-Faktor der Volumenstrom korrekt ermittelt werden.

In der Durchflussmesstechnik spielt die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  eine sehr wichtige Rolle, da mit ihr der Volumenstrom  $Q$  ermittelt werden kann. Diese Größe wird definiert als:

$$u_m = \frac{1}{A} \iint_A u dA \quad (2.3)$$

Nach dieser Definition wird die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  durch die Integration über dem Rohrquerschnitt bei Betrachtung der lokalen axialen Strömungsgeschwindigkeit  $u$  ermittelt. Zusammen mit der Rohrquerschnittsfläche  $A$  kann dann der Volumenstrom  $Q$  mit folgender einfachen Beziehung ermittelt werden:

$$Q = u_m \cdot A \quad (2.4)$$

Die Ermittlung des Massenstromes  $\dot{m}$ , vor allem bei Gasströmungen, ist mit mehr Aufwand verbunden, da neben der Kenntnis der mittleren Strömungsgeschwindigkeit die statische Temperatur  $T$  und der statische Druck  $p$  für die Ermittlung der Dichte benötigt werden. Die korrekte Messung dieser beiden Größen ist für eine verlässliche Massenstrommessung äußerst wichtig. Um den korrekten Massenstrom zu erhalten, muss die Dichte  $\rho$  unter Berücksichtigung von Realgaseffekten mit einer bestimmten Zustandsgleichung  $\rho = \tilde{f}(p, T)$  ermittelt werden. Die Berechnung der Dichte mit Zustandsgleichung für ideale Gase würde bei höheren Drücken zu fehlerhaften Werten der Dichte und somit zum Massenstrom führen.

## 2.2 Messprinzipien von Wirbelzählern

Im Allgemeinen gibt es in der Praxis nicht viele Verfahren für die Erfassung der Wirbelablösefrequenzen, da nach Baker [8] die Messumformer für die Entwicklung weiterer Detektionsverfahren eine Einschränkung darstellen. Die Einbindung eines geeigneten Messumformers in das Strömungssystem, was dann die sich periodisch ändernde Strömung mit einer hohen Genauigkeit erfasst, ist nicht einfach zu gestalten. In der Praxis gibt es einige Verfahren, mit denen die Wirbelablösefrequenzen detektiert werden können. Am häufigsten wird, wie schon erwähnt, ein Paddel eingesetzt, das unmittelbar hinter dem Störkörper positioniert wird. Die Abbildung 2.4 stellt eine Momentaufnahme des numerisch ermittelten Strömungsfeldes um ein hinter einem Störkörper positioniertes Paddel auf einer erzeugten mittleren Ebene dar.

Innerhalb des Paddels befindet sich ein piezoelektrischer Sensor, der bei auftretender mechanischer Belastung diese Energieform in eine elektrische Energieform umwandelt und

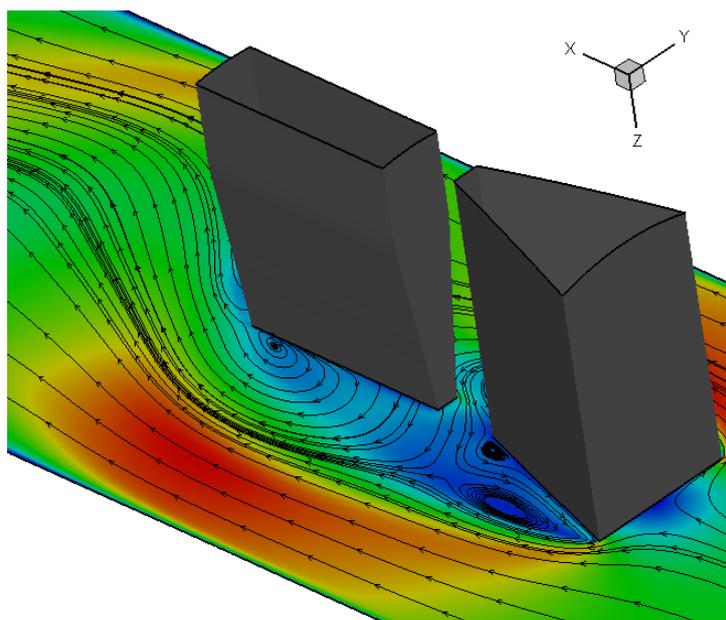


Abbildung 2.4: Geschwindigkeitsfeld um Störkörper und Paddel

diese dann an den Verstärker weiterleitet. Da das Strömungsfeld um den Paddel sich periodisch mit der Zeit ändert, unterliegt das Paddel einer periodischen Vibration, die dann in eine elektrische Energie umgewandelt wird. Wenn der Messstoff über eine höhere Temperatur als  $T = 240^\circ\text{C}$  besitzt, muss ein anderes Detektionsverfahren eingesetzt werden. Mit einem Paddel als Detektor können Messstoffe zwischen  $T = -40^\circ$  und  $T = 240^\circ\text{C}$  gemessen werden [40].

Ein anderes Verfahren, das sich für hohe Temperaturen eignet, ist die Messung der periodischen Druckschwankung in einer Druckmesskammer, die über zwei kleine Rohre mit dem Strömungsraum gekoppelt ist. Abbildung 2.5 stellt skizzenhaft ein solches Messsystem dar.

An der in dieser Abbildung gekennzeichneten Schnittebene A-A sieht der Strömungsraum wie in Abbildung 2.6 dargestellt aus.

Das Wirkungsprinzip dieses Messsystems kann mit einem Helmholtz-Resonator gleichgesetzt werden, wobei das Fluid in den verbundenen Rohren als eine oszillierende Masse mit einer bestimmten Eigenfrequenz wirkt [7]. Da Dämpfungseffekte zum Vorschein kommen, unterscheidet sich die zu messende Druckdifferenz  $\Delta p$  von der auf der Membranwand wirkende Druckdifferenz  $\overline{\Delta p}$  hinsichtlich der Amplitude. Die auf die Membranwand wirkende Druckdifferenz kann nach [11] mit der Gleichung (2.5) approximiert werden, wobei die Größe  $\alpha$  eine dimensionslose Durchflusskennzahl (siehe [11]) darstellt.

$$\overline{\Delta p} = \frac{\dot{m} \cdot Q}{2 \cdot \alpha^2 \cdot A_{D-d}^2} \quad (2.5)$$

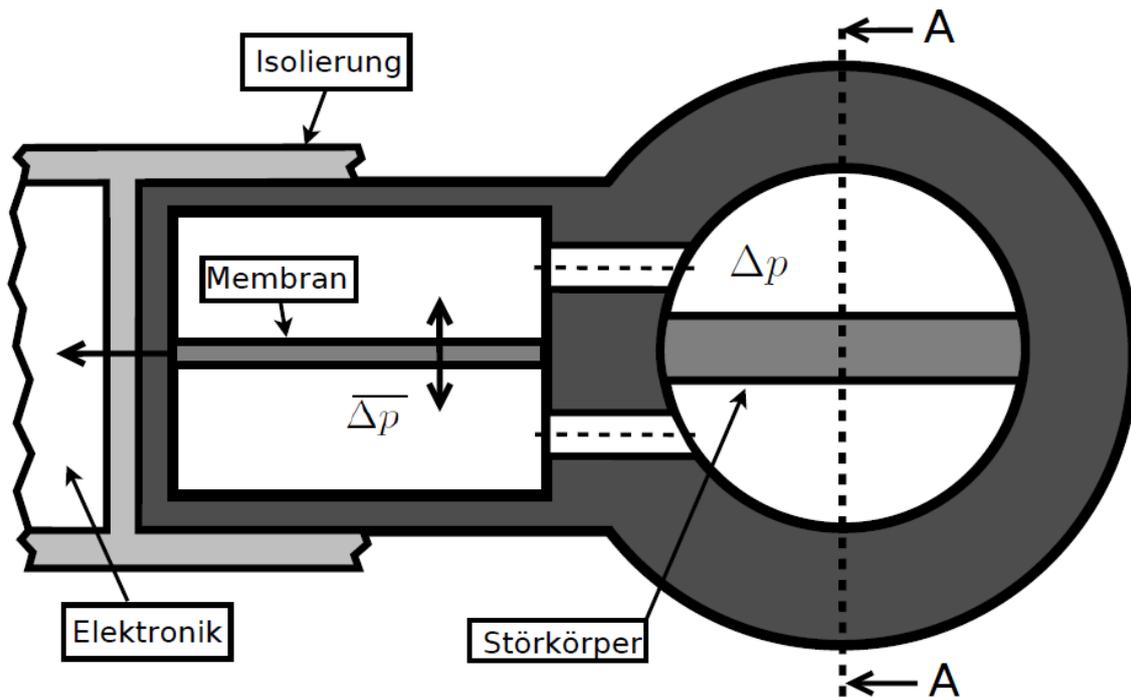


Abbildung 2.5: Aufbau des Druckmesskammers

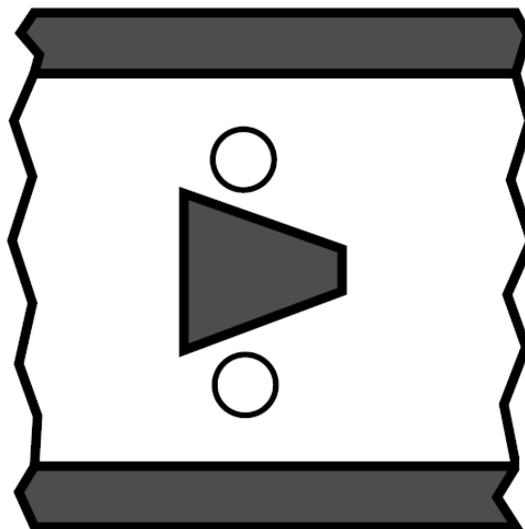


Abbildung 2.6: Wirbelzähler mit Druckmesskammer (A-A)

Da die Wirbelablösefrequenz proportional zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit ist und da innerhalb des Messbereiches die Strouhal-Zahl einen konstanten Wert annimmt, zeigt diese Formel eine quadratische Abhängigkeit der Druckdifferenz von der Strömungsgeschwindigkeit. Bei hohen Reynolds-Zahlen können nicht tolerierbare Messungenauigkeiten auftreten, da dann die Abweichung viel größer wird.

Als Messumformer wird bei diesem Detektionsverfahren ein elektrischer Messumformer

bevorzugt. Nach [11] besteht der Vorteil solcher elektrischen Systeme darin, dass kleinste Wege genau abgebildet werden können. Auf diese Weise können kleinste Ablenkungen erfasst werden, was bei mechanischen Messumformern öfters schwieriger zu handhaben ist. Als Messumformer wird hier eine Membranplatte eingesetzt, die einem Plattenkondensator gleichgesetzt werden kann. Aufgrund der mechanischen Verformung der Membranwand wird ein bestimmter kapazitiver Widerstand erzeugt, wodurch eine bestimmte Spannung an die Elektronik zur Weiterverarbeitung geleitet wird. Auf diese Weise kann die durch diese Druckdifferenz erzeugte Frequenz ermittelt werden. Wie ein solcher kapazitiver Messumformer im Allgemeinen aufgebaut sein kann, ist in der Abbildung 2.7 dargestellt (entnommen aus Baumann [9]).

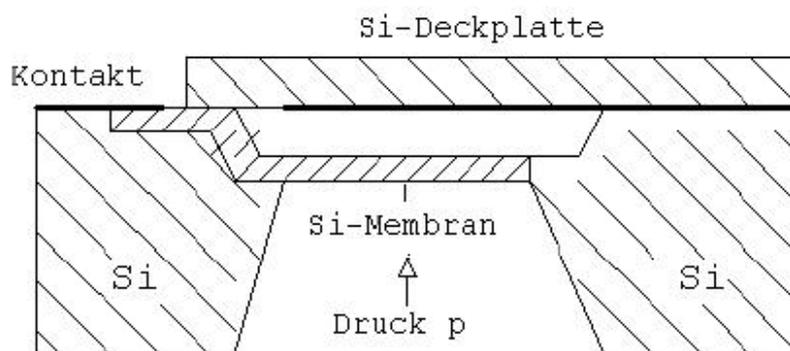


Abbildung 2.7: Aufbau eines kapazitiven Messumformers für die Druckmessung [9]

## 2.3 Beschreibung des Strömungsfeldes von Wirbelzählern

Das Strömungsfeld eines Wirbelzählers kann durch einige wichtige dimensionslose Parameter beschrieben werden. In diesem Abschnitt werden diese Parameter eingeführt. Es soll die in Abbildung 2.8 dargestellte Wirbelzählerkonfiguration mit den angegebenen Einflussparametern betrachtet werden, wobei zunächst einmal eine Gasströmung wie z.B. Luftströmung betrachtet werden soll.

Wird auf dieses Strömungsfeld die Dimensionsanalyse (*Buckingham –  $\Pi$  – Theorem*) angewandt, so können aus den 9 Einflussparametern 6 dimensionslose Parameter erhalten werden, die hier aus Gründen der Übersichtlichkeit auf die von uns bekannten Formen gebracht worden sind. Diese Parameter sind in der unteren Tabelle 2.1 zusammengefasst und stellen bei der Beschreibung des Strömungsfeldes die elementaren Parameter dar.

Die Reynolds-Zahl  $Re$  ist ein wichtiger dimensionsloser Parameter, der das Verhältnis von Trägheitskräften zu Reibungskräften angibt. Ist die Reynolds-Zahl größer als eine

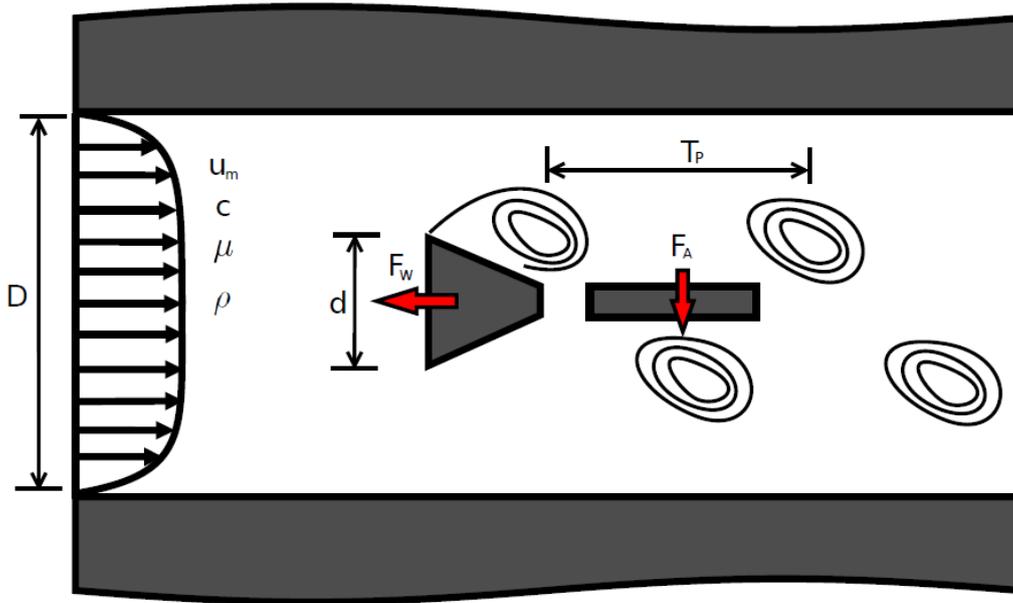


Abbildung 2.8: Skizzenhafte Darstellung eines Wirbelzählers mit den Einflussparametern

Dimensionslose Kennzahlen	Definition
Reynolds-Zahl	$Re = \frac{\rho \cdot u_m \cdot D}{\mu}$
Strouhal-Zahl	$Sr = \frac{d \cdot f}{u_m}$
Mach-Zahl	$M = \frac{u}{c}$
Seitenverhältnis	$\omega = \frac{d}{D}$
Widerstandskoeffizient	$c_W = \frac{F_W}{0.5 \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot A}$
Auftriebskoeffizient	$c_A = \frac{F_A}{0.5 \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot A}$

Tabelle 2.1: Dimensionslose Parameter

kritische Reynolds-Zahl, so liegt eine turbulente Strömung vor, die durch das Vorhandensein von kleineren und größeren Wirbelstrukturen in sehr kleinen Raum- und Zeitskalen gekennzeichnet ist. Diese Kennzahl gibt somit an, welche Strömungsform im betrachteten Strömungssystem vorliegt.

Ein anderer wichtiger dimensionsloser Parameter ist die Strouhal-Zahl  $Sr$ , die ein Maß für die Wirbelablösefrequenz  $f$  ist. Es ist sinnvoll die Strouhal-Zahl zusammen mit der Reynolds-Zahl zu betrachten, da dann das Messverhalten des Messgerätes eindeutig identifiziert werden kann. Folglich kann nach Fiedler [15], unter der Voraussetzung, dass die Strouhal-Zahl in einem bestimmten Reynolds-Zahl Bereich konstant bleibt, der Volumendurchsatz mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$Q = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot d \cdot f / Sr \quad (2.6)$$

Das Seitenverhältnis  $\omega$  hat einen großen Einfluss auf die Stärke der sich ablösenden Primärwirbel. Wenn dieses Seitenverhältnis  $\omega$  zwischen 2,5 und 4 liegt, so kann eine kohärente und verbesserte Wirbelablösung realisiert werden [8]. Dieser Effekt wird durch die äußere Rohrwand, die den Störkörperbereich einengt, begünstigt. Folglich ist die Breite des Störkörpers, was dem Rohrdurchmesser  $D$  entspricht, wichtig bezüglich der Störkörperhöhe  $d$ . Bei einer kohärenten Wirbelablösung erfolgt der Mechanismus der periodischen Wirbelablösung entlang der Störkörperlänge zeitlich und örtlich simultan, was im Strömungsfeld stärkere Druckschwankungen im Bereich des Paddels verursacht. Aus experimentellen Untersuchungen ist nach [8] bekannt, dass für einen zylindrischen Störkörper das optimale Seitenverhältnis bei etwa  $\omega = 2,8$  liegt.

Geometrische Abweichungen bzw. Modifikationen beeinflussen den Wirbelablöseprozess in einem bestimmten Maße. Da Wirbelzähler nach der Kalibrierung über eine große Zeitspanne in Anlagen eingesetzt werden, können beispielsweise Partikel, die im gemessenen Medium aufgelöst sind, eine gewisse Abrundung der scharfen Vorderkante des Störkörpers verursachen und deshalb die Messgenauigkeit reduzieren (siehe [74] und [71]). Die Abbildung 2.9  $\rightarrow a$  stellt an einem kantigen Störkörper den Abnutzungseffekt skizzenhaft dar.

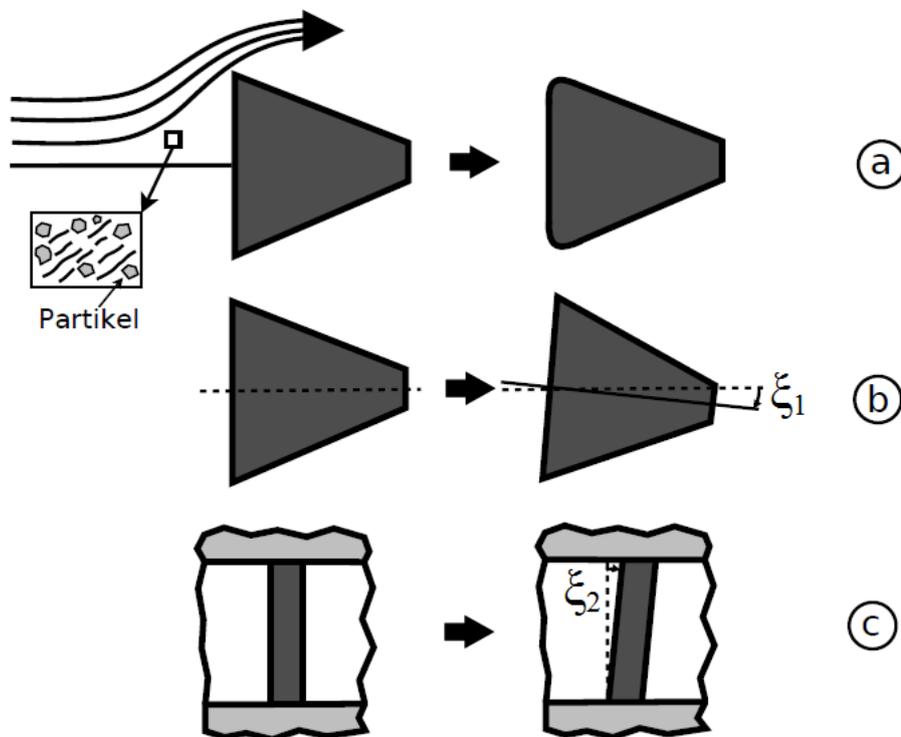


Abbildung 2.9: Geometrie- und Positionsabweichung eines kantigen Störkörpers

Die Mach-Zahl  $M$  wird aus kinematischen Größen gebildet und sagt nichts über die

vorliegende Geometrie des Strömungssystems aus. Dieser dimensionslose Parameter wird zur Beurteilung der Gasströmung bezüglich der Kompressibilität herangezogen. Wenn die lokale Mach-Zahl einen bestimmten Grenzwert überschreitet, so liegen lokal kompressible Effekte vor, die in den Berechnungen gegebenenfalls berücksichtigt werden müssen. Im Kapitel **3.2.3** wird auf kompressible und inkompressible Strömungen genauer eingegangen.

Der  $c_W$ -Wert resultiert aus der Berücksichtigung der Widerstandskraft  $F_W$ , die auf den Störkörper wirkt. Nach der Definition wächst die Widerstandskraft quadratisch mit der Strömungsgeschwindigkeit an, wobei dieser Zusammenhang nur für turbulente Strömungen Gültigkeit besitzt. Folglich muss der Störkörper in den Messrohr so eingebaut werden, dass die auftretende Widerstandskraft von der Rohrwand aufgenommen werden kann, was auch im Allgemeinen ohne Probleme erfolgt. Jedoch sollte der Störkörper so dimensioniert sein, dass die auftretende Widerstandskraft  $F_W$  klein genug ist, damit der Druckverlust klein gehalten werden kann.

Was sich aber in der Praxis als schwierig erweist ist der genaue Einbau von Störkörpern in Messrohren. Bei Wirbelzählern mit großen Durchmessern werden die Störkörper an der inneren Rohrwand geschweißt. Dabei gestaltet sich hier die Einhaltung der korrekten Positionierung bzw. Lage des Störkörpers äußerst schwierig. Wenn der Störkörper bezüglich der Rohrachse (Abbildung 2.9  $\rightarrow b$ ) bzw. der Rohrwand (Abbildung 2.9  $\rightarrow c$ ) etwas verdreht ist, so wird die Wirbelablösefrequenz in einem bestimmten Maße beeinflusst [71].

Bei kleineren Durchmessern hingegen kann der Störkörper aufgrund des eingeschränkten Platzes nicht an die Rohrwand geschweißt werden. Hier werden speziell gefertigte Störkörper eingesetzt, die von der Seite quer zum Messrohr eingesteckt werden und mittels einer formschlüssigen Verbindung befestigt werden. Es gibt verschiedene Störkörperausführungen, die jedoch an den Störkörperenden (Störkörper-Rohrwand-Grenzfläche) aufgrund von geometrischen Unterschieden das Strömungsfeld lokal beeinflussen und auf diese Weise die Wirbelablösefrequenz  $f$  modulieren können. In dieser Arbeit ist auch unter anderem auf die Untersuchung des Einflusses von solchen geometrischen Modifikationen auf die Wirbelablösefrequenz eingegangen worden, wobei die Ergebnisse in [21] und [20] veröffentlicht worden sind.

Da im Nachlauf des Störkörpers das Strömungsfeld einer lokalen periodischen Änderung in Druck und Strömungsgeschwindigkeit unterliegt, wirkt auf der Paddeloberfläche eine sich periodisch ändernde Auftriebskraft  $F_A$ . Ein Maß für diese Auftriebskraft ist der

$c_A$ -Wert (in englischsprachiger Literatur  $c_l$ -Wert). In der numerischen Untersuchung wird dieser Auftriebskoeffizient auf der Paddeloberfläche ermittelt, so dass die zugrundeliegende Wirbelablösefrequenz  $f$  festgestellt wird. Da in reeller Messanordnung nicht nur die Primärwirbelfrequenz vorkommt, sondern auch Sekundärwirbel und Rauschen die Signale modifizieren, muss mittels einer FFT-Analyse die dominierende Wirbelablösefrequenz aus dem ermittelten Lift-Signal-Verlauf herausgefiltert werden.

## 2.4 Störkörper

Es gibt viele Störkörperformen, die in Wirbelzählern eingesetzt werden. Der am meisten experimentell und numerisch untersuchte Körper, der querangeströmt wird, ist ein zylindrischer Störkörper (Abbildung 2.10 → 1); viele Strömungsphänomene kommen in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl bei Betrachtung einer Zylinderumströmung zum Vorschein. Im Unterkapitel 3.3.1 wird auf die Zylinderumströmung genauer eingegangen. Ein zylindrischer Störkörper wird bei Wirbelzählern im Allgemeinen nicht eingesetzt, da der Ablösepunkt bzw. -linie sich zeitlich mit der Reynolds-Zahl verändert und folglich einen nicht-linearen Frequenzverlauf in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl verursacht.

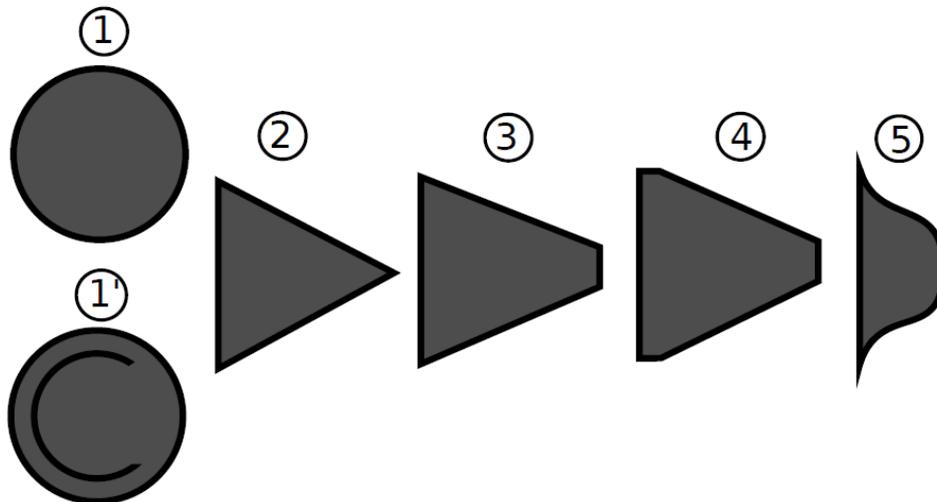


Abbildung 2.10: Unterschiedliche Störkörpergeometrien

In Anlehnung an zylindrische Störkörper kann eine weiterführende geometrische Modifikation überlegt werden, bei der statt eines glatten zylindrischen Störkörpers ein sogenanntes Standardgewinde mit einer bestimmten Nennweite zum Einsatz kommt (siehe Abbildung 2.10 → 1'). Einige Untersuchungen bezüglich Wirbelfrequenzmessgeräte mit Ultraschallsignalen sind in [76] durchgeführt worden. Im Rahmen dieser Arbeit beziehen sich einige experimentelle und numerische Untersuchungen auf solche Wirbelzählerkonfigurationen mit Standardgewinden als Störkörper. Trotz der rundlichen Form des

Störkörpers wird davon ausgegangen, dass die vorhandene Gewindesteigung einen gewissen tendenziell in eine Richtung verlaufende Ablösemuster bewirkt. Die Untersuchungen beziehen sich hier sowohl auf Luft als auch auf Wasser. Die Ergebnisse sind in [22, 64, 19] veröffentlicht worden.

Die Hauptaufgabe eines Störkörpers besteht darin, eine Wirbelablösung und damit die Bildung einer sogenannten stabilen Karmanschen Wirbelstraße zu erzeugen. Folglich ist eine scharfe Ausführung der Vorderkante des Störkörpers vorteilhaft, da zum einen eine von der Reynolds-Zahl und Zeit unabhängige Strömungsablösung realisiert und zum anderen im Nachlauf für eine stabile Karmansche Wirbelstraße gesorgt werden kann. Durch die Umströmung der scharfen Vorderkante wird im Gegensatz zu zylindrischen Störkörpern eine höhere Vortizität erzeugt. Untersuchungen bezüglich Störkörpergeometrien zeigen, dass für eine saubere Strömung im Nachlauf nicht nur die scharfe Ausführung der Vorderkante des Störkörpers entscheidend ist, sondern auch die gesamte Form des Störkörpers. Dreieckige Störkörper (Abbildung 2.10  $\rightarrow$  2), die unter anderem in der Arbeit [39] untersucht worden sind, verfügen zwar über eine scharfe Vorderkante, aber da auch die Hinterkante scharf ausgeführt ist, entsteht an dieser Stelle aufgrund einer lokalen Ablösung ein sekundärer Wirbel, der sich nach seiner Entstehung im Strömungsfeld um das Paddel mit einer anderen Fortbewegungsgeschwindigkeit als der Primärwirbel ausbreitet. Folglich werden die auf die Paddeloberfläche übertragenen Wirbelimpulse in einem bestimmten Maße moduliert. Dabei kann am ermittelten Lift-Signal eine schwankende Amplitude beobachtet werden, die durch den Einfluss sekundärer und tertiärer Wirbel und im realen Fall durch den Rauscheinfluss zustande kommen.

Um den Einfluss von sekundären Wirbeln auf die Wirbelablösefrequenz weitgehend zu unterdrücken ist es sinnvoll, die scharfe Hinterkante abzurunden. Es entsteht der in Abbildung 2.10  $\rightarrow$  3 dargestellte im Querschnitt viereckig ausgeführte Störkörper. Die Entstehung von Sekundärwirbel kann jedoch nicht vollständig unterdrückt werden, aber der Einfluss kann minimiert werden. Ein Störkörper mit einer solchen geometrischen Ausführung ist bei den hier durchgeführten numerischen und experimentellen Untersuchungen der Ausgangspunkt gewesen und fungiert folglich als ein Basisstörkörper.

Der Störkörper mit der Nummer 5 in Abbildung 2.10 stellt einen optimierten Störkörper dar, der durch die spezielle Formgebung die Entstehung von Sekundärwirbel vollständig unterdrückt [50].

## 2.5 Kalibrierung von Wirbelzählern

Nachdem ein Wirbelzähler gefertigt worden ist, muss zunächst einmal an einer Kalibrieranlage das Messverhalten dieses Durchflussmessgerätes überprüft werden. Dabei wird eine Messkurve bzw. eine Fehlerkurve durch Vergleich mit einem sehr genauen Referenzmessgerät ermittelt. Die Abbildung 2.11 zeigt skizzenhaft den Aufbau einer Kalibrieranlage mit einem bestimmten Referenzdurchflussmessgerät *REF FM* und einem zu kalibrierenden Durchflussmessgerät *CAL FM*. Das Arbeitsmedium ist in dem dargestellten Fall Wasser.

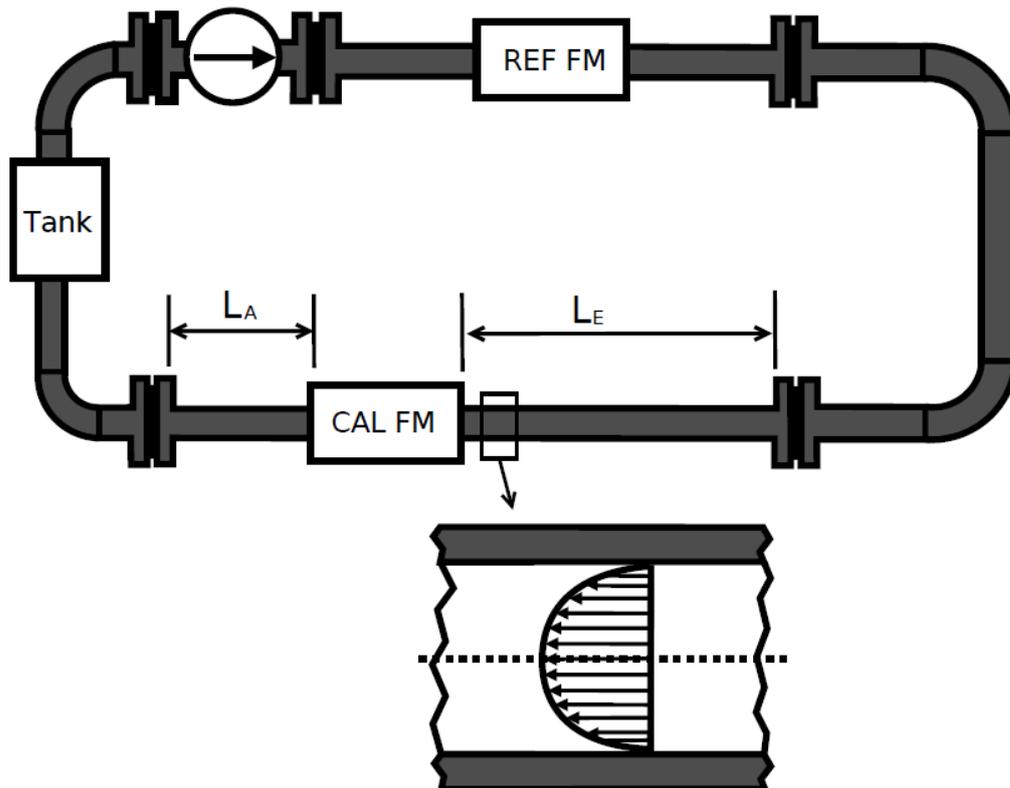


Abbildung 2.11: Skizze einer Kalibrieranlage

Bei dieser skizzierten Kalibrieranlage erfolgt die Kalibrierung unter ungestörten Bedingungen ab, was bedeutet, dass das Geschwindigkeitsprofil am Eintritt des Durchflussmessgerätes bezüglich der Rohrachse symmetrisch ist und über keine Störungen verfügt. Eine solche Kalibrieranlage, die eine Kalibrierung mit Wasser ermöglicht, befindet sich bei der Firma Krohne mit einem MID-Durchflussmessgerät als Referenzmessgerät. Folglich muss hier eine bestimmte Einlauflänge  $L_E$  zum Wirbelzählereintritt eingehalten werden, um durch den Rohrkrümmer verursachte Störung am Geschwindigkeitsprofil zu reduzieren. Es muss auch eine Auslauflänge  $L_A$  vorgesehen werden, um die Störung im nachfolgenden Einzelrohrkrümmer vom Wirbelzähler fernzuhalten.

Es gibt unterschiedliche Referenzmessgeräte, die bei der Kalibrierung eingesetzt werden können. Diese müssen über eine kleinere Messunsicherheit als die zu kalibrierenden Durchflussmessgeräte verfügen. Für die Wasserkalibrierung wird als Referenzmessgerät häufig ein MID-Durchflussmessgerät benutzt. Es ist ein Messgerät, was auf dem Faradayschen Induktionsprinzip basiert [41]. MID-Durchflussmessgeräte verfügen über eine maximale Messunsicherheit von etwa  $\pm 0.3\%$  [41]. Bei der Kalibrierung von Durchflussmessgeräten mit Luft können Turbinenradgaszähler, aber auch kritische Düsen als Referenzmessgeräte verwendet werden. Die Funktionsweise von kritischen Düsen ist äußerst interessant. Da beim Vorliegen einer kritischen Bedingung in der Düse der erreichte maximale Massenstrom  $\dot{m}$  nur von den Totalzuständen und vom engsten Querschnitt abhängt, kann der Massenstrom mit einer sehr hohen Genauigkeit ermittelt werden. Nach der Theorie ist bekannt, dass die Gasströmung im divergenten Düsenteil nur bei sehr kleinen Druckverhältnissen  $\frac{p_a}{p_0} = 0,2$  stoßfrei ist [78]. Da die für einen solchen Zustand vorliegende Druckdifferenz enorm sein würde und im gesamten Strömungssystem viel Energie verloren gehen würde, werden in der Praxis größere Druckverhältnisse umgesetzt, was im divergenten Düsenteil zu instationären Stößen führt [78, 13, 28]. Die Abbildung 2.12 stellt skizzenhaft den Aufbau einer solchen Kalibrieranlage dar, wobei mehrere kritische Düsen in Parallelschaltung eingesetzt sind, um den eingestellten Massenstrom stufenweise zu realisieren. Eine Parallelschaltung von mehreren kritischen Düsen ist erforderlich, da mit einer Düse nur ein bestimmter maximaler Massenstrom durchsetzbar ist.

Es gibt bestimmte Anforderungen, die von einem Durchflussmessgerät erfüllt werden müssen, bevor es an Kunden weiterverkauft werden kann. Die Fehlerkurve, die bezüglich des Referenzmessgerätes ermittelt wird, muss innerhalb eines bestimmten Toleranzbereiches liegen. Bei Durchflussmessgeräten wird eine Zuverlässigkeitsstufe (*confidence level*) von 95% gefordert. Diese Wahrscheinlichkeitsangabe muss immer im Zusammenhang mit der Messunsicherheit gebracht werden, da die Zuverlässigkeitsstufe von 95% nur innerhalb eines oberen und unteren Grenzwertes der Messunsicherheit bedeutsam ist. Nach Baker [8] kann von einem korrekten Messwert nur dann gesprochen werden, wenn die Messwerte ab einer bestimmten Reynolds-Zahl innerhalb einer Einhüllenden von  $\pm 1\%$  vom wahren Wert liegen. Unterhalb dieser Reynolds-Zahl-Grenze kann bis zu einem unteren Grenzwert der Toleranzbereich beispielsweise bis ungefähr  $\pm 2\%$  erweitert werden. Durchflussmessgeräte müssen vor dem Verkauf auf die nationale Normale zurückführbar sein. Folglich müssen die Durchflussmessgeräte nicht nur unter symmetrischen Zuströmbedingungen, sondern auch unter der Berücksichtigung von OIML-Vorstörungen kalibriert werden. Es muss von einer zertifizierten Stelle wie z.B. der PTB eine Musterzulassung erfolgen. Dies ist nach dem Eichgesetz erforderlich. OIML-Vorstörungen werden durch spezielle strömungstechnische Anordnungen erzeugt, um auf diese Weise Durchflussmessgeräte

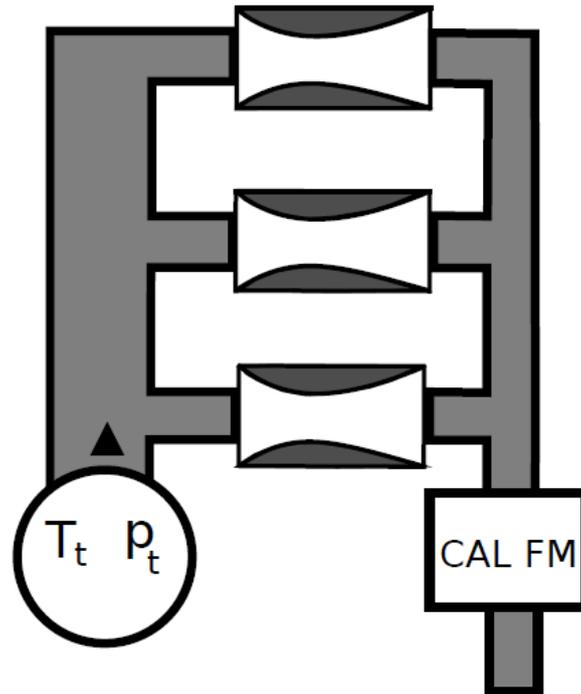


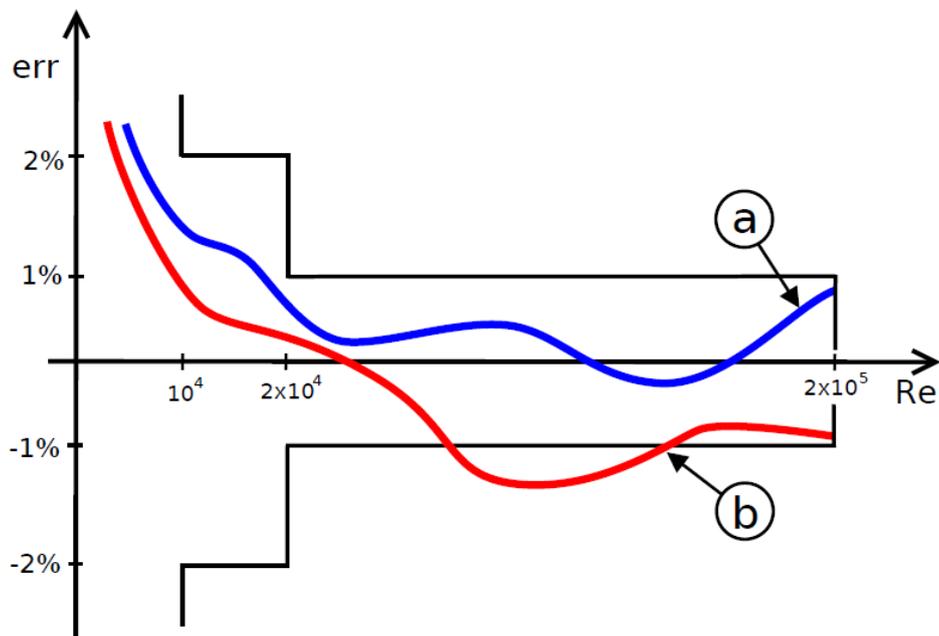
Abbildung 2.12: Aufbau einer Kalibrieranlage mit kritischen Düsen als Referenzdurchflussmessgeräte

unter definierten Vorstörungen zu kalibrieren. Zu den OIML-Armaturen zur Erzeugung von gestörten Strömungen gehören beispielsweise Rohrkrümmer mit einem bestimmten Krümmungsradius  $R_{Kr} = 1,5 \cdot D$ , halbe Absperrvorrichtungen und viele andere Geräte [12].

Die Abbildung 2.13 stellt skizzenhaft zwei bei der Kalibrierung ermittelte Fehlermesskurven (Unsicherheitskurven) von zwei Wirbelzählern gleichen Typs dar.

Wie aus dieser Abbildung ersichtlich wird, erfüllt der zur Fehlerkurve *a* korrespondierende Wirbelzähler die Anforderung bezüglich der Abweichung von  $\pm 1\%$ . Die Fehlerkurve *a* bleibt innerhalb der gekennzeichneten Einhüllenden. Der Wirbelzähler, der zur Fehlerkurve *b* korrespondiert, besitzt teils größere Unsicherheiten als  $\pm 1\%$ . Folglich kann dieses Gerät die gestellten Anforderungen bezüglich der Messunsicherheit nicht erfüllen. Obwohl die Wirbelzähler über die gleiche Bauform verfügen, kann ein unterschiedliches Messverhalten beobachtet werden, da aus Sicht der Fertigung kein Durchflussmessgerät identisch ist. Das Verhalten des Durchflussmessgerätes das zur Fehlerkurve *a* korrespondiert gewährleistet eine konstante Verteilung der K-Faktoren innerhalb des Messbereiches bzw. eine ausreichende Linearität zwischen der Wirbelablösefrequenz  $f$  und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$ .

Die nächste Tabelle 2.2 gibt die Messgenauigkeiten der Krohne-Wirbelzähler bei  $T =$

Abbildung 2.13: Skizzenhafte Darstellung von zwei Fehlerkurven *a* und *b*

20° und  $p = 1,013\text{bar}$  an [40]:

Flüssigkeiten	$\pm 0,75\%$	$Re_D \geq 20000$
Flüssigkeiten	$\pm 2,0\%$	$10000 < Re_D < 20000$
Gase und Dämpfe	$\pm 1,0\%$	$Re_D \geq 20000$
Gase und Dämpfe	$\pm 2,0\%$	$10000 < Re_D < 20000$

Tabelle 2.2: Messgenauigkeit der Krohne-Wirbelzähler

Aus dem ermittelten K-Faktor-Verlauf kann dann ein Referenz-K-Faktor ermittelt werden. Der Referenz-K-Faktor stellt einen Mittelwert der einzelnen K-Faktoren innerhalb des Messbereiches dar. Die Kenntnis des Referenz-K-Faktors ist für die Durchflussmessung von großer Bedeutung, da dieser Wert des K-Faktors in die Elektronik des Wirbelzählers programmiert wird und damit den gesamten Messbereich repräsentiert. Wenn jedoch in der Strömung Störungen auftreten, dann können diese Störungen eine Änderung der K-Faktoren verursachen, was dann mit dem in die Elektronik eingegebenen Referenz-K-Faktor zu fehlerhaften Messungen führen würde. Deswegen kann ein Messgerät nicht einfach nach Belieben in eine Anlage installiert werden. Bei der Installation müssen einige Anforderungen bezüglich Ein- und Austrittsrohrlänge, Isolierung und anderen Gegebenheiten berücksichtigt werden, um die Störungen im Messgerät klein wie möglich zu halten. Im Allgemeinen wird auch das in die Anlage installierte Durchflussmessgerät vor Ort kalibriert.

## 3 Strömungsmechanische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die elementaren strömungsmechanischen Grundlagen behandelt, die im Zusammenhang mit dem Strömungsfeld von Wirbelzählern eine wesentliche Rolle spielen. Da hier auf das Strömungsfeld von Wirbelzählern eingegangen wird, ist die Behandlung von Rohrströmungen, aber auch Störkörperumströmungen, unumgänglich. Eine Strömung kann am besten verstanden werden, wenn der mit einem Strömungsphänomen verbundene mathematische Charakter verstanden wird. Folglich wird hier auch auf den mathematischen Charakter der Strömung eingegangen, der uns ein besseres Strömungsbild liefert. Das richtige Strömungsverständnis ist für eine verlässliche numerische Modellierung äußerst wichtig, da in Abhängigkeit von der vorliegenden Strömung die richtigen Modelle gewählt werden müssen. In diesem Kapitel sollen einige physikalische Strömungsphänomene durch numerische Visualisierungen näher veranschaulicht werden. Die numerische Analyse bietet uns die Möglichkeit, wichtige Strömungsphänomene sichtbar zu machen.

### 3.1 Grundgleichungen

#### 3.1.1 Kontinuum und Bereich der freien Molekularbewegung

Ein wichtiger dimensionsloser Parameter, der die Bereiche eines Fluids kennzeichnet, ist die Knudsenzahl. Die Knudsenzahl ist wie folgt definiert [25]:

$$Kn = \frac{l_F}{L} \quad (3.1)$$

Da in dieser Arbeit die Navier-Stokes Gleichungen bzw. die RANS-Gleichungen zur Beschreibung von Strömungen verwendet werden, muss die Knudsenzahl unterhalb 0,01 liegen [77]. Wenn ein Fluid diese Knudsenzahl-Bedingung erfüllt, wird es als ein Kontinuum bezeichnet. Beim Vorliegen eines solchen Kontinuums können Strömungsvariablen über makroskopische Kontrollvolumina, die über ausreichend viele Fluidteilchen verfügen, gemittelt und integriert werden. Da die mittlere freie Weglänge der Moleküle  $l_F$  viel kleiner ist als eine makroskopische Längeneinheit, überwiegen im betrachteten Volumenelement intermolekulare Stöße. Falls jedoch die Teilchen bis zur Kollision mit anderen Teilchen einen viel weiteren Weg im Fluid hinterlegen müssen, so dass die mittlere freie Weglänge

der Moleküle verglichen mit einer charakteristischen makroskopischen Länge viel größer ist, kann das Konzept des Kontinuums nicht mehr angewandt werden. In diesem Fall wird das Strömungsfeld durch statistische Betrachtung der Molekularbewegung beschrieben. Um auf ein Beispiel einzugehen kann die Umströmung eines Satelliten im Erdorbit betrachtet werden. Bei dieser sehr stark verdünnten Strömung, die durch eine Knudsenzahl größer als 100 gekennzeichnet ist, stoßen einzelne Moleküle auf die Satellitenoberfläche und verursachen somit eine Widerstandskraft. Die Erfassung des Beitrages der einzelnen Moleküle auf die Strömung erfolgt mittels der Boltzmann-Gleichungen.

Bei Anwendung der kinetischen Gastheorie kann nach [38] für die Knudsenzahl folgende nützliche Beziehung hergeleitet werden:

$$Kn \sim \frac{M}{Re} \quad (3.2)$$

Diese Beziehung (3.2) zeigt, dass das Vorliegen eines kontinuierlichen Mediums anwendungsspezifisch ist und je nach vorliegender Mach-Zahl  $M$  und Reynolds-Zahl  $Re$  beeinflusst wird. In dieser Arbeit steht die Betrachtung von kontinuierlichen Medien im Vordergrund, da die Knudsenzahl wegen der vorliegenden geometrischen Abmessungen und der hier untersuchten Strömungsgeschwindigkeiten unterhalb von 0,01 liegt. Die meisten Durchflussmessgeräte sind aufgrund der eingeschränkten örtlichen und zeitlichen Messgenauigkeit nur für die Messung von kontinuierlichen Medien geeignet. Durchflussmessgeräte beispielsweise können nur makroskopische Effekte im Fluid messen. Diese sind Effekte wie z.B. von einem Primärwirbel auf der Paddeloberfläche erzeugte Auftriebskraft, die dann von einem Messgerät mit einer gewissen Genauigkeit gemessen werden kann. Die Entstehung eines Primärwirbels resultiert aus einer kollektiven Bewegung von vielen Fluid-elementen, was ein kontinuierliches Medium ausmacht. Mikroskopische Effekte, die aus einzelnen Molekülbewegungen resultieren, sind wegen ihrer großen Anzahl schwieriger zu erfassen.

### 3.1.2 Navier-Stokes Gleichungen und thermische Zustandsgleichung

Die Berechnung von Strömungen kann im Falle eines Kontinuums durch die Navier-Stokes Gleichungen erfolgen. Diese Gleichungen sind auf den französischen Ingenieur Claude Navier (1785-1836) und auf den Mathematiker George Stokes (1819-1903) aus Irland zurückzuführen, die interessanterweise unabhängig voneinander ihre Untersuchungen durchgeführt und dabei die gleichen Ergebnisse erzielt haben [44].

Die Navier-Stokes Gleichungen stellen ein System von partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung dar. Mit den bestehenden mathematischen Methoden von heute ist

eine analytische Lösung zu diesem Gleichungssystem nur in wenigen stark vereinfachten Fällen möglich. Die vollen Navier-Stokes Gleichungen beschreiben eine dreidimensionale, zeitabhängige, kompressible und reibungsbehaftete Strömung. Diese bestehen aus folgenden Erhaltungsgleichungen:

- Kontinuitätsgleichung (eine Gleichung) - Erhaltung der Masse
- Impulsgleichungen (drei Gleichungen) - Erhaltung der Impulse
- Energiegleichung (eine Gleichung) - Erhaltung der Energie

Im folgenden werden diese Erhaltungsgleichungen bezüglich eines ortsfesten Koordinatensystems wiedergegeben, wobei die Kontinuitäts- und Impulsgleichungen aus [55] und die Energiegleichung aus [62] stammen:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.3)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} \quad (3.4)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} + p \cdot (\nabla \cdot \vec{u}) = \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{q} + \tilde{\Phi} \quad (3.5)$$

Der Term  $\nabla \cdot \vec{q}$  in der Energiegleichung kennzeichnet den skalaren Wärmefluss pro Volumeneinheit  $\dot{q}$ , der durch die Wärmeleitung im Fluid zustande kommt. Nach dem Fourierschen-Gesetz wird der Wärmeflussvektor  $\vec{q}$  nach [62] folgendermaßen definiert:

$$\vec{q} = -\lambda_W \cdot \nabla T \quad (3.6)$$

Die Größe  $\tau_{ij}$  ist der viskose Spannungstensor, der den Einfluss von Reibungseffekten berücksichtigt. Dieser Schubspannungstensor wird in Einstein-Notation folgendermaßen geschrieben [62]:

$$\tau_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (3.7)$$

Die Größe  $\delta_{ij}$  kennzeichnet die Kronecker-Delta-Funktion, die im Falle  $i = j$  den Wert  $\delta_{ij} = 1$ , sonst bei  $i \neq j$  den Wert null annimmt [62]. Im obigen viskosen Spannungstensor (3.7) ist die Hypothese von Stokes schon eingebunden worden, wodurch erreicht wird, dass die Volumenviskosität zu null wird. Diese Annahme ist auch gerechtfertigt, da durchgeführte Messungen zeigen, dass in vielen Fällen die Volumenviskosität sehr klein ist [10]. Mit der Stokes-Hypothese wird erreicht, dass der mittlere Druck (ein Drittel der Summe

der Normalspannungen) gleich dem negativen Wert des thermodynamischen Druckes  $p$  entspricht [59].

Es sind insgesamt fünf partielle Differentialgleichungen, wobei sich die Anzahl der unbekanntenen Größen auf sechs beläuft. Diese Größen sind die drei Geschwindigkeitskomponenten  $(u, v, w)$ , der statische Druck  $p$ , die statische Temperatur  $T$  und die Dichte  $\rho$ . Folglich wird eine zusätzliche Gleichung benötigt, um das Gleichungssystem zu schließen. Als zusätzliche Gleichung kann die Zustandsgleichung für ideale Gase verwendet werden, wodurch ein geschlossenes Gleichungssystem erreicht wird. Die Zustandsgleichung für ideale Gase ist wie folgt definiert:

$$p = \rho \cdot R_s \cdot T \quad (3.8)$$

In der idealen Gasgleichung taucht die spezifische Gaskonstante  $R_s$  auf, die das Verhältnis der molaren Gaskonstante  $R_m$ , die einen konstanten Wert von  $R_m = 8,314472 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  besitzt [33], zur Molmasse  $M_{mol}$  kennzeichnet.

$$R_s = \frac{R_m}{M_{mol}} \quad (3.9)$$

Ein ideales Gas existiert in der Realität nicht und ist folglich ein Modellfluid [6]. Die Verwendung des idealen Gasgesetzes bei niedrigen Drücken liefert gute Ergebnisse [46, 36]. Bei höheren Drücken müssen Realgaseffekte bei den Berechnungen berücksichtigt werden. Die Zustandsgleichung in dieser Form ist für Flüssigkeiten aufgrund ihrer Inkompressibilität  $\rho \neq \tilde{f}(p)$  nicht gültig, da die Dichte  $\rho$  nur eine Funktion von der statischen Temperatur  $T$  ist. Dies bedeutet, dass die Dichte  $\rho$  konstant bleibt, wenn die statische Temperatur  $T$  konstant bleibt. An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass es ein sogenanntes *inkompressibles ideales Gasgesetz* existiert.

### 3.1.3 Mathematische Klassifikation von partiellen Differentialgleichungen

Wird eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung nach Gleichung (3.10) mit den Koeffizienten  $a, b, c, d, e$  und  $f$  betrachtet, so kann nach Anwendung der Charakteristikenmethode gezeigt werden, dass das Lösungsfeld unter bestimmten Bedingungen abhängig von charakteristischen Linien bzw. Flächen ist [29, 62].

$$az_{xx} + 2bz_{xy} + cz_{yy} + \overbrace{dz_x + ez_y + fz}^{-H} = 0 \quad [45] \quad (3.10)$$

Die Lösungsfläche beinhaltet folglich charakteristische Linien, entlang derer sich Informationen ausbreiten und folglich die Lösung beeinflussen können. Bei der Methode

der Charakteristiken wird die obige partielle Differentialgleichung so weit umgeformt, so dass sie entlang von charakteristischen Linien geschrieben wird. Die partielle Differentialgleichung wird dabei auf ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen mit einer reduzierten Ordnung überführt. Wie hier vorgegangen wird, wird in [29] und [62] detailliert beschrieben. Nach Anwendung dieser Methode wird das Gleichungssystem (3.11) (entnommen aus [62]) bestehend aus gewöhnlichen Differentialgleichungen erhalten, wobei die einzelnen Gleichungen durch Einführung der Größe  $\tau$  parametrisiert worden sind. Der Parameter  $\tau$  ändert sich entlang einer charakteristischen Linie.

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ \frac{dx}{d\tau} & \frac{dy}{d\tau} & 0 \\ 0 & \frac{dx}{d\tau} & \frac{dy}{d\tau} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ \frac{dp}{d\tau} \\ \frac{dq}{d\tau} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Die parametrisierten Größen  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $p$  und  $q$  sind nach [62] folgendermaßen definiert:

$$p(\tau) = z_x \quad q(\tau) = z_y \quad s_1(\tau) = z_{xx} \quad s_2(\tau) = z_{xy} \quad s_3(\tau) = z_{yy} \quad (3.12)$$

Für die Existenz von charakteristischen Linien muss gelten, dass die Determinante der Matrix auf der linken Seite den Wert null annimmt, wodurch folgende gewöhnliche Differentialgleichung entsteht [62, 26]:

$$h = \frac{dy}{dx} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.13)$$

Diese gewöhnliche Differentialgleichung kennzeichnet die gesuchten charakteristischen Linien  $y=y(x)$ . Folglich gibt es in Abhängigkeit der Diskriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$  drei Fälle und somit auch drei Typen von Gleichungen. Es werden folgende drei Typen von Gleichungen unterschieden:

- **elliptisch**  $\rightarrow \Delta < 0$
- **parabolisch**  $\rightarrow \Delta = 0$
- **hyperbolisch**  $\rightarrow \Delta > 0$

Da bei elliptischen partiellen Differentialgleichungen wegen  $\Delta < 0$  keine reellen charakteristischen Linien existieren, breiten sich Informationen bzw. Störungen im Strömungsfeld instantan überall aus. Dieser Charakter beschreibt in guter Näherung Strömungen von inkompressiblen Medien. Der elliptische Charakter passt beispielsweise zu Flüssigkeitsströmungen, die durch eine hohe Schallgeschwindigkeit  $c$  gekennzeichnet sind. Informationen breiten sich somit ausgehend von einer Störstelle instantan in allen Raumrichtungen aus. Bei inkompressiblen Strömungen wird beispielsweise in Wirbelzählern beobachtet, dass die

Stromlinien vor dem Störkörper einer gewissen Krümmung unterliegen, was darauf hindeutet, dass die Strömung Informationen vom stromabwärts gelegenen Störkörperbereich mitbekommt. Der Grund für diese Erscheinung liegt darin, dass sich Druckwellen von diesem Störkörperbereich instantan in alle Raumrichtungen ausbreiten. Bei Berücksichtigung der Grenzschicht bzw. der im Nachlauf des Störkörpers entstehende Scherschicht, kommt der parabolische Charakter zum Vorschein. In Reibungsschichten breiten sich Informationen stromabwärts entlang vertikalen charakteristischen Linien aus. Der hyperbolische Charakter kommt zum Vorschein bei kompressiblen Gasströmungen, wo die Dichte  $\rho$  sich mit der statischen Temperatur  $T$  und dem statischen Druck  $p$  ändert. Da die Dichte  $\rho$  neben der statischen Temperatur  $T$  auch eine Funktion vom statischen Druck  $p$  ist, existiert eine endliche Schallgeschwindigkeit  $c$  (siehe Unterkapitel **3.2.3**). Somit werden Informationen im Strömungsfeld mit einer endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit entlang von charakteristischen Linien transportiert. Da in Wirbelzählern die Strömung nur subsonisch ist, befinden sich im kompressiblen Strömungsfeld negative und positive Wellen. Folglich werden die Stromlinien auch bei subsonisch-kompressiblen Gasströmungen vor dem Störkörper gekrümmt, da sich die Störung, die vom Störkörper verursacht wird, in beide Richtungen in Form von Wellen ausbreitet.

Um sich die Abhängigkeit des Strömungsfeldes bzw. des Lösungsfeldes besser zu verdeutlichen, soll hier als Beispiel die Wellengleichung zweiter Ordnung betrachtet werden, die in Gleichung (3.14) definiert ist.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (3.14)$$

Diese Gleichung beschreibt eine eindimensionale, zeitabhängige, kompressible und reibungsfreie Strömung. Der Charakter dieser partiellen Differentialgleichung ist rein hyperbolisch. Folglich gibt es im Strömungsfeld zwei charakteristische Linien, entlang derer sich Informationen mit einer endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit ausbreiten. Es soll hier eine subsonische Strömung eines idealen Gases betrachtet werden, weswegen aufgrund  $u < c$  in der 1-D Strömungsdomäne eine positive und negative Welle existieren. Diese Gleichung ist mit *Fortran 77* programmiert worden, wobei die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung mit zentralen Differenzen approximiert worden sind. Als Anfangsverteilung ist die in [27] beschriebene Anfangsverteilung übernommen worden. Es handelt sich um eine sinusförmige Anfangsverteilung, die in der Abbildung 3.1 veranschaulicht worden ist. Die Anfangsverteilung befindet sich im Zeitlevel  $n = 0$ . Da hier ein sogenanntes *Marching Problem* [62] vorliegt, wird die Lösung der partiellen Differentialgleichung durch Berechnung in Zeitrichtung (n-Richtung) ermittelt. Der simulierte Strömungskanal wird durch zwei Wände bei  $x = 0$  und  $x = 300$  begrenzt. Die Randbedingungen an den Strömungsberandungen sind als nicht *nicht-reflektierend* definiert

worden. Auf diese Weise soll gezeigt werden, was an den Rändern passiert. Durch das Marschieren in Zeitrichtung mit etwa 100 Zeititerationen ausgehend von der definierten Anfangsverteilung bei  $n = 0$  entsteht als Lösungsfläche  $u = u(x, t)$  die in Abbildung 3.1 links unten dargestellte Fläche. Es kann deutlich der Einfluss der zwei charakteristischen Linien, die sich in der  $x$ - $t$ -Ebene befinden, erkannt werden, die den anfangs definierten sinusförmigen Verlauf in zwei sinusförmige Verläufe aufsplitten. Bei Durchführung von 350 Iterationsschritten wird eine Reflektion an der Strömungsberandung beobachtet, wobei die Strömungsgeschwindigkeit  $u$  einen Vorzeichenwechsel erfährt (siehe Abbildung 3.1 rechts unten). Aufgrund der nicht *nicht-reflektierenden* Randbedingungen wird eine Reflektion der Wellen an den Berandungen erzeugt, die folglich im Strömungsfeld bleiben und nicht außerhalb der Strömungsdomäne transportiert werden können. Auch in den Softwareprogrammen *Starccm+* und *Fluent* sind die Randbedingungen nicht *nicht-reflektierend*. Das Auftreten von Reflektionen kann das Strömungsfeld beeinflussen. Der Einfluss von Reflektionen an den Strömungsberandungen kann durch eine geschickte Netzkonstruktion minimiert werden (siehe Unterkapitel 6.1.1).

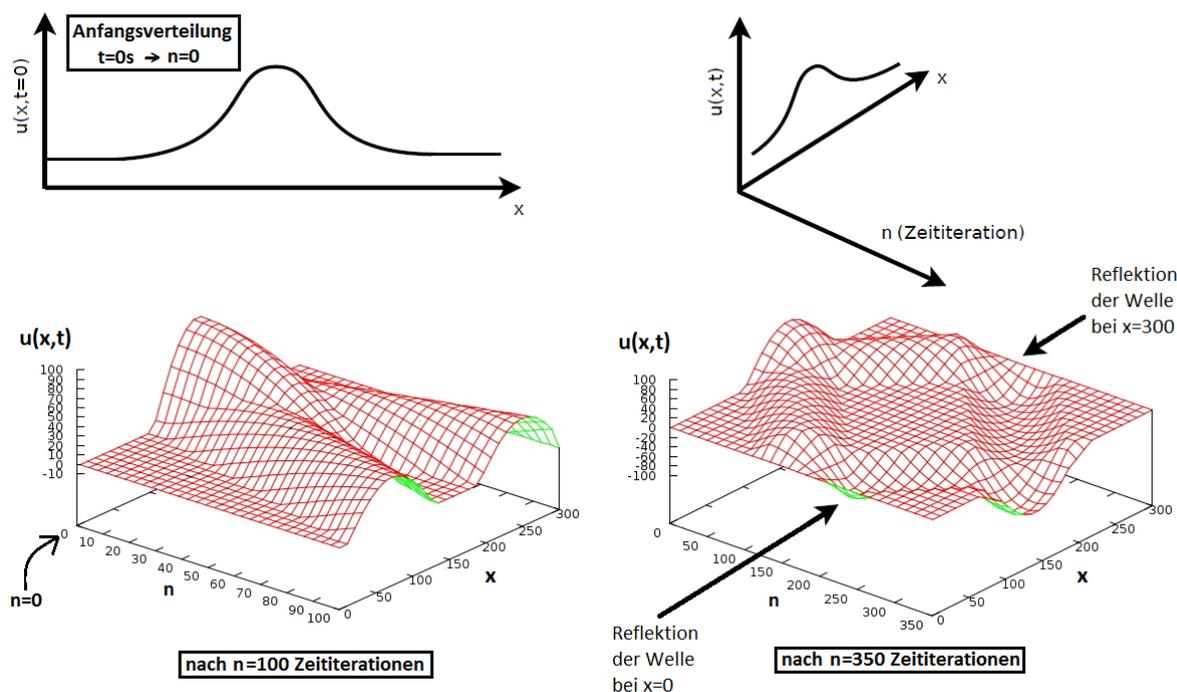


Abbildung 3.1: Berechnete Lösungsfelder der Wellen-Gleichung zweiter Ordnung mit der sinusförmigen Anfangsverteilung

Da in dieser Arbeit in den numerischen Berechnungen stets die Reibungseffekte in den Navier-Stokes und RANS-Gleichungen berücksichtigt werden und zudem noch die Strömungen sowohl inkompressibel als auch kompressibel sind, liegt im Allgemeinen ein hybrider bzw. ein gemischter Strömungscharakter vor, was die Klassifikation und Analyse

des Strömungsproblems erschwert. Jedoch ist es in vielen Fällen bei der Analyse nützlich, von bestimmten Strömungserscheinungen zu abstrahieren, um einen Überblick zu schaffen und eine gewisse Klassifikation des Strömungsproblems zu erreichen.

## 3.2 Klassifizierung und Beschreibung von Strömungsfeldern

### 3.2.1 Viskose und rotationsbehaftete Strömungen

Da in der Realität alle Strömungsphänomene reibungsbehaftet sind und folglich dem Einfluss der molekularen Viskosität ausgesetzt sind, ist es häufig in der analytischen und numerischen Strömungsberechnung nützlich, bestimmte Bereiche der Strömung als reibungsfrei anzusehen. Durch diese Annahme reduzieren sich die Navier-Stokes Gleichungen auf die Euler-Gleichungen, die ein System von partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung darstellen. Die Vereinfachung liegt hier in der reduzierten Ordnung der Gleichungen. Wird beispielsweise die Umströmung eines Flugzeugtragflügels betrachtet, so kann diese Strömung in einen reibungslosen und viskosen Bereich unterteilt werden. Diese Kenntnis geht auf Prandtl zurück, der im Jahre 1904 die Existenz einer Grenzschicht bei umströmten Körpern nachwies. Um auf ein anderes Beispiel einzugehen, kann eine voll ausgebildete Rohrströmung betrachtet werden. Bei einer solchen Strömung befindet sich die Grenzschicht überall im Rohrquerschnitt. Daher ist in solchen Strömungen der Einfluss der Viskosität überall im Strömungsfeld spürbar. Durch die auftretende innere Reibung unterliegen die Fluidelemente einer gewissen Formänderung. Zwischen den Fluidelementen liegt eine Scherspannung  $\tau$  vor, die nach [48] mit folgendem Newtonschen Reibungsgesetz beschrieben wird:

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.15)$$

Die dynamische Viskosität  $\mu$  ist eine Stoffeigenschaft. Diese Größe ist stark von der statischen Temperatur  $T$  abhängig. Die Druckabhängigkeit dieser Größe ist hingegen schwach. Für die 1-D Navier-Stokes Gleichungen ist der viskose Term nach [62] wie folgt definiert:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xx}) = \frac{4}{3} \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.16)$$

Wie aus dem obigen Term ersichtlich wird, ist die dynamische Viskosität  $\mu$  an gerade partielle Ableitungen zweiter Ordnung gekoppelt, wodurch ein gewisser Dämpfungseffekt, was physikalisch ist, zum Vorschein kommt. Als Folge dieser Eigenschaft werden starke Gradienten in der Strömung gedämpft, wodurch eine gleichmäßige und stetige Vertei-

lung der Strömungsgrößen im Strömungssystem erreicht wird. Nach [54] ist bekannt, dass Ablösephänomene nur in Anwesenheit von der physikalischen und der numerisch induzierten Viskosität zum Vorschein kommen können. Im Unterkapitel **3.2.5** wird auf die Strömungsablösung eingegangen, was ein viskoses Strömungsphänomen darstellt.

Aufgrund der vorliegenden Geschwindigkeitsgradienten in der Strömung liegt in solchen Strömungen eine Vortizität  $\vec{\omega}$  vor, die nach [34] wie folgt definiert wird:

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix} = \nabla \times \vec{u} \quad (3.17)$$

Diese vektorielle Größe wird auch als Vektor der Wirbeldichte bezeichnet. Bei Betrachtung der Deformation eines sich um einen Referenzpunkt bewegenden Fluidelements kann mittels der Taylor-Reihen-Entwicklung der allgemeine Bewegungszustand aufgedeckt werden. Auf diese Weise kann gezeigt werden, dass das Fluidelement während des Bewegungszustandes neben der translatorischen Bewegung auch eine Dehnung und Rotation erfährt (siehe [59, 34]). Dabei wird ein Vektor der Drehung  $\vec{\omega}_r$  hergeleitet, der nach [59] wie folgt definiert ist:

$$\vec{\omega}_r = \frac{1}{2} \cdot \vec{\omega} = \frac{1}{2} \cdot \nabla \times \vec{u} \quad (3.18)$$

Da im Falle einer inkompressiblen Strömung die Geschwindigkeits- und Druckverteilungen unabhängig von der Temperaturverteilung sind, kann aus den Impulsgleichungen und aus der obigen Definition (3.18) für den Drehungsvektor die Wirbeltransportgleichung hergeleitet werden [59]. Die Wirbeltransportgleichung ist in Gleichung (3.19) definiert. Es handelt sich um eine Vektorgleichung. Aus dieser Gleichung wird ersichtlich, dass das Vorliegen eines Geschwindigkeitsgradienten, aber auch einer dynamischen Viskosität  $\mu = \nu \cdot \rho$  eine Vortizität zum Vorschein bringt.

$$\frac{D\vec{\omega}_r}{Dt} = (\vec{\omega}_r \cdot \nabla)\vec{u} + \nu \cdot \nabla^2 \vec{\omega}_r \quad [59] \quad (3.19)$$

Der Term  $\vec{\omega}_r \cdot \nabla \vec{u}$  kennzeichnet die Wirbelstreckung und -verformung. Aus diesem Term wird ersichtlich, dass diese Mechanismen nur in 3-D Strömungen zum Vorschein kommen können [59, 34].

Interessant ist, dass auch bei reibungsfreien und kompressiblen Strömungen die Strömung rotationsbehaftet sein kann. Dies wird ersichtlich aus dem *Croccoschen-Theorem*, das aus den Euler-Gleichungen und einer thermodynamischen Definitionsgleichung für die Entropie hergeleitet wird (siehe Gleichung (3.20)). Somit stellt dieses Theorem eine Brücke zwischen den kinematischen und thermodynamischen Eigenschaften her. Es besagt, dass

im Falle einer stationären Strömung ( $\partial/\partial t = 0$ ) ohne Energiezu- oder -abfuhr ( $H_t \approx \text{const}$ ) aufgrund der Zunahme der Entropie die Rotation in der Strömung ansteigt (siehe Gleichung (3.21)).

$$\nabla H_t + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = T \cdot \nabla s + \vec{u} \times \vec{\omega} \quad [28] \quad (3.20)$$

$$\Rightarrow \vec{u} \times \vec{\omega} = -T \cdot \nabla s \quad (3.21)$$

Da bei Wirbelzählern der Störkörper vom Fluid umströmt wird, bildet sich unmittelbar an der Vorderkante, aber auch um den Störkörper herum, aufgrund der Zunahme der Entropie und aufgrund der hohen Geschwindigkeitsgradienten und des Viskositätseinflusses eine Vortizität, wodurch ein Primärwirbel gebildet wird. Die Abbildung 3.2 stellt den Betrag des Vektors der Wirbeldichte  $|\vec{\omega}|$  mit der Einheit  $[\frac{1}{s}]$  dar. Dieses numerische Ergebnis ist nach einer instationären Berechnung an einem sehr feinen Rechenetz bei  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  mit dem Medium Wasser erhalten worden. Aus dieser Abbildung kann deutlich eine erhöhte Aktivität bezüglich der Vortizität um den Störkörper erkannt werden. Durch das Auftreten von einer hohen Vortizität um den Störkörper und durch die Strömungsablösung werden somit Wirbel generiert. Interessant ist auch die Beobachtung der erhöhten Vortizität in der wandnahen Zone, wo der Geschwindigkeitsgradient aufgrund des Reibungseinflusses sehr groß ist. Nach außen hin nimmt die Vortizität ab aufgrund der Abnahme des Geschwindigkeitsgradienten hin zur Rohrmitte.

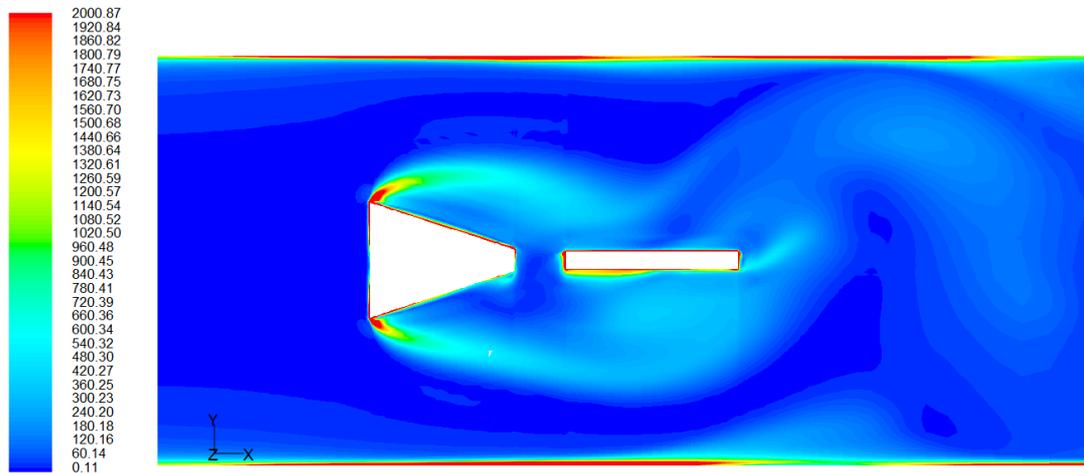


Abbildung 3.2: Konturplot des Betrages der Vortizität  $[\frac{1}{s}]$  um den Störkörper

Außerdem zeigt dieses numerische Ergebnis, dass überall im Strömungsfeld aufgrund des Viskositätseinflusses, der sowohl physikalisch als auch numerisch ist, eine von null verschiedene Vortizität existiert. Jedoch ist der Wert der Vortizität im mittleren Bereich des Rohres vor dem Störkörper betragsmäßig kleiner und somit der Geschwindigkeitsgradient

verschwindend klein, wodurch in diesem Bereich die Annahme einer quasi-reibungsfreien Strömung berechtigt ist. Die Kenntnis dieser Verteilung der Vortizität wird auch in der numerischen Untersuchung ausgenutzt. Da die Bereiche mit erhöhter Vortizität auf die Existenz von hohen Geschwindigkeitsgradienten hinweisen, muss bei der Netzgenerierung eine höhere Netzauflösung in diesen Bereichen umgesetzt werden, um diese starken Änderungen genau wie möglich mit vielen Zellen zu erfassen.

### 3.2.2 Stationäre und instationäre Strömungen

In der Natur sind nahezu alle Strömungsphänomene instationär. Vor allem abgelöste Strömungen, die beispielsweise bei Störkörperumströmungen entstehen, erweisen sich im großen Maße als instationär. Wie im vorherigen Unterkapitel auch behandelt worden ist, ist bei Störkörperumströmungen der Maß der Instationarität abhängig von der Reynolds-Zahl. Bei sehr kleinen Reynolds-Zahlen verhält sich die Strömung stationär, wohingegen mit zunehmender Reynolds-Zahl die instationären Effekte bei der Umströmung aufgrund der Entstehung einer periodischen Wirbelablösung zunehmen. Falls die instationären Effekte in der Strömung klein sind, kann das Strömungsfeld als stationär bzw. quasi-stationär betrachtet werden. Durch eine solche Annahme kann die numerische Modellierung stark vereinfacht werden. Wenn zusätzlich weitere Annahmen getroffen werden wie beispielsweise eindimensionale Strömung, die natürlich gerechtfertigt sein muss, können die Erhaltungsgleichungen auf gewöhnliche Differentialgleichungen reduziert werden, die analytisch gelöst werden können. In der analytischen Strömungsmechanik wird die Stationarität einer Strömung durch folgende mathematische Beziehung berücksichtigt:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = 0 \quad (3.22)$$

In der Numerik jedoch wird bei der Wahl eines stationären Löser unter dem gekoppelten Löser eine andere numerisch-mathematische Methode verfolgt, auf die im Unterkapitel 4.1 eingegangen wird. Als Folge dieser Annahme ändert sich der mathematische Charakter der Grundgleichungen bei Gasströmungen in Abhängigkeit von der Mach-Zahl. Dazu soll zur Veranschaulichung die zweidimensionale Prandtl-Glauert Gleichung betrachtet werden, die eine stationäre und reibungsfreie Strömung eines idealen Gases beschreibt. Diese Gleichung ist nach [62] wie folgt definiert:

$$(1 - M_\infty^2) \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (3.23)$$

Die Größe  $\Phi$  kennzeichnet die Potentialfunktion, dessen Definition identisch die Kontinuitätsgleichung löst. Diese partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung kann auf ein

System von partiellen Differentialgleichungen jeweils erster Ordnung überführt werden (siehe [62]):

$$(1 - M_\infty^2)^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (3.25)$$

Aus dieser Form kann dann die Jacobi-Matrix  $\hat{A}$  ermittelt werden, die für die Eigenschaften der Prantl-Glauert Gleichung wichtig ist. Die Jacobi-Matrix ist nach [62] folgendermaßen definiert:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{(1-M_\infty^2)^2} \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Folglich besitzt eine subsonische Strömung mit  $M_\infty < 1,0$  bei stationären Strömungsverhältnissen einen elliptischen Charakter, da die Jacobi-Matrix  $\hat{A}$  imaginäre Eigenwerte besitzt. Es gibt keine charakteristischen Linien, entlang derer sich Informationen ausbreiten können. Störungen breiten sich abrupt überall aus. Die Lösung dieser elliptischen Gleichung ist glatt und harmonisch. Anhand dieses Zusammenhangs kann eine Erklärung für die Aerodynamik von beispielsweise Fahrzeugen gefunden werden, da die Fahrzeugumströmung subsonisch und quasi-stationär ist. Aerodynamisch optimierte Fahrzeuge verfügen somit über glatte und stetige Oberflächen, was auf Lösung von elliptischen Gleichungen zutrifft. Wird beispielsweise die Vorderseite eines Flugzeugtriebwerks betrachtet, so wird eine rundliche und stetige Ausführung erkennbar. Eine solche Ausführung ist für die vorliegende subsonische und stationäre Strömung am Einlauf des Triebwerks optimal. Dadurch können massive Ablösungen am Triebwerkseintritt vermieden werden, was sonst den effektiven Eintrittsquerschnitt verringern und im Verdichter zu großen Verlusten führen würde. Liegt jedoch eine supersonische Strömung mit  $M_\infty > 1,0$  vor, so wird der Koeffizient  $1 - M_\infty^2$  negativ und die Eigenwerte der Jacobi-Matrix nehmen somit reelle und positive Werte an. Die Steigung der charakteristischen Linien ist somit positiv, was bedeutet, dass positive Wellen von links nach rechts Informationen transportieren. Der Strömungscharakter ist hyperbolisch.

Auch bei turbulenten Strömungen können stationäre Strömungsverhältnisse trotz des Vorhandenseins von unregelmäßigen Fluktuationen auf sehr kleinen Raum- und Zeitskalen vorliegen. Dabei ist nicht die stochastische Fluktuation der einzelnen Strömungsgrößen um einen bestimmten Mittelwert maßgebend, sondern die von Zeit unabhängigen Verläufe dieser Mittelwerte. Nach Truckenbrodt [66] ist eine turbulente Strömung statistisch-stationär,

wenn sich die Mittelwerte der Strömungsgrößen mit der Zeit nicht ändern, was in der Abbildung 3.3 für die Strömungsgeschwindigkeit  $u$  im Kurvenverlauf  $\rightarrow a$  dargestellt ist. Ein solches Strömungsverhalten kann z.B. in voll-ausgebildeten Rohrströmungen ohne Hindernisse im Strömungssystem beobachtet werden. Ansonsten wird von einer statistisch-instationären Strömung gesprochen, die in Abbildung 3.3 unten für die Strömungsgeschwindigkeit  $u$  im Kurvenverlauf  $\rightarrow b$  dargestellt ist.

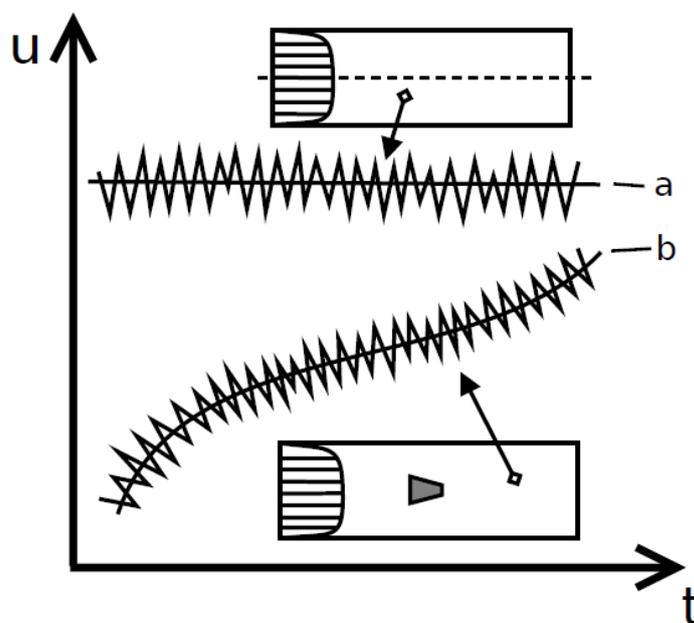


Abbildung 3.3: Fall a: statistisch-stationäre Strömung und Fall b: statistisch-instationäre Strömung

Wird das Strömungsfeld eines Wirbelzählers betrachtet, so wird festgestellt, dass das turbulente Strömungsfeld statistisch-instationär ist, da sich die Mittelwerte der Strömungsgrößen z.B. im Nachlauf des Störkörpers periodisch mit der Zeit ändern. Die nächste Abbildung 3.4 zeigt die zeitlich ermittelten mittleren Strömungsgeschwindigkeiten über den in der Abbildung 3.4 gekennzeichneten Querschnittsflächen, die nach einer instationären Berechnung mit dem Niedrig-k-epsilon Turbulenzmodell an einem feinen Netz bei  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  ermittelt worden sind. Im Nachlauf des Wirbelzählers, aber auch kurz vor dem Störkörper kann eine sich periodisch ändernde mittlere Strömungsgeschwindigkeit ermittelt werden. Da hier der Effekt der Turbulenz mittels eines Turbulenzmodells erfasst wird, können hier nur Mittelwerte gesehen werden, wobei dieser Verlauf den Einfluss der Turbulenz beinhaltet.

Wird jedoch eine turbulente Strömung, die anfangs als statistisch-stationär angenommen worden ist, mittels DNS direkt simuliert, so fällt die Gültigkeit dieser Annahme. Die direkte Berechnung der Turbulenz erfordert die Erfassung der Bewegung der kleinen und

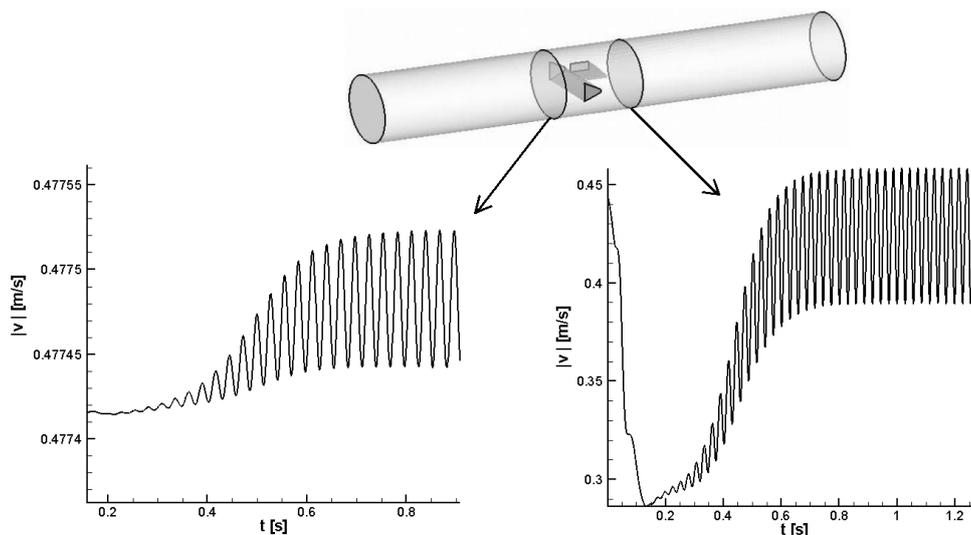


Abbildung 3.4: Instationäre Effekte vor und hinter dem Störkörper

großen Wirbelstrukturen, die auf sehr kleinen Raum- und Zeitskalen unregelmäßige Fluktuationen ausführen. Folglich ist in diesem Fall die instationäre Berechnung der Strömung unumgänglich.

Bei dieser Betrachtung kommt eine wichtige Eigenschaft für die Klassifizierung von Strömungen zum Vorschein, nämlich die betrachtete Skala des Strömungsfeldes. Je nachdem, aus welcher Skala das Strömungsfeld betrachtet wird, können unterschiedliche Eigenschaften der Strömung beobachtet werden. Aber auch der betrachtete lokale Bereich im Strömungsfeld kann sich vom Strömungscharakter her unterscheiden. Beispielsweise kann in einer kompressiblen Strömung, die einen hyperbolisch-parabolischen Charakter besitzt, bei Betrachtung der Strömung um den Staupunkt dieser lokale Bereich mit einem elliptischen Charakter assoziiert werden, da lokal um den Staupunkt die Strömungsgeschwindigkeit sehr klein ist.

### 3.2.3 Inkompressible und kompressible Strömungen und einige numerische Aspekte

Um eine allgemeingültige Aussage bezüglich der Kompressibilität einer Strömung treffen zu können, ist es sinnvoll, die Definition der Mach-Zahl  $M$  zu betrachten (siehe Tabelle 2.1). Denn die Mach-Zahl ist ein Maß für die Kompressibilität des strömenden Fluids.

Wenn die lokale Mach-Zahl im gesamten Strömungssystem kleiner als 0,3 bleibt, so kann für viele einfache Strömungsprobleme in guter Näherung angenommen werden, dass trotz des Vorhandenseins von kleineren Druckschwankungen vernachlässigbar kleine Änderung in der Dichte auftritt. Bei inkompressiblen Strömungen ist die Dichte somit keine Funktion

vom Druck, wodurch folgende partielle Ableitung bei isothermer Betrachtung zu null wird:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T = \rho \cdot \beta_T = 0 \quad (3.27)$$

Der obige Term  $\beta_T$  kennzeichnet den isothermen Kompressibilitätskoeffizienten. Es liegt jedoch bei inkompressiblen Strömungen immer noch eine Temperaturabhängigkeit der Dichte vor. Folglich kann von einer konstanten Dichte nur dann gesprochen werden, wenn die Strömung sich bei einer konstanten statischen Temperatur ( $T = const$ ) befindet. Die Definition einer weiteren Größe, der sogenannten isobaren Wärmeausdehnungskoeffizienten, gibt einen Hinweis auf die Größenordnung der Temperaturabhängigkeit der Dichte  $\rho$ :

$$\beta_p = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad (3.28)$$

Für Wasser ist der  $\beta_p$ -Wert im Allgemeinen klein (z.B. bei 1bar:  $T = 323K \rightarrow \beta_p = 0,46 \cdot 10^{-3}1/K$ ,  $T = 373K \rightarrow \beta_p = 0,748 \cdot 10^{-3}1/K$ ), so dass sich die Dichte von Wasser nur wenig ändert [66]. In Schlichting [59] wird aufgeführt, dass die Energiegleichung nach Gleichung (3.5) auf folgende Form gebracht werden kann:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + (\lambda_w \nabla^2 T) + \beta_p \cdot T \frac{Dp}{Dt} + \tilde{\Phi} \quad [59] \quad (3.29)$$

Es soll an dieser Stelle betont werden, dass im Falle von  $\rho = const$  der Term  $Dp/Dt$  unbedeutend wird, da dessen Koeffizient verschwindet. Auf diese Weise wird die Energiegleichung auf eine Gleichung umgewandelt, die nur in statischer Temperatur  $T$  formuliert ist. Somit wird unter der Voraussetzung, dass  $\mu \neq \mu(T)$  ist, eine reine Entkopplung erreicht.

Interessant ist jedoch die Betrachtung des resultierenden mathematischen Charakters, was uns zum Verständnis ein besseres Strömungsbild liefert. Dafür muss die Definition der Schallgeschwindigkeit  $c$  nach Gleichung (3.30) betrachtet werden [28].

$$c^2 = \left.\frac{\partial p}{\partial \rho}\right|_{s=const} \quad (3.30)$$

Mit der Annahme, dass das Gas sich wie ein ideales Gas verhält, kann für die Schallgeschwindigkeit  $c$  folgende einfache Beziehung hergeleitet werden:

$$c = \sqrt{\kappa \cdot R_s \cdot T} \quad (3.31)$$

In dieser Gleichung kennzeichnet die Größe  $R_s$  die spezifische Gaskonstante und  $\kappa$  den isentropen Exponenten. Bei einer inkompressiblen Strömung nähert sich aus theoretischer Sicht der Term  $\partial \rho$  dem Wert null an. Dies bedeutet, dass die Schallgeschwindigkeit un-

endlich große Werte annimmt. Störungen an einem Punkt im Strömungsfeld breiten sich somit aus theoretischer Sicht mit einer unendlich großen Schallgeschwindigkeit ( $c \rightarrow \infty$ ) in alle Raumrichtungen aus, so dass diese Störung instantan überall spürbar wird. Da  $c \rightarrow \infty$  geht, nähert sich der Wert der Mach-Zahl gegen null, was in guter Näherung auf Flüssigkeitsströmungen zutrifft. Bei inkompressiblen Gasströmungen ist die lokale Strömungsgeschwindigkeit betragsmäßig kleiner als  $0,3 \cdot c$ . Ein solcher Strömungscharakter wird durch elliptische partielle Differentialgleichungen beschrieben.

Da jedoch in der Natur Reibungseffekte vorhanden sind, die durch Viskosität verursacht werden, wird der Anstieg der Schallgeschwindigkeit gedämpft und pegelt sich auf einen konstanten Wert ein. Die Schallgeschwindigkeit von Wasser ist um den Faktor 4 größer als die Schallgeschwindigkeit von Luft. Die untere Tabelle 3.1 gibt eine Zusammenstellung der Schallgeschwindigkeiten von Wasser und Luft bei einer konstanten statischen Temperatur von  $T = 20^\circ C$  an [33].

Medium	Schallgeschwindigkeit $c$
dest. Wasser	$1403 \frac{m}{s}$
Wasser, Meer-	$1531 \frac{m}{s}$
trock. Luft	$344 \frac{m}{s}$

Tabelle 3.1: Schallgeschwindigkeiten von Wasser und Luft [33]

Wenn kompressible Effekte im Strömungsfeld zum Vorschein kommen, dann ändert sich der Strömungscharakter, da in diesem Fall die Strömung mit Wellenvorgängen assoziiert wird. Je nach vorliegender Strömungsform, ob subsonisch oder supersonisch, können sich Wellen im Falle einer eindimensionalen Strömung mit endlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit in beide oder nur in einer Raumrichtung entlang von charakteristischen Linien ausbreiten. Aufgrund der höheren Strömungsgeschwindigkeit ( $|\vec{u}| \geq 0,3 \cdot c$ ) breiten sich stärkere Druckwellen aus, die lokal eine gewisse Kompression verursachen. Der mathematische Charakter solcher Strömungserscheinungen ist hyperbolisch.

Die analytische Beschreibung einer kompressiblen Strömung ist im Gegensatz zu einer inkompressiblen Strömung mit mehr Aufwand verbunden. Die Komplexität solcher kompressiblen Strömungen rührt aus der Tatsache, dass die Strömungsgrößen  $u, v, w, p, T$  und  $\rho$  miteinander eng gekoppelt sind. Bei inkompressiblen Strömungen ist zwar eine gewisse Kopplung zwischen der Kontinuitäts- und Impulsgleichungen vorhanden, jedoch sind diese Gleichungen von der Energiegleichung entkoppelt. Diese Entkopplung rührt hauptsächlich daher, dass die Dichte  $\rho = const$  bei  $T \approx const$  und  $\mu = const$  ist [29]. Dies vereinfacht die numerische Modellierung im großen Maße. Die Kompressibilität von Gasströmungen kann bei Wirbelzählern das Wirbelablöseverhalten beeinflussen und die Wirbelablösefrequenz modulieren. Da der Störkörper im Wirbelzähler den Rohrquerschnitt in einem bestimmten Ausmaß verengt, erfolgt lokal eine Strömungsbeschleunigung. Folglich kann in die-

sem kritischen Bereich bei hohen Volumenströmen lokal die Mach-Zahl-Grenze von 0,3 überschritten werden. Die Abbildung 3.5 stellt die Mach-Zahl-Verteilung auf einer mittleren Ebene in einem DN 25 Wirbelzähler dar. Es liegt hier eine Luftströmung bei einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  vor. Diese Strömung ist durch Anwendung des gekoppelten Löser berechnet worden. Die Mach-Zahl  $M_\infty$  in der freien Einströmung beträgt  $M_\infty \approx 0,2$ , wohingegen die maximale lokale Mach-Zahl  $M_{max} \approx 0,52$  beträgt. Im Einströmbereich und in großen Teilen des Strömungsfeldes verhält sich die Strömung überwiegend inkompressibel, wohingegen im Störkörper- und Paddelbereich lokale mittel-starke kompressible Effekte zum Vorschein kommen.

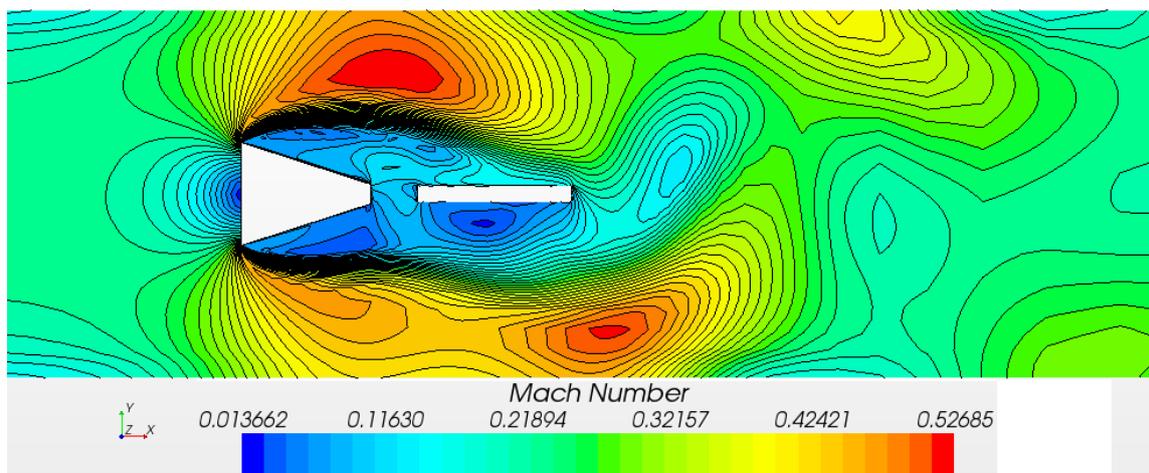


Abbildung 3.5: Verteilung der Mach-Zahl bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$

Es muss die Frage beantwortet werden, in wie fern die Benutzung des *segregated Löser* zusammen mit dem idealen Gasgesetz beim Vorliegen einer mittel-starken Kompressibilität der Strömung, die sich durch lokale kompressible Effekte bis  $M \approx 0,6$  kennzeichnet, anwendbar ist. *Starccm+* ermöglicht die Verwendung des *kompressiblen idealen Gasgesetzes* unter dem *segregated Löser*. Der *segregated Löser* löst zunächst die Impulsgleichungen und die Kontinuitätsgleichung in gekoppelter Weise in einem SIMPLE-Algorithmus, wo die *Pressure Correction* Technik zum Einsatz kommt. Bei diesem Algorithmus wird am Ende jedes Iterationsschrittes durch Heranziehen des berechneten korrigierten Druckes  $p$  und in entkoppelter Weise berechneten Temperatur  $T$  mittels des idealen Gasgesetzes die Dichteverteilung im Strömungsfeld trotz kleinerer Änderungen angepasst bzw. neu berechnet. Auf diese Weise tritt in den Gleichungen auch die Definition für die Schallgeschwindigkeit  $c^2 = \partial p / \partial \rho$  auf, weswegen auch die Definition der Mach-Zahl als Variable zugänglich ist. Um im Strömungsfeld kompressible Effekte zu berücksichtigen, muss somit unter anderem der Relativdruck  $p_{Gauge}$  (Gauge Pressure) in die ideale Gasgleichung einfließen. Die *kompressible ideale Gasgleichung* im numerischen Algorithmus wird in diesem Fall nach [3, 1] wie folgt definiert:

$$\rho = \rho(T, p) = \frac{p_{ref} + p_{Gauge}}{R_s \cdot T} = \frac{p_{abs}}{R_s \cdot T} \quad (3.32)$$

Die numerische Größe  $p_{abs}$  kennzeichnet den Druck, der aus dem Referenzdruck  $p_{ref}$  und Relativdruck  $p_{Gauge}$  besteht. Dieser Druck entspricht ungefähr dem statischen Druck  $p$ . In den Softwareprogrammen *Starccm+* und *Fluent* besteht auch die Möglichkeit, unter dem *segreated Löser* das *inkompressible ideale Gasgesetz* zu verwenden, was die Berechnung der Dichte nur in Abhängigkeit von der statischen Temperatur  $T$  ermöglicht. Als Druck wird hier der als konstant spezifizierte Referenzdruck  $p_{ref}$  in der idealen Gasgleichung herangezogen. Die *inkompressible ideale Gasgleichung* wird nach [3, 1] wie folgt definiert:

$$\rho = \rho(T) = \frac{p_{ref}}{R_s \cdot T} \quad (3.33)$$

Wird ein momentaner Ausschnitt des instationären Strömungsfeldes im DN 25 Wirbelzähler bei  $u_m = 40 \frac{m}{s}$  ( $M_\infty = 0,115$ ,  $M_{max} = 0,289$ ) betrachtet, wo eine stabile Karmansche Wirbelstraße schon entstanden ist, und dabei die Dichteverteilung  $\rho$  mittels der oben angegebenen Gleichungen (3.32) und (3.33) im Strömungsfeld zusammen mit dem *segreated Löser* berechnet, so werden die in Abbildung 3.6 dargestellten Dichtekonturen erhalten.

Wie zu erkennen ist, kann mit dem *kompressiblen idealen Gasgesetz* eine Dichteverteilung erhalten werden, die stark unter dem Einfluss des statischen Druckes liegt und folglich die kozentrische Änderung der Dichte um den Wirbelkern berücksichtigt. Denn die Bildung von einem Wirbel wird hauptsächlich durch den statischen Druck beeinflusst. Denn nach der *Rankine-Wirbel-Theorie* ist bekannt, dass der statische Druck in der Mitte eines Wirbels ein Minimum erreicht. Deshalb nimmt auch die Dichte  $\rho$  bei kleineren Temperaturänderungen ein Minimum in der Wirbelmitte an. Auf diese Weise ist die Lage der Primärwirbel eindeutig identifizierbar. Bei der Implementierung der Funktion  $\rho = \rho(T)$  hingegen liegt eine Dichteverteilung vor, die sich nur in Abhängigkeit der kleinen Temperaturänderung ergibt. Außerdem ist die Temperaturänderung im Strömungsfeld aufgrund der kleinen Mach-Zahl-Verteilung klein, so dass diese Dichteverteilung keine Informationen bezüglich der im Strömungsfeld entstandenen Wirbel gibt. Somit kann diese Gleichung die Dichteänderung bezüglich eines Primärwirbels nicht berücksichtigen. Deswegen ist es wichtig, die Dichte  $\rho$  in Abhängigkeit vom stark schwankenden statischen Druck  $p$  und der statischen Temperatur  $T$  zu berechnen. Desweiteren kommt durch die Einbindung des *kompressiblen idealen Gasgesetzes* im SIMPLE-Algorithmus trotz der entkoppelten Berechnung der Energiegleichung von den anderen Gleichungen eine gewisse quasi Kopplung zum Vorschein, da die in entkoppelter Weise berechnete statische Temperatur  $T$  in die Dichte  $\rho$  einfließt (siehe Unterkapitel 4.2). Da die Dichte  $\rho$  auch den Druckeinfluss

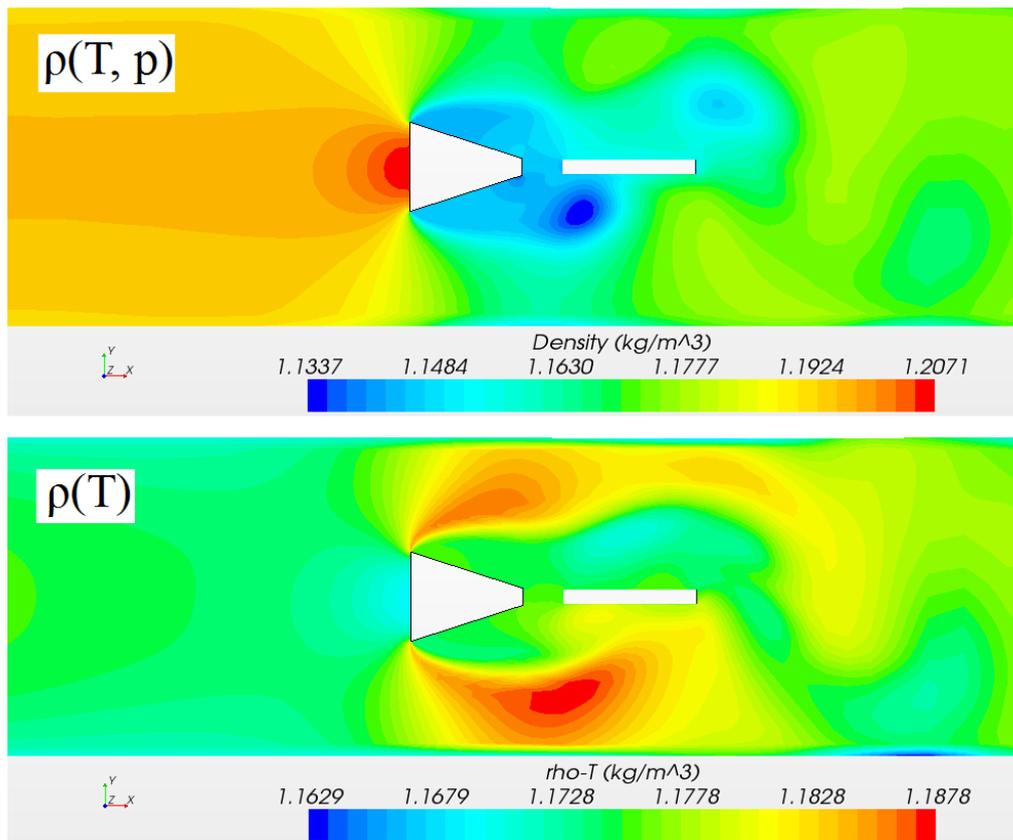


Abbildung 3.6: Vergleich der Dichtekonturen  $\rho(T, p)$  und  $\rho(T)$

beinhaltet und die Dichte wieder in die Erhaltungsleichungen einfließt, entsteht auf diese Weise eine gewisse quasi Kopplung.

Wie der *segregated Löser* bei der Lösung des Gleichungssystems vorgeht wird im Unterkapitel 4.2 beschrieben. Bei stark kompressiblen Strömungen, vor allem bei trans- und supersonischen Strömungen, ist die Verwendung des *coupled Löser*s zusammen mit dem *coupled energy Modell* unumgänglich. Um die oben gestellte Frage zu beantworten, müssen die ermittelten numerischen Ergebnisse mittels experimentelle Messungen validiert werden.

### 3.2.4 Laminare und turbulente Strömungen

Ist die Strömungsgeschwindigkeit oder die charakteristische Geometrieabmessung des um- oder durchströmten Strömungssystems so klein, dass eine diesem Strömungssystem zugrundeliegende kritische Reynolds-Zahl nicht überschritten wird, so können sich trotz des Vorhandenseins von Störungen in der Strömung keine turbulenten Wirbel bilden. Der Begriff *Störung* wird in diesem Unterkapitel im Zusammenhang mit der Existenz einer Turbulenz in der ankommenden Strömung benutzt. Folglich liegt in diesem Fall eine la-

minare Strömung vor. In einer laminaren Strömung bewegen sich die Fluidelemente in Schichten, wobei zwischen den Fluidschichten kein makroskopischer Impulsaustausch erfolgt [16].

Wird eine ebene Platte wie in Abbildung 3.7 von Luft umströmt, so bildet sich zunächst einmal eine laminare Grenzschicht aus. Da die äußere freie Strömung nicht frei von Störungen ist und folglich in der freien Anströmung eine gewisse turbulente Intensität vorhanden ist, wird der Transitionsprozess beeinflusst. Aber auch die Plattenrauigkeit, die äußere Druckverteilung und die Temperaturverteilung innerhalb der Grenzschicht zählen zu den Parametern, die den Transitionsprozess beeinflussen [58]. Nach [58] liegt die kritische Reynolds-Zahl in einer Plattengrenzschicht für eine freie Strömung mit einer turbulenten Intensität von  $Tu_{int} = 0,5\%$  zwischen  $Re_{krit} = 3,5 \cdot 10^5 - 10^6$ . Doch für Abschätzungen ist es nützlich, die kritische Reynolds-Zahl für die Plattengrenzschicht wie folgt zu definieren [48]:

$$Re_{krit} = \frac{\rho \cdot u_{\infty} \cdot x_T}{\mu} = 5 \cdot 10^5 \quad (3.34)$$

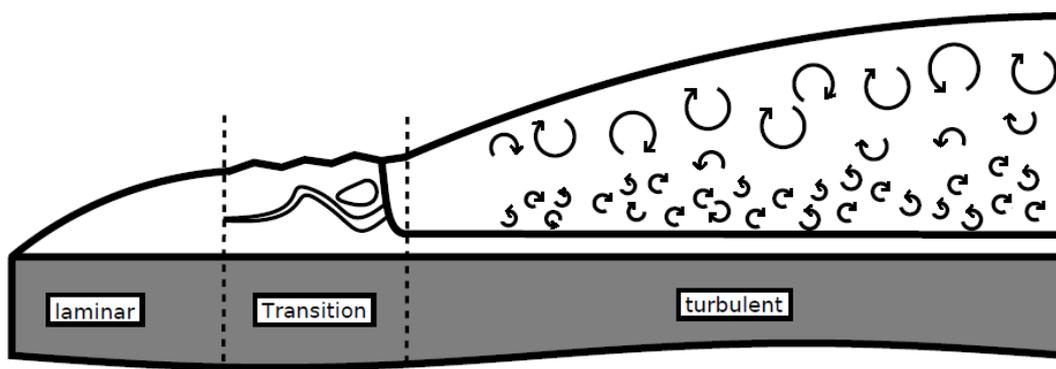


Abbildung 3.7: Transition von laminarer auf turbulenter Grenzschicht

Der Transitionsprozess erfolgt nicht abrupt, sondern vollzieht sich in einem kleinen Streckenabstand. Folglich existiert ein Transitionsbereich. Der Grund für den Umschlag von laminarer auf turbulenter Strömung sind Tollmien-Schlichting Wellen, die in der laminaren Grenzschicht aufgrund des Vorhandenseins von Störungen in der freien Strömung entstehen [30]. Die Tollmien-Schlichting Wellen, die der laminaren Grenzschicht überlagert sind, verfügen zunächst einmal über eine zweidimensionale Struktur [34] und werden aufgrund der wachsenden Instabilität im Raum zu dreidimensionalen Wellen moduliert. Diese dreidimensionalen Wellen initiieren den Beginn von Wirbelbildungen, die dann wegen der Instabilität zerbrechen und dabei die Bildung von Turbulenzballen verursachen [58].

Die turbulente Grenzschicht besteht aus drei Unterschichten, wobei in der Skizze 3.7 nur zwei Bereiche hervorgehoben worden sind. An der wandnahen Zone befindet sich eine laminare Unterschicht, die frei von jeglicher Turbulenz ist. In dieser untersten Schicht dominieren somit Reibungseffekte und folglich spielt hier die molekulare Viskosität  $\mu$  eine entscheidende Rolle. In diesem Gebiet können turbulente Wirbel nicht existieren, da sie von der Wandzone zerquetscht werden. Die äußerste Schicht ist die turbulente Unterschicht, in der die kleinen und großen turbulenten Wirbelstrukturen mit der Strömung konvektiert werden und dabei auch noch unregelmäßige Fluktuationen ausführen. In dieser Zone spielt neben der molekularen Viskosität  $\mu$  auch die turbulente Viskosität  $\mu_t$  eine entscheidende Rolle. Die turbulente Viskosität, die aus der chaotischen Bewegung der Wirbelstrukturen herrührt, ist im Gegensatz zur molekularen Viskosität kein Stoffparameter, wird jedoch bei der Modellierung der Turbulenzeffekte benötigt. Zwischen diesen beiden Zonen existiert eine Übergangzone, die sogenannte *Buffer Zone* [1], die diese beiden Schichten miteinander verknüpft.

Es ist hier wichtig zu erwähnen, dass die Turbulenz in Richtung Wand rapide an Intensität abnimmt, wodurch auch die turbulenten Wirbel kleiner werden. Aus experimentellen Messungen ist bekannt, dass die turbulente Intensität auch in Richtung zur Rohrmitte geringfügig abnimmt [58]. Es erfolgt ein Energiezerfall von größeren Wirbelstrukturen, die instabil sind, auf kleinräumige Wirbelstrukturen, die dann schließlich dissipieren [31]. Dieses Phänomen der Energiekaskade ist auch in der oberen Abbildung 3.7 in der Grenzschichtströmung symbolisch hervorgehoben worden. Diese Kenntnis ist essentiell für das Verständnis von vielen Turbulenzmodellen, da die Modelle mit solchen physikalischen Effekten assoziiert und durch solche assoziativen Ansätzen entwickelt werden. Außerdem verfügt die Turbulenz in der Wandnähe über eine feinere Struktur, so dass in diesem Bereich die turbulente Strömung homogen und isotrop ist [31]. Infolgedessen kann der wandnahe Bereich der turbulenten Strömung mittels universellen Wandfunktionen berechnet werden. Dies ist auch der Grund für die Benutzung von Wandfunktionen in den numerischen Berechnungen, um auf diese Weise die überaus feine Netzauflösung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils in der wandnahen Zone und damit einen großen numerischen Rechenaufwand zu vermeiden. Die Abbildung 3.8 stellt die Unterschiede der Geschwindigkeitsprofile einer laminaren und turbulenten Strömung dar.

Beim turbulenten Geschwindigkeitsprofil liegt ein größerer Geschwindigkeitsgradient an der Wandzone als im laminaren Fall vor, wodurch das turbulente Profil völliger und gleichmäßiger wirkt. Bei direkter Berechnung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils ohne die Benutzung von Wandfunktionen wird somit aufgrund des großen Geschwindigkeitsgradienten eine hohe Netzauflösung benötigt. Wie das turbulente Geschwindigkeitsprofil

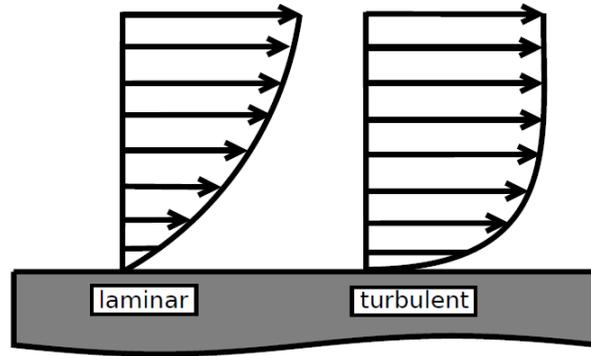


Abbildung 3.8: Vergleich zwischen einem laminaren und turbulenten Geschwindigkeitsprofil

auf der Wandoberfläche modelliert wird, wird in den Quellen Tannehill [62], Kuhlmann [34] und Oertel [31] detailliert behandelt. Für die Geschwindigkeitsgradienten auf der Wandoberfläche gilt schließlich folgender Zusammenhang:

$$\frac{\partial u}{\partial y}|_{turb} > \frac{\partial u}{\partial y}|_{lam} \quad (3.35)$$

Hieraus ergibt sich für die laminare und turbulente Wandschubspannung folgender Zusammenhang:

$$\tau_{wt} > \tau_{wl} \quad (3.36)$$

Aus diesem Grund wird eine turbulente Strömung mit einer erhöhten Widerstandskraft assoziiert, die entgegen der Strömungsrichtung wirkt.

Eine weitere Eigenschaft von turbulenten Strömungen kann bei Betrachtung der rechten Seite der RANS-Gleichungen (siehe Gleichung (4.31)), die im Kapitel 4 behandelt werden, festgestellt werden. Anhand des Prandtlschen Mischungswegansatzes kann gezeigt werden, dass die Geschwindigkeitsfluktuationen stets ein entgegengesetztes Vorzeichen besitzen, wodurch alle Komponenten des Spannungstensors  $-\rho \overline{u_i' u_j'}$  immer positive Werte annehmen [34]. Deshalb wird in die Strömung neben der viskosen Kraft eine zusätzliche Kraft induziert. Diese durch die Fluktuationen entstehende zusätzliche Kraft kann mit einer turbulenten Viskosität assoziiert werden. Somit entsteht bei einer turbulenten Strömung eine vergrößerte Wirkung der Viskosität. Dies ist auch ein Grund für die vergrößerte Scherspannung zwischen den Fluidelementen. Aufgrund der besonderen Form des turbulenten Geschwindigkeitsprofils (siehe Abbildung 3.8) ist eine turbulente Strömung im Zusammenhang mit dem Ablöseverhalten stabiler als eine laminare Strömung. Da der Massenschwerpunkt in der betrachteten turbulenten Grenzschicht weiter zur Wandzo-

ne hin verschoben ist, wird eine größere Verzögerung bis zum Erreichen einer Ablösung benötigt.

Die Betrachtung von Turbulenz in Rohrleitungen erfordert anders als bei Plattenströmungen ein weiteres Kriterium bezüglich des Umschlagphänomens. Im Jahre 1883 führte Reynolds viele experimentelle Untersuchungen in Rohrleitungen durch, um das auftretende Strömungsmuster aufzudecken. Er hat herausgefunden, dass beim Vorliegen einer Reynolds-Zahl  $Re_D$ , die größer als die in Gleichung (3.37) angegebene kritische Reynolds-Zahl ist, die Rohrströmung turbulent ist.

$$Re_{krit} = 2300 \quad (3.37)$$

In vielen experimentellen Untersuchungen musste Reynolds desweiteren auch feststellen, dass diese kritische Reynolds-Zahl bei größeren Werten liegen kann, wenn die Störeinflüsse wie bei der Plattenströmung in der ankommenden Strömung sehr klein gehalten werden [58]. Die Platten- und Rohrströmung sind zwei wichtige Referenzfälle, die für die Beurteilung eines Strömungssystems bezüglich der vorliegenden Strömungsform hilfreich sind.

Im folgenden soll anhand dieser beiden Referenzfälle das Strömungsfeld von Wirbelzählern bezüglich der vorliegenden Strömungsform untersucht werden. Wird das Strömungsfeld eines Wirbelzählers innerhalb des Messbereiches betrachtet, so wird festgestellt, dass die Rohrströmung turbulent ist, da die Reynolds-Zahl  $Re_D$  stets oberhalb der kritischen Reynolds-Zahl liegt. Ein solches Strömungsfeld ist in der Abbildung 3.9 skizzenhaft dargestellt. Folglich befindet sich auf sehr kleinen Skalen Wirbelstrukturen, die aufgrund der Turbulenz ständig erzeugt werden und auf den kleinsten Skalen dissipieren. Aus theoretischer Sicht kann die Umströmung des Störkörpers mit einer Plattenumströmung verglichen werden, wobei hier die Stirnfläche des Störkörpers mit einer Plattenfläche assoziiert werden kann. In der Mitte dieser Stirnfläche befindet sich ein Staupunkt, an der die Strömungsgeschwindigkeit auf den Wert null abgebremst wird. An dieser Stelle entspricht der statische Druck dem Totaldruck  $p_0$ , was z.B. aus der Bernoulli-Gleichung leicht eingesehen werden kann. Um diesen Staupunkt erfolgt der Beginn einer Grenzschichtentwicklung. Da jedoch die Störkörperhöhe ziemlich klein ist, bleibt die Strömung bis zur Ablösung laminar, da die kritische Länge, gebildet aus  $Re_{krit} = 500000$ , nicht erreicht wird. Im Nachlauf des Störkörpers wird die Strömung in der Scherschicht wieder turbulent aufgrund der hohen Geschwindigkeitsgradienten. Folglich liegt im Strömungsfeld des Wirbelzählers ein hybrider Strömungscharakter vor, was in der Abbildung 3.9 skizzenhaft veranschaulicht wird.

Dieses in Wirbelzählern auftretende Strömungsmuster erschwert im großen Maße die numerische Berechnung eines solchen Strömungsfeldes, da die Berechnung Modelle erfordert, die die Interaktion von laminaren und turbulenten Bereichen berücksichtigt. Solche

Interaktionen können nur in direkten numerischen Simulationen berücksichtigt werden, wo die kleinsten Strukturen aufgelöst werden. Der numerische Aufwand von solchen Simulationen ist jedoch immens.

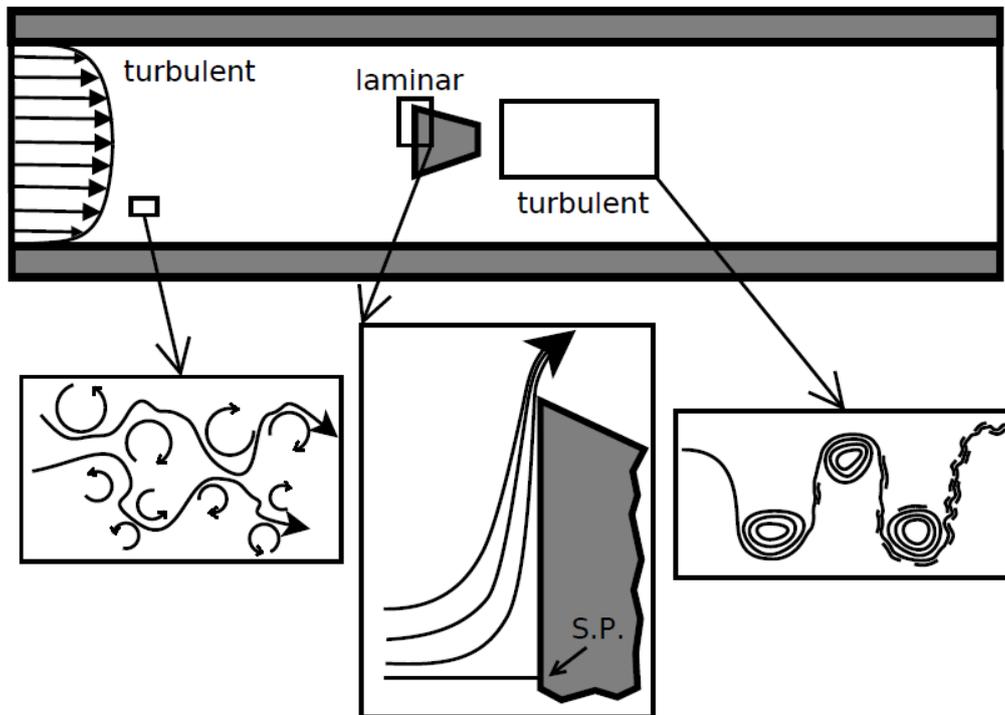


Abbildung 3.9: Interaktion zwischen laminaren und turbulenten Regionen im Strömungsfeld des Wirbelzählers

### 3.2.5 Strömungsablösung

Aus den Grenzschichtgleichungen ist bekannt, dass der Druckgradient senkrecht zur Grenzschicht den Wert null annimmt. Dieser Zusammenhang gilt bis zu einer ersten Ordnung Genauigkeit. Dies bedeutet, dass der Druck quer zur Grenzschichtströmung einen konstanten Wert besitzt und nur eine Funktion der Längsrichtung ist. Es gelten somit folgende Zusammenhänge:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \rightarrow p = p(x) \quad (3.38)$$

Die Druckverteilung der äußeren reibungsfreien Strömung (außerhalb der Grenzschicht) legt somit den Druck  $p = p(x)$  in der Grenzschicht aufgrund der Gültigkeit der oberen Beziehung (3.38) fest. Dieser Zusammenhang ist äußerst wichtig für das Verständnis des Ablösephänomens. Wird beispielsweise die Strömung auf einer gekrümmten Oberfläche betrachtet, so liegt bis zur maximalen Querausdehnung des Körpers eine beschleunigte

Strömung vor. Da die Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit mit einem Druckabfall verknüpft ist, passt sich die Druckverteilung in der Grenzschicht  $p(x)$  an die Druckverteilung der äußeren Strömung an. Hinter der maximalen Querausdehnung liegt eine verzögerte Strömung vor, da in diesem Bereich die Stromlinien aufgrund der größer werdenden Strömungsfläche weiter auseinander gehen. Aufgrund dieser Verzögerung wird der Geschwindigkeitsgradient an der Wandzone innerhalb der Grenzschicht immer kleiner, was darauf hindeutet, dass das Geschwindigkeitsprofil aufgrund des größer werdenden Druckes, der entgegen dem Geschwindigkeitsprofil wirkt, verzögert wird. Als Konsequenz wird auch die Wandschubspannung  $\tau_w$  immer kleiner. Als ein Beispiel kann eine Diffusorströmung betrachtet werden. Der Zustandsverlauf in einer solchen Strömung zwischen der Ein- und Austrittsebene unter der Annahme einer stationären, adiabaten und schwach reibungsbehafteten Strömung [28], die eine Zustandsänderung mit näherungsweise konstanter Totalenthalpie  $H_t \approx \text{const}$  zwischen der Ein- und Austrittsebene gewährleistet [28], ist im  $h$ - $s$ -Diagramm skizzenhaft dargestellt (siehe Abbildung 3.10).

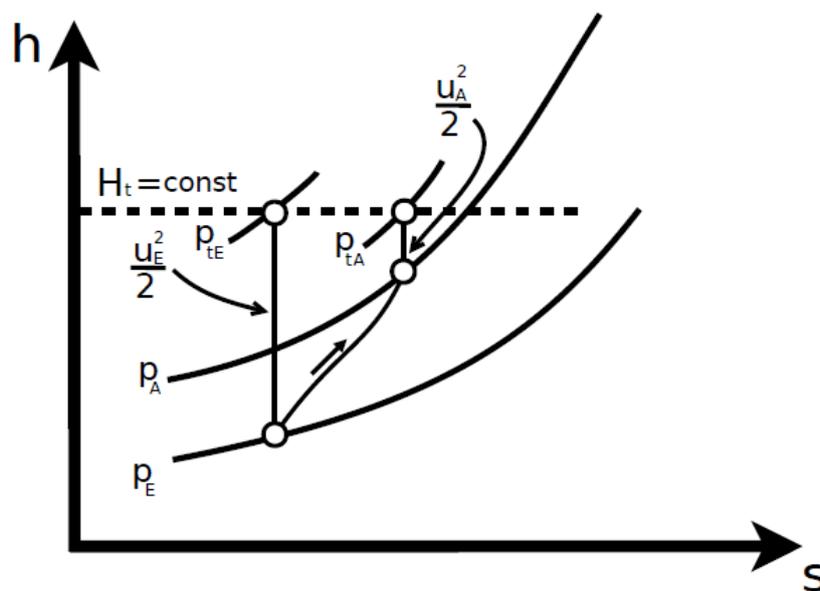


Abbildung 3.10: Zustandsänderung in einem Diffusor im  $h$ - $s$ -Diagramm

Aus diesem  $h$ - $s$ -Diagramm kann deutlich entnommen werden, dass der statische Druck aufgrund der Querschnittsvergrößerung in Strömungsrichtung zunimmt. Aufgrund von Verlusten in der Strömung nimmt die Entropie zu, wodurch der Totaldruck  $p_t$  abnimmt. Folglich wird dieser Druckanstieg in axialer Richtung auf die Grenzschicht eingepreßt, wodurch eine Verzögerung erreicht wird, bis schließlich die Strömung ihre Richtung ändert und stromaufwärts fließt.

Die Abbildung 3.11 stellt skizzenhaft die Strömungsablösung in einer Diffusorströmung dar. Wie aus dieser Abbildung zu erkennen ist, wird im Falle der Ablösung die zwei-

te Ableitung  $\partial^2 u / \partial y^2$ , die an die dynamische Viskosität  $\mu$  gekoppelt ist, positiv. Dies weist auf eine positive Krümmung des Geschwindigkeitsprofils hin. Folglich wird klar, dass in den Berechnungen, in denen Strömungsablösungen erfolgen, die viskosen Effekte berücksichtigt werden müssen. Nach [14] ist bekannt, dass je nach Anströmung und Flächenverhältnis eine Strömungsablösung in einem konischen Diffusor zwischen  $7^\circ$  und  $12^\circ$  erfolgt.

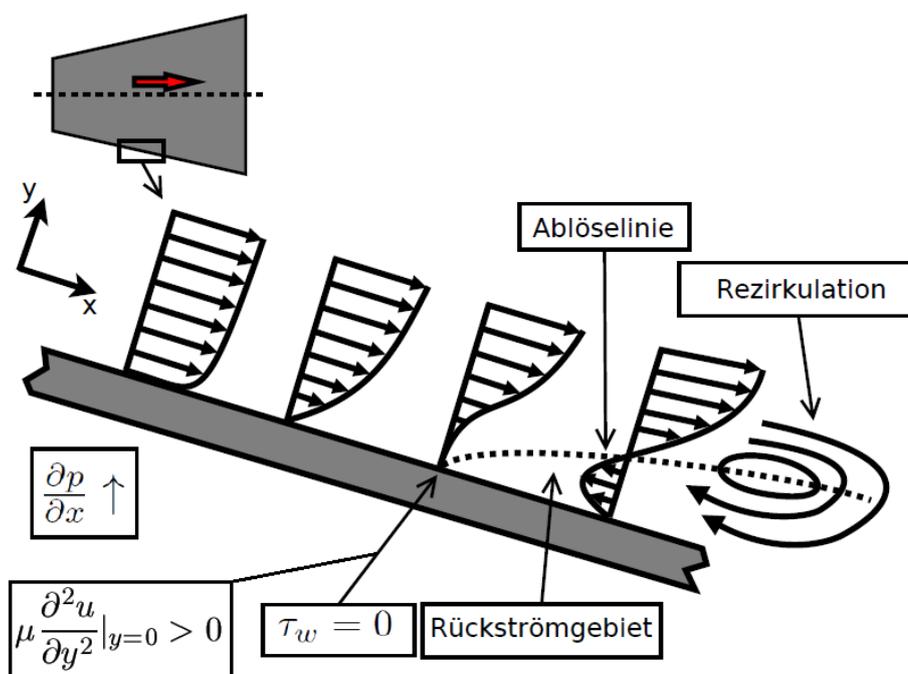


Abbildung 3.11: Strömungsablösung einer Diffusorströmung

Am Ablösepunkt gilt die Bedingung (3.39) bezüglich der Wandschubspannung  $\tau_w$ , die folgendermaßen definiert ist:

$$\tau_w = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad (3.39)$$

Hinter dem Ablösepunkt entsteht eine Strömungsrezirkulation, die die Entstehung eines Primärwirbels verursacht und schließlich stromabwärts konvektiert wird. Bei Diffusorströmungen ist die Strömungsablösung unerwünscht, da dadurch der geplante Druckanstieg nicht realisierbar ist. Im Falle von Wirbelzählern ist das Herbeiführen einer Ablösung wünschenswert, um auf diese Weise um dem Paddel im Nachlauf eine starke periodische Druckänderung zu erreichen.

Wenn unstetige und scharfe Körperoberflächen durch- bzw. umströmt werden, entsteht ein starker negativer Druckgradient, der von einem Druckanstieg gefolgt ist. Dieser Druckanstieg verursacht eine Ablösung. Bei einem Wirbelzähler mit einem kantigen Störkörper

entsteht direkt an der Vorderkante des Störkörpers eine Ablösung. Da die Vorderkante des Störkörpers scharf ausgeführt ist, kann eine wohl kontrollierte Ablösung erreicht werden, die von der Reynolds-Zahl weitgehend unabhängig ist. Die Abbildung 3.12 stellt das numerisch ermittelte Vektorfeld der abgelösten Strömung um den kantigen DN 25 Störkörper dar. Es kann deutlich die Entstehung einer rezirkulierenden Strömung und somit die Bildung eines Primärwirbels erkannt werden.

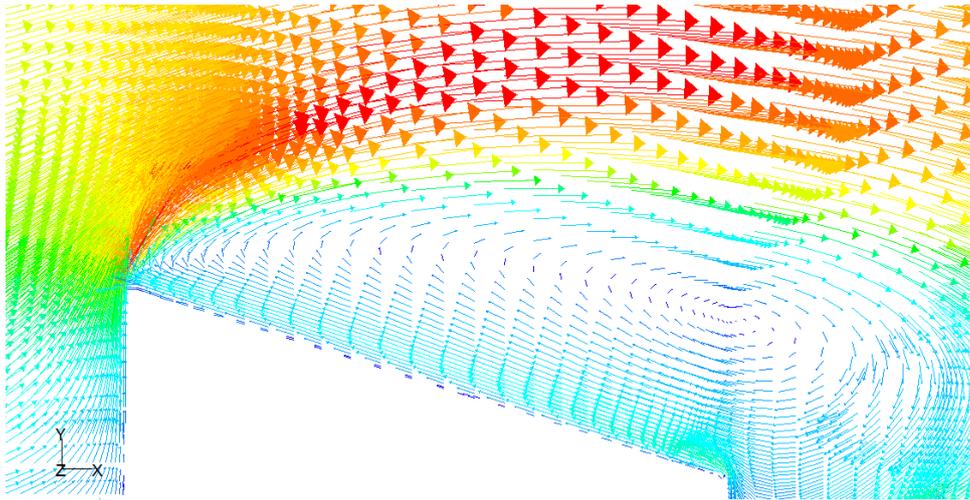


Abbildung 3.12: Strömungsablösung um den kantigen DN 25 Störkörper

### 3.3 Um- und Durchströmung von Strömungskonfigurationen

#### 3.3.1 Strömung um Störkörper

In diesem Unterkapitel steht die Strömung um Störkörperanordnungen im Vordergrund. Die Zylinderumströmung ist für das Verständnis der Strömung essentiell, weil bei ihr alle bisher behandelten Strömungsphänomene in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl zum Vorschein kommen. Es soll hier hauptsächlich eine Zylinderumströmung betrachtet werden, wobei wesentliche Unterschiede zwischen kreisrunden und eckigen Störkörper auch behandelt werden sollen.

Ist die Reynolds-Zahl bei einer Zylinderumströmung kleiner als 5, so liegt eine schleichende Strömung vor, die dadurch gekennzeichnet ist, dass keine Wirbelablösung auftritt. Wird hier das Strömungsfeld betrachtet, so wird festgestellt, dass die Strömung stationär ist. Die hoch viskose Umströmung ist rein laminar, folglich gibt es hier nach [59] keine echte Reynolds-Zahl Abhängigkeit, da keine Trägheitseffekte, die durch turbulente

Schwankungen zustande kommen, vorliegen. Wird die Reynolds-Zahl weiterhin bis auf etwa 40 erhöht, so erfolgt an beiden Seiten des Zylinders eine symmetrische Wirbelablösung, wobei sich ein labiler Zustand mit zwei zueinander parallel angeordneten Wirbel einstellt. Die Strömung schafft es nicht mehr der gesamten Kontur zu folgen und löst sich folglich bei einem Ablöswinkel von etwa  $\varphi \approx 130^\circ$  ab. Da die Strömung immer noch stationär ist und an der Zylinderoberfläche sich eine laminare Grenzschicht ausgebildet hat, ist der mathematische Charakter der dieses Strömungsfeld beschreibenden Grundgleichungen elliptisch-parabolisch. Der parabolische Charakter der Gleichungen kommt durch das Vorhandensein einer Grenzschicht zustande.

Doch dieser elliptisch-parabolische Charakter der Strömung ändert sich bei Reynolds-Zahlen zwischen 40 und 90, als der Nachlauf anfängt zu ondulieren. Diese Ondulation des Nachlaufs ist ein Zeichen dafür, dass instationäre Effekte zum Vorschein gekommen sind. Mit dem Beginn der instationären Effekte ändert sich der Charakter der Gleichungen auf hyperbolisch-parabolisch, was mit Wellenvorgängen assoziiert wird. Die Ondulation im Nachlauf pflanzt sich folglich mit einer negativen und positiven Welle in beiden Richtungen fort. Die zwei symmetrisch gegenrotierenden Wirbel, die inherent instabil sind, bekommen immer mehr Einfluss, bis schließlich bei Reynolds-Zahlen zwischen 90 und 300 dieser labiler Zustand eine periodische Wirbelablösung zur Folge hat. Innerhalb dieses Reynolds-Zahl Bereiches ist die Ermittlung einer Wirbelablösefrequenz im Nachlauf und somit die Bestimmung einer Strouhal-Zahl möglich. Wenn jedoch an einem Punkt im Nachlauf in diesem Reynolds-Zahl Bereich die sich periodisch ändernden Druckverläufe gemessen und die korrespondierenden Wirbelablösefrequenzen ermittelt werden würden, würde man Änderungen in der Strouhal-Zahl feststellen. Nach [59] befindet sich hier die Strouhal-Zahl zwischen 0,14 und 0,21. In einem Wirbelzähler würde dies eine erhöhte Nicht-Linearität und eine schlechte Wiederholbarkeit in den Messungen verursachen [8].

Bis etwa  $Re \approx 190$  erfolgt eine zweidimensionale Wirbelablösung [34]. Beim Überschreiten dieser Reynolds-Zahl jedoch werden die sich ablösenden Wirbel dreidimensional [34]. Somit erfolgt hier eine Wirbelstreckung und eine zusätzliche Verformung der entstandenen Wirbelröhre. Diese Mechanismen der Wirbelstreckung und -verformung werden durch den Term  $\vec{\omega}_r \cdot \nabla \vec{u}$  in der Wirbeltransportgleichung gekennzeichnet (siehe Gleichung (3.19)). Es kann leicht gezeigt werden, dass im Falle einer 2-D Strömung dieser Term zu null wird. Infolgedessen können in 2-D Berechnungen diese Mechanismen nicht berücksichtigt werden. In einer instationären Berechnung mit *Starccm+* an einer DN 25 Wirbelzählerkonfiguration unter symmetrischer Anströmung ist eine solche dreidimensionale Wirbelröhre visualisiert worden (siehe Abbildung 3.13), wobei für die Visualisierung Druckisoflächen verwendet worden sind.

Bei dieser instationären Simulation ist die kompressible Luftströmung in einem DN 25 Wirbelzähler bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  modelliert worden, wobei ein äußerst feines Netz eingesetzt worden ist. Der Primärwirbel ist durch die Umströmung eines eckigen Störkörpers entstanden, der dann stromabwärts konvektiert wird. Zudem kann in der Abbildung 3.13 die Entstehung eines Sekundärwirbels an der Endkante des Störkörpers erkannt werden, der auch über eine dreidimensionale Struktur verfügt.

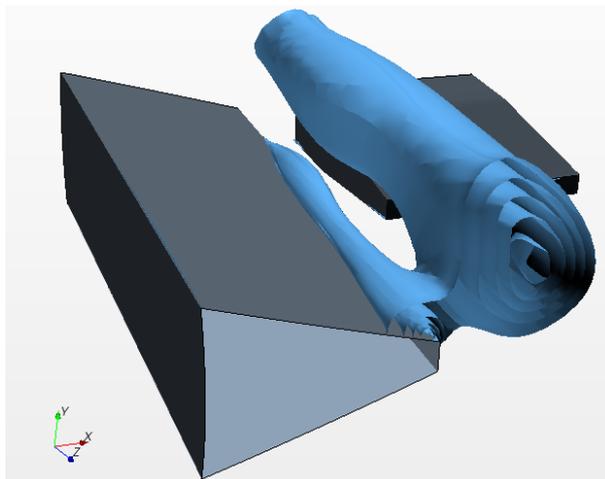


Abbildung 3.13: Visualisierung eines Primär- und Sekundärwirbels anhand von Druckisoflächen

Ein komplexes Phänomen, das im Nachlauf von Störkörpern entsteht, ist der Wirbelzusammenbruch, auch bekannt unter dem Begriff *vortex breakdown* [5]. Auch in Wirbelzählern tritt dieses Phänomen auf, wobei die Rohrwand entgegen dieser Instabilität wirkt. Die Abbildung 3.14 gibt eine Andeutung auf die Existenz eines solchen Wirbelzusammenbruchs an, was sich in einer starken Verformung und Deformation der entstandenen Wirbelröhre äußert.

In dieser Abbildung sind wiederum Druckisoflächen von  $|p_{Gauge}| = 4000 - 12000 Pa$  dargestellt, wobei hier  $p_{Gauge}$  der Relativdruck ist oder auch bekannt unter der Bezeichnung *Gauge Pressure* [1]. Da dieser Druck bezüglich des Referenzdruckes definiert ist, kann dieser Druck auch negative Werte annehmen. Die Stärke des Primärwirbels nimmt stromabwärts ab (minimaler Druck im Wirbelzentrum nimmt zu) und unterliegt einer starken Formänderung. Die numerische Modellierung von solchen instabilen Strömungserscheinungen erfordert den Einsatz von anderen numerischen Verfahren, die auf die Stabilitätsanalyse basieren.

Der technisch interessante Bereich der Reynolds-Zahlen befindet sich zwischen  $Re = 300$  und  $Re = 3 \cdot 10^5$ , da hier eine reguläre Karmansche Wirbelstraße vorliegt und folglich im Nachlauf eine linear mit der Reynolds-Zahl ansteigende Wirbelablösefrequenz detektierbar

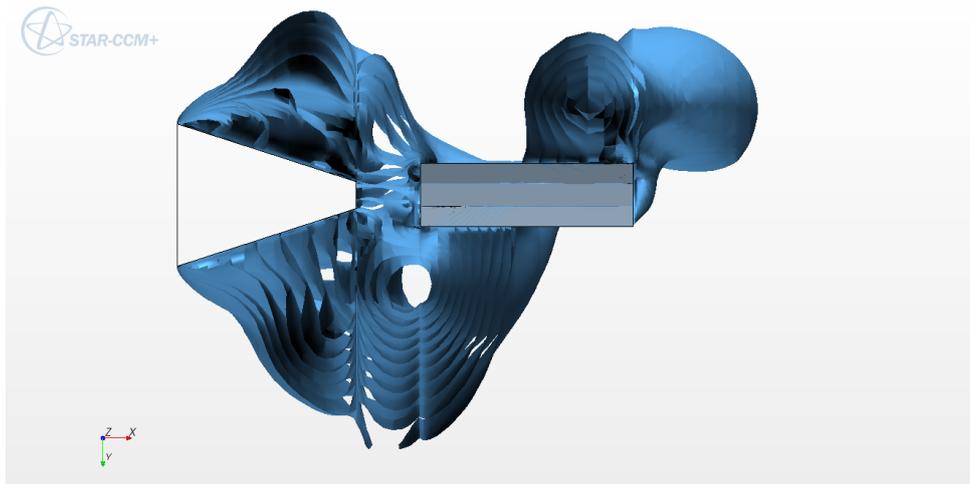


Abbildung 3.14: Visualisierung des Wirbelzusammenbruchs anhand von Druckisoflächen ist.

Die Abbildung 3.15 stellt die experimentell ermittelten Strouhal-Zahlen in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl bei einer Zylinderumströmung dar, wobei diese Abbildung aus Schlichting [58] entnommen worden ist.

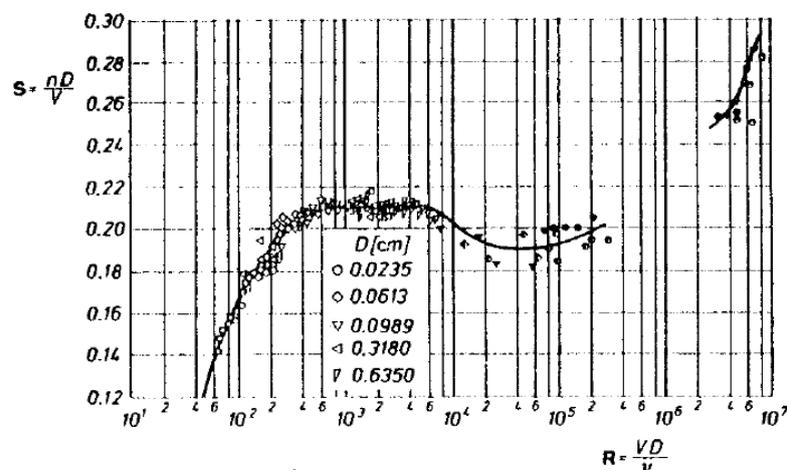


Abbildung 3.15: Strouhal-Zahl-Reynolds-Zahl Diagramm für Zylinderumströmung [58]

Nach diesen experimentellen Ergebnissen nimmt die Strouhal-Zahl einen näherungsweise konstanten Wert von  $Sr = 0,21$  [58] in einem Bereich von etwa  $Re = 300$  bis  $Re = 5000$  an. Dieser konstante Wert der Strouhal-Zahl kann für die Ermittlung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  herangezogen werden, da hier eine näherungsweise Proportionalität zwischen Wirbelablösefrequenz  $f$  und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  vorliegt und folglich die Gleichung (2.6) für die Ermittlung des Volumenstromes  $Q$  herangezogen werden kann. Der Grund für den nicht-linearen Verlauf der Strouhal-

Zahl bei weiterer Erhöhung der Reynolds-Zahl liegt in der zeitabhängigen Bewegung des Ablösepunktes auf der Zylinderoberfläche, die zu einer nicht-linearen Modulation der Wirbelablösefrequenz führt. Daher werden bei Wirbelzählern im Querschnitt eckig ausgeführte Störkörper, wie in den obigen Abbildungen 3.13 und 3.14 auch dargestellt worden sind, bevorzugt eingesetzt, um eine von der Reynolds-Zahl weitgehend unabhängige fixe Ablösung zu realisieren. Die Abbildung 3.16 stellt die experimentell ermittelten Verläufe der Strouhal-Zahlen der beiden Störkörperkonfigurationen zusammen (Abbildung 3.16 entnommen aus Fiedler [15]). Wie aus dieser Abbildung zu erkennen ist, kann durch einen eckigen Störkörper eine verbesserte Konstanz des Verlaufes der Strouhal-Zahlen realisiert werden, wobei die Strouhal-Zahlen auf kleinere Werte fallen. Zudem kann durch Einsatz von eckigen Störkörpern der Messbereich, innerhalb der die Strouhal-Zahl näherungsweise konstant bleibt, aufgrund der fixen und wohl kontrollierten Ablösung erweitert werden.

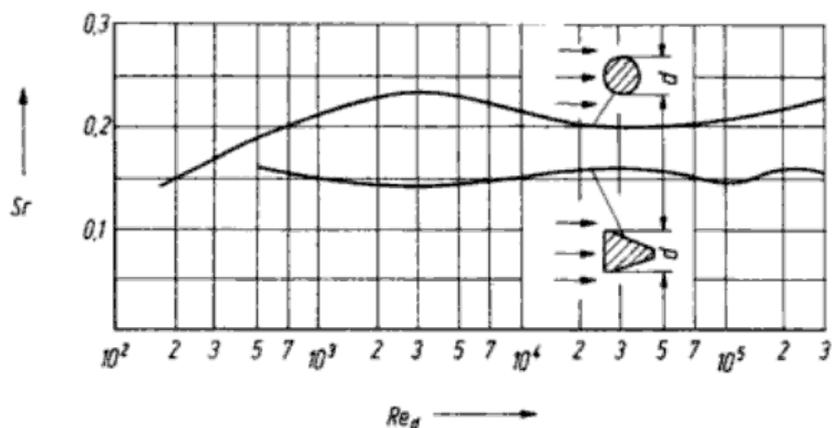


Abbildung 3.16: Zusammenstellung der  $Sr$ - $Re$  Verläufe von einem zylindrischen und kantigen Störkörper [15]

Bei der Zylinderumströmung liegt zwischen  $Re = 300$  und  $Re = 3 \cdot 10^5$  immer noch eine laminare Grenzschichtablösung vor, da die Strömung noch im subkritischen Bereich liegt. Es wird folglich von einer deterministischen Wirbelablösung gesprochen. An einer bestimmten Stelle im Nachlauf tritt in der Scherschicht Turbulenz ein, wobei turbulente Wirbel aufgrund der hohen Geschwindigkeitsgradienten auf sehr kleine Skalen erzeugt werden [8]. In der Arbeit von Albina [4] ist eine detaillierte Untersuchung bezüglich des Zusammenbruchs von freien Strahlströmungen durchgeführt worden. Da immer Störungen in der Anströmung in Form von Fluktuationen vorhanden sind, wird ein anfänglich runder Strahl aufgrund von Oberflächenspannungen instabil und unterliegt einer Formänderung [4]. Folglich befindet sich im Nachlauf ein Transitionspunkt zwischen laminarer und turbulenter Strömung, der sich mit zunehmender Reynolds-Zahl in Richtung Zylinderoberfläche verschiebt [4].

Um die kritische Reynolds-Zahl von etwa  $Re = 5 \cdot 10^5$  erreicht die Turbulenz schließlich die Zylinderoberfläche. Die Grenzschicht wird turbulent und folglich erfolgt eine turbulente Wirbelablösung, die diesmal von stochastischer Natur ist. Aufgrund der stabilisierenden Wirkung einer turbulenten Strömung verschiebt sich der Ablösewinkel wiederum auf größere Winkel  $\varphi > 90^\circ$ . Dadurch wird das Totwassergebiet hinter dem Störkörper, was durch große Reibungseffekte dominiert wird, verkleinert. Dies ist auch der Grund dafür, dass der Widerstandskoeffizient  $c_W$  im Gegensatz zu den  $c_W$ -Werten von der Umströmung von schlanken Störkörpern rapide bis auf einen bestimmten Wert abfällt. Da jedoch zunehmend viele kleine turbulente Wirbel erzeugt werden, wird der Strömung Energie entzogen. Folglich nimmt der  $c_W$ -Wert mit steigender Reynolds-Zahl wieder zu.

Bei nochmaliger Betrachtung der Abbildung 3.15 wird ersichtlich, dass es in einem bestimmten Reynolds-Zahl Bereich nicht möglich ist, eine eindeutige Wirbelablösefrequenz zu bestimmen. Dies rührt aus einer Frequenzüberlagerung zwischen den sich ablösenden Wirbel und der um diese Wirbel auftretende Fluktuationen. Ab einer Reynolds-Zahl von etwa  $Re = 3 \cdot 10^6$  wird die Wirbelstraße wieder regulär und die Ermittlung der Strouhal-Zahl möglich.

### 3.3.2 Voll-ausgebildete Rohrströmungen

Da die Strömung durch Rohrleitungen zum Wirbelzählereintritt geführt wird und der Wirbelzähler selbst ein Messrohr darstellt, in dem ein bestimmter Störkörper und Paddel eingebaut sind, ist die strömungsmechanische Behandlung von Rohrströmungen äußerst wichtig. Bei der numerischen Berechnung ist die Ausgangsform der Strömung eine voll-ausgebildete Rohrströmung. Die Entstehung einer voll-ausgebildeten Rohrströmung erfolgt nicht abrupt, sondern erfolgt innerhalb einer bestimmten Rohrlänge, die je nach vorliegender Strömungsform unterschiedlich lang sein kann. Wie eine voll-ausgebildete Rohrströmung entsteht, wird skizzenhaft in der Abbildung 3.17 dargestellt.

In dieser Abbildung wird die Strömung einer Ansaugvorrichtung dargestellt. Eine Pumpe saugt Luft von einem großen Raum in die Rohrleitung ein. Es bildet sich von der Rohreintrittsebene beginnend eine laminare Grenzschicht aus, die entlang der Rohrleitung mit dem Faktor  $\sim \sqrt{x}$  anwächst. Innerhalb der Grenzschicht ist die Strömung voll reibungsbehaftet. Außerhalb der Grenzschicht ist die Strömung näherungsweise als reibungsfrei anzusehen, da in diesem Bereich der Geschwindigkeitsgradient null ist. Wenn die aus  $Re_{krit} = 500000$  gebildete kritische Länge  $x_T$  erreicht und die notwendige Bedingung  $Re_D > Re_{krit} = 2300$  erfüllt wird, so erfolgt nach dem Transitionsprozess der Umschlag auf eine turbulente Grenzschicht. Die Grenzschicht entlang des Rohres ist nach einem bestimmten Streckenabstand so weit angewachsen, dass diese sich in der Rohr-

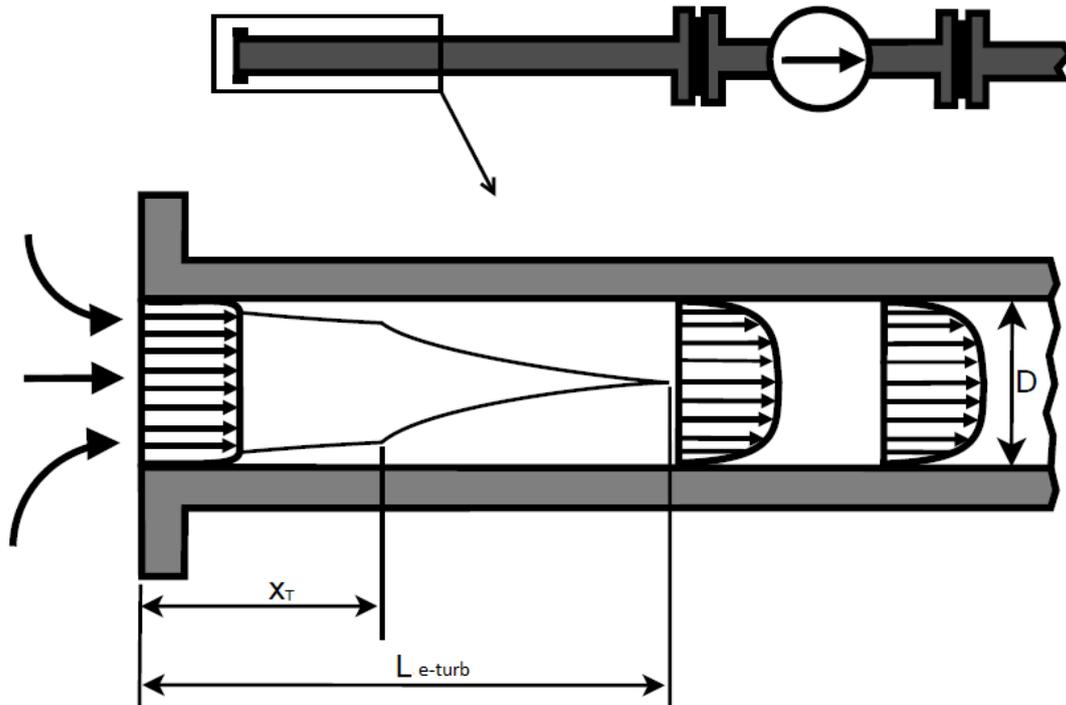


Abbildung 3.17: Entstehung einer voll-ausgebildeten Rohrströmung bei einer Ansaugvorrichtung

mitte treffen. In diesem Fall ist eine voll-ausgebildete Strömung entstanden, wobei die Strömung im gesamten Rohrquerschnitt reibungsbehaftet ist. Das Geschwindigkeitsprofil ändert sich im weiteren Verlauf nicht mehr. Wie aus der Abbildung 3.17 ersichtlich wird, ist die turbulente Grenzschichtdicke größer als die laminare Grenzschichtdicke. Folglich ist in einer turbulenten Strömung die Einlaufstrecke viel kürzer als die Einlaufstrecke einer rein laminaren Rohrströmung, da die laminare Grenzschicht langsamer anwächst und die Grenzschicht sich viel später schneidet. Die laminare und turbulente Einlaufstrecke kann mittels analytischer Gleichungen abgeschätzt werden. Diese können mit folgenden Gleichungen (3.40) und (3.41) abgeschätzt werden:

$$L_{e-lam} = D \cdot 0,03 \cdot Re_D \quad [16] \quad (3.40)$$

$$L_{e-turb} = D \cdot 0,39 \cdot Re_D^{0,25} \quad [61] \quad (3.41)$$

Wenn  $Re_D$  kleiner als  $Re_{krit} = 2300$  ist, so kann sich trotz des Überschreitens der kritischen Transitionslänge  $x_T$  keine Turbulenz in der Rohrleitung bilden. Der Strömungsraum ist in diesem Fall für die Bildung von turbulenten Wirbeln klein. Es liegt eine rein laminare Strömung vor, wobei das in der Rohrleitung vorliegende Geschwindigkeitsprofil durch die Hagen-Poiseuille Gleichung beschrieben werden kann. Die Hagen-Poiseuille Gleichung,

die eine stationäre, inkompressible und voll ausgebildete Rohrströmung beschreibt, ist wie folgt definiert [51]:

$$u(r) = -\frac{1}{4 \cdot \mu} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot R^2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (3.42)$$

Die Druckdifferenz  $dp$  ist nur eine Funktion der x-Koordinate. Der Ausdruck  $\frac{dp}{dx}$  ist ein Maß für den Druckverlust in der Rohrströmung. Diese gewöhnliche Differentialgleichung kann nach [51] durch eine Integration entlang der x-Koordinate von  $x=0$  bis  $x=L$  mit folgenden Term ersetzt werden:

$$\frac{\Delta p}{L} = -\frac{dp}{dx} \quad (3.43)$$

Der Druckverlust  $\Delta p$  kann nach folgender allgemeingültigen Gleichung berechnet werden:

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot u_m^2 \quad (3.44)$$

Die Größe  $\lambda$  kennzeichnet den Rohrreibungskoeffizienten und kann aus dem Moody-Diagramm entnommen werden. Das Moody-Diagramm stellt den Rohrreibungskoeffizienten  $\lambda$  in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl bezogen auf den Rohrdurchmesser  $D$  dar. Dieses Diagramm wird in einen laminaren und turbulenten Bereich unterteilt, wobei zwischen diesen Bereichen der Transitionsbereich auftritt. Das Moody-Diagramm ist in der Abbildung 3.18 dargestellt, wobei dieses Diagramm aus der Quelle [23] entnommen worden ist.

Aus diesem Diagramm kann entnommen werden, dass laminare Strömungen unabhängig von der Rohrrauigkeit sind. Folglich kann im Falle einer rein laminaren Strömung der Rohrreibungskoeffizient mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$\lambda = \frac{64}{Re_D} \quad (3.45)$$

Befindet sich die Strömung im turbulenten Bereich, so kommt zusätzlich der Einfluss der Rohrrauigkeit zum Vorschein. Für hydraulisch glatte Rohre mit einer Sandrauigkeit von  $k_s = 0$  kann für die Berechnung des Rohrreibungskoeffizienten  $\lambda$  der Blasius-Ausdruck verwendet werden, der in der Gleichung (3.46) definiert ist [58].

$$\lambda = 0,3164 \cdot Re_D^{-0,25} \quad Re_D < 10^5 \quad (3.46)$$

Eine andere Gleichung, die von Prandtl entwickelt worden ist, ist für einen größeren Reynolds-Zahl Bereich definiert. Diese Gleichung gilt auch für hydraulisch glatte Rohre und muss iterativ gelöst werden. Diese Gleichung ist nach [59] folgendermaßen definiert:

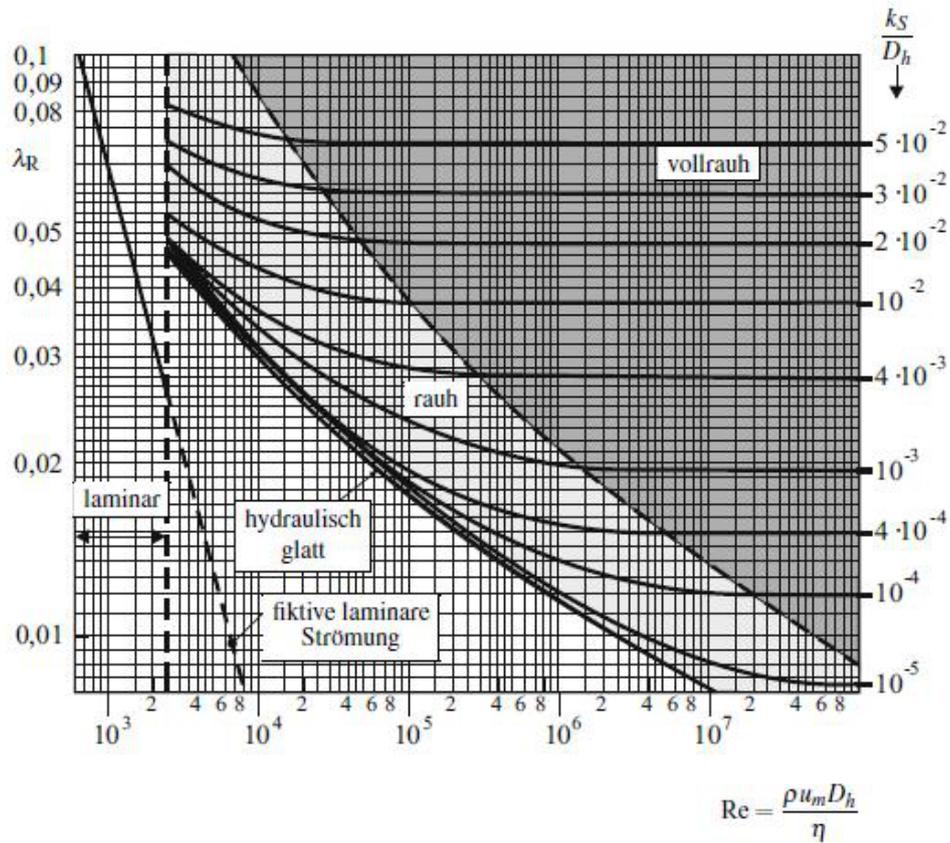


Abbildung 3.18: Moody-Diagramm [23]: Darstellung des Rohrreibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log(Re_D \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad 4 \cdot 10^3 \leq Re_D \leq 3,4 \cdot 10^6 \quad (3.47)$$

Die oben aufgeführten Gleichungen (3.45), (3.46) und (3.47) für die Ermittlung des Rohrreibungskoeffizienten  $\lambda$  besitzen nur Gültigkeit für voll-ausgebildete Rohrströmungen [48]. Da für eine voll-ausgebildete turbulente Rohrströmung am Wirbelzählereintritt in der numerischen Untersuchung eine lange Einlaufänge erforderlich und der damit verbundene Rechenaufwand höher sein würde, ist es sinnvoll, mittels bestimmter Gleichungen voll-ausgebildete Geschwindigkeitsprofile auszurechnen und diese direkt am Eintritt des Strömungssystems einzulesen. Auf diese Weise kann der numerische Aufwand erheblich reduziert werden. Ein bekanntes turbulentes Geschwindigkeitsprofil ist von Nikuradse entwickelt worden. Dieses Geschwindigkeitsprofil wird als das Nikuradse-Profil bezeichnet und wird nach [58] definiert als:

$$u(y) = u_{max} \cdot \left(\frac{y}{R}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.48)$$

Diese Gleichung repräsentiert ein symmetrisches Profil, da nur eine Komponente des

Geschwindigkeitsvektors (Axialkomponente) spezifiziert wird. Die Größe  $u_{max}$  kennzeichnet die maximale Strömungsgeschwindigkeit, die in der Rohrmitte vorliegt. Die maximale Strömungsgeschwindigkeit  $u_{max}$  kann nach [58] mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$u_{max} = u_m \cdot \frac{(2n+1)(n+1)}{2n^2} \quad (3.49)$$

Die Größe  $n$  in den obigen Gleichungen (3.48) und (3.49) kennzeichnet den Nikuradse-Exponent, der von der Reynolds-Zahl abhängig ist. Je nach vorliegender Reynolds-Zahl kann aus der unteren Tabelle 3.2 der Nikuradse-Exponent durch Interpolation ermittelt werden:

$Re$	4000	$2,3 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^6$	$2,0 \cdot 10^6$
$n$	6,0	6,6	7,0	8,8	10,0

Tabelle 3.2: Ermittlung des Nikuradse-Exponenten in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl [58]

Die Abbildung 3.19 stellt Nikuradse-Profile für die angegebenen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten dar. Aus den Profilverläufen wird ersichtlich, dass die Profile in der Rohrmitte spitz zulaufen. Folglich verfügt das Nikuradse-Profil über eine schlechte Mittenanpassung, da in der Mitte eine Unstetigkeitsstelle existiert und folglich an dieser Stelle die erste Ableitung nicht existieren kann.

Eine andere Approximation des turbulenten voll-ausgebildeten Geschwindigkeitsprofils stammt von Gersten, die eine bessere Mittenanpassung besitzt. Die Herleitung des Gersten-Profils basiert auf der asymptotische Theorie. Für die Herleitung des Gersten-Profils ist die Definition der Wandschergeschwindigkeit  $u_\tau$  erforderlich, die eine Funktion der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  und des Rohrreibungskoeffizienten  $\lambda$  ist [43]:

$$\frac{u_\tau}{u_m} = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \quad (3.50)$$

Nach [43] wird das Gersten-Profil durch folgende Gleichung beschrieben:

$$u(\bar{r}) = u_m \cdot \left[ 1 + \sqrt{\lambda} \left( 1,4199 - 0,8623 \cdot \ln\left(\frac{1+2\bar{r}^2}{1-\bar{r}^2}\right) \right) \right] \quad (3.51)$$

Die Größe  $\bar{r}$  ist dimensionslos und stellt das Verhältnis von der radialen Koordinate  $r$  zum Radius  $R$  des Rohres dar [43]:

$$\bar{r} = \frac{r}{R} \quad (3.52)$$

Aus den in der Abbildung 3.20 dargestellten Profilverläufen wird ersichtlich, dass das Gersten-Profil einen stetigen Verlauf besitzt. Jedoch ist das Gersten-Profil an der Rohr-

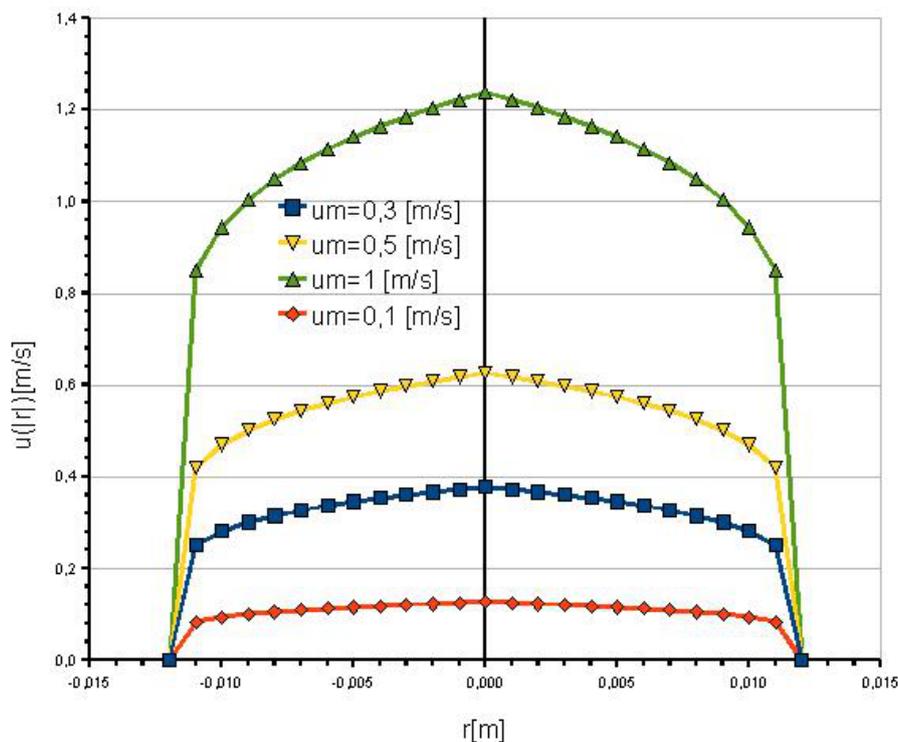


Abbildung 3.19: Nikuradse-Profile bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten

wandoberfläche, wo aufgrund der Haftbedingung die Strömungsgeschwindigkeit null ist, nicht definiert. Da diese Gleichung auf der asymptotischen Theorie basiert, nähert sich das Profil asymptotisch gegen null. Bei der Implementierung dieser Gleichung kann nichtsdestotrotz diese *No-Slip*-Randbedingung auf der Rohrwandoberfläche erzwungen werden. Demzufolge sind in den anfänglichen Berechnungen das Gersten-Profil verwendet worden, da dieses Profil eine bessere Approximation des turbulenten Geschwindigkeitsprofils wiedergibt.

Bei den meisten Simulationen mit *Starccm+* sind jedoch Profilsimulationen in dieser Arbeit durchgeführt worden. Da nach Nikuradse für eine voll-ausgebildete turbulente Rohrströmung eine Länge von 25-40D erforderlich ist [58], sind in der numerischen Untersuchung Rohre der Länge von 50D verwendet worden. Um den numerischen Aufwand weitgehend gering zu halten, wird die Profilströmung innerhalb der Rohrlänge von 50D als stationär angesehen und vom instationären Strömungsfeld des Wirbelzählers als entkoppelt betrachtet. Da im langen Rohrabschnitt stationäre Strömungsverhältnisse vorliegen und das voll-ausgebildete Geschwindigkeitsprofil ein stationäres Profil darstellt, ist die separate Betrachtung des kompletten Strömungssystems gerechtfertigt. Das ermittelte voll-ausgebildete Geschwindigkeitsprofil wird nicht direkt am Wirbelzählereintritt eingelesen, sondern es wird ein Einlaufrohr der Länge von etwa 3D vor dem Wirbelzähler vorgesehen,

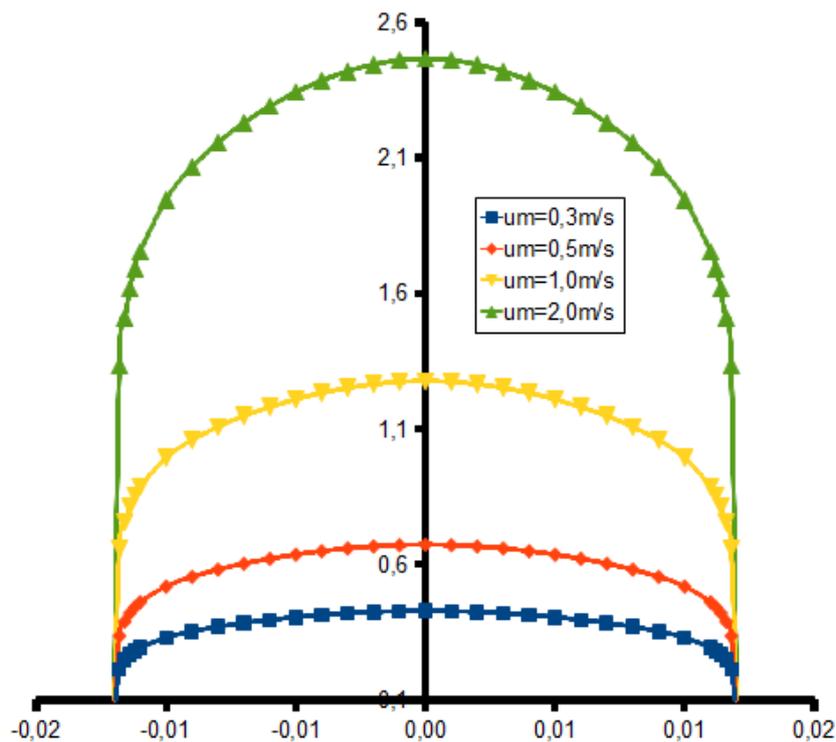


Abbildung 3.20: Gersten-Profile bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten  $u_m$

um bei der instationären Berechnung der Strömung innerhalb dieses kleinen Streckenabstandes numerisch freie Entfaltung zu ermöglichen. Die hier geschilderte Prozedur ist in der Abbildung 3.21 skizzenhaft dargestellt.

Diese Vorgehensweise ist anwendbar sowohl bei inkompressiblen als auch bei kompressiblen Strömungen. Bei kompressiblen Strömungen stellt diese Anwendung keine Probleme dar, solange das Strömungsprofil symmetrisch ist. In vielen numerischen Berechnungen ist herausgefunden worden, dass in Anwesenheit eines Rohrkrümmers, der einem Wirbelzähler vorgeschaltet wird, eine entkoppelte Betrachtung zu fehlerhaften Ergebnissen führt, da dadurch der Transport von Informationen unterbunden wird.

### 3.3.3 Ermittlung von Strömungsstörungen anhand von Parametern

Durch eine Vielzahl von experimentellen, aber auch numerischen Untersuchungen ist bekannt, dass in einem Rohrleitungssystem eingebaute strömungstechnische Armaturen eine gewisse Störung in der Strömung verursachen, die sich dann im Rohrleitungssystem stromabwärts weiter ausbreitet. Solche Störungen können eine Messabweichung bei Durchflussmessgeräten verursachen. Folglich wird von den Herstellern eine gewisse Einlaufrohrlänge vor dem Eintritt des Durchflussmessgerätes gefordert, da die vorliegende Störung mit zu-

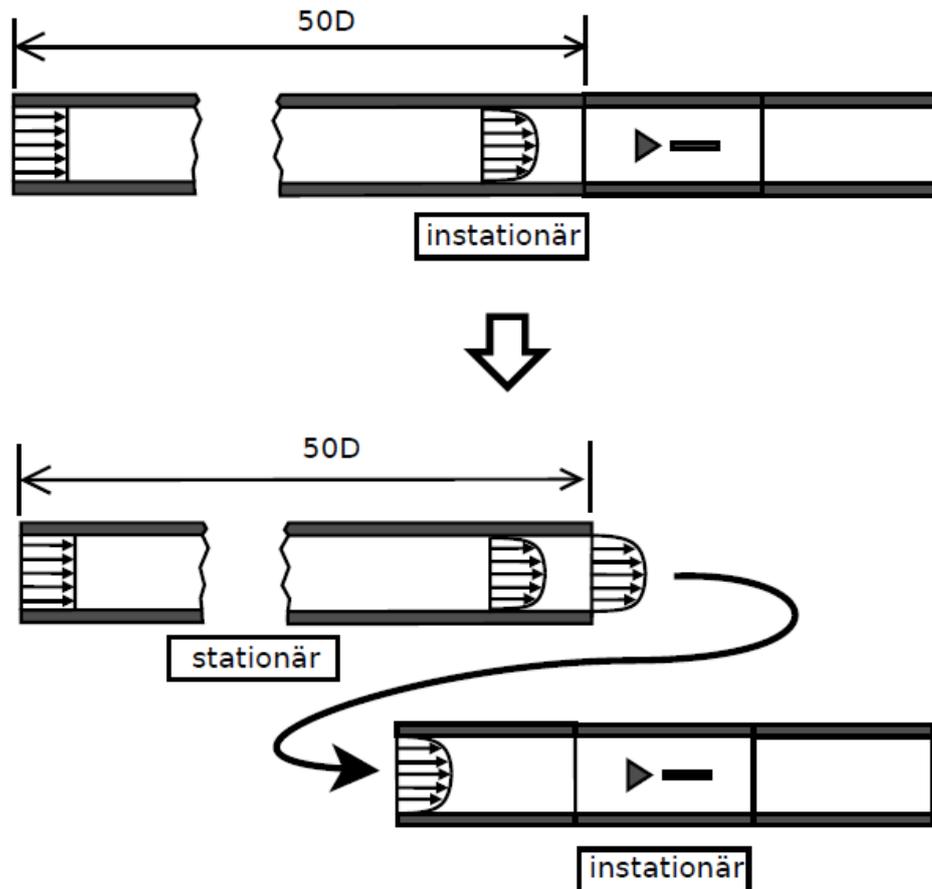


Abbildung 3.21: Vorgehensweise bei der Profil- und Wirbelzählersimulation

nehmender Rohrlänge abklingt.

Betrachtet man strömungstechnische Anlagen von heute, so wird festgestellt, dass aufgrund der kompakten Bauweise von Rohrleitungssystemen eine lange Einlaufrohrlänge nicht so einfach realisierbar ist. Die kompakte Bauweise von solchen Anlagen erfordert den Einsatz von Rohrkrümmern, die eine gewisse Störung in der Strömung verursachen. Rohrkrümmer sind die am häufigsten eingesetzten strömungstechnischen Armaturen, da mit ihnen der Volumendurchsatz gezielt zum Zielort geführt bzw. geleitet werden kann. Die nächste Abbildung 3.22 stellt die drei vorkommenden Formen der Rohrkrümmer dar, wobei der Einzelrohrkrümmer am häufigsten in technischen Anlagen vorzufinden ist.

Wie die Strömung direkt am Austritt dieser Rohrkrümmer aussieht, zeigen die numerischen Ergebnisse in Abbildung 3.23, wobei am jeweiligen Rohrkrümmeraustritt die axialen Geschwindigkeitsverteilungen in Form von Konturen zusammen mit Stromlinien in den jeweiligen Querschnittsflächen dargestellt sind. Die Existenz von Stromlinien in den Querschnittsflächen weist auf die Existenz einer Tangentialgeschwindigkeitsverteilung hin. Diese Simulationsergebnisse sind mit *Fluent* an einem mittelfeinen Netz ermittelt wor-

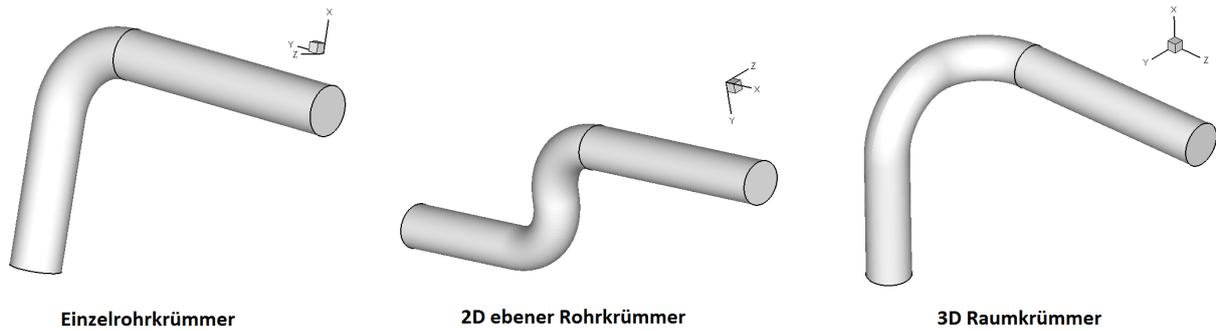


Abbildung 3.22: Darstellung von Rohrkrümmerkonfigurationen

den. Es sind stationäre Simulationen mit Luft bei der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 10 \frac{m}{s}$  durchgeführt worden. Die anschließende Visualisierung ist mit *Tecplot* durchgeführt worden.

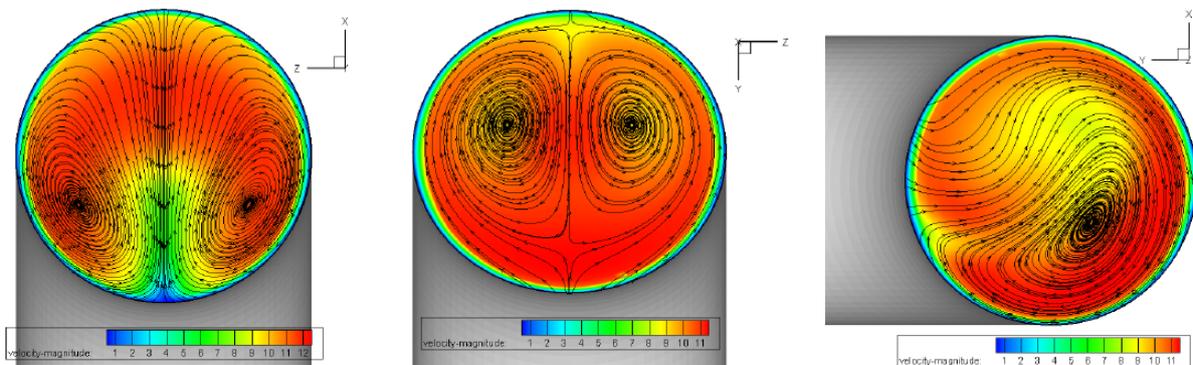


Abbildung 3.23: Visualisierung der Strömung am Austritt der Rohrkrümmer

Es kann deutlich erkannt werden, dass das Geschwindigkeitsprofil sowohl in axialer als auch in tangentialer Richtung über eine Störung verfügt. Im Falle des Einzelrohrkrümmers und des zweidimensionalen ebenen Rohrkrümmers entstehen direkt am Austritt zwei Wirbel, die gegeneinander rotieren, wobei diese sich durch unterschiedliche Vortizitäten unterscheiden. Beim Einzelrohrkrümmer befinden sich die Wirbel näher an der unteren Rohrwand, wohingegen beim zweidimensionalen ebenen Rohrkrümmer die Wirbel sich in der Mitte des Rohrquerschnitts befinden. Beim dreidimensionalen Raumkrümmer entsteht am Austritt ein großer Wirbel mit einer größeren Vortizität.

Wie aus diesen Strömungsergebnissen ersichtlich wird, können die Störungen über eine komplexe Form verfügen. Folglich ist es von Interesse, diese vorliegenden Störungsercheinungen in der Strömung mittels einiger dimensionsloser Parameter mathematisch zu erfassen bzw. zu quantifizieren, um eine Aussage über deren Ausmaß treffen zu können und das Verhalten der Störung stromabwärts zu untersuchen.

Ein wichtiger Parameter, der auf die vorliegende Asymmetrie in der axialen Geschwindigkeitsverteilung hinweist, ist die Asymmetrie-Zahl  $K_a$  [42]. Dieser Parameter erfasst die Schwerpunktsverschiebung des Massenstromes  $\dot{m}$  über einem Rohrquerschnitt. Dieser Parameter ist zusammen mit den Größen  $y_s$  und  $z_s$  nach [42] folgendermaßen definiert:

$$K_a = \frac{\sqrt{y_s^2 + z_s^2}}{R} \quad (3.53)$$

$$y_s = \frac{1}{\dot{m}} \cdot \iint_A y \cdot d\dot{m} \quad (3.54)$$

$$z_s = \frac{1}{\dot{m}} \cdot \iint_A z \cdot d\dot{m} \quad (3.55)$$

Die Größen  $y_s$  und  $z_s$  kennzeichnen die resultierenden Verschiebungen des Massenschwerpunktes in y- und z-Richtungen im betrachteten Rohrquerschnitt. Die obige Definition ist nur auf ein Rohrsystem anwendbar, dessen Achse entlang der x-Achse zeigt. Neben der Asymmetrie in der axialen Geschwindigkeitsverteilung liegt gleichzeitig auch eine tangentiale Geschwindigkeitsverteilung vor. Der Grund für die Existenz der Tangentialgeschwindigkeit ist das Vorhandensein von  $v$  und  $w$  Geschwindigkeitskomponenten im Rohrquerschnitt. Wie in der obigen Abbildung 3.23 dargestellt ist, entstehen im Rohrquerschnitt aufgrund der Störung Wirbel, die mit einer bestimmten Rotationsgeschwindigkeit rotieren und sich stromabwärts ausbreiten. Diese Wirbel sind stabil und klingen erst nach einer langen Rohrlänge ab. Die mathematische Erfassung des Dralls in einem betrachteten Rohrquerschnitt kann mittels der Drallzahl  $K_w$  erfolgen, die die Tangentialgeschwindigkeit  $W$  berücksichtigt. Dieser Parameter ist nach [42] folgendermaßen definiert:

$$K_w = \frac{\iint_A W \cdot r \cdot d\dot{m}}{\pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^3} \quad (3.56)$$

Dieser Ausdruck erfasst die sich im Rohrquerschnitt an der Stelle  $r = \sqrt{y^2 + z^2}$  befindliche Tangentialgeschwindigkeit  $W$  um die Rohrachse. Folglich muss in den Simulationsprogrammen die Ausrichtung der Achse des Strömungssystems richtig definiert werden, da die Tangentialgeschwindigkeit  $W$  von der Ausrichtung der Achse abhängig ist [3]. Da durch die Ablösung in Folge der Durchströmung oder durch Umlenkung der Strömung in einer strömungstechnischen Anordnung Wirbel entstehen, liegt im Rohrquerschnitt eine Vortizitätsverteilung vor. In der Abbildung 3.24 wird skizzenhaft ein Rohrquerschnitt mit einer bestimmten Vortizitätsverteilung mit  $\omega_{x1} - \omega_{xn}$  dargestellt.

Da die Vortizität ein Maß für die Rotationsrate eines Fluidelements ist, ist es nützlich, die vorliegenden Vortizitäten um die Rohrachse über der Rohrquerschnittsfläche zu inte-

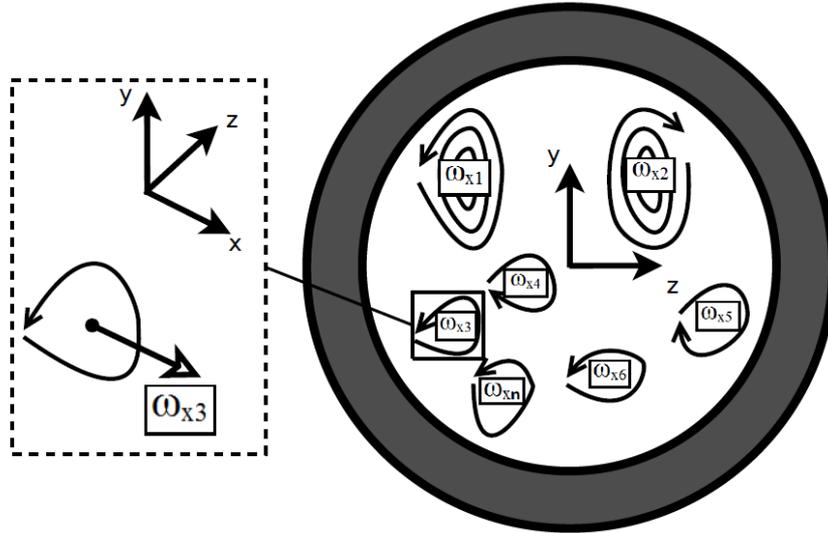


Abbildung 3.24: Skizzenhafte Darstellung einer Vortizitätsverteilung in einem Rohrquerschnitt

gieren. Durch die Integration des Vektors der Wirbeldichte  $\vec{\omega}$  entsteht die mit der Einheit  $[\frac{m^2}{s}]$  versehene Größe  $\Gamma$ , die als Zirkulation bezeichnet wird [34]. Da hier die Vortizität um die Rohrachse (x-Achse) bedeutsam ist, entsteht durch die Integration der x-Komponente des Vektors der Wirbeldichte  $\omega_x$  ein anderer Parameter  $\Gamma_x$ , der im betrachteten Rohrquerschnitt die vorliegenden x-Vortizitäten aufsummiert. Um eine dimensionslose Größe basierend auf  $\Gamma_x$  zu definieren, wird diese Größe auf den Wert  $u_m \cdot R$  bezogen. Folglich wird folgende Größe definiert:

$$K_{\omega_x} = \frac{\iint_A \omega_x dA}{u_m \cdot R} = \frac{\Gamma_x}{u_m \cdot R} \quad (3.57)$$

Basierend auf dem Parameter  $K_w$  sind zwei weitere Parameter definiert worden. Die Tangentialgeschwindigkeit  $W$  besitzt einen von null verschiedenen Wert solange die  $v$  und  $w$  Geschwindigkeitskomponenten im betrachteten Rohrquerschnitt existieren. Folglich können folgende zwei Größen definiert werden, die auf die Existenz dieser Geschwindigkeitskomponenten hinweisen. Diese Parameter sind folgendermaßen definiert:

$$K_{vdev} = \frac{\iint_A v \cdot r \cdot d\dot{m}}{\pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^3} \quad (3.58)$$

$$K_{wdev} = \frac{\iint_A w \cdot r \cdot d\dot{m}}{\pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^3} \quad (3.59)$$

Diese Parameter ermitteln die vorliegenden  $v$  und  $w$  Geschwindigkeitskomponenten an der Stelle  $r$  im betrachteten Rohrquerschnitt. Die Einführung dieser Parameter stellt aus numerischer Sicht keine Probleme dar, da in der numerischen Untersuchung alle

Strömungsgrößen an beliebigen Stellen ohne Probleme ermittelt werden können.

Ein anderer Parameter, der das durch den Massentrom verursachte Drehmoment angibt [42], ist die Momentenverteilungszahl  $K_u$ . Dieser Parameter besitzt nach [43] folgende Definition:

$$K_u = \frac{\iint_A u \cdot r \cdot d\dot{m}}{\pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^3} \quad (3.60)$$

Mit diesem Parameter kann die im Fluid vorliegende Energie in axialer Richtung erfasst werden. Liegt eine asymmetrische Geschwindigkeitsverteilung vor, so nimmt dieser Parameter größere Werte an. Mit zunehmendem Abklingen der Asymmetrie in der Strömung nähert sich dieser Parameter einem bestimmten konstanten Wert zu.

Die Tangentialgeschwindigkeit  $W$ , die sowohl in *Fluent* als auch in *Starccm+* als Variable zur Verfügung steht, kennzeichnet eine Variable, die abhängig von der Achsausrichtung ist. Falls die Ermittlung der Tangentialgeschwindigkeit im Vordergrund steht, dann ist die korrekte Spezifikation der Achse notwendig. In dieser Arbeit sind die meisten Strömungskonfigurationen so im Raum positioniert worden, dass diese entlang der x-Achse ausgerichtet worden sind. Bei der Tangentialgeschwindigkeit  $W$  handelt es sich um eine Größe, die auf die berechneten Geschwindigkeitskomponenten  $u$ ,  $v$  und gegebenenfalls  $w$  je nach Achsausrichtung basiert. Um herauszufinden, welche Definition für die Variable der Tangentialgeschwindigkeit  $W$  zugrundeliegt, ist versucht worden, durch Vergleich mit der Theorie die korrekte Definition für diese Variable zu identifizieren bzw. herzuleiten. Für die Herleitung dieser Variablen  $W$  kann die in Abbildung 3.25 dargestellte Querschnittsfläche betrachtet werden.

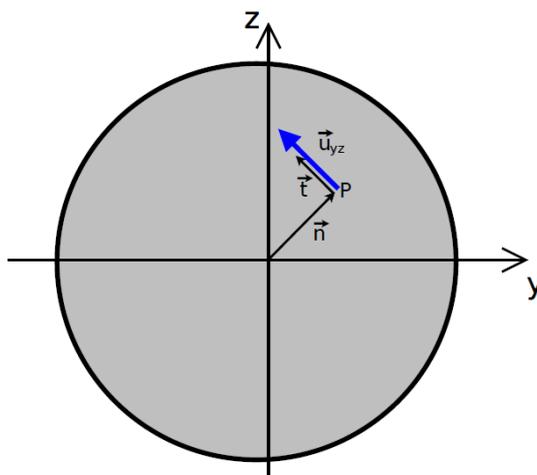


Abbildung 3.25: Darstellung des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{u}_{yz}$  in einem Kreisquerschnitt

In der Abbildung 3.25 ist skizzenhaft der zweidimensionale Geschwindigkeitsvektor  $\vec{u}_{yz}^T = (v, w)$  im Punkt  $P$  dargestellt, wobei die Geschwindigkeitskomponenten  $v$  und  $w$  mit Vorzeichen behaftet sind. Im eingezeichneten Fall ist die Geschwindigkeitskomponente  $v < 0$  und  $w > 0$ . Zu diesem Punkt  $P$  führt der radial ausgerichtete normierte Normalenvektor  $\vec{n}$ , der folgendermaßen definiert ist:

$$\vec{n}^T = \frac{(dy, dz)}{\sqrt{y^2 + z^2}} \quad (3.61)$$

Folglich kann der normierte tangentiale Einheitsvektor  $\vec{t}$  aus folgender einfachen mathematischen Beziehung ermittelt werden:

$$\vec{n} \cdot \vec{t} = 0 \quad (3.62)$$

Wenn diese Bedingung erfüllt wird, dann wird auch sichergestellt, dass der radial ausgerichtete Normalenvektor  $\vec{n}$  stets senkrecht zum normierten Tangentialvektor steht. Auf diese Weise wird für den tangentialen Einheitsvektor folgende Beziehung erhalten:

$$\vec{t}^T = \frac{(-dz, dy)}{\sqrt{y^2 + z^2}} \quad (3.63)$$

Die hier hergeleitete Tangentialgeschwindigkeit  $\widetilde{W}$ , die eine skalare Größe ist, wird erhalten durch die Multiplikation zwischen  $\vec{u}_{yz}$  und  $\vec{t}$ :

$$\widetilde{W} = \vec{t} \cdot \vec{u}_{yz} = \frac{w \cdot y - v \cdot z}{\sqrt{y^2 + z^2 + \widetilde{\xi}}} \quad (3.64)$$

Folglich wird hier die Tangentialgeschwindigkeit aus den  $v$  und  $w$  Geschwindigkeitskomponenten ermittelt. Wenn diese Definition für die Tangentialgeschwindigkeit  $\widetilde{W}$  beispielsweise in *Starccm+* als eine sogenannte Feldfunktion implementiert wird, dann stimmt diese näherungsweise mit der Tangentialgeschwindigkeitsvariablen  $W$ , was von den Softwareprogrammen zur Verfügung gestellt wird, unter Berücksichtigung der korrekten Achsausrichtung überein. Die Größe  $\widetilde{\xi}$  unter der Wurzel ist eingeführt worden, um bei der Kompilierung dieser Gleichung eine Singularität in der Rohrmitte bei  $y=z=0$  zu vermeiden. Um das Ergebnis nicht zu beeinflussen nähert sich  $\widetilde{\xi}$  gegen null und verhindert somit das Auftreten von einer Singularität in der Rohrmitte. Als Beispiel kann der berechnete Einzelrohrkrümmer bei der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 10 \frac{m}{s}$  betrachtet werden. Wie aus der obigen Abbildung 3.23 links zu erkennen ist, besitzt das Auslaufrohr hinter dem Einzelrohrkrümmer eine in  $y$ -Richtung verlaufende Achsausrichtung, die auch in *Fluent* dementsprechend spezifiziert worden ist. Bei der Visualisierung der in *Fluent* zur Verfügung gestellten Tangentialgeschwindigkeitsvariablen  $W$  wird das in Abbildung

3.26 dargestellte Konturbild erhalten.

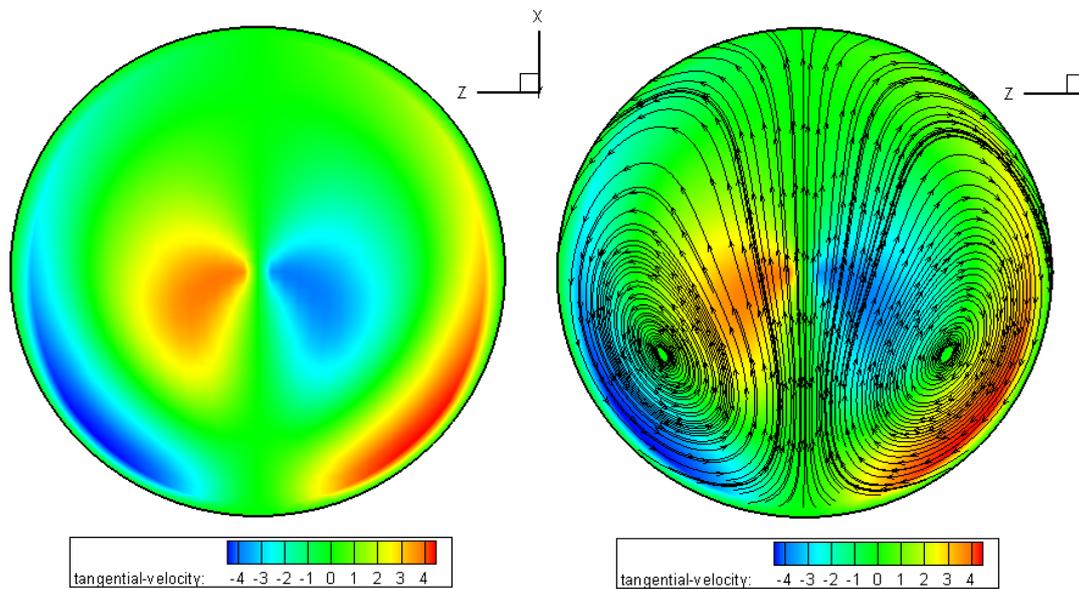


Abbildung 3.26: Darstellung der Tangentialgeschwindigkeitsverteilung mit Stromlinien

Wie aus diesem Konturbild für die Tangentialgeschwindigkeitsverteilung zu erkennen ist, gewährleistet die obige Definition für die Tangentialgeschwindigkeit ein mathematisch korrektes Vorzeichen und die Berücksichtigung des korrekten Drehsinns. In der Literatur ist wegen der in der Rohrmitte auftretenden Singularität eine von der mathematischen Transformation abweichende Definition vorzufinden.

In der numerischen Untersuchung sind unter anderem die oben eingeführten  $K$ -Parameter bei verschiedenen Strömungskonfigurationen ermittelt worden. Es sind dabei aufgrund von schwer darzustellenden Kurvenverläufen an einigen dieser  $K$ -Parameter Modifikationen durchgeführt worden. Um hier ein Beispiel zu erwähnen, ist bei den hier untersuchten meisten Strömungskonfigurationen unter bestimmten Strömungsbedingungen verschwindende  $K_w$ -Werte trotz des Vorhandenseins von einer Tangentialgeschwindigkeitsverteilung in den Querschnittsflächen ermittelt worden. Dies rührt aus einigen numerischen Effekten her, die durch die Modellierung verursacht worden sind. Diese Problematik kann jedoch durch eine modifizierte Definition des  $K_w$ -Parameters umgangen werden. Im Ergebnis sind auch unter anderem neue Parameter eingeführt worden, die die Störung besser beschreiben.

## 4 Numerische Untersuchung

In diesem Kapitel wird auf einige wichtige numerische Sachverhalte eingegangen, deren Kenntnis für die korrekte Auswertung der numerischen Ergebnisse erforderlich sind. Da das Ziel darin besteht, die vorliegende Physik der Strömung realitätsnahe wie möglich zu erfassen, ist die Wahl der Modelle in Abhängigkeit von der vorliegenden Strömung besonders wichtig. Die numerische Untersuchung ist deshalb sehr umfangreich, weshalb hier nur einige Aspekte aus der Numerik behandelt werden. Auf Themen wie Wandbehandlungsansätze wird beispielsweise an dieser Stelle nicht eingegangen, da bei der numerischen Auswertung im Kapitel 6 zum Teil auf einige elementare Fragen eingegangen wird und folglich die Berücksichtigung dieser und anderer numerischen Aspekte essentiell und selbstverständlich dargestellt wird.

### 4.1 Unterscheidungsmerkmale einer stationären und instationären Berechnung aus numerischer Sicht

Strömungen können anhand von einigen Parametern beurteilt werden. Die Residuen stellen ein wichtiges Beurteilungskriterium bezüglich der Stabilität der Berechnung dar. Um den Hintergrund von Residuen zu verstehen, müssen die im Kapitel 3.1.2 eingeführten Grundgleichungen auf eine aus numerischer Sicht nützlichere Form gebracht werden, aus der dann klar wird, was während der Berechnung mit den Residuen passiert und wie die Wahl des stationären bzw. instationären Modells die Lösung beeinflusst. Die Erhaltungsgleichungen in kompakter Schreibweise können wie folgt geschrieben werden, wobei bei Betrachtung von nicht-reagierenden Strömungen die rechte Seite null ist [32].

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(F + F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G + G_v)}{\partial y} + \frac{\partial(H + H_v)}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

Aus Gründen der Einfachheit werden die Pfeile über den Vektoren weggelassen. Die Vektoren  $F$ ,  $G$  und  $H$  kennzeichnen die reibungsfreien Flussvektoren, wohingegen die Flussvektoren  $F_v$ ,  $G_v$  und  $H_v$  die Reibungsterme beinhalten. Im Allgemeinen werden implizite Schemata bevorzugt, was trotz der Wahl von größeren Zeitschritten  $\Delta t$  ein stabiles Schema liefert. Um die hier durchgeführte Analyse zu vereinfachen, soll im weiteren Ver-

lauf der zweidimensionale, instationäre und reibungsfreie Fall betrachtet werden.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (4.2)$$

Da die Flussvektoren über einen nicht-linearen Charakter verfügen, muss dieses System von partiellen Differentialgleichungen lokal linearisiert werden. Nach [29] wird nach der durchgeführten lokalen Linearisierung folgende Operator-Form des Gleichungssystems erhalten:

$$\left\{ I + \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\hat{A}^n) + \frac{\partial}{\partial y}(\hat{B}^n) \right] \right\} \hat{Q}^{n+1} = \left\{ I + \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\hat{A}^n) + \frac{\partial}{\partial y}(\hat{B}^n) \right] \right\} \hat{Q}^n - \Delta t \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right)^n \right] \quad (4.3)$$

In diesem Gleichungssystem kennzeichnet  $\hat{A}^n = \left( \frac{\partial F}{\partial \hat{Q}} \right)^n$  und  $\hat{B}^n = \left( \frac{\partial G}{\partial \hat{Q}} \right)^n$  die jeweiligen Jacobi-Matrizen im Zeitlevel  $n$ , wobei  $I$  eine Einheitsmatrix ist. Es ist bekannt, dass bei Anwendung eines impliziten Differenzenschemas auf beispielsweise die im Unterkapitel **3.1.3** besprochene eindimensionale Wellengleichung zweiter Ordnung dies zu einem tridiagonalen System führt, wobei drei unbekannte Größen im Zeitlevel  $n+1$  auftauchen. Ein solches tridiagonales System kann mittels bestimmter Algorithmen wie z.B. mit dem Thomas-Algorithmus leicht gelöst werden. Folglich ist auch bei Betrachtung eines Systems von partiellen Differentialgleichungen wie oben, was in impliziter Weise geschrieben ist, die Erhaltung eines blocktridiagonalen Systems für die Lösung wünschenswert. Jedoch wird dieser tridiagonale Charakter durch die Mehrdimensionalität dieses Gleichungssystems zerstört [29], weswegen auch hier fünf unbekannte Größen im Zeitlevel  $n+1$  vorkommen. Diese Problematik kann jedoch umgangen werden durch Anwendung von *Approximate Factorization* [65, 29], eine sogenannte fiktive Fakturierung. Folglich wird durch Anwendung dieser Methode das obige Gleichungssystem (4.3) auf eine Form gebracht, die über einen blocktridiagonalen Charakter verfügt [29].

$$\left[ I + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial x}(\hat{A}^n) \right] \left[ I + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial y}(\hat{B}^n) \right] \Delta \hat{Q}^n = -\Delta t \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right)^n \right] \quad (4.4)$$

Die Größe  $\Delta \hat{Q}^n$  wird definiert als  $\hat{Q}^{n+1} - \hat{Q}^n$ . Aus dieser Form des Gleichungssystems kann dann die numerische Berechnung durchgeführt werden. Die rechte Seite dieses Gleichungssystems kennzeichnet die einzelnen Residuen für beispielsweise die Kontinuitätsgleichung, Impulsgleichungen und die Energiegleichung und wird hier mit  $R_{RES}$  abgekürzt. Der vor  $\Delta \hat{Q}^n$  stehende Operator ist der implizite Operator und wird hier aus Übersichtlichkeitsgründen mit  $\left[ I + \frac{\Delta t}{2} D' \right]$  abgekürzt. Folglich beschränken wir uns auf

folgende kompakte Form der Operator-Schreibweise:

$$\left[ I + \frac{\Delta t}{2} D' \right] \Delta \hat{Q}^n = -\Delta t R_{RES} \quad (4.5)$$

Diese Form der Gleichung, die als ein Ausgangspunkt für die gekoppelte numerische Berechnung fungiert, wird sowohl bei Wahl des stationären als auch des instationären Löser im Algorithmus verwendet. Falls die Residuen  $R_{RES}$  bei einer stationären Berechnung gegen null gehen, so nähert sich auch  $\Delta Q^n$  gegen null, was ein Zeichen für Konvergenz ist. Der von null verschiedene implizite Operator verhindert das Auftreten von Singularitäten in der Berechnung und verfügt folglich über eine stabilisierende Wirkung. Es wird beispielsweise bei der stationären Berechnung einer Tragflügelumströmung, wo die Strömung angelegt ist (siehe Abbildung 4.1  $\rightarrow$  A), beobachtet, dass der ermittelte CI-Wert sich dem korrekten Endwert nähert, da der Fehler  $\epsilon \rightarrow 0$  immer kleiner wird.

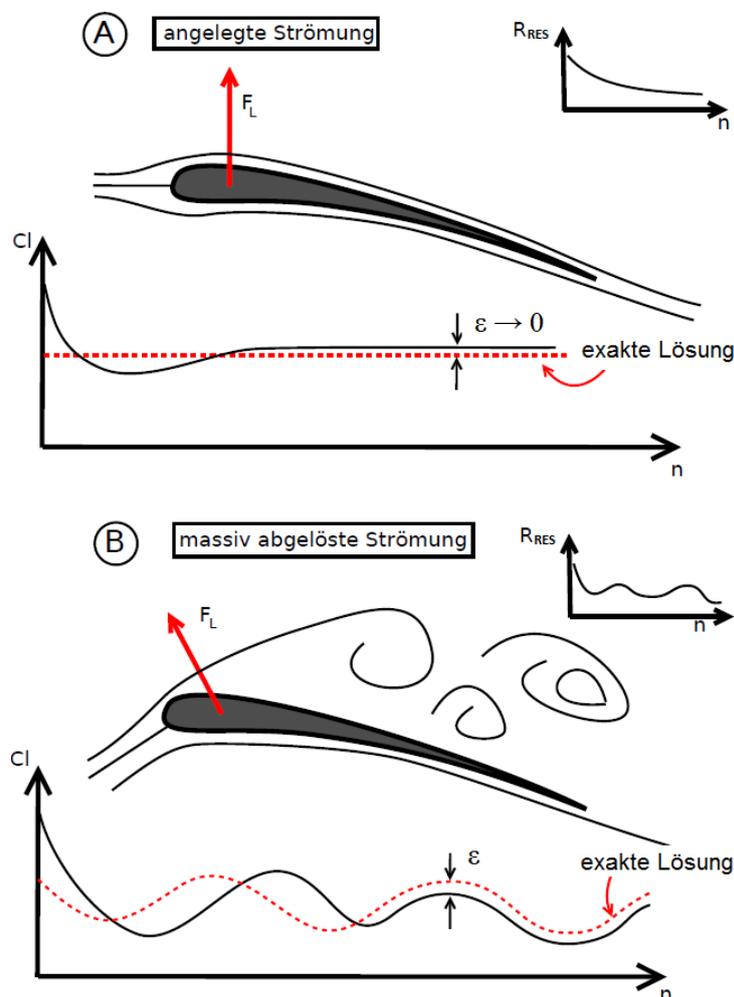


Abbildung 4.1: Darstellung von stationären und instationären Strömungsverhältnissen bei einer Tragflügelumströmung

Folglich kann in diesem Zusammenhang für den in Abbildung 4.1 dargestellten Fall A folgende Bedingungen unter stationären Verhältnissen für Konvergenz geschrieben werden:

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow Cl \rightarrow Cl_{final} \Rightarrow \Delta \hat{Q}^n (R_{RES} \rightarrow 0) \rightarrow 0 \Rightarrow \epsilon \rightarrow 0 \quad (4.6)$$

Unabhängig davon, ob das stationäre oder das instationäre Modell verwendet wird, wird das obige Gleichungssystem (4.5) bei der numerischen Berechnung unter dem *coupled Löser* (in *Starccm+* [3]) herangezogen. Es ist festgestellt worden, dass auch bei der Verwendung des *segregated Lösers* instationäre Effekte innerhalb der stationären Berechnung unter bestimmten Umständen auftreten, die in einer impliziten Weise trotz der Nicht-Berücksichtigung des transienten Terms durch die äußere Iteration im SIMPLE-Algorithmus verursacht wird. Aus diesem Grund sind die stationären Berechnungen mit einer gewissen Pseudozeit gekennzeichnet, die durch Sprung in die sogenannte nächste 'Iterationsebene  $n$ ' (im Falle vom *segregated Löser*) oder 'künstliche Zeitebene  $n$ ' (im Falle vom *coupled Löser*), was durch eine nicht zeitgenaue Zeitintegration realisiert wird [3], umgesetzt wird. Auf diese Weise können trotz der Wahl des stationären Lösers instationäre Effekte zum Vorschein kommen, die beispielsweise aus massiven Ablösephänomene herrühren wie in Abbildung 4.1  $\rightarrow B$  dargestellt ist. Es wird beobachtet, dass beispielsweise der ermittelte Auftriebskoeffizient  $Cl$  in Abhängigkeit von der Iterationsanzahl schwankt. Die Residuen unterliegen somit einer Oszillation bei größeren Werten, was auf die instationären Effekte in der Strömung hindeutet. Nach Durchlaufen der Iteration  $n$  wird in die nächste Iterationsebene  $n + 1$  gesprungen, was wie ein Sprung in eine Pseudozeit-Richtung wirkt. Folglich wird beobachtet, dass die Residuen sich ständig ändern. Bei instationären Strömungsverhältnissen gibt es folglich keine fixe exakte Lösung, weil sich die Strömung mit der Zeit ändert. Wird beim Fall  $B$  nach Abbildung 4.1 beim gleichen Anstellwinkel die Reynolds-Zahl weiter erhöht z.B. durch Erhöhung der Anströmgeschwindigkeit, so wird der Maß der Instationarität im Strömungsfeld immer größer und die Verwendung des *stationären Modells* ungeeigneter. Es treten bei sehr hohen Reynolds-Zahlen hochfrequenten Ablösephänomene auf, die durch Wahl des *stationären Lösers* jedoch nicht berücksichtigt werden können.

## 4.2 Der Segregated und Coupled Löser

Im Fall einer inkompressiblen Strömung kann als Löser der *segregated Löser* verwendet werden. Bei Flüssigkeitsströmungen trifft diese Annahme der Inkompressibilität fast immer zu, wohingegen bei Gasströmungen eine Abwägung durch Heranziehen des dimensionslosen Parameters der Mach-Zahl durchgeführt werden muss. Falls bei der Gass-

trömung die Mach-Zahl  $M$  unterhalb von 0,3 liegt, so kann in vielen einfachen Strömungsproblemen eine inkompressible Strömung angenommen werden. Trotz dieser geläufigen Definition für die Kompressibilitätsgrenze wird beim Wirbelzähler auch beim Vorliegen von lokalen Mach-Zahlen  $M < 0,3$  im gesamten Strömungsfeld wegen der sich stark ändernden statischen Druckes im Nachlauf des Störkörpers die Berücksichtigung der Dichte als eine Funktion vom statischen Druck wichtig. Bei solchen schwach kompressiblen Strömungen, die durch lokale kompressible Effekte bei kleineren Temperaturänderungen gekennzeichnet sind, kann der *segregated Löser* zusammen mit dem *idealen Gasgesetz* verwendet werden, was realistische Ergebnisse liefert (siehe Unterkapitel **3.2.3**). Bei der Wahl des *segregated Lösers* wird der Lösungsalgorithmus beeinflusst. Die Erhaltungsgleichungen können mittels einer *Pressure Correction* Technik gelöst werden, was in einem sogenannten SIMPLE-Algorithmus auch eingebunden ist. Hierbei werden die Kontinuitäts- und Impulsgleichungen zusammen in gekoppelter Weise gelöst, wobei die Energiegleichung von diesen Gleichungen entkoppelt berechnet wird. Die Energiegleichung wird unter anderem durch Wahl des *segregated fluid temperature Modells* gelöst. Es handelt sich um eine Gleichung mit der statischen Temperatur  $T$  als abhängige Variable. In *Starccm+* besteht der *segregated Löser* aus einem Geschwindigkeits- und Drucklöser, wobei der *segregated Löser* auf einer *Rhie-and-Chow* Geschwindigkeits-Druck-Kopplung kombiniert mit dem SIMPLE-Algorithmus basiert [3]. Ursprünglich ist dieses *segregated Modell* für die Berechnung von Strömungen mit einer konstanten Dichte entwickelt worden ([3], [62]). Denn durch die Annahme von  $\rho = const$  (bei  $T \approx const$ ) und  $\mu = const$  wird eine reine Entkopplung der Kontinuitäts- und Impulsgleichungen von der Energiegleichung erreicht, was auch anhand der inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen (entnommen aus [62]) deutlich zu erkennen ist.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (4.7)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \cdot \nabla^2 \vec{u} \quad (4.8)$$

$$\rho \cdot c_v \cdot \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \lambda_w \cdot \nabla^2 T + \tilde{\Phi} \quad (4.9)$$

Die Größe  $\tilde{\Phi}$  kennzeichnet die Dissipationsfunktion und wird nach [62] folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi} = \mu \cdot & \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] + \\ & \mu \cdot \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Wie aus der obigen Definition der Dissipationsfunktion zu erkennen ist, besteht diese aus den Geschwindigkeitsgradienten und ist auch abhängig von der dynamischen Viskosität  $\mu$ . Somit berücksichtigt diese Größe die lokale Temperaturänderung aufgrund der Deformation des Fluidelements unter dem Einfluss der Viskosität, die jedoch aufgrund der niedrigen Mach-Zahl  $M_\infty$  in der ankommenden Strömung klein ist. Die Berechnung der einzelnen Geschwindigkeitsgradienten erfolgt durch Heranziehen des von der Energiegleichung in entkoppelter Weise berechneten Geschwindigkeitsfeldes  $\vec{u}$ . Nach Schlichting [59] liegt hier somit nur eine einseitige Kopplung vor. Das Vorliegen einer exakten Entkopplung bedeutet, dass die Strömungsgrößen  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\mu$  und  $p$  unabhängig von der statischen Temperatur  $T$  sind [62]. Wenn die auftretenden lokalen Temperaturänderungen im Strömungsfeld klein sind, ist aus erster Sicht die Verwendung des *segregated Lösers* gerechtfertigt.

Wie anfangs erwähnt kann der *segregated Löser* auch für die Berechnung von Strömungen, die durch eine niedrige Mach-Zahl charakterisiert sind, eingesetzt werden. Im folgenden soll diskutiert werden, warum dieser Löser auch für schwache bis mittel-starke kompressible Strömungen geeignet ist. Durch eine spezielle Formulierung der *Pressure-Correction* Technik ist dieser Löser in der Lage schwache bis mittel-starke Kompressibilitäten in der Strömung zu erfassen. Bei der Berechnung des Strömungsfeldes von Wirbelzählern ist festgestellt worden, dass trotz der niedrigen Einströmmachzahlen  $M_\infty < 0,3$  aufgrund der Strömungsbeschleunigung im Störkörperbereich die lokale Mach-Zahl stark ansteigt. Da im Nachlauf des Störkörpers eine starke periodische Druckschwankung auftritt und die statische Temperatur sich aufgrund der auftretenden hohen Geschwindigkeitsgradienten und der Wärmeleitung im Fluid ändert, ist die Berücksichtigung der Dichte  $\rho$  als eine Funktion vom statischen Druck und von der statischen Temperatur wichtig. Bei Durchführung einer instationären Berechnung mit Luft unter Verwendung des *segregated Lösers* zusammen mit dem *kompressiblen idealen Gasgesetz* bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  wird festgestellt, dass sich die statische Temperatur innerhalb des Strömungsfeldes bis zu 5% ändert. Um herauszufinden, ob die in entkoppelter Weise berechnete Temperaturverteilung mit der Temperaturverteilung, die unter Verwendung des gekoppelten Lösers ermittelt worden ist, übereinstimmt, sind die Temperaturfelder miteinander verglichen worden. Der Vergleich zeigt, dass die Temperaturfelder sehr gute Übereinstimmung trotz des Vorlie-

gens einer bis zu mittel-starken lokalen Kompressibilität bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  besitzen. Wird bei diesem Vergleich die Temperaturverteilung, die mit dem *segregated Löser* und dem Modell *konstante Dichte* berechnet worden ist, was den Fall der reinen Entkopplung darstellt, herangezogen, so wird eine von den anderen Temperaturfeldern eine abweichende Temperaturverteilung festgestellt (siehe Abbildung 4.2). Jedoch bei kleinen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten z.B bei  $u_m = 10 \frac{m}{s}$  ( $M_\infty = 0,0288$ ,  $M_{max} = 0,071$ ) stimmen die Temperaturfelder bei allen drei Fällen überein. In diesem Fall wird sogar durch Weglassen der Energiegleichung näherungsweise das gleiche Ergebnis bezüglich der Wirbelablösefrequenz wie das vom *coupled Löser* zusammen mit dem *coupled energy Modell* erhalten.

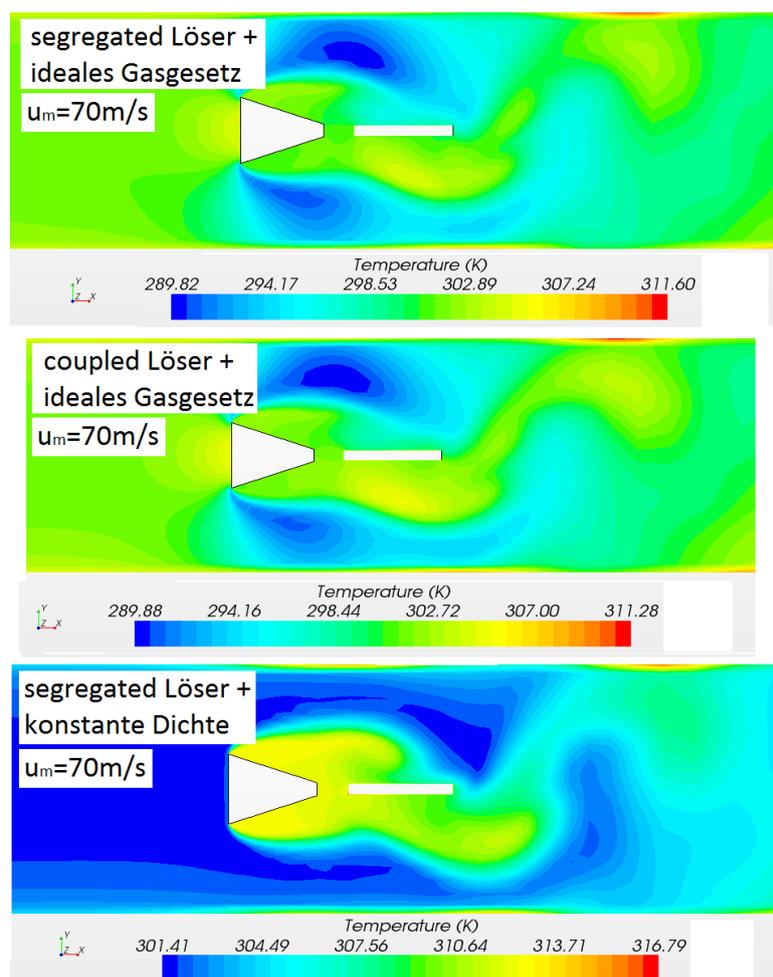


Abbildung 4.2: Vergleich der berechneten Temperaturverteilungen mit unterschiedlichen Lösern und Modellen

Somit wird deutlich, dass das Geschwindigkeits- und Druckfeld beim Vorliegen von höheren Mach-Zahlen nicht ganz unabhängig von der statischen Temperatur sind. Es stellt sich nun folgende Frage: **Wie kommt die Temperaturabhängigkeit des Ge-**

**schwindigkeits- und Druckfeldes im *segregated Löser* zusammen mit dem idealen Gasgesetz zustande?** Durch Wahl des *segregated Löser*s zusammen mit dem *idealen Gasgesetz* wird aufgrund der Berücksichtigung einer variablen Dichte  $\rho = \rho(p, T)$  und durch das Lösen der Erhaltungsgleichungen in kompressibler Form eine gewisse quasi Kopplung geschaffen (siehe Abbildung 4.3  $\rightarrow B$ ). Die Übereinstimmung der Temperaturfelder zeigt außerdem, dass die Strömungsgrößen  $u$ ,  $v$ ,  $w$  und  $p$  aufgrund der kleinen Temperaturänderung und aufgrund des Vorliegens einer bis zu mittel-starken lokalen Kompressibilität schwach von der statischen Temperatur abhängig sind, wobei diese Temperaturabhängigkeit durch die Verwendung des idealen Gasgesetzes und somit über die Dichte  $\rho = \rho(p, T)$  in die Erhaltungsgleichungen einfließt. Solange die Mach-Zahl  $M$  im Strömungsfeld sich bis zu einer mittel-starken Kompressibilität ändert und somit die mit der Mach-Zahl verbundene Temperaturänderung klein ist, ist die Verwendung des *segregated Löser*s gerechtfertigt. Bei Durchführung einer instationären Berechnung bei  $u_m = 6 \frac{m}{s}$  mit Wasser hingegen ist festgestellt worden, dass trotz der hohen Geschwindigkeitsgradienten die statische Temperatur sich um 0,017% ändert, was vernachlässigbar klein ist. Somit ist hier die Berücksichtigung der Dichte als Funktion von der statischen Temperatur aufgrund der Erfüllung der Bedingung  $\rho = const$  bei  $T \approx const$  nicht erforderlich. Falls jedoch die statische Temperatur sich im Strömungsfeld ändern würde, dann ist die Berücksichtigung der geänderten Dichte  $\rho$  in Abhängigkeit von der statischen Temperatur  $T$  möglich durch Wahl der Inkompressibilitätsoption, was eine lokale Dichteanpassung durch das *inkompressible ideale Gasgesetz*  $\rho = \rho(T)$  ermöglichen würde (siehe Gleichung (3.33)).

Um die Kompressibilität in der Strömung zu berücksichtigen, wird in *Starccm+* im *segregated Löser* eine gewisse Dichtekorrektur durchgeführt, wobei diese Korrektur in den Massenstrom  $\dot{m}_{Corr}$  eingebunden wird [3]. Für den Massenstrom  $\dot{m}_{Corr}$  wird nach [3] folgender funktionaler Zusammenhang erhalten:

$$\dot{m}_{Corr} = \tilde{f}(Q_F, \gamma_F, (\frac{\partial \rho}{\partial p})_T) \quad (4.11)$$

Die Größe  $Q_F$  kennzeichnet eine von den Zellvolumina abhängige Dissipationsfunktion, wobei die Größe  $\gamma_F$  eine *Rhie-Chow-Dissipation* an der Zellfläche ist (siehe Details in [3]). Durch Einbindung dieser Größe  $\gamma_F$  wird eine Kopplung des Geschwindigkeitsfeldes mit dem Druckfeld erreicht. Es kann erkannt werden, dass aufgrund der variablen Dichte in die Formulierung der isotherme Kompressibilitätskoeffizient  $(\partial \rho / \partial p)_T$  auftaucht, der auf die Existenz einer endlichen Schallgeschwindigkeit  $c$  aufgrund von  $\rho = \rho(p)$  hinweist (siehe Unterkapitel **3.2.3**). Da Wellenvorgänge mit der Schallgeschwindigkeit  $c$  assoziiert werden und die kompressiblen Erhaltungsgleichungen gelöst werden, verfügt hier das zu

lösende Gleichungssystem aufgrund der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit von Informationen über einen quasi-hyperbolischen Charakter, wobei durch die Berücksichtigung der Reibungsterme der parabolische Charakter noch hinzukommt.

Beim SIMPLE-Algorithmus im 3-D werden ausgehend von einer angenommenen Druckverteilung  $p^*$  aus den Impulsgleichungen die vorläufigen Geschwindigkeitskomponenten  $u^*$ ,  $v^*$  und  $w^*$  ausgerechnet, die jedoch aufgrund der angenommenen Druckverteilung die Kontinuitätsgleichung nicht lösen bzw. erfüllen können. Folglich muss eine Korrektur durchgeführt werden. Die diskrete Kontinuitätsgleichung kann nach [3] folgendermaßen geschrieben werden, wobei eine Korrektur des Massenstromes  $\dot{m}_{Corr}$  (siehe Gleichung (4.11)) schon eingebunden worden ist.

$$\sum_F \dot{m}_F = \sum_F (\dot{m}_F^* + \dot{m}_{Corr}) = 0 \quad (4.12)$$

Durch Formulierung eines Korrekturterms  $\dot{m}_{Corr}$ , was auch eine Dichtekorrektur im Falle einer kompressiblen Strömung beinhaltet, und durch Heranziehen der obigen Gleichung (4.12) kann eine Gleichung für die Berechnung der Druckkorrektur  $p'$ , eine sogenannte *Pressure Correction* Gleichung, hergeleitet werden [3]. Im Falle einer Berechnung mit einer konstanten Dichte  $\rho = const$  handelt es sich um eine elliptische Poisson-Gleichung. Bei inkompressiblen Strömungen mit  $\rho = const$  bei  $T = const$  breitet sich somit der statische Druck ausgehend von einer Störstelle instantan in alle Raumrichtungen aus. Nach Erhaltung einer Lösung für  $p'$  kann dann der intermediäre Relativdruck  $p^*$  mittels  $p_{Gauge}^{n+1} = p^* + \sigma \cdot p'$  korrigiert werden [3]. Die Größe  $\sigma$  kennzeichnet den Relaxationsparameter (Entspannungsfaktor), der die Aktualisierung bzw. die Verteilung des korrigierten Druckes auf den Gitterpunkten ermöglicht und kontrolliert. Anschließend werden die Geschwindigkeitskomponenten mittels bestimmter Gleichungen korrigiert. Im Falle der Berechnung des kompressiblen Strömungsfeldes wird dann am Ende der Prozedur die Dichte  $\rho$  mittels dem korrigierten Druck  $p$  und der in entkoppelter Weise berechneten statischen Temperatur  $T$  neu berechnet. Diese Prozedur wird iterativ wiederholt, wobei im nächsten Iterationsschritt der in der vorherigen Iteration korrigierte Druck wiederum als eine vorläufige Strömungsgröße  $p^*$  fungiert. Die Abbildung 4.3 ( $\rightarrow A$ ) stellt schematisch die einzelnen Schritte eines SIMPLE-Algorithmus dar.

Falls starke kompressible Effekte zum Vorschein kommen, vor allem bei transsonischen und supersonischen Strömungen, müssen die Erhaltungsgleichungen gekoppelt miteinander gelöst werden, da hier das Geschwindigkeitsfeld  $\vec{u}$  und die Druckverteilung  $p$  aufgrund der hohen Mach-Zahl-Verteilung stärkere Abhängigkeit von der statischen Temperatur  $T$  zeigen.

Es erfolgt dabei eine simultane Berechnung mittels einer Zeit-iterativen Methode [3].

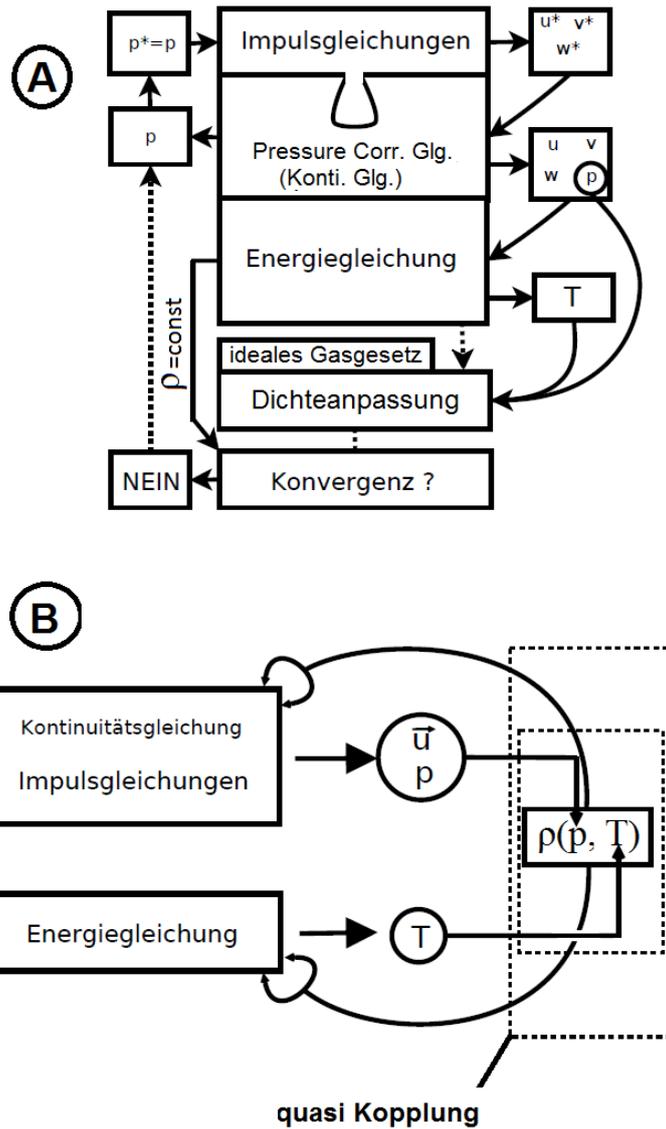


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung des Aufbaus eines SIMPLE-Algorithmus ( $\rightarrow A$ ) und die Darstellung der Entstehung einer quasi Kopplung zwischen den Erhaltungsgleichungen bei Einbindung von  $\rho(p, T)$  im *segregated Löser* ( $\rightarrow B$ )

Es liegt somit zwischen den Erhaltungsgleichungen eine gekoppelte Abhängigkeit vor. Es tauchen im Falle der 1-D Euler-Gleichungen vier unbekannte Größen auf, wobei eine zusätzliche Gleichung, meistens die ideale Gasgleichung als eine vierte Gleichung herangezogen wird. Das gesamte Gleichungssystem in aufgelöster Form für die 1-D Euler-Gleichungen (4.13)-(4.15) ist im folgenden aufgeführt, wobei deutlich die gegenseitige Kopplung sichtbar wird.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{4.13}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + 2 \cdot \rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (4.14)$$

$$\rho \cdot \frac{\partial e_t}{\partial t} + e_t \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u e_t}{\partial x} + \frac{\partial p \cdot u}{\partial x} = 0 \quad (4.15)$$

Aufgrund des Vorliegens einer höheren Mach-Zahl Verteilung liegt in diesem Fall eine stärkere Kopplung der Gleichungen vor, vor allem bei trans- und supersonischen Strömungen. Die stärkere Kopplung der Energiegleichung zu den Impulsgleichungen wird ersichtlich, wenn die dimensionslose Energiegleichung für den Fall einer kompressiblen Strömung, die für die Beschreibung des Temperaturfeldes eines idealen Gases formuliert worden ist, betrachtet wird. Die in dieser Gleichung auftretenden Strömungsgrößen sind alle als dimensionslos zu verstehen.

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{1}{RePr} \cdot (\lambda_W \nabla^2 T) + Ec \cdot \beta_p \cdot T \frac{Dp}{Dt} + \frac{Ec}{Re} \tilde{\Phi} \quad [59] \quad (4.16)$$

Die dimensionslosen Kennzahlen Prandtl-Zahl  $Pr$  und Eckert-Zahl  $Ec$  treten auf, wenn die Einflussparameter  $T$ ,  $c_p$ ,  $\lambda_W$  im Buckingham-Pi-Theorem noch zusätzlich zu den in Abbildung 2.8 skizzierten Strömungsgrößen berücksichtigt werden. Wichtig ist hier die Definition für die Eckert-Zahl, die quadratisch von der Mach-Zahl  $M$  abhängt:

$$Ec = \frac{|\vec{u}|^2}{c_{p\infty} T_\infty} = M^2 \cdot \frac{c_\infty^2}{c_{p\infty} T_\infty} \stackrel{i.G.}{=} M^2 \cdot (\kappa - 1) \quad [59] \quad (4.17)$$

Wenn die Mach-Zahl  $M$  sich dem Wert null annähert, dann nähert sich die Eckert-Zahl  $Ec$  gegen null, weswegen der Term  $Dp/Dt$  unbedeutend wird. Auf diese Weise dereguliert sich diese Gleichung zu der Energiegleichung im inkompressiblen Fall (vergleiche (4.16) mit (4.9)). Jedoch mit zunehmender Mach-Zahl wird der Term  $Dp/Dt$  immer wichtiger, vor allem bei  $M > 0,6$ , weswegen auch eine stärkere Kopplung zum Vorschein kommt. In diesem Fall sollte bei der Berechnung ein anderer Algorithmus verwendet werden. Dieser Algorithmus sollte dann die Erhaltungsgleichungen gekoppelt miteinander lösen. In *Starccm+* wird ein solcher Algorithmus durch Wahl des *coupled Modells*, was die gekoppelte Berechnung der Kontinuitätsgleichung mit den Impulsgleichungen ermöglicht, erreicht. Durch zusätzliche Wahl des Modells *coupled energy* werden dann alle Erhaltungsgleichungen einschließlich der Energiegleichung gekoppelt miteinander gelöst. Die Diskretisierung der konvektiven Terme erfolgt mittels des *Roe-FDS-Schemas*, was zu den *Flux-Difference-Splitting* (FDS) Schemata gehört [3]. Die reibungsfreien Flussterme können auch durch das *AUSM+-Schema* diskretisiert werden, was zu der Klasse der *Flux-Vector-Splitting* (FVS) Schemata gehört [3].

### 4.3 Die Struktur eines Programm-Codes für die Lösung von einem System gekoppelter partieller Differentialgleichungen anhand des Riemann-Problems

In diesem Kapitel wird hier anhand eines in *Fortran 77* geschriebenen Programms der Lösungsalgorithmus, der die 1-D Euler-Gleichungen löst, diskutiert. Der hier vorgestellte Algorithmus soll eine gewisse Einsicht über die Struktur von solchen Programmen, die ein System von nicht-linearen partiellen Differentialgleichungen in gekoppelter Weise lösen, geben. Aus Gründen der Übersichtlichkeit und Einfachheit wird hier ein eindimensionales Strömungsproblem, das sogenannte Riemann-Problem, betrachtet. Das Ergebnis des Riemann-Problems ist auch zum anderen äußerst wichtig für das Verständnis von Wellenvorgängen in kompressiblen Strömungen. Da in dieser Arbeit einige instationäre Berechnungen mit Luft unter Verwendung des *segregated* und *coupled Lösers* und durch Heranziehen des idealen Gasgesetzes durchgeführt worden sind, wird hier analog ein gekoppeltes System von partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung jedoch ohne Berücksichtigung von Reibungseffekten betrachtet, weswegen auch ein rein hyperbolischer Charakter erreicht wird. Das hier zu lösende Riemann-Problem kennzeichnet eine subsonische und eindimensionale Strömung in einem Kanal, in dem zum Zeitpunkt  $t = 0s$  mittels einer unendlich dünnen Membran in einen Hoch- und Niederdruck-Bereich unterteilt wird. Beim abrupten Entfernen dieser Membranwand wird die Entstehung von Wellen initiiert, die sich in der Strömung in unterschiedliche Richtungen fortbewegen. Das Riemann-Problem wird in der Abbildung 4.4 mit den verwendeten Anfangsinitialisierungen dargestellt.

Das hier zu lösende Gleichungssystem in konservativer und quasi-konservativer Schreibweise ist in Gleichung (4.18) definiert.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \hat{A} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} = 0 \quad (4.18)$$

Der abhängige Lösungsvektor  $\hat{Q}$  und der Flussvektor  $F$  sind folgendermaßen definiert:

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e_t \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot u^2 + p \\ u(\rho \cdot e_t + p) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Wie aus dem Flussvektor  $F$  zu erkennen ist, ist dieser nicht-linear und eine Funktion des abhängigen Lösungsvektors  $\hat{Q}$ . Um die Ausbreitung von Wellen korrekt zu erfassen, basiert das entwickelte Schema auf einem Upwind-Schema erster Ordnung. Auch

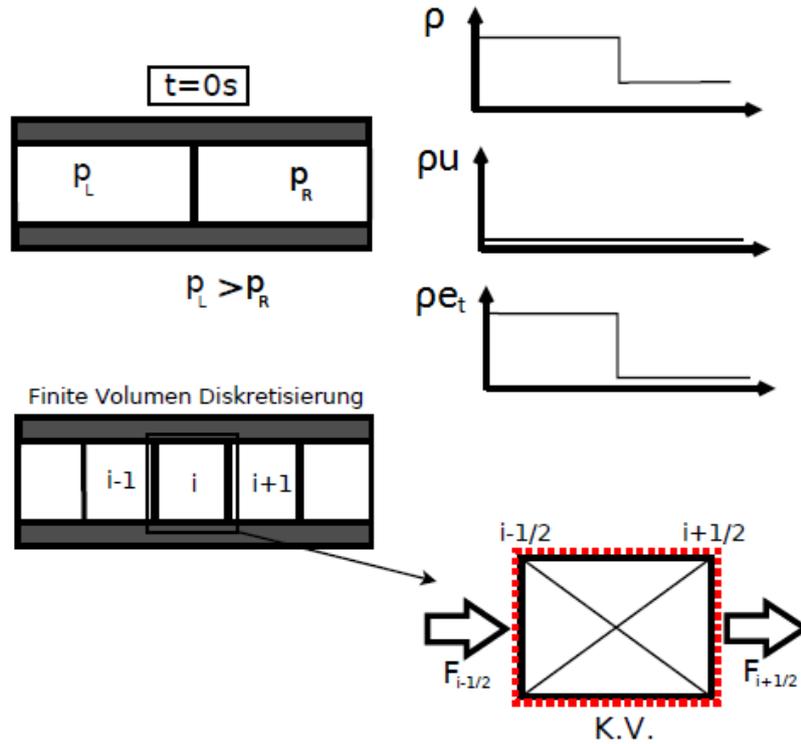


Abbildung 4.4: Anfangsinitialisierung des 1-D Riemann-Problems und Darstellung der 1-D Finite-Volumen Diskretisierung

in den hier benutzten Softwareprogrammen liegt dem Lösungsalgorithmus sogenannte Upwind-Schemata erster und zweiter Ordnung zugrunde. Beim Upwind-Schema wird bei der Diskretisierung die Richtung, aus der Informationen kommen, berücksichtigt. Falls die Informationen sich in der Strömung von links nach rechts ausbreiten, ist die Verwendung einer Rückwärtsdifferenz, sonst einer Vorwärtsdifferenz erforderlich, um auf diese Weise Stabilitätsprobleme im entwickelten Lösungsschema zu vermeiden. Folglich müssen die einzelnen Wellen, die durch das Gleichungssystem beschrieben werden, bei der Konstruktion eines Lösungsschemas identifiziert und berücksichtigt werden. Da der Charakter des hier zu lösenden Gleichungssystems hyperbolisch ist, ist das Lösungsfeld abhängig von charakteristischen Linien, entlang der sich Informationen ausbreiten können. Um die charakteristischen Linien zu ermitteln, muss die in Gleichung (4.18) dargestellte quasi-konservative Form betrachtet werden, in der die Jacobi-Matrix  $\hat{A}$  auftaucht. Die Jacobi-Matrix kann durch Ausführung der Differentiation  $\frac{\partial F}{\partial Q}$  hergeleitet werden und besitzt hier nach [35] folgende Form:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\gamma-3}{2}u^2 & (3-\gamma)u & \gamma-1 \\ -\gamma ue_t + (\gamma-1)u^3 & \gamma e_t - \frac{3}{2}(\gamma-1)u^3 & \gamma u \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Die charakteristischen Linien können ermittelt werden durch Bestimmung der Eigenwerte dieser Matrix. Es existieren drei Eigenwerte  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  und  $\lambda_3$ , die reell und distinkt sind. Dies zeigt auch, dass das vorliegende Gleichungssystem über einen rein hyperbolischen Charakter verfügt. Die Eigenwerte sind folgendermaßen definiert:

$$\lambda_1 = u + c \quad \lambda_2 = u - c \quad \lambda_3 = u \quad (4.21)$$

Falls eine subsonische Strömung vorliegt, sind zwei Eigenwerte positiv und einer ist negativ, was einen Hinweis darauf gibt, dass sich in der Strömung in beide Richtungen 1-D-Wellen ausbreiten und dabei Informationen transportieren. Liegt jedoch eine supersonische Strömung vor, so besitzen alle Eigenwerte ein positives Vorzeichen, was darauf hindeutet, dass in der Strömung sich Wellen nur in eine Richtung und zwar von links nach rechts ausbreiten. Da hier ein Upwind-Schema benutzt werden soll, ist diese Kenntnis für die Konstruktion eines stabilen Schemas entscheidend. Da in einer subsonischen Strömung sowohl negative als auch positive Wellen vorhanden sind, wird hier der Flussvektor  $F$  in eine positive und negative Komponente aufgesplittet, wodurch die Anwendung von *Flux-Vector-Splitting* Methode zum Vorschein kommt. Auf diese Weise kann der positive Flussvektor, der die positiven Eigenwerte beinhaltet mit einer Rückwärtsdifferenz und der negative Flussvektor mit einer Vorwärtsdifferenz diskretisiert werden, wodurch ein stabiles Schema entsteht.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial F^+}{\partial x} + \frac{\partial F^-}{\partial x} = 0 \quad (4.22)$$

Wie die Flussvektoren  $F^+$  und  $F^-$  bei Verwendung von unterschiedlichen *Flux-Vector-Splitting* Methoden wie *Steger-Warming-FVS* oder *Van Leer-FVS* definiert sind, soll hier auf die Referenzen [62, 29, 35] verwiesen werden. Beim Vorliegen einer supersonischen Strömung braucht eine Aufspaltung aufgrund des Vorhandenseins von nur in einer Richtung ausbreitenden Wellen nicht vorgenommen zu werden. Bei Betrachtung der vollen Navier-Stokes Gleichungen, die aus fünf Gleichungen bestehen, wird eine 5X5 Jacobi-Matrix erhalten, die 5 Charakteristiken beinhaltet. Folglich liegt in der Strömung ein komplexes System von Wellen vor, die bei der Konstruktion des Lösungsschemas das Strömungsfeld beeinflussen und folglich auch berücksichtigt werden müssen. Der hybride Strömungsmuster, der noch durch die Reibungsflussterte hinzukommt, erschwert die Konstruktion eines numerischen Algorithmus.

Da bei diesem instationären Strömungsfeld jeweils mit einem bestimmten Zeitschritt  $\Delta t$  in eine neue Zeitebene gesprungen wird, muss auch eine Zeitdiskretisierung erfolgen und somit auch eine Zeitintegration durchgeführt werden. In der numerischen Strömungsme-

chanik werden neben implizite Methoden höherer Ordnung häufig Runge-Kutta-Verfahren verwendet, die eine Zeitintegration  $n$ -ter Ordnung ermöglichen. In *Fluent* und *Starccm+* kann die Zeitdiskretisierung je nach Wahl entweder mit erster oder zweiter Ordnung erfolgen. Somit kann der Abbruchfehler bis zu einer Ordnung von  $\Delta t^2$  betragen.

Der hier entwickelte Lösungsalgorithmus basiert auf dem Finite-Volumen Ansatz. Sowohl in *Fluent* als auch in *Starccm+* wird der Finite-Volumen Ansatz bei der Diskretisierung verwendet. Wie die 1-D Strömungsdomäne für das Riemann-Problem basierend auf das Finite-Volumen Verfahren diskretisiert wird, wird skizzenhaft in der Abbildung 4.4 unten dargestellt. An den eingezeichneten Grenzflächen der Kontrollvolumina K.V. liegen die Flussvektoren  $F_{i-1/2}$  und  $F_{i+1/2}$  vor. Die Erhaltung der Lösung erfolgt in zwei Schritten, und zwar mittels der Rekonstruktion und Prolongation. Bei der Rekonstruktion erfolgt eine Extrapolation  $n$ -ter Ordnung des Flussvektors zum Zellmittelpunkt, wohingegen bei der Prolongation die zum Zellmittelpunkt extrapolierten Werte zum nächsten Zeitlevel  $n + 1$  gebracht werden.

Die korrekte Implementierung der Randbedingungen für das erfolgreiche Laufen des Programms ist äußerst wichtig. Dabei wird hier wiederum auf charakteristische Linien zurückgegriffen. Da das Riemann-Problem ein subsonisches Problem ist, sehen im Eintrittsbereich die drei charakteristischen Linien folgendermaßen aus (siehe Abbildung 4.5).

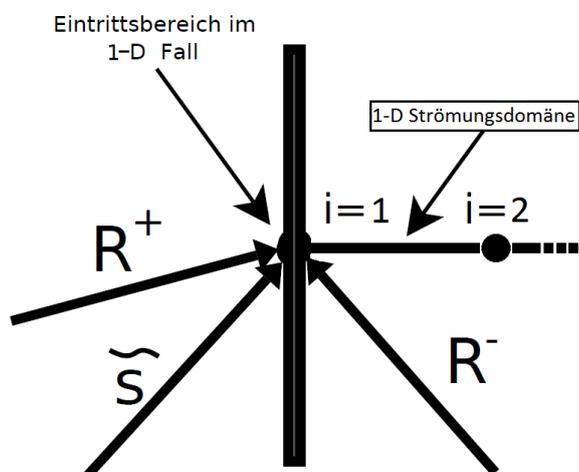


Abbildung 4.5: Charakteristische Linien im Eintrittsbereich im subsonischen Fall

Es kann deutlich erkannt werden, dass zur Eintrittsdomäne vom inneren auch Informationen ankommen, da in der Strömung Informationen mittels einer negativen Welle mit der Geschwindigkeit  $\lambda_2 = u - c$  transportiert werden. Folglich müssen die Randbedingungen nach jedem Zeitschritt aktualisiert werden. Entlang der charakteristischen Linien werden die sogenannten Riemann-Invarianten transportiert. Wie die Riemann-Invarianten für die 1-D Euler-Gleichungen hergeleitet werden können, wird in [28] detailliert behandelt. Die Riemann-Invarianten für dieses 1-D Gleichungssystem, die entlang der charakteristischen

Linien mit den charakteristischen Geschwindigkeiten  $\lambda_1 = u + c$  und  $\lambda_2 = u - c$  transportiert werden, sind nach [28] folgendermaßen definiert:

$$R^+ = u + \frac{2c}{\kappa - 1} \quad R^- = u - \frac{2c}{\kappa - 1} \quad (4.23)$$

Zusätzlich zu diesen Riemann-Invarianten breitet sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $\lambda_3 = u$  eine Entropiewelle  $\tilde{s}$  entlang der positiven charakteristischen Linie aus, die folgendermaßen definiert werden kann:

$$\tilde{s} = \ln\left(\frac{p}{\rho^\gamma}\right) \rightarrow e^{\tilde{s}} = \frac{p}{\rho^\gamma} \quad (4.24)$$

Die Riemann-Invarianten, aber auch die Entropiewelle, die am Eintritt ankommen, werden mittels ihrer Zusammenhänge so miteinander verknüpft, dass die neuen Strömungsgrößen am Rand berechnet werden können. Nach [28, 70] kann die Strömungsgeschwindigkeit  $u$  und die Schallgeschwindigkeit  $c$  am Eintritt mittels der Riemann-Invarianten berechnet werden:

$$u = \frac{1}{2} (R^+ + R^-) \quad c = \frac{\kappa - 1}{4} (R^+ - R^-) \quad (4.25)$$

Ein Ausschnitt des Ergebnisses des hier berechneten Riemann-Problems ist in der nächsten Abbildung 4.6 in einem Dichte-Ort-Zeit Diagramm dargestellt, wobei sich als Ergebnis eine Lösungsfläche ergibt. Es kann deutlich der Einfluss der drei charakteristischen Linien erkannt werden, die mit zunehmender Zeititeration aufgrund des im Lösungsalgorithmus zugrundeliegenden Dissipationsverhaltens die scharf und unstetig definierte Anfangsverteilung verschmieren. Die Ausbreitung der Wellen in beide Richtungen kann deutlich erkannt werden, wobei sich zwei Wellen in die positive x-Richtung und eine Welle in die negative x-Richtung ausbreitet, entlang der Informationen transportiert werden.

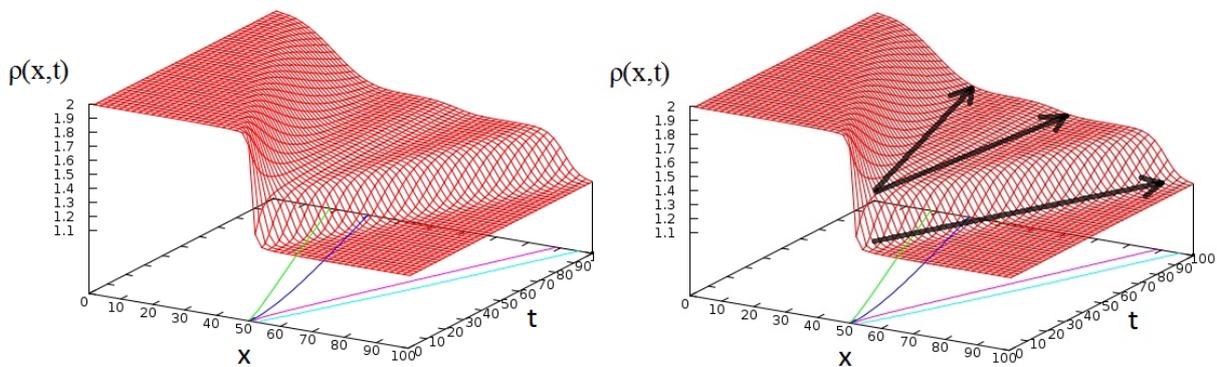


Abbildung 4.6: Lösungsfeld der abhängigen Lösungsvariablen  $\rho$  in der x-t-Ebene

## 4.4 Reynolds-Gleichungen für die Berechnung von turbulenten Strömungen

Die im Unterkapitel 3.1.2 vorgestellten Erhaltungsgleichungen erfassen auch die Turbulenz in der Strömung, da nach [75] die turbulente Strömung als ein Kontinuum anzusehen ist. Dies wird ersichtlich, wenn die kleinsten turbulenten Wirbelstrukturen, die durch die Kolmogorov-Länge  $l_K \sim 1/Re^{\frac{3}{4}}$  (z.B.  $l_K \approx 10^{-4}m$ ) gekennzeichnet sind, mit der mittleren freien Weglänge von Luft  $l_F \approx 10^{-8}m$  [25] verglichen wird. Da  $l_F \ll l_K$  ist, befinden wir uns im Bereich des Kontinuums. Infolgedessen sind wir in der Lage, die Turbulenz mittels der Navier-Stokes Gleichungen direkt zu berechnen. Mit den Navier-Stokes Gleichungen können somit die turbulenten Effekte unter der Voraussetzung, dass die kleinsten Wirbelstrukturen im Strömungsfeld ausreichend mit einigen Zellen aufgelöst sind, berechnet werden. Dies erfordert ein äußerst feines Netz mit einer enorm großen Anzahl von Gitterpunkten  $N_{3D,DNS} \sim (0,088 \cdot Re_L)^{9/4}$  [62].

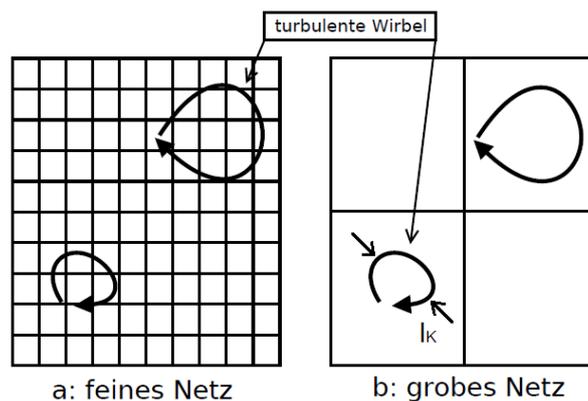


Abbildung 4.7: Komplett Auflösung der kleinsten Wirbelstrukturen mit einem feinen (a) und die Darstellung eines groben Netzes (b)

In einer LES Berechnung kann der Aufwand der Berechnung durch Modellierung der kleinen Wirbelstrukturen, die einem gewissen universellen Verhalten unterliegen, reduziert werden, weswegen hier für die Erfassung der großen turbulenten Wirbelstrukturen eine Gitterpunktanzahl von  $N_{3D,LES} \sim 0,1 \cdot N_{3D,DNS}$  benötigt wird. Würde man das Strömungsfeld eines DN 25 Wirbelzählers mit  $Re_D = 48000$  mittels DNS direkt berechnen, so bräuchte man ein Rechennetz mit etwa  $143 \cdot 10^6$  Gitterpunkten, wobei bei dieser Abschätzung  $L \sim D$  gewählt worden ist. Der damit verbundene Rechenaufwand ist enorm groß, so dass es sich nicht lohnt, für einfache Strömungsprobleme, die durch hohe Reynolds-Zahlen gekennzeichnet sind, das turbulente Strömungsfeld numerisch direkt zu berechnen. Folglich ist die Idee entstanden, die Fluktuationsterme explizit in die Navier-Stokes Gleichungen einzubinden, um auf diese Weise mit einem bestimmten Ansatz ohne

die Auflösung der kleinsten turbulenten Wirbelstrukturen den Einfluss der Turbulenz zu modellieren. Auf diese Weise entstehen die Reynolds-gemittelten Gleichungen, die auch mit RANS-Gleichungen abgekürzt werden.

Um die Fluktuationsterme in die Navier-Stokes Gleichungen einzubinden, wird bezüglich einer abhängigen Strömungsgröße  $X$  folgender Ansatz gemacht:

$$X = \bar{X} + X' \quad (4.26)$$

Der Term  $\bar{X}$  kennzeichnet einen zeitgemittelten Wert einer zeitabhängigen Strömungsgröße  $X$  über eine große Zeitperiode  $T_P$ :

$$\bar{X} = \frac{1}{T_P} \int_0^{T_P} (X) dt \quad (4.27)$$

Der obige Reynolds-Ansatz (4.27) wird auf die abhängigen Strömungsgrößen  $p$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $v$  und  $w$  angewandt. Für die meisten turbulenten Strömungsphänomene kann von einer *inkompressiblen Turbulenz* ausgegangen werden, was bedeutet, dass die Fluktuation in der Dichte  $\rho'$  keine Funktion vom Druck  $p$  ist:

$$\rho' \neq f(p) \quad (4.28)$$

Wenn die obige Beziehung (4.28) nicht gilt und somit die Berücksichtigung von  $\rho'$  für die Berechnung des Strömungsfeldes wichtig ist, dann muss eine *Favre-Mittelung* angewandt werden, was gegebenenfalls den Einfluss der Dichtefluktuation auf die Turbulenz in einer impliziten Weise berücksichtigen kann. Die Anwendung der *Favre-Mittelung* kommt somit unter anderem bei stark kompressiblen Strömungen zum Vorschein, aber auch bei subsonischen Verbrennungsprozessen. In vielen Strömungsproblemen kann jedoch davon ausgegangen werden, dass die Fluktuationen in der Dichte aufgrund der obigen Beziehung (4.28) sehr klein sind, so dass folgende Bedingung zutrifft:

$$\rho' \approx 0 \quad (4.29)$$

Die Annahme der *inkompressiblen Turbulenz* ist nach Wilcox [75] bis etwa  $M \approx 5$  gerechtfertigt, solange keine starken Druckgradienten in der Strömung wie es bei Verdichtungsstößen der Fall ist auftreten [75]. Hierbei handelt sich um die globale Mach-Zahl der Strömung. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die Strömung auch inkompressibel ist. Die Bezeichnung *inkompressible Turbulenz* wird hinsichtlich der Inkompressibilität der Fluktuation der Dichte  $\rho'$  verwendet. Bei Strömungen mit  $M > 5$  und bei z.B. Verbrennungsprozessen wird die *kompressible Turbulenz* bedeutsam, da die Fluktuationen

in Dichte nicht mehr vernachlässigt werden können. Die Annahme der *inkompressiblen Turbulenz* ist auf die von Markovin aufgestellte Hypothese (1962) zurückzuführen, die besagt, dass der Einfluss der Dichtefluktuationen auf die Turbulenz im Allgemeinen klein ist [75]. Ausgehend von einer *inkompressiblen Turbulenz* wird mit dem obigen Ansatz (4.26) festgestellt, dass mit  $\rho' \approx 0$  die Kontinuitätsgleichung nicht beeinflusst wird. Bei Betrachtung einer zweidimensionalen Strömung kann die Kontinuitätsgleichung mit dem Ansatz (4.26) auf folgende Form gebracht werden:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} \cdot \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho} \cdot \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho' \cdot u'}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\rho' \cdot v'}) = 0 \quad (4.30)$$

Bei *inkompressibler Turbulenz* ( $\rho' \approx 0$ ) fallen somit die letzten zwei Terme weg, wodurch die ursprüngliche Kontinuitätsgleichung zurückbleibt. Für die Impulsgleichungen werden folgende Gleichungen in Einstein-Notation erhalten [62], wobei die Terme mit Dichtefluktuationen weggestrichen worden sind:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_i' u_j'}) \quad (4.31)$$

Nach Anwendung einer Zeitmittelung sieht der Schubspannungstensor für den allgemeinen Fall der kompressiblen Strömung, in der der Divergenz des Geschwindigkeitsvektors  $\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = \partial \bar{u}_k / \partial x_k$  existiert, folgendermaßen aus [62]:

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \cdot \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right] \quad (4.32)$$

Da im Falle einer *inkompressiblen Turbulenz* die turbulente Mach-Zahl  $M_t = \sqrt{k}/c$  klein ist ( $M_t \ll 1$ ), bedeutet dies, dass die Energiegleichung in Bezug auf die Turbulenzmodellierung von der Kontinuitäts- und Impulsgleichungen entkoppelt ist. Jedoch bei Verbrennungsprozessen und bei hypersonischen Strömungen ist die Berücksichtigung von  $\rho'$  essentiell, wodurch hinsichtlich der Turbulenzmodellierung zwischen der Energiegleichung und der Kontinuitäts- und Impulsgleichungen eine Kopplung zustande kommt.

Durch die Reynolds-Mittelung wird erreicht, dass die Schwankungsgrößen explizit in die Navier-Stokes Gleichungen eingebunden werden. Dabei bleibt die aufwendige räumliche und zeitliche Auflösung der Strömungsdomäne erspart. Der Term, der die Schwankungsgrößen beinhaltet, wird als Reynolds-Spannungstensor bezeichnet [34]:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u_1' u_1'} & \overline{u_1' u_2'} & \overline{u_1' u_3'} \\ \overline{u_2' u_1'} & \overline{u_2' u_2'} & \overline{u_2' u_3'} \\ \overline{u_3' u_1'} & \overline{u_3' u_2'} & \overline{u_3' u_3'} \end{pmatrix} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u' u'} & \overline{u' v'} & \overline{u' w'} \\ \overline{v' u'} & \overline{v' v'} & \overline{v' w'} \\ \overline{w' u'} & \overline{w' v'} & \overline{w' w'} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

Da die Kontinuitätsgleichung keine Schwankungsterme beinhaltet und die Energieglei-

chung wegen  $\rho' \approx 0$  entkoppelt vorliegt, beschränken sich die meisten Turbulenzmodelle auf die Modellierung des in den Impulsgleichungen auftauchenden Fluktuationsterme. Auf diese Weise können die in der Energiegleichung auftretenden turbulenten Terme wie z.B. der turbulente Wärmestrom  $q_t$  mittels der mit dem Wert 0,9 [31] spezifizierten turbulenten Prandtl-Zahl  $Pr_t$ , die das Verhältnis von  $c_p \cdot \mu_t$  zu  $\lambda_{Wt}$  kennzeichnet, ermittelt werden. Die Kenntnis der turbulenten Viskosität  $\mu_t$  reicht somit aus, um den turbulenten Wärmeleitungskoeffizienten  $\lambda_{Wt}$  auszurechnen und es kann für  $q_t$  nach Herstellung einer Analogie zum Fourierschen Wärmeleitungsgesetz (Gleichung 4.34) der Ausdruck nach Gleichung (4.35) hergeleitet werden:

$$-\rho \cdot c_p \cdot \overline{(\vec{u}' \cdot T')} = \lambda_{Wt} \cdot \nabla \bar{T} = \frac{c_p \cdot \mu_t}{Pr_t} \cdot \nabla \bar{T} \quad (4.34)$$

$$\Rightarrow q_t = \nabla \cdot \{ \lambda_{Wt} \cdot \nabla \bar{T} \} \quad (4.35)$$

Auf diese Weise liegt in einer turbulenten Strömung neben dem makroskopischen Impulsaustausch aufgrund des erhöhten effektiven Wärmeleitungskoeffizienten auch ein erhöhter Wärmeaustausch vor.

## 4.5 Der Weg zur Turbulenzmodellierung und Einführung in das k-epsilon Turbulenzmodell

Da im Allgemeinen für die Erfassung der in einer realen turbulenten Strömung auftretenden klein- und großräumigen Wirbelstrukturen die Auflösung der hier erzeugten Rechenetze nicht ausreicht, muss beim Vorliegen eines größeren Rechenetzes die turbulente Strömung mittels der im vorherigen Abschnitt vorgestellten RANS-Gleichungen berechnet werden. Folglich besteht das Ziel darin, den Reynolds-Spannungstensor nach Gleichung (4.33) in den RANS-Gleichungen zu modellieren. Aus diesem Grund sind eine Vielzahl von Turbulenzmodellen entwickelt worden, die diese unbekanntenen Schwankungsterme berechnen. Die Grundlage für die meisten Turbulenzmodelle ist der *Boussinesq-Ansatz*, der nach dem Namen des französischen Ingenieurs Valentin Joseph Boussinesq genannt worden ist. Dieser Ansatz macht die Turbulenzmodellierung möglich durch Herstellung einer Analogie zwischen den turbulenten und viskosen Spannungen. Auf diese Weise entsteht durch diesen Ansatz eine Größe, die sogenannte turbulente Viskosität  $\mu_t$ . Nach [31] können die Reynolds-Spannungen  $T^{turb}$  für den Fall einer inkompressiblen Strömung, in der der Divergenz des Geschwindigkeitsvektors verschwindet, folgendermaßen geschrieben werden:

$$T^{turb} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left[ \nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T \right] - \frac{2}{3} \cdot \rho \cdot k \cdot \delta_{ij} \quad (4.36)$$

Die Turbulenzmodelle kommen erst hier zum Einsatz, die die Ermittlung der turbulenten Viskosität  $\mu_t$  anstreben. Im folgenden soll das Zweigleichungsmodell, das sogenannte k-epsilon Turbulenzmodell vorgestellt werden.

Das k-epsilon Turbulenzmodell wird bei technischen Anwendungen am häufigsten benutzt und ist in allen CFD-Codes verfügbar. Da es ein Zweigleichungsmodell ist, müssen zwei Transportgleichungen für zwei Turbulenzgrößen, die turbulente kinetische Energie  $k$  und die spezifische Dissipationsrate  $\epsilon$ , gelöst werden [52]. Der Ausgangspunkt des k-epsilon Turbulenzmodells ist eine Formulierung für die turbulente Viskosität  $\mu_t$ , die folgende Form besitzt [31]:

$$\mu_t = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.37)$$

Die Größe  $C_\mu$  ist im Falle des Standard k-epsilon Turbulenzmodells eine Konstante mit dem Wert  $C_\mu = 0,09$ . Wenn die turbulente Viskosität berechnet wird, dann kann über den *Boussinesq-Ansatz* die Schwankungsgrößen bestimmt werden. Auf diese Weise ist die Bestimmung einer charakteristischen Länge, was im Prandtlischen Mischungswegansatz vorkommt, nicht mehr erforderlich.

Der Ansatz, die Turbulenz mit Hilfe von zwei Größen zu beschreiben, ist sinnvoll. Großräumige Wirbelstrukturen können aufgrund des großen Energieinhalts mit der turbulenten kinetischen Energie in Zusammenhang gebracht werden. Da ein *cascading* [18] Prozess erfolgt, zerfallen die großen Wirbelelemente bis aus diesen kleine Wirbelelemente entstehen, die dann dissipieren. Dieser Dissipationsvorgang kann mit der Größe  $\epsilon$  charakterisiert werden.

Statt des Standard k-epsilon Turbulenzmodells ist in dieser Arbeit in allen Berechnungen eine verbesserte Version dieses Modells verwendet worden, das sogenannte Realizable k-epsilon Turbulenzmodell. Dieses verbesserte Turbulenzmodell unterscheidet sich vom Standard k-epsilon Turbulenzmodell hinsichtlich einer geänderten Gleichung für die turbulente spezifische Dissipationsrate  $\epsilon$  und der Definition des Parameters  $C_\mu$ . Alle turbulenten Strömungen in der Realität sind nicht-isotrop z.B. in der Rohrmitte einer turbulenten Rohrströmung, was bedeutet, dass die fluktuierenden Strömungsgrößen in allen Raumrichtungen unterschiedlich sind. Bei Verwendung einer Konstante für den Parameter  $C_\mu$  kann nur eine isotrope Turbulenz berücksichtigt werden. Um die Nicht-Isotropie der Turbulenz zu berücksichtigen bzw. die Physik der turbulenten Strömung bei der Modellierung näher zu kommen, ist im Realizable k-epsilon Turbulenzmodell dieser Parameter keine Konstante mehr, sondern verfügt über eine variable Definition. In *Starccm+* wird dieser Parameter  $C_\mu$  dynamisch mittels einer bestimmten Gleichung angepasst (siehe [3]), wobei  $C_\mu$  neben

---

eine Abhängigkeit von den turbulenten Eigenschaften auch über eine Abhängigkeit von der mittleren Strömungsrichtung verfügt. Die Ermöglichung einer variablen Funktion  $C_\mu$  spiegelt die Physik der Turbulenz besser wieder und ist auch im Einklang mit experimentellen Beobachtungen im Zusammenhang mit Grenzschichtströmungen [3]. Auf Details wird auf die Quellen [3] und [75] verwiesen.

## 5 Experimentelle Kalibriervorrichtungen und Durchführung der Messungen

Die experimentellen Messungen sind bei der Firma Krohne durchgeführt worden. Im Rahmen dieses Kapitels wird auf die Wasser- und Luftkalibrieranlagen eingegangen. Wie diese Anlagen aufgebaut sind und wie diese funktionieren wird im folgenden behandelt. Die Durchführung von Messungen ist wichtig, um die ermittelten numerischen Ergebnisse zu validieren und auf diese Weise die Verlässlichkeit der numerischen Methoden zu überprüfen.

### 5.1 Durchführung von Messungen an der Wasserkalibrieranlage

Die Firma Krohne besitzt eine Kalibrieranlage, die mit Wasser betrieben wird. Durch die besondere Bauweise dieser Anlage können Wirbelzähler mit unterschiedlichen Nennweiten unter ungestörten Strömungsbedingungen kalibriert werden. Wie eine Kalibrierung erfolgt, ist im Unterkapitel 2.5 erläutert worden. Die Kalibrieranlage besteht aus drei Magnetisch Induktiven Durchflussmessgeräten (MID), die als Referenzmessgeräte fungieren, mit deren Hilfe der durch die Pumpen zur Verfügung gestellte Volumenstrom  $Q_R$  angezeigt werden kann. Auf diese Weise kann der an den Pumpen eingestellte Volumendurchsatz kontrolliert und die richtige Durchflussmenge gewährleistet werden. Nach [41] beträgt die Messunsicherheit des MID-Durchflussmessgerätes 0,3%. Hinter dem MID ist der getestete Wirbelzähler angebracht. Ein Oszilloskop ist mit diesem verbunden, der das vom Paddel gemessene Lift-Signal aufzeigt. Der K-Faktor  $K$  wird über eine bestimmte Apparatur ermittelt, die den Wirbelimpuls sowohl im MID als auch im getesteten Wirbelzähler aufzählt. Nachdem ein bestimmter Volumenstrom an den Pumpen eingestellt wird, der vom MID gemessen wird, wird für eine bestimmte Messzeitspanne  $t$ , die bei großen Volumenströmen zwischen  $t = 60s$  und  $t = 100s$  liegt, der Wirbelimpuls aufgenommen. Bei kleineren Volumenströmen ist die Messzeit  $t$  länger ( $t = 150s$ ), da bei kleinen Durchsätzen eine größere Messempfindlichkeit vorhanden ist. Das Funktionsprinzip der Wasserkalibrieranlage ist in der Abbildung 5.1 in Form eines Flussdiagramms

dargestellt.

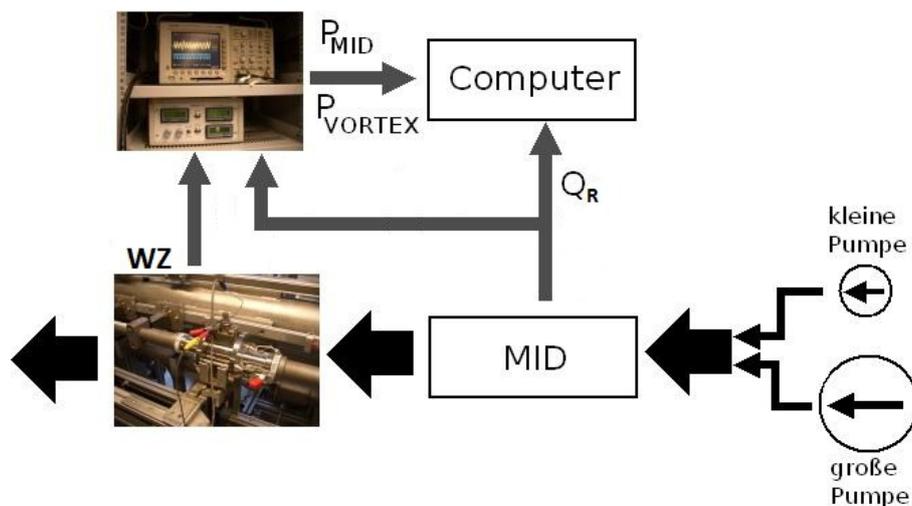


Abbildung 5.1: Funktionsweise der Wasserkalibrieranlage in Form eines Flussdiagramms

Mittels einer elektronischen Apparatur *KV21* kann eine kapazitive Verstärkung bzw. gezielte Filterung des Signals erfolgen. Vor allem bei kleinen Volumenströmen ( $u_m < 1 \frac{m}{s}$ ) ist der Einfluss von Resonanzen bzw. Rauscheffekten groß; dieser kann durch diese Apparatur zum größten Teil minimiert werden.

Die nach Ablauf der Messzeit  $t$  angezeigten Wirbelimpulse  $P_{MID}$  und  $P_{VORTEX}$  werden dann in eine Excel-Tabelle manuell eingetragen, aus denen dann der gesuchte K-Faktor ausgerechnet werden kann. Der Volumenstrom  $Q$  und der K-Faktor  $K$  können in Abhängigkeit von den ermittelten MID- und Wirbelimpulse innerhalb einer bestimmten Messzeit  $t$  mit den Gleichungen (5.1) und (5.2) ausgerechnet werden.

$$Q = \frac{P_{MID} \cdot P_{VORTEX}}{1000 \cdot t} \quad (5.1)$$

$$K = \frac{P_{VORTEX}}{t} \cdot \frac{3600}{Q} \quad (5.2)$$

Wie die Wasserkalibrieranlage der Firma Krohne aussieht, wird in der Abbildung 5.2 dargestellt.

## 5.2 Experimentelle Vorrichtungen für Wirbelzähler mit Luft

Die Firma Krohne verfügt über zwei experimentelle Vorrichtungen, an der Durchflussmessgeräte wie z.B. Wirbelzähler mit dem Medium Luft überprüft bzw. kalibriert werden



Abbildung 5.2: Wasserkalibrieranlage der Firma Krohne

können. Aus praktischer Sicht ist es möglich, einen Wirbelzähler mit Wasser zu kalibrieren und anschließend mit Luft zu betreiben. Dies erlaubt die Ähnlichkeitstheorie, nach der zwei Strömungen in einer bestimmten Wirbelzählerkonfiguration mit unterschiedlichen Medien zueinander ähnlich sind, wenn die Reynolds-Zahlen gleich sind. Doch eine Kalibrierung mit dem passenden Medium gibt eine bessere Beurteilungsmöglichkeit des Messgerätes, da dabei der Einfluss des Mediums und anderer Parameter wie z.B. lokale Kompressibilitäten bei der Kalibrierung direkt berücksichtigt werden können. Die Firma Krohne besitzt eine Anlage, die mit Luft betrieben wird, eine sogenannte Ansaugvorrichtung. Diese Anlage ermöglicht eine einfache Kalibrierung bzw. Überprüfung von Durchflussmessgeräten. Wie eine Ansaugvorrichtung schematisch aufgebaut ist, ist im Unterkapitel **3.3.2** in der Abbildung 3.17 dargestellt.

Die Ansaugvorrichtung wird mittels einer Pumpe angetrieben, die vom umgebenden Raum Luft ansaugt. An einem großen Regelkasten kann der angesaugte Volumendurchsatz  $Q$  an der Pumpe eingestellt werden. Die zu überprüfenden Messgeräte werden in die Anlage zwischen Flansche leicht eingebaut. An einem mit dem Paddel verbundenen Oszilloskop kann das Lift-Signal angezeigt und mittels einer integrierten FFT-Funktion die Wirbelablösefrequenz  $f$  ermittelt werden. An dieser Anlage ist häufig die Linearität zwischen Wirbelablösefrequenz  $f$  und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$ , somit die Signal- und Messqualität überprüft worden.

Die zweite Anlage ist eine Luftanlage, die den Massenstrom  $\dot{m}$  bis zu einer Genauigkeit von 0,3% mittels kritischer Düsen einstellen kann. In diese Messunsicherheit gehen viele Einflussparameter ein: Die Messunsicherheit der Anlage hängt unter anderem von der Unsicherheit ab, mit der die Dichte  $\rho$  aus  $p$  und  $T$  ermittelt wird und auch die Unsicherheit der Referenzmessgeräte, mit der die kritischen Düsen kalibriert werden. Dazu kommt noch die Unsicherheit bei der Ermittlung der Dichte  $\rho$  aus  $p$  und  $T$  im Wirbelzählerbereich, was für die Ermittlung des Volumenstromes erforderlich ist. MID-Durchflussmessgeräte können hier im Falle von Luft nicht eingesetzt werden, da diese nur mit elektrisch leitenden

Medien wie z.B. Wasser funktionieren. Da mit einer einzigen kritischen Düse nur ein bestimmter maximaler Massenstrom  $\dot{m}$  durchgestzt werden kann, wird eine bestimmte Anzahl von kritische Düsen in einer Parallelschaltung betrieben, um den gewünschten Massenstrom stufenweise zu realisieren. Die nächste Abbildung 5.3 zeigt in einem Flussbild den Aufbau dieser Anlage.

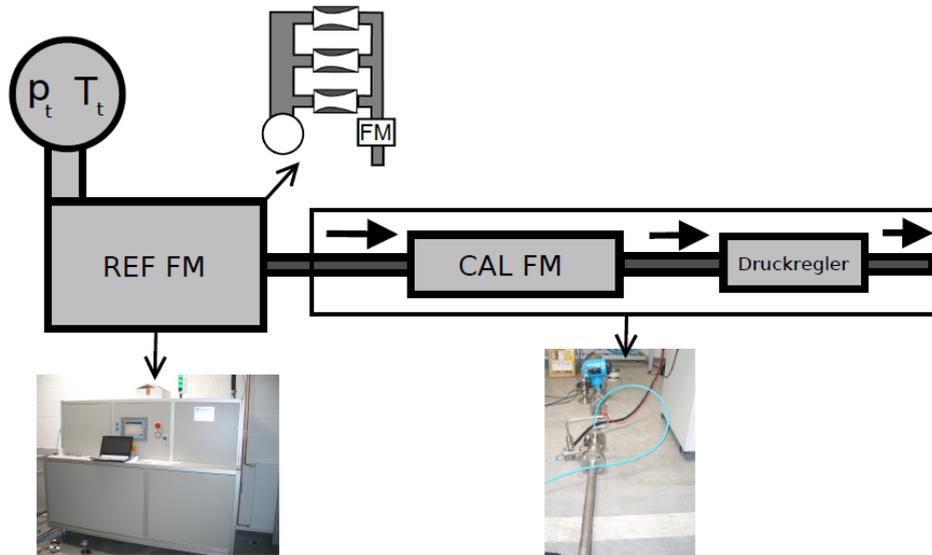


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung des Aufbaus der Luftkalibrieranlage

## 6 Numerische und experimentelle Ergebnisse

Im Rahmen dieses Kapitels werden sowohl die numerischen als auch die experimentellen Ergebnisse präsentiert. Die numerische Untersuchung wird eingesetzt, um zum einen die in einem Wirbelzähler auftretenden Strömungsphänomene zu verstehen und zu visualisieren und zum anderen die numerische Berechnung von Wirbelzählern und anderen strömungstechnischen Anordnungen durch Identifikation der korrekten Modellparameter in der Technik einen Schritt weiter zu bringen. Die numerischen Ergebnisse liefern viel mehr Details bezüglich Strömungsphänomene. Die experimentelle Visualisierung der Strömung gestaltet sich öfters als schwierig und aufwendig. Jedoch ist die experimentelle Untersuchung erforderlich, um viele Varianten eines Durchflussmessgerätes hinsichtlich Messverhalten abzuarbeiten bzw. zu untersuchen. Die Untersuchung von Wirbelzählern erfordert die Untersuchung von Rohrströmungen, da die Strömung durch Rohrleitungen zum Eintritt von Wirbelzählern geführt wird. Aber auch die Untersuchung von strömungstechnischen Armaturen ist hier besonders wichtig. Strömungsarmaturen wie z.B. Kugelventile, Absperrventile, aber auch Rohrkrümmer verursachen einen gewissen Grad an Störungen in der Geschwindigkeits- und Druckverteilung. Solche Vorstörungen können im negativen Sinne das Messverhalten von Wirbelzählern beeinflussen. Folglich ist das Ausmaß der Störungen in der Strömung durch solche strömungstechnische Anordnungen unter Berücksichtigung des Modellierungsumstandes untersucht worden. Dieses Kapitel wird in drei Bereiche unterteilt, wobei in den ersten beiden Teilen das Strömungsfeld von Wirbelzählern im Vordergrund steht. Im ersten Teil werden die Strömungsfelder von Wirbelzählern unter symmetrischen Zuströmbedingungen untersucht. Im zweiten Teil stehen geometrische Modifikationen des DN 25 Wirbelzählers im Vordergrund, deren Einfluss auf das Strömungsfeld untersucht worden ist. Als letztes wird auf den Einfluss von Vor- und Nachstörungen eingegangen. Für die numerische Untersuchungen sind im Rahmen dieser Arbeit zwei kommerzielle Softwareprogramme, *Fluent* und *Starccm+*, benutzt worden, wobei für die Netzgenerierung das kommerzielle Programm *Gridgen* verwendet worden ist. Die experimentelle Untersuchungen sind an der Firma Krohne durchgeführt worden.

## 6.1 Instationäre Simulationen an DN 25

### Wirbelzählerkonfigurationen mit BB2-Störkörper bei symmetrischer Zuströmung

In diesem Abschnitt geht es um die numerische Berechnung der instationären Strömungsfelder von Wirbelzählerkonfigurationen, wobei am Eintritt der untersuchten Wirbelzählerkonfigurationen ein symmetrisches und voll-ausgebildetes Geschwindigkeitsprofil eingelesen worden ist. Bei der numerischen Untersuchung wird hier stets die Nennweite DN 25 betrachtet, was zu einem inneren Rohrdurchmesser von  $D = 24\text{mm}$  korrespondiert. Weitere Untersuchungen beziehen sich auf die Untersuchung der Sensitivität von unterschiedlichen Rechennetzen, um auf diese Weise den Einfluss der Netzabhängigkeit bei kleinen Volumenströmen auf die Wirbelablösefrequenz  $f$  zu untersuchen. Desweiteren sind Modelluntersuchungen durchgeführt worden, um die geeigneten Modelle zu identifizieren. Die numerischen Ergebnisse sind mittels experimentelle Messungen validiert worden, um die Verlässlichkeit der numerischen Ergebnisse zu überprüfen. Desweiteren sind geometrische Modifikationen des DN 25 Wirbelzählers untersucht worden, die durch die spezielle Ausführung der Störkörper an den Endseiten und durch den bestimmten Einbau zustande kommen.

#### 6.1.1 Referenzsimulationen an einem DN 25 Wirbelzähler mit Wasser

Die ersten Untersuchungen beziehen sich auf einen DN 25 Wirbelzähler, der im Längsschnitt entlang der Rohrachse über die in Abbildung 6.1 skizzenhaft dargestellte geometrische Form verfügt.

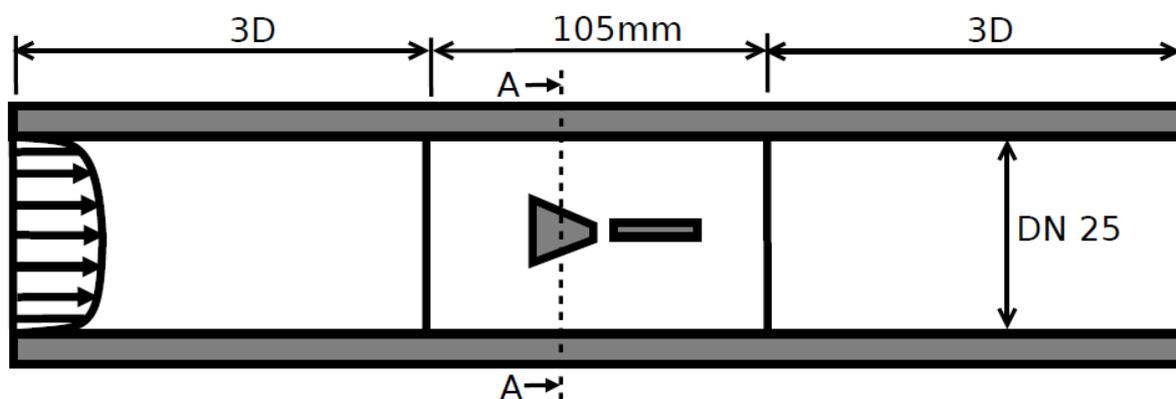


Abbildung 6.1: Basiskonfiguration im Längsschnitt der untersuchten DN 25 Wirbelzähler

Es handelt sich um einen DN 25 Wirbelzähler mit einem im Querschnitt eckig aus-

geführten Störkörper. Basierend auf diese Basiskonfiguration im Längsschnitt wird die Referenzkonfiguration des DN 25 Wirbelzählers definiert, was im Querschnitt A-A die in Abbildung 6.2 (links) dargestellte geometrische Form besitzt. In der gleichen Abbildung rechts ist ein vereinfachtes 3-D Modell des DN 25 Wirbelzählers dargestellt. Wie zu erkennen ist, ragt das Paddel von der Rohrwandseite in den Strömungsraum hinein. Bei dieser kleinen Nennweite erstreckt sich das Paddel bis zur Rohrmitte.

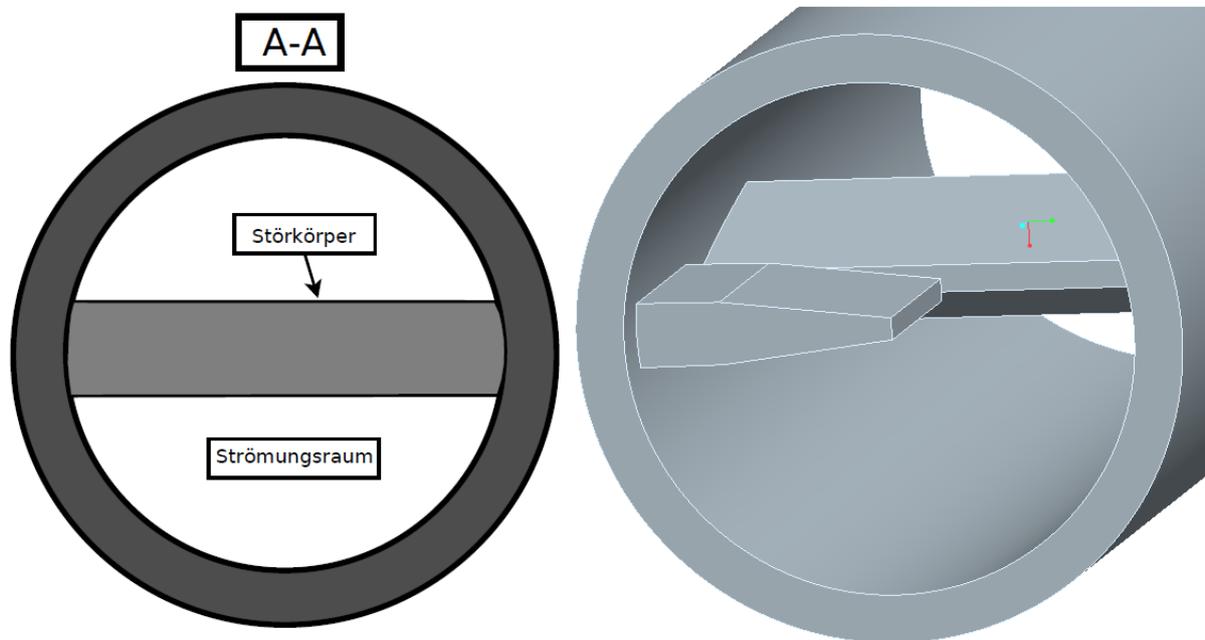


Abbildung 6.2: Geometrische Ausführung der Referenzkonfiguration im Querschnitt A-A (links) und räumliche Anordnung des Störkörpers und Paddels im Messrohr (rechts)

Aus dieser Abbildung 6.2 kann weiterhin entnommen werden, dass bei der Referenzkonfiguration an den Grenzflächen zwischen Störkörper und Rohrwand keine geometrischen Modifikationen vorhanden sind, was bedeutet, dass der Störkörper an beiden Seiten glatt an der inneren Rohrwand anliegt. Für eine solche kleine Nennweite DN 25 kann diese ideale Bauformausführung in der Praxis nicht realisiert werden. Der hier betrachtete Störkörper wird als BB2-Störkörper bezeichnet. Auf exakte geometrische Abmessungen dieses Störkörpers kann aus Gründen der Geheimhaltung nicht eingegangen werden.

Die im nächsten aufgeführten Vorgehensweisen sind bei den meisten Wirbelzählersimulationen angewandt worden. Die Wirbeldetektion erfolgt mittels eines dem Störkörper nachgeschalteten Paddels (siehe Unterkapitel 2.2). Wie in der obigen Abbildung 6.1 zu entnehmen ist, wird an den untersuchten Wirbelzählerkonfigurationen ein Einlaufrohr der Länge von  $L=3D$  vorgesehen, um der am Wirbelzählereintritt eingelesenen vollausgebildeten Strömung numerisch eine freie Entwicklung bzw. Entfaltung in einem klei-

nen Streckenabstand in den instationären Berechnungen zu ermöglichen. Eine gewisse Auslaufrohrlänge ( $L=3D$ ) ist auch erforderlich, damit sich die Karmansche Wirbelstraße im Auslaufrohr frei entwickeln kann. Da *Fluent* über keine *nicht-reflektierenden* Randbedingungen verfügt, ist die Einhaltung einer gewissen Ein- und Auslaufrohrlänge erforderlich, um die im Strömungsfeld an den Strömungsberandungen auftretenden Reflektionen zu minimieren bzw. zu dämpfen. Wie Wellenreflektionen an Strömungsberandungen aussehen können, wird im Unterkapitel **3.1.3** anhand der Wellengleichung zweiter Ordnung demonstriert.

Im Unterkapitel **3.3.1** ist darauf eingegangen worden, dass die erzeugten Primärwirbel räumlich moduliert sind und folglich über eine dreidimensionale Struktur verfügen. Eine zweidimensionale Betrachtung des Strömungssystems würde eine fehlerhafte Approximation des Strömungsfeldes und somit der Wirbelablösefrequenz  $f$  liefern. Basierend auf diesen Überlegungen bzw. Gegebenheiten sind in dieser Arbeit nur dreidimensionale Berechnungen durchgeführt worden.

Als erstes ist ein dreidimensionales Rechennetz mit etwa 200000 Gitterpunkten mit *Gridgen* erzeugt worden. Es handelt sich um ein strukturiertes Netz. Bei der Netzgenerierung ist als Basis die Blockstruktur des Netzes von Tournillon [63] verwendet worden. Da im Verlauf dieser Arbeit öfters auf dieses Netz Bezug genommen wird, wird dieses Rechennetz als MXR bezeichnet. Dieses Netz ist in der Abbildung 6.3 dargestellt.

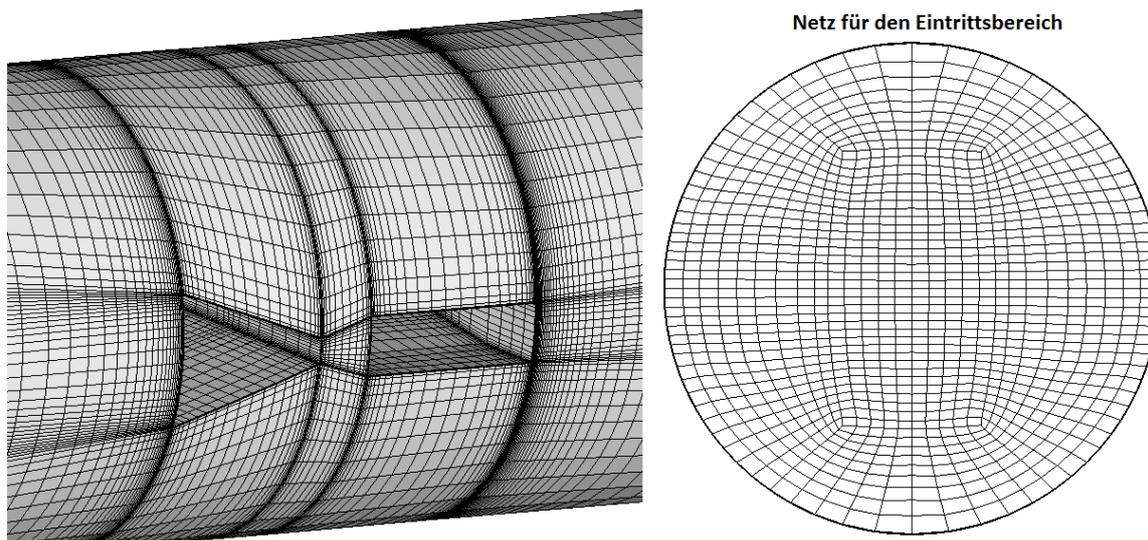


Abbildung 6.3: Rechennetz MXR

Bei diesem Netz ist der Bereich um den Störkörper, dem Paddel und des Nachlaufs fein aufgelöst worden, um die in diesen Bereichen auftretenden hohen Gradienten genau wie möglich zu erfassen. Um unphysikalische Ergebnisse zu vermeiden, besitzen die Zellen eine gleichmäßige Verteilung. Die Zellwachstumsrate ist mit dem Faktor 1,3-1,5 umgesetzt

worden. Bei der Netzgenerierung ist solange optimiert worden, bis die Netzqualität ein Optimum erreicht hat. Wie aus der Gitterverteilung aus Abbildung 6.3 zu erkennen ist, werden die Zellen nach außen hin größer und damit auch gröber, um die an den Berandungen des Strömungsfeldes auftretenden Reflektionen zu dämpfen. Die Zellvergrößerung in Richtung Wandoberfläche stellt an der Berandung bezüglich der Erfassung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils keine Probleme dar, da für die Erfassung universelle Wandfunktionen zur Verfügung stehen. Jedoch ist hier die Überprüfung des  $y^+$ -Wertes in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl und die Einhaltung eines gültigen Definitionsbereiches hinsichtlich dieser Größe erforderlich.

Die Berechnungen sind zunächst einmal mit dem Medium Wasser durchgeführt worden. Dabei sind Simulationen innerhalb des Messbereiches (von  $u_m = 1 \frac{m}{s}$  bis  $u_m = 7 \frac{m}{s}$ ), aber auch außerhalb des Messbereiches bei kleinen Volumenströmen ( $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$  bis  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$ ) durchgeführt worden. Die untere Tabelle 6.1 fasst die simulierten mittleren Strömungsgeschwindigkeiten mit den korrespondierenden Reynolds-Zahlen zusammen, wobei die Reynolds-Zahlen jeweils auf den Rohrdurchmesser  $D$  und auf die Störkörperhöhe  $d$  bezogen worden sind.

$u_m \left[ \frac{m}{s} \right]$	$Q \left[ \frac{m^3}{h} \right]$	$Re_D$	$Re_d$
0,1	0,163	2389	669
0,3	0,489	7166	2006
0,5	0,814	11943	3340
1	1,629	23885	6689
2	3,257	47770	13376
3	4,886	71655	20064
4	6,514	95541	26751
5	8,143	119426	33439
6	9,772	143311	40127
7	11,4	167196	46815

Tabelle 6.1: Untersuchte mittlere Strömungsgeschwindigkeiten und korrespondierende Strömungsdaten

Da die Reynolds-Zahlen bezogen auf den Rohrdurchmesser  $Re_D$  stets oberhalb der kritischen Reynolds-Zahl von 2300 liegen, ist die Rohrströmung aus theoretischer Sicht stets turbulent. Interessant ist, dass die Störkörperhöhe bezogene Reynolds-Zahl  $Re_d$  die kritische Reynolds-Zahl von 500000 nicht überschreitet, was auf eine laminare Umströmung des Störkörpers hindeutet. Dieses hybride Strömungsmuster gibt einen Hinweis darauf, dass womöglich bei zunehmend kleineren Reynolds-Zahlen die turbulenten Modelle bei der korrekten Vorhersage der Wirbelablösefrequenzen nicht mehr richtig funktionieren könnten.

Da die vorliegende Auflösung der erzeugten Netze und die Wahl des Zeitschrittes  $\Delta t$  für die Erfassung der in einer realen turbulenten Strömung auftretenden Wirbelstrukturen auf sehr kleinen Raum- und Zeitskalen nicht ausreicht, wird das Strömungsfeld mit den RANS-Gleichungen berechnet und dabei auf das Realizable k-epsilon Turbulenzmodell mit unterschiedlichen Wandbehandlungsansätzen zurückgegriffen. Auf diese Weise wird lediglich nur der Effekt der Turbulenz modelliert und das Geschwindigkeitsprofil an der Wandzone je nach vorliegendem  $y^+$ -Wert entweder direkt berechnet oder mittels universellen Wandfunktionen approximiert.

Vor Beginn einer instationären Simulation ist stets für alle Wirbelzählerberechnungen eine stationäre Simulation mit einigen Iterationen durchgeführt worden. Auf diese Weise kann eine Verkürzung der Dauer der instationären Berechnungen erreicht werden, da der Strömungsraum schnell mit Fluid gefüllt wird, das dann bei Beginn der instationären Simulation als eine Anfangsverteilung fungiert. Bei den stationären Berechnungen wird durch die Störkörperumströmung stets die Entstehung von zwei zueinander parallel angeordneten Primärwirbeln beobachtet. Dies stellt einen labilen Strömungszustand dar.

Am Eintritt der Strömungsdomäne wird als Randbedingung das in Kapitel **3.3.2** vorgestellte Gersten-Profil bei der jeweiligen mittleren Strömungsgeschwindigkeit eingelesen. Dabei wird nur die  $x$ -Komponente der Strömungsgeschwindigkeit in *Fluent* spezifiziert, da hier zunächst einmal eine ungestörte Strömung betrachtet wird (siehe Abbildung 6.1). Die statische Temperatur  $T$  wird am Eintritt mit  $T = 292,5K$  als konstant spezifiziert. Folglich entsteht auf diese Weise eine Randbedingung am Eintritt mit einer bestimmten Totaltemperaturverteilung  $T_t \neq const$ . Nur bei der kleinsten Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$  wird eine Profilsimulation (siehe Unterkapitel **3.3.2**) durchgeführt, da die Reynolds-Zahl sehr nahe an der kritischen Reynolds-Zahl liegt und folglich die Strömung über einen transitiven Charakter verfügt. Die nächste Abbildung 6.4 stellt das numerisch ermittelte Geschwindigkeitsprofil unter Verwendung des k-epsilon Turbulenzmodells bei  $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$  im Vergleich zu einem mit Hagen-Poiseuille Gesetz berechneten laminaren Profil und dem Gersten-Profil dar.

Bei dieser kleinsten mittleren Strömungsgeschwindigkeit ist repräsentativ die Verlässlichkeit von *Fluent* bei der Berechnung des Massenstromes  $\dot{m}$  überprüft worden, da für verlässliche Ergebnisse die korrekte Berechnung des Massenstromes unumgänglich ist. Bei der Berechnung von beispielsweise kritischen Düsen steht dies auch im Vordergrund und wird als ein Qualitätsmerkmal für die Beurteilung der Verlässlichkeit der numerischen Berechnung angesehen (siehe [67, 73]). Die Überprüfung bei dieser mittleren Strömungsgeschwindigkeit ist insofern geeignet, dass hier für die Erzeugung eines voll-

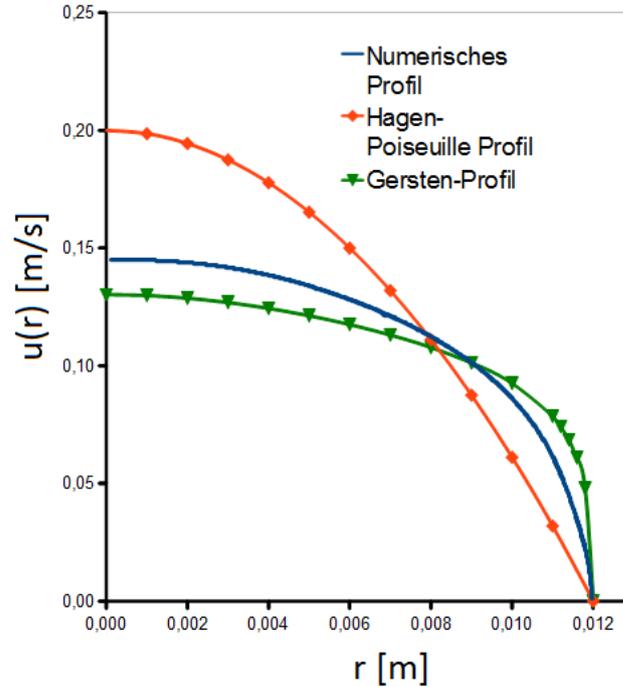


Abbildung 6.4: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile

ausgebildeten Geschwindigkeitsprofils eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit von  $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$  spezifiziert worden ist, die sich auf diese Weise durch das gesamte Strömungssystem überträgt. Folglich liegt für Vergleichszwecke ein Sollwert für die mittlere Strömungsgeschwindigkeit bzw. ein Sollwert für den Massenstrom vor. Dieses berechnete voll-ausgebildete Profil ist am Wirbelzählereintritt eingelesen und eine instationäre Berechnung durchgeführt worden, wobei numerisch der Massenstrom am Wirbelzähleraustritt ermittelt worden ist. Die nächste Tabelle 6.2 führt den Soll- und Istwert-Vergleich für den Massenstrom auf.

Dichte $\rho [\frac{kg}{m^3}]$	$\dot{m} - NUM [\frac{kg}{s}]$	$\dot{m} - IST [\frac{kg}{s}]$	Abweichung [%]
998,2	0,0451575	0,045166	-0,01882

Tabelle 6.2: Vergleich der Massenströme

Die Abweichung zwischen gefordertem und berechneten Massenstrom ist mit 0,019% sehr klein. Dies bestätigt, dass *Fluent* den Massenstrom als eine globale Integralgröße mit einer sehr hohen Genauigkeit berechnen kann.

Trotz der existierenden hohen Genauigkeit für die Berechnung des Massenstromes  $\dot{m}$  treten nichtsdestotrotz Abweichungen zwischen experimentellen und numerischen K-Faktoren auf, die durch beispielsweise Nicht-Berücksichtigung von geometrischen Modifi-

kationen und des Fehlens von Informationen bezüglich der bei den Messungen vorliegenden Strömungsverhältnissen wie z.B. turbulente Intensität  $Tu_{int}$ , die während der Messung am Ein- und Austritt des Wirbelzählers existiert haben, zustande kommen.

Bei den Berechnungen sind Gravitationseffekte vernachlässigt worden, da hier die dimensionslose Kennzahl, die Froude-Zahl  $Fr$ , die ein Verhältnis von Trägheitskräften zu Gravitationskräften kennzeichnet, bei der Beschreibung des instationären Strömungsfeldes keine Relevanz trägt (siehe Abbildung 2.8). Die Gravitationskräfte können im Gegensatz zu den Konvektions- und Reibungstermen vernachlässigt werden. Es wird außerdem von einer horizontalen Installation des Wirbelzählers ausgegangen, wodurch aufgrund des nicht vorhandenen geodätischen Höhenunterschieds der Einfluss von Gravitation auf die Wirbelablösefrequenz  $f$  vernachlässigbar ist. Das hier betrachtete instationäre Strömungsfeld der Wasserströmung wird somit von den im Unterkapitel **2.3** eingeführten dimensionslosen Kennzahlen bis auf die Mach-Zahl beschrieben. Da hier eine inkompressible Strömung vorliegt geht die Mach-Zahl gegen null und besitzt folglich bei der Beschreibung dieses Strömungsfeldes keine Relevanz. Die instationären Berechnungen sind mit einer Raum- und Zeitdiskretisierung von 2. Ordnung durchgeführt worden. Für instationäre Berechnungen stellt *Fluent* einen impliziten Algorithmus zur Verfügung [1], der die Berechnungen bei größeren Zeitschritten und somit eine Verkürzung der Rechen-dauer ermöglicht. Dies bedeutet, dass das Schema trotz der Wahl von größeren Zeitschritten  $\Delta t$  stabil bleibt. Doch bei der Spezifikation von großen Zeitschritten können wichtige Informationen bei der Wirbelablösung verloren gehen, da die Wirbelbildung und -konvektion innerhalb einer kleinen Zeitspanne erfolgt. Folglich ist je nach vorliegender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit der Zeitschritt  $\Delta t$  näherungsweise abgeschätzt worden. Für die Berechnung bzw. Abschätzung von  $\Delta t$  ist die Frequenzperiode  $T_P$ , die aus einem Richtwert des K-Faktors ermittelt worden ist, durch 100 geteilt worden. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass pro Periodendauer 100 diskrete Punkte erfasst werden. Bei Betrachtung der berechneten Zeitschritte wird deutlich, dass mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit die zeitliche Auflösung aufwendiger wird.

Da eine inkompressible Strömung vorliegt, liegt eine Entkopplung zwischen den Strömungsgrößen  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$  und der Temperatur  $T$  vor. Der Natur der Strömung passend wird als Löser der *segregated Löser* [1] verwendet. Die Berechnungen sind unter Standardatmosphärenbedingungen bei  $1\text{bar}$  durchgeführt worden, was bedeutet, dass am Austritt des Strömungssystems ein Druck von  $1\text{bar}$  eingestellt worden ist. Am Eintritt des Strömungssystems, wo das voll-ausgebildete Geschwindigkeitsprofil eingelesen wird, liegt ein um den Geschwindigkeitsdruck  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2$  erhöhter Druck vor. Nach Fiedler [15] ist

die Strouhal-Zahl in einem bestimmten Messbereich weitgehend unabhängig von der Reynolds-Zahl und somit vom statischen Druck  $p$ , von der dynamischen Viskosität  $\mu$  und vom Aggregatzustand. Bei den simulierten kleinen Volumenströmen außerhalb des Messbereiches hingegen zeigt die Strouhal-Zahl eine stärkere Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl, da zunehmend viskose Effekte zum Vorschein kommen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind jedoch alle Simulationen unter Atmosphärenbedingungen durchgeführt worden, um eine einheitliche numerische Referenz-K-Faktor-Kurve zu erhalten.

Da die ermittelten Strömungsfelder zueinander ähnlich sind, wird hier auf die Ergebnisse bei  $u_m = 1,0 \frac{m}{s}$  eingegangen. Die nächste Abbildung 6.5 zeigt die Geschwindigkeitsverteilung und die dazugehörige Druckverteilung (Relativdruck) mit Stromlinien bei  $u_m = 1,0 \frac{m}{s}$ , die nach einer instationären Berechnung unter Verwendung des Realizable k-epsilon Turbulenzmodells mit Wandfunktionen erhalten worden sind. Der asymmetrische Nachlauf deutet auf die Existenz einer Karmanschen Wirbelstraße hin, wobei nur eine Momentanaufnahme der Karmanschen Wirbelstraße sichtbar ist. Die Position der Primärwirbel kann eindeutig identifiziert werden, da diese im Wirbelzentrum ein Druckminimum besitzen.

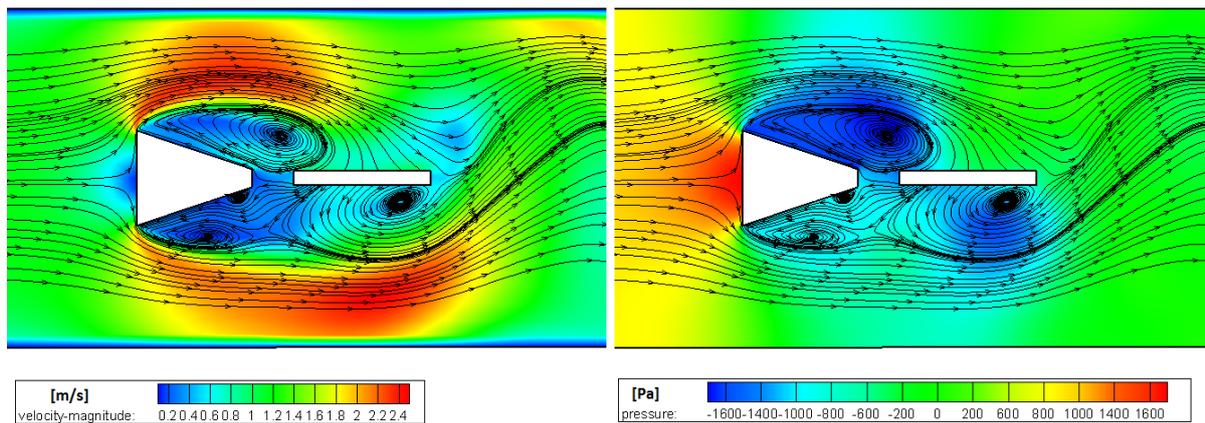


Abbildung 6.5: Konturen der Geschwindigkeits- und Druckverteilungen mit Stromlinien

Wie aus dieser Abbildung 6.5 zu entnehmen ist, befinden sich im Strömungsfeld überwiegend Primärwirbel, die stromabwärts konvektiert werden. Die momentane Entstehung von einem Sekundärwirbel auf der Störkörperoberfläche ist auch sichtbar. Das Strömungsfeld ist nahezu störungsfrei. Diese Eigenschaft kann auch anhand des auf der Paddeloberfläche ermittelten numerischen Lift-Signals und dem dazugehörigen Frequenzspektrum, ermittelt mittels einer DFT-Analyse [1] bei  $u_m = 1,0 \frac{m}{s}$ , deutlich erkannt werden (siehe Abbildung 6.6).

Das Lift-Signal verfügt über einen harmonischen Verlauf. Folglich kann mittels der DFT-Analyse in *Fluent* eine eindeutige Wirbelablösefrequenz aus diesem sauberen Signal herausgefiltert werden. Ein solches Strömungsmuster ist typisch bei Wahl eines Turbu-

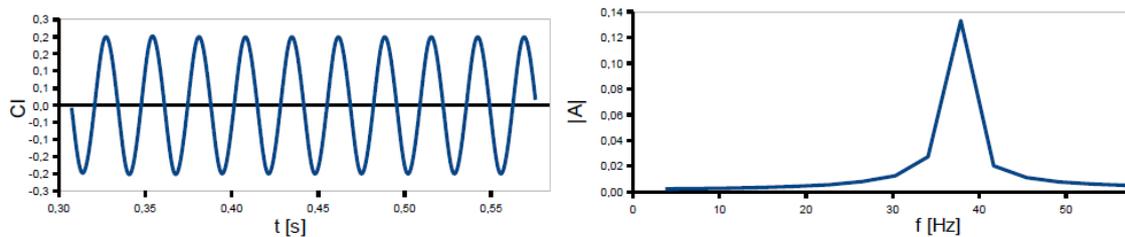


Abbildung 6.6: Numerisches Lift-Signal (links) und die dazugehörige DFT-Analyse (rechts)

lenzmodells, da in die Strömung aufgrund der Modellierung des Spannungstensors in den RANS-Gleichungen eine zusätzliche Scheinkraft induziert wird, die wie eine erhöhte Viskosität wirkt. Dieser Effekt ist physikalisch und tritt auch in einer realen turbulenten Strömung auf. Zudem kommt noch die durch den numerischen Algorithmus bzw. die diskrete Strömungsdomäne verursachte Dämpfung bzw. Dissipation hinzu. Durch diese Dämpfungseffekte, die sowohl numerischer als auch physikalischer Natur sind, wird eine gewisse Glättung des Strömungsfeldes bewirkt, wodurch Störungen, die beispielsweise durch Sekundärwirbel verursacht werden würden, die meistens an der hinteren Kante des Störkörpers zum Vorschein kommen, unterdrückt werden.

Um eine Validierung der ermittelten numerischen Ergebnisse zu erzielen sind an der Wasserkalibrieranlage der Firma Krohne Messungen an einer bestimmten Bauform des DN 25 Wirbelzählers durchgeführt worden. Dieser experimentell untersuchte DN 25 Wirbelzähler mit einem BB2-Störkörper besitzt in der Querschnittsebene A-A über die in Abbildung 6.7 dargestellte Form.

Auf der gleichen Seite wie das Paddel befindet sich bei diesem Wirbelzähler an der Grenzfläche zwischen Rohrwand und BB2-Störkörper ein Sockel, was durch die spezielle Form des BB2-Störkörpers an der Endseite zustande kommt. Diese Wirbelzählerbauform wird als WZ Typ A bezeichnet. Es sind 5 Bauformen von diesem Wirbelzählertypen kalibriert worden, wobei diese Wirbelzähler gleichen Typs als V1-50 bis V5-50 bezeichnet worden sind. Die Wasserkalibrieranlage wird unter höheren Drücken betrieben. Beim Anfahren der Anlage wird der Rohrkreislauf zunächst einmal komplett mit Wasser gefüllt, wobei sich ein hoher Druck von etwa 2,5 bis 3bar im Rohrsystem einstellt. Anschließend wird das Medium mittels Pumpen unter dem hohen Druck zum Fließen gebracht. Es wird davon ausgegangen, dass der Druckeinfluss auf die Wirbelablösefrequenz gering ist [15], wodurch ein Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen gerechtfertigt ist. Durch den Vergleich der experimentellen Messungen mit den numerischen Ergebnissen soll hier lediglich nur die Verlässlichkeit der numerischen Ergebnisse

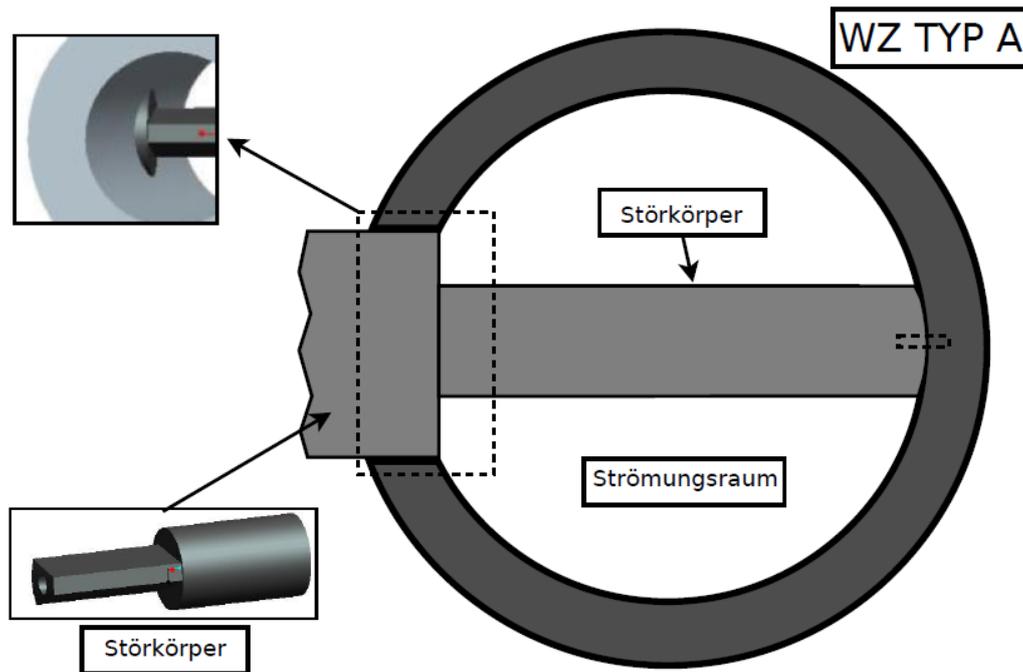


Abbildung 6.7: Skizzenhafte Darstellung des Wirbelzählers mit einem Sockel im Querschnitt A-A (WZ Typ A)

trotz des Vorhandenseins von geometrischen Unterschieden an den Störkörperendseiten überprüft werden. In der Abbildung 6.8 werden die nach der Kalibrierung ermittelten K-Faktor-Verläufe zusammengestellt.

Es ist festgestellt worden, dass einige Messpunkte leicht außerhalb der Messunsicherheitsgrenze um bis zu 0,4% hinausragen, was aus viele Faktoren wie z.B. Fertigung und Störkörperlage herrühren kann. Im Allgemeinen kann durch Nachbearbeitung des Durchflussmessgerätes eine Korrektur durchgeführt werden. Innerhalb des Messbereiches liegt eine quasi konstante K-Faktor-Verteilung vor, wobei beobachtet wird, dass mit kleiner werdendem Volumendurchsatz die K-Faktoren ansteigen. Unterhalb von  $u_m = 1,0 \frac{m}{s}$  wachsen die K-Faktor-Kurven nicht-linear an. Wird aus diesen K-Faktor-Verläufen eine untere und obere K-Faktor-Kurve gebildet, so wird der Einhüllende Bereich markiert (siehe Abbildung 6.9). Die numerisch ermittelten Ergebnisse sind zum Vergleich in dieses Diagramm eingefügt worden.

Die instationären Berechnungen sind unter Verwendung des Realizable k-epsilon Turbulenzmodells durchgeführt worden, wobei ab  $u_m \geq 1,0 \frac{m}{s}$  für die Erfassung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils Wandfunktionen verwendet worden sind, da der  $y^+$ -Wert stets oberhalb von 11,125 liegt. Bei den kleineren mittleren Strömungsgeschwindigkeiten  $u_m < 1 \frac{m}{s}$  ist festgestellt worden, dass der  $y^+$ -Wert auf der Wandoberfläche zum größten Teil kleinere Werte annimmt. Folglich ist in *Fluent* in Abhängigkeit der Angabe eines maxima-

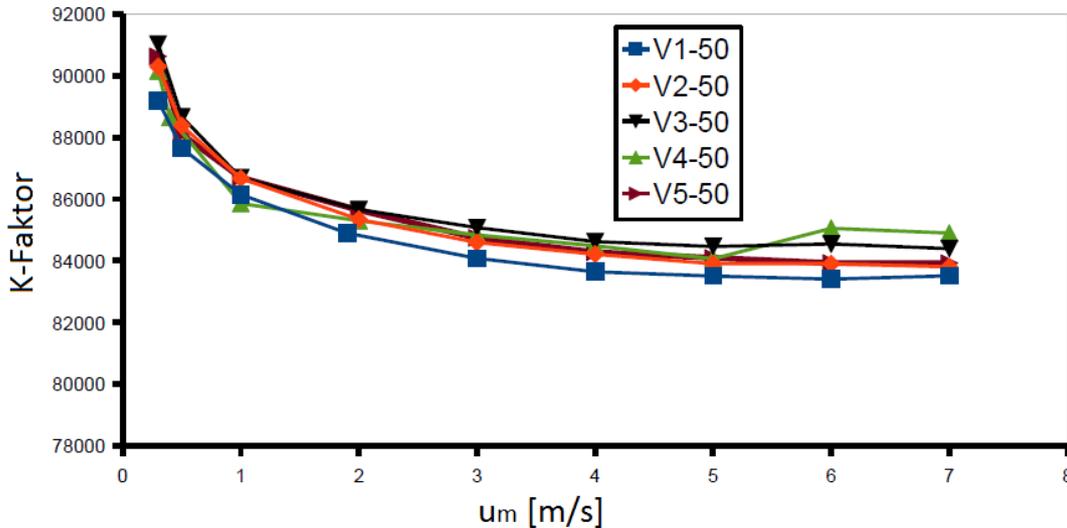


Abbildung 6.8: Nach der Kalibrierung ermittelte K-Faktor-Verläufe

len Wertes für  $y^+$  eine automatische Netzverfeinerung (*Grid Adaptation according to  $y^+$* ) durchgeführt worden, wo die lokal groben Wandzellen mit  $y^+ > 11,125$  mit zusätzlichen Zellen unter Einhaltung der Bedingung  $y^+ \leq 5$  verfeinert bzw. aufgelöst worden sind. Durch Einhaltung dieser Bedingung ist es möglich, dass turbulente Geschwindigkeitsprofil unter Verwendung des *Enhanced Wall Treatment* Ansatzes [1] näherungsweise direkt zu berechnen. Die Anzahl der Zellen ist bei der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  bis zu 450000 angestiegen. Bei noch kleineren mittleren Strömungsgeschwindigkeiten ist eine lokale Wandverfeinerung weniger aufwendiger.

Anhand der ermittelten experimentellen und numerischen Ergebnisse nach Abbildung 6.9 kann entnommen werden, dass die numerischen K-Faktoren innerhalb des Messbereiches realistische Werte annehmen. Abweichungen in den numerischen Berechnungen können neben dem Fehlen von einigen exakten Angaben bezüglich der Turbulenz und anderen Strömungsdaten aus der Nicht-Berücksichtigung der exakten geometrischen Ausführung an den Störkörperendseiten herrühren. Da jedoch innerhalb des Messbereiches die Größenordnung der numerischen K-Faktoren korrekt sind, wird davon ausgegangen, dass die gewählten Modelle innerhalb des Messbereiches passend sind. Außerhalb des Messbereiches bei niedrigen Volumenströmen wird entgegen dem ermittelten Messverhalten, was sich durch eine nicht-lineare Zunahme der K-Faktor-Kurven kennzeichnet, numerisch niedrigere Wirbelablösefrequenzen ermittelt. Im folgenden soll versucht werden, auch bei kleineren Volumenströmen einen realistischen K-Faktor-Verlauf numerisch zu realisieren.

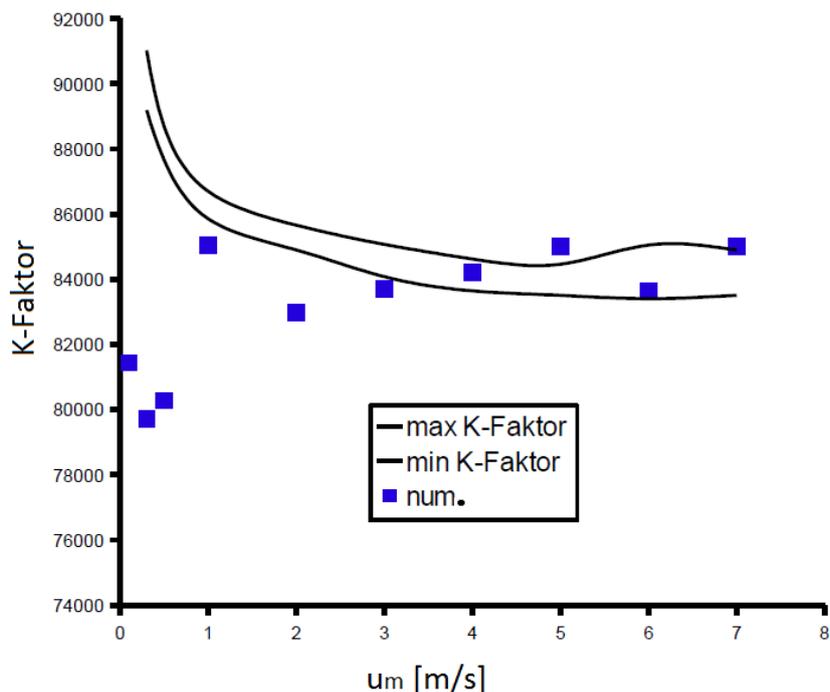


Abbildung 6.9: Vergleich der numerischen mit den gemessenen K-Faktoren

### 6.1.2 Untersuchung von unterschiedlichen Rechennetztypen und Modellparametern bei kleinen Volumenströmen für die Referenzkonfiguration

Da die numerischen Ergebnisse unter Verwendung des k-epsilon Turbulenzmodells bei Strömungsgeschwindigkeiten kleiner als  $u_m = 1,0 \frac{m}{s}$  ein dem realen Verhalten entgegengesetzten Verlauf aufweisen, soll in diesem Unterkapitel sowohl die Netzabhängigkeit als auch die Modellparameter untersucht werden. Das Ziel besteht darin, numerisch einen realistischen K-Faktor-Verlauf bei kleinen Volumenströmen außerhalb des Messbereiches zu realisieren. Für diesen Zweck ist als erstes ein Rechennetz konstruiert worden, was auf die Blockstruktur des Rechennetzes MXR (siehe Abbildung 6.3) basiert. Ein Ausschnitt aus dem Störkörper- und Paddelbereich von diesem Netz ist in der Abbildung 6.10 dargestellt.

Wie aus dieser Abbildung zu entnehmen ist, verfügt dieses Netz über eine sehr hohe Auflösung im Bereich des Störkörpers und Paddels in axialer Richtung, um auf diese Weise eventuell die numerisch-dissipativen Effekte in axialer Richtung zu reduzieren. Auf diese Weise kann herausgefunden werden, ob die numerische Dissipation verantwortlich für die Ermittlung von niedrigen Wirbelablösefrequenzen sind. Aufgrund dieser Eigenschaft wird dieses Netz als MXR-F-BP bezeichnet, wobei F-BP eine Abkürzung für *Fine-BluffBodyPaddel* steht.

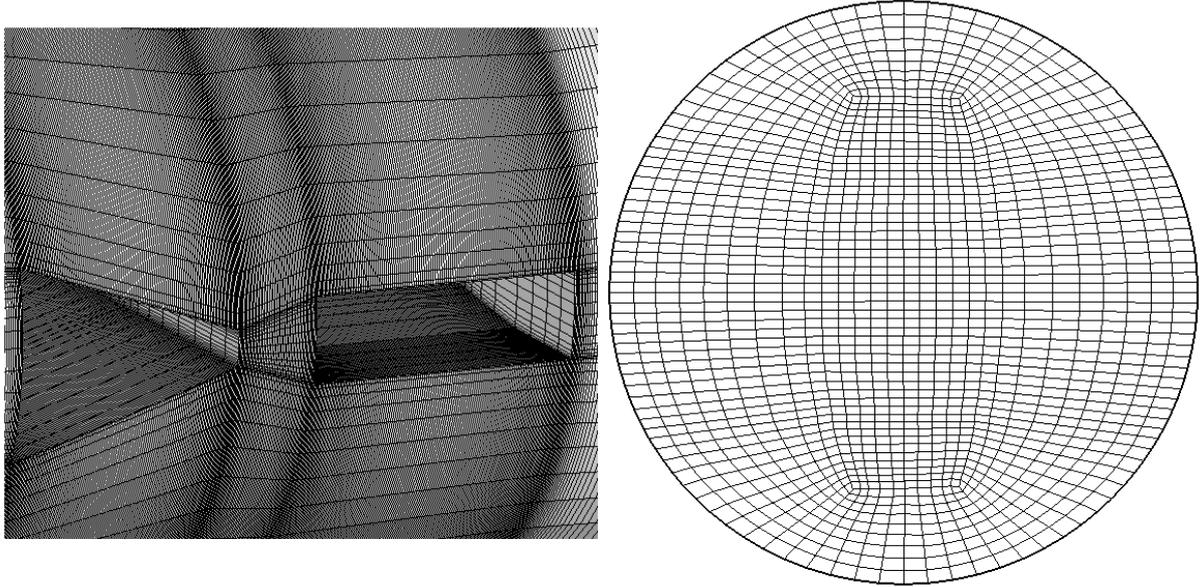


Abbildung 6.10: Darstellung des Netzes MXR-F-BP

Da sich die Untersuchungen der Netzabhängigkeit hier auf eine niedrige Reynolds-Zahl bei  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  beziehen, ist hier die Verwendung von Niedrig Reynolds-Zahl k-epsilon Turbulenzmodell realisierbar, was in *Fluent* unter Anwendung des *Enhanced Wall Treatment* Ansatzes durchsetzbar ist. Aus der Grenzschichttheorie ist bekannt, dass bei Betrachtung einer inkompressiblen und laminaren Strömung die Grenzschichtdicke  $\delta$  proportional zu  $1/\sqrt{Re}$  ist. Wegen der niedrigen Reynolds-Zahl bei  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  ist somit eine volle Auflösung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils weniger aufwendiger als eine vergleichbare Auflösung bei größeren mittleren Strömungsgeschwindigkeiten, wodurch hier die Möglichkeit besteht, ein komplett feines Rechenetz zu konstruieren. Für diesen Zweck ist ein äußerst feines Netz erzeugt worden, was sowohl im Querschnitt als auch in axialer Richtung über eine sehr hohe Auflösung verfügt (siehe Abbildung 6.11).

Um die laminare Unterschicht, die sich bis etwa  $y^+ \approx 5$  erstreckt, mit einigen Zellen auflösen zu können, ist versucht worden, bei der Netzgenerierung die Bedingung  $y^+ = 1$  einzuhalten. Bei Einhaltung dieser Bedingung  $y^+ = 1$  wird die laminare Unterschicht mit etwa 10 Zellen aufgelöst, was bei  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  für den Ein- und Austritt des Strömungssystems in guter Näherung zutrifft (siehe Abbildung 6.12). Im Bereich des Störkörpers jedoch erfolgt aufgrund der Querschnittsverengung eine Strömungsbeschleunigung und die Schergeschwindigkeit  $u_\tau$  nimmt zu, wodurch die  $y^+$ -Größe auf der Wandoberfläche bis etwa  $y^+ \approx 2,8$  ansteigt. An der Grenzfläche zwischen Störkörper und Rohrwand liegt aufgrund der verkleinerten effektiven Querschnittsfläche an lokalen Stellen ein  $y^+$ -Wert von 5,5 vor. Da jedoch in diesem Bereich die Grenzschichtdicke aufgrund der starken Strömungsbeschleunigung stark reduziert wird, ist der Einfluss der

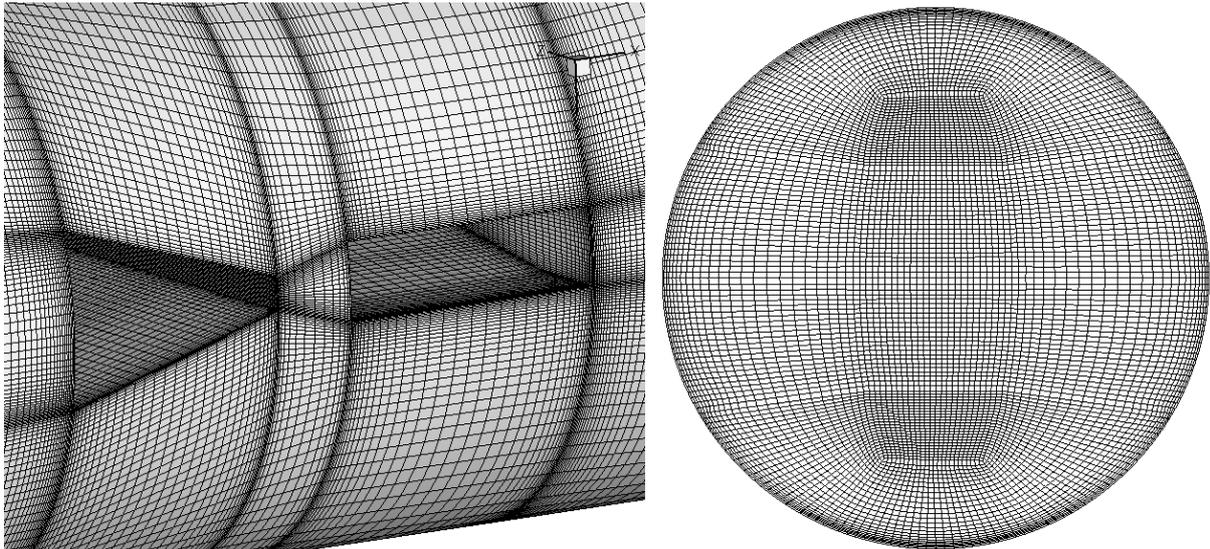
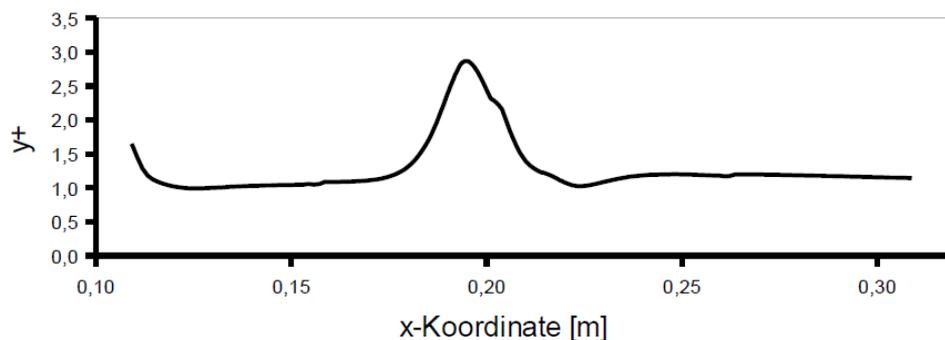


Abbildung 6.11: Darstellung des feinen Netzes MXF

Grenzschicht auf die lokale Strömung gering.

Abbildung 6.12:  $y^+$ -Verlauf entlang einer  $x$ -Koordinate auf der Wirbelzählerwandoberfläche

Bei Wahl einer Wandfunktion wird von *Fluent* eine Empfehlung ausgesprochen, dass der  $y^+$ -Wert zwischen 30 und 60 liegen sollte [1]. In diesem Zusammenhang ist ein anderes Rechenetz konstruiert worden, was die Bedingung  $30 < y^+ < 60$  erfüllt. Dabei sind die Änderungen am Rechenetz MXR durchgeführt worden. Folglich erhält dieses Netz die Bezeichnung MX30Y+60. Die Konstruktion eines solchen Netzes ist iterativ durchgeführt worden, da mehrere Verfeinerungs- und Vergrößerungsschritte erforderlich sind. Die Gitterverteilung an der Wandzone an bestimmten Querschnitten ist so lange geändert worden, bis die Bedingung  $30 < y^+ < 60$  erfüllt worden ist. Nach jeder Änderung der Gitterpunktverteilung ist eine stationäre Simulation mit einigen Iterationen durchgeführt und anschließend die  $y^+$ -Verteilung auf der Wandoberfläche überprüft worden. Nach etwa 10 iterativen Schritten ist diese Bedingung erreicht worden, was in der Abbildung 6.13 im  $y^+$ -

Verlauf in Abhängigkeit einer repräsentativen x-Koordinate auf der Rohrwandoberfläche dargestellt ist.

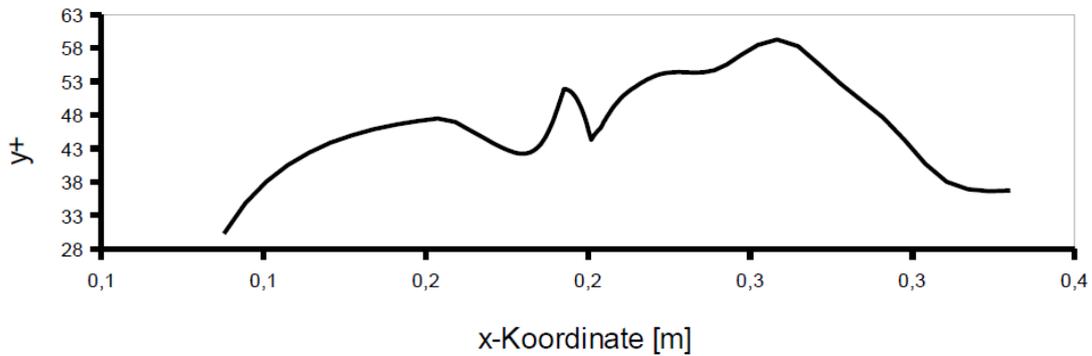


Abbildung 6.13:  $y^+$ -Verlauf entlang der Wandoberfläche

Als letztes ist der DN 25 Wirbelzähler mit einem hybriden Rechennetz erfasst worden. Dieses konstruierte Rechennetz erhält die Bezeichnung MX-HYB. Um die hohen Gradienten an der wandnahen Zone genau wie möglich zu erfassen, ist dieser Bereich mit einem strukturierten Netz erfasst worden. Der restliche Teil des Netzes ist mit unstrukturierten Tetraederzellen gefüllt worden. Die Abbildung 6.14 stellt dieses erzeugte hybride Netz dar.

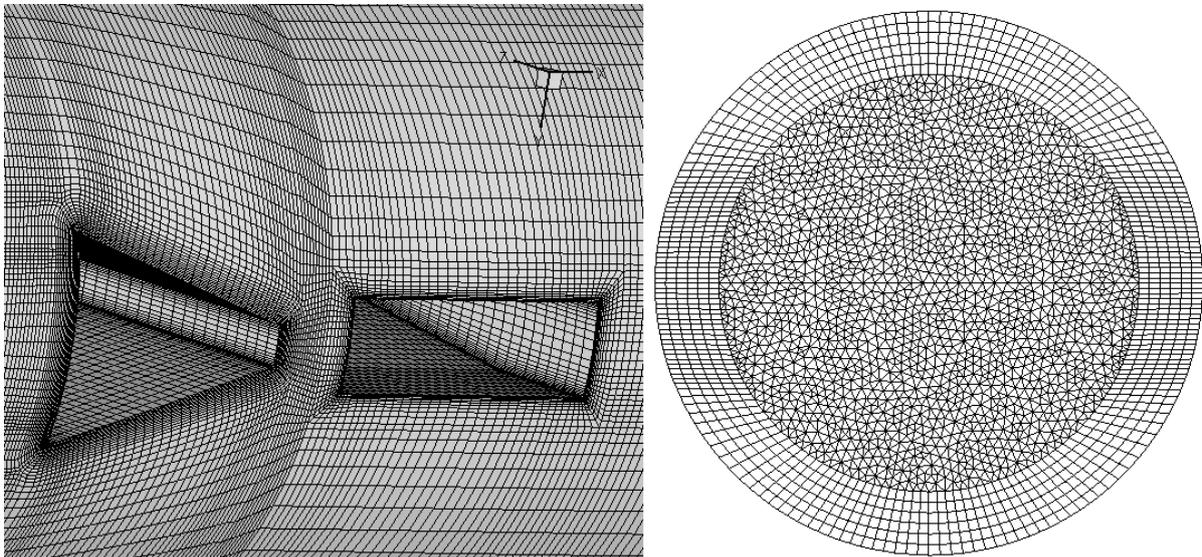


Abbildung 6.14: Darstellung des hybriden Rechennetzes MX-HYB

Die an diesen konstruierten Rechennetzen ermittelten numerischen K-Faktoren sind jedoch trotz der unterschiedlichen Typen der Rechennetze und der Wahl von unterschiedlichen Wandbehandlungsansätzen nicht zufriedenstellend (siehe Abbildung 6.15), da die

ermittelten Wirbelablösefrequenzen, wie anfangs auch gesehen, stets unterhalb eines definierten Soll-Wertes von etwa  $f = 20\text{Hz}$  liegen. Je nach Rechenetz ist eine abweichende Wirbelablösefrequenz ermittelt worden, was zeigt, dass eine Netzabhängigkeit besteht. Trotzdem reicht eine Änderung am Rechenetz nicht aus, einen korrekten tendenziellen K-Faktor-Verlauf zu realisieren.

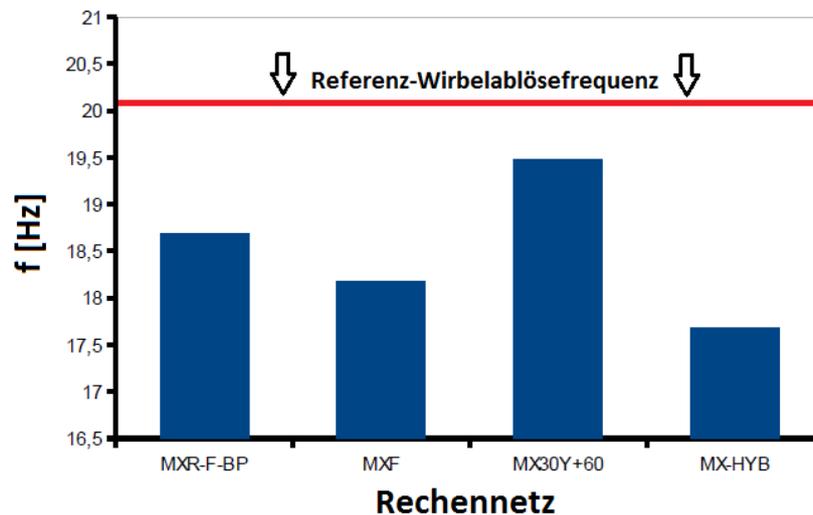


Abbildung 6.15: Ermittelte numerische Wirbelablösefrequenzen in Abhängigkeit von unterschiedlichen Rechenetzen

Folglich ist im weiteren Verlauf der Untersuchung die Wahl von anderen Modellen untersucht worden. Da die Störkörperumströmung laminar erfolgt und bei den kleinen Volumenströmen immer mehr die laminare Umströmung des Störkörpers an Bedeutung gewinnt, wird als Modell das laminare Modell für die Berechnung des Strömungsfeldes gewählt. Dabei wird trotz der Wahl dieses Modells am Eintritt das turbulente Geschwindigkeitsprofil eingelesen, da aus theoretischer Sicht die Rohrströmung immer noch turbulent ist. Für diese Modelluntersuchung ist nur das Netz MXR verwendet worden. Die Abbildung 6.16 stellt die Geschwindigkeitsverteilungen bei  $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$  und  $u_m = 0,3 \frac{m}{s}$  mit Stromlinien dar.

Wie aus diesen Strömungsfeldern zu entnehmen ist, unterliegt das Strömungsfeld gewissen Störungen, die durch Sekundär- und Tertiärwirbel verursacht werden. Der Grund für das Hervortreten von solchen Strömungsmustern liegt darin begründet, dass bei der Berechnung durch die Wahl des laminaren Modells nur die molekulare Viskosität  $\mu$  berücksichtigt wird und somit die effektive Gesamtviskosität gleich der molekularen Viskosität wird. Folglich kommt im Strömungsfeld aufgrund der reduzierten effektiven Viskositätswirkung eine kleinere Dämpfungswirkung zum Vorschein, wodurch kleinere Störungen sich frei entfalten können. Bei der kleinsten mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$  entsteht ein System von Wirbelstrukturen, die sich teilweise auf der Wirbelzählerwandoberfläche

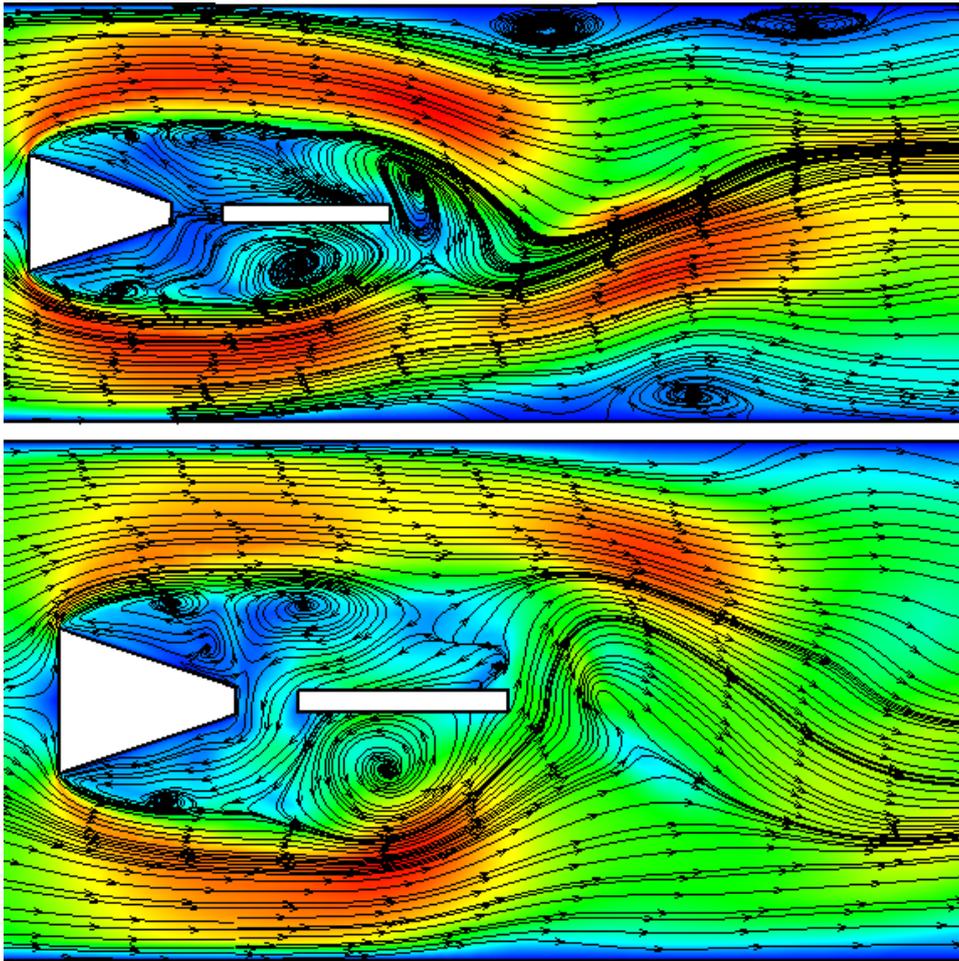


Abbildung 6.16: Darstellung von Geschwindigkeitskonturen bei  $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$  (oben) und  $u_m = 0,3 \frac{m}{s}$  (unten)

im Nachlauf des Störkörpers befinden. Die Entstehung von solchen Wirbelstrukturen an der Rohrwandoberfläche sorgen für die Verengung des effektiven Querschnittes im Nachlauf, weswegen auch lokal eine Strömungsbeschleunigung erfolgt. Das Vorhandensein von sekundären und tertiären Wirbeln im Strömungsfeld sorgen für die Entstehung eines gestörten Lift-Signals, was durch die stärkere Schwankung der Amplitude gekennzeichnet ist. Das Frequenzspektrum deutet auf die Existenz von Störungserscheinungen hin, da auf die Paddeloberfläche durch sekundäre und tertiäre Wirbel schwächere Frequenzen induziert werden. Es wird jedoch in allen Fällen eine dominierende Wirbelablösefrequenz herausgefiltert. Die Abbildung 6.17 stellt die ermittelten numerischen Lift-Signale bei den jeweiligen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten und die dazu korrespondierenden Frequenzspektren dar, die durch eine DFT-Analyse erhalten worden sind.

Die ermittelten numerischen K-Faktoren sind auch viel höher. Folglich wird ein realistischer K-Faktor-Verlauf mit diesem Modell erreicht, der in der Abbildung 6.18 dargestellt ist. Zum Vergleich ist die experimentell ermittelte obere Grenzkurve bestehend aus den

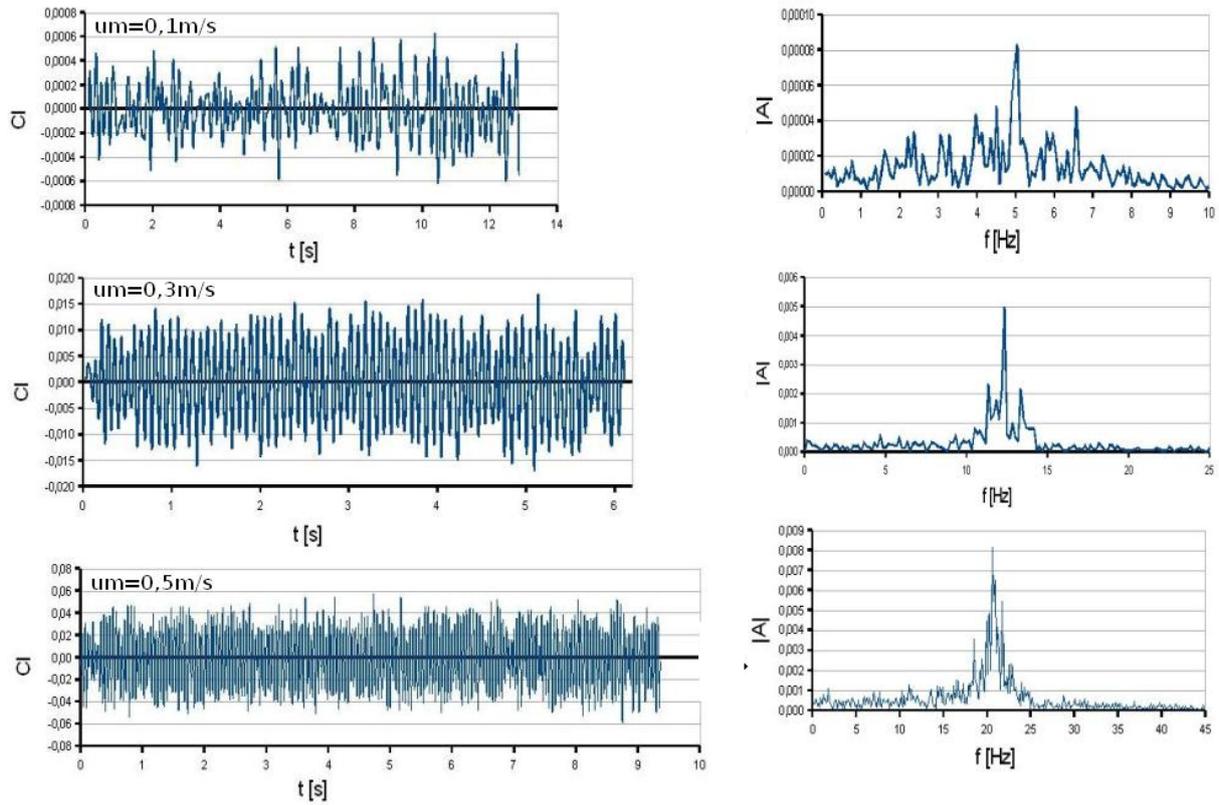


Abbildung 6.17: Zusammenstellung von den ermittelten Lift-Signalen und den korrespondierenden DFT-Analysen

maximal ermittelten K-Faktoren der untersuchten Wirbelzählertypen (V1-50-V5-50) hinzugefügt worden.

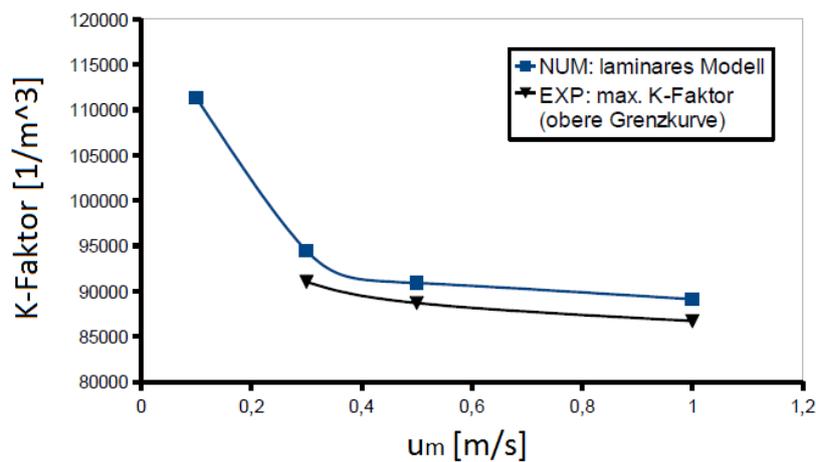


Abbildung 6.18: Vergleich zwischen experimentellen und numerischen K-Faktoren bei kleinen Volumenströmen

Aus der Abbildung 6.18 kann deutlich erkannt werden, dass in Richtung kleinerer Volumenströme die K-Faktor-Kurve nicht-linear ansteigt. Außerdem sind die ermittelten

numerischen K-Faktoren bis zu 4% höher als die experimentell ermittelten K-Faktoren. Dies kommt durch die rein laminare Modellierung zustande, wohingegen bei der realen Strömung auch eine gewisse turbulente Intensität in der Strömung vorhanden ist, die eine Dämpfung im Strömungsfeld aufgrund der erhöhten Viskositätswirkung verursacht.

### 6.1.3 Einfluss von Störkörperbauformen

Der Ausgangspunkt dieser Untersuchungen rührt aus experimentellen Ergebnissen von einer speziellen Bauformausführung des DN 25 Wirbelzählers her. In der Abbildung 6.19 wird skizzenhaft die spezielle Form des Querschnittes A-A dieses Wirbelzählers dargestellt. Dieser Wirbelzähler wird als WZ Typ B bezeichnet.

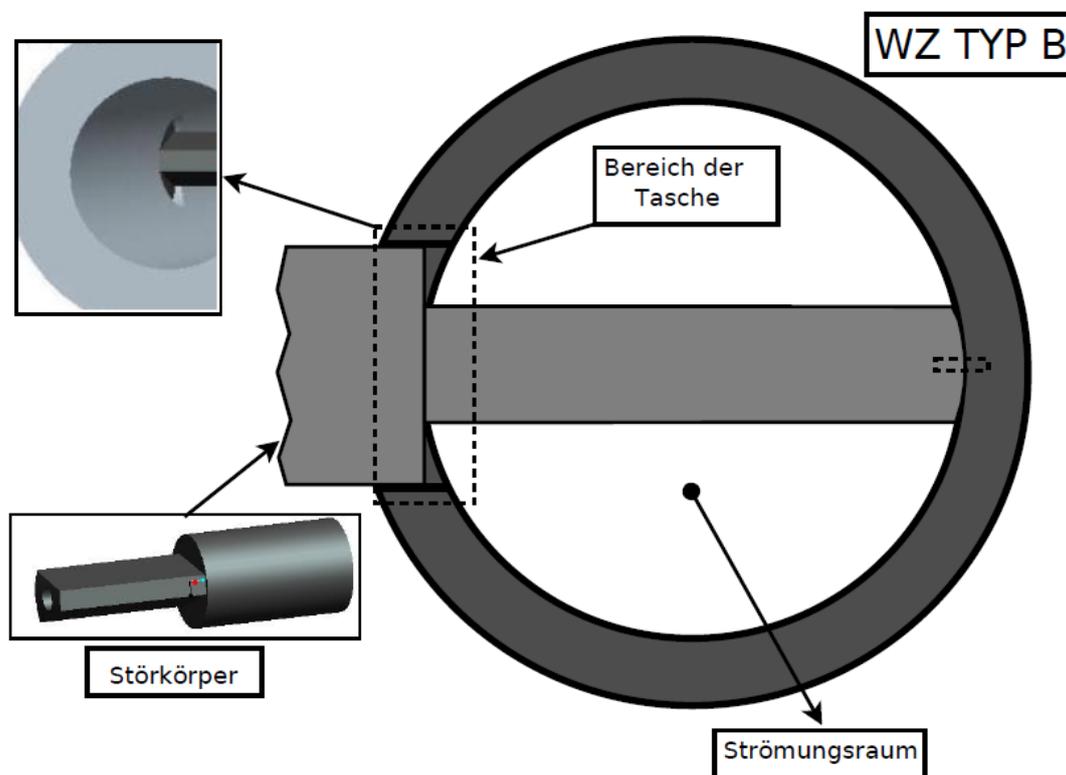


Abbildung 6.19: Skizzenhafte Darstellung des Querschnittes A-A des Wirbelzählers mit einer Tasche (WZ Typ B)

Es handelt sich um einen Wirbelzähler mit einer kleinen Einbuchtung (Tasche) an einem Störkörperende (siehe Abbildung 6.19 links oben), die durch die spezielle Form des eingebauten BB2-Störkörpers an den Endseiten zustande kommt (siehe Abbildung 6.19 unten links). Dieser Taschenbereich befindet sich auf der Paddelseite. Der hier verwendete Störkörper beim WZ Typ B ist vom Aufbau her der gleiche wie der BB2-Störkörper im WZ Typ A. Diese unterscheiden sich nur hinsichtlich der Länge des kantigen Störkörperquerschnittes. Aufgrund der längeren Ausführung des kantigen Störkörperquerschnittes

entsteht beim WZ Typ B paddelseitig ein Taschenbereich. Die zylindrische Fügestelle des Störkörpers ist für beide Störkörper identisch ausgeführt.

Um die Reproduzierbarkeit der experimentellen Ergebnisse zu überprüfen, sind drei von diesen Wirbelzählern gleichen Typs mit Wasser kalibriert worden. Diese Wirbelzähler sind mit V6-100-V8-100 gekennzeichnet worden. Die bei der Kalibrierung ermittelten K-Faktor-Verläufe sind in der Abbildung 6.20 dargestellt.

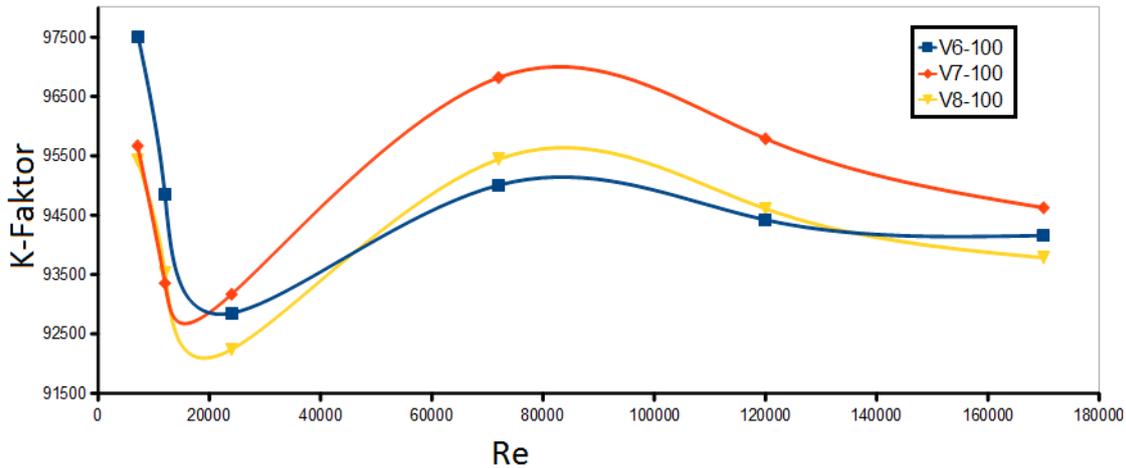


Abbildung 6.20: K-Faktor-Verläufe von drei DN 25 Wirbelzählern gleichen Typs mit einer paddelseitigen Tasche (WZ Typ B)

Die ermittelten K-Faktor-Verläufe weisen tendenziell den gleichen Verlauf auf und verfügen im gesamten Messbereich über einen nicht-linearen Verlauf. Wenn diese Wirbelzähler mit den hier vorliegenden Referenz-K-Faktoren für eine Volumenstrommessung eingesetzt werden würden, dann würden diese den Volumenstrom mit einem nicht akzeptablen Fehler ermitteln. Alle K-Faktoren befinden sich oberhalb von 92000, was verglichen mit den experimentellen Ergebnissen, die am Wirbelzähler WZ Typ A ermittelt worden sind, zu hoch sind. Außerdem ist stets eine schlechte Signalqualität im gesamten Messbereich beobachtet worden. Die nächste Abbildung 6.21 (links) zeigt einen momentanen Ausschnitt aus dem Signalverlauf an einem Oszilloskop bei  $u_m = 7 \frac{m}{s}$  des Wirbelzählers V6-100 (WZ Typ B). Daneben (rechts) ist zum Vergleich ein Ausschnitt des Signalverlaufs des im vorherigen Abschnitt untersuchten Wirbelzählers WZ Typ A dargestellt. Wie zu erkennen ist, unterliegt die Amplitude des Wirbelzählers WZ Typ B im Gegensatz zum WZ Typ A einer größeren Schwankung, was eine gewisse nicht-lineare Modulation der Wirbelablösefrequenz verursacht.

Folglich kann nur eine numerische Untersuchung einen Aufschluss darüber geben, was im Strömungsfeld passiert. In der numerischen Untersuchung werden die beiden vorgestellten Wirbelzählertypen (WZ Typ A und WZ Typ B) betrachtet. Zusätzlich zu diesen

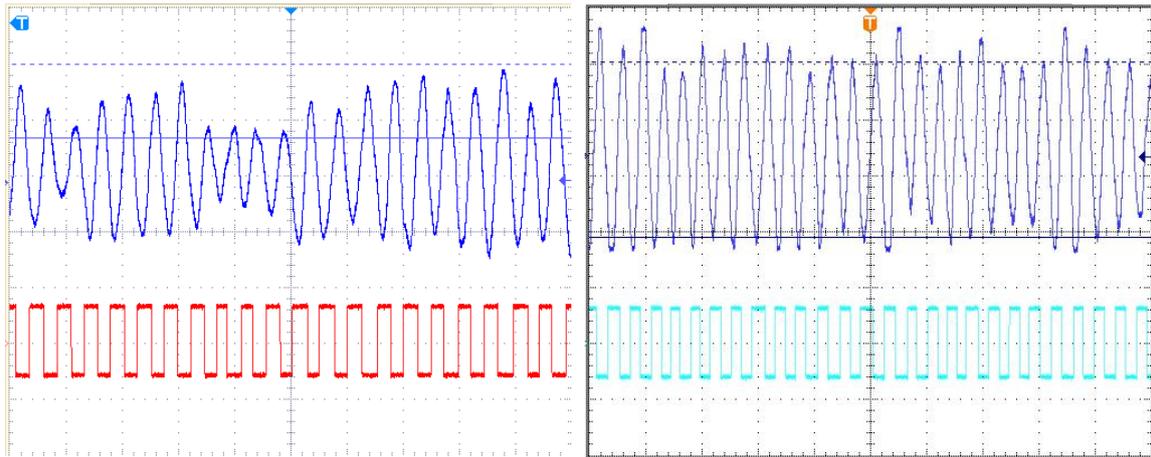


Abbildung 6.21: Vergleich der Lift-Signale der Wirbelzähler WZ Typ B (links) und WZ Typ A (rechts)

Wirbelzählern wird ein DN 25 Wirbelzähler, der hier als WZ Typ C bezeichnet wird, betrachtet. Es handelt sich hierbei um ein Standardmessgerät, was von der Firma Krohne produziert und verkauft wird. Dieser Wirbelzählertyp verfügt über eine maximale Messunsicherheit von  $\pm 0,75\%$  [40]. Die Abbildung 6.22 stellt skizzenhaft die Bauformausführung dieses Wirbelzählertypen im Querschnitt A-A dar. Bei diesem Wirbelzählertypen ist der BB2-Störkörper an den Endseiten im Gegensatz zu den anderen BB2-Störkörpern anders ausgeführt (siehe Abbildung 6.22). Folglich besitzt dieser Wirbelzähler an beiden Störkörperenden jeweils einen Sockel.

Um die Geometrien dieser Wirbelzähler bei der Netzgenerierung genau wie möglich zu erfassen, sind am Anfang mit dem Softwareprogramm *ProEngineer* 3-D Modelle erzeugt worden. Basierend auf geometrische Konturen dieser 3-D Modelle sind in *Gridgen* dreidimensionale Netze konstruiert worden. Anfänglich sind die Bereiche an den Störkörperenden mit einem unstrukturierten Netz erfasst worden, was an der Wandzone lokal zu unstrukturierten Zellen geführt hat. In *Fluent* führt eine unstrukturierte Wandzone zu numerischen Instabilitäten, was sich in Anstieg der Residuen äußert und folglich zur Divergenz der Lösung führt. Aus diesem Grund sind diese Bereiche mit einem hoch aufgelösten strukturierten Netz, was über eine komplexe Blockstruktur verfügt, erfasst worden. Die komplette Blockstruktur ist dabei umgeändert worden mit dem Ziel, eine optimale Netzqualität zu realisieren. Die Abbildung 6.23 zeigt einige Ausschnitte aus den erzeugten Rechennetzen.

Die numerisch ermittelten K-Faktoren am Rechennetz MXR im vorherigen Abschnitt werden als Referenz herangezogen. Auf diese Weise kann die Wirkungsweise von Sockel bzw. einer Tasche auf die Wirbelablösefrequenz bezüglich der numerischen K-Faktoren

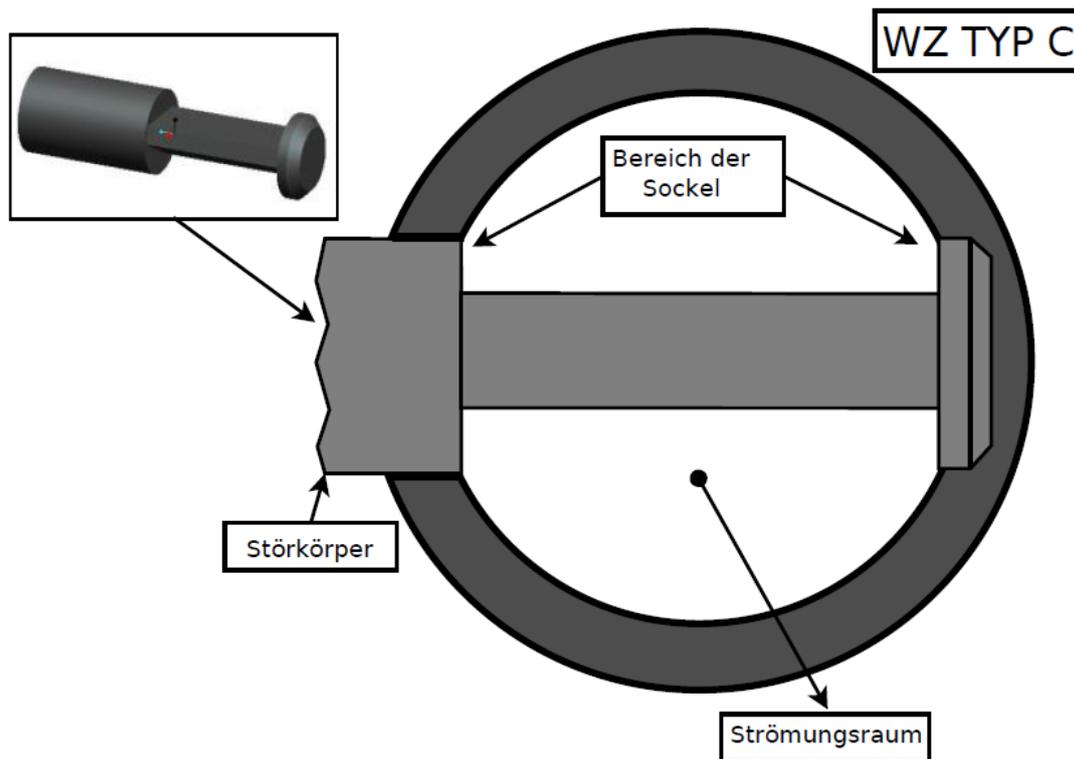


Abbildung 6.22: Skizzenhafte Darstellung des Querschnitts A-A des Wirbelzählers WZ Typ C

herausgefunden werden. Um jedoch die Strömungsfelder miteinander vergleichen zu können, ist ein weiteres Referenznetz, was sich an die in Abbildung 6.2 dargestellte Konfiguration anlehnt und auf die Blockstruktur der erzeugten neuen Rechenetze basiert, erzeugt worden, um hier bei der Strömungsvisualisierung den Einfluss der Netzabhängigkeit auszuschließen. Aus den Untersuchungen bezüglich der Netzabhängigkeit in Abschnitt **6.1.2** ist bekannt, dass sich die Strömungsfelder je nach vorliegendem Rechenetz leicht unterscheiden können. Folglich besteht hier ein weiteres Ziel darin, das Strömungsfeld der erzeugten Referenzkonfiguration mit den neu ermittelten Strömungsfeldern zu vergleichen.

Es sind instationäre Berechnungen bei drei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten innerhalb des Messbereiches bei  $u_m = 2 \frac{m}{s}$ ,  $4 \frac{m}{s}$  und  $6 \frac{m}{s}$  mit dem Medium Wasser durchgeführt worden. Die wichtigen Strömungsdaten und Einstellungen bei den instationären Berechnungen sind in der Tabelle 6.3 zusammengefasst. Die instationäre Berechnung am erzeugten neuen Referenznetz ist nur bei der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 4 \frac{m}{s}$  durchgeführt worden. Die in *Fluent* verwendeten Modelle bzw. Parameter lehnen sich an die im Unterkapitel **6.1.1** erläuterten Parameter an, wobei die gleiche Vorgehensweise bei der Simulationsdurchführung für alle vorliegenden Wir-

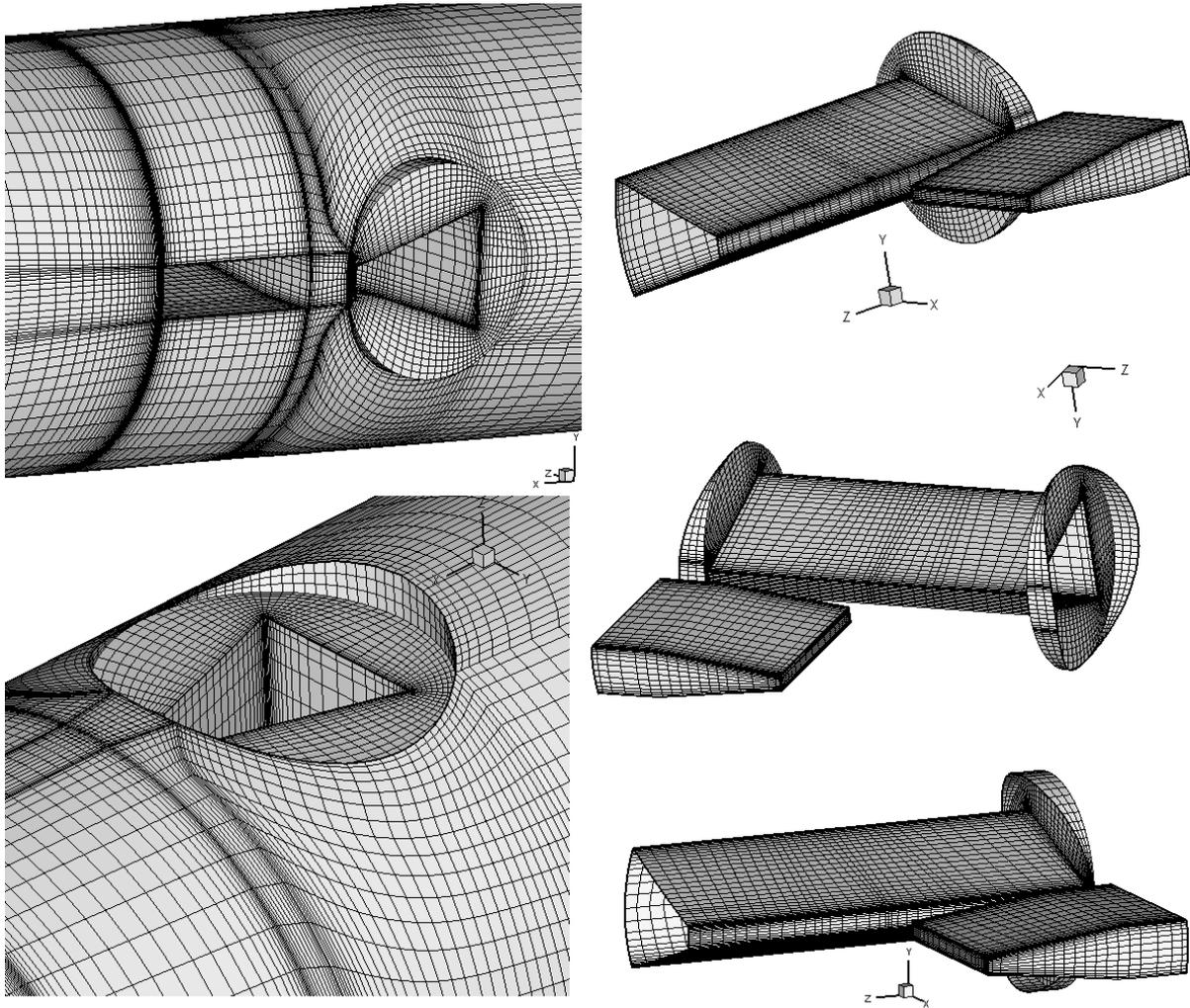


Abbildung 6.23: Darstellung der erzeugten Rechennetze für die Wirbelzählerkonfigurationen

belzählerkonfigurationen verfolgt worden ist.

Es soll hier noch einmal betont werden, dass in den instationären Berechnungen als Löser der *segregated Löser* mit dem Modell *konstante Dichte* verwendet worden ist. Die Verwendung des *segregated Lösers* ist gerechtfertigt, da aufgrund der Bedingung  $\rho = const$  und  $\mu = const$  eine Entkopplung der Energiegleichung von den Kontinuitäts- und Impulsgleichungen erreicht wird. Es wird somit eine Energiegleichung erhalten, die nur partielle Ableitungen in der statischen Temperatur  $T$  beinhaltet. Die im Strömungsfeld berechnete Temperaturänderung ist bei der Wasserströmung vernachlässigbar klein ( $\beta_p$  ist sehr klein), so dass die Bedingung für die Inkompressibilität mit  $\rho = const$  bei  $T \approx const$  Gültigkeit besitzt. Eine Entkopplung bedeutet, dass die Energiegleichung keine partielle Ableitung enthält, die in den anderen partiellen Differentialgleichungen vorkommen. Dies ist auch im Unterkapitel 4.2 anhand der inkompressiblen 3-D Navier-Stokes Gleichungen

ModelleRandbedingungen	Wert
$T_E$ und $T_A$	292,5K
Turbulenzmodell	$k - \epsilon$ Turbulenzmodell
$Tu_E$	2%
$Tu_A$	5%
Löser	Segregated Löser
Dichte	konstant
$p_A$	1bar

Tabelle 6.3: Zusammenfassung der eingestellten Parameter bei den instationären Berechnungen

veranschaulicht worden. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit soll untersucht werden, in wie weit die Verwendung des *segregated Lösers* bei Luftströmungen verlässliche Ergebnisse liefert.

Um die Simulationsergebnisse hier miteinander vergleichen zu können, sind für alle Simulationen die gleichen Einstellungen getroffen worden. Die jeweiligen Zeitschritte, aber auch die Anzahl der inneren Iterationen sind gleich gewählt worden. Das nächste Diagramm 6.24 stellt die eingestellten Zeitschritte  $\Delta t$  in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  dar, wobei deutlich zu erkennen ist, dass mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit eine genauere bzw. kleinere Zeitaufösung erforderlich ist, um innerhalb einer Periode des Lift-Signals mindestens 100 diskrete Punkte zu erfassen. Dies zeigt auch, dass mit zunehmender Reynolds-Zahl  $Re$  im Strömungsfeld hochfrequente Strömungsphänomene zum Vorschein kommen. Bei kleineren Reynolds-Zahlen hingegen sind die instationären Effekte niederfrequent, weswegen auch die Spezifikation eines größeren Zeitschrittes  $\Delta t$  ausreichend ist.

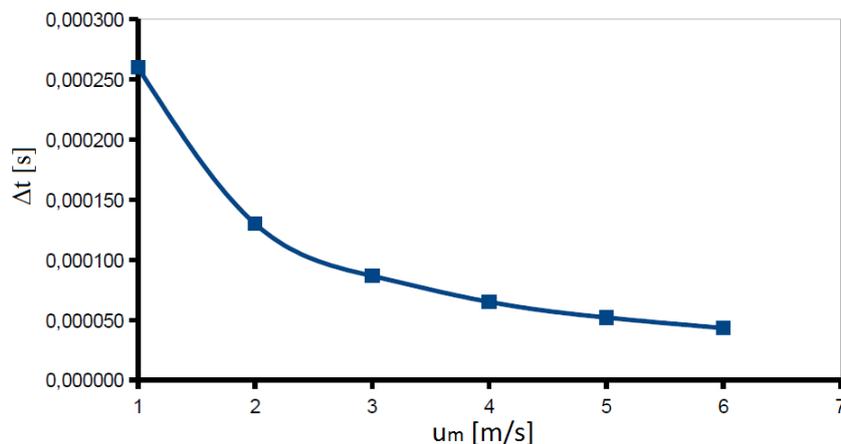


Abbildung 6.24: Eingestellte Zeitschritte  $\Delta t$  in Abhängigkeit von der vorliegenden mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$

Die numerisch ermittelten K-Faktor-Verläufe sind in der Abbildung 6.25 dargestellt, wobei die an der Referenzkonfiguration (Rechenetz MXR) ermittelte K-Faktor-Kurve als Referenz eingefügt worden ist.

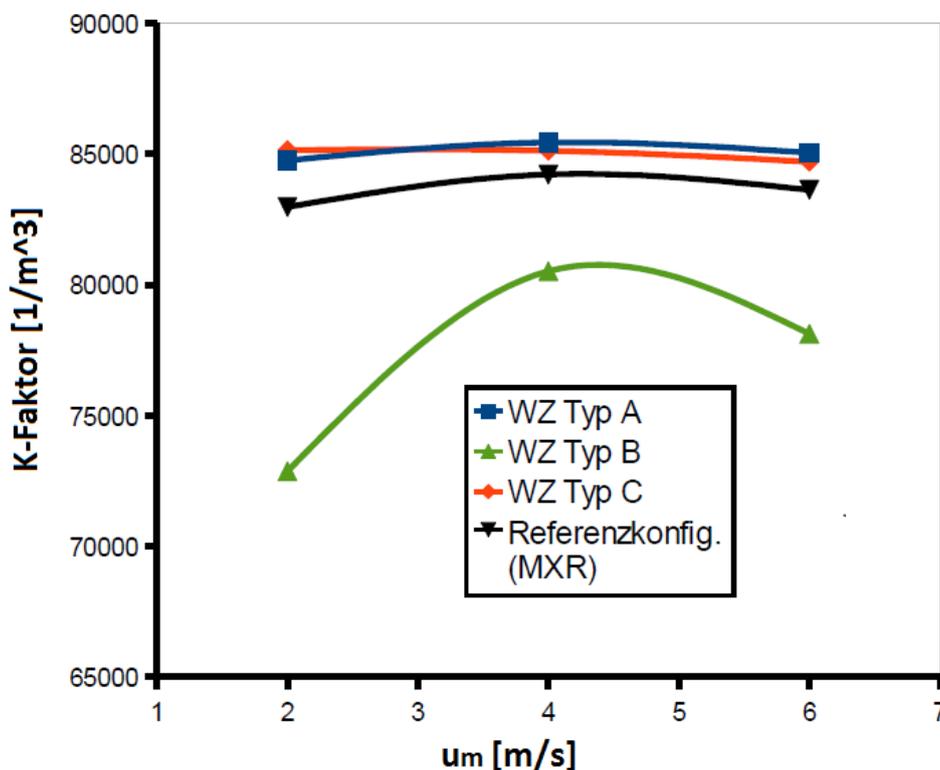


Abbildung 6.25: Numerische K-Faktoren

Die Simulationsergebnisse am Wirbelzähler WZ Typ B liefern hinsichtlich des tendenziellen K-Faktor-Verlaufes eine gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten K-Faktor-Verläufen. Die ermittelte numerische K-Faktor-Kurve weist einen nicht-linearen Verlauf auf. Jedoch sind die ermittelten Werte für die numerischen K-Faktoren niedriger. Im Gegensatz zum gemessenen Lift-Signal sind die ermittelten numerischen Lift-Signale stabil, was bedeutet, dass das Signal über eine konstante Amplitude und über einen harmonischen Verlauf verfügt. Da das instationäre Strömungsfeld mittels des k-epsilon-Turbulenzmodells berechnet worden ist und da aufgrund der Diskretisierung die numerische Dämpfung hinzukommt, werden Störungen im Strömungsfeld unterdrückt, weswegen auch ein ungestörtes Signal ermittelt worden ist. Der Grund für die Erhaltung von sehr hohen K-Faktoren in den experimentellen Ergebnissen kann vielleicht aus der Interferenz des Taschenbereiches mit dem höheren Druck im Fluid herrühren. Da jedoch die instationären Berechnungen unter Atmosphärenbedingungen durchgeführt worden sind und somit der Einfluss von höheren Drücken nicht berücksichtigt worden ist und da kleine Störungen im Strömungsfeld wegdissipiert worden sind, kann hier die Schlussfolgerung

gezogen werden, dass vom Bereich der Tasche ein großer Einfluss ausgeht, was zu einem nicht-linearen Verhalten in der Wirbelablösefrequenz führt. Es wird beobachtet, dass durch den Taschenbereich eine starke Asymmetrie in der Strömung erzeugt wird, die für einen nicht-linearen K-Faktor-Verlauf sorgt.

Die anderen Simulationsergebnisse der Wirbelzählerkonfigurationen WZ Typ A und WZ Typ C verfügen sowohl in der Verteilung als auch im Wert der K-Faktoren über eine sehr gute Übereinstimmung mit Messungen. Die numerischen K-Faktoren besitzen innerhalb des Messbereiches einen konstanten Verlauf, was eine ausreichende Linearität zwischen der Wirbelablösefrequenz und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit gewährleistet. Werden diese numerischen K-Faktoren mit der Referenz-K-Faktor-Kurve, die am Rechenetz MXR ermittelt worden ist, verglichen, so wird ein tendenziell ähnlicher K-Faktor-Verlauf festgestellt, wobei die Referenz-K-Faktor-Kurve um etwa 2% nach unten hin verschoben ist. Folglich wird durch das Vorhandensein von Sockel im Strömungsfeld der geringfügige Anstieg der Wirbelablösefrequenz initiiert.

Um die Frage zu beantworten, wie die Strömung durch das Vorhandensein von einer Tasche bzw. Sockel beeinflusst wird, muss die Strömung in diesen Bereichen genauer untersucht werden. Um überhaupt die geänderte Strömung besser klassifizieren bzw. analysieren zu können, wird zunächst die Strömung um den Störkörper bzw. Paddel des neu erzeugten Referenznetzes, das auf die gleiche Blockstruktur basiert, betrachtet, wo keine geometrischen Modifikationen an den Störkörperenden vorliegen. Bei der Analyse des Strömungsfeldes wird auf die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 4 \frac{m}{s}$  beschränkt. Die mit dem Betrag des Geschwindigkeitsvektors versehenen Stromlinien um den Störkörper- und Paddelbereich in dieser Referenzkonfiguration sind in der Abbildung 6.26 dargestellt.

Wie aus dieser Abbildung zu erkennen ist, ist der Umströmungsvorgang des Störkörpers im Referenzfall ungestört. Das Paddel, das in den Strömungsraum hineinragt, verursacht eine gewisse Asymmetrie oberhalb und unterhalb des Paddelbereiches in der Strömung, was jedoch keinen nennenswerten Einfluss auf die Wirbelablösefrequenz  $f$  ausübt. Die abgelösten Stromlinien über bzw. unter dem Störkörper erfahren keine Störung in Querrichtung (z-Richtung). Es erfolgt eine quasi-kohärente Wirbelablösung. Im Falle eines Taschenbereiches auf der paddelseitigen Rohrwandfläche erfahren die abgelösten Stromlinien in der z-Richtung eine gewisse lokale Störung, wodurch auf der Paddeloberfläche unregelmäßige Fluidbewegungen quer zur Strömungsrichtung verursacht werden. Stromlinien in der Nähe der Tasche dringen in den Taschenbereich ein. Beim Austritt der Stromlinien aus dem Taschenbereich erfahren diese eine starke Ablenkung. Es erfolgt eine zirkulieren-

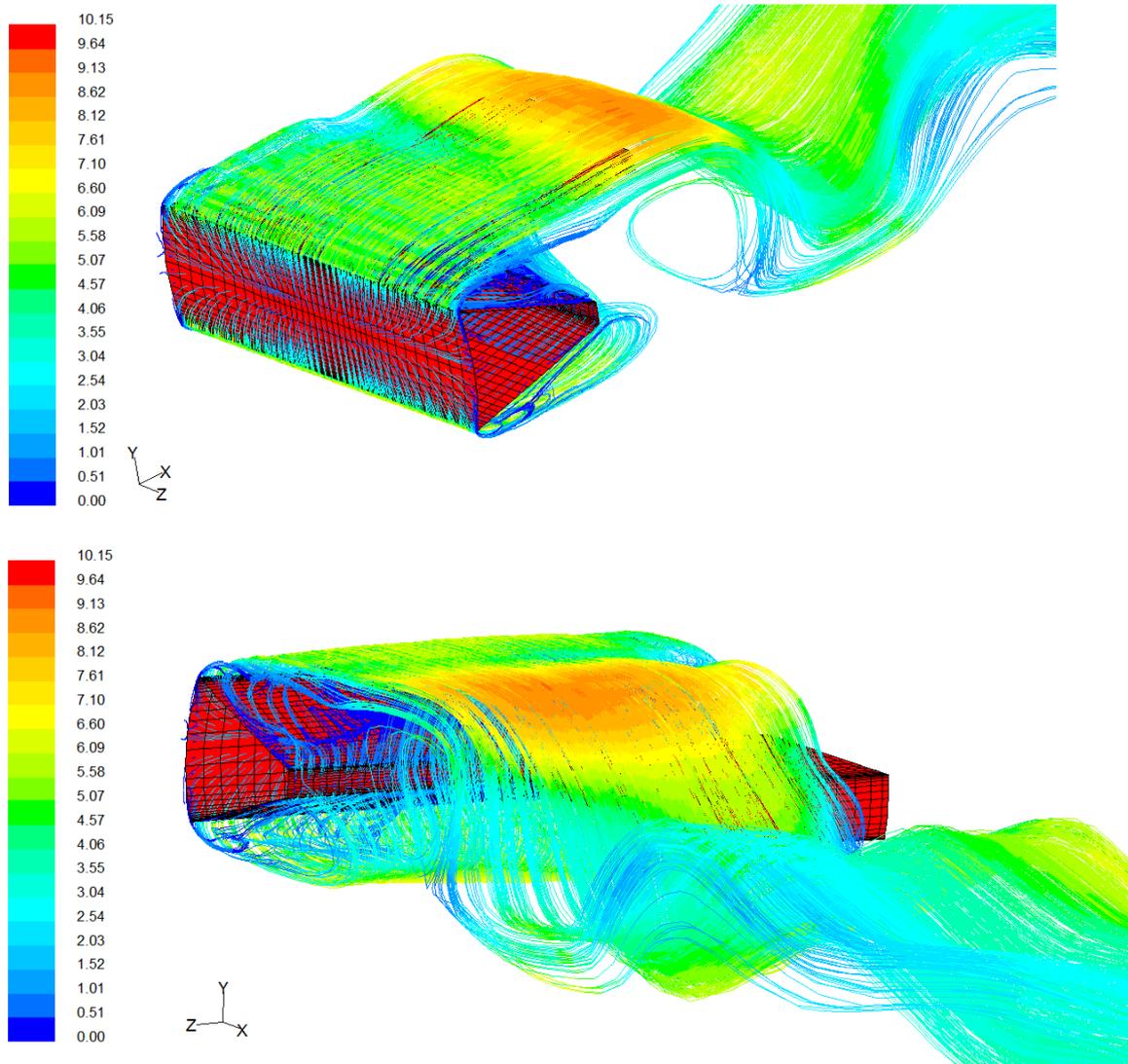


Abbildung 6.26: Strömung im Störkörper- und Paddelbereich (Stromlinien verfärbt mit dem Betrag des Geschwindigkeitsvektors)

de Strömung in der Nähe des Taschenbereiches, die die Hauptströmung über dem Paddel im großen Maße beeinflusst. Dies verursacht eine nicht-lineare Modulation der Wirbelablösefrequenz  $f$  (siehe Abbildung 6.27).

Wenn sich Sockel an der Gehäusewandfläche befinden, erfolgt bei der Umströmung der scharfen Sockelkante eine lokale Strömungsbeschleunigung. Dies wird in der Abbildung 6.28 verdeutlicht.

Die Störung, die von den Sockel ausgeht, ist verglichen mit der Störung, die vom Taschenbereich ausgeht, kleiner. Durch das Vorhandensein eines Sockels, der in den Strömungsraum eindringt, wird lokal aufgrund der Umströmung der scharfen Sockelkante die Geschwindigkeit erhöht, was hier für eine gewisse Stabilisierung sorgt und den Anstieg der Wirbelablösefrequenz bewirkt. Wenn zwei Sockel im Strömungsraum vorhanden sind, ent-

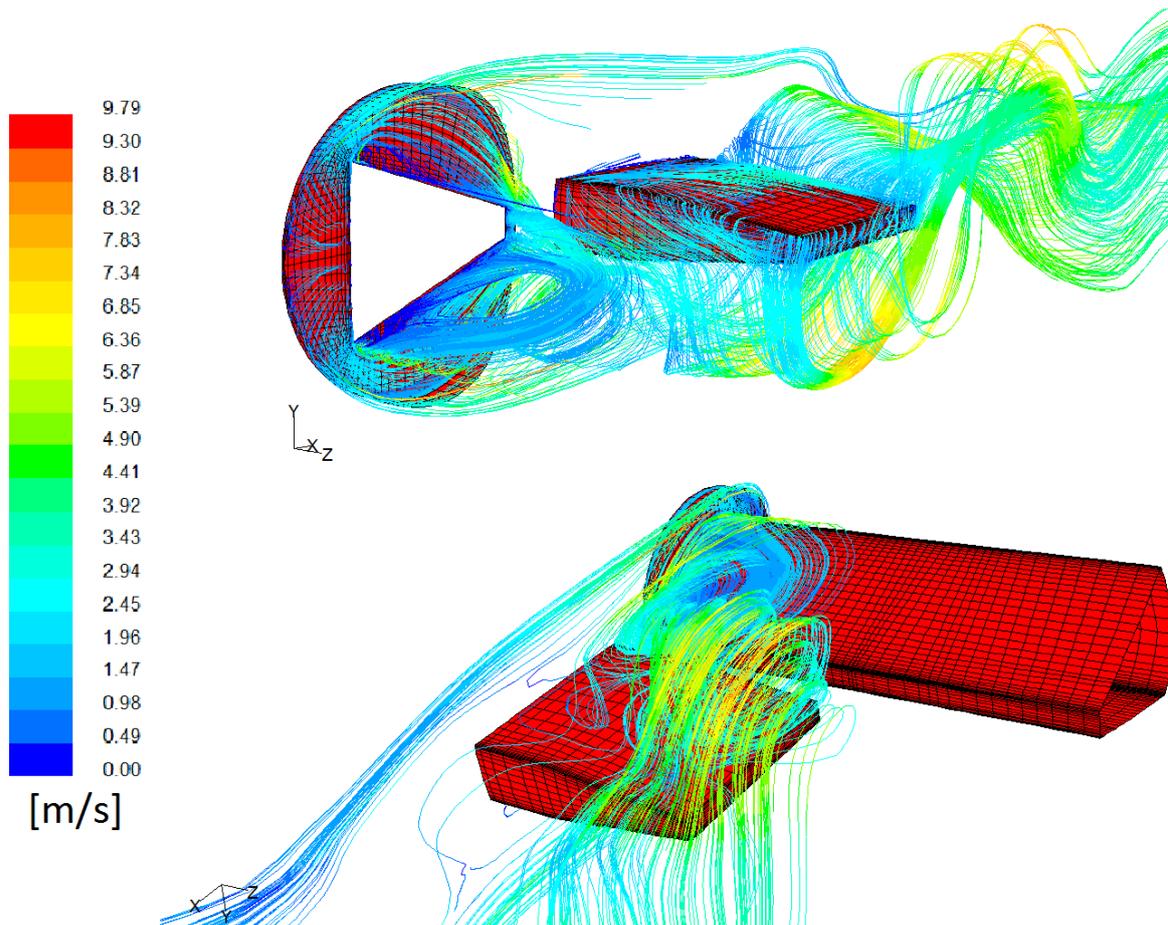


Abbildung 6.27: Darstellung der Stromlinien um den Störkörper- und Paddelbereich am Wirbelzähler WZ Typ B

steht ein symmetrisches Gesamtbild der Strömung, das sich auf einer gewissen Weise positiv auf die Strömung bei der betrachteten kleinen Nennweite auswirkt. Dies bewirkt beispielsweise eine verbesserte Linearität zwischen Wirbelablösefrequenz und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit. Die numerisch ermittelten Ergebnisse am Wirbelzähler WZ Typ C sind geringfügig besser als die numerischen Ergebnisse am Wirbelzähler WZ Typ A. Dies kommt dadurch zustande, dass mit zwei Sockel die Strömung stärker symmetrisch ausgeprägt ist. Außerdem wirken zwei Sockel an den Störkörperendseiten wie zwei kleine Endplatten, die dazu beitragen, dass die Vortizität parallel zur Störkörperpervorderkante in  $z$ -Richtung konzentriert wird, wobei die entstehenden Wirbel stärker werden.

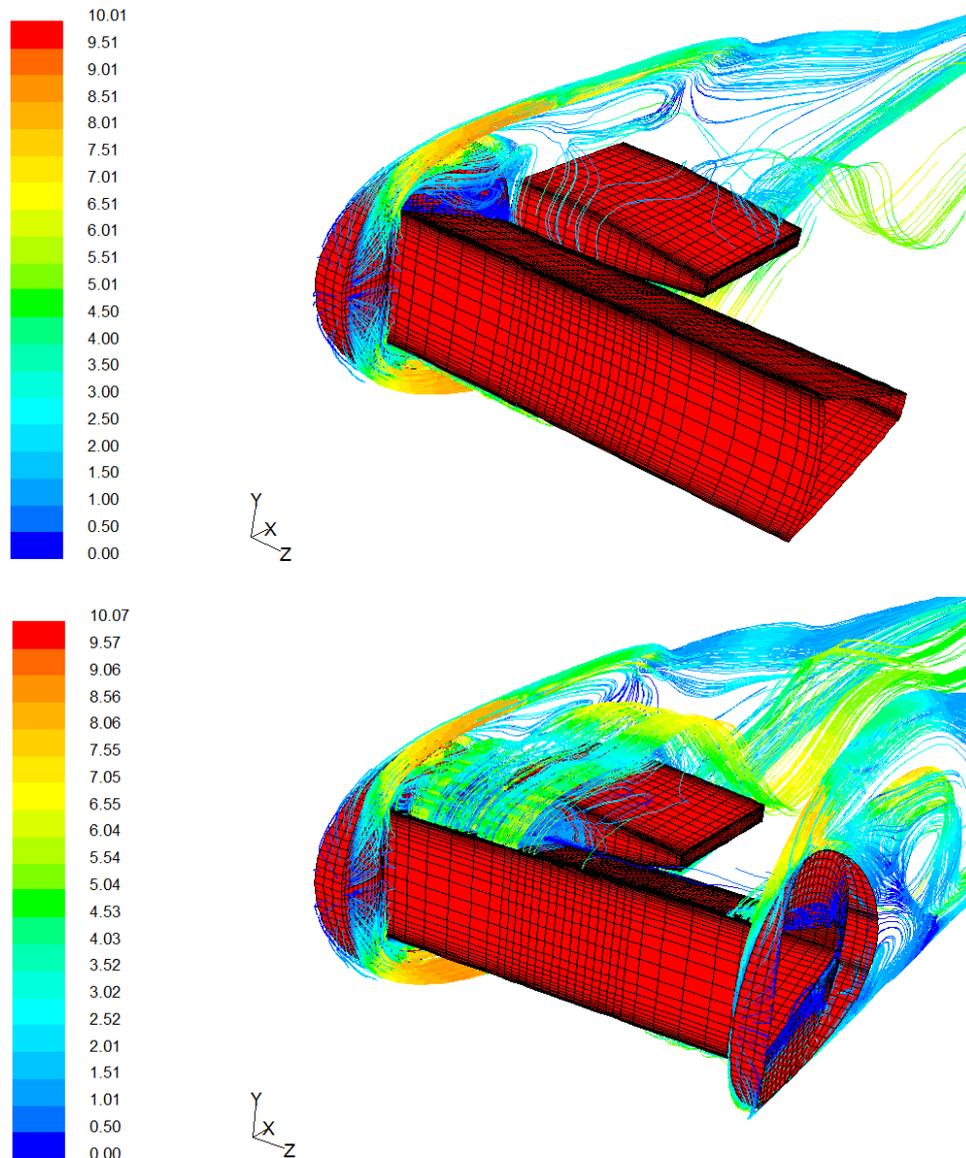


Abbildung 6.28: Darstellung der Strömung um die Sockel am WZ Typ A und WZ Typ C

### 6.1.4 Instationäre Berechnungen an zwei Wirbelzählerkonfigurationen und Modelluntersuchungen mit Luft

Die numerische Berechnung bzw. Modellierung von Gasströmungen ist im Gegensatz zur Modellierung von Flüssigkeitsströmungen mit mehr Aufwand verbunden, da für die Erfassung der korrekten Physik der Strömung mehr Parameter zur Verfügung stehen. Folglich sind hier instationäre Berechnungen an zwei verschiedenen Wirbelzählerkonfigurationen unter Verwendung von mehreren Modellen untersucht worden, mit dem Ziel, Änderungen bezüglich der Wirbelablösefrequenzen zu erfassen und die korrekten Modellparameter zu

identifizieren. Zudem sind auch zwei verschiedene Randbedingungen am Eintritt eingestellt worden. Es sind auch experimentelle Untersuchungen an der Luftkalibrieranlage der Firma Krohne am Wirbelzähler WZ Typ C durchgeführt worden.

Die instationären Berechnungen sind hier mit *Starccm+* durchgeführt worden. Da die numerisch ermittelten Ergebnisse mit Wasser am Netz MXR (siehe Abbildung 6.3) zufriedenstellend gewesen sind, ist hier unter anderem dieses Netz für die Referenzkonfiguration verwendet worden. Bei dem hier verwendeten Wandbehandlungsansatz handelt es sich um einen hybriden Ansatz, was das turbulente Geschwindigkeitsprofil an der Wandzone je nach vorliegendem  $y^+$ -Wert entweder mit universellen Wandfunktionen approximiert oder das Profil direkt berechnet [3]. Daher wird dieser Wandbehandlungsansatz auch als *all  $y^+$ -wall treatment* [3] bezeichnet. Um eine bessere Vergleichbarkeit der experimentellen und numerischen Ergebnissen zu erreichen, ist im weiteren Verlauf der Untersuchung das Strömungsfeld des DN 25 Wirbelzählers mit zwei Sockel WZ Typ C untersucht worden. Auf diese Weise kann zusätzlich der Einfluss von geometrischen Modifikationen, die an den Grenzflächen zwischen Gehäusewand und Störkörperenden vorhanden sind, auf die Wirbelablösefrequenzen untersucht werden. Aus dem vorherigen Abschnitt ist numerisch festgestellt worden, dass bei der Wasserströmung das Vorhandensein von einem bzw. zwei Sockel zu höheren Wirbelablösefrequenzen führt. Die Abbildung 6.29 zeigt noch einmal die geometrischen Unterschiede der beiden Wirbelzählerkonfigurationen von innen auf.

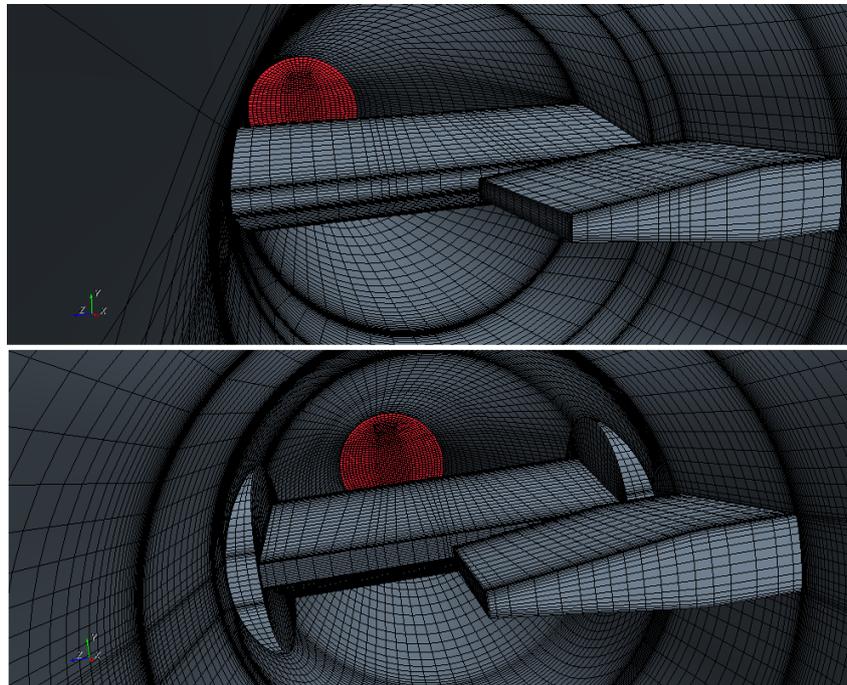


Abbildung 6.29: Vergleich der Rechnetze: Referenzkonfiguration MXR (oben) und der Wirbelzähler mit zwei Sockel WZ Typ C (unten)

Für die Erzeugung von voll-ausgebildeten Strömungsprofilen sind Simulationen in voll-

le 3-D durchgeführt worden, da diese die Möglichkeit eröffnen, mehr Strömungsgrößen am Rohraustritt herauszulesen. Es handelt sich um Simulationen in einem geraden DN 25 Rohr der Länge von  $L=50D$  (siehe Unterkapitel **3.3.2**). Da eine symmetrische Einströmung betrachtet wird und die Strömung sich im  $50D$  langen Rohr nahezu vollständig stationär verhält, wird das  $50D$ -Rohr vom instationären Strömungsfeld des Wirbelzählers als entkoppelt betrachtet und folglich das stationäre Modell für die Berechnungen verwendet. Das Einlaufrohr der Länge  $3D$  vor dem Wirbelzähler berücksichtigt dann den Übergang des stationären Profils zum instationären Strömungsfeld des Wirbelzählers.

Bei der Spezifikation der Randbedingungen am Wirbelzählereintritt sind zwei unterschiedliche Eintrittsrandbedingungen eingestellt worden. Um eine Analogie zu einer Ansaugvorrichtung herzustellen (siehe Abbildung 3.17), sind als erstes am Eintritt der Referenzkonfiguration neben den Geschwindigkeitskomponenten  $u$ ,  $v$ ,  $w$  auch die nach der Profilsimulation ermittelten Verteilungen in Druck  $p$ , Temperatur  $T$ , turbulente kinetische und dissipative Energie ( $k + \epsilon$ ) eingelesen worden. Bei dieser Vorgehensweise wird jedoch gefordert, dass alle Residuen in den Einlauf-Profilsimulationen ausreichend konvergieren. Bei Anwendung dieser Vorgehensweise wird eine vollständige Entkopplung zwischen Rohr- und Wirbelzählersimulation ausgeschlossen, wodurch das gesamte Strömungssystem vom Verhalten her mit einer Ansaugvorrichtung (siehe Abbildung 3.17) vergleichbar ist. Folglich wird durch diese Vorgehensweise stets eine konstante Totaltemperatur  $T_t = const$  am Wirbelzählereintritt erreicht. Basierend auf diese Definition der Randbedingung sind unterschiedliche Modelle untersucht und die Ergebnisse miteinander verglichen worden.

Die zweite Randbedingung lehnt sich an die Randbedingungen der durchgeführten Simulationen mit Wasser an. Nach dieser Randbedingung wird am Wirbelzählereintritt nur die Geschwindigkeitskomponenten eingelesen, wobei die anderen Größen wie statischer Druck und statische Temperatur über den Rohrquerschnitt als konstant spezifiziert worden sind. Das Auftreten von solchen Strömungsverhältnissen ist bei Strömungen in Pipelines vorzufinden, wo aufgrund des langen Rohrsystems ein Temperaturgleichgewicht erreicht wird, wodurch die statische Temperatur über dem Rohrquerschnitt näherungsweise konstant bleibt. Da das Geschwindigkeitsfeld an das Temperaturfeld gekoppelt ist, stellt sich in diesem Fall über dem Rohrquerschnitt eine Totaltemperaturverteilung ein. Diese Randbedingung ist unter Verwendung des idealen Gasgesetzes und des *segregated Lösers* angewandt worden. Diese beiden vorgestellten Randbedingungen RB 1 und RB 2 werden schematisch in der nächsten Abbildung 6.30 dargestellt.

Die nächste Tabelle 6.4 fasst die untersuchten mittleren Strömungsgeschwindigkeiten

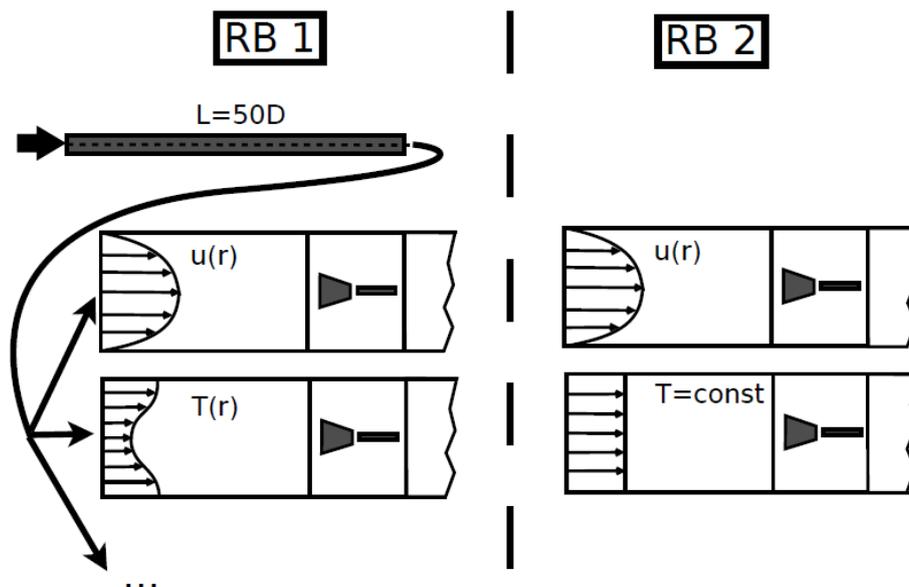


Abbildung 6.30: Schematische Darstellung der Randbedingungen RB 1 und RB 2

mit den dazugehörigen Daten bei  $T_\infty = 300K$  zusammen, wobei für die Definition der Einströmmachzahl  $M_\infty$  die Annahme des idealen Gasgesetzes herangezogen worden ist. Die Größe  $M_{max}$  kennzeichnet die maximale lokale Mach-Zahl, die numerisch ermittelt worden ist.

$u_m$	$Re_D$	$M_\infty$	$M_{max}$
10	15226	0,0288	0,0710
20	31213	0,0590	0,1456
31	47200	0,0893	0,2310
40	60903	0,1152	0,2890
51	77652	0,1469	0,3731
60	91355	0,1728	0,4500
70	106581	0,2000	0,5286

Tabelle 6.4: Untersuchte mittlere Strömungsgeschwindigkeiten mit korrespondierenden Daten

Die Berechnungen sind bei einer statischen Eintrittstemperatur von  $T = 300K$  durchgeführt worden. Am Eintritt des 50D-Rohres ist eine turbulente Intensität von 1% spezifiziert worden. Am Austritt der Wirbelzählerkonfiguration ist wiederum  $T = 300K$  und  $p = 1bar$  eingestellt worden. Aufgrund der Umströmung des Störkörpers wird im Nachlauf, wo eine Scherströmung mit hohen Geschwindigkeitsgradienten vorliegt, eine höhere Turbulenzintensität erzeugt. Aus diesem Grund wird am Rohraustritt eine höhere Turbulenz mit einer Intensität von 5% eingestellt. Die Rohrwand des Wirbelzählers, aber auch die Störkörper- und Paddeloberfläche werden als adiabat definiert, was bedeutet, dass kein

Wärmestrom die Wandoberfläche überquert. Folglich ist der Temperaturgradient  $dT/dr$  senkrecht zur Wandoberfläche stets null.

Die Modelluntersuchungen sind bei drei mittleren Strömungsgeschwindigkeiten  $u_m = 10 \frac{m}{s}$ ,  $40 \frac{m}{s}$  und  $70 \frac{m}{s}$  unter Verwendung der oben geschilderten Randbedingung 1 (RB 1) durchgeführt worden, um das Verhalten der K-Faktor-Kurven in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit je nach gewähltem Modell aufzudecken. Es soll an dieser Stelle noch einmal betont werden, dass in allen instationären Berechnungen bei der Diskretisierung das Upwind-Schema zweiter Ordnung mit einem Diskretisierungsfehler der Größenordnung  $O(\Delta x^2, \Delta y^2, \Delta z^2)$  und eine Zeitdiskretisierung zweiter Ordnung  $O(\Delta t^2)$  verwendet worden ist. Welche Modelle verwendet worden sind, werden im folgenden geschildert: Wird die Mach-Zahl  $M_\infty$  bei der freien Einströmung betrachtet (siehe Tabelle 6.4), so wird festgestellt, dass sich die Strömung bei der dort vorliegenden Temperaturverteilung in der Einströmung bei allen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten näherungsweise inkompressibel verhält. Deswegen sind in den anfänglichen instationären Berechnungen das Modell *konstante Dichte* mit dem *segregated Löser* verwendet worden. Die Dichte im gesamten Strömungsfeld wird hier trotz der Temperaturabhängigkeit im Falle der Inkompressibilität als konstant spezifiziert. Da mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit die Geschwindigkeitsgradienten zunehmen und dabei stärkere Temperaturänderungen im Strömungsfeld zum Vorschein kommen, wird zunächst vermutet, dass bei größeren Reynolds-Zahlen die Verwendung dieses Modells zu einem fehlerhaften K-Faktor-Verlauf führen könnte, da die Berücksichtigung der Dichte als Funktion von der Temperatur fehlt. Auf diese Weise könnte herausgefunden werden, wie wichtig die Berücksichtigung der Dichte  $\rho$  als Funktion von  $T$ , aber auch von  $p$  und somit der Kompressibilität des Mediums ist. Die Energiegleichung, die getrennt von den anderen Gleichungen gelöst wird, hat in diesem Fall keinen nennenswerten Einfluss auf das Strömungsfeld. Um auch kleinste Änderungen in der Dichte  $\rho$  in Abhängigkeit von der statischen Temperatur  $T$  und vom statischen Druck  $p$  zu berücksichtigen, ist im weiteren Verlauf der Untersuchungen auch zusammen mit dem *segregated Löser* das sogenannte *kompressible ideale Gasgesetz* verwendet worden (siehe Unterkapitel **3.2.3**). Auf diese Weise können bis zu mittel-starke kompressible Effekte im Strömungsfeld berücksichtigt werden. Die Erfassung der kompressiblen Effekte im Strömungsfeld ist für verlässliche Ergebnisse essentiell, da beim Wirbelzähler sich der statische Druck  $p$  im Nachlauf des Störkörpers stark ändert. Im Unterkapitel **4.2** ist diskutiert worden, dass auch eine gewisse Temperaturverteilung im Strömungsfeld vorliegt, was aus den hohen Geschwindigkeitsgradienten und aus der Wärmeleitung im Fluid herrührt. Es sind hier auch instationäre Berechnungen unter Verwendung des Realgasgesetzes (Van der Waals Gesetz) durchgeführt

worden, um auf diese Weise den Einfluss von Realgaseffekten auf die Wirbelablösefrequenz und auf die lokale Mach-Zahl-Verteilung zu untersuchen. Desweiteren sind auch instationäre Berechnungen mit dem *coupled Löser* zusammen mit dem *coupled energy Modell* durchgeführt worden, um eine Referenz-K-Faktor-Kurve zu erhalten und die ermittelten K-Faktoren bezüglich dieser Referenzkurve zu bewerten. Bei diesem Modell werden die reibungsfreien Flussvektoren mittels des *Roe-FDS-Schemas* diskretisiert.

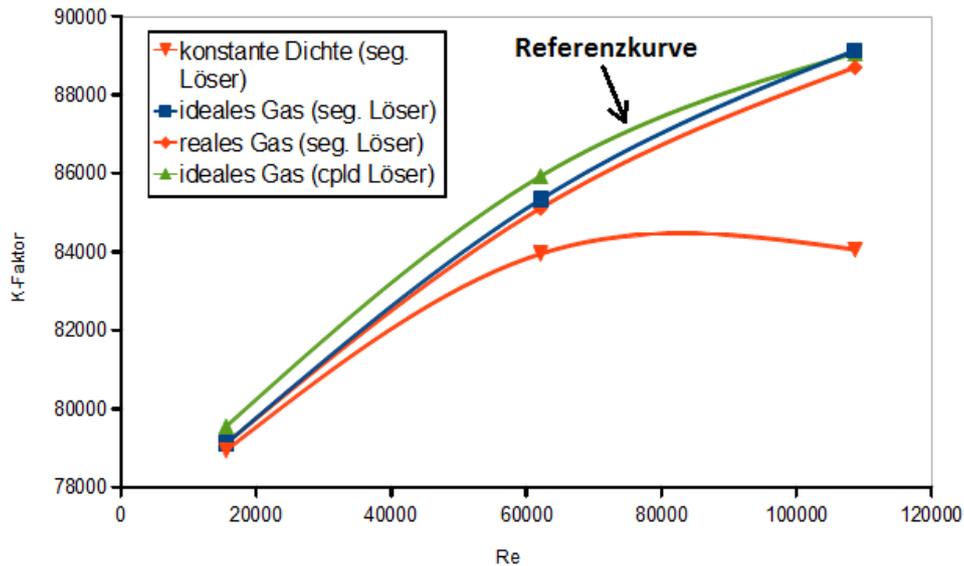


Abbildung 6.31: Numerische K-Faktoren bei unterschiedlichen Modellen (ermittelt am Netz MXR)

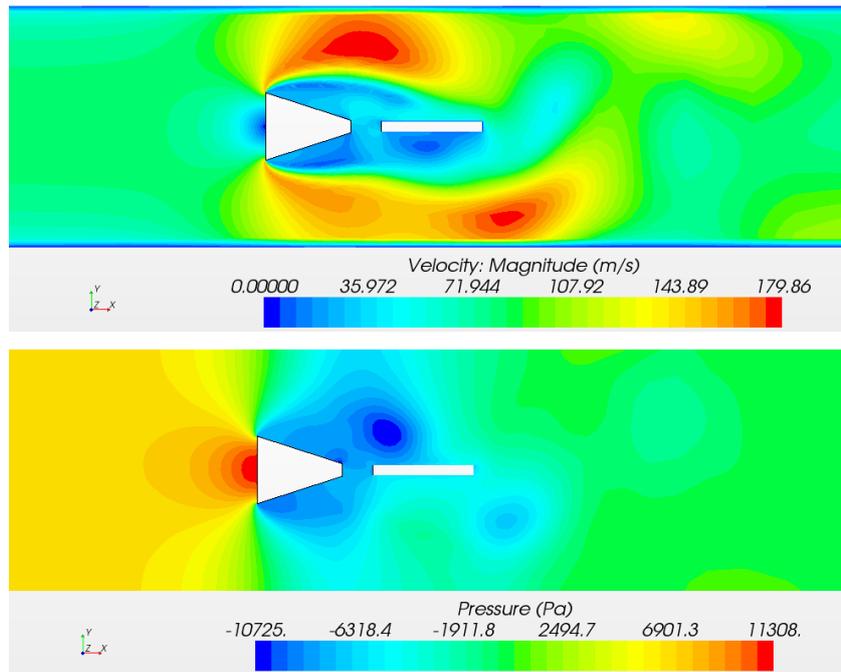
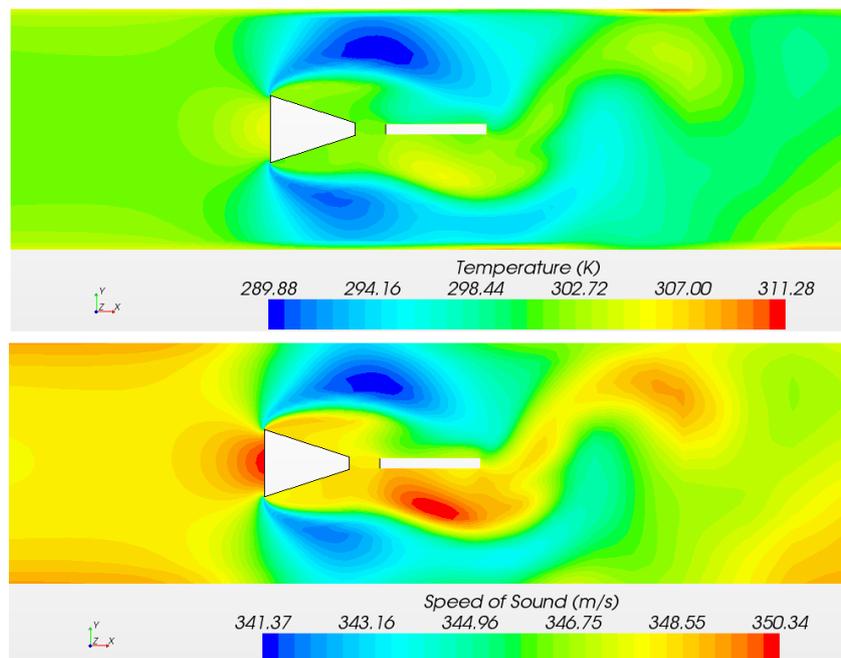
Aus den in Abbildung 6.31 ermittelten numerischen K-Faktor-Verläufen kann deutlich erkannt werden, dass alle Modelle bei der kleinsten mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 10 \frac{m}{s}$  numerische K-Faktoren liefern, die näherungsweise in der gleichen Größenordnung liegen. Die Wahl des Modells *konstante Dichte* liefert somit bei kleinen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten verlässliche Ergebnisse bei kleinerem Rechenaufwand, da in der Strömung die Änderung in der Dichte  $\rho$  vernachlässigbar klein ist. Bei Wahl des gekoppelten Löser ist der numerische K-Faktor jedoch geringfügig um etwa 0,5% höher, was aufgrund der Eigenschaft herrührt, dass in diesem Algorithmus die numerische Dissipation kleiner ist. Mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit werden dann die Unterschiede zwischen dem Modell *konstante Dichte* und den anderen Modellen größer, da mit zunehmender Reynoldszahl die Mach-Zahl größer und somit der Einfluss der Dichte als Funktion von der statischen Temperatur  $T$  und vom statischen Druck  $p$  und somit der Kompressibilität größer wird. Beim Modell *konstante Dichte* erfolgt bei größeren Reynoldszahlen eine Abflachung der K-Faktor-Kurve, wohingegen bei den anderen Modellen die K-Faktor-Kurven stets ansteigen. Folglich bewirkt die Berücksichtigung der lokalen Dichteänderung im Störkörper- und Paddelbereich den

Anstieg der K-Faktoren, wohingegen bei Wahl des Modells *konstante Dichte* die Anpassung in der Dichteverteilung in Abhängigkeit vom stark schwankenden statischen Druck und der statischen Temperatur fehlt, weswegen auch niedrigere K-Faktor Werte erreicht werden. Die K-Faktor-Kurven, die unter Verwendung vom idealen und realen Gasgesetz mit dem *segregated Löser* ermittelt worden sind, weisen tendenziell den gleichen Verlauf auf und stimmen näherungsweise überein. Folglich ist die Berücksichtigung von Realgas-effekten nur bei sehr hohen Drücken ( $p > 8\text{bar}$ ) erforderlich bzw. sinnvoll. Das ideale Gasgesetz liefert bei niedrigen Drücken und hohen statischen Temperaturen verlässliche Ergebnisse. Beim Vergleich der K-Faktor-Kurve, die mit dem *segregated Löser* zusammen mit dem *idealen Gasgesetz* ermittelt worden ist, mit der K-Faktor-Kurve, die mit dem gekoppelten Löser ermittelt worden ist, wird festgestellt, dass die Kurvenverläufe näherungsweise übereinstimmen. Die maximale Abweichung von der Referenzkurve beträgt in etwa  $-0,7\%$ , was vernachlässigbar klein ist. Dies zeigt, dass die Berechnung der kompressiblen Strömung mittels des *segregated Lösers* und des *kompressiblen idealen Gasgesetzes* auch bei mittel-starken kompressiblen Strömungen verlässliche Ergebnisse liefert. Bei transsonischen und supersonischen Strömungen, aber auch bei Verbrennungsprozessen ist die Wahl des gekoppelten Lösers unumgänglich, da aufgrund der sehr starken Änderungen in der statischen Temperatur und im statischen Druck eine stärkere Kopplung der Energiegleichung zu den anderen Gleichungen besteht.

Da der Strömungsraum durch den Störkörper verengt wird, erfolgt in diesem Bereich eine Strömungsbeschleunigung, wodurch die Stromlinien enger zueinander kommen. Aufgrund dieser lokalen Strömungsbeschleunigung nimmt die lokale statische Temperatur ab, so dass die lokale Schallgeschwindigkeit  $c$  kleiner wird. Durch die Geschwindigkeitszunahme und durch die Abnahme der Schallgeschwindigkeit wird lokal der Anstieg der Mach-Zahl initiiert. Die nächsten Abbildungen 6.32 und 6.33 zeigen die Geschwindigkeitsverteilung mit der korrespondierenden Relativdruckverteilung und die dazugehörigen Temperatur- und Schallgeschwindigkeitsverteilungen bei  $u_m = 70\frac{\text{m}}{\text{s}}$ , wobei diese numerisch ermittelten Konturen durch Anwendung des *coupled Lösers* zusammen mit dem *coupled energy Modell* mit dem *idealen Gasgesetz* erhalten worden sind. Die dazugehörige Mach-Zahl-Verteilung ist im Unterkapitel **3.2.3** in der Abbildung 3.5 dargestellt.

Im weiteren Verlauf der numerischen Untersuchung sind weitere instationäre Berechnungen an der Referenzkonfiguration unter Verwendung der Randbedingungen 1 und 2 (RB 1 und RB 2) durchgeführt worden. Um die Untersuchung in mehr Details durchzuführen sind mehr Punkte in der K-Faktor-Verteilung erfasst worden. Die ermittelten numerischen K-Faktoren sind als eine Punkteschar in der Abbildung 6.34 dargestellt.

Als Referenz ist in die K-Faktor-Punkteschar eine durch diese K-Faktoren verlaufende

Abbildung 6.32: Geschwindigkeit und Relativdruck bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$ Abbildung 6.33: Temperatur und Schallgeschwindigkeit bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$ 

gestrichelte Referenzlinie eingezeichnet worden. Die ermittelten K-Faktoren stimmen zwar nicht exakt überein, jedoch ist der für beide Fälle der tendenzielle K-Faktor-Verlauf ungefähr gleich. Größere Abweichungen unter Verwendung dieser Randbedingungen können auftreten bei Strömungen mit hohen Temperaturen. Es kann deutlich erkannt werden,

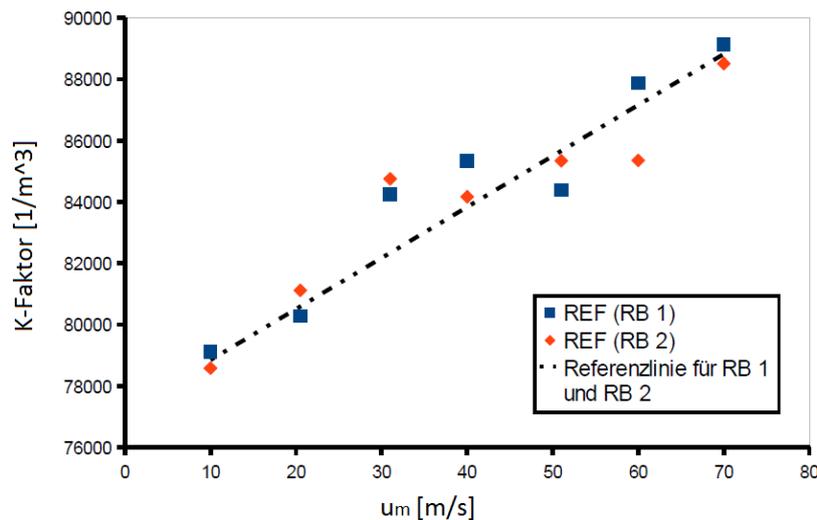


Abbildung 6.34: Numerisch ermittelte K-Faktoren an der Referenzkonfiguration (MXR) mit RB 1 und RB 2

dass mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit die numerischen K-Faktoren auch zunehmen.

Die Versuche sind an der Luftanlage der Firma Krohne am Wirbelzähler der Konfiguration WZ Typ C durchgeführt worden, wobei hier als Referenzmessgerät das in Parallelschaltung betriebene System von kritischen Düsen eingesetzt worden ist. Der Aufbau der experimentellen Vorrichtung wird in Kapitel 5 dargestellt. Folglich ist auch in der numerischen Untersuchung diese Wirbelzählerkonfiguration WZ Typ C, die an beiden Störkörperenden über jeweils ein Sockel besitzt, in Betracht gezogen worden, wobei hier bei den Berechnungen nur die Randbedingung 2 (RB 2) unter Verwendung des idealen Gasgesetzes mit dem *segregated Löser* verwendet worden ist. Die ermittelte experimentelle K-Faktor-Kurve zusammen mit den numerischen K-Faktoren ist in der nächsten Abbildung 6.35 dargestellt, wobei zum Vergleich die Referenzlinie, die für die Referenzkonfiguration charakteristisch ist, eingezeichnet worden ist.

Es kann deutlich erkannt werden, dass die Erfassung der exakten Geometrie bei der numerischen Untersuchung äußerst wichtig ist. Die ermittelten numerischen K-Faktoren an der Konfiguration WZ Typ C verfügen tendenziell über den gleichen Verlauf wie die experimentell ermittelte K-Faktor-Kurve. Wenn eine noch bessere Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen gefordert wird, ist neben der exakten Nachbildung der Geometrie auch die exakte messtechnische Erfassung der Strömungsverhältnisse am Ein- und Austritt wie turbulente Intensität und die Berücksichtigung dieser Parameter in den numerischen Berechnungen erforderlich. An der Referenzkonfiguration (am Rechenetz MXR) kann dieser experimentell tendenzielle Verlauf nicht

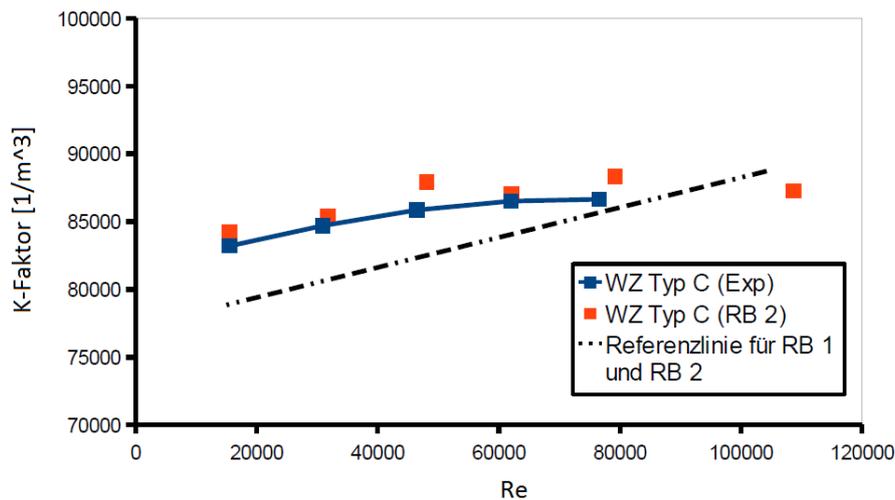


Abbildung 6.35: Vergleich zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen der Wirbelzählerkonfiguration WZ Typ C

erfasst werden, was an der repräsentativen Referenzlinie zu erkennen ist. Aufgrund des Fehlens von zwei Sockel an den Störkörperenden werden bei kleineren Reynolds-Zahlen zunächst einmal niedrigere K-Faktoren ermittelt, weswegen für die repräsentativ eingezeichnete Referenzlinie eine größere fiktive K-Faktor-Kurvensteigung resultiert, die jedoch bei niedrigeren K-Faktor-Werten beginnt und dann mit zunehmender Reynolds-Zahl stärker ansteigt. Durch Vergleich der ermittelten tendenziellen K-Faktor-Verläufe wird die Wirkungsweise der Sockel ersichtlich. Bei Betrachtung der numerischen Ergebnisse am Wirbelzähler WZ Typ C wird die Wirkungsweise der Sockel insofern ersichtlich, dass eine durch die ermittelte K-Faktor-Punkteschar verlaufende fiktive Kurve über eine kleinere Steigung verfügt und sich bei niedrigeren Reynolds-Zahlen bei größeren K-Faktor-Werten befindet. Wie schon im vorherigen Abschnitt besprochen worden ist, verursachen die Sockel eine gewisse lokale Strömungsbeschleunigung, die sich in Anstieg der Wirbelablösefrequenzen äußern. Doch hier kann zusätzlich erkannt werden, dass bei zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit beim WZ Typ C der Anstieg der K-Faktoren abgebremst wird, weswegen ab etwa  $50 \frac{m}{s}$  an der Referenzkonfiguration größere K-Faktoren erreicht werden. Die nächste Abbildung 6.36 stellt die Konturen der Geschwindigkeitsverteilung nach einer instationären Berechnung bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  auf einer quer zum Störkörper verlaufenden erzeugten Querschnittsebene (Querschnittsfläche A-A) dar, wobei bei der Konfiguration mit zwei Sockel eine um etwa 2,36% erhöhte Strömungsgeschwindigkeit im dargestellten engen Querschnitt A-A zu verzeichnen ist.

Unabhängig von den verwendeten Randbedingungen ist beobachtet worden, dass bei höheren Massenströmen die Totalenthalpie auf der Zylinderwandfläche hinter dem Störkörper nicht konstant bleibt (siehe Abbildung 6.37). Dieses Strömungsverhalten steht

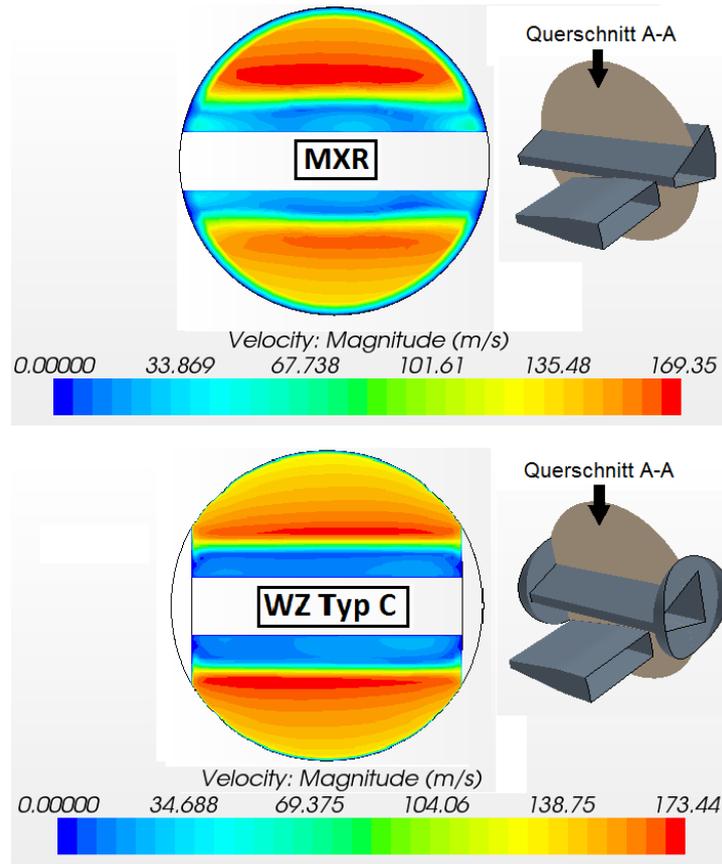


Abbildung 6.36: Darstellung von Geschwindigkeitskonturen der Referenzkonfiguration (oben) und des Wirbelzählers WZ Typ C (unten) im Querschnitt A-A

nicht im Widerspruch zur adiabaten Definition der Wandoberfläche. Die Totalenthalpie, die sich auf der Wandoberfläche hinter dem Störkörper periodisch ändert ist physikalischer Natur und kann durch Betrachtung einer speziellen Form der Energiegleichung erklärt werden. Die Energiegleichung kann auf eine nützliche Form gebracht werden, aus der dann einfache Schlussfolgerungen gezogen werden können. Die Energiegleichung lautet nach [28] wie folgt:

$$\rho \cdot \frac{DH_t}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \cdot \dot{q} + \tilde{\Phi} \quad (6.1)$$

Da hier ein adiabates Strömungssystem betrachtet wird, kann der Wärmeflusssterm quer zur Wandoberfläche  $\dot{q} = \nabla \cdot \vec{q}$  weggestrichen werden. Folglich wird deutlich, dass die Totalenthalpie  $H_t$  sich trotz der adiabaten Definition der Wirbelzählerwandoberfläche aufgrund der zeitlichen Druckänderung  $\frac{\partial p}{\partial t}$  und der viskosen Effekte  $\tilde{\Phi}$  in der Strömung ändern kann. Die Größe  $\tilde{\Phi}$  kennzeichnet die Dissipationsfunktion, die proportional zu den Geschwindigkeitsgradienten in der Strömung ist. Da sich hinter dem Störkörper eine Kar-

mansche Wirbelstraße bildet, unterliegt das Geschwindigkeits- und Druckfeld einer zeitlich periodischen Änderung, die mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit anwächst. Es wird beobachtet, dass sich der im inneren des Strömungsfeldes periodisch ändernde Druck auf die Rohrwandoberfläche einprägt, weswegen der Term  $\partial p/\partial t$  im Störkörper- und Paddelbereich auf der Rohrwandoberfläche existiert und nicht vernachlässigt werden kann. Zudem nimmt mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit die Geschwindigkeitsgradienten auf der Wandoberfläche zu, wodurch lokal größere  $\tilde{\Phi}$ -Werte erreicht werden. Folglich schwankt die Totalenthalpie  $H_t$  auf der Wandoberfläche um einen bestimmten Anteil. Nach der obigen Gleichung bleibt die Totalenthalpie nur dann konstant, wenn eine adiabate, stationäre und reibungsfreie Strömung vorliegt, was hier nicht ganz zutrifft.

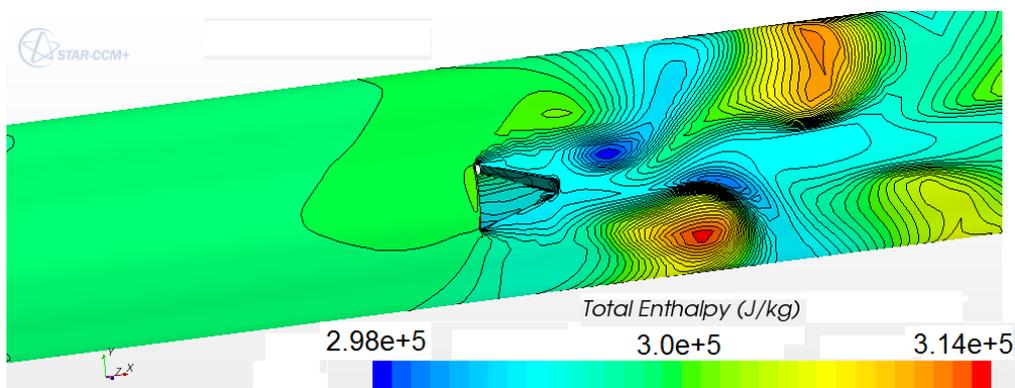


Abbildung 6.37: Totalenthalpie-Verteilung auf der Wirbelzählerrohroberfläche

## 6.2 Der Einsatz von Gewinde als Störkörper

Der Einsatz eines Standardgewindes als Störkörper verfügt über einige Vorteile gegenüber anderen im Querschnitt rechteckig ausgeformten Störkörpern, weswegen eine experimentelle und numerische Untersuchung eines Wirbelzählers mit einem Gewinde als Störkörper als lohnenswert befunden worden ist. Durch den Einsatz eines Standardgewindes als ein Störkörper könnte eine starke Reduzierung der Herstellungskosten erreicht werden, da Standardgewinde in großen Stückzahlen preisgünstig hergestellt und somit verkauft werden. Ein anderer wichtiger Vorteil von solchen Störkörpern ist der bequeme und unproblematische Einbau, da aufgrund der rundlichen Form keine Lagetoleranzen eingehalten werden brauchen. Es ist bekannt, dass bei der Umströmung von kreisrunden zylindrischen Störkörpern aufgrund der nicht festgelegten Ablösung eine Modulationen in den Wirbelablösefrequenzen entstehen, was zu nicht-linearen Verläufen führt. Bei Gewinden jedoch wird vermutet, dass diesem nicht-fixen Ablöseverhalten die Existenz einer Gewindesteigung entgegenwirkt. Folglich wird eine K-Faktor-Kurve erwartet, dessen Verlauf tendenziell nur in eine Richtung verläuft und die Abweichung vom Referenzwert klein ist. Durch den Umströmungsprozess wird eine quasi-definierte Ablösung durch die Gewindesteigung und folglich ein bestimmter Ablösemuster beim Einsatz eines Gewindes als Störkörper erwartet.

In diesem Abschnitt werden sowohl die experimentellen als auch die numerischen Ergebnisse, die an unterschiedlich große Wirbelzähler mit unterschiedlich großen Gewindestörkörpern ermittelt worden sind, vorgestellt. Die experimentellen Messungen sind sowohl an der Luftanlage (Ansaugvorrichtung) als auch an der Wasserkalibrieranlage der Firma Krohne durchgeführt worden. Weiterhin sind instationäre Berechnungen an einem DN 25 Wirbelzähler mit zwei Typen von Gewindestörkörpern durchgeführt worden. Die instationären Berechnungen sind hier mit *Fluent* durchgeführt worden. Die erzielten Ergebnisse können auch in den Veröffentlichungen [22] und [64] gelesen werden.

### 6.2.1 Erste experimentelle Messungen an einem DN 50 Wirbelzähler mit unterschiedlichen Standardgewinden

Die experimentellen Untersuchungen sind bei der Firma KROHNE sowohl an der Luftanlage (Ansaugvorrichtung) als auch an der Wasserkalibrieranlage durchgeführt worden. Das Ziel hat darin bestanden, herauszufinden, wie sich die Linearität zwischen der Wirbelablösefrequenz  $f$  und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  bei unterschiedlichen Einflussparametern verhält. Wie die Ansaugvorrichtung bzw. die Wasserkalibrieranlage aufgebaut sind, werden im Kapitel 3 und 5 beschrieben. Als erstes werden die an der

Luftanlage ermittelten Ergebnisse vorgestellt. Die nächste Abbildung 6.38 stellt die an der Ansaugvorrichtung untersuchten Konfigurationen A und B dar.

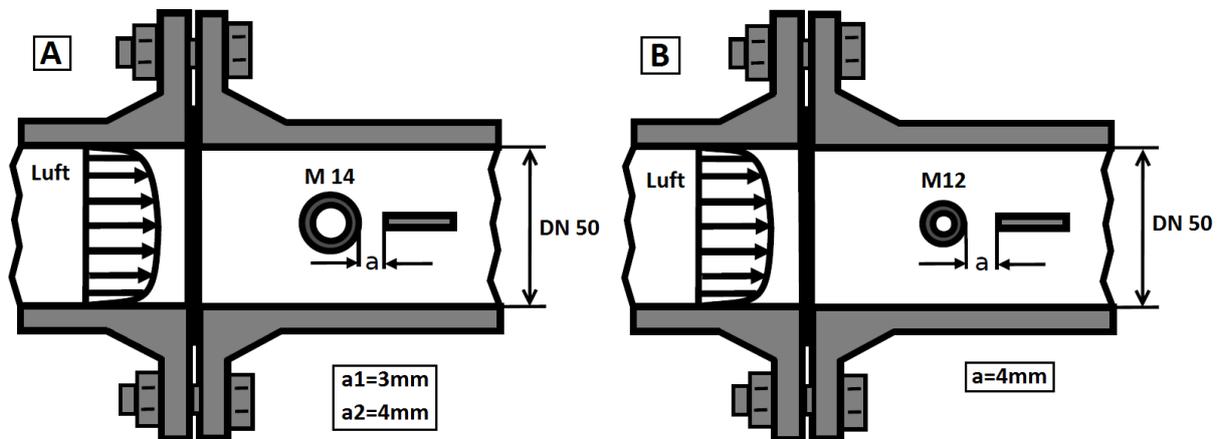


Abbildung 6.38: Untersuchte Wirbelzählerkonfigurationen A und B an der Luftanlage

Bei der Konfiguration A ist als Gewinde ein M14 Gewinde mit zwei unterschiedlichen Gewinde-Paddel-Abständen mit  $a_1 = 3\text{mm}$  und  $a_2 = 4\text{mm}$  verwendet worden, wobei bei der Konfiguration B ein kleineres M12 Gewinde mit nur einem Gewinde-Paddel-Abstand von  $4\text{mm}$  untersucht worden ist.

An der Luftanlage sind unterschiedliche Volumenströme  $Q$  an der Pumpe eingestellt worden. Der Messbereich erstreckt sich über  $Q = 44 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} - 350 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ . In Abbildung 6.39 sind die Verläufe der Wirbelablösefrequenzen in Abhängigkeit von den Volumenströmen des Wirbelzählers mit einem M14 Gewinde zusammengestellt, wobei bei der Konfiguration mit  $a = 4\text{mm}$  nur drei Messungen durchgeführt worden sind.

Es kann aus der in Abbildung 6.39 dargestellten Verläufen deutlich erkannt werden, dass mit einem kleineren Gewinde-Paddel-Abstand eine bessere Linearität zwischen der Wirbelablösefrequenz  $f$  und dem Volumenstrom  $Q$  erreicht werden kann. Die nächste Tabelle 6.5 fasst die ermittelten K-Faktoren am Wirbelzähler mit einem M14 Gewinde als Störkörper und mit  $a = 3\text{mm}$  zusammen, wobei diese Werte mit dem Referenz-K-Faktor eines DN 50 Standard-Wirbelzählers mit einem BB2-Störkörper ( $K - Faktor_{REF} = 8017$ ) verglichen worden sind.

Es kann deutlich erkannt werden, dass durch Einsatz eines Gewindes als Störkörper höhere Wirbelablösefrequenzen und somit auch höhere K-Faktoren erzielt werden können. Die K-Faktoren liegen stets oberhalb von  $K = 8017$ .

Vergleicht man die Frequenzverläufe der beiden DN 50 Wirbelzählerkonfigurationen mit M12 und M14 Gewinde als Störkörper bei einem gleichen Gewinde-Paddel-Abstand von

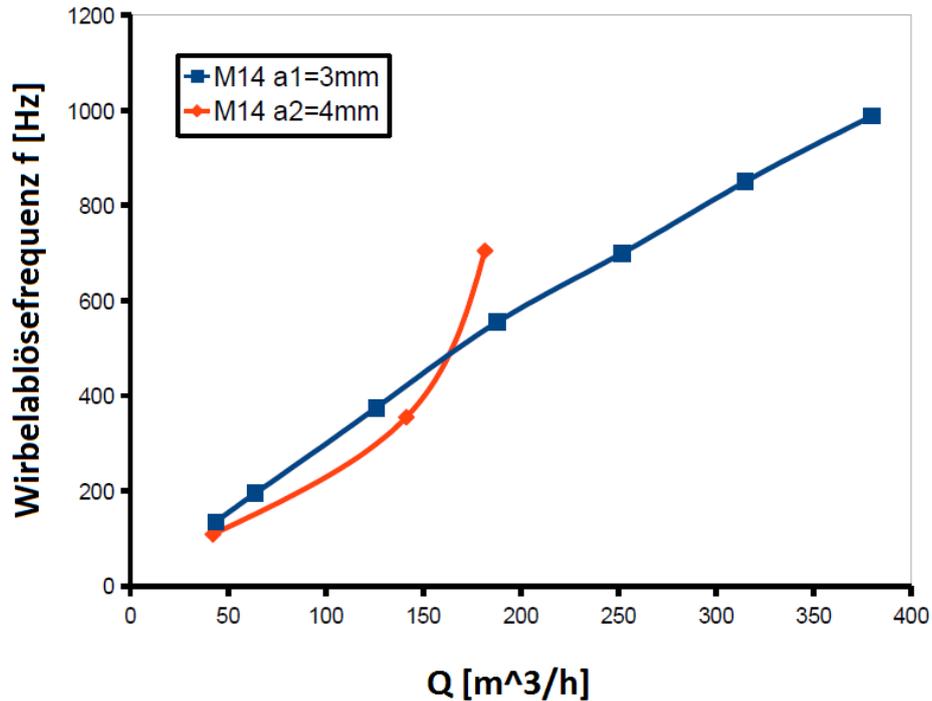


Abbildung 6.39: Überprüfung der Linearität der Konfiguration WZ M14 mit  $a_1 = 3\text{mm}$  und  $a_2 = 4\text{mm}$

$Q[\frac{\text{m}^3}{\text{h}}]$	$f[\text{Hz}]$	$K - \text{Faktor}[\frac{1}{\text{m}^3}]$	Abweichung vom Referenzwert [%]
44	135	11045,454	-37,78
64	195	10968,750	-36,82
126	375	10714,285	-33,64
188	555	10627,660	-32,56
252	700	10000,000	-24,73
315	850	9714,2857	-21,17
379	988	9384,6965	-17,06

Tabelle 6.5: Vergleich zwischen K-Faktoren des Wirbelzählers mit M14 Gewinde und  $a = 3\text{mm}$  und dem Referenz-K-Faktor eines DN 50 Standard-Wirbelzählers

etwa  $a = 4\text{mm}$  miteinander, so wird festgestellt, dass mit kleiner werdendem Gewindedurchmesser eine bessere Linearität erreicht werden kann. In der nächsten Abbildung 6.40 ist der Frequenzverlauf in Abhängigkeit vom Volumenstrom  $Q$  des Wirbelzählers mit M12 Gewinde bei  $a = 4\text{mm}$  dargestellt.

Die am Oszilloskop verzeichneten Lift-Signale verfügen stets bei allen Volumenströmen über einen stabilen Verlauf. Es ist jedoch festgestellt worden, dass durch Verkleinerung des Gewindedurchmessers die Signalamplituden geringfügig höhere Werte bei kleineren Volumendurchsätzen haben.

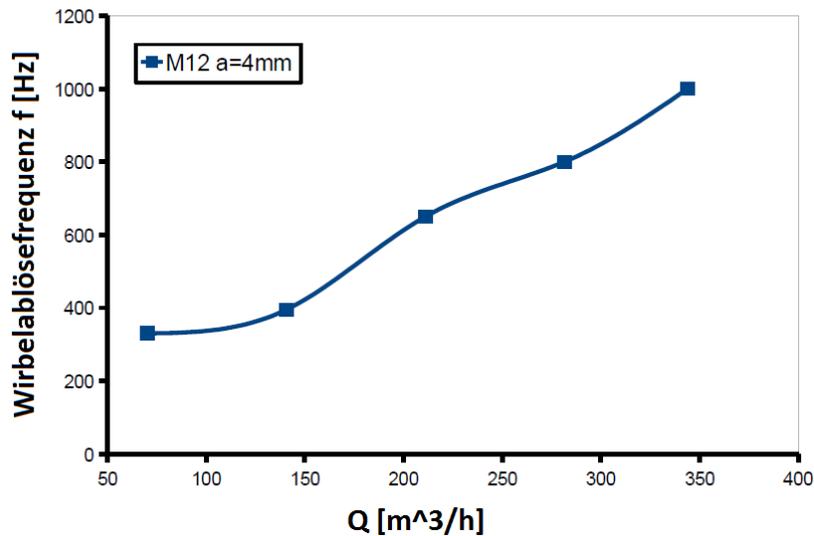


Abbildung 6.40: Darstellung der Wirbelablösefrequenz in Abhängigkeit vom Volumenstrom beim Wirbelzähler nach Konfiguration B

An der Kalibrieranlage für Wasser sind Messungen an zwei DN 50 Wirbelzählerkonfigurationen mit M14 ( $a = 2,5\text{mm}$ ) und M16 ( $a = 2,8\text{mm}$ ) Gewindestangen als Störkörper durchgeführt worden. Es ist jeweils eine drei Punkte Standardkalibrierung durchgeführt worden. Die untersuchten Wirbelzählerkonfigurationen C und D werden in der Abbildung 6.41 dargestellt.

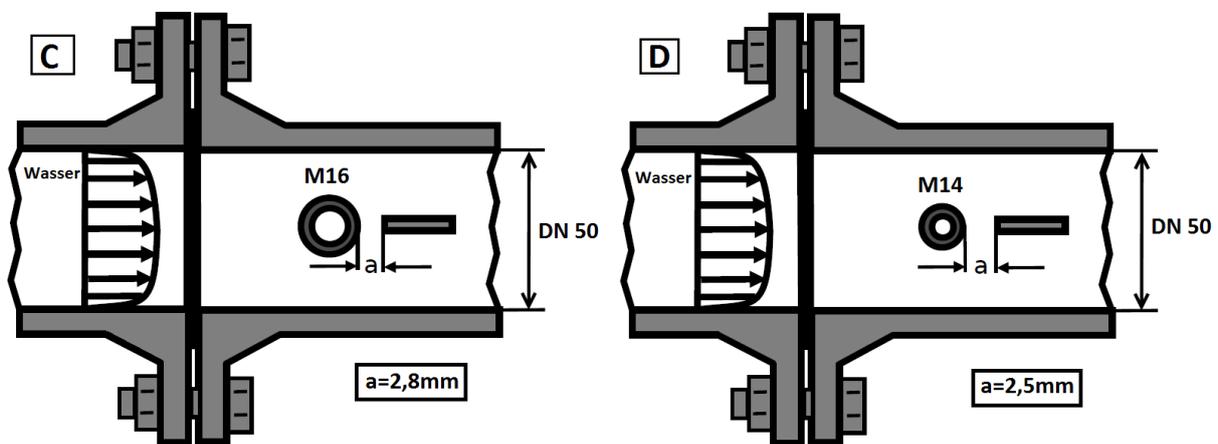


Abbildung 6.41: Untersuchte Wirbelzählerkonfigurationen C und D an der Wasserkalibrieranlage

Die erzielten K-Faktor-Verläufe sind in der Abbildung 6.42 dargestellt worden, wobei im Diagramm zum Vergleich der K-Faktor-Verlauf eines DN 50 Standard-Wirbelzählers mit einem BB2-Störkörper eingefügt worden ist.

Wie zu erkennen ist, werden auch hier höhere K-Faktoren und somit Wirbelablöse-

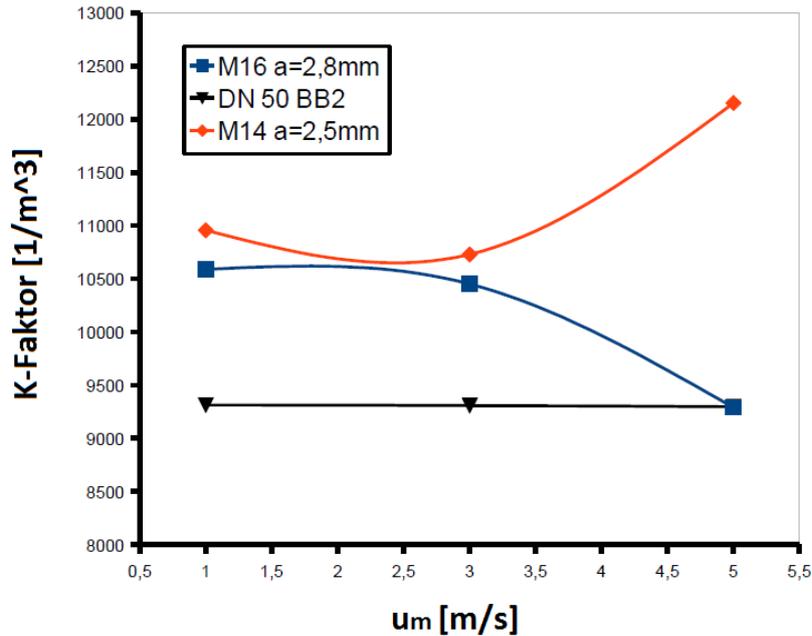


Abbildung 6.42: K-Faktor-Verläufe

frequenzen ermittelt. Durch Verwendung eines kleineren Gewindes und eines kleineren Gewinde-Paddel-Abstandes verbessern sich die Verläufe nicht.

Bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten ist das am Oszilloskop angezeigte Lift-Signal instabil. Die Amplitude unterliegt großen Schwankungen. Interessant ist, dass die Lift-Signale, die mit dem Arbeitsmedium Luft erzielt worden sind, stets auch bei größeren Volumendurchsätzen stabil gewesen sind. Wird jedoch an der Wasserkalibrieranlage der Volumendurchsatz verkleinert, so wird das Lift-Signal stabiler, was bedeutet, dass die Amplitude einer kleineren Schwankung unterliegt. Die Abbildung 6.43 stellt die Lift-Signale zusammen, die bei einem großen Volumenstrom (links) und kleinen Volumenstrom (rechts) ermittelt worden sind.

Es wird vermutet, dass das unterschiedliche Ablöseverhalten, das stark von der Reynolds-Zahl  $Re$  und von der Zeit  $t$  abhängig ist, bei Verkleinerung des Volumendurchsatzes auf der Gewindeoberfläche kleineren instationären Effekten als bei größeren Volumendurchsätzen unterliegt, weswegen auch bessere Lift-Signal-Verläufe bei kleineren Reynolds-Zahlen am Oszilloskop ermittelt werden.

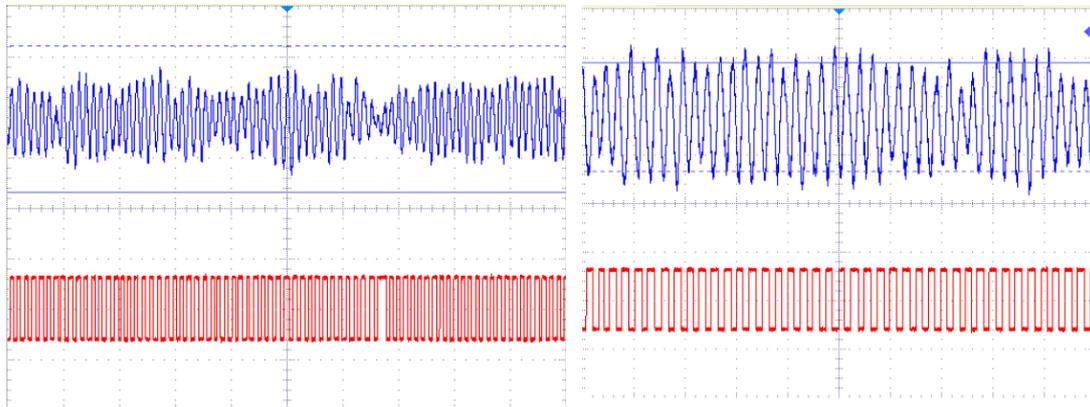


Abbildung 6.43: Vergleich der Lift-Signale (Konfiguration C) bei einem großen (links) und kleinen (rechts) Volumendurchsatz

### 6.2.2 Instationäre Berechnungen der Strömungsfelder von einem DN 25 Wirbelzähler mit zwei Typen von M6-Gewindestörkörpern unter symmetrischen Zuströmbedingungen

Erste numerische Untersuchungen an einem DN 50 Wirbelzähler mit einem BB2-Störkörper haben gezeigt, dass die Auflösung des Rechnernetzes, das für eine kleinere Nennweite ausreicht, für eine größere Nennweite nicht ausreichend ist. Durch eine einfache Skalierung des Netzes auf eine größere Nennweite wird die Rechendomäne gröber, wodurch die Gefahr besteht, dass wichtige Informationen durch das skalierte Rechnernetz nicht ausreichend erfasst werden. Zudem kommt noch die auftretende Vergröberung des Netzes bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten hinzu, was dadurch zustande kommt, dass die  $y^+$ -Größe auf der Wandoberfläche größere Werte bei größeren Reynolds-Zahlen annehmen. Folglich ist hier das instationäre Strömungsfeld eines DN 25 Wirbelzählers mit zwei unterschiedlichen Gewindestörkörpern statt eines DN 50 Wirbelzählers untersucht worden. Die untersuchte Konfiguration ist in der Abbildung 6.44 dargestellt.

Wie aus der Abbildung 6.44 zu entnehmen ist, sind zwei verschiedene Formen von Gewindestörkörpern numerisch untersucht worden. Der Störkörper *A* ist ein M6 Standardgewinde, das durch eine bestimmte Gewindesteigung  $\tilde{\varphi} = 1\text{mm}$  [47] charakterisiert ist. Der zweite Störkörper *B* besteht aus parallel angeordneten Gewindeelementen (basierend auf der Definition von M6 Gewindeelementen) und verfügt folglich über keine Steigung  $\tilde{\varphi} = 0\text{mm}$ . Es liegt hier ein quasi-zylindrischer Störkörper mit einer komplexen Oberfläche vor. Der Grund für die Untersuchung eines derartigen Störkörpers liegt darin, den Einfluss bzw. die Wirkung der Gewindesteigung auf die Wirbelablösefrequenz zu untersuchen bzw. aufzudecken, da, wie schon eingangs betont, ein unterschiedliches Ablösemuster durch das Vorhandensein einer gewissen Gewindesteigung  $\tilde{\varphi}$  erwartet wird.

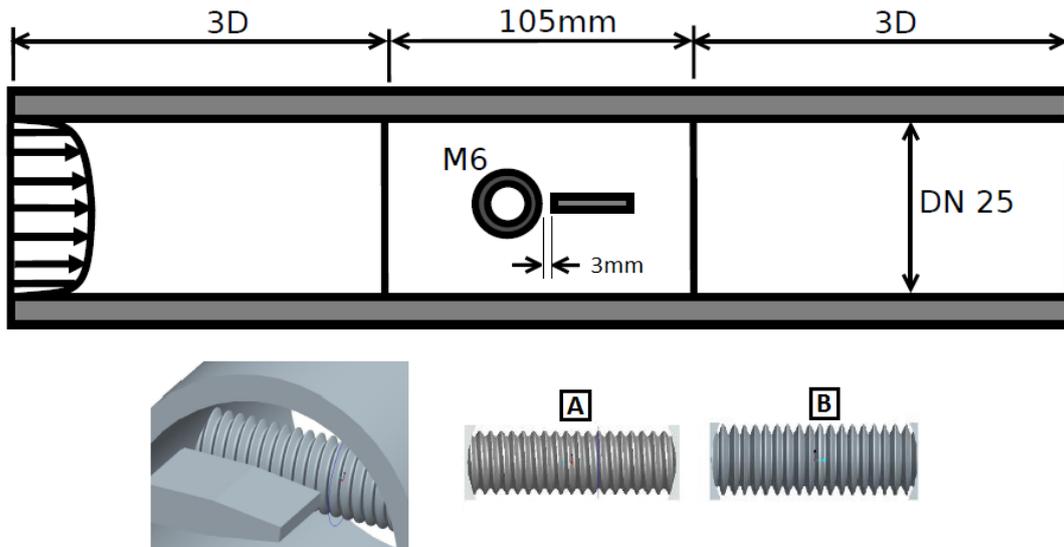


Abbildung 6.44: Numerisch untersuchte Wirbelzählerkonfiguration mit zwei Gewinde-typen

Um die korrekten Geometrien im Netzgenerierungsprogramm *Gridgen* berücksichtigen zu können, sind anfänglich 3-D Modelle mit *ProEngineer* erzeugt worden (siehe Abbildung 6.44). Basierend auf den Konturen dieser 3-D Modelle sind die Rechenetze mit *Gridgen* konstruiert worden. Da die Geometrie der Schraube eine komplexe Form besitzt, ist zunächst einmal ein Konzept für die Netzgenerierung entwickelt worden. Nach diesem Konzept wird jeweils ein dreidimensionales  $90^\circ$  Gewindestück betrachtet und vernetzt. Anschließend wird dieser Bereich durch einen Kopiervorgang immer jeweils um  $90^\circ$  rotiert und mittels der Translationsfunktion [2] an die richtige Position platziert. Da die Schraube zufällig an der Rohrwandoberfläche endet, sind diese Bereiche mit einer sehr speziellen Blockstruktur erfasst worden. Die Details für diese aufwendige Netzkonstruktion sind in [19] beschrieben.

Ausschnitte aus den konstruierten Rechenetzen für die oben dargestellte Wirbelzählerkonfiguration mit Gewindestörkörper A ist in der Abbildung 6.45 dargestellt. Es handelt sich um ein hybrides Rechenetz mit etwa  $10^6$  Zellen. Die Bereiche um die Rohrwand und um die Paddel- und Gewindeoberfläche sind mit einer hoch auflösenden strukturierten Netzschicht erfasst worden, um die in diesen Bereichen auftretenden hohen Gradienten genau wie möglich zu erfassen.

Es sind hier zwei Typen von instationären Berechnungen durchgeführt worden, wobei bei den Berechnungen auf das Hauptmedium Wasser beschränkt worden ist. Bei der ersten Berechnungsmethode handelt es sich wie die anderen durchgeführten Berechnungen um Einphasenberechnungen, wobei bei den instationären Berechnungen von reinem Was-

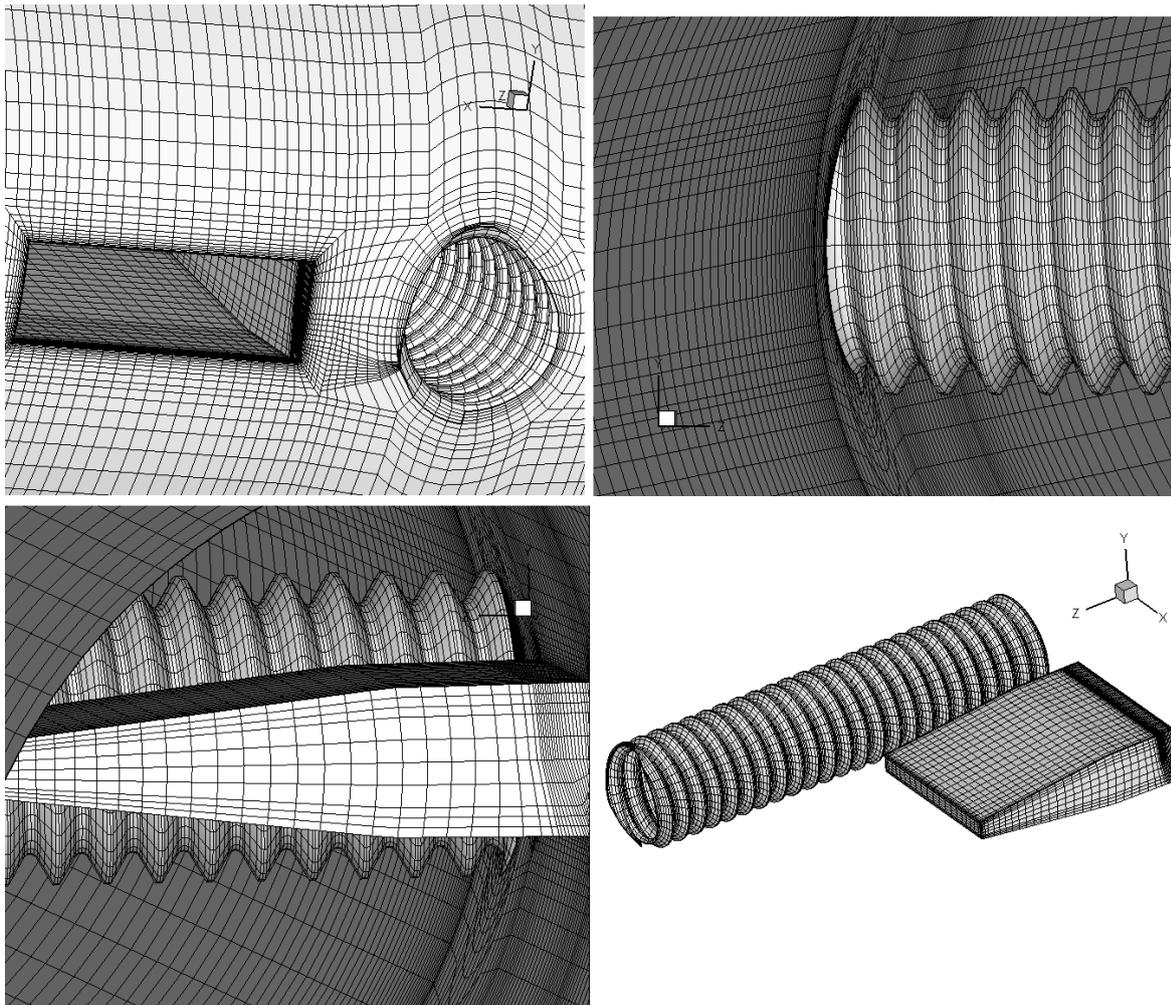


Abbildung 6.45: Ausschnitte aus dem konstruierten Rechennetz mit Gewindestörkörper  $A$

ser ausgegangen worden ist. Dabei sind drei mittlere Strömungsgeschwindigkeiten von  $u_m = 2 \frac{m}{s}$ ,  $4 \frac{m}{s}$  und  $6 \frac{m}{s}$  bei einer Wassertemperatur von  $T = 292,5 K$  betrachtet worden. Die gewählten Modelle lehnen sich an die im Unterkapitel **6.1.1** geschilderten Modelle an. Mit dieser Berechnungsmethode ist die oben dargestellte Wirbelzählerkonfiguration jeweils mit den Gewindestörkörpern  $A$  und  $B$  berechnet worden. Es ist die Vermutung entstanden, dass bei höheren mittleren Strömungsgeschwindigkeiten aufgrund der starken Druckabnahme auf der Störkörperoberfläche lokal Kavitation entstehen und dabei das Ablöseverhalten beeinflussen könnte. Aus diesem Grund ist auch eine Zweiphasensimulation durchgeführt worden, die mittels der *Euler-Euler-Methode*, die von *Fluent* zur Verfügung gestellt wird, realisiert worden ist. Dabei wird davon ausgegangen, dass das Hauptmedium nicht aus 100% reinem Wasser besteht und folglich eine gewisse Menge an nicht-kondensierbare Dampfbläschen in Wasser aufgelöst ist. Auf diese Weise wird hier die Möglichkeit eröffnet, unter anderem das Kavitationsverhalten der Strömung zu un-

tersuchen. Hier sind die Berechnungen nur an der Wirbelzählerkonfiguration mit Gewindestörkörper  $A$  durchgeführt worden. Bei diesen instationären Berechnungen sind mittlere Strömungsgeschwindigkeiten von  $u_m = 1 \frac{m}{s}$ ,  $3 \frac{m}{s}$  und  $6 \frac{m}{s}$  bei  $T = 300K$  betrachtet worden.

Da das konstruierte Rechenetz mit Gewindestörkörper  $A$  an der Wandoberfläche über eine sehr hohe Zellaufösung verfügt, ist das turbulente Geschwindigkeitsprofil direkt mit dem *Enhanced Wall Treatment* Ansatz berechnet worden. Dabei ist zusätzlich bei der jeweiligen mittleren Strömungsgeschwindigkeit ein automatisches *Grid Adaptation* in *Fluent*, eine sogenannte lokale Zellverfeinerung, durchgeführt worden, um die Bedingung  $y^+$  zwischen 1 und 5 einzuhalten. Dabei ist die Anzahl der Zellen bei der maximalen Strömungsgeschwindigkeit lokal bis auf  $1,8 \cdot 10^6$  Zellen angestiegen. Die nächste Abbildung 6.46 stellt die numerisch ermittelten K-Faktoren der durchgeführten Einphasenberechnungen an den Wirbelzählerkonfigurationen  $A$  und  $B$  zusammen, wobei in diesem Diagramm zum Vergleich die an der Referenzkonfiguration (am Rechenetz MXR) ermittelte K-Faktor-Kurve als Referenzkurve hinzugefügt worden ist.

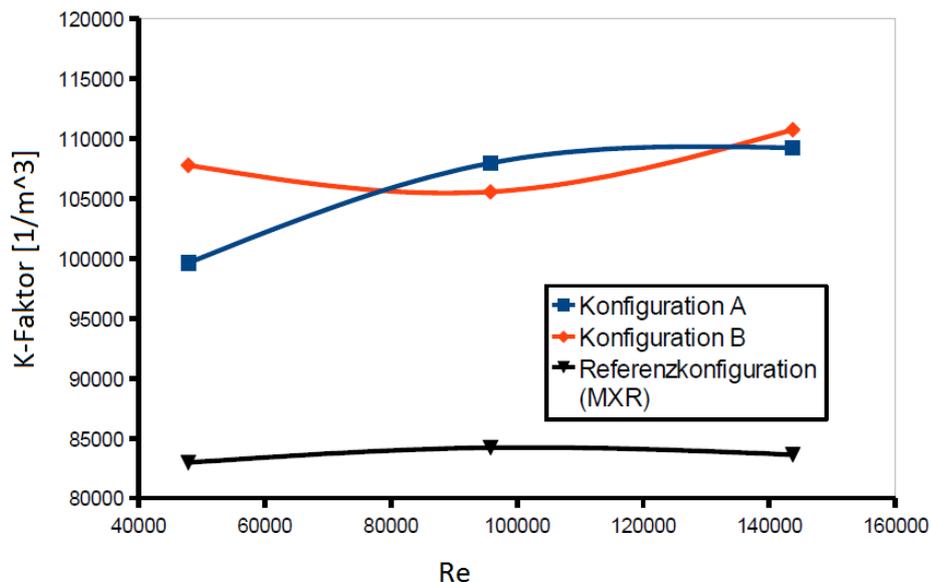


Abbildung 6.46: Numerisch ermittelte K-Faktor Verläufe (Einphasensimulationen)

Es kann aus diesen K-Faktor-Verläufen deutlich erkannt werden, dass das Vorhandensein einer gewissen Gewindesteigung eine K-Faktor-Kurve mit einer konkaven Tendenz und mit einem lokalen Maximum bewirkt, wohingegen beim Wirbelzähler mit den parallel angeordneten Gewindeelementen die ermittelte K-Faktor-Kurve nicht-linear ist und sowohl tendenziell fallend als auch tendenziell steigend verläuft. Folglich kann mit dem Vorhandensein einer Gewindesteigung ein bestimmtes Ablösemuster realisiert werden, was durch die lokale Ablösung an den scharfen Gewindekanten zustande kommt. Die ermit-

telten K-Faktor-Werte sind auch verglichen mit den K-Faktoren eines Wirbelzählers mit einem BB2-Störkörper viel höher. In der nächsten Tabelle werden die ermittelten numerischen Strouhal-Zahlen jeweils von der Referenzkonfiguration (siehe Abbildung 6.1 und 6.2) mit einem BB2-Störkörper und den hier untersuchten Konfigurationen *A* und *B* zusammengestellt.

$u_m [\frac{m}{s}]$	Referenzkonfiguration	Konfig. A	Konfig. B
2	0,252	0,270	0,293
4	0,256	0,293	0,287
6	0,254	0,296	0,301

Tabelle 6.6: Zusammenstellung der numerisch ermittelten Strouhal-Zahlen

Die ermittelten numerischen Strouhal-Zahlen stimmen näherungsweise auch mit den experimentell ermittelten Strouhal-Zahlen am DN 50 Wirbelzähler überein. Durch Einsatz von Gewindestörkörpern werden höhere Wirbelablösefrequenzen erreicht wie es auch die experimentellen Ergebnisse im vorherigen Abschnitt am DN 50 Wirbelzähler gezeigt haben. Dies rührt daher, dass aufgrund der besonderen geometrischen Form die Strömung lokal jeweils im Gewindeelementbereich stärker beschleunigt wird, weswegen höhere Wirbelablösefrequenzen auch erreicht werden (siehe Abbildung 6.47).

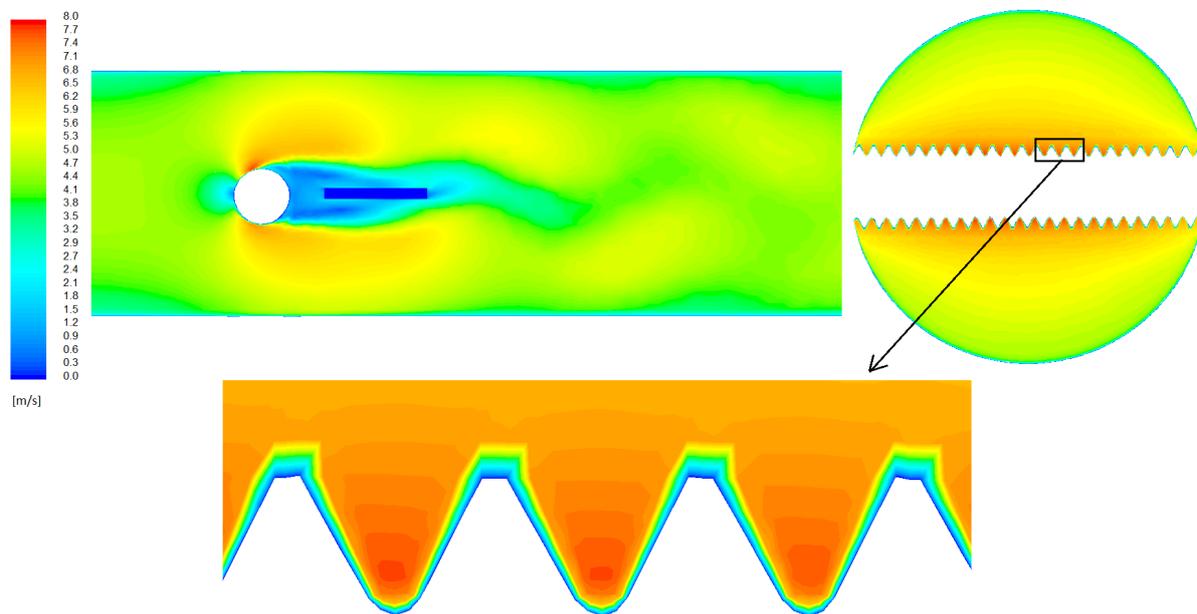


Abbildung 6.47: Darstellung der Geschwindigkeitskonturen bei  $u_m = 4 \frac{m}{s}$  des Wirbelzählers mit Gewindestörkörper *A*

In der Abbildung 6.47 wird ersichtlich, dass bei  $u_m = 4 \frac{m}{s}$  die Strömungsgeschwindigkeit lokal jeweils im Gewindeelementbereich bis zu  $8 \frac{m}{s}$  ansteigt. Zusammen mit dieser starken

lokalen Strömungsbeschleunigung erfolgt auch eine starke Druckabnahme.

Es wird aufgrund der Existenz einer gewissen Gewindesteigung eine quasi-fixe Ablösung an den scharfen Gewindekanten realisiert. Jedoch wird festgestellt, dass die Strouhal-Zahl bis zu 9,6% innerhalb des untersuchten Messbereiches variiert, wohingegen bei der Referenzkonfiguration mit einem BB2-Störkörper die Strouhal-Zahl an den angegebenen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten bis zu maximal 1,6% variiert. In der Abbildung 6.48 ist bei der maximalen mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 6 \frac{m}{s}$  die Wandschubspannung  $\tau_w$  auf der M6 Gewindeoberfläche dargestellt. Die Darstellung dieser Größe gibt einen Hinweis auf mögliche Ablösestellen an, die durch  $\tau_w \approx 0$  gekennzeichnet sind. Das komplexe Ablöseverhalten wird direkt ersichtlich.

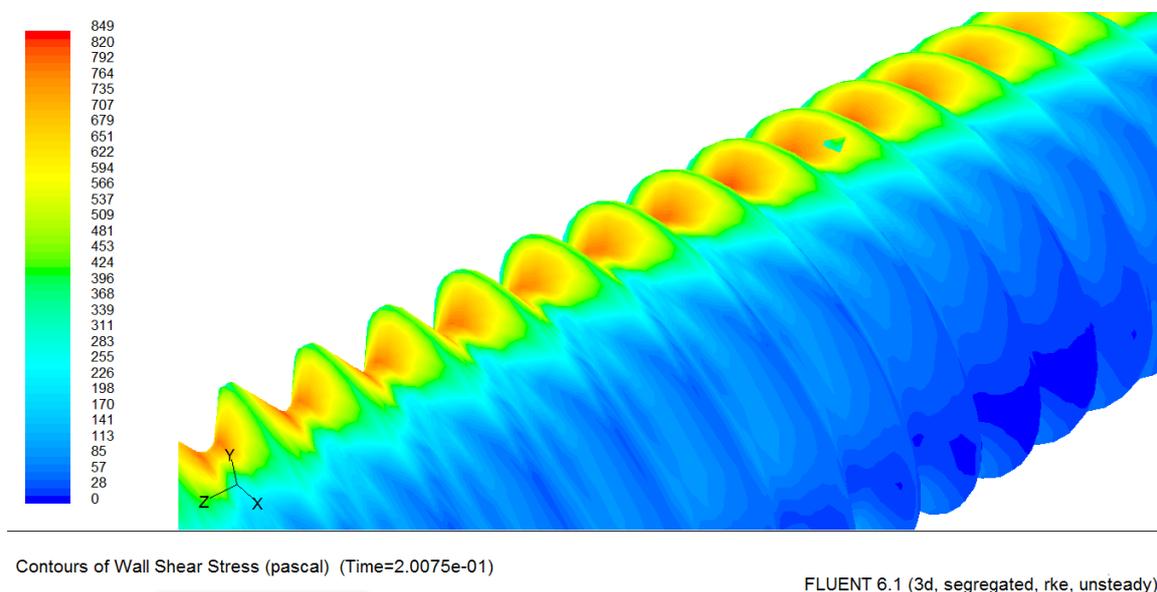


Abbildung 6.48: Darstellung der Wandschubspannung  $\tau_w$  auf der M6 Gewindeoberfläche bei  $u_m = 6 \frac{m}{s}$

Aufgrund der besonderen Form des Gewindes wird im Bereich zwischen den scharfen Gewindekanten eine nicht-fixe Ablösung beobachtet. Es kommt zu einem komplexen Ablösevorgang. Es wird deutlich, dass bei der Optimierung unter anderem die Gewindesteigung auch eine wichtige Rolle spielt.

Eine instationäre Berechnung mit dem *Euler-Euler-Modell* erfordert die Spezifikation von vielen Parametern. Bei dem *Euler-Euler-Modell* wird jede Phase, die modelliert werden soll, als ein nicht durchdringendes Kontinuum betrachtet. Jedoch kann durch Wahl des *Mixture-Modells* die Durchdringung der einzelnen Phasen mathematisch modelliert werden [1]. Bei Anwendung dieser *Mixture-Methode* unter dem *Euler-Euler-Modell* wird zusätzlich zu den Impulsgleichungen und Kontinuitäts- und Energiegleichung, die alle die einzelnen Mischphasen berücksichtigen, die Volumenfraktionsgleichung für die sekundäre

Phase gelöst (siehe [1]). In den Erhaltungsgleichungen taucht der masse-gemittelte Geschwindigkeitsvektor  $\vec{u}_{mix}$  auf, der nach [1] wie folgt definiert wird:

$$\vec{u}_{mix} = \frac{\sum_{k=1}^N \widetilde{\alpha}_k \rho_k \vec{u}_k}{\rho_{mix}} \quad (6.2)$$

Weiterhin wird eine Mischungsdichte  $\rho_{mix}$  und eine Mischungsviskosität  $\mu_{mix}$  definiert, die in den Erhaltungsgleichungen an Stelle von  $\rho$  und  $\mu$  benutzt werden [1]:

$$\rho_{mix} = \sum_{k=1}^N \widetilde{\alpha}_k \rho_k \quad \mu_{mix} = \sum_{k=1}^n \widetilde{\alpha}_k \mu_k \quad (6.3)$$

Außerdem kann im *Mixture-Modell* die unterschiedlichen Geschwindigkeiten der sekundären Phase relativ zur Primärphase, die sogenannte Slip-Geschwindigkeit, was in die Größe der Driftgeschwindigkeit  $\vec{u}_{dr,k}$  eingebaut ist ([1], [17]), berücksichtigt werden. Basierend auf den obigen Definitionen können die Erhaltungsgleichungen nach [1] wie folgt geschrieben werden, wobei die Energiegleichung aufgrund der Modellierung von inkompressiblen Phasen wegen des Vorliegens einer Entkopplung hier weggelassen wird. Die letzte Gleichung kennzeichnet die Volumenfraktionsgleichung für die sekundäre Phase.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{mix}) + \nabla \cdot (\rho_{mix} \vec{u}_{mix}) = \dot{m}_{CAV} \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{mix} \vec{u}_{mix}) + \nabla \cdot (\rho_{mix} \vec{u}_{mix} \vec{u}_{mix}) = & -\nabla p + \nabla \cdot [\mu_{mix}(\nabla \vec{u}_{mix} + (\nabla \vec{u}_{mix})^T)] \\ & + \rho_{mix} \vec{g} + \nabla \cdot \left( \sum_{k=1}^N \widetilde{\alpha}_k \rho_k \vec{u}_{dr,k} \vec{u}_{dr,k} \right) \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\widetilde{\alpha}_p \rho_p) + \nabla \cdot (\widetilde{\alpha}_p \rho_p \vec{u}_{mix}) = -\nabla \cdot (\widetilde{\alpha}_p \rho_p \vec{u}_{dr,k}) \quad (6.6)$$

Die Größe  $\dot{m}_{CAV}$  kennzeichnet den Massentrom, der im Falle von Kavitation zum Vorschein kommt. Desweiteren kennzeichnet die Größe  $\widetilde{\alpha}_k$  die Volumenfraktion der einzelnen Phasen, die in der Strömung vorkommen. In der Volumenfraktionsgleichung (6.6) taucht die Volumenfraktion der sekundären Phase  $\widetilde{\alpha}_p$  auf. Die Durchdringung der einzelnen Phasen kann somit mittels  $\widetilde{\alpha}_k$  und  $\widetilde{\alpha}_p$  modelliert werden, wobei diese Größen Werte zwischen 0 und 1 einnehmen können. Wie aus den obigen Gleichungen zu erkennen ist, wird die allgemeine Form der Erhaltungsgleichungen nicht geändert. Jedoch ist der numerische Aufwand bei der Berechnung enorm groß. Um ein Beispiel zu erwähnen betrug die Dauer der instationären Berechnung bis zum Erreichen eines stabilen Lift-Signals bei  $u_m = 1 \frac{m}{s}$ , die mit dem Parallelprozessor durchgeführt wurde, etwa 2,5 Monate. Es werden im Softwa-

reprogramm *Fluent* jeweils zwei Phasen spezifiziert, wobei reines Wasser als Primärphase und als Sekundärphase Wasserdampf gewählt wird. Im Allgemeinen verfügt Wasser über eine bestimmte Reinheit. Je weniger Dampfbläschen bzw. Luftbläschen in Wasser aufgelöst sind, desto reiner ist das Wasser. Die Reinheit des Wassers hat auch einen Einfluss auf den Kavitationsbeginn. Je weniger Dampfbläschen in Wasser aufgelöst sind, desto schwieriger ist es, das Kavitation auftritt [60]. In *Fluent* wird für den nicht-kondensierbaren Gasanteil der Wert  $1,5 \cdot 10^{-5}$  spezifiziert. Zudem wird die *Slip-Velocity* Bedingung in den Berechnungen ermöglicht. Die Berücksichtigung von *Slip-Velocity* ermöglicht die korrekte Berücksichtigung der Geschwindigkeit der sekundären Phase bezüglich der primären Phase [1, 17]. Bei den instationären Berechnungen wird die Kavitationsoption aktiviert. Dabei wird der zu  $T = 300K$  zugehörige Dampfdruck mit  $p_D = 3540Pa$  spezifiziert. Aus der Theorie ist bekannt, dass Kavitationsbeginn auftritt, wenn der statische Druck in der Strömung den Dampfdruck unterschreitet [60].

Die unter diesen Bedingungen durchgeführten Berechnungen haben die in Abbildung 6.49 dargestellte numerische K-Faktor-Kurve geliefert, wobei zum Vergleich die zuvor berechnete K-Faktor-Kurve (Einphasenberechnung) und die Referenz-K-Faktor-Kurve der Referenzkonfiguration (MXR) eingefügt worden sind.

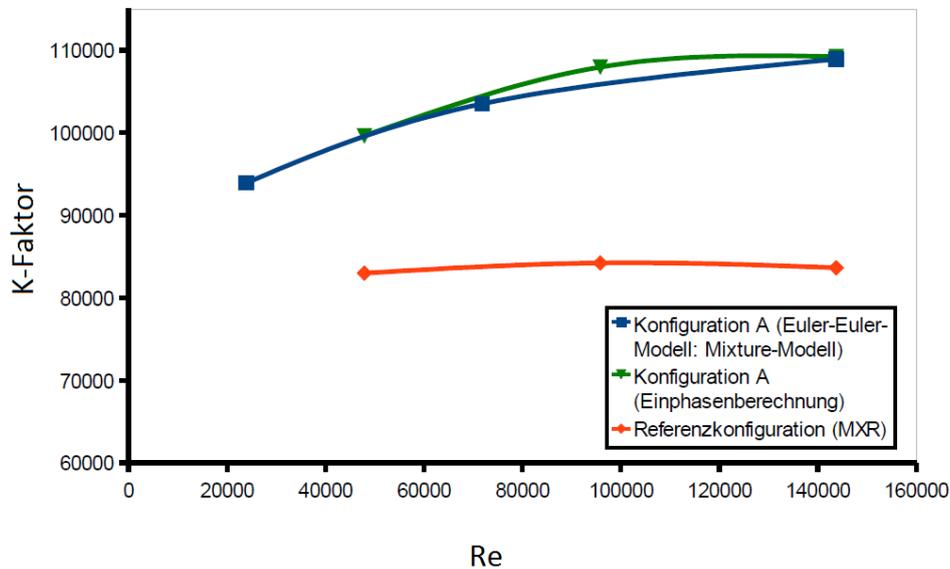


Abbildung 6.49: Numerische K-Faktor-Kurve nach einer Zweiphasenberechnung mit der Euler-Euler-Methode

Es wird hier ein tendenziell ähnlicher K-Faktor-Verlauf ermittelt wie bei der Einphasenberechnung. Es wird auch hier beobachtet, dass die K-Faktoren mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit zunehmen, was durch die lokal beschleunigte Strömung in den einzelnen Gewindeelementbereichen zustande kommt. Bei Betrachtung des vorliegenden minimalen statischen Druckes im Strömungsfeld wird festgestellt, dass bei  $u_m = 6 \frac{m}{s}$

der mit  $p_D = 3540 Pa$  spezifizierte Dampfdruck lokal nicht unterschritten wird. Der minimale statische Druck beträgt bei dieser mittlerer Strömungsgeschwindigkeit in etwa  $p = 15000 Pa$ . Es wird jedoch eine gewisse Aktivität bezüglich des Kavitationsbeginns festgestellt, was aus der Berücksichtigung einer sekundären Dampfphase mit einem sehr kleinen Dampfanteil herrührt. In der nächsten Abbildung 6.50 wird der Dampfanteil auf der Gewindeoberfläche dargestellt.

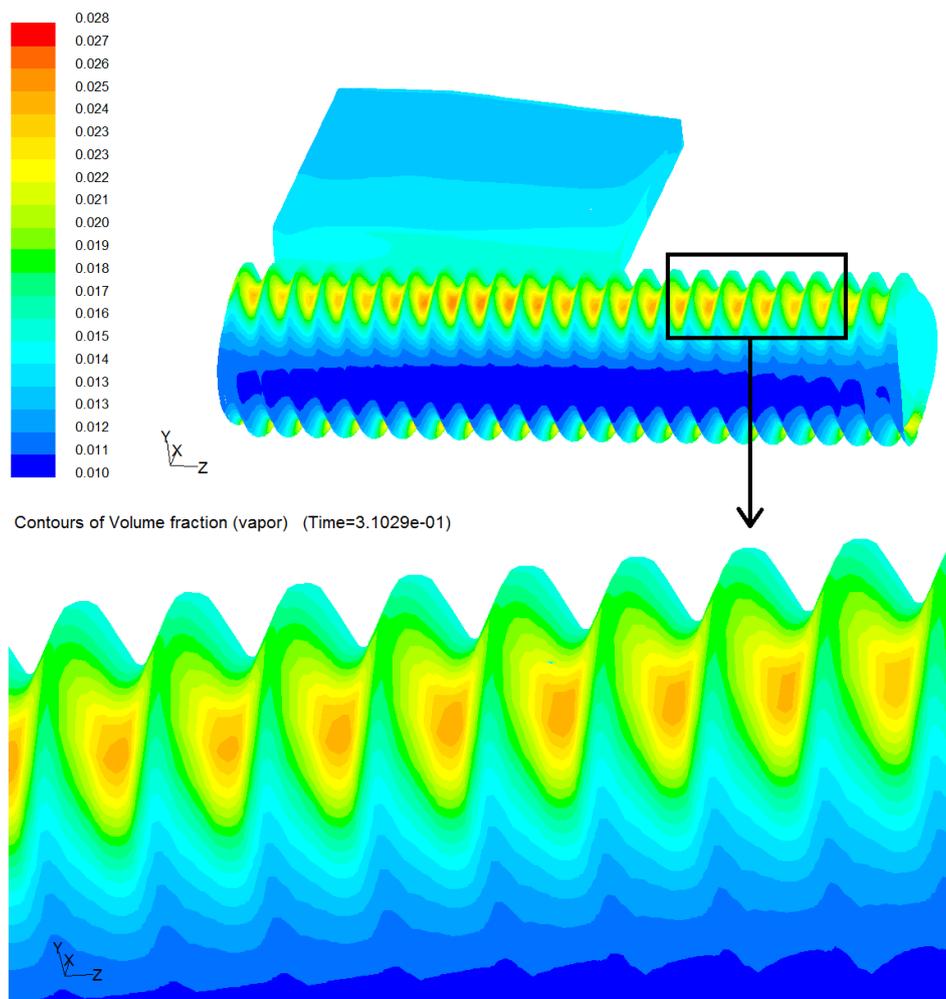


Abbildung 6.50: Darstellung des Volumenanteils der Gasphase im Störkörper- und Paddelbereich

Es ist zwar ersichtlich, dass bei diesen Strömungsverhältnissen noch keine volle Kavitation lokal aufgetreten ist, da der Volumenanteil der Dampfphase kleiner eins ist. Jedoch wird hier davon ausgegangen, dass diese minimale Erhöhung des Dampfanteils das Ablöseverhalten lokal beeinflusst. Der lokale statische Druck ist noch zu hoch, um die primäre Phase lokal in ein 100% iges Dampfgemisch umzuwandeln. Jedoch kann bei dieser Strömungsgeschwindigkeit eine langsame Erhöhung des Dampfanteils festgestellt werden. Bei der Durchführung der gleichen Berechnung bei der mittleren Strömungsgeschwindigkeit

von  $u_m = 9 \frac{m}{s}$  wird lokal das Auftreten von voller Kavitation beobachtet, wobei die Kavitation an der in Abbildung 6.50 markierten Stelle auftritt. Es wird beobachtet, dass bei solch hohen Strömungsgeschwindigkeiten mit Wasser negative Drücke (negativer Absolutdruck) vorkommen, was natürlich unphysikalisch ist. Der Grund für das Auftreten von solchen unphysikalischen Effekten rührt aus dem Fehlen von Limitern im Algorithmus, die eine beschränkte Druckextrapolation erlauben würden. Im Allgemeinen wird in hydrodynamischen Strömungsproblemen versucht, das Auftreten von Kavitationserscheinungen zu verhindern, da eine Kavitation auch lokal die Materialoberfläche mit der Zeit beschädigt. Entstandene Dampfbläschen werden mit der Strömung weiter transportiert, wobei irgendwann diese Dampfbläschen wieder in ein Gebiet höheren Druckes gelangen und dort implodieren [37].

### 6.2.3 Experimentelle Optimierung des Ablöseverhaltens von M14-Gewindestörkörpern

Im weiteren Verlauf der experimentellen Untersuchung ist versucht worden, das Ablöseverhalten direkt zu beeinflussen. Die numerischen Ergebnisse im vorherigen Abschnitt haben auf die Existenz eines komplexen Ablösemechanismus aufgrund der trapezoide Form der Gewindeoberfläche hingedeutet. Folglich ist die Idee entstanden, dass das Ablöseverhalten bei einem Gewindestörkörper direkt beeinflusst werden kann durch Reduktion der Gewindehöhe, weil dadurch die Wandschubspannung  $\tau_w$  geändert werden kann. Bei den experimentellen Untersuchungen wird als Basis der DN 50 Wirbelzähler mit einem M14 Gewinde genommen. Die Reduktion der Gewindehöhe am M14 Gewinde ist an der Drehbank der Firma Krohne bewerkstelligt worden, wobei die Gewindehöhe um  $0,5mm$  und  $1mm$  bezüglich des Gewindedurchmessers reduziert worden ist, so dass jeweils ein äußerer Gewindedurchmesser von  $D = 13,5mm$  und  $D = 13mm$  entstanden ist. Nach der Reduktion der Gewindehöhe liegt folglich jeweils eine andere charakteristische Länge vor, die für die Ermittlung der Strouhal-Zahlen bedeutsam ist. Um herauszufinden, wie die K-Faktor-Kurve sich bei einem rein zylindrischen Störkörper mit dem Durchmesser  $D = 14mm$  verhält, ist auch eine solche Konfiguration untersucht worden. Die experimentell ermittelten Strouhal-Zahlen in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahlen sind in der nächsten Abbildung 6.51 dargestellt. Als eine Referenzkurve ist die K-Faktor-Kurve des DN 50 Wirbelzählers mit einem BB2-Störkörper hinzugefügt.

Die relative vertikale Verschiebung der K-Faktor-Kurven zueinander kommt durch die verschiedenen Referenzdurchmessern  $D$ , die sich durch das Abdrehen ändern, zustande. Durch Reduktion der Gewindehöhe durch Abdrehen des M14-Gewindestörkörpers wird eine Verkleinerung der Strouhal-Zahl erreicht, die durch den verkleinerten charakteristischen Durchmesser  $D$  zustande kommt. Die obigen Ergebnisse zeigen, dass eine Ge-

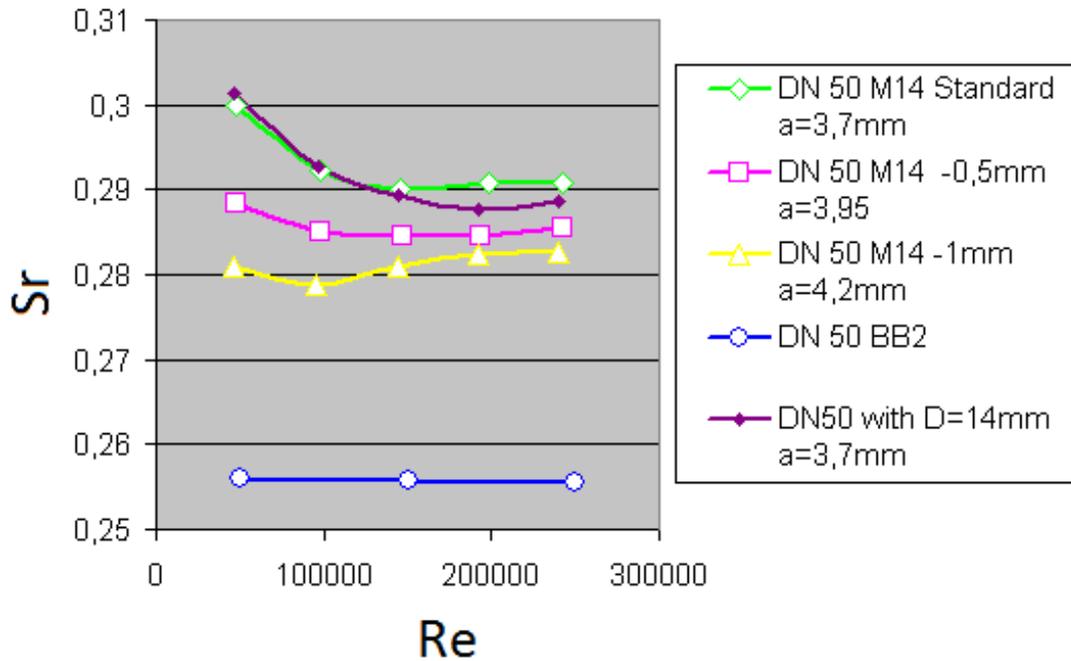


Abbildung 6.51: Strouhal-Zahl in abhängigkeit von der Reynolds-Zahl

windehöhenreduktion um  $0,5\text{mm}$  die beste Linearität zwischen Wirbelablösefrequenz  $f$  und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und somit eine verbesserte Konstanz der Strouhal-Zahl geben. Eine weitere Reduktion verschlechtert geringfügig die Linearität. Es hat sich jedoch beim Optimierungsprozess herausgestellt, dass viele Einflussparameter wie Höhe, Form und Steigung des Gewindes, aber auch Gewinde-Paddel-Abstand in den Optimierungsprozess einfließen, so dass eine effiziente Optimierung mit sehr viel Aufwand verbunden ist.

## 6.3 Vor- und Nachstörungen

In diesem Abschnitt werden Vorstörungen bzw. auch Nachstörungen in der Strömung, die durch strömungstechnische Anordnungen verursacht werden, behandelt. Die Kenntnis über die vorliegende Störung in der Geschwindigkeitsverteilung und über dessen Intensität ist für den Betrieb von Durchflussmessgeräten wie Wirbelzähler von großer Bedeutung. In der Ausgangslage liegt eine voll-ausgebildete und symmetrische Geschwindigkeitsverteilung vor, die dann durch die Durchströmung einer strömungstechnischen Armatur eine gewisse Störung erfährt. Es sind hier Störungen unterschiedlicher Art untersucht worden, wobei versucht worden ist, die vorliegende Störung in den einzelnen Strömungsquerschnitten mittels der im Unterkapitel **3.3.3** eingeführten K-Parameter unter Modellierungsumständen zu quantifizieren. Die Berechnungen sind hier mit *Starccm+* durchgeführt worden. Am Ende dieses Abschnittes wird der Einfluss eines Einzelrohrkrümmers, was eine sehr häufig eingesetzte Strömungsarmatur in der Industrie darstellt, auf das Strömungsfeld des DN 25 Wirbelzählers sowohl numerisch als auch experimentell untersucht. Auf diese Weise wird das instationäre Strömungsfeld von zwei verschiedenen Wirbelzählerkonfigurationen in Anwesenheit von einer Strömungsstörung als ein umfassender Fall, was die bisher untersuchten Sachverhalte miteinander kombiniert, durchgenommen.

### 6.3.1 Validierung von *Starccm+* bei der Berechnung einer gestörten Strömung verursacht in einem Einzelrohrkrümmer

Bevor die Strömungsfelder von verschiedenen strömungstechnischen Anordnungen hinsichtlich Störungen untersucht werden, soll anhand der Strömung durch einen Einzelrohrkrümmer gezeigt werden, ob mit dem Softwareprogramm *Starccm+* verlässliche Ergebnisse bei gestörten Strömungen ermittelt werden kann. Hier wird auf die Strömung in einem Einzelrohrkrümmer (90° Rohrkrümmer) eingegangen. Als Referenz werden die mittels Large Eddy Simulation an Rohrkrümmerkonfigurationen ermittelten Ergebnisse, die in der Dissertation [57] und Veröffentlichung [56] vorzufinden sind und detailliert beschrieben werden, herangezogen. Wie einfach das auch scheint, ist die numerische Berechnung von solchen einfachen Konfigurationen nicht-trivial, da viele komplexe Strömungsphänomene zum Vorschein kommen.

Da in der Dissertation [57] und Veröffentlichung [56] von Dr. Rütten unter anderem die Strömung eines Einzelrohrkrümmers bei  $Re_D = 5000$  mit einer Rohrkrümmung von  $R_{Kr}/D = 1,0$  betrachtet worden ist, wird hier zum Vergleich auf diese Reynolds-Zahl bezogen. Aus diesem Grund ist hier ein Rechenetz für den DN 25 Rohrkrümmer mit

einer Ein- und Auslauflänge von  $5D$  und einem Krümmungsradius von  $R_{Kr} = 1,0 * D$  in *Gridgen* konstruiert worden, wobei bei der Netzkonstruktion der Eintrittsbereich des Rechennetzes MXR (siehe Abbildung 6.3 rechts) als Basis gewählt worden ist. Am Anfang ist in *Starccm+* eine instationäre Berechnung mit einem Zeitschritt von  $\Delta t = 0,001s$  durchgeführt worden. Bei der instationären Berechnung ist am Rohrkrümmeraustritt an drei Stellen der zeitliche Verlauf des Relativdruckes ermittelt worden. Es ist festgestellt worden, dass der Relativdruck mit der Frequenz  $f_s \approx 222Hz$  schwankt. Die Oszillation der Amplitude ist hier jedoch so klein, dass hier von einer stationären Strömung ausgegangen werden kann. Folglich würde hier die Verwendung des stationären Modells auch verlässliche Ergebnisse liefern. Es ist hier von einer statistischen Stationarität die Rede (siehe Unterkapitel **3.2.2**), da die betrachtete Strömung turbulent ist und die mittlere Bewegung der Strömung zeitunabhängig ist. Durch die Einbindung der Zeitmittelung der fluktuierenden Strömungsgrößen in die Navier-Stokes-Gleichungen entstehen die RANS-Gleichungen, die bei der Berechnung des turbulenten Strömungsfeldes auch herangezogen worden sind. Die RANS-Gleichungen können verwendet werden, solange die in der Strömung auftretenden instationären Effekte hinsichtlich der Zeitskala nicht mit der turbulenten Zeitskala übereinstimmen. In Hirsch [24] wird erwähnt, dass die meisten instationären Strömungsphänomene in strömungsmechanischen Anwendungen durch Frequenzen charakterisiert sind, die außerhalb des Frequenzbereiches der turbulenten Strömung liegen. Da hier ein gröberes Rechennetz vorliegt, mit dem die in der realen turbulenten Strömung vorliegenden klein- und großräumigen Wirbelstrukturen nicht numerisch aufgelöst werden können, werden die Effekte der Turbulenz mittels des k-epsilon-Turbulenzmodells berechnet und auf diese Weise der Spannungstensor in den RANS-Gleichungen modelliert. Die Erfassung des turbulenten Geschwindigkeitsprofils an der wandnahen Zone erfolgt durch Verwendung des hybriden Wandbehandlungsansatzes *all- $y^+$ -wall treatment*, was von *Starccm+* zur Verfügung gestellt wird [3]. Der Vergleich ist insofern wichtig, dass auf diese Weise durch Vergleich mit dem in der LES-Berechnung ermittelten momentanen und zeitgemittelten Strömungsfeldern [57] eine bessere Einsicht in die turbulente Strömungsberechnung mittels Turbulenzmodellen gewonnen werden kann. Dies ist wichtig bei der Ermittlung der Störungen in der Strömung mittels der K-Parameter.

Bei der Durchführung einer Large Eddy Simulation liegt im Allgemeinen ein sehr feines Netz vor, das die großräumigen Wirbelstrukturen in der Strömung mit ausreichend vielen Zellen auflöst. Um den numerischen Aufwand nicht weiter zu steigern, werden die kleinen Wirbelstrukturen modelliert, die einem gewissen universellen Verhalten unterliegen. Diese wird in [57] durchgeführt.

In [57] ist numerisch ermittelt worden, dass bei einer momentanen Betrachtung des Geschwindigkeitsfeldes am Rohrkrümmerausritt stets eine asymmetrische Geschwindigkeitsverteilung vorliegt, was bedeutet, dass die entstandenen Sekundärwirbel (zwei Wirbel, die gegeneinander rotieren) momentan zueinander asymmetrisch positioniert sind. Die Fluktuationen in der turbulenten Strömung erzeugen momentan in der Strömung eine gewisse Asymmetrie, wobei tertiäre Wirbel auch zum Vorschein kommen [57]. In den nächsten Abbildungen 6.52 und 6.53 werden die zeitgemittelten [57] und die in *Starccm+* unter Verwendung des k-epsilon-Turbulenzmodells ermittelten Strömungsfelder am Rohrkrümmerausritt dargestellt.

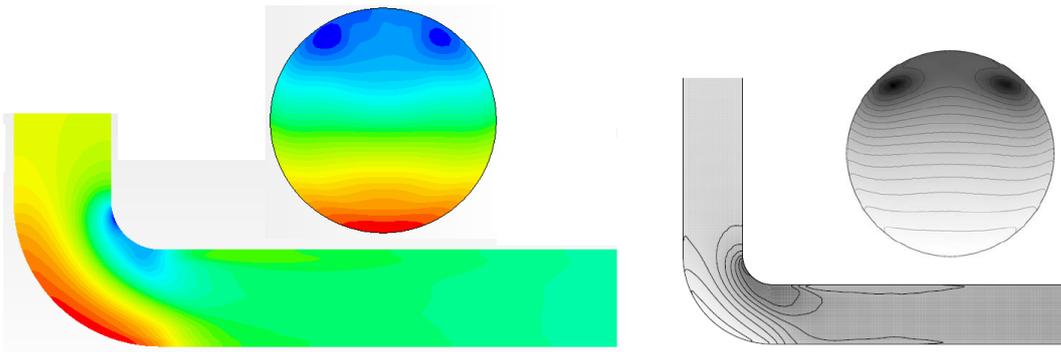


Abbildung 6.52: Vergleich der Druckkonturen von Rütten [57] (rechts) und *Starccm+* (links)

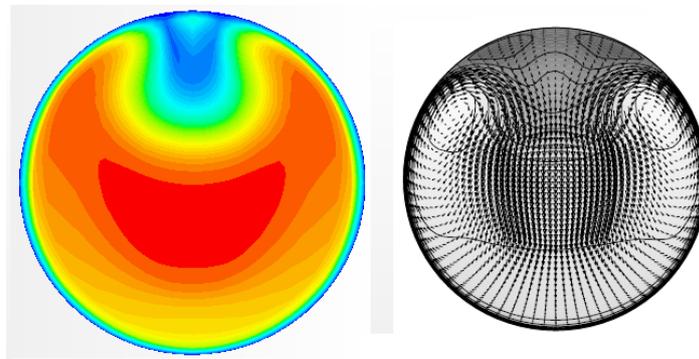


Abbildung 6.53: Vergleich der Geschwindigkeitskonturen von Rütten [57] (rechts) und *Starccm+* (links)

Nach einer Zeitmittelung in [57] wird beobachtet, dass die Geschwindigkeitsverteilungen wie die ermittelten numerischen Ergebnisse in *Starccm+* symmetrisch zur mittleren Ebene (Meridianebene) werden. Die Zeitmittelung führt eine gewisse Glättung des Strömungsfeldes herbei, wobei kleinere Störungen nicht auftauchen. Die oben dargestellten Strömungsfelder stimmen qualitativ gut überein. Durch die Anwendung einer Zeitmittelung werden die einzelnen Fluktuationen in Druck  $p$  und in den Geschwindigkeits-

komponenten zeitlich gemittelt, wodurch eine Geschwindigkeitsverteilung zum Vorschein kommt, die den Effekt der Turbulenz auf das Strömungsfeld repräsentiert, wobei momentan auftretende schwache tertiäre Wirbelstrukturen durch die Zeitmittelung verschwinden [57]. Das gleiche wird auch erreicht bei Verwendung eines Turbulenzmodells, wo lediglich nur der Effekt der Turbulenz in der Strömung erfasst wird, wobei in den RANS-Gleichungen die einzelnen Fluktuationsterme, die mit dem Rechennetz nicht aufgelöst werden können, modelliert werden. Folglich liefert das Softwareprogramm *Starccm+* ein zeitgemittelttes turbulentes Geschwindigkeitsfeld, das eine glatte Verteilung aufweist. Dieser geschilderte Sachverhalt ist äußerst wichtig und muss bei der Analyse des turbulenten Strömungsfeldes berücksichtigt werden. Hier wird noch einmal die Bedeutung des Begriffes *statistisch-stationär* bzw. *statistisch-instationär* unterstrichen bzw. betont, die auf das zeitgemittelte turbulente Geschwindigkeitsfeld, was sich stationär oder instationär verhalten kann, hinweist (siehe Abbildung 3.3). Dieser zeitgemittelte Effekt wird auch meistens mittels Messgeräten erfasst, die beispielsweise über eine begrenzte Abtastrate verfügen. Je größer bei einem Messsystem die Abtastrate an einem Strömungsprofil ist, desto chaotischer verhält sich das Profil, da zunehmend lokale Effekte erfasst werden und zum Vorschein kommen.

### 6.3.2 Einfluss eines exzentrischen Reduzierers auf die Strömung

In der Industrie werden exzentrische Reduzierer neben kozentrischen Reduzierern häufig eingesetzt. Reduzierer werden eingesetzt, um von größeren Durchmessern auf kleinere Nennweiten zu kommen. Innerhalb des Reduzierers erfolgt eine Strömungsbeschleunigung aufgrund des kleiner werdenden Querschnittes. Der erste Teil der Untersuchung beinhaltet hier die Untersuchung des Strömungsfeldes eines sogenannten DN 50-DN 25 exzentrischen Reduzierers unter stationären Strömungsverhältnissen, wobei in diesen Berechnungen die verursachte Störung in der Geschwindigkeitsverteilung bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten im DN 25 Rohrteil erfasst worden ist (siehe Konfiguration A in Abbildung 6.54 oben). Der zweite Teil der Untersuchung beinhaltet die Untersuchung des Einflusses des exzentrischen Reduzierers auf den DN 25 Wirbelzähler bei unterschiedlichen Einlaufrohrängen vor dem DN 25 Wirbelzähler, wobei am Eintritt des Einlaufrohres das am Reduziereraustritt ermittelte Geschwindigkeitsprofil eingelesen worden ist. Eine solche Vorgehensweise ist bei dieser Strömungskonfiguration aufgrund der Existenz der Erzeugung einer schwachen Störung und aufgrund der Untersuchung einer Wasserströmung ( $\rho \neq \tilde{f}(p)$ ) bei einer spezifizierten konstanten Temperatur ( $\Rightarrow \rho = const$ ) ohne Probleme anwendbar. Auf diese Weise wird hier lediglich der Einfluss des asymmetrischen Geschwindigkeitsprofils auf die Wirbelablösefrequenz im DN 25 Wirbelzähler untersucht. Diese untersuchte Strömungskonfiguration B ist in der Abbildung 6.54 (unten)

dargestellt.

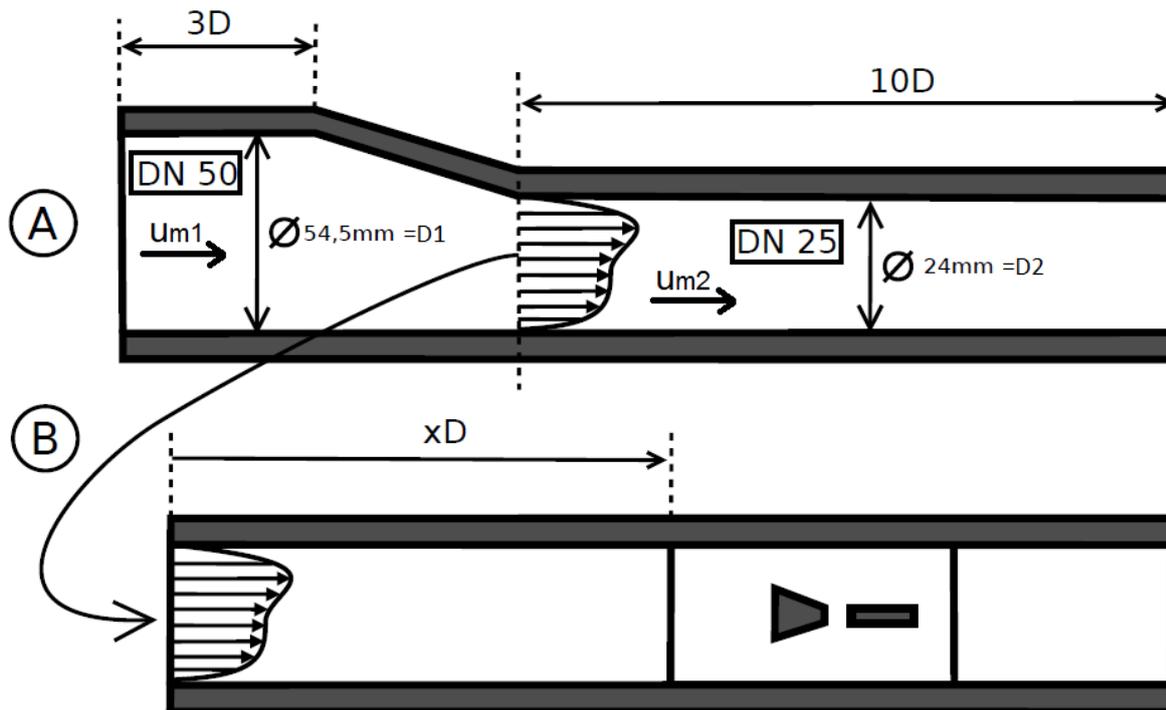


Abbildung 6.54: Skizzenhafte Darstellung der zwei Vorgehensweisen

Es sind drei Volumenströme für beide Strömungskonfigurationen A und B betrachtet worden. Die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten am DN 50 Rohreintritt sind so gewählt worden, dass im DN 25 Rohrabschnitt die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten  $u_{m2} = 2 \frac{m}{s}$ ,  $4 \frac{m}{s}$  und  $6 \frac{m}{s}$  erreicht worden sind. Die Tabelle 6.7 fasst die Strömungsdaten zusammen, wobei die Reynolds-Zahl  $Re_{D2}$  die auf den kleineren Durchmesser  $D2 = 24mm$  bezogene Kennzahl darstellt.

$Q [\frac{m^3}{h}]$	$u_{m1} [\frac{m}{s}]$	$u_{m2} [\frac{m}{s}]$	$Re_{D2}$
3,25	0,388	2	48000
6,51	0,775	4	96000
9,77	1,1635	6	144000

Tabelle 6.7: Zusammenstellung der Strömungsdaten

Basierend auf ein 3-D Geometriemodell, was in *ProEngineer* erzeugt worden ist, ist ein Rechennetz mit hoher Qualität und mit etwa 994000 Gitterpunkten in *Gridgen* für den exzentrischen Reduzierer (Konfiguration A) konstruiert worden. Das Netz für den Wirbelzähler (Konfiguration B) basiert auf das Netz MXR und beinhaltet unterschiedlich lange Einlaufrohre mit  $x=0D$ ,  $2,5D$ ,  $5D$  und  $10D$ . Die Geometrie und das erzeugte Rechennetz für den exzentrischen Reduzierer sind in der Abbildung 6.55 dargestellt.

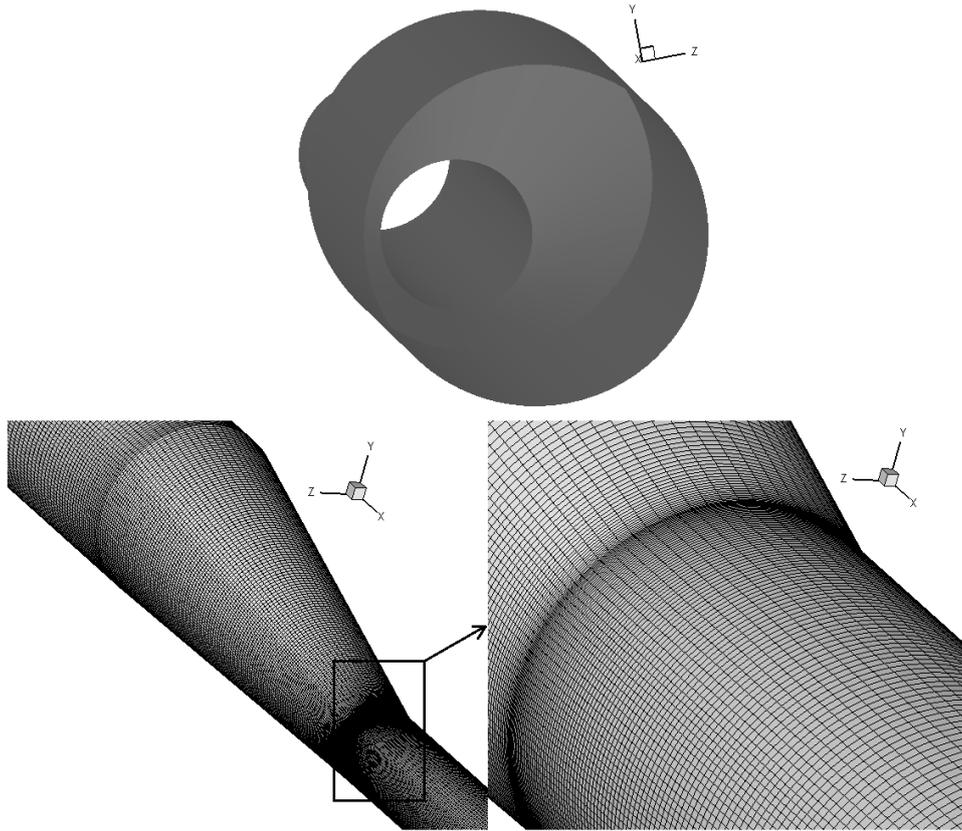


Abbildung 6.55: Geometrie und Rechennetz für den exzentrischen Reduzierer

Die durch Anwendung des Massenerhaltungssatzes berechneten mittleren Strömungsgeschwindigkeiten  $u_{m2}$ , die in der Tabelle 6.7 aufgeführt worden sind, werden vom Softwareprogramm *Starccm+* mit einer Genauigkeit von 0,07% berechnet. Bei der Ermittlung dieses prozentualen Wertes ist repräsentativ auf der erzeugten Querschnittsebene bei  $x=2,5D$  die definierte Größe nach Gleichung (2.3) für die mittlere Strömungsgeschwindigkeit herangezogen und numerisch ermittelt worden. Die nächste Tabelle 6.8 fasst die numerisch ermittelten mittleren Strömungsgeschwindigkeiten auf der erzeugten Querschnittsebene  $x=2,5D$  zusammen:

SOLL-Wert $u_{m2} [\frac{m}{s}]$	IST-Wert $u_{m2-NUM} [\frac{m}{s}]$
2	1,998591
4	3,997181
6	5,995772

Tabelle 6.8: Vergleich zwischen analytischer und numerischer Axialgeschwindigkeit

Folglich wird der Massenstrom  $\dot{m}$  vom Softwareprogramm *Starccm+* mit einer hohen Genauigkeit berechnet, was für die Verlässlichkeit der numerischen Ergebnisse äußerst wichtig ist.

Die Strömung im exzentrischen Reduzierer verhält sich nahezu vollständig stationär, was auch anhand der Residuen (ermittelt beim maximalen Volumenstrom  $Q = 9,77 \frac{m^3}{h}$ ) in Abbildung 6.56 deutlich wird. In den stationären Berechnungen wird Konvergenz nach etwa 450 Iterationen erreicht, wobei alle Residuen bis auf das Residuum für die Energiegleichung vollständig konvergieren. Da hier eine inkompressible Wasserströmung mit  $\rho = const$  bei  $T \approx const$  vorliegt, liegt eine Entkopplung zwischen der Energiegleichung und der Kontinuitäts- und Impulsgleichungen vor, wodurch kein Einfluss auf das Ergebnis ausgeübt wird und folglich die Geschwindigkeits- und Druckverteilungen unabhängig von der Temperatur korrekt berechnet werden. Es werden hier die inkompressiblen RANS-Gleichungen gelöst, die über einen elliptisch-parabolischen Charakter verfügen. Im *segregated Löser* wird für die Druckkorrektur die Poisson-Gleichung gelöst. Folglich breitet sich der Druck ausgehend von einer Störstelle instantan im gesamten Strömungsfeld aus.

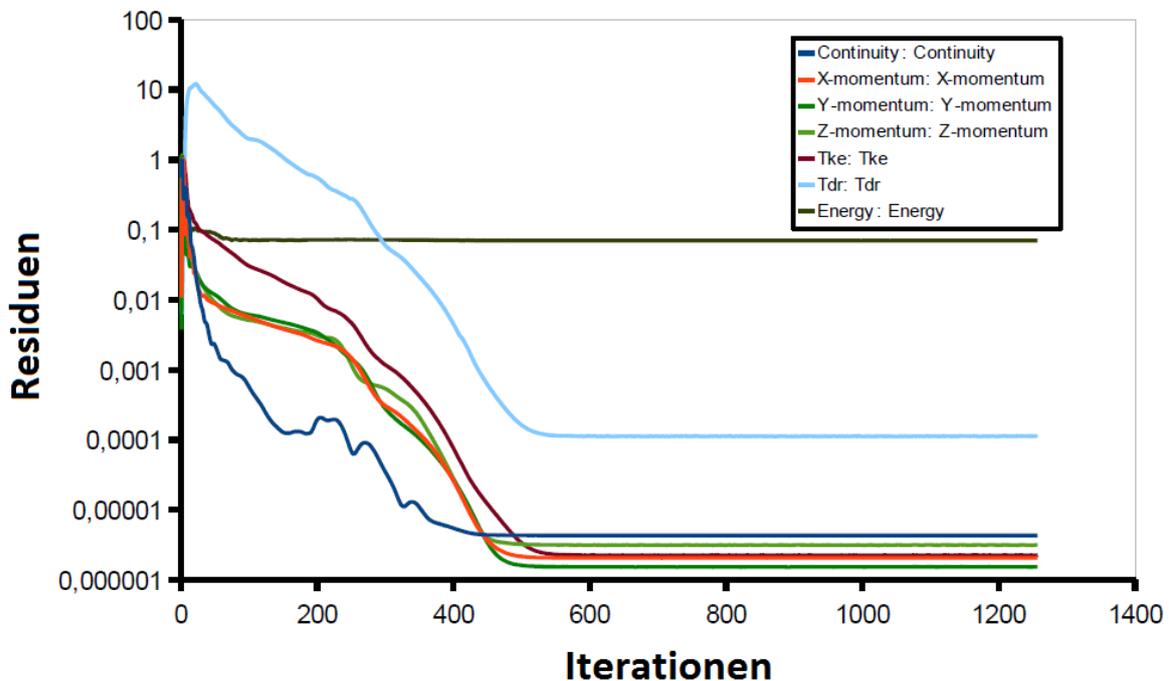


Abbildung 6.56: Residuen bei  $u_{m2} = 6 \frac{m}{s}$

Wie das Geschwindigkeits- und Druckfeld (Relativdruckverteilung) beim untersuchten maximalen Volumendurchsatz  $Q = 9,77 \frac{m^3}{h}$  aussehen, ist in der Abbildung 6.57 dargestellt. Aufgrund der Querschnittsverengung wird die Strömung beschleunigt. Bedingt durch die geometrische Ausführung des exzentrischen Reduzierers liegt am Reduziereraustritt am oberen Umfang ein scharfer Übergang, ein sogenannter Eckbereich, was in der obigen Abbildung 6.55 von innen und außen zu erkennen ist. Um diesen Eckbereich erfolgt eine starke Geschwindigkeitserhöhung. Aufgrund der Tatsache, dass das Geschwindigkeitsfeld

an die Druckverteilung gekoppelt ist, erfolgt um diesen Eckbereich (unstetiger Übergang) eine lokal stärkere Druckabnahme. Es wird jedoch beobachtet, dass bei der Umströmung dieses Eckbereiches keine lokale Ablösung erfolgt. Dies ist auch zum einen der Grund dafür, dass das Strömungsfeld sich stationär verhält. Bei abgelösten Strömungen treten bevorzugt instationäre Effekte auf, die dazu beitragen, dass die globalen Residuen bei den stationären Berechnungen nicht vollständig konvergieren. Falls die Ablösephänomene massiv sind und die Residuen einer gewissen Schwankung bei größeren Werten unterliegen, ist eine instationäre Berechnung unvermeidbar (siehe Unterkapitel 4.1).

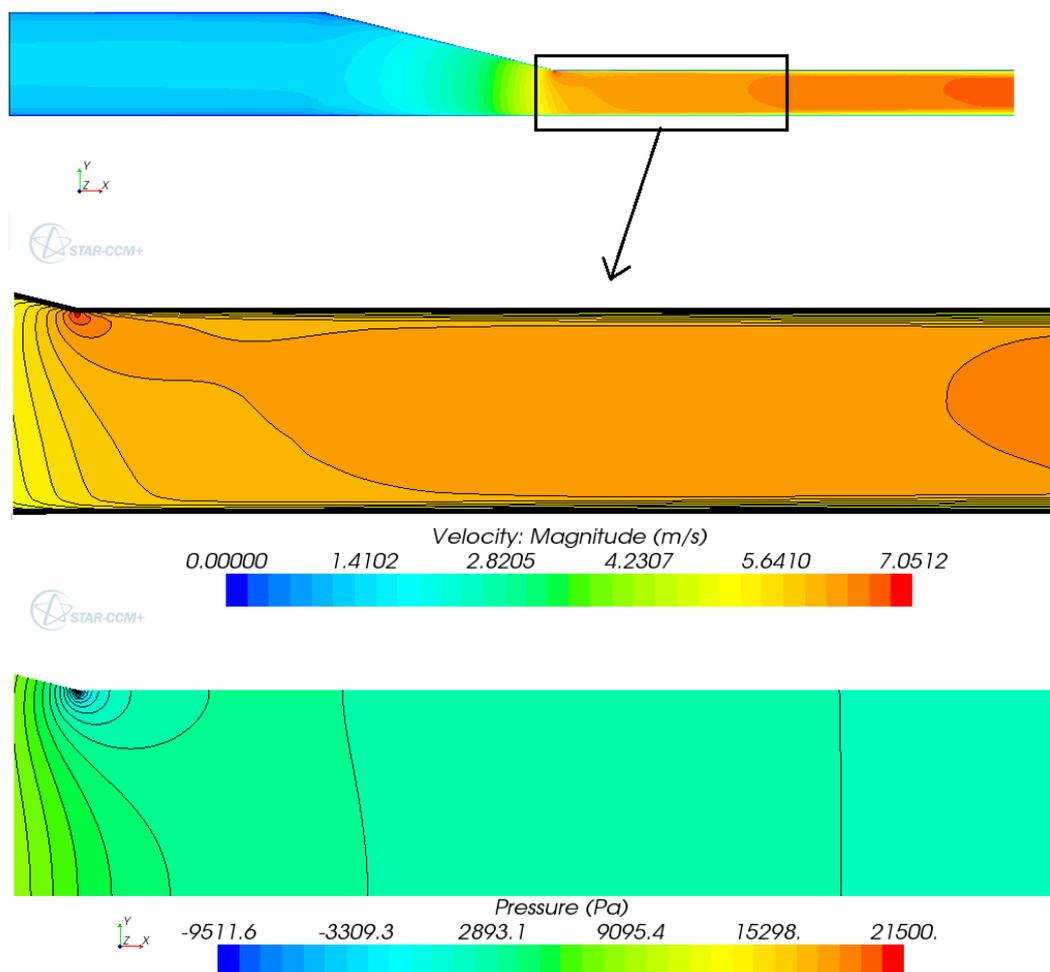


Abbildung 6.57: Darstellung von Geschwindigkeits- und Druckkonturen

Aufgrund der exzentrischen Geometrieausführung erfolgt nach der Düse eine gewisse Störung. Um das Ausmaß und das Abklingverhalten der nach der exzentrischen Düse vorliegenden Störung unter stationären Strömungsverhältnissen zu identifizieren, sind die im Unterkapitel 3.3.3 eingeführten  $K$ -Parameter auf vier Querschnittsflächen des DN 25 Rohres numerisch ermittelt worden. Anhand der  $K_a$ -Verläufe entlang der Rohrachse auf den jeweiligen Querschnittsflächen (siehe Abbildung 6.58 oben) kann deutlich entnommen

werden, dass unmittelbar am Austritt der Düse die maximale Störung bei  $x=0D$  vorliegt. Die Störung klingt jedoch schnell ab. Nachdem der  $K_a$ -Wert etwa bei der Position  $x=2,5D$  ein Minimum erreicht, nimmt der  $K_a$ -Wert wiederum minimal zu. Die Zunahme des  $K_a$ -Wertes entspricht einer resultierenden Schwerpunktsverschiebung des Massenstromes  $\dot{m}$  entlang der  $y$ -Koordinate bezüglich der Rohrachse von etwa  $y_s = 0,05mm$ , was vernachlässigbar klein ist. Die geringfügige Zunahme des  $K_a$ -Wertes deutet darauf hin, dass das axiale Geschwindigkeitsprofil einer ständigen Änderung unterliegt. Die  $K_u$ -Verteilung (siehe Abbildung 6.58 unten) zeigt, dass aufgrund der exzentrischen Durchströmung der Energieinhalt des Fluids pro Fläche am Reduziereraustritt ein maximum erreicht, wobei im nachfolgenden Nachlauf im DN 25 Rohrteil ein stetiges Abklingen erfolgt.

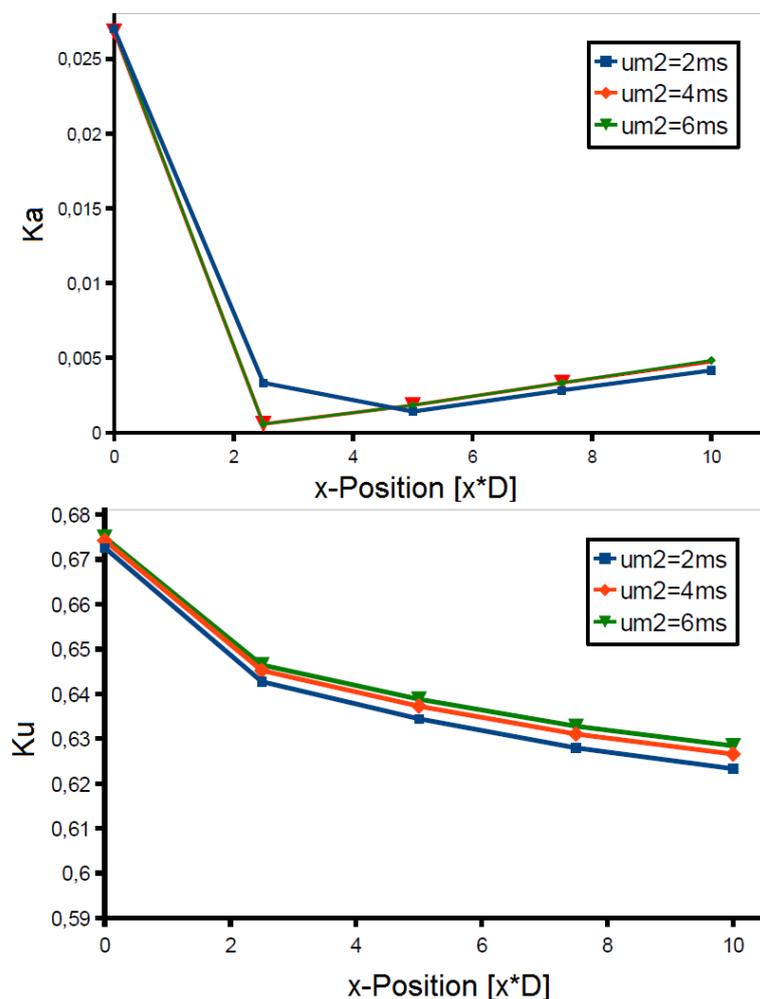


Abbildung 6.58:  $K_a$ - und  $K_u$ -Verteilungen

Die Abbildung 6.59 zeigt, wie sich die axialen Geschwindigkeitsprofile, die jeweils entlang der mittleren  $y$ -Koordinate auf den jeweiligen Querschnittsflächen in Abhängigkeit von der  $x$ -Position bei  $u_{m2} = 2 \frac{m}{s}$  dargestellt worden sind, ändern. Hier kann eine gewis-

se Analogie zu einem Strömungssystem hergestellt werden, wo Fluid von einem großen Behälter in eine kleinere Rohrleitung einfließt und folglich am Rohreintritt sich eine gleichmäßig verteilte Geschwindigkeitsverteilung ergibt. Am Eintritt des DN 25 Rohrteils bekommt das Fluid die Möglichkeit, sich neu über dem kleineren Rohrquerschnitt zu verteilen. Aufgrund der Strömungsbeschleunigung wird die Grenzschicht dünner, was der Grund dafür ist, dass das Geschwindigkeitsprofil flacher verformt wird, da das Geschwindigkeitsprofil nur innerhalb der Grenzschicht einer Änderung unterliegt. Im DN 25 Rohrteil beginnt wiederum die Grenzschicht zu wachsen, wodurch die Front des Geschwindigkeitsprofils langsam zum turbulenten Profil übergeht.

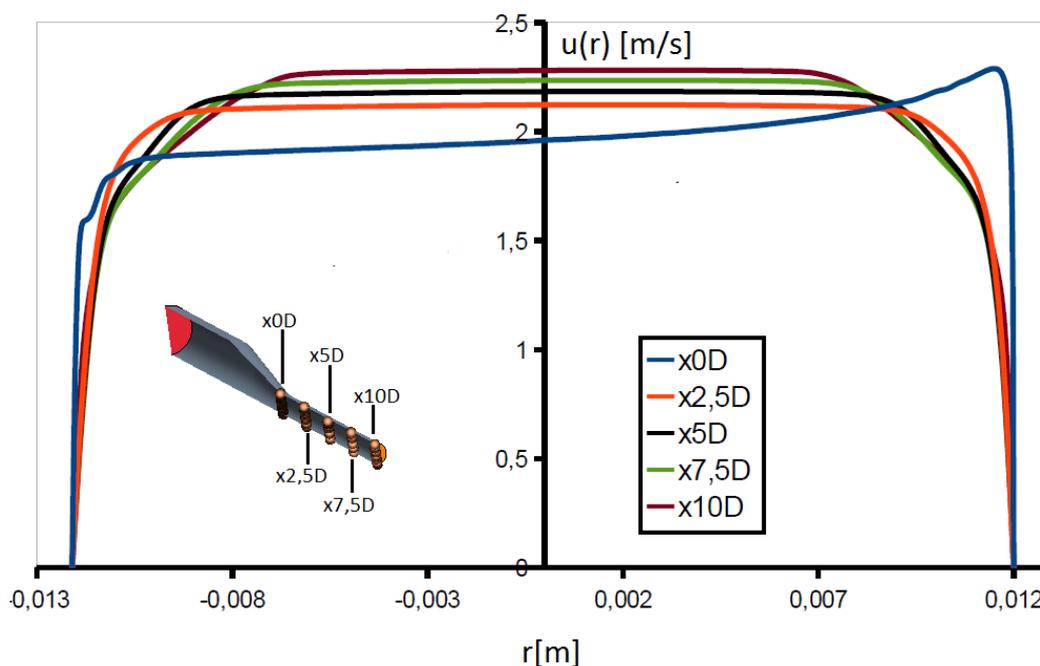


Abbildung 6.59: Axiale Geschwindigkeitsprofile im DN 25 Rohrabschnitt

Bei Betrachtung der Geschwindigkeitskonturen, wobei die Konturen die axiale Strömungsgeschwindigkeit von  $6 \frac{m}{s}$  bis zur korrespondierenden maximalen Strömungsgeschwindigkeit anzeigen, wird die minimale Änderung des Geschwindigkeitsprofils ersichtlich (siehe Abbildung 6.60), die für die Änderung des  $K_a$ -Wertes beiträgt.

Die  $K_w$  und  $K_{\omega_x}$  Verteilungen deuten darauf hin, dass bei dieser Durchströmung keine Störung in der tangentialen Ebene vorhanden sei. Doch bei Betrachtung der  $|K_{vdev}|$  und  $|K_{wdev}|$  Parameter wird deutlich (siehe Abbildung 6.61), dass aufgrund des Vorhandenseins von  $v$ - und  $w$ -Geschwindigkeitskomponenten eine Tangentialgeschwindigkeit in den jeweiligen Querschnittsflächen vorhanden ist, was auch die Visualisierung in *Starccm+* bestätigt. Es wird eine von null verschiedene Tangentialgeschwindigkeitsverteilung in den

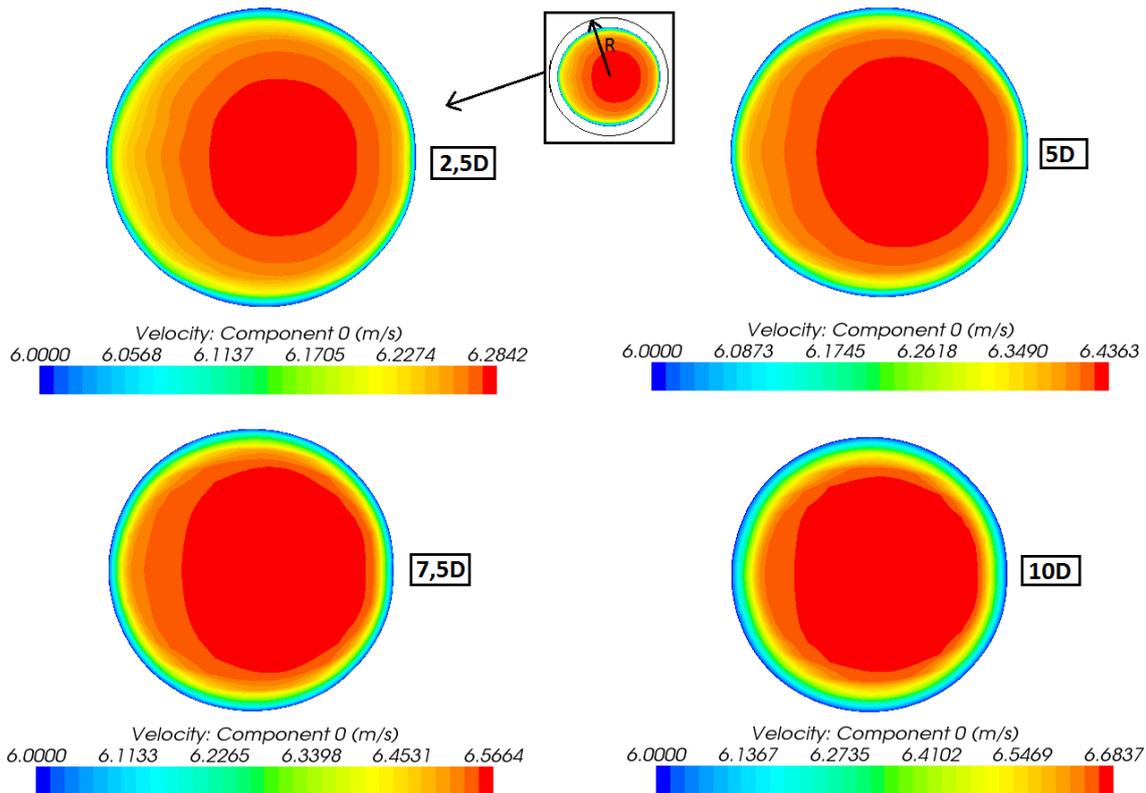


Abbildung 6.60: Geschwindigkeitskonturen an den unterschiedlichen Querschnittsflächen

jeweiligen Querschnittsflächen festgestellt. Es soll hier noch einmal betont werden, dass hier die Tangentialgeschwindigkeit nach Definition (3.64) betrachtet und herangezogen wird, was sowohl in *Starccm+* als auch in *Fluent* als Variable zur Verfügung steht. Diese Funktion nach Gleichung (3.64) ist eine punktsymmetrische Funktion, die abhängig von der Ausrichtung der Achse ist.

Um der Frage nachzugehen, warum eine solche Diskrepanz zwischen Simulationsergebnis und den ermittelten Parametern entsteht, sind die Tangentialgeschwindigkeitsverteilungen genauer untersucht worden. Anhand der Tangentialgeschwindigkeitskonturen kann eine punktsymmetrische Verteilung erkannt werden. Der Grund für die quasipunktsymmetrische Tangentialgeschwindigkeitsverteilung rührt zum einen daher, dass durch die Modellierung der Reynolds-Spannungsterme als Ergebnis ein zeitgemittelt turbulenten Strömungsfeld erhalten wird, das bei einer einseitig erzeugten Asymmetrie zu einer zur Meridianebene symmetrischen Geschwindigkeits- und Druckverteilung führt. Dies führt zu einer zur Meridianebene symmetrischen Verteilung der x-Vortizitäten  $\omega_{xi}$  mit entgegengesetztem Vorzeichen, wodurch sich der Integrand des  $K_{\omega_x}$ -Parameters bei der Integration aufhebt. Zum anderen verfügt die Tangentialgeschwindigkeitsverteilung bezüglich der Rohrachse über ein entgegengesetztes Vorzeichen, was durch die Eigenschaft der Punktsymmetrie der Definition zum Vorschein kommt. Aufgrund dieser Ge-

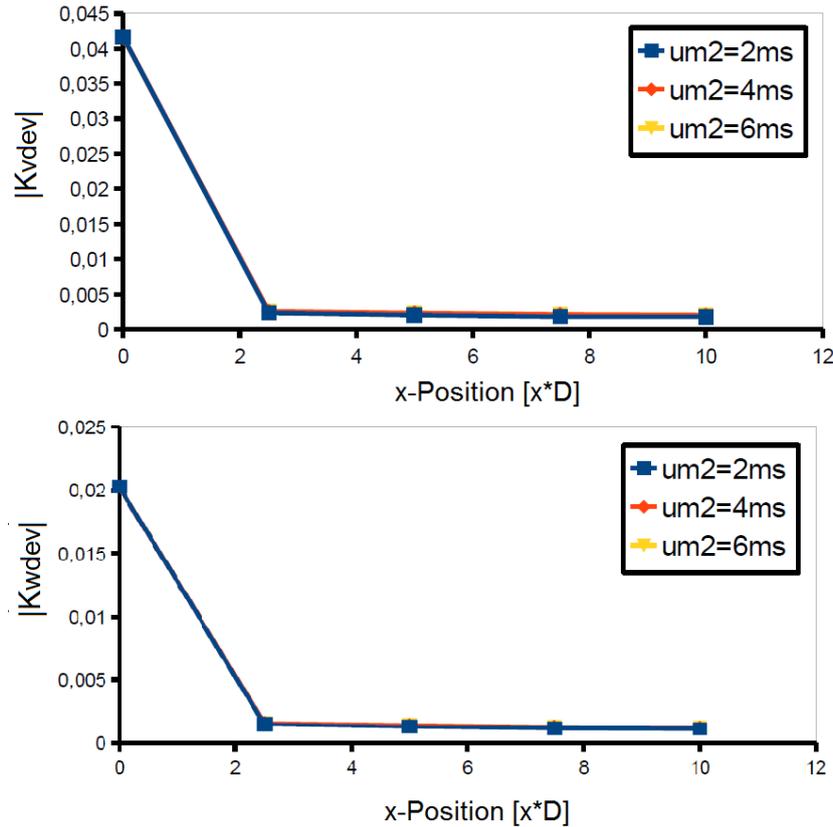
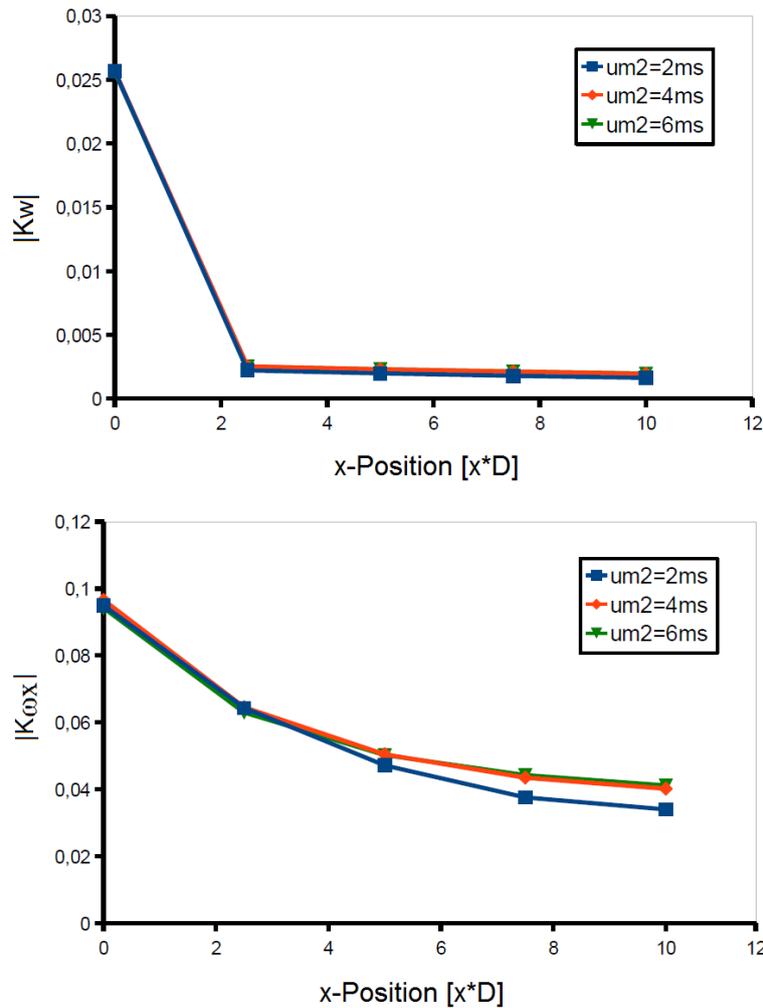


Abbildung 6.61: Darstellung der  $|K_{vdev}|$  und  $|K_{wdev}|$ -Parameter im Nachlaufrohr

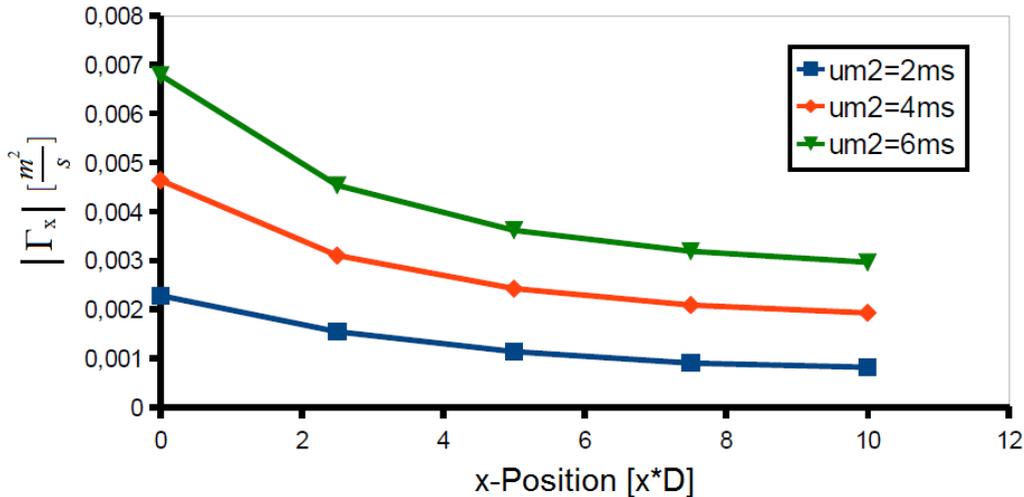
gebenheiten entsteht folglich beim Vorliegen einer schwächeren Asymmetrie des axialen Geschwindigkeitsprofils auch eine quasi-punktsymmetrische Verteilung des Integranden des  $K_w$ -Parameters, wodurch durch Integration über der jeweiligen Querschnittsfläche sich der Integrand nahezu vollständig aufhebt. Falls jedoch eine sehr starke Asymmetrie in der Strömung vorliegen würde, so könnte dieser Integrand eine asymmetrischere Verteilung bekommen. Denn im  $K_w$ -Parameter ist die Axialgeschwindigkeit  $u$  gekoppelt an die Tangentialgeschwindigkeit  $W$ .

Um eine Kennzahl zu erhalten, die unter Berücksichtigung dieses Modellierungsumstandes auf die Existenz einer gewissen Störung in der tangentialen Ebene hindeutet, sind die Definitionen für  $K_w$  und  $K_{\omega_x}$  modifiziert worden. Diese Modifikation ist bereits bei den Parametern  $K_{vdev}$  und  $K_{wdev}$  als Folge dieser Problematik der gegenseitigen Kompensation des Integranden durchgeführt und in Abbildung 6.61 veranschaulicht worden. Der Integrand wird hierbei mit einem Betrag versehen, wodurch sogenannte *gefilterte Kennzahlen* entstehen, die jegliche gegenseitige Kompensation des Integranden bei der Integration über dem jeweiligen Querschnitt verhindern. Die nächste Abbildung stellt die Verläufe dieser neuen Kennzahlen  $|K_w|$  und  $|K_{\omega_x}|$  dar:

Abbildung 6.62:  $|K_w|$  und  $|K_{\omega_x}|$ -Verteilungen

Aus der Abbildung 6.62 (oben) kann die rapide Abnahme des  $|K_w|$ -Parameters bis  $x=2,5D$  erkannt werden. Ab  $x=2,5D$  erfolgt eine minimale Abnahme der Tangentialgeschwindigkeit. Die  $|K_{\omega_x}|$ -Verteilung hingegen weist über einen stetig abfallenden Charakter, was hier das Abklingverhalten besser repräsentiert. Folglich kann durch die Erfassung aller Vortizitäten um die x-Achse in den jeweiligen Querschnittsflächen hier eine bessere Identifikation des Abklingverhaltens gewonnen werden. Die Abbildung 6.63 stellt die bei den jeweiligen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten ermittelte dimensionbehaftete  $|\Gamma_x|$ -Verteilung dar, die in der Definition für  $|K_{\omega_x}|$  auftaucht und auf keine Konstante bezogen wird.

Es wird deutlich, dass bei Betrachtung dieser dimensionsbehafteten Kennzahl die einzelnen Kurvenverläufe bei den jeweiligen Strömungsgeschwindigkeiten nicht mehr zusammenliegen. Folglich kann erkannt werden, dass die Störung in der tangentialen Ebene bei der maximalen mittleren Strömungsgeschwindigkeit auch maximal ist.

Abbildung 6.63:  $|\Gamma_x|$ -Verteilung

Momentane Betrachtungen von tangentialen Profilen in einer realen turbulenten Strömung ergeben jedoch trotz symmetrischer Zuströmbedingungen eine asymmetrische Tangentialgeschwindigkeitsverteilung aufgrund der Fluktuationen im Strömungsfeld. Folglich würden Messungen z.B. mittels LDA (bis zu 100Hz) eine von null verschiedene  $K_w$ -Zahl unter gleichen Strömungsbedingungen ergeben. Aufgrund der hochfrequenten Abtastrate des Geschwindigkeitsprofils in einer LDA-Messung erhält die Messung einen lokalen Charakter, wodurch asymmetrisch verteilte Tangentialprofile zum Vorschein kommen. Nach [43] wird auch berichtet, dass bei Wahl von sehr kleinen Messzeiten *unruhige Profile* resultieren.

Die nächsten Untersuchungen beziehen sich auf die in Abbildung 6.54 dargestellte Konfiguration B, wobei hier instationäre Berechnungen an der Referenzkonfiguration des Wirbelzählers (am Rechnernetz MXR) durch Einlesen des gestörten Strömungsprofils am Eintritt des Einlaufrohres mit unterschiedlichen Längen vor dem Wirbelzähler durchgeführt worden sind. Die Einstellungen in den instationären Berechnungen sind die gleichen wie die Einstellungen der durchgeführten Wirbelzählerberechnungen mit Wasser, die im Unterkapitel 6.1.1 geschildert worden sind. Beim Einlesen der gestörten Strömungsprofile am Eintritt der Konfiguration B sind alle Geschwindigkeitskomponenten  $u$ ,  $v$  und  $w$  spezifiziert worden. Die ermittelten Wirbelablösefrequenzen  $f$  in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m$  sind in der nächsten Abbildung 6.64 dargestellt.

Wie aus diesen Kurvenverläufen zu erkennen ist, wird bei der Einlaulänge  $L_E = 0D$  zum Wirbelzählereintritt ein nicht-linearer Frequenzverlauf ermittelt. Wenn der Fall mit der Einlaulänge  $L_E = 10D$  hier als Referenzfall betrachtet wird, so wird deutlich, dass

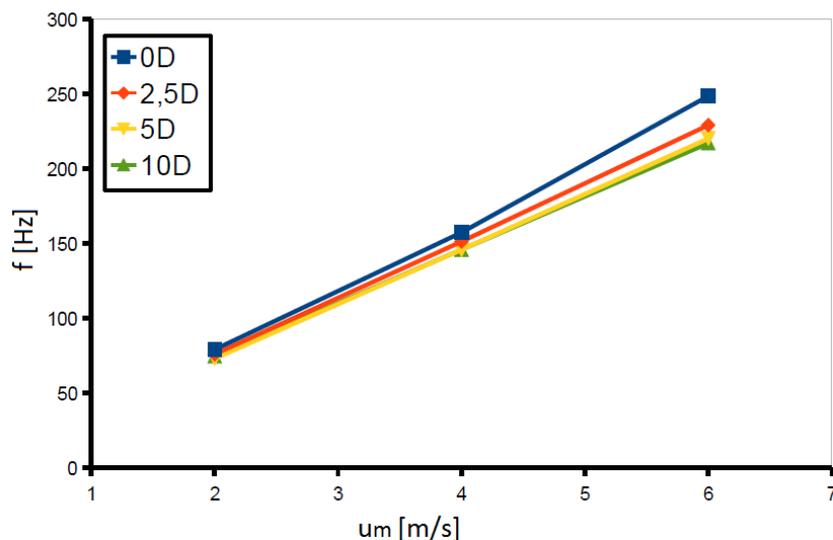


Abbildung 6.64: Darstellung der Wirbelablösefrequenzen in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit

die Abweichung mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit größer wird, was bei Betrachtung des Parameters  $|\Gamma_x|$ , was in der oberen Abbildung 6.63 im Nachlaufrohr in der exzentrischen Düse ermittelt worden ist, logisch ist. Bei größeren mittleren Strömungsgeschwindigkeiten ist die Intensität der Störung sowohl in der tangentialen als auch in der axialen Ebene größer, wodurch auch größere Abweichungen bei kleiner werdender Einlaufänge entstehen. Bei Betrachtung der Kurvenverläufe bei  $L_E = 2,5D$ ,  $L_E = 5D$  und  $L_E = 10D$  sind die ermittelten Frequenzverläufe nahezu linear. Diese quasi linearen Verläufe machen bei Betrachtung der ermittelten  $K_a$ ,  $|K_w|$  und  $|K_{\omega_x}|$  Parameter sinn und sind folglich logisch, da anhand dieser K-Parameter festgestellt worden ist, dass die größte Störung bis  $2,5D$  im Nachlaufrohr der exzentrischen Düse abgebaut wird und bis auf einen kleinen Wert fällt. Folglich wird die Störung bei  $L_E = 0D$  spürbar, jedoch nur bei größeren Strömungsgeschwindigkeiten.

### 6.3.3 Untersuchung des Strömungsfeldes eines DN 25 Kugelventils bei unterschiedlichen Öffnungswinkeln

Kugelventile werden in industriellen Vorrichtungen häufig eingesetzt, um den Volumenstrom bzw. den Massenstrom in einem Rohrleitungssystem zu begrenzen und zu kontrollieren. In diesem Abschnitt wird das Strömungsfeld von einem DN 25 Kugelventil bei unterschiedlichen Öffnungswinkeln untersucht. Die Abbildung 6.65 stellt das in *Starccm+* erzeugte Rechennetz für die Konfiguration bei einem Öffnungswinkel von  $30^\circ$  dar.

Aufgrund der komplexen geometrischen Ausführung des Kugelventils ist die Netzgenerierung basierend auf 3-D Geometriemodellen mit *Starccm+* durchgeführt worden. Die 3-D

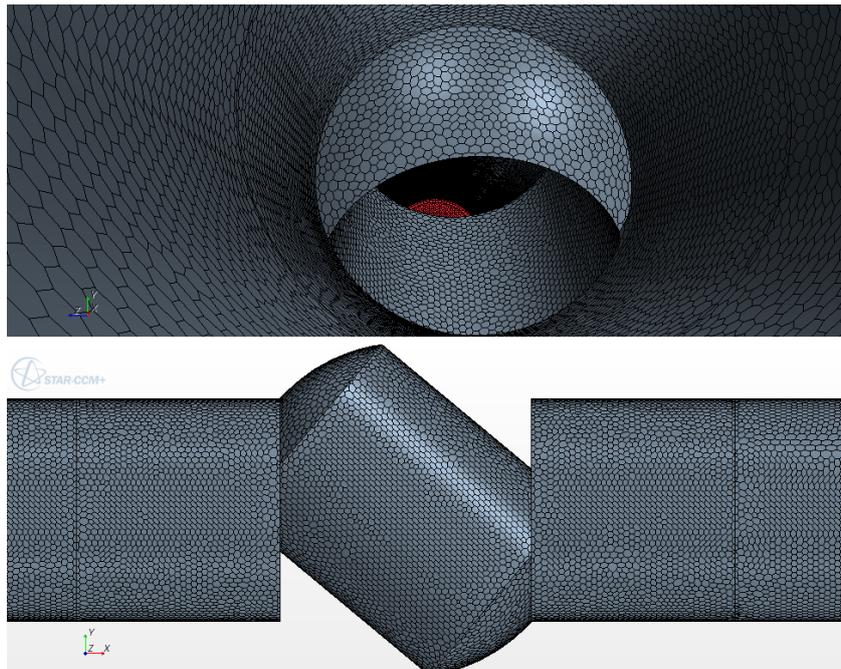


Abbildung 6.65: Rechennetz für das Kugelventil beim Öffnungswinkel  $30^\circ$

Geometriemodelle sind in [53] erzeugt worden. Bei der Netzgenerierung ist ein Polyeder-netz verwendet worden, wobei die Wandoberfläche mittels einer prismatischen Zellschicht erfasst worden ist.

Die Untersuchung einer solchen Konfiguration in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel ist in der Hinsicht interessant, dass das Verhalten der Strömung bezüglich der Stationarität bzw. Instationarität besser untersucht bzw. beobachtet werden kann. Wie aus der Abbildung 6.65 zu entnehmen ist, verfügt das geöffnete Kugelventil im inneren über eine komplexe dreidimensionale Geometrie, was einen Hinweis darauf gibt, dass instationäre Effekte aufgrund der dreidimensionalen geometrischen Ausführung der inneren Umströmungskante initiiert bzw. begünstigt werden könnten. Es wird hier wiederum auf das Medium Wasser beschränkt, wobei die Berechnungen nur bei einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 4 \frac{m}{s}$  durchgeführt worden sind, da die dimensionslosen Parameter bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten ähnliche Kurvenverläufe liefern. Dieses Kenntnis ist auf den Vergleich zwischen den Parametern  $|K_{\omega_x}|$  und  $|\Gamma_x|$  im vorherigen Abschnitt bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten zurückzuführen.

Die durchgeführte Untersuchung kann hier in zwei Teile unterteilt werden. Im ersten Teil der Untersuchung sind die unterschiedlichen Konfigurationen bei jeweils unterschiedlichen Öffnungswinkeln gleichmäßig mit Polyederzellen gefüllt worden. Dabei sind hier alle Berechnungen unter Verwendung des stationären Modells durchgeführt worden und

auf diese Weise die K-Parameter im 10D langen Nachlaufrohr bei unterschiedlichen Querschnittsebenen ermittelt worden (siehe [69]). Anhand der Residuen in den stationären Berechnungen ist beobachtet worden, dass bei zunehmendem Öffnungswinkel schwieriger Konvergenz erreicht wird, was bedeutet, dass die Residuen einer gewissen Schwankung bei größeren Werten unterliegen. Dies rührt hauptsächlich daher, dass bei einer Konfiguration mit vergrößertem Öffnungswinkel eine stärker ausgeprägte einseitig umströmte Strömung entsteht, die aufgrund der auftretenden Strömungsablösung mit instationären Effekten verknüpft ist. Wie im Unterkapitel 4.1 behandelt worden ist, können auftretende instationäre Effekte trotz der Wahl des stationären Modells berücksichtigt werden, da dann jeder Iterationsschritt wie ein Pseudo-Zeitschritt wirken kann. Dies ist auch der Grund für die auftretenden Schwankungen in den Residuen bei höheren Werten. Aufgrund der auftretenden Instationarität sind für die Konfigurationen ab einem Öffnungswinkel von  $30^\circ$  instationäre Berechnungen mit einem Zeitschritt von  $\Delta t = 10^{-4}s$  durchgeführt worden, was in diesem Abschnitt den zweiten Teil der Untersuchung darstellt. Dabei sind einige der K-Parameter in Abhängigkeit von der Zeit ermittelt worden, wobei es sich um zeitgemittelte K-Parameter handelt. Nach Durchführung dieser beiden Untersuchungen kann vermutlich die Unterschiede herausgefunden werden, die bei Wahl des stationären und instationären Modells entstehen können. Folglich soll hier auch unter anderem folgende Frage beantwortet werden: **Lieferrn die stationären Berechnungen, in denen instationäre Effekte auftreten, verlässliche Ergebnisse?**

Bei den instationären Berechnungen sind die Rechennetze so geändert worden, dass der mittlere Rohrbereich des Nachlaufrohres feiner mit Zellen aufgelöst worden ist. Der Grund für die feinere Auflösung des Bereiches der Rohrmitte ist das Auftreten einer starken Änderung bezüglich der Tangentialgeschwindigkeit hinsichtlich des Vorzeichens. Eine feinere Auflösung der Rohrmitte würde die auftretende Singularität in der Rohrmitte besser erfassen. Die nächste Abbildung 6.66 stellt die beiden Rechennetze zusammen, wobei oben das gleichmäßig mit Polyederzellen gefüllte Rechennetz abgebildet ist und unten das Rechennetz mit der feineren Auflösung in der Rohrmitte dargestellt ist.

Wie einige der ermittelten K-Parameter unter Verwendung des stationären Modells im 10D langen Nachlaufrohr aussehen, wird in den Abbildungen 6.67, 6.68 und 6.69 zusammengestellt. Anders als beim exzentrischen Reduzierer sind die ermittelten  $K_w$ -Zahlen verschieden von null (siehe Abbildung 6.68 oben), was auf eine dreidimensionale und starke asymmetrische Störung hindeutet. Aufgrund der dreidimensionalen Struktur der Umströmungskante im inneren des Kugelventils wird eine stärkere Asymmetrie erzeugt, weswegen  $y_s \neq 0$  und  $z_s \neq 0$  sind. Es ist leicht einzusehen, dass die Asymmetrie in der Strömung mit zunehmendem Öffnungswinkel auch größer wird, da dann eine größere

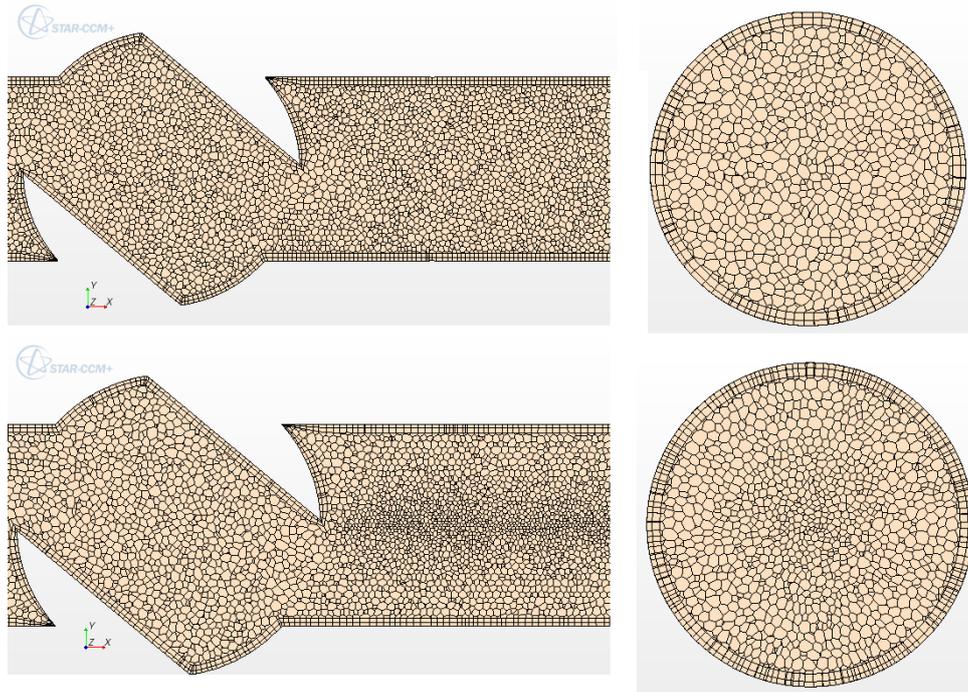
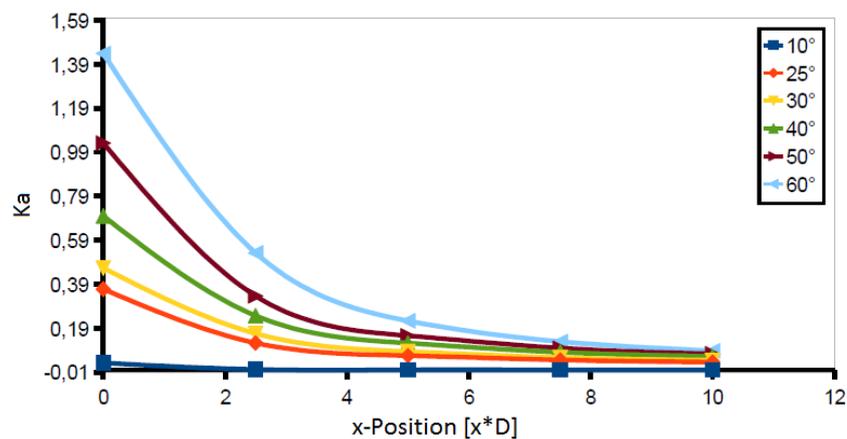
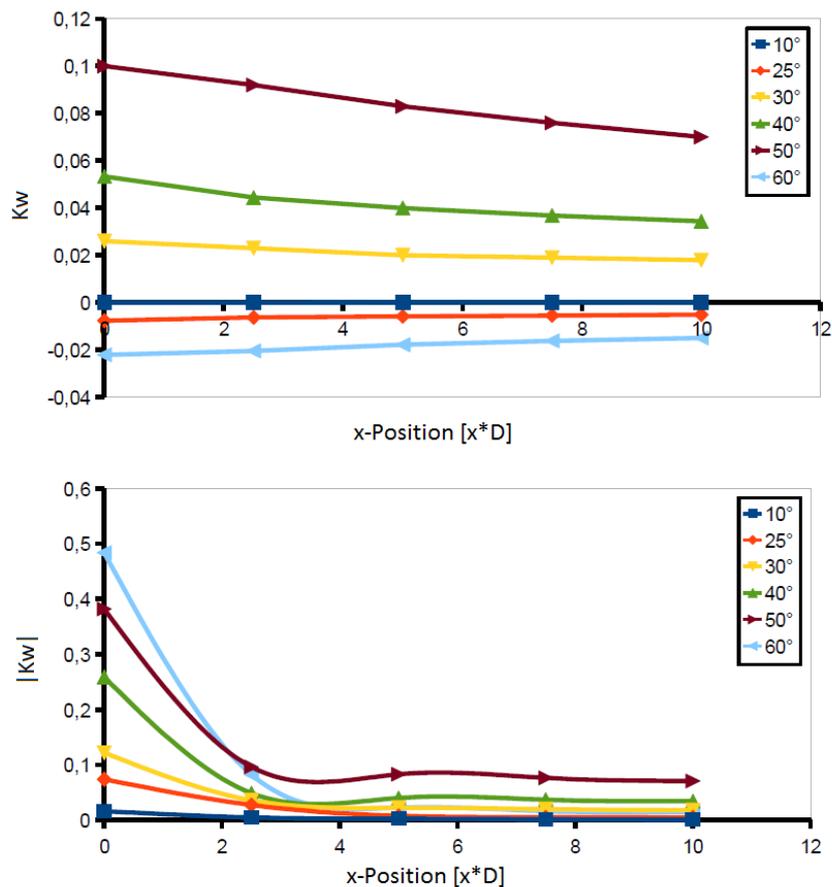


Abbildung 6.66: Zusammenstellung der erzeugten beiden Polyedernetze

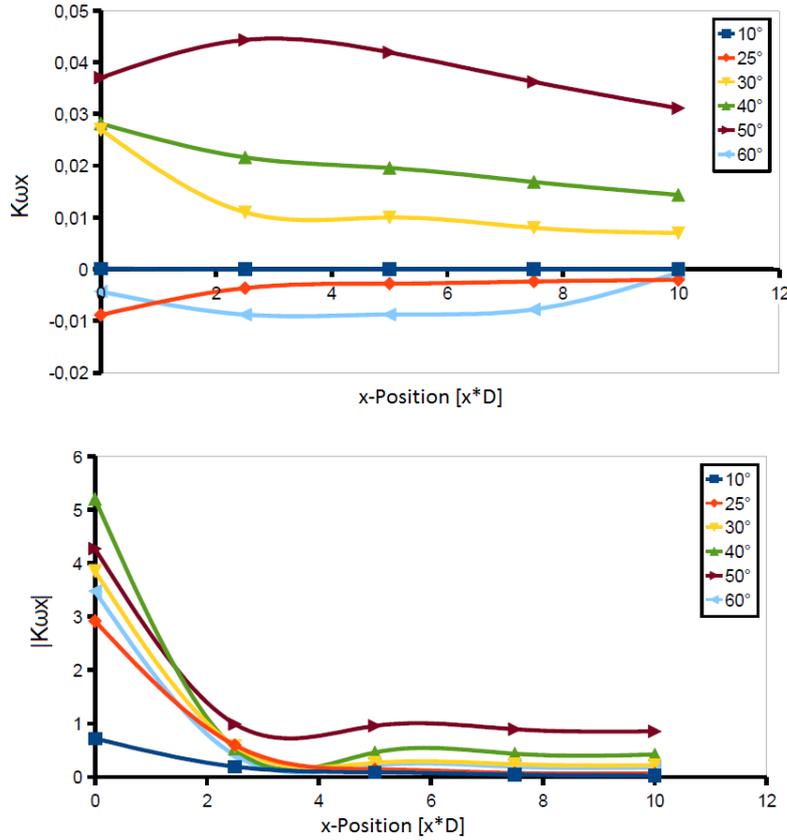
Strömungsablösung zum Vorschein kommt. Es wird bezüglich der  $K_a$ -Verläufe ein exponentielles Abklingverhalten beobachtet (siehe Abbildung 6.67).

Abbildung 6.67:  $K_a$ -Verläufe im 10D langen Nachlaufrohr

Bei der Ermittlung der  $K_w$ -Zahlen im Nachlauf des Kugelventils ist festgestellt worden, dass die  $K_w$ -Verläufe über unterschiedliche tendenzielle Verläufe und verschiedene Vorzeichen verfügen (siehe Abbildung 6.68 oben). Dies ist durch die gegenseitige Kompensation des Integranden, der eine gekoppelte Abhängigkeit zwischen der Tangentialgeschwindigkeitsvariablen  $W$  und der axialen Strömungsgeschwindigkeit  $u$  aufweist, bei

Abbildung 6.68:  $K_w$ - und  $|K_w|$ -Verläufe im 10D langen Nachlaufrohr

der Integration bedingt. Bei der Konfiguration mit einem Öffnungswinkel von  $60^\circ$  ist die größte tangentielle Störung zu erwarten. In der Abbildung 6.68 wird jedoch anhand des  $K_w$ -Parameters ersichtlich, dass der betragsmäßige Wert von  $K_w$  beim Öffnungswinkel von  $60^\circ$  kleiner ist als bei  $40^\circ$  und  $50^\circ$ . Die Ermittlung von  $|K_w|$  ergibt jedoch einen nahezu tendenziell korrekten Verlauf (siehe Abbildung 6.68 unten). Auch für den Parameter  $K_{\omega_x}$  werden hier von null verschiedene Werte erhalten, was durch die voll dreidimensionale innere Umströmung verursacht wird (siehe Abbildung 6.69 oben). Jedoch verfügen die Kurvenverläufe über tendenziell nicht brauchbare und in sich nicht logische Verläufe. Ein tendenziell korrekter Kurvenverlauf kann jedoch im Gegensatz zum Parameter  $|K_w|$  auch durch Ermittlung des gefilterten Parameters  $|K_{\omega_x}|$  nicht erreicht werden (siehe Abbildung 6.69 unten), weil dieser Parameter in seiner Definition von der axialen Strömungsgeschwindigkeit  $u$  entkoppelt ist und folglich den Zustand des Öffnens des Kugelventils mathematisch nicht berücksichtigen kann. Dieser Parameter kann nach seiner Definition nur die Änderungen der Strömungsgeschwindigkeitskomponenten  $v$  und  $w$  in den einzelnen Querschnittsebenen erfassen, was auch im nächsten anhand der Definition für  $|K_{\omega_x}|$  noch einmal veranschaulicht wird (siehe Gleichung (6.7)).

Abbildung 6.69:  $K_{\omega_x}$ - und  $|\kappa_{\omega_x}|$ -Verläufe im 10D langen Nachlaufrohr

$$|K_{\omega_x}| = \frac{\iint_A |\omega_x| dA}{u_m \cdot R} = \frac{|\Gamma_x|}{u_m \cdot R} = \frac{\iint_A \left| \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right| \cdot dA}{u_m \cdot R} \quad (6.7)$$

Da dieser Parameter die durch den vergrößerten Öffnungswinkel zugenommene Strömungsgeschwindigkeit nicht berücksichtigen kann, muss hier der Zustand der Öffnung des Kugelventils in die Definition dieses Parameters indirekt eingebunden werden. Es ist Tatsache, dass beim Kugelventil durch Vergrößerung des Öffnungswinkels ein sogenannter *Blockage Effect* aufgrund der verkleinerten inneren Durchströmungsfläche auftritt. Folglich ist es sinnvoll, beim Parameter  $|\kappa_{\omega_x}|$  die bezogene charakteristische Länge, die ja bisher dem konstanten Wert des Rohrradius  $R$  entspricht, auf eine variable charakteristische Länge  $R^*$  der Durchströmungsfläche zu ändern (siehe Abbildung 6.70). Auf diese Weise kann indirekt der Zustand der Öffnung des Kugelventils von diesem Parameter berücksichtigt werden. Folglich entsteht ein neuer Parameter mit der Bezeichnung  $|\kappa_{\omega_{b,x}}|$ , dessen Definition wie folgt geschrieben werden kann:

$$|K_{\omega_x}| = \frac{\iint_A |\omega_x| dA}{u_m \cdot R} = \frac{|\Gamma_x|}{u_m \cdot R} \rightarrow |\kappa_{\omega_{b,x}}| = \frac{\iint_A |\omega_x| dA}{u_m \cdot R^*} \quad (6.8)$$

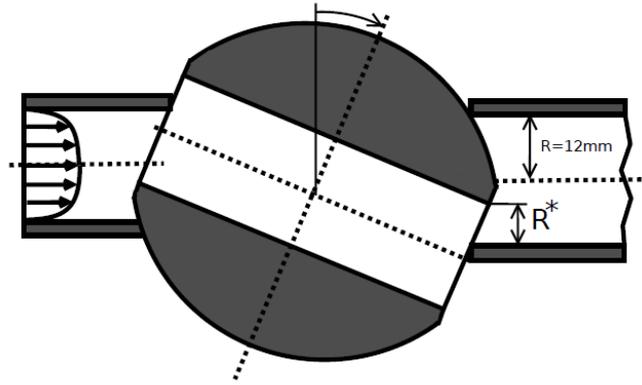


Abbildung 6.70: Darstellung des geöffneten Zustandes des DN 25 Kugelventils und der charakteristischen variablen Länge  $R^*$

Die Definition eines solchen Parameters ist folglich nur sinnvoll, wenn eine betrachtete Strömungskonfiguration als ganzes wie beim Kugelventil durch Änderung des Öffnungswinkels ändert. Die hier ermittelten  $|K_{\omega_b x}|$ -Verläufe sind in der Abbildung 6.71 dargestellt.

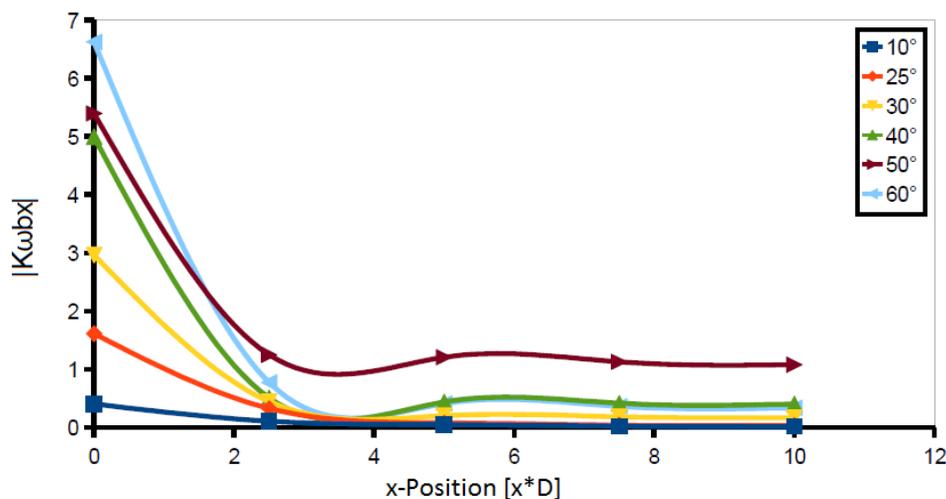


Abbildung 6.71: Darstellung des Parameters  $|K_{\omega_b x}|$

Anhand dieser Kurvenverläufe wird ersichtlich, dass bei den Öffnungswinkeln  $40^\circ$  und  $50^\circ$  eine so starke Rotation in der Strömung erzeugt wird, so dass im Nachlauf die tangentielle Störung bei diesen Konfigurationen größer ist als bei den anderen Konfigurationen.

Der zweite Teil der Untersuchung besteht aus instationären Berechnungen einiger dieser Strömungskonfigurationen. Es ist festgestellt worden, dass ab einem Öffnungswinkel von  $30^\circ$  zunehmend instationäre Effekte aufgrund der Umströmung der inneren Strömungskante des Kugelventils zum Vorschein kommen. Alle Berechnungen sind wiederum bei  $u_m =$

$4 \frac{m}{s}$  mit dem Medium Wasser durchgeführt worden, wobei diesmal auf die Öffnungswinkel  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  und  $50^\circ$  beschränkt worden ist. Die Abbildung 6.72 stellt momentane Ausschnitte der instationären Geschwindigkeitsfelder auf einer erzeugten mittleren Ebene dar. Es kann deutlich erkannt werden, dass mit zunehmendem Öffnungswinkel die Strömungsgeschwindigkeit aufgrund der verkleinerten Durchströmungsfläche lokal ansteigt.

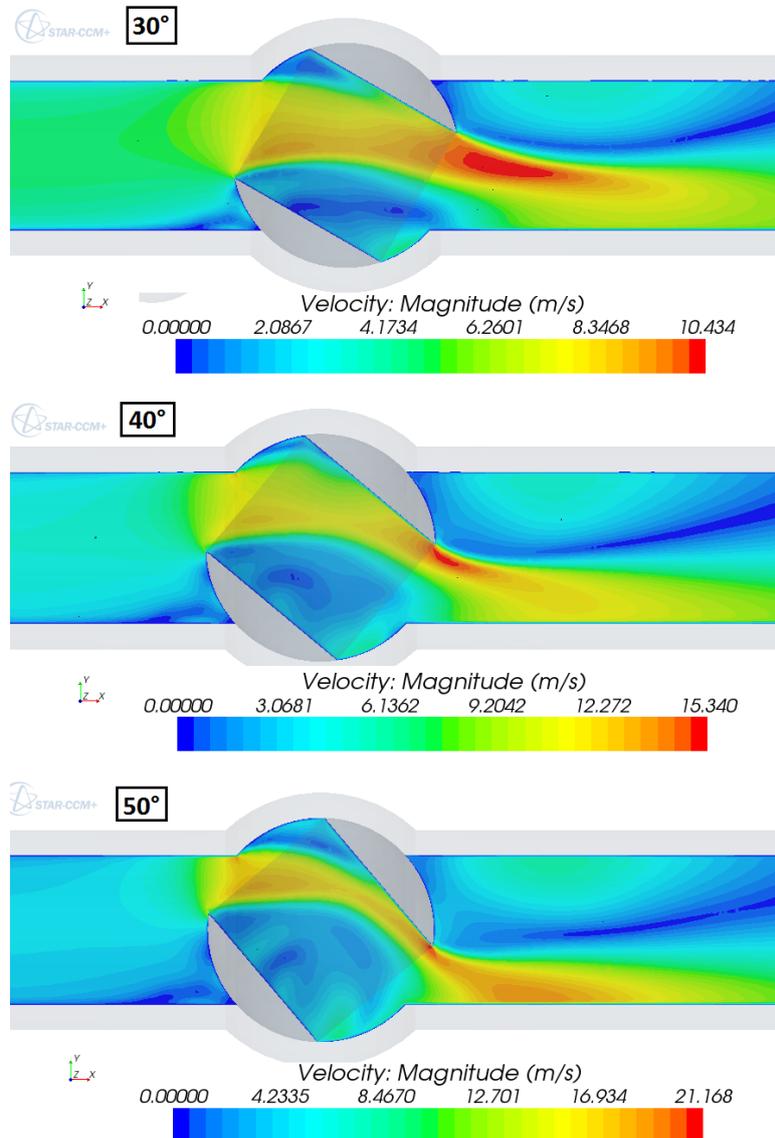


Abbildung 6.72: Darstellung der momentanen Geschwindigkeitskonturen bei verschiedenen Öffnungswinkeln

Ein anderer Grund für die Durchführung von instationären Berechnungen ist die Tatsache, dass die innere Umströmungskante, die über eine dreidimensionale Struktur verfügt, die Bildung von stark ausgeprägten Wirbelstrukturen (laminare Wirbel) in den einzelnen Querschnittsebenen initiiert und folglich die Instationarität im Strömungsfeld steigert. Folglich sind die K-Parameter in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  in den instationären Be-

rechnungen numerisch ermittelt worden. Desweiteren soll hier untersucht werden, ob die Frequenz der Störung  $f_s$  in den einzelnen Querschnittsflächen die Wirbelablösefrequenz in einem nachgeschalteten DN 25 Wirbelzähler beeinflussen könnte. Werden die Frequenzen der Änderung der Größe  $|\Gamma_x|$  in den einzelnen Querschnittsflächen im Nachlaufrohr ermittelt, so werden folgende in Abbildung 6.73 dargestellte Frequenzen in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel erhalten, wobei in dieses Diagramm als eine Referenzlinie die für den DN 25 Wirbelzähler bei  $u_m = 4 \frac{m}{s}$  charakteristische Wirbelablösefrequenz eingefügt worden ist. Falls die ermittelte Frequenz der Störung  $f_s$  in der Nähe der Wirbelablösefrequenz  $f$  liegt, so würde sich die Wirbelablösefrequenz aufgrund der Überlagerung mit der beeinflussenden Störungsfrequenz  $f_s$  ändern [68]. Dies hätte eine erhebliche Messabweichung zur Folge.

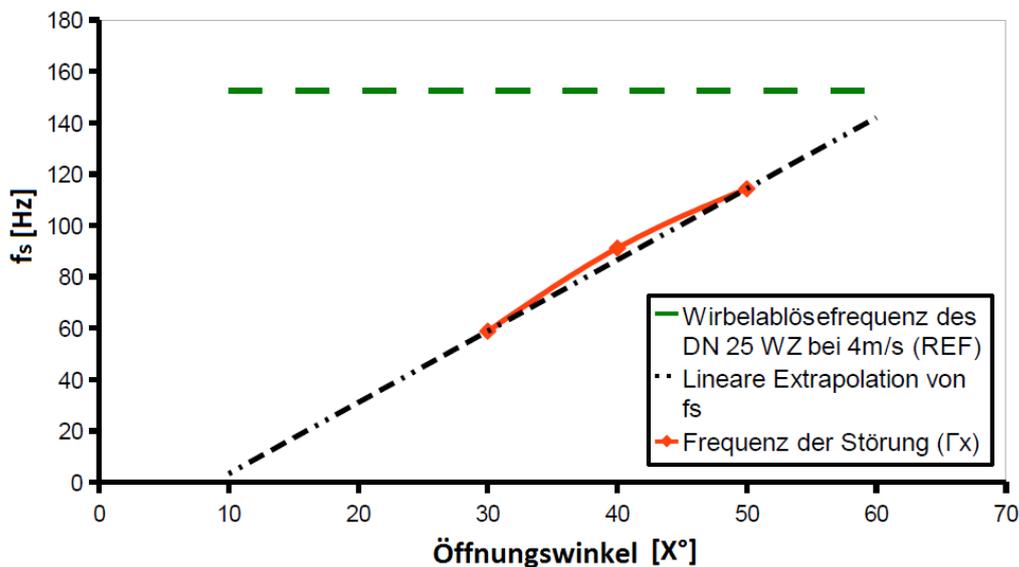


Abbildung 6.73: Darstellung der Störungsfrequenz  $f_s$  in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel

Aus dieser Abbildung kann entnommen werden, dass mit zunehmendem Öffnungswinkel die Störungsfrequenz  $f_s$  näherungsweise linear ansteigt, weswegen durch eine lineare Extrapolation die anderen Störungsfrequenzen abgeschätzt werden können. Es kann deutlich erkannt werden, dass bei einem Öffnungswinkel von  $60^\circ$  die Störungsfrequenz  $f_s$  in der Nähe der Wirbelablösefrequenz des DN 25 Wirbelzählers liegt. Folglich besteht hier die Gefahr, dass die Störungsfrequenz mit der Wirbelablösefrequenz  $f$  interferieren könnte. In den durchgeführten Untersuchungen [68] ist festgestellt worden, dass neben der Frequenz die Amplitude auch eine große Rolle spielt. In der Abbildung 6.74 sind die ermittelten  $|\Gamma_x|$ -Verläufe in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  dargestellt. Wie zu erkennen ist nimmt die Amplitude der Oszillation mit zunehmender Auslaufposition ab, weswegen der Einfluss der Störungsfrequenz  $f_s$  auf die Wirbelablösefrequenz  $f$  kleiner wird. Beim Vergleich der

Amplituden des  $|\Gamma_x|$ -Parameters mit der korrespondierenden Amplitude der Auftriebskraft  $F_A$  wird festgestellt, dass die Amplitude der schwankenden Auftriebskraft auf der Paddeloberfläche um den Faktor  $\approx 8$  größer ist. Folglich wird davon ausgegangen, dass keine Interferenz, auch wenn die Frequenzen in der gleichen Größenordnung liegen würden, auftreten würde.

Es ist festgestellt worden, dass in der Nähe der inneren Umströmungskante in den Rohrquerschnittsflächen z.B. an den Nachlaufpositionen  $x=0D$  oder  $x=2,5D$  starke instationäre Effekte zum Vorschein kommen (siehe Abbildung 6.74), wohingegen in der axialen Ebene (Meridianebene) die Strömung sich nahezu quasi-stationär verhält, was auch anhand der in der Abbildung 6.75 dargestellten zeitlichen Kurvenverläufen für  $y_s$  und  $z_s$  deutlich wird. In der Abbildung 6.74 wird ersichtlich, dass die zeitlich ermittelten Signalamplituden des  $|\Gamma_x|$ -Parameters in der Nähe der inneren Umströmungskante mit  $\geq 1\%$  (z.B. bei  $40^\circ$  und bei  $x=0D \rightarrow$  Amplitudenschwankung von  $|\Gamma_x| \rightarrow \approx 2,1\%$ ) schwanken, was einen Hinweis auf eine stärkere Instationarität gibt, wobei mit zunehmender Auslaufposition die Instationarität in der Strömung schwächer wird, was anhand der Verkleinerung der ermittelten Signalamplituden erkannt werden kann. Bei Betrachtung der zeitlichen  $y_s$  und  $z_s$ -Schwerpunktskoordinaten wird zwar eine gewisse Schwankung dieser Größen sichtbar, jedoch unterliegen die Amplituden einer Schwankung mit  $< 1\%$  (z.B. bei  $40^\circ$  und bei  $x=0D \rightarrow$  Amplitudenschwankung von  $y_s$  um den Mittelwert beträgt  $\approx 0,24\%$ ), was zu einer sehr schwachen Instationarität korrespondiert. Folglich kann gefolgert werden, dass die Strömung sich in der axialen Ebene quasi-stationär verhält, wohingegen in den jeweiligen Querschnittsebenen stärkere instationäre Effekte aufgrund der dreidimensionalen inneren Umströmung zum Vorschein kommen.

Folglich sollen hier die Parameter, die die in den einzelnen Querschnittsebenen vorliegende tangentielle Störung quantifizieren wie  $|K_w|$  und  $|K_{\omega_x}|$  unter Berücksichtigung der instationären Strömungsverhältnisse ermittelt und mit den korrespondierenden K-Parametern, die unter Verwendung des stationären Modells erzielt worden sind, verglichen werden. Auf diese Weise kann herausgefunden werden, ob die Verwendung des stationären Modells in Anwesenheit von instationären Effekten in der Strömung die Strömung korrekt erfasst. Da die  $|K_w|$ - und  $|\Gamma_x|$ -Verläufe einer gewissen zeitlichen Änderung unterliegen, müssen diese Parameter zeitgemittelt werden mit folgender allgemeingültigen Gleichung (6.9), wobei die Größe  $N$  in dieser Gleichung die Anzahl der numerisch ausgewerteten Messwerte  $K_i$ , die bei jedem Zeitschritt neu ermittelt werden, darstellt.

$$\bar{K} = \frac{\sum_i^N K_i}{N} \quad (6.9)$$

Eine Zeitmittelung des  $K_a$ - und des  $K_u$ -Parameters ist hier nicht erforderlich, da sich

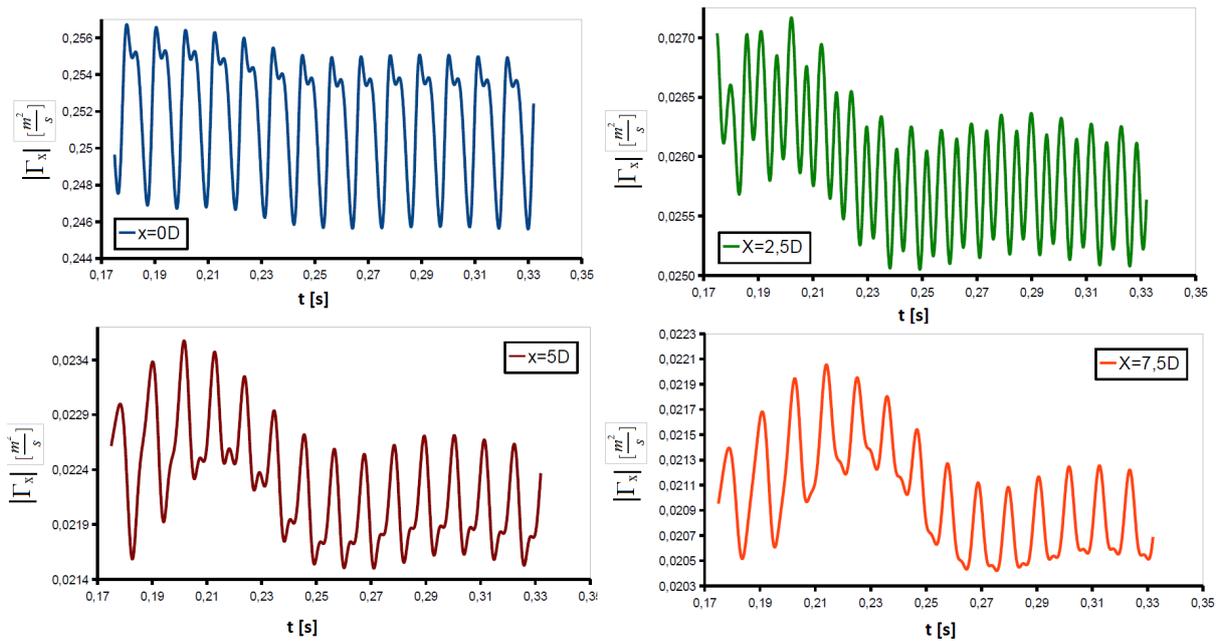


Abbildung 6.74: Zusammenstellung des numerisch ermittelten dimensionsbehafteten  $|\Gamma_x|$ -Parameters in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  bei unterschiedlichen Auslaufpositionen (Öffnungswinkel  $40^\circ$ )

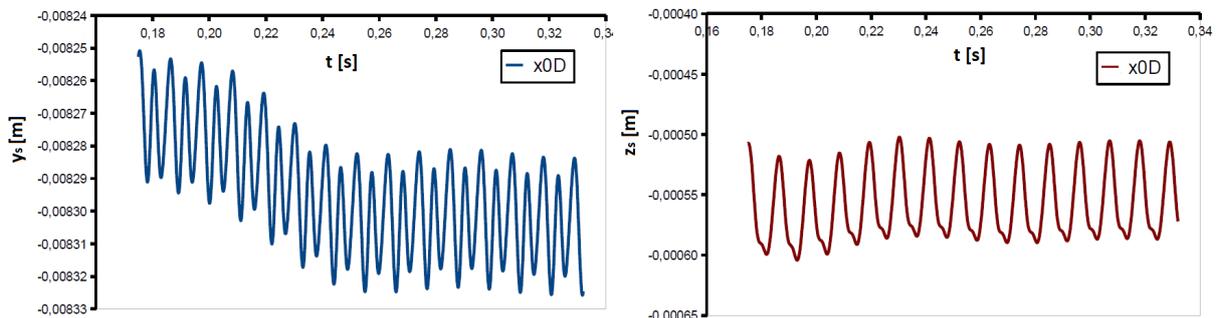


Abbildung 6.75: Darstellung der zeitlichen  $y_s$ - und  $z_s$ -Verläufe bei einem Öffnungswinkel von  $40^\circ$  und an der Auslaufposition  $x=0D$

die Strömung, wie oben festgestellt worden ist, in der axialen Ebene aufgrund der sehr kleinen Oszillation der Amplitude stationär verhält. In der nächsten Abbildung 6.76 werden jeweils bei den Öffnungswinkeln  $40^\circ$  und  $50^\circ$  die Parameter  $|K_w|$ ,  $|K_{\omega_x}|$  mit den zeitgemittelten K-Parametern  $\overline{|K_w|}$ ,  $\overline{|K_{\omega_x}|}$  zusammengestellt.

Es kann deutlich erkannt werden, dass die unter Verwendung der stationären und instationären Modelle ermittelten Parameter über eine sehr gute Übereinstimmung besitzen. Folglich liefert die Verwendung des stationären Modells richtige Ergebnisse, solange der Ausmaß der Instationarität bzw. die Frequenz oder die Amplitudenintensität der in der Strömung auftretenden Schwankungen klein ist. Wenn hochfrequente und starke Schwankungen der Strömungsgrößen in der Strömung auftreten, dann wird sicherlich die

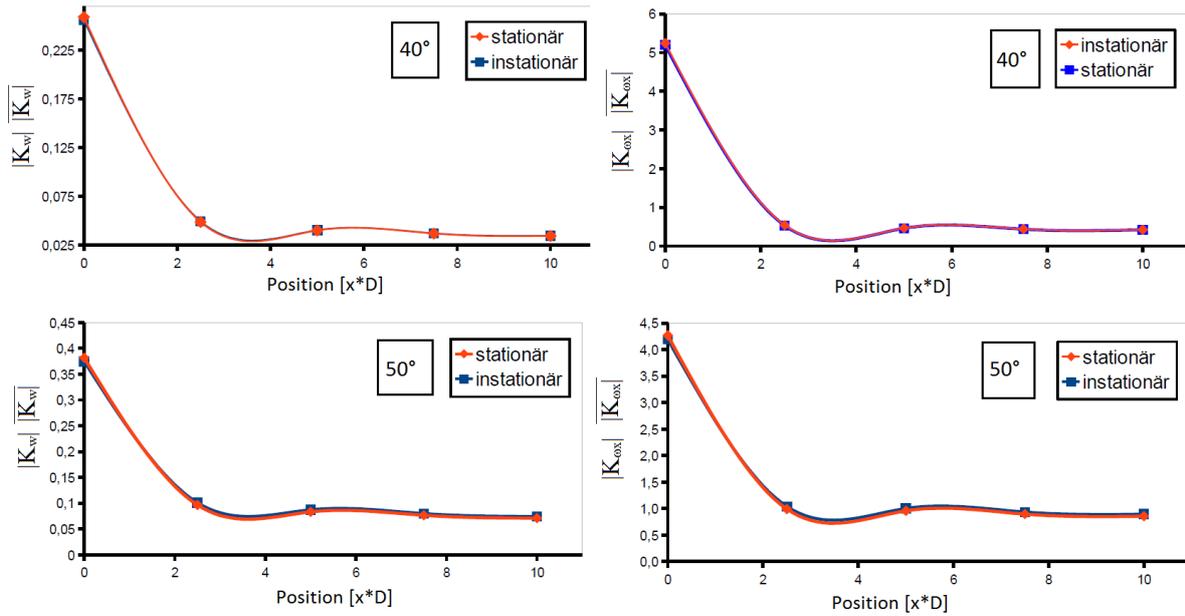


Abbildung 6.76: Vergleich der stationären und zeitgemittelten K-Parameter bei 40° und 50°

Verwendung des stationären Modells keine verlässlichen Ergebnisse liefern, da in kleinen Zeitskalen auftretende wichtige instationäre Effekte weggedämpft werden würden. Die Erfassung der starken und hochfrequenten Effekte in der Strömung erfordert eine kleine Zeitauflösung. Bei der Berechnung des instationären Strömungsfeldes von Wirbelzählern wird in Abhängigkeit von der vorliegenden mittleren Strömungsgeschwindigkeit kleine Zeitschritte  $\Delta t$  benötigt, um den Prozess der periodischen Wirbelbildung und -konvektion, was innerhalb einer kleinen Zeitskala erfolgt, korrekt zu berücksichtigen.

### 6.3.4 Einfluss einer halben Absperrung auf die Strömung

In diesem Abschnitt werden die Strömungsfelder von drei unterschiedlichen halben Absperrvorrichtungen untersucht. Das Ziel besteht hier darin, die durch die halben Absperrungen erzeugte Störung in der Geschwindigkeitsverteilung mittels der K-Parameter zu erfassen. Die drei untersuchten Strömungskonfigurationen sind skizzenhaft in der Abbildung 6.77 dargestellt.

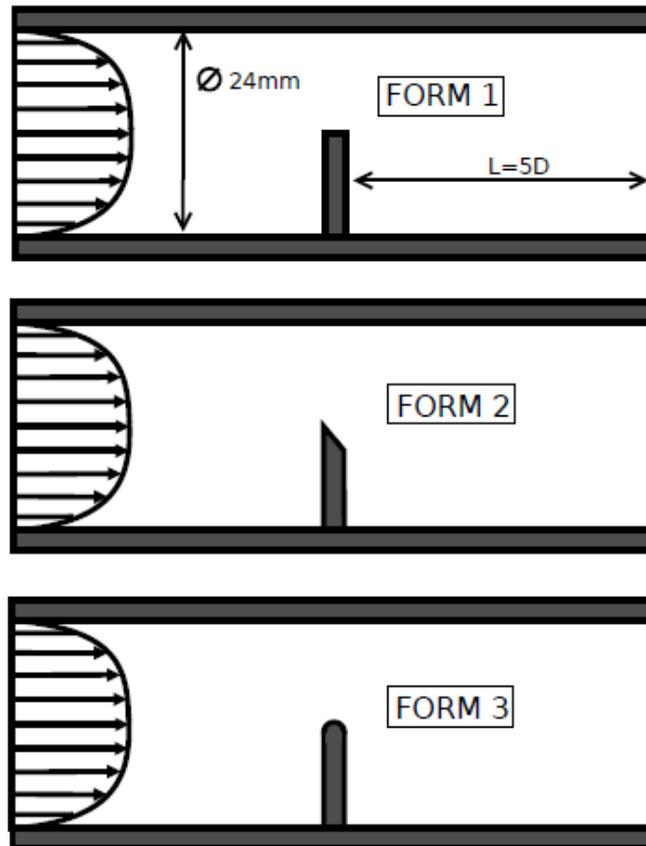


Abbildung 6.77: Untersuchte Formen für die halbe Absperrung eingebaut in einem DN 25 Rohr

Je komplexer das durchströmte bzw. umströmte Strömungssystem ausgeformt ist, desto schwieriger ist es, mit dem stationären Modell konvergierte Ergebnisse zu erhalten. Bei komplexen Strömungsgeometrien ist häufig die Entstehung von Wirbelstrukturen durch Ablösephänomene nicht zu vermeiden, die für eine gewisse Instationarität in der Strömung sorgen und folglich das stationäre Strömungsverhalten zerstören, was im vorherigen Abschnitt beim Kugelventil im Falle von größeren Öffnungswinkeln auch festgestellt worden ist. Als Beispiel für ein komplexes Strömungssystem kann der in Abbildung 6.78 dargestellte dreidimensionale Rohrkrümmer mit einer halben Absperrung betrachtet werden. Anhand der numerisch ermittelten Relativdruckverteilung (Abbildung 6.78 unten) wird

sofort ersichtlich, dass im Nachlauf hinter der Absperrung sich ein großer Wirbel bildet, der stromabwärts konvektiert wird. Der entstandene Wirbel kann eindeutig anhand des im jeweiligen Rohrquerschnitt vorliegenden Druckminimums identifiziert werden. Es handelt sich bei dieser Strömungskonfiguration um eine OIML-Strömungsarmatur für die Erzeugung einer Vorstörung bei Turbinenradgaszählern [12]. Solche Vorstörvorrichtungen werden benötigt, um Durchflussmessgeräte nach den OIML-Vorstörungen zu bewerten.

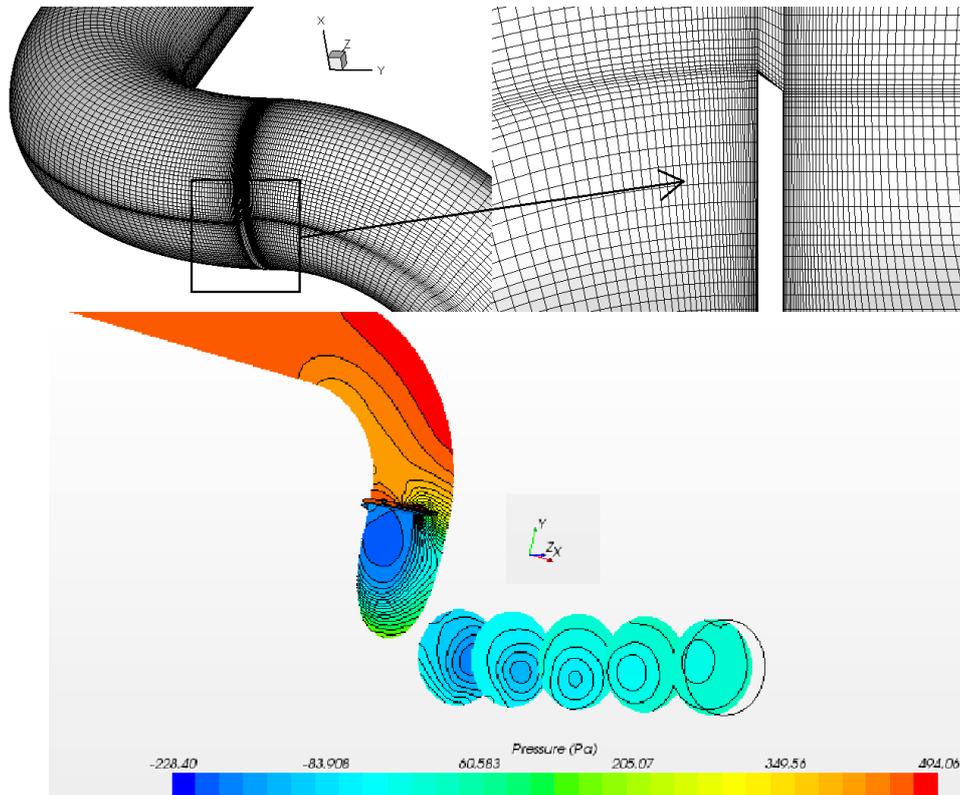


Abbildung 6.78: Darstellung des Rechnernetzes für ein komplexes Strömungssystem (oben) und die numerisch ermittelte Druckverteilung im Nachlauf (unten)

Anhand der ermittelten Residuen nach Durchführung von stationären Berechnungen mit dem Medium Luft an dieser Konfiguration kann in der Abbildung 6.79 deutlich erkannt werden, dass instationäre Effekte trotz der Wahl des stationären Modells zum Vorschein kommen (siehe Unterkapitel 4.1). Die Residuen unterliegen einer großen Schwankung, die aus der massiven dreidimensionalen Ablösung der Strömung herrührt. Hinter der halben Absperrung im Austrittsrohr entsteht ein rotierender Wirbel mit einer größeren Intensität und wird stromabwärts konvektiert. Mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit, vor allem bei der Luftströmung, werden die instationären Effekte größer, was das Erreichen einer konvergierten Lösung unmöglich macht. Aufgrund dieser auftretenden Strömungsphänomene wirkt jeder Iterationsschritt wie ein Sprung in die nächste Pseudozeit, wodurch instationäre Strömungsphänomene zum Vorschein kommen (siehe

Unterkapitel 4.1).

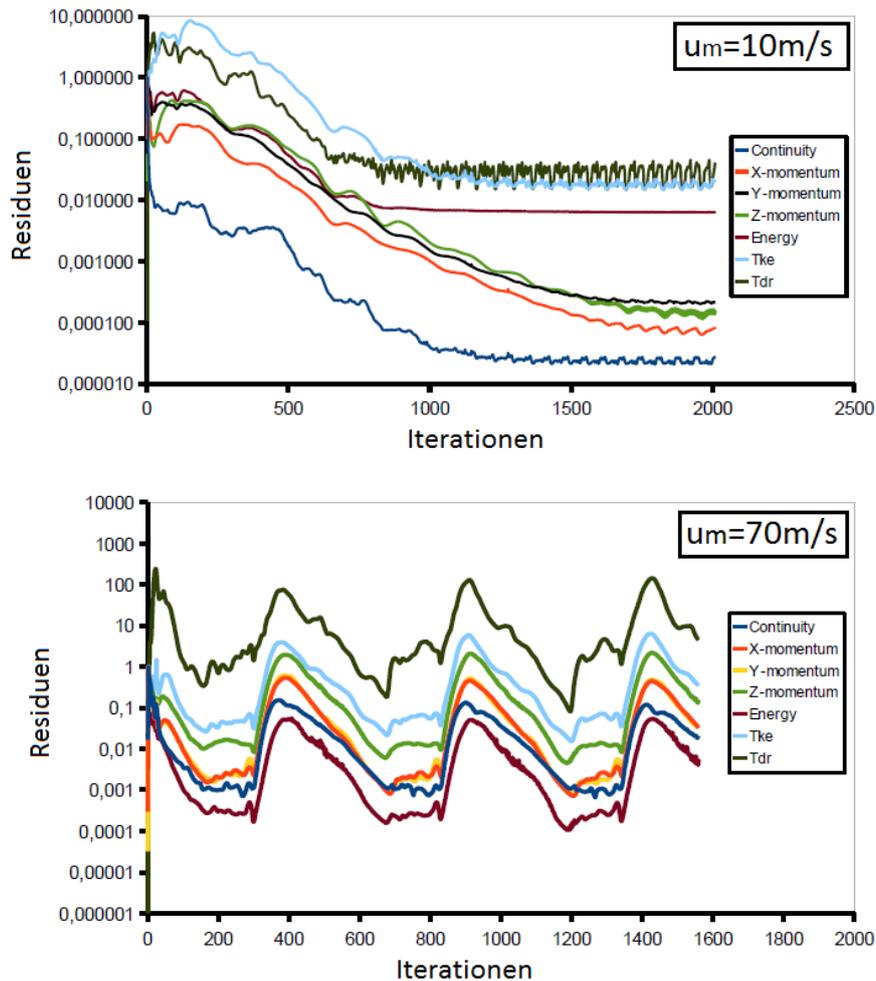


Abbildung 6.79: Ermittelte Residuen nach Durchführung von stationären Berechnungen mit dem Medium Luft bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten

Bei Verwendung von Wasser bei diesen stationären Berechnungen kann beispielsweise bei  $u_m = 6 \frac{m}{s}$  eine quasi-konvergierende Lösung erreicht werden, was bedeutet, dass nur das Residuum für die Kontinuitätsgleichung nach Reduktion des Unterrelaxationsparameters  $\sigma$  bis auf den Wert  $\sigma = 0,4$  nahezu vollständig konvergiert. Dies gewährleistet, dass zumindest der Massenstrom im Strömungssystem richtig berechnet wird, was für die Verlässlichkeit der numerischen Ergebnisse essentiell ist.

Die hier zu untersuchenden Strömungskonfigurationen nach Abbildung 6.77 verfügen bezüglich der in Abbildung 6.78 dargestellten Strömungskonfiguration über eine geringere Komplexität, da die betrachteten halben Absperrungen zwischen zwei geraden Rohren positioniert sind. Die Berechnungen sind mit dem Arbeitsmedium Wasser durchgeführt

worden. Bei Durchführung einer instationären Berechnung bei der maximalen mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 6 \frac{m}{s}$ , wo auch aufgrund der höheren Reynolds-Zahl die größte Instationarität zu erwarten ist, ist festgestellt worden, dass sich das Strömungsfeld in der axialen Ebene (Meridianebene) nahezu stationär verhält. Dieses Kenntnis ist entstanden durch die numerische Ermittlung der Relativdrücke  $p_{Gauge}$  an verschiedenen Messpunkten im Nachlaufrohr, wobei jeweils ein zeitunabhängiger Verlauf ermittelt worden ist (siehe [69]). Trotz des Auftrens von instationären Effekten in den Querschnittsebenen im Nachlaufrohr werden hier alle Berechnungen mit dem stationären Modell durchgeführt. Die Ergebnisse im vorherigen Abschnitt haben gezeigt, dass mittels des stationären Modells auch verlässliche Ergebnisse erhalten werden kann, solange die auftretende Instationarität niederfrequent oder an Intensität klein ist. Aufgrund der geraden Ausführung der halben Absperrungen wird anders als beim Kugelventil erreicht, dass die instationären Effekte aufgrund der quasi-simultanen Ablösung geringer sind, weswegen auch hier bei den Berechnungen im weiteren Verlauf das stationäre Modell verwendet worden ist. Aufgrund dieser Tatsache kann durch Reduktion des Unterrelaxationsparameters  $\sigma$  ausreichende Konvergenz der x-, y- und z-Impuls- und Kontinuitätsresiduen erreicht werden, was für die korrekte Ermittlung der K-Parameter essentiell ist. Die im Nachlauf ermittelten numerischen  $K_a$ ,  $K_u$ ,  $K_w$  und  $|K_w|$ -Parameter sind in den Abbildungen 6.80 und 6.81 dargestellt.

Anhand der jeweiligen  $K_a$ -Verläufe kann deutlich erkannt werden, dass jeweils die größte Asymmetrie direkt hinter der Absperrung vorliegt, wobei die Asymmetrie mit zunehmender Auslauflänge abklingt. Da die umströmten halben Absperrungen gerade ausgeführt sind und folglich wegen der quasi 2-D Form der halben Absperrungen eine quasi kohärente Strömungsablösung ermöglicht werden, liegt hier wie beim exzentrischen Reduzierer oder wie auch beim Einzelrohrkrümmer eine einseitige Asymmetrie vor, was bedeutet, dass  $y_s \neq 0$  und  $z_s \approx 0$  ist. Da die Turbulenzberechnung in der Strömung durch Berechnung der RANS-Gleichungen und unter Verwendung des k-epsilon Turbulenzmodells durchgeführt worden ist, wird bei dieser einseitigen Asymmetrie eine zur Meridianebene symmetrische Axialgeschwindigkeitsverteilung im Rohrquerschnitt erhalten. Anders als beim exzentrischen Reduzierer ist die hier erzeugte Asymmetrie jedoch viel größer, da hier auch eine Strömungsablösung erfolgt. Für die Tangentialgeschwindigkeit  $W$  (siehe Gleichung (3.64)) wird wiederum aufgrund der punktsymmetrischen Definition eine punktsymmetrische Verteilung erhalten. Die Zusammenführung der stark gestörten Axialgeschwindigkeitsverteilung mit der punktsymmetrischen Tangentialgeschwindigkeitsverteilung ergibt diesmal eine asymmetrischere Verteilung des  $K_w$ -Integranden, weswegen bei der Integration der Integrand sich nicht komplett aufhebt. Die  $K_w$ -Verläufe der jeweiligen Konfigurationen verfügen deshalb aufgrund der unterschiedlichen Vorzeichenverteilung über entgegenge-

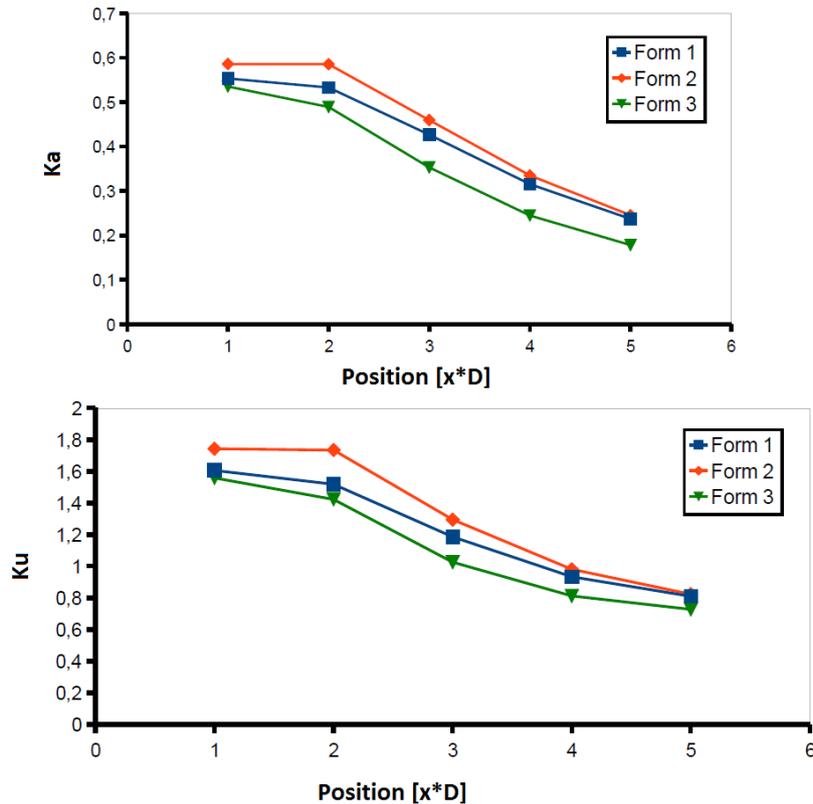


Abbildung 6.80: Numerisch ermittelte  $K_a$ - und  $K_u$ -Verläufe im Nachlauf der halben Absperungen unterschiedlicher Form

setzte Vorzeichen. Bei Betrachtung des  $K_w$ -Verlaufes der Form 2 im hinteren Nachlauf wird der Anschein erweckt, dass die tangentiale Störung nahezu verschwindet, was jedoch aufgrund der Kompensation des Integranden zum Vorschein kommt, was auch beim exzentrischen Reduzierer beobachtet worden ist. Der  $K_w$ -Verlauf bei Form 3 zeigt einen nahezu konstanten Verlauf. Um jedoch festzustellen, bei welcher Konfiguration die größte Störung in der tangentialen Ebene erfolgt, ist der  $|K_w|$ -Parameter ermittelt worden, die jegliche gegenseitige Kompensation des Integranden bei der Integration verhindert. Es kann deutlich erkannt werden, dass die größte tangentiale Störung bis zur Auslaufposition  $L = 3D$  aufgrund der rundlichen Ausführung der halben Absperung bei der Form 3 vorliegt. Die Form 2 erzeugt eine größere tangentiale Störung aufgrund der spitzen Ausführung der halben Absperung als Form 1. Ab der Auslaufposition  $L = 3D$  bis  $L = 5D$  stimmen die  $|K_w|$ -Verläufe näherungsweise überein. Die tangentiale Störung nimmt jeweils bei der Auslaufposition  $L = 2D$  bei allen Konfigurationen einen maximalen Wert ein. Der Grund für die Ermittlung eines größeren  $|K_w|$ -Wertes bei der Auslaufposition  $L = 2D$  als bei  $1D$  liegt in der Definition der  $K_w$ -Zahl begründet, wo die Tangentialgeschwindigkeit mit der axialen Strömungsgeschwindigkeit gekoppelt ist, was auch im nächsten anhand

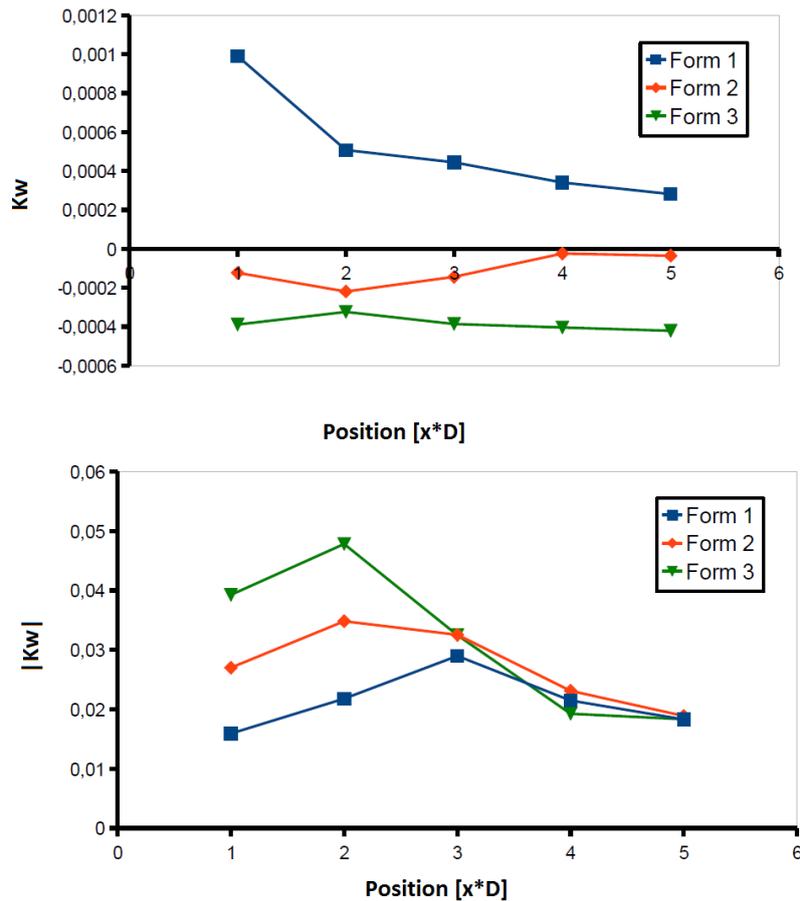


Abbildung 6.81: Numerisch ermittelte  $K_w$ - und  $|K_w|$ -Verläufe im Nachlauf der halben Absperrungen unterschiedlicher Form

der Definition von  $K_w$  veranschaulicht wird (Gleichung (6.10)).

$$K_w = \frac{\iint_A W \cdot r \cdot d\dot{m}}{\pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^3} = \frac{\iint_A W \cdot r \cdot \rho \cdot \overbrace{u}^{\left[\frac{m}{s}\right]} \cdot dA}{\pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^3} \quad (6.10)$$

Bei der Auslaufposition  $L = 2D$  nimmt die axiale Strömungsgeschwindigkeit  $u$  lokal einen maximalen Wert ein, weswegen auch die  $|K_w|$ -Zahl zunimmt.

Eine viel bessere Darstellung bzw. Erfassung der vorliegenden tangentialen Störung in den jeweiligen Querschnittsflächen hinsichtlich des tendenziellen Verlaufes und der Kenntnis der maximalen tangentialen Störung wird hier durch die Auswertung der  $|K_{\omega_x}|$ -Zahl erreicht, die direkt die resultierende Vortizität um die x-Achse in den jeweiligen Querschnittsflächen ohne die Einbindung der axialen Strömungsgeschwindigkeit erfasst. Folglich werden die Änderungen der  $v$ - und  $w$ -Geschwindigkeitskomponenten in den einzelnen Querschnittsflächen erfasst ohne die Einbindung der axialen Strömungsgeschwindigkeit,

weswegen diese Kennzahl die rein tangentiale Störung bei der Untersuchung von solchen fixen Strömungskonfigurationen am besten repräsentiert (siehe Abbildung 6.82). Im vorherigen Abschnitt jedoch ist festgestellt worden, dass dieser Parameter bei der Untersuchung von Strömungskonfigurationen mit variabler Strömungsgeometrie (Kugelventil mit unterschiedlichen Öffnungswinkeln) zu unschlüssigen tendenziellen Verläufen aufgrund des Fehlens der Einbindung des geänderten Zustandes der Strömungsgeometrie in der Definition führt, was jedoch durch eine geschickte Modifikation der Definition indirekt eingebunden und folglich berücksichtigt werden kann (siehe Unterkapitel 6.3.3).

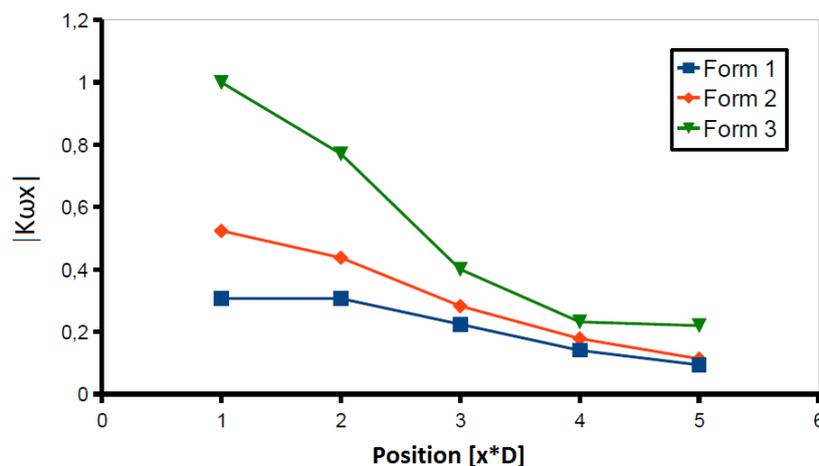


Abbildung 6.82: Darstellung der  $|K_{\omega_x}|$ -Verläufe bei den jeweiligen Konfigurationen

### 6.3.5 Störungen hinter einem Einzelrohrkrümmer und Funktionsweise eines Strömungsgleichrichters

Es ist bekannt, dass im Falle einer Störung in der Strömung eine sehr lange Einlaufrohrlänge vor dem Durchflussmessgerät erforderlich ist, um die Störung komplett abzubauen. Aufgrund der kompakten Bauweise von heutigen Anlagen ist die Einhaltung dieser Bedingung nicht einfach realisierbar, da eine entstandene rotierende Strömung als Folge der Durchströmung einer strömungstechnischen Armatur ziemlich stabil sein kann und langsam mit der Rohrlänge abklingt. Folglich besteht das Ziel darin, die Einlaufrohrlänge so weit wie möglich zu reduzieren. Eine nützliche strömungstechnische Armatur, die sowohl die Asymmetrie als auch den Drall in der Strömung abbaut, ist der Strömungsgleichrichter. Mittels eines Strömungsgleichrichters kann die Störung in der Strömung zum größten Teil abgebaut werden, so dass lange Einlaufrohrlängen vermieden werden können. In diesem Abschnitt wird das Strömungsfeld eines DN 25 Lochplatten-Strömungsgleichrichters untersucht, wobei die Funktionsweise in Anwesenheit von einem

vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer ( $90^\circ$  Rohrkrümmer) mit einem Krümmungsradius von  $R_{Kr} = 1,5 \cdot D$  im Vordergrund steht. Die untersuchte Konfiguration ist in der nächsten Abbildung 6.83 skizzenhaft dargestellt.

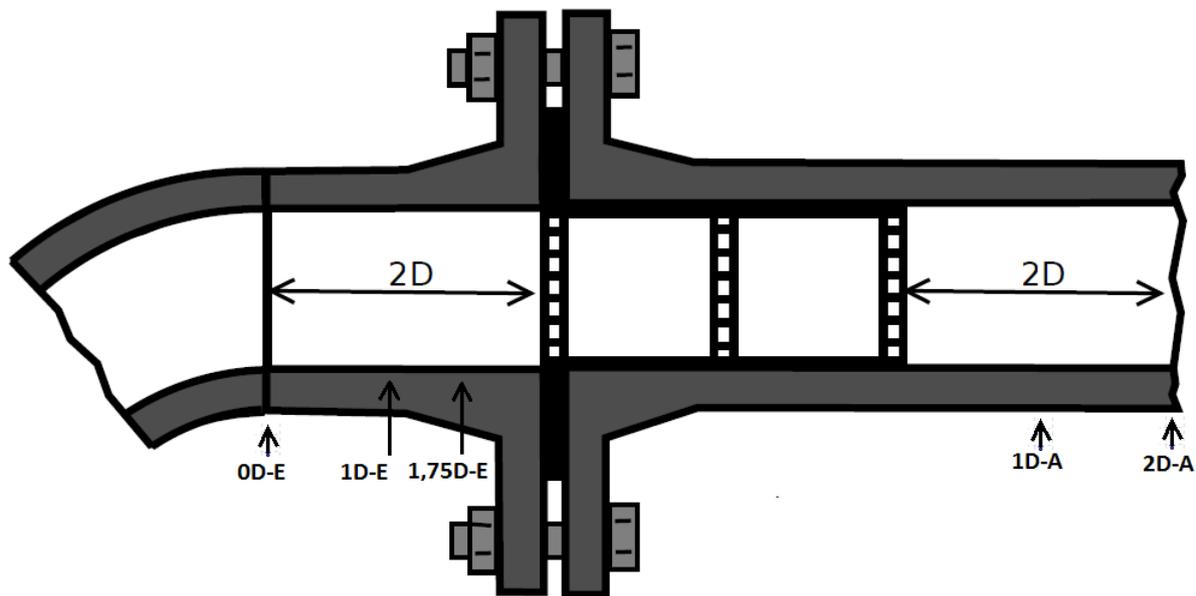


Abbildung 6.83: Skizzenhafte Darstellung der untersuchten Konfiguration

Wie aus dieser Skizze zu entnehmen ist, verfügt dieser Strömungsgleichrichter über einen kleineren Außendurchmesser als der Rohrdurchmesser  $D$ , so dass der Gleichrichter in die Rohrleitung eingesteckt werden kann. Auf diese Weise kann vermieden werden, dass zusätzliche Rohrlänge vom Gleichrichter eingenommen wird. Die Flanschplatte des Gleichrichters wird zwischen zwei Flanschen der beiden Hauptrohrleitungen eingedrückt und somit befestigt. Der Lochplatten-Strömungsgleichrichter besteht aus drei Lochplatten, wobei die Löcher bezüglich der axialen Koordinate nicht auf einer Reihe liegen, um den Einfluss von Interferenzen zu vermeiden. Bei dieser untersuchten Konfiguration wird vor dem Gleichrichter eine Einlaufrohrlänge von  $L=2D$  vorgesehen. Nach [40] muss diese Bedingung bei Benutzung eines solchen Gleichrichters eingehalten werden, wohingegen nach [12] eine Einlauflänge von  $L_E = 2D$  möglich ist.

Basierend auf einem erzeugten 3-D Geometriemodell [49] ist zunächst einmal ein 3-D Rechennetz erzeugt worden. Aufgrund der komplexen geometrischen Ausführung ist die Netzgenerierung in *Starccm+* durchgeführt worden. Beim Netz handelt es sich um ein Polyedernetz mit einer prismatischen Schicht auf der Wandoberfläche. Das Rechennetz besteht aus  $1,043 \cdot 10^6$  Zellen. Wie das erzeugte Rechennetz von innen und außen aussieht, ist in den Abbildungen 6.84 und 6.85 dargestellt.

Wie aus dem numerischen Rechennetz in Abbildung 6.85 zu erkennen ist, ist hinter der

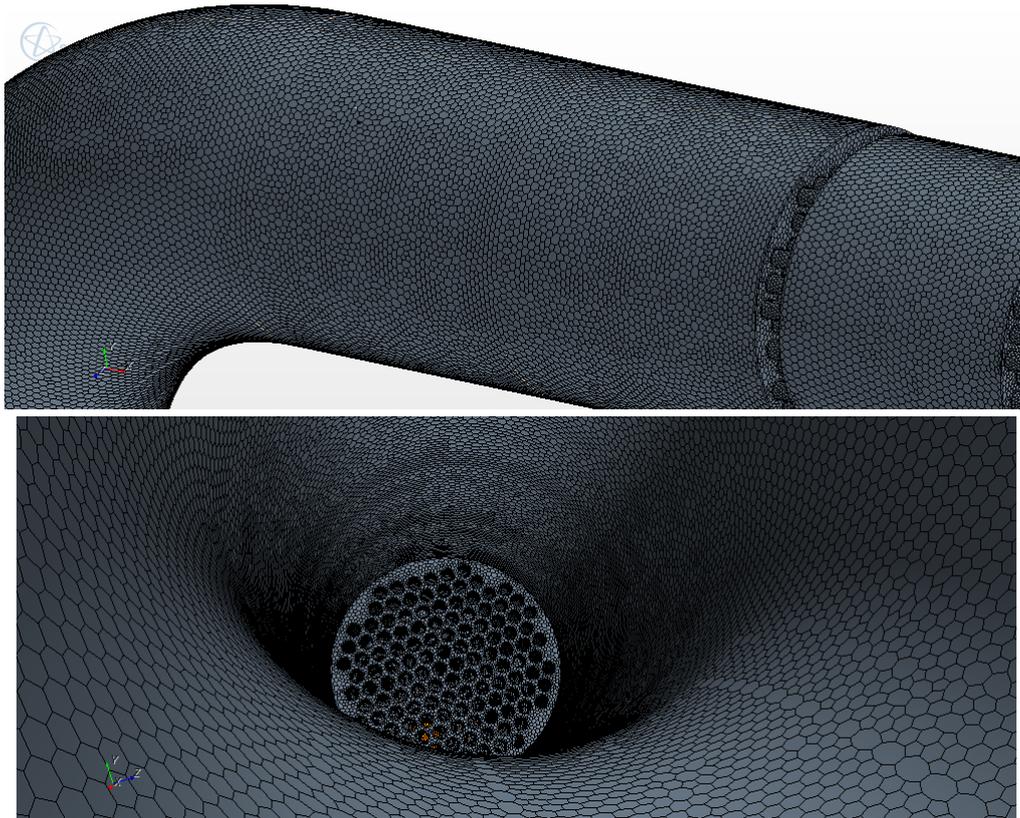


Abbildung 6.84: Darstellung des erzeugten Polyeder-Rechnernetzes von außen und innen

90° Rohrkrümmung der mittlere Bereich um die Achse mit mehr Zellen aufgelöst worden, um die in der Rohrmitte auftretenden hohen Gradienten bezüglich der Tangentialgeschwindigkeit genau wie möglich zu erfassen. Aus den Voruntersuchungen ist bekannt, dass sich am Austritt des Einzelrohrkrümmers zwei gegenrotierende Wirbel bilden, wobei sich eine Tangentialgeschwindigkeitsverteilung mit einem Vorzeichenwechsel in der Rohrmitte einstellt. Die Tangentialgeschwindigkeit  $W$  ist nach Gleichung (3.64) definiert. Das untersuchte Medium ist hier Luft. Die Strömungsdaten werden in der nächsten Tabelle 6.9 zusammengefasst.

Medium	Nennweite	$u_m \left[ \frac{m}{s} \right]$	$Re_D$	$M_{max}$
Luft	DN 25	10	15525,6	0,091

Tabelle 6.9: Strömungsdaten bei der Untersuchung des Einflusses eines Einzelrohrkrümmers auf einen DN 25 Strömungsgleichrichter

Da die Strömung sich bei dieser mittleren Strömungsgeschwindigkeit nahezu inkompressibel verhält und da die mit der kleineren Mach-Zahl-Verteilung verbundene statische Temperaturänderung klein ist, sind die Berechnungen unter Verwendung des *segregated Lösers* durchgeführt worden, wobei jedoch lokal kleinere Änderungen in der Dichte mit-

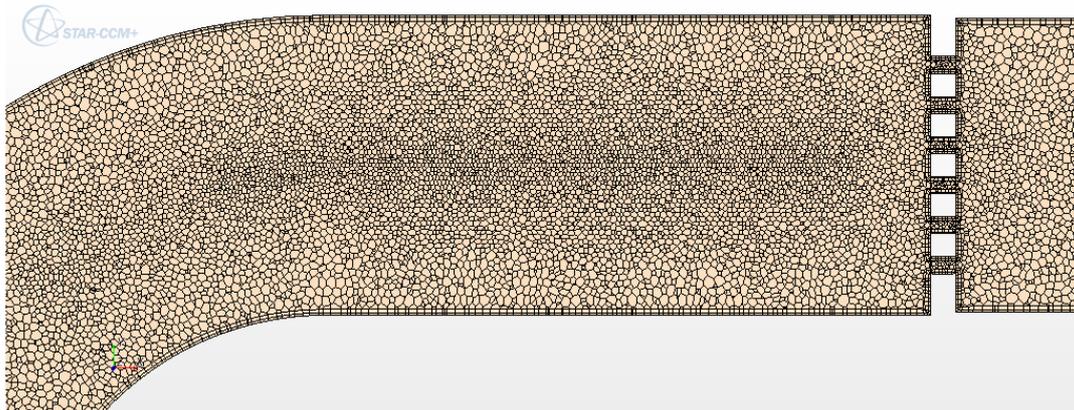


Abbildung 6.85: Darstellung des erzeugten Polyeder-Rechnernetzes auf der Meridianebene

tels des *idealen Gasgesetzes* erfasst und berechnet worden sind. Am Anfang ist eine stationäre Berechnung durchgeführt worden. Anhand der ermittelten Residuen kann erkannt werden, dass keine vollständige Konvergenz mit dem stationären Modell erreicht werden kann. Das Residuum für die Kontinuitätsgleichung befindet sich etwa bei  $R_{RES} \approx 10^{-2}$ . Das Strömungsfeld verfügt über eine hohe Komplexität, da viele Ablösevorgänge auftreten, die in der Strömung für eine gewisse Instationarität sorgen. Für verlässliche Ergebnisse ist es erforderlich, dass zumindest das Residuum für die Kontinuitätsgleichung vollständig konvergiert. Auch durch Verkleinerung der Relaxationsparameter bis auf 0,4 kann die Strömung nicht stabilisiert werden. Folglich ist eine instationäre Berechnung mit einem Zeitschritt von  $\Delta t = 0,0001s$  durchgeführt und die K-Parameter in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  ermittelt worden. In der instationären Berechnung jedoch hat sich herausgestellt, dass die Strömung sich aufgrund des Auftretens von niederfrequenten instationären Effekten nahezu stationär verhält, weswegen die ermittelten K-Parameter keine Zeitabhängigkeit (Schwankung der Amplituden viel kleiner als 1%) gezeigt haben. Die nächsten Abbildungen 6.86 und 6.87 stellen die numerisch ermittelten Strömungsfelder dar.

Es kann deutlich erkannt werden, dass die Asymmetrie in der Geschwindigkeitsverteilung am Einzelrohrkrümmeraustritt hinter dem Strömungsgleichrichter nahezu vollständig eliminiert wird. Wie die Geschwindigkeitsverteilung auf der erzeugten mittleren Ebene des Strömungssystems aussieht, wird in der Abbildung 6.88 dargestellt.

Es erfolgt durch die Durchströmung der Lochplatten eine starke Strömungsbeschleunigung. Nach Abbildung 6.88 nimmt die Strömungsgeschwindigkeit  $|\vec{u}|$  bezüglich der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 10 \frac{m}{s}$  lokal bis zu 200% zu, was einer maximalen Strömungsgeschwindigkeit von etwa  $\approx 31,5 \frac{m}{s}$  entspricht. Wenn die Berechnungen bei  $u_m = 40 \frac{m}{s}$  durchgeführt werden, dann wird lokal die Mach-Zahl-Grenze von 0,3 überschritten, was ein Indiz für das Auftreten von lokalen kompressiblen Effekten ist.

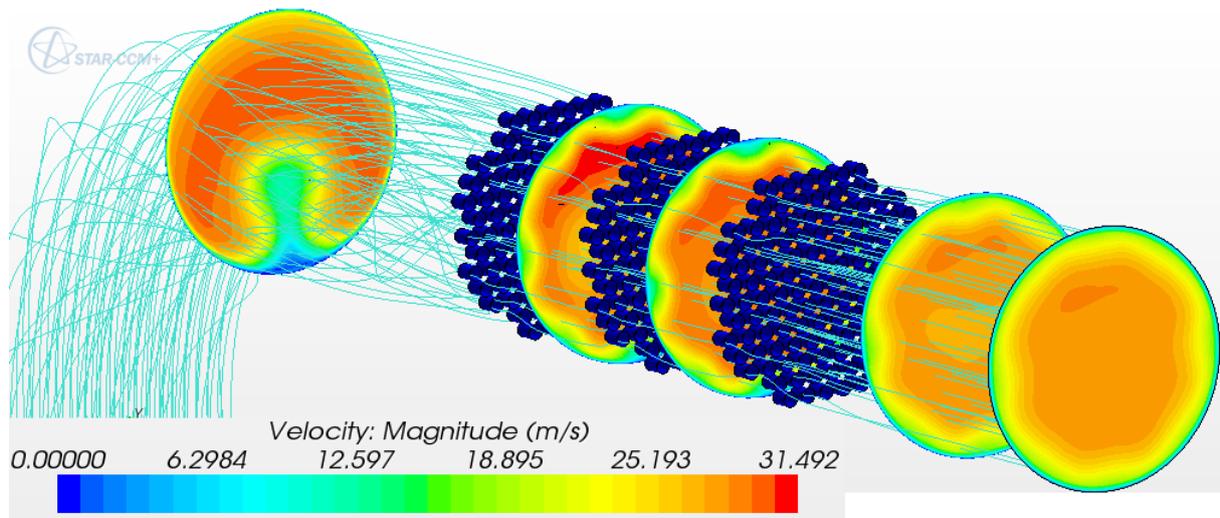


Abbildung 6.86: Strömungsfeld vor und hinter dem Strömungsgleichrichter mit Stromlinien und Geschwindigkeitskonturen

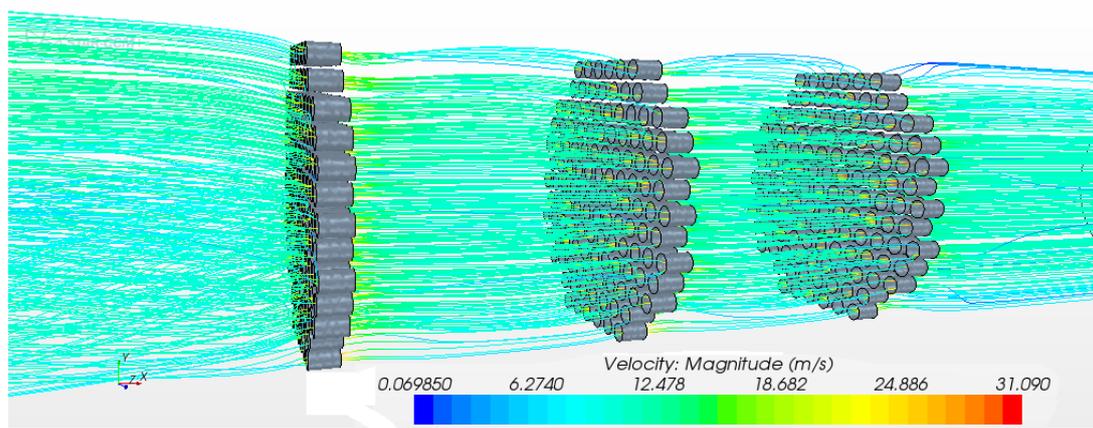


Abbildung 6.87: Darstellung von Stromlinien durch den Strömungsgleichrichter

Folgende Funktionsweise wird dem Strömungsgleichrichter zugrundeliegt: Auftretende Wirbelstrukturen hinter dem Rohrkrümmer beispielsweise in der tangentialen Ebene erstrecken sich über den gesamten Rohrquerschnitt. Um diese Wirbelstrukturen zu entfernen, wird durch die vielen kleinen Löcher in den Lochplatten eine Aufspaltung der Wirbelstrukturen in einzelne Stücke erreicht, wodurch die Wirbelstrukturen als eine sich kollektiv bewegende Struktur aufgebrochen und die Strömung aufgrund der lokal auftretenden starken Strömungsbeschleunigung somit gleichgerichtet wird. Die nächste Abbildung 6.89 stellt die  $K_a$ ,  $K_u$ ,  $|K_w|$  und  $|K_{\omega_x}|$ -Verläufe in Form von jeweils eines Balkendiagramms dar, wobei hier wiederum zum Teil die gefilterten Parameter zum Einsatz kommen.

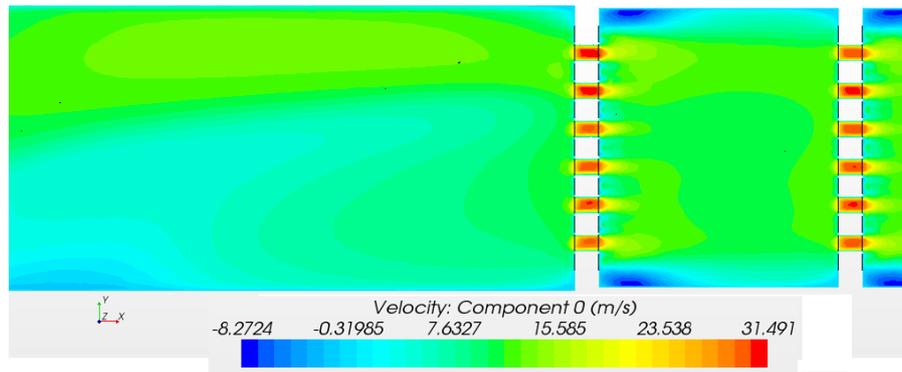


Abbildung 6.88: Geschwindigkeitsverteilung auf einer erzeugten mittleren Ebene

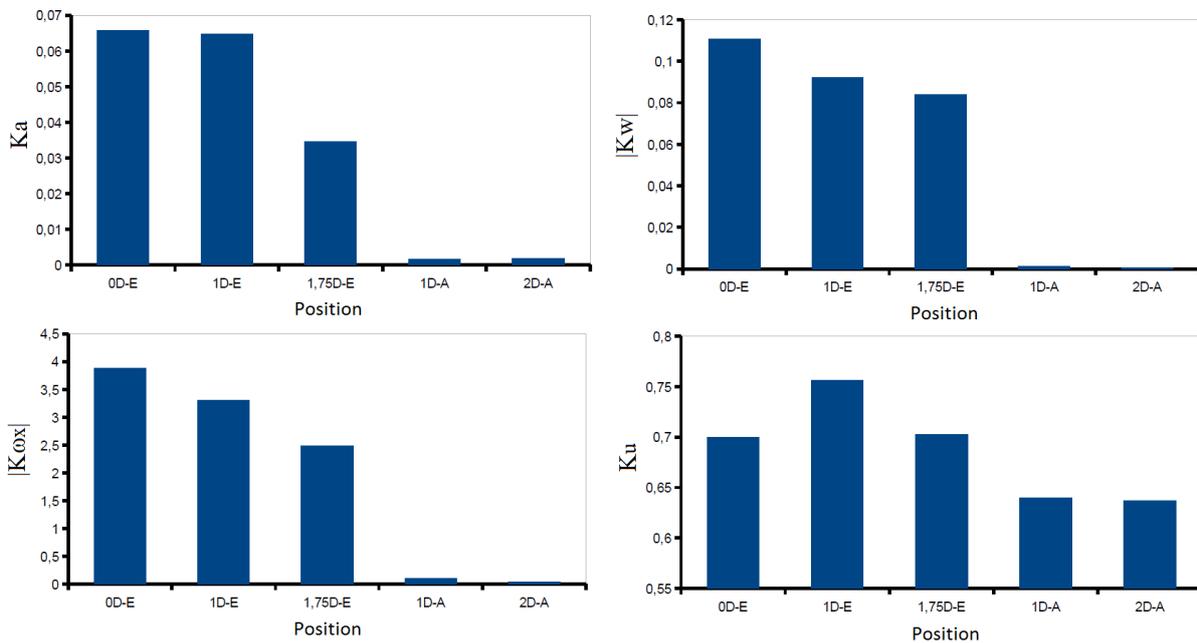


Abbildung 6.89: Darstellung der numerisch ermittelten K-Parameter in Abhängigkeit von der axialen Position

Die in den Diagrammen gekennzeichneten Positionen sind in der obigen Abbildung 6.83 markiert. Die ermittelten  $K_a$ -Werte hinter dem Einzelrohrkrümmer sind verglichen mit den  $K_a$ -Werten, die an der gleichen Konfiguration ohne Strömungsgleichrichter ermittelt werden, geringfügig größer. Dies rührt daher, dass aufgrund des Vorhandenseins eines Strömungsgleichrichters eine gewisse Druckaufstauung vor dem Gleichrichter erfolgt, weswegen dies zu lokal geringfügig höheren Dichte-Werten führt. Dies verursacht eine Änderung des Massenstromes und folglich auch der  $K_a$ -Werte. Die Asymmetrie in der Strömung wird zum größten Teil entfernt. Am Austritt des Einzelrohrkrümmers liegt eine von null verschiedene Tangentialgeschwindigkeitsverteilung vor. Zwei gegeneinander rotierende Wirbel werden erzeugt. Die hohen  $|K_w|$  und  $|K_{\omega_x}|$ -Werte vor dem

Strömungsgleichrichter weisen auf die Existenz der Tangentialgeschwindigkeitsverteilung hin, wobei hinter dem Strömungsgleichrichter die Tangentialgeschwindigkeit auf kleine Werte reduziert worden ist.

Folglich können mittels des Einsatzes von Strömungsgleichrichtern auf einer effektiven Weise die in der Strömung aufgetretene Störung entfernt werden, solange für die betriebene Anlage der durch den Einbau des Strömungsgleichrichters entstehende größere Druckverlust keine Probleme darstellt.

### 6.3.6 Einfluss von einem Einzelrohrkrümmer auf den DN 25 Wirbelzähler

In diesem Abschnitt wird der Einfluss eines Einzelrohrkrümmers auf das Strömungsfeld von DN 25 Wirbelzählern sowohl als Vorstörung als auch als Nachstörung untersucht. Es wird hier wiederum auf zwei Wirbelzählerkonfigurationen eingegangen, die Referenzkonfiguration (siehe Abbildung 6.2) und der Wirbelzähler WZ Typ C (siehe Abbildung 6.22). In vielen numerischen Untersuchungen ist festgestellt worden, dass eine entkoppelte geometrische Betrachtung von Rohrkrümmer- und Wirbelzählersimulationen zu fehlerhaften Ergebnissen führt. Folglich kann hier der numerische Aufwand nicht durch getrennte Berechnungen reduziert werden, obwohl die Rohrkrümmersimulation sich nahezu vollständig stationär verhält (siehe Unterkapitel 6.3.1).

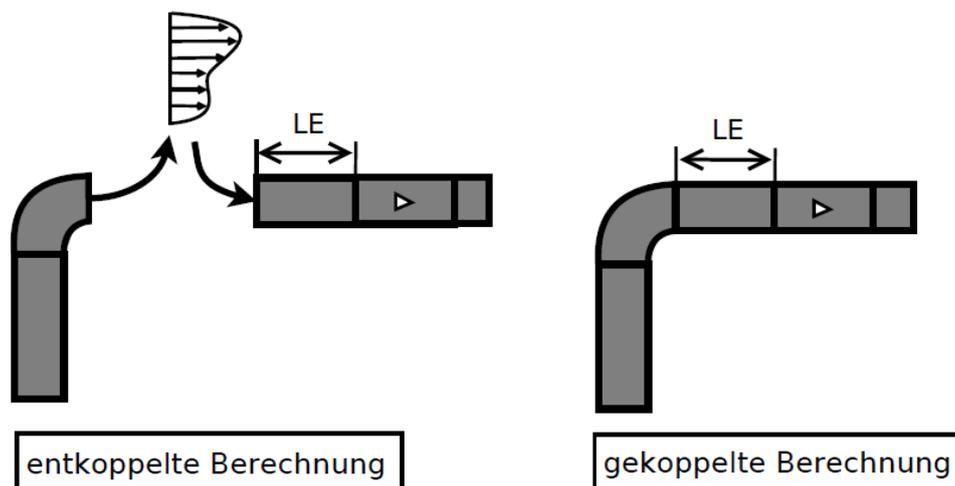


Abbildung 6.90: Entkoppelte und gekoppelte Berechnungsstrategie

Wichtige Informationen gehen bei einer getrennten Berechnung verloren. Wird der Relativdruck  $p_{Gauge}$  am Rohrkrümmeraustritt an den in der Abbildung 6.91 (oben) hervorgehobenen Messpunkten p1-p4 unter Verwendung des *coupled Lösers* bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$

ermittelt, so werden die in Abbildung 6.91 (unten) dargestellten Druckschwankungen (Relativdrücke) in [Pa] erhalten. Auch durch Wahl des *segregated Lösers* zusammen mit dem *kompressiblen idealen Gasgesetz* wird eine Schwankung des Relativdruckes  $p_{Gauge}$  an diesen Messpunkten ermittelt. Aufgrund der periodischen Druckänderung im Störkörper- und Paddelbereich unterliegt der stromaufwärts gelegene Eintrittsbereich einer gewissen Druckschwankung, die mit der dort vorliegenden Druckverteilung am Einzelrohrkrümmeraustritt interferiert. Da bezüglich der durchgeführten Berechnung bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  unter Verwendung des *coupled Lösers* stets eine subsonische Strömung vorliegt und das kompressible instationäre Strömungsfeld über einen hyperbolisch-parabolischen Charakter verfügt, werden mittels in beide Richtungen ausbreitende Wellen Informationen transportiert, was im Unterkapitel 4.3 anhand des 1-D Riemann-Problems auch demonstriert worden ist. Dieses Strömungsverhalten ist auch in von Lavante [72] beschrieben. Eine getrennte Berechnung des Rohrkrümmers trägt dazu bei, dass wichtige Informationen, die mittels negative Wellen stromaufwärts transportiert werden, verloren gehen. Desweiteren würden bei einer entkoppelten Berechnung die negativen Wellen, die sich im Strömungsfeld nach außen hin ausbreiten, aufgrund der nicht *nicht-reflektierenden* Randbedingungen an der Eintrittsdomäne zurückreflektiert werden, was den Transport von wichtigen Informationen unterbinden würde.

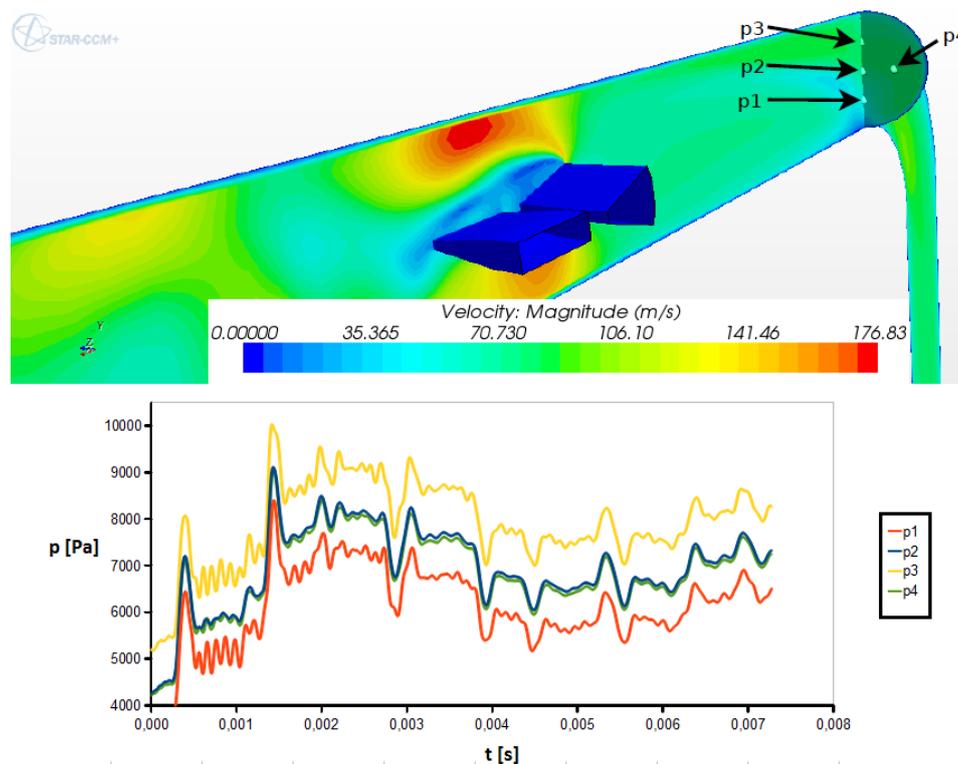


Abbildung 6.91: Stromaufwärts ausbreitende Druckwellen

Die in diesem Abschnitt untersuchten Konfigurationen mit einem an einer bestimmten Position vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer sind in der Abbildung 6.92 dargestellt, wobei diese Abbildung die Strömungsräume von innen zeigt. Im oberen Teil dieser Abbildung *A* ist die Referenzkonfiguration abgebildet, die auf das Rechnetz MXR basiert, wohingegen im unteren Bereich dieser Abbildung *B* der Wirbelzähler (WZ Typ C) mit zwei Sockelelementen an den Grenzflächen zwischen Störkörper und Rohrwand aufgezeigt wird. Aus dieser Abbildung kann deutlich entnommen werden, dass das Strömungsfeld aufgrund der komplexen Strömungsführung nicht-trivial ist.

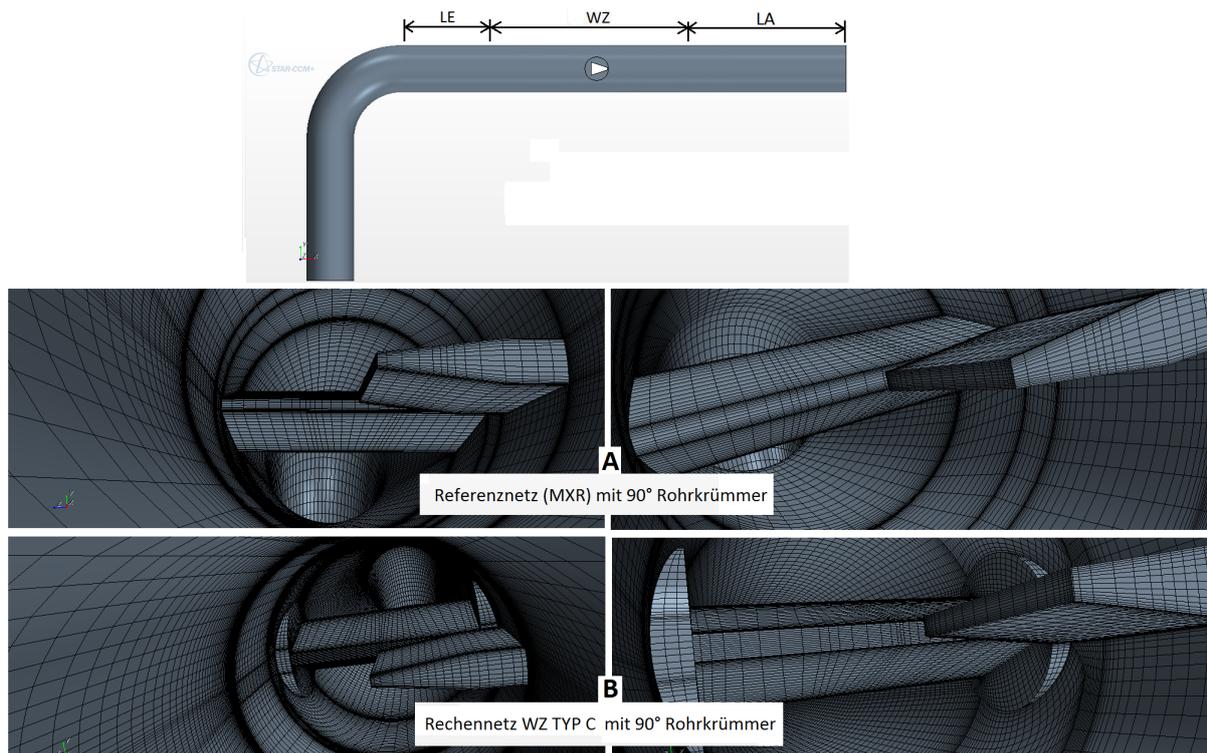


Abbildung 6.92: Darstellung der untersuchten Basiskonfigurationen (oben) und der Rechnetze (A+B)

Die meisten instationären Berechnungen sind unter Verwendung des *segregated Lösers* zusammen mit dem *idealen Gasgesetz* durchgeführt worden, da bei Verwendung dieser Modelle die im Unterkapitel 6.4.1 erzielten Ergebnisse, die unter ungestörten Strömungsbedingungen erzielt worden sind, zufriedenstellend gewesen sind. Bei den hier untersuchten mittleren Strömungsgeschwindigkeiten liegen in den instationären Strömungsfeldern schwache bis mittel-starke kompressible Effekte vor, weswegen bei der Berechnung die Entkopplung der Energiegleichung von den Kontinuitäts- und Impulsgleichungen und einer zusätzlichen Anpassung der Dichteverteilung zu verlässlichen Ergebnissen führt. Da jedoch in diesem Fall die kompressiblen Erhaltungsgleichungen gelöst werden, entsteht aufgrund der Berücksichtigung der Dichte  $\rho$  als Funktion von  $p$  und  $T$  eine quasi

Kopplung (siehe Unterkapitel 4.2). Diese Vorgehensweise liefert realistische Ergebnisse, da die im Strömungsfeld vorliegende Mach-Zahl-Verteilung klein ist, weswegen eine schwächere Kopplung resultiert (siehe Gleichung (4.16)). Die Änderung der Dichte  $\rho$  ist zwar klein, aber die Berücksichtigung dieser kleinen Dichteänderung im Strömungsfeld ist trotzdem für verlässliche Ergebnisse essentiell, es sei denn es werden Berechnungen mit Strömungsgeschwindigkeiten  $\leq 10 \frac{m}{s}$  im DN 25 Wirbelzähler durchgeführt. Bei diesen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten ist die Wahl des Modells *konstante Dichte* auch gerechtfertigt, da die Mach-Zahl sich dem Wert null ( $M \rightarrow 0$ ) annähert und die statische Temperatur im gesamten Strömungsfeld näherungsweise konstant bleibt. Da bei der Wahl des *segregated Lösers* zusammen mit dem Modell *konstante Dichte* die Druckausbreitung im Strömungsfeld mittels einer elliptischen partiellen Differentialgleichung (*Pressure Correction* Gleichung) berechnet wird und der Druck sich folglich instantan vom Störkörperbereich ausgehend im Strömungsfeld ausbreitet, wird durch Wahl des *kompressiblen idealen Gasgesetzes* die im Störkörperbereich auftretende periodische Druckänderung mit einer quasi-endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit in allen Raumrichtungen transportiert. Die entsprechenden Wellenvorgänge werden immer mit einer existierenden Schallgeschwindigkeit  $c$  assoziiert (siehe Unterkapitel 4.2).

Die ersten instationären Berechnungen sind an der Referenzkonfiguration (am Rechenetz MXR) mit einem vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer durchgeführt worden, wobei in den instationären Berechnungen zunächst einmal zwei Einlaufrohrlängen  $L_E = 2,5D$  und  $L_E = 5D$  untersucht worden sind. Die bei dieser Referenzkonfiguration ermittelten numerischen K-Faktor-Kurven sind in der Abbildung 6.93 dargestellt, wobei zum Vergleich die numerische K-Faktor-Kurve unter symmetrischen Zuströmbedingungen auch hinzugefügt worden ist.

Aus den ermittelten numerischen Kurvenverläufen kann entnommen werden, dass mit zunehmender Reynolds-Zahl die K-Faktoren sowohl ohne als auch mit vorgeschaltetem Einzelrohrkrümmer ansteigen. Jedoch befinden sich die K-Faktor-Kurven der hier nach Abbildung 6.92 untersuchten Strömungskonfiguration (Konfiguration A) bei unterschiedlichen Einlaufängen geringfügig oberhalb der Referenz-K-Faktor-Kurve, wobei im Falle von  $L_E = 5D$  die K-Faktor-Kurve zur Referenzkurve näher positioniert ist.

Es sind auch Messungen an der Luftkalibrieranlage der Firma Krohne unter Atmosphärenbedingungen durchgeführt worden, wobei als Referenzdurchflussgerät das System von kritischen Düsen in Parallelschaltung verwendet worden ist (siehe Unterkapitel 5.2). Bei den Messungen ist der DN 25 Wirbelzähler WZ Typ C verwendet worden. Die ermittelten K-Faktoren sind in der Abbildung 6.94 dargestellt.

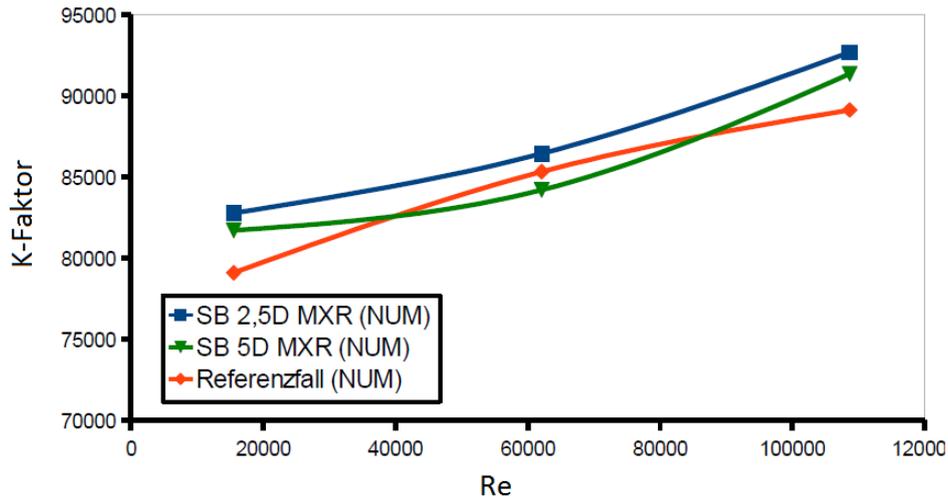


Abbildung 6.93: Ermittelte numerische K-Faktor-Kurven an der Referenzkonfiguration (MXR) mit einem vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer bei  $L_E = 2,5D$  und  $L_E = 5D$

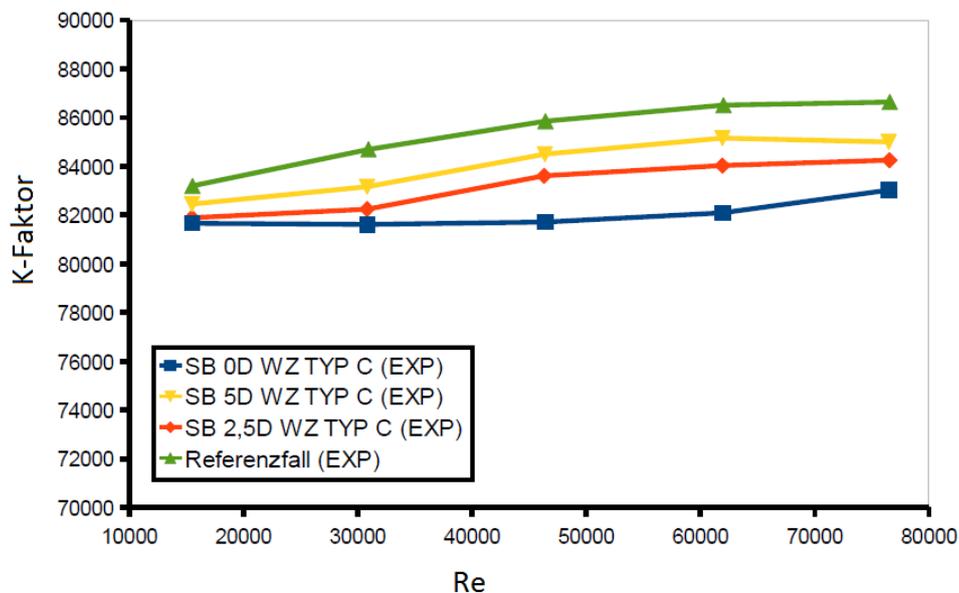


Abbildung 6.94: Experimentell ermittelte K-Faktor-Kurven bei einer Strömungskonfiguration mit vorgeschaltetem Einzelrohrkrümmer an der Luftkalibrieranlage

Anders als bei den numerischen Ergebnissen wird bei den Messungen ein tendenziell umgekehrtes Verhalten ermittelt. Mit kleiner werdender Einlaufrohrlänge  $L_E$  werden die ermittelten K-Faktoren auch kleiner, weswegen auch stets eine positive Abweichung bezüglich des Referenzfalls ermittelt wird. Ein Vergleich der numerischen Ergebnisse, die an der Referenzkonfiguration erzielt worden sind, mit diesen experimentellen Ergebnissen ist jedoch aufgrund des Fehlens von Sockelelementen an den Störkörperenden am Re-

chennetz nicht passend (siehe Ergebnisse im Unterkapitel **6.1.4**). Um die Verlässlichkeit der numerischen Berechnungen hier zu überprüfen, sind die instationären Berechnungen mit einem vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer mit  $L_E = 2,5D$  an der Konfiguration WZ Typ C wiederholt worden. Um zunächst einmal herauszufinden, ob die Störungsfrequenz  $f_s$  am Rohrkrümmeraustritt in der tangentialen Ebene die Wirbelablösefrequenz eines nachgeschalteten DN 25 Wirbelzählers beeinflussen könnte, ist eine instationäre Berechnung nur am DN 25 Rohrkrümmer ( $R_{Kr} = 1,5 \cdot D$ ) bei  $u_m = 20 \frac{m}{s}$  durchgeführt worden und am Rohrkrümmeraustritt der zeitliche  $|K_w|$ -Verlauf ermittelt worden. Die ermittelte Störungsfrequenz  $f_s$  bezüglich der Änderung des  $|K_w|$ -Parameters ist in etwa um die Hälfte kleiner ( $f_s \approx 422 Hz$  verglichen mit  $f = 791,8 Hz$ ). Außerdem ist die Schwankung der Amplitude so klein, so dass wir von einer quasi-stationären Strömung sprechen können. Folglich besteht hier keine Gefahr der gegenseitigen Beeinflussung der Frequenzen. Somit ist das Vorschalten eines Einzelrohrkrümmers einem Wirbelzähler in der Hinsicht unkritisch. Die ermittelten K-Faktoren verfügen auch im Falle einer Störung vor dem Wirbelzähler über eine gute Übereinstimmung mit der experimentell ermittelten K-Faktor-Kurve, was in der nächsten Abbildung 6.95 dargestellt ist. Die maximale Abweichung vom gemessenen K-Faktor liegt bei  $u_m = 40 \frac{m}{s}$  und beträgt in etwa 1,8%.

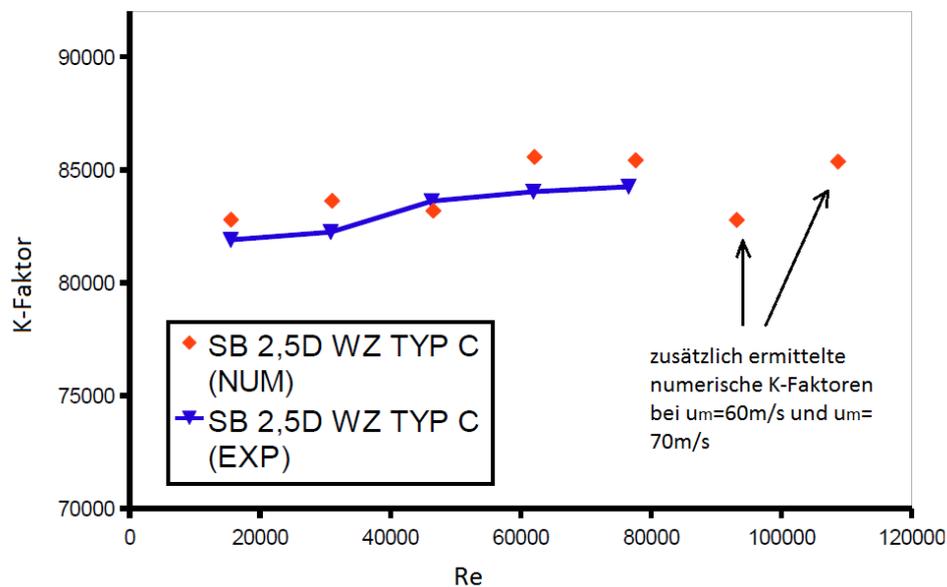


Abbildung 6.95: Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen bei der Strömungskonfiguration WZ Typ C mit einem vorgeschaltetem Einzelrohrkrümmer und mit  $L_E = 2,5D$

Die gute Übereinstimmung zwischen den numerischen und experimentellen Ergebnissen bestätigt, dass das gestörte Strömungsfeld durch den Einzelrohrkrümmer kombiniert mit einem Wirbelzähler korrekt berechnet wird. Hier wird wiederum die Wichtigkeit der exakten Nachbildung der untersuchten Strömungskonfiguration deutlich. Auftre-

tende Abweichungen können unter anderem resultieren aus der Nicht-Berücksichtigung von Strömungsverhältnissen, die während der Messungen vorgelegen haben und in den instationären Berechnungen nicht exakt berücksichtigt werden konnten. Bei dieser Strömungskonfiguration WZ Typ C ist desweiteren mittels der K-Parameter die auftretende Störung im Einlaufrohr numerisch ermittelt worden, wobei aufgrund des instationären Strömungsfeldes zeitgemittelte K-Parameter, wie es auch im Falle des Kugelventils gemacht worden ist, ermittelt worden sind. Die Zeitmittelung beispielsweise für den  $K_{\omega_x}$ -Parameter ist durch Anwendung der Gleichung (6.9) durchgeführt worden, wobei nach Erreichen eines periodischen Strömungszustandes die mit der Anzahl  $N$  spezifizierten  $K_{\omega_x i}$ -Werte ab einem bestimmten  $i$ -Wert, was einer bestimmten Zeitgröße  $t$  entspricht, herangezogen worden sind.

$$\overline{K_{\omega_x}} = \frac{\sum_i^N K_{\omega_x i}}{N} \quad (6.11)$$

Bei dieser Strömungskonfiguration sind an bestimmten Einlaufpositionen, die in der Abbildung 6.96 hervorgehoben worden sind, die zeitgemittelten K-Parameter, die sich an die obige Definition (6.11) anlehnen, numerisch ermittelt worden.

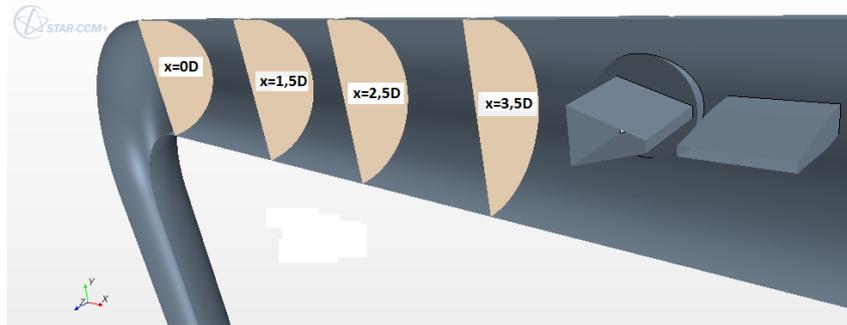


Abbildung 6.96: Markierung der Positionen der betrachteten Querschnittsebenen

Die K-Parameter müssen zeitgemittelt werden, da im Einlaufbereich schwache bis starke instationäre Effekte zum Vorschein kommen und folglich die K-Parameter einer gewissen Schwankung unterliegen, was in der Abbildung 6.97 für den Parameter  $|K_w|$  bei  $u_m = 20 \frac{m}{s}$  dargestellt ist.

Aus den in der Abbildung 6.97 dargestellten zeitlichen  $|K_w|$ -Verläufen werden bei Betrachtung des periodisch-stabilen Signalbereiches die zeitgemittelten K-Parameter, hier in diesem Fall  $\overline{|K_w|}$  in Anlehnung an die obige Definition (6.11), gebildet. Aus diesen zeitlichen  $|K_w|$ -Verläufen wird ersichtlich, dass die Amplituden des  $|K_w|$ -Parameters bei  $x=0D$  bis zu 0,42% um den Mittelwert schwanken, was zu einer schwachen Instationarität korrespondiert, wohingegen bei  $x=3,5D$  starke instationäre Effekte auftreten, wobei die Schwankung der Amplituden des numerisch ermittelten  $|K_w|$ -Parameters um den

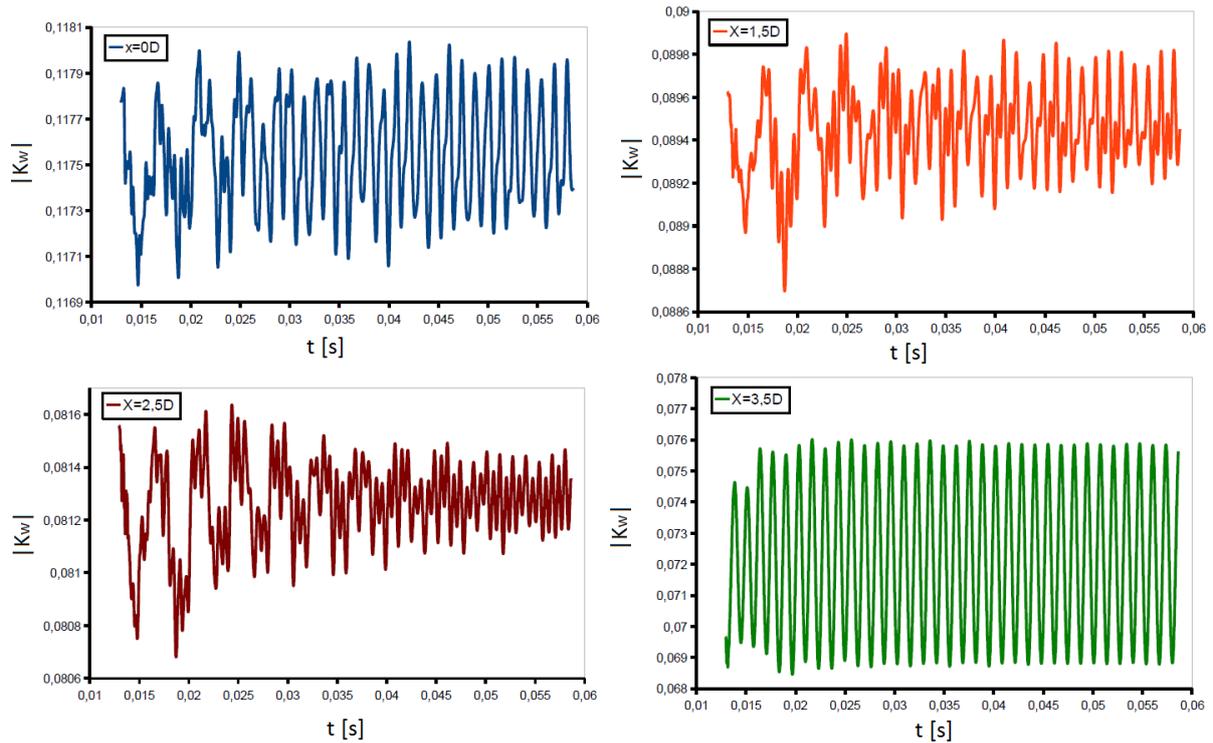


Abbildung 6.97: Numerisch ermittelte  $|K_w|$ -Verläufe in Abhängigkeit vom zeitlichen Verlauf

Mittelwert bis hin zu 4,9% reicht, obwohl der betragsmäßige Wert der Amplitude bei  $x=0D$  größer ist als bei den anderen Positionen. Bei Ermittlung der jeweiligen Frequenzen wird deutlich, dass dieser Einlaufbereich unter dem Einfluss der vorliegenden periodischen Strömung im Störkörper-Paddelbereich steht, da die Frequenz der periodischen Schwankung des  $|K_w|$ -Parameters in etwa der Wirbelablösefrequenz  $f$  entspricht. Wie oben schon erwähnt, beträgt die Störungsfrequenz  $f_s$  bezüglich des Parameters  $|K_w|$  am Rohrkrümmerausstritt ohne den Einfluss des Wirbelzählers in etwa  $f_s \approx 422Hz$  mit einer sehr kleinen Oszillation der Amplitude, weswegen hier auch davon ausgegangen wird, dass die Druckschwankung im Wirbelzähler den Bereich des Rohrkrümmers beeinflusst.

In der nächsten Abbildung 6.98 werden einige der zeitgemittelten numerischen K-Parameter dargestellt, wobei die zeitgemittelten K-Parameter für  $u_m = 10 \frac{m}{s}$  bis  $u_m = 50 \frac{m}{s}$  ermittelt worden sind.

Anhand der dargestellten  $\overline{K_a}$ -Kurvenverläufe wird ersichtlich, dass jeweils die maximale Asymmetrie bei  $x=1,5D$  erreicht wird. Ab der Einlaufposition  $x=1,5D$  klingt die Asymmetrie in allen Fällen ab. Interessant ist, dass die bei den jeweiligen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten ermittelten zeitgemittelten K-Parameter zwar über den glei-

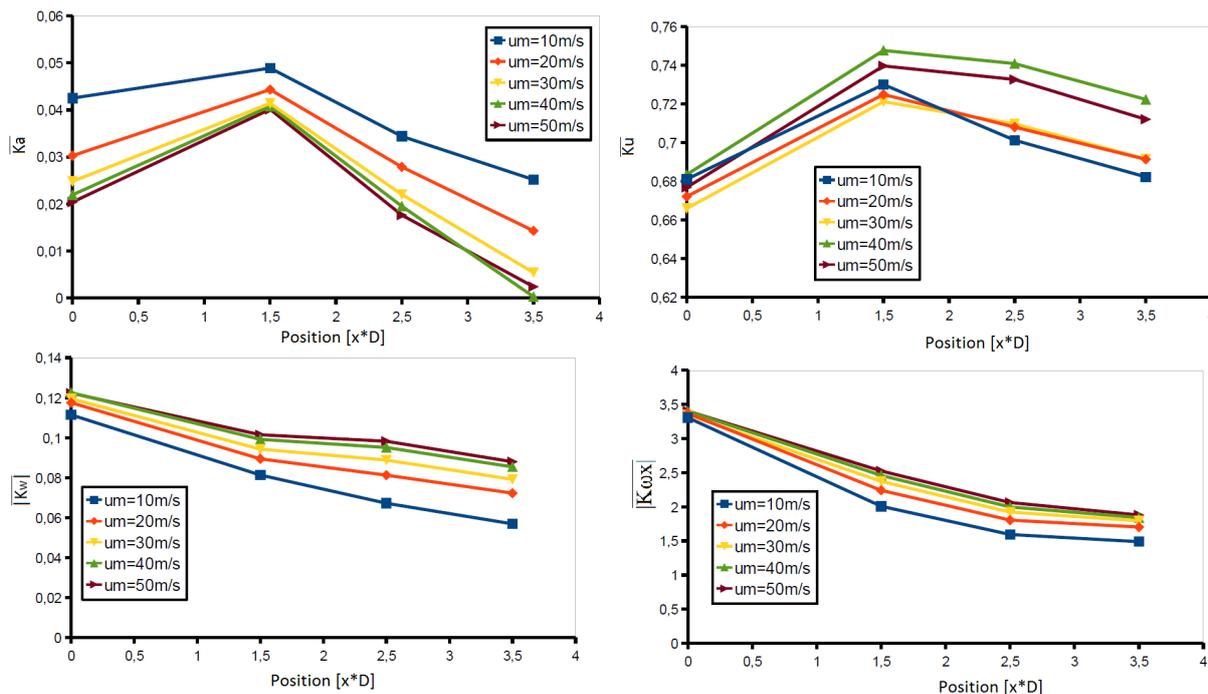


Abbildung 6.98: Darstellung der numerisch-zeitgemittelten K-Parameter

chen tendenziellen Kurvenverlauf verfügen, jedoch die Kurven diesmal nicht zusammenfallen. Es wird anders als erwartet Kurvenverläufe ermittelt, die zeigen, dass die erzeugten Asymmetrien mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit kleiner werden. Bei  $u_m = 40 \frac{m}{s}$  und bei der Position  $x=3,5D$  wird ein näherungsweise verschwindender Wert für den  $\overline{K_a}$ -Parameter erhalten. Werden die axialen Strömungsgeschwindigkeiten bei  $x=3,5D$  miteinander verglichen, so wird tatsächlich auch festgestellt, dass mit zunehmender mittlerer Strömungsgeschwindigkeit das axiale Geschwindigkeitsprofil eine symmetrischere Form bekommt, was auch in der Abbildung 6.99 dargestellt ist.

Natürlich ist das axiale Geschwindigkeitsprofil abweichend von der symmetrischen vollausgebildeten Geschwindigkeitsprofilform, was am Eintritt des Strömungssystems eingelesen worden ist. Es stellt sich nur eine quasi-symmetrische Geschwindigkeitsverteilung ein, wodurch die resultierende Schwerpunktskoordinate in  $y$ -Richtung  $y_s$  sich bei der Integration aufhebt. Folglich wird hier deutlich, dass der  $K_a$ -Parameter nur lediglich einen Hinweis auf die Asymmetrie bzw. Symmetrie in der Strömung gibt, wohingegen die Abweichung von der definierten vollausgebildeten Geschwindigkeitsprofilform nicht von diesem Parameter erfasst werden kann. Die resultierende Schwerpunktskoordinate in  $z$ -Richtung  $z_s$  ist bei dieser Strömungskonfiguration für alle Fälle null, was einen Hinweis auf eine einseitige Asymmetrie gibt. Trotz der Ermittlung eines verschwindenden  $y_s$ -Wertes bei  $u_m = 40 \frac{m}{s}$  bei der Position  $x=3,5D$  liegt aufgrund der Abweichung des Profils vom symmetrischen vollausgebildeten Geschwindigkeitsprofil eine Störung vor, die die Wirbelablösefrequenz

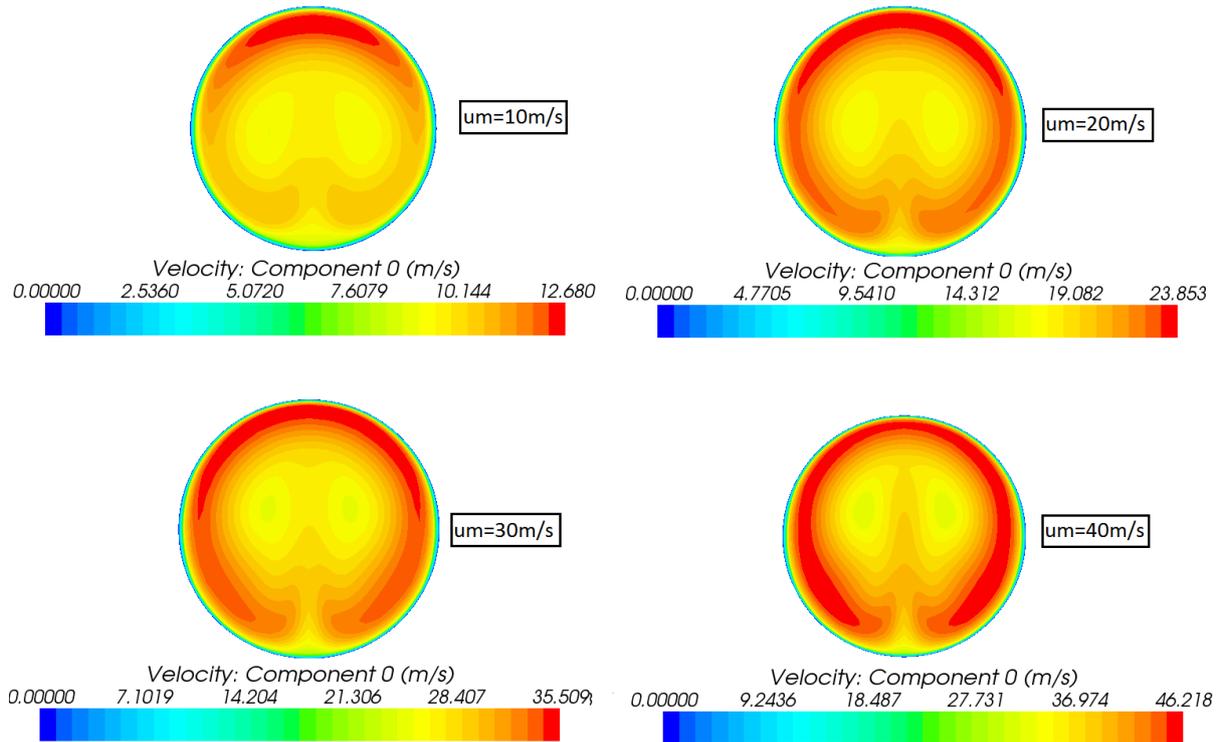


Abbildung 6.99: Darstellung der axialen Geschwindigkeitsprofile bei  $x = 3,5D$  bei den jeweiligen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten

in einem gewissen Maße beeinflusst. Folglich ist versucht worden, einen Parameter zu entwickeln, der die Abweichung des gestörten Geschwindigkeitsprofils von der symmetrischen voll-ausgebildeten Profilform erfasst. Dabei ist die Idee entstanden, die lokale Abweichung der Geschwindigkeit entlang der  $y$ - und  $z$ -Richtung an diskreten Punkten von der korrespondierenden symmetrischen und voll-ausgebildeten Referenzgeschwindigkeit zu erfassen. Dieser Parameter, der ein Maß für die kumulierten Differenzgeschwindigkeiten zwischen Referenzprofil und gestörtem Profil ist, wird nach Gleichung (6.12) definiert, wobei als das symmetrische und voll-ausgebildete Geschwindigkeitsprofil das Nikuradse-Profil oder das Gersten-Profil herangezogen werden kann. Damit der Aufwand bei der Auswertung gering gehalten wird, wird hier als Referenzprofil das Nikuradse-Profil verwendet, das im Unterkapitel **3.3.2** beschrieben wird.

$$K_{Profil} = \frac{\sqrt{\Delta u_y^2 + \Delta u_z^2}}{u_m} \quad (6.12)$$

Die kumulierten Differenzgeschwindigkeiten  $\Delta u_y$  und  $\Delta u_z$  sind in den Gleichungen (6.13) und (6.14) folgendermaßen definiert:

$$\Delta u_y = \sum_i^N (u_{NIK_i} - u_{y_i}) \quad (6.13)$$

$$\Delta u_z = \sum_i^N (u_{NIK_i} - u_{z_i}) \quad (6.14)$$

Was dieser neue Parameter  $K_{Profil}$  erfasst, wird in der Abbildung 6.100 in einer Skizze veranschaulicht.

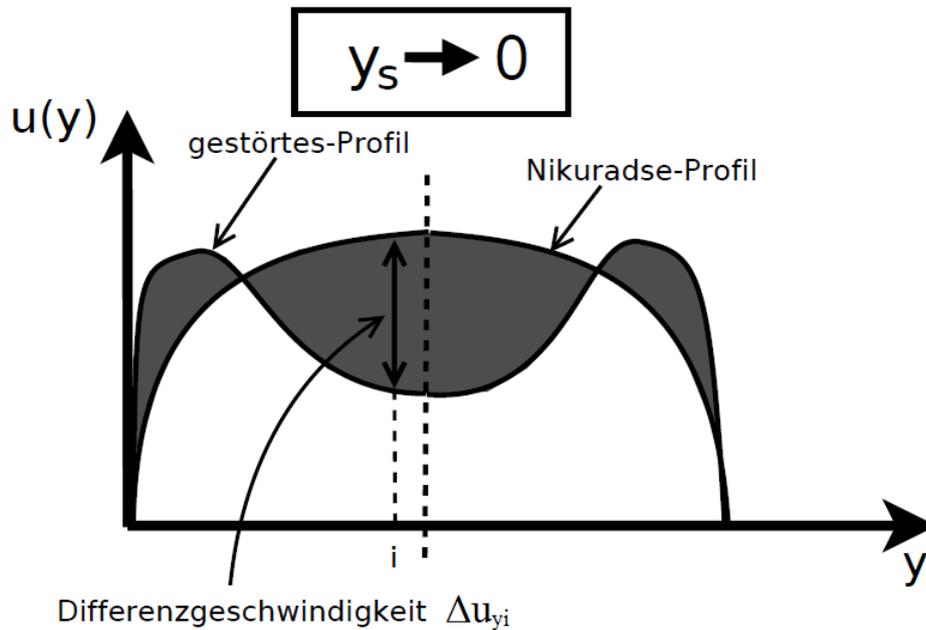


Abbildung 6.100: Schematische Darstellung der Abweichung des gestörten Profils vom Nikuradse-Profil

Wie aus der Gleichung (6.12) zu erkennen ist, handelt es sich bei diesem dimensionslosen Parameter um eine dimensionslose Geschwindigkeit. Die Größe  $u_{NIK_i}$  kennzeichnet die diskreten Nikuradse-Geschwindigkeitskomponenten und  $u_{y_i}$  und  $u_{z_i}$  die gestörten axialen Geschwindigkeitskomponenten entlang der  $y$ - und  $z$ -Richtung. Bei der Verwendung dieses Parameters muss zunächst entschieden werden, wie viele diskrete Punkte bei der Auswertung herangezogen werden sollen. Folglich ist beim Heranziehen von vielen diskreten Punkten entlang der  $y$ - und  $z$ -Koordinaten eine Auswertung dieses Parameters aufwendig. Die Ermittlung dieses Parameters  $K_{Profil}$  ergibt folgende in Abbildung 6.101 dargestellte Kurvenverläufe, wobei bei der Auswertung an den jeweiligen Querschnittsflächen in  $y$ - und  $z$ -Richtung jeweils 20 diskrete Punkte gewählt worden sind.

Aus diesen Kurvenverläufen kann deutlich entnommen werden, dass die Kurvenverläufe näherungsweise zusammenfallen und auch über gleiche tendenzielle Verläufe verfügen. Folglich erzeugt das Vorschalten eines Einzelrohrkrümmers, der bei einer Länge von etwa

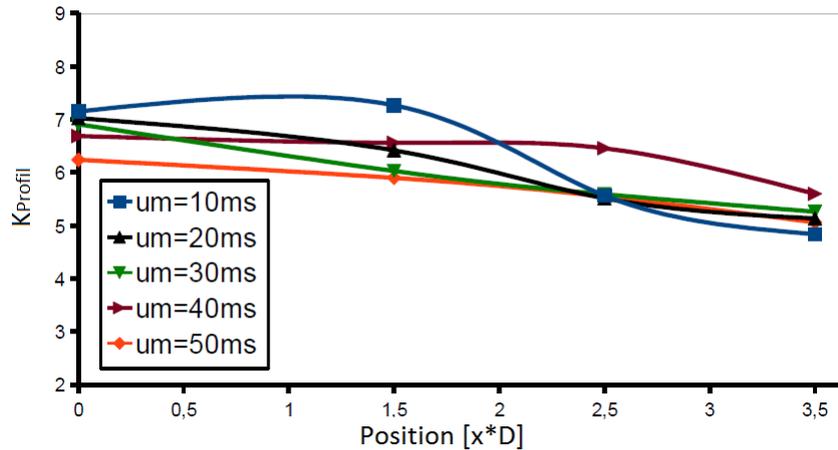


Abbildung 6.101: Darstellung der  $K_{Profil}$ -Verläufe in Abhängigkeit von der Einlaufposition

2,5D vor dem Wirbelzähler positioniert wird, nicht nur durch die vorhandene Aymmetrie in der Strömung eine Störung, sondern auch durch die vorhandene Abweichung des Geschwindigkeitsprofils von der symmetrisch voll-ausgebildeten Geschwindigkeitsprofilform.

Bei Betrachtung der zeitgemittelten  $\overline{K_u}$ -Verläufe wird ersichtlich, dass die maximale Energie pro Fläche in der Strömung etwa bei der Einlaufposition  $x=1,5$  erreicht wird. Auch hier fallen die Kurven nicht zusammen, verfügen trotzdem über tendenziell gleiche Kurvenverläufe. Der Grund für diese Erscheinung liegt in der unterschiedlich stark ausgeprägten Instationarität der Strömung, die eine gewisse Abweichung der Kurvenverläufe erzeugt. Wie in den Unterkapiteln **3.3.3** und **6.3.1** auch demonstriert worden ist, entsteht am Rohrkrümmeraustritt zwei gegeneinander rotierende Wirbel, die mit der Strömung konvektiert werden (siehe Abbildung 6.102). Folglich liegt in den einzelnen Querschnittebenen eine gewissen Tangentialgeschwindigkeitsverteilung bzw. Vortizitätsverteilung um die x-Achse  $\omega_{xi}$  vor, die am besten mittels der gefilterten Parameter  $|K_w|$  und  $|K_{\omega_x}|$  erfasst werden können. Wie aus der Abbildung 6.98 zu entnehmen ist, klingen diese zeitgemittelten K-Parameter  $\overline{|K_w|}$  und  $\overline{|K_{\omega_x}|}$  mit zunehmender Einlaufposition ab. Folglich erreicht die noch vorhandene rotationsbehaftete Strömung den Störkörper (siehe Abbildung 6.102) und der Umströmungsvorgang wird schließlich in einem bestimmten Maße beeinflusst, so dass zu einem bestimmten Grad eine Modulation der Wirbelablösefrequenz entsteht. Hinzu kommt noch das veränderte axiale Geschwindigkeitsprofil, was von der symmetrisch voll-ausgebildeten Definition des Geschwindigkeitsprofils abweicht.

Neben diesen Konfigurationen ist desweiteren der Einfluss von Nachstörungen untersucht worden, wobei hier die Untersuchung sich nur auf die Referenzkonfiguration bezieht. Wie im Unterkapitel **4.3** erläutert worden ist, werden in der vorliegenden sub-

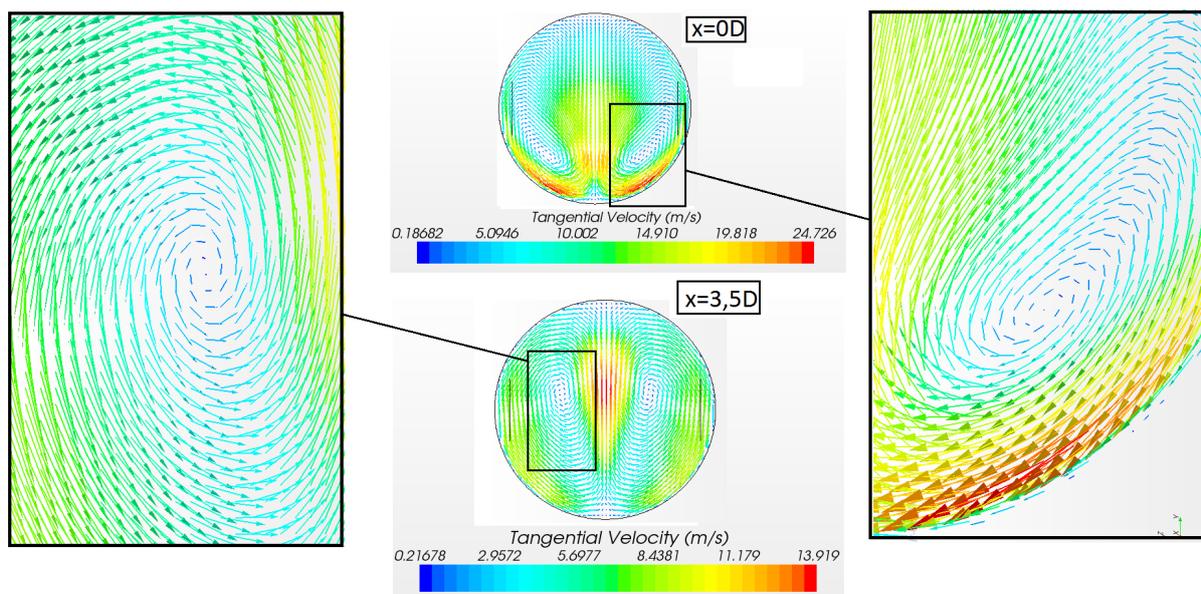


Abbildung 6.102: Darstellung der tangentialen Vektorfelder bei  $u_m = 40 \frac{m}{s}$  an den Positionen  $x = 0D$  und  $x = 3,5D$

sonischen Strömung mittels negativer und positiver Wellen Informationen transportiert. Folglich können dem Wirbelzähler nachgeschaltete Strömungsarmaturen Einfluss auf die Strömung im Störkörper- und Paddelbereich ausüben. Es kommen in der untersuchten Strömungskonfiguration zwei Einzelrohrkrümmer vor, die sich bei bestimmten Positionen vor und hinter dem Wirbelzähler befinden (siehe Abbildung 6.103). Bei dieser Strömungskonfiguration ist eine Einlaufänge LE von etwa  $2,5D$  vorgesehen worden, wobei keine Auslaufänge  $LA=0D$  zwischen Wirbelzählerausstritt und Austrittsrohrkrümmer vorgesehen worden ist. Es wird davon ausgegangen, dass dieser Umstand einen Einfluss auf die Wirbelablösefrequenz ausüben wird. Die Firma Krohne schreibt bei der Installation des Wirbelzählers eine Auslaufrohrlänge von mindestens der Länge von  $LA=5D$  vor, um den Einfluss von der entstehenden Störungen in der nachgeschalteten Strömungsarmatur von der Strömung im Störkörper- und Paddelbereich fernzuhalten [40].

Um einen Vergleich mit der Strömungskonfiguration ohne nachgeschaltetem Einzelrohrkrümmer durchführen zu können, sind bei den instationären Berechnungen die gleichen Einstellungen verwendet worden. Beispielsweise sind die Zeitschritte  $\Delta t$  gleich eingestellt worden. Die instationären Berechnungen sind unter Verwendung des *coupled Lösers* zusammen mit dem *coupled energy Modell* bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  durchgeführt worden. Der Grund für die Verwendung des *coupled Lösers* ist die Eigenschaft der geringeren Dissipation im Algorithmus. Die Abbildung 6.104 stellt die ermittelten numerischen Lift-Signale zusammen, wobei ersichtlich wird, dass die Lift-Signale voneinander abweichen. Die ermittelten numerischen Amplituden liegen in etwa in der gleichen Größenordnung, jedoch verursacht die Nachschaltung eines Einzelrohrkrümmers mit  $LA=0D$  eine gewisse Phasenverschie-

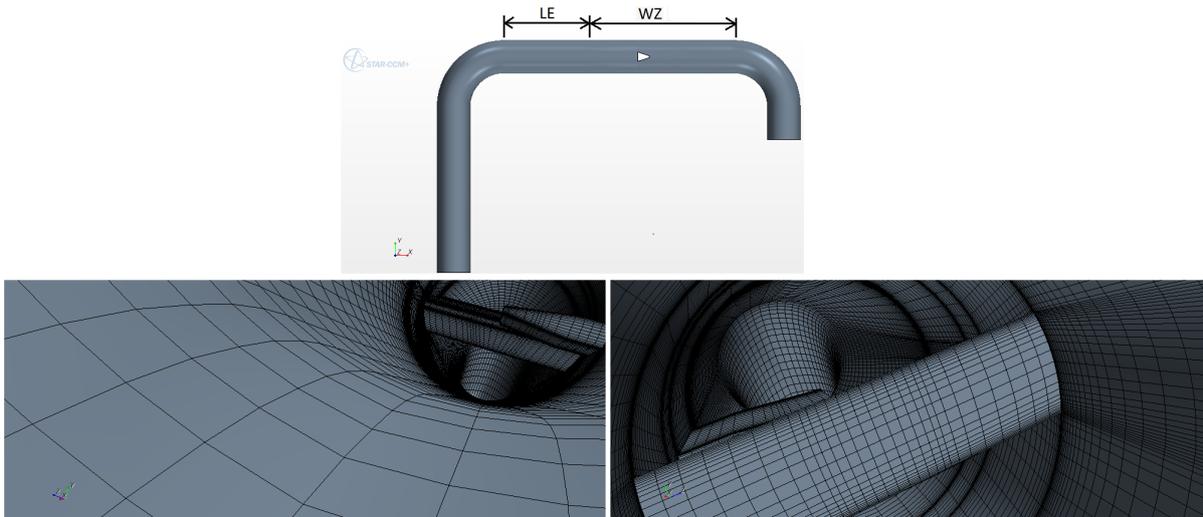


Abbildung 6.103: Darstellung des Referenznetzes mit vor- und nachgeschaltetem 90° Einzelrohrkrümmer

bung des Lift-Signals, was für eine gewisse Modulation der Wirbelablösefrequenzen  $f$  beiträgt.

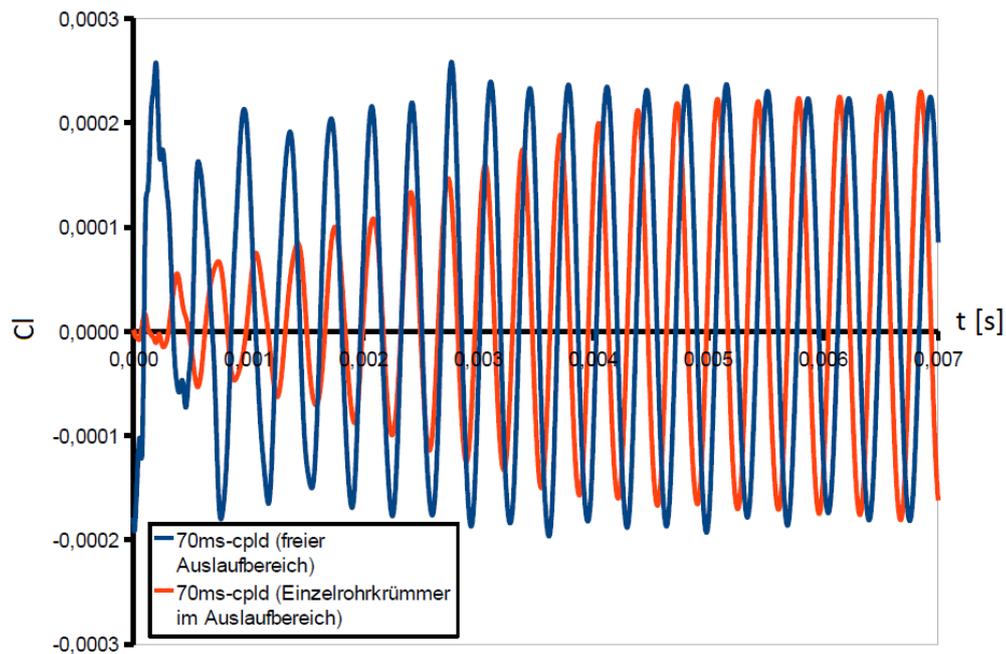


Abbildung 6.104: Zusammenstellung der ermittelten numerischen Lift-Signale bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  mit und ohne nachgeschaltetem Einzelrohrkrümmer

Die ermittelten Wirbelablösefrequenzen  $f$  und die dazugehörigen K-Faktoren werden in der Tabelle 6.10 zusammengestellt.

Bei Betrachtung der Geschwindigkeits- bzw. der Druckfelder werden die Unterschie-

Konfiguration	Wirbelablösefrequenz [Hz]	K-Faktor $\left[\frac{1}{m^3}\right]$
ohne Austrittskrümmung	2822, 853	89141, 1
mit Austrittskrümmung	2840, 190	89688, 547

Tabelle 6.10: Vergleich der numerischen Wirbelablösefrequenzen und der K-Faktoren

de im Strömungsfeld deutlich (siehe Abbildungen 6.105 und 6.106). Es wird bei der Strömungskonfiguration mit einem nachgeschalteten Einzelrohrkrümmer im Nachlaufrohr eine etwas verschiedene Druckverteilung ermittelt, die durch den nachgeschalteten Rohrkrümmer verursacht wird. In der Strömung durch den Einzelrohrkrümmer stellt sich aufgrund der Umlenkung der Strömung um  $90^\circ$  eine bestimmte Druckverteilung ein, um einen Ausgleich der in der Strömung auftretenden Zentrifugalkräfte zu erreichen. Folglich kann, wie auch im vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer festgestellt werden kann, beobachtet werden, dass sich am äußeren Rohrkrümmerradius ein etwas größerer Druck einstellt als im inneren Rohrkrümmerradius. Auf diese Weise werden die in der Strömung auftretenden Kräfte ausgeglichen. Der stromaufwärts gelegene Bereich bekommt diesen Strömungszustand mit, da sich in dieser subsonischen Strömung mittels negativer Wellen Informationen ausbreiten. Zusammen mit der Druckverteilung wird auch die Dichteverteilung beeinflusst, wobei sich der Einfluss hier bis zum Störkörper- und Paddelbereich erstreckt, was dort zu einer Änderung der Wirbelablösefrequenz von etwa 0,6% führt. Eine solche Abweichung ist beträchtlich, da diese Abweichung ungefähr in der gleichen Größenordnung wie die Messunsicherheit liegt. Somit besteht hier die Gefahr, dass aufgrund dieser zusätzlichen Abweichung die Messunsicherheitsgrenze überschritten werden kann. Folglich ist die Einhaltung einer gewissen Auslauflänge von  $L=5D$  erforderlich, um den Einfluss von Nachstörungen weitgehend gering zu halten.

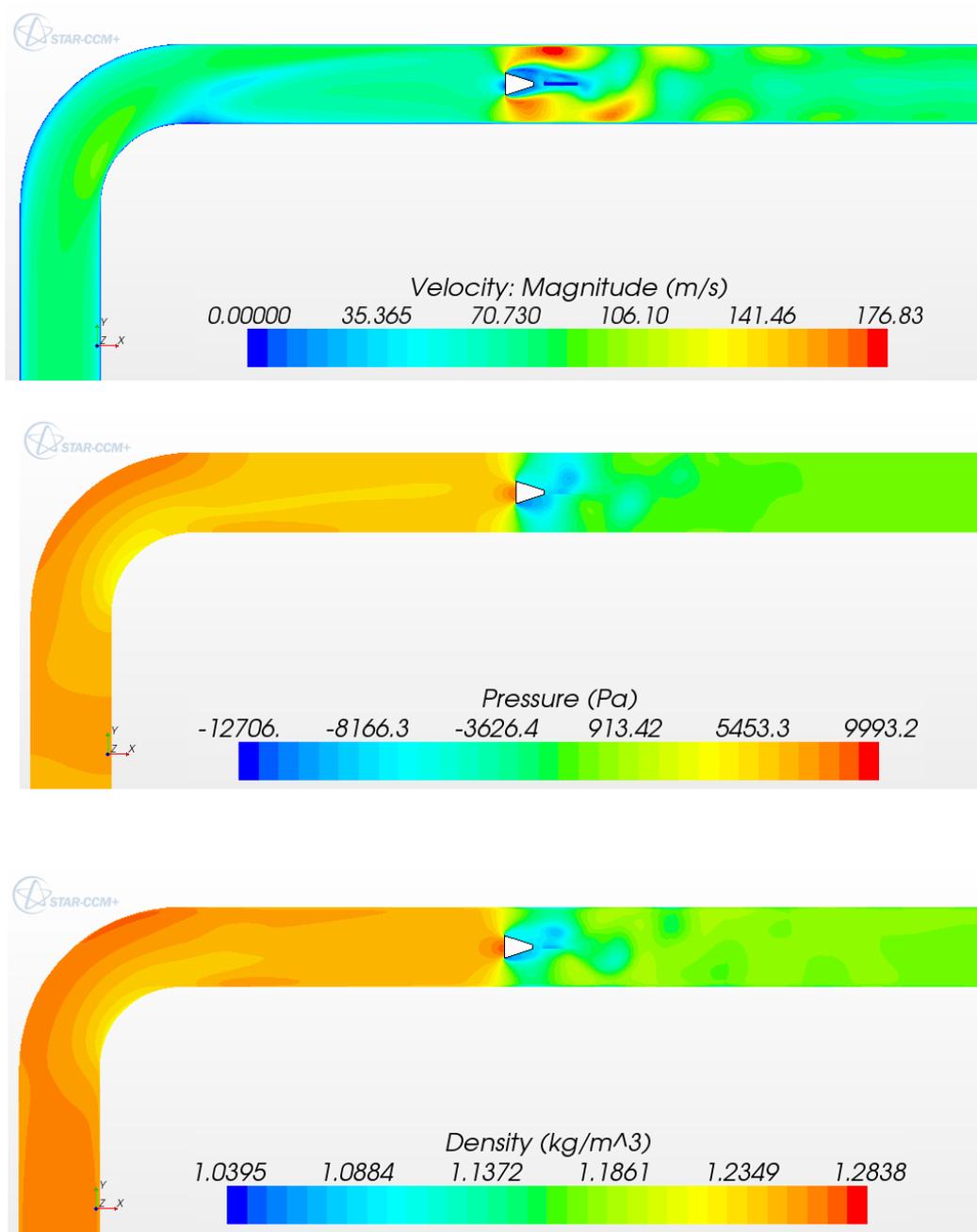


Abbildung 6.105: Darstellung der Strömungsfelder des DN 25 Wirbelzählers mit einem vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$

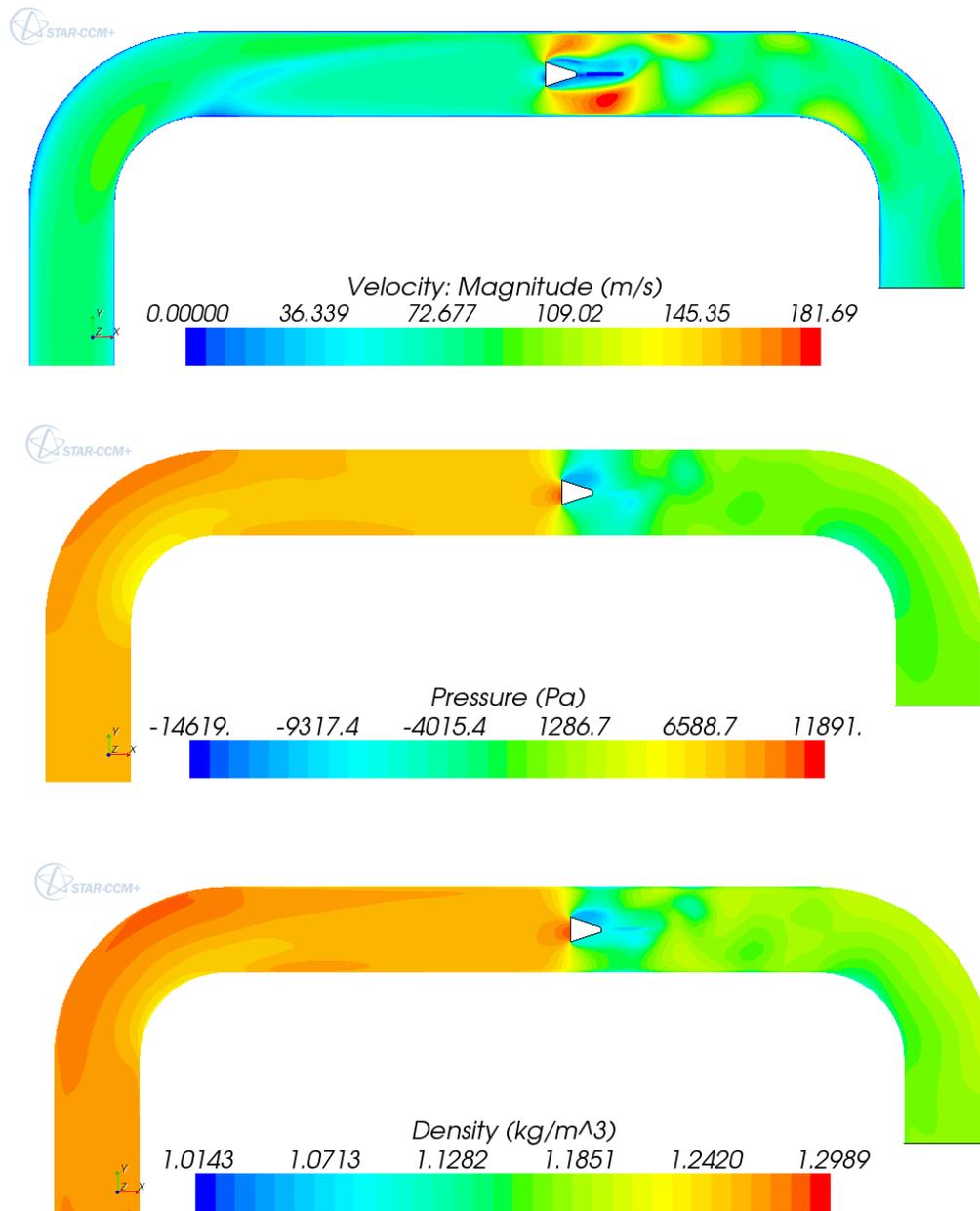


Abbildung 6.106: Darstellung der Strömungsfelder des DN 25 Wirbelzählers mit einem vor- und nachgeschalteten Einzelrohrkrümmer bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit steht die umfassende Untersuchung der Funktionsweise von Wirbelzählern im Vordergrund, wobei viele strömungsmechanische Phänomene detailliert behandelt worden sind. Zuerst ist eine Analyse der Werkzeuge auf ihre Fähigkeit, die hier betrachteten strömungsmechanischen Anordnungen realistisch zu simulieren, durchgeführt worden. Hierzu werden die algorithmischen, modell-technischen und implementierungsorientierten Fragen beantwortet. Einer der wichtigsten Fragen lautet: **Wie wichtig ist die Berücksichtigung von kompressiblen Effekten bei der Berechnung von Wirbelzählern mit Luft und welche Modelle sind für verlässliche Ergebnisse geeignet?** Trotz der niedrigen Einströmmachzahlen  $M_\infty < 0,3$  im Eintrittsbereich ergeben sich im Störkörperbereich des mit Luft betriebenen DN 25 Wirbelzählers aufgrund der hohen Geschwindigkeitsgradienten und der Wärmeleitung im Fluid lokale Temperaturänderungen, die sich bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  bis zu 5% erstrecken. Bei Betrachtung der Druckänderung im Nachlauf des Störkörpers wird bei  $u_m = 70 \frac{m}{s}$  festgestellt, dass dort der statische Druck bis zu 13% schwankt. Bei dieser mittleren Strömungsgeschwindigkeit treten lokale mittel-starke kompressible Effekte auf, da die maximale Mach-Zahl in etwa  $M_{max} \approx 0,52$  beträgt. Da die Temperaturänderung im Strömungsfeld im Gegensatz zur Druckänderung klein ist, ist die Verwendung des *segregated Lösers* gerechtfertigt, da das Geschwindigkeits- und Druckfeld aufgrund des Vorliegens einer kleineren Mach-Zahl Verteilung schwach von der statischen Temperatur abhängig sind. Jedoch haben die Untersuchungen gezeigt, dass eine reine Entkopplung, die durch  $\rho = const$  und  $\mu = const$  entsteht, zu einer abweichenden Temperaturverteilung, aber auch zu einer abweichenden Wirbelablösefrequenz und somit auch zu einer abweichenden Geschwindigkeits- und Druckverteilung führt. Somit verfügt die Strömung im Störkörper- und Paddelbereich über eine gewisse Empfindlichkeit hinsichtlich der korrekten Erfassung der Primärwirbel. Aus diesem Grund muss durch die Berücksichtigung einer variablen Dichte mittels des *idealen Gasgesetzes* eine gewisse quasi Kopplung geschaffen werden. Durch eine variable Dichte wird eine korrekte Geschwindigkeits- und Druckverteilung ermittelt, was die korrekte Erfassung der entstehenden Primärwirbel hinsichtlich der Fortbewegungsgeschwindigkeit und Intensität gewährleistet. Bei den mittleren Strömungsgeschwindigkeiten  $u_m \leq 40 \frac{m}{s}$  bleibt im gesamten Strömungsfeld die lokale Mach-Zahl  $M < 0,3$ . Jedoch ist festgestellt worden, dass auch bei diesen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten die Berücksichtigung

einer variablen Dichte als Funktion von  $T$ , aber vor allem vom statischen Druck  $p$  wichtig ist. Bei sehr kleinen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten wie z.B.  $u_m = 10 \frac{m}{s}$  (bis etwa  $u_m \approx 25 \frac{m}{s}$ ) ist die Änderung in der Dichte und Temperatur um den Störkörper- und Paddelbereich im DN 25 Wirbelzähler so klein, dass die Verwendung des Modells *konstante Dichte* mit dem *segregated Löser* verlässliche Ergebnisse liefert. Hierbei ist das Geschwindigkeitsfeld  $\vec{u}$  und die Druckverteilung  $p$  unabhängig von der statischen Temperatur  $T$ , weswegen die Nicht-Berücksichtigung der Energiegleichung bei der Berechnung zum gleichen Ergebnis führt.

Desweiteren sind detaillierte Analysen der Strömungsfelder von Wirbelzählern sowohl mit Luft als auch mit Wasser durchgeführt worden. Die ermittelten numerischen Ergebnisse sind mittels experimentelle Messungen validiert worden, die globale Strömungsparameter liefern. Dabei ist der Einfluss von geometrischen Modifikationen der Wirbelzähler, die durch unterschiedliche Störkörperbauformen zustande kommen, untersucht worden. Als Referenz ist eine Wirbelzählerkonfiguration untersucht worden, die an den Grenzflächen von Störkörper-Rohrwand über keine geometrischen Modifikationen verfügt. Durch eine bestimmte geometrische Ausführung des im Querschnitt eckig ausgeführten Störkörpers kann auf einer Störkörperseite ein Taschenbereich entstehen, der jedoch in der Strömung eine gewisse lokale Störung verursacht. Die Wirbelablösung wird dermaßen beeinflusst, dass nicht-lineare Effekte zum Vorschein kommen, was sich in einem nicht-linearen Verlauf der Wirbelablösefrequenz  $f$  in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit äußert. Die Bauformen mit einem Sockel bzw. zwei Sockel an den Störkörperenden liefern hinsichtlich des Verlaufes der Wirbelablösefrequenzen im Falle von Wasser einen quasi-linearen Kurvenverlauf, was einen konstanten Verlauf der K-Faktor-Kurve gewährleistet. Bei der Umströmung dieser Sockelelemente wird lokal die Strömung beschleunigt, was sich in gewisser Weise positiv und stabilisierend auf die Wirbelablösung auswirkt und dazu beiträgt, dass im Falle von Wasser eine um etwa 2% höhere K-Faktoren erreicht werden. Bei der numerischen Untersuchung eine starke Vereinfachung als Resultat einer starken Abstraktion durchzuführen, führt dazu, dass Abweichungen in den Ergebnissen zustande kommen. Dies ist beispielsweise bei den Berechnungen mit Luft beobachtet worden. Die Berücksichtigung der Existenz von Sockelelementen an den Störkörperenden führt zu einer anderen Verteilung der K-Faktoren, die mit den experimentellen Messungen, die an der selben Strömungskonfiguration auch durchgeführt worden sind, sehr gut vergleichbar sind. Folglich ist die exakte Nachbildung des Strömungssystems in Form eines Rechen-netzes in den Berechnungen neben der Wahl der richtigen Modellparameter von großer Bedeutung, um eine bessere Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen zu erreichen. Auch im Falle von Luft werden numerisch am Wirbelzähler

mit zwei Sockelelementen (WZ Typ C) höhere K-Faktoren erhalten, wobei der Anstieg der K-Faktoren im Gegensatz zu den K-Faktoren, die an der Referenzkonfiguration ermittelt worden sind, weniger stark erfolgt. Bei den Berechnungen sind je nach vorliegender Strömungsform unterschiedliche Modelle verwendet worden. Bei Wasserströmungen ist die Verwendung des *segregated Lösers* mit dem Modell *konstante Dichte* aufgrund der Inkompressibilität des Mediums passend, wobei die Verwendung dieser Modelle im Falle von Luft mit zunehmender Reynolds-Zahl  $Re$  und Mach-Zahl  $M$  zu einer größeren Abweichung der Wirbelablösefrequenzen führt. Dies zeigt, dass die Berücksichtigung von kompressiblen Effekten aufgrund des stark schwankenden statischen Druckes und aufgrund der lokalen statischen Temperaturänderung wichtig ist. Die Verwendung des *segregated Lösers* gibt als Ergebnis ungefähr die gleichen Ergebnisse wie der *coupled Löser* mit dem *coupled energy Modell*, was zeigt, dass der *segregated Löser* schwache bis mittel-starke kompressible Effekte in der Strömung zuverlässig erfassen kann.

Zusätzlich zu den Modelluntersuchungen sind auch neuartige Randbedingungen getestet worden. In den meisten Berechnungen sind am Eintritt des Strömungssystems nach dem Einlesen eines voll-ausgebildeten Geschwindigkeitsprofils ein konstanter statischer Druck  $p$  und eine statische Temperatur  $T$  über dem Rohrquerschnitt spezifiziert worden. Auf diese Weise entsteht eine Randbedingung mit einer nicht konstanten Totaltemperaturverteilung  $T_t \neq const$ . Eine solche Randbedingung ist angemessen bei sehr langen Rohrleitungssystemen wie z.B. in Pipelines, wo im langen Rohrleitungssystem ein Temperaturgleichgewicht erreicht wird. Bei Betrachtung von kurzen Rohrleitungssystemen wie z.B. bei einer Ansaugvorrichtung, so liegt am Wirbelzählereintritt neben dem voll-ausgebildeten Geschwindigkeitsprofils eine statische Temperaturverteilung vor, so dass eine konstante Totaltemperatur  $T_t = const$  am Eintritt gewährleistet wird. Die ermittelten Wirbelablösefrequenzen stimmen zwar nicht exakt überein, jedoch wird ein tendenziell ähnlicher Verlauf der K-Faktoren ermittelt.

Die Untersuchungen bezüglich Wasser bei kleineren Volumenströmen beinhalten auch eine Netzabhängigkeitsstudie, wobei hier verschiedene Typen von Rechenetzen für den DN 25 Wirbelzähler bei einer kleinen mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  untersucht worden sind. Das Ziel hat darin bestanden, einen höheren K-Faktor zu erreichen, da die zuvor ermittelten numerischen K-Faktoren bei kleinen Volumenströmen ein dem realen K-Faktor-Verlauf ein entgegengesetztes Verhalten aufgewiesen haben. Es hat sich herausgestellt, dass die numerischen Ergebnisse abhängig vom vorliegenden Netztyp sind, jedoch befinden sich die ermittelten Wirbelablösefrequenzen bei  $u_m = 0,5 \frac{m}{s}$  in der gleichen Größenordnung, so dass mit den verschiedenen Rechenetzen der gewünschte Effekt, nämlich das Erreichen eines höheren K-Faktors, nicht erreicht werden konnte. Im weiteren Verlauf der Untersuchung ist festgestellt worden, dass die Verwendung des *laminaren*

*Modells* realistische Ergebnisse hinsichtlich der Wirbelablösefrequenzen liefert. Bei kleineren Volumenströmen wird somit die laminare Umströmung des Störkörpers bedeutsamer. Aufgrund der reduzierten effektiven Viskosität kommen im Strömungsfeld sekundäre und tertiäre Wirbelstrukturen zum Vorschein. Mit diesem Modell wird in Richtung kleinerer Volumenströme eine nicht-lineare Zunahme des K-Faktors erreicht, was mit den Messungen vergleichbar ist.

Diese Arbeit beinhaltet außerdem noch eine detaillierte numerische und experimentelle Analyse eines neuartigen Störkörpers, eines sogenannten Gewindestörkörpers. Am Anfang sind experimentelle Messungen an DN 50 Wirbelzähler durchgeführt worden. Im Falle von Luft ist festgestellt worden, dass mit kleiner werdendem Gewindedurchmesser und Paddel-Gewinde-Abstand eine verbesserte Linearität der Wirbelablösefrequenz in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit erreicht werden kann. Im Falle von Wasser hingegen ergeben sich bei höheren Volumenströmen instabile Lift-Signal-Verläufe. Die ermittelten K-Faktor-Kurven verfügen über einen nicht-linearen Verlauf. Da vermutet worden ist, dass das Auftreten von Kavitation bei höheren mittleren Strömungsgeschwindigkeiten für den nicht-linearen Frequenzverlauf verantwortlich ist, sind bei drei Geschwindigkeiten eine Zweiphasensimulation mit dem *Euler-Euler-Modell* zusammen mit dem *Mixture-Modell* durchgeführt worden. Dabei wird davon ausgegangen, dass das Hauptmedium nicht aus 100% reinem Wasser besteht und folglich eine gewisse Menge an nicht-kondensierbare Dampfbläschen in Wasser aufgelöst ist. Es ist bei der maximalen mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_m = 6 \frac{m}{s}$  festgestellt worden, dass auf der Gewindeoberfläche eine gewisse Aktivität bezüglich des Kavitationsbeginns trotz  $p_{min} > p_D$  vorhanden ist. Bei noch höheren Strömungsgeschwindigkeiten wie z.B. bei  $u_m = 9 \frac{m}{s}$  wird schließlich das Auftreten von voller Kavitation lokal auf der Gewindeoberfläche beobachtet. Bei einer solch hohen mittleren Strömungsgeschwindigkeit treten jedoch numerische Instabilitäten auf.

Weiterhin sind Untersuchungen bezüglich der mathematischen Erfassung bzw. Quantifizierung von Störungen in der Strömung, die mittels einiger in der Literatur existierender und im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelter Parameter ermittelt worden sind, sogenannter K-Parameter, durchgeführt worden. Dabei sind unterschiedliche strömungstechnische Anordnungen hinsichtlich der Störung untersucht worden. Es sind folgende strömungstechnische Anordnungen detailliert untersucht worden: Rohrkrümmer, exzentrischer Reduzierer, halbe Absperrvorrichtung und Kugelventil. Definitionsgemäß entsteht eine Störung in der Strömung, wenn das am Eintritt des Strömungssystems eingeleitete voll-ausgebildete symmetrische Geschwindigkeitsprofil eine Abweichung von dieser definierten Form erfährt. Aufgrund des sich einstellenden gestörten Geschwindigkeitsprofils

stellt sich gleichzeitig eine bestimmte Druck- und Dichteverteilung, vor allem in kompressiblen Strömungen, ein. Bei diesen Untersuchungen ist die Unterscheidung zwischen der realen und der numerisch ermittelten Strömung äußerst wichtig und muss bei der Auswertung immer berücksichtigt und unterschieden werden. Denn eine momentane Betrachtung eines realen turbulenten Strömungsfeldes verfügt über eine chaotischere Verteilung, was durch die Fluktuationen der einzelnen Strömungsgrößen zustande kommt. Da in der numerischen Untersuchung im Allgemeinen die erzeugten Rechennetze aufgrund der gröberen Auflösung des Strömungsraumes die in einer realen turbulenten Strömung auftretenden klein- und großräumigen Wirbelstrukturen nicht erfassen können, wird lediglich der Effekt der Turbulenz durch Berechnung der RANS-Gleichungen und durch Heranziehen von Turbulenzmodellen erfasst. Da die RANS-Gleichungen die zeitgemittelten Navier-Stokes Gleichungen darstellen, wird in der numerischen Untersuchung infolgedessen ein zeitgemitteltes turbulentes Strömungsfeld ermittelt, was mit dem momentanen realen Strömungsfeld, was über eine höhere Asymmetrie verfügt, nicht direkt vergleichbar ist. Aus diesem Grund können Abweichungen zwischen den numerisch und experimentell ermittelten  $K_w$ -Parametern entstehen, je nach Genauigkeit (Frequenz der Abtastrate des Profils) der experimentellen Vorrichtung (z.B. LDA-System). Folglich ist bei der Störungsanalyse der Modellierungsstand berücksichtigt worden. Als Konsequenz werden verschwindend kleine  $K_w$ -Verläufe bei Strömungssystemen, die durch eine einseitige und schwache Asymmetrie der axialen Geschwindigkeitsverteilung  $u$  gekennzeichnet sind, numerisch ermittelt, da das zeitgemittelte turbulente und gestörte Geschwindigkeitsfeld aufgrund der Zeitmittelung im Falle einer einseitigen Asymmetrie über eine zur Meridianebene symmetrischere Verteilung verfügt. Da zudem noch eine punktsymmetrische Definition der Tangentialgeschwindigkeit  $W$  verwendet wird, was von *Starccm+* und *Fluent* zur Verfügung gestellt wird, wird dementsprechend eine punktsymmetrische Tangentialgeschwindigkeitsverteilung mit entgegengesetztem Vorzeichen erhalten, was durch die Kopplung dieser Größe mit der weniger stark gestörten Axialgeschwindigkeitsverteilung wiederum zu einem punktsymmetrischen Integranden des  $K_w$ -Parameters führt. Das Auftreten einer entgegengesetzten Vorzeichenverteilung um die Rohrachse bei dieser Größe  $W$  entsteht durch die Berücksichtigung des mathematisch korrekten Drehsinns der Strömung in der tangentialen Ebene. Bei der Integration hebt sich somit dieser Integrand auf. Beim Kugelventil wird aufgrund der dreidimensionalen Geometrie der inneren Umströmungskante ein asymmetrischeres zeitgemitteltes turbulentes Strömungsfeld erhalten, wodurch beispielsweise aufgrund der höheren Asymmetrie der Axialgeschwindigkeitsverteilung, was durch die starke Beschleunigung und Ablösung bedingt ist,  $K_w \neq 0$  wird. Jedoch werden hier unterschiedliche tendentielle Kurvenverläufe beobachtet, die durch die zufällige Kompensation des Integranden aufgrund des Einflusses der punktsymmetri-

schen Tangentialgeschwindigkeitsverteilung bei der Integration bedingt ist. Dies führt zu tendenziell unterschiedlichen und falschen Kurvenverläufen. Um diese Problematik der gegenseitigen Kompensation des Integranden bei der Störungsanalyse zu umgehen, sind in dieser Arbeit *gefilterte Parameter* eingeführt worden. Bei diesen *gefilterten Parametern* werden die Integranden der K-Parameter in Beträgen gesetzt, wodurch bei der Integration eine gegenseitige Kompensation der jeweiligen Integranden vermieden werden. Mittels dieser Parameter werden numerisch vernünftige Ergebnisse ermittelt. Für die Erfassung der tangentialen Störung ist neben des  $K_w$ -Parameters ein anderer Parameter, der sogenannte  $K_{\omega_x}$ -Parameter definiert und eingeführt worden, der nur lediglich die Änderung der Geschwindigkeitskomponenten ( $v$  und  $w$ ) im betrachteten Rohrquerschnitt um die definierte Rohrachse (x-Achse) erfasst und folglich im Gegensatz zum  $K_w$ -Parameter von der axialen Strömungsgeschwindigkeit  $u$  entkoppelt ist. Dieser Parameter erfasst somit alle Vortizitäten um die x-Achse  $\omega_{xi}$  in einem Rohrquerschnitt, was dann als ein Hinweis auf die reine tangentiale Störung herangezogen werden kann. Der Einsatz dieses Parameters ist nützlich bei fixen Strömungssystemen, die in Abhängigkeit von unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten untersucht werden. Bei der Untersuchung von sich geometrisch ändernden Strömungssystemen wie beim Kugelventil bei einer fixen mittleren Strömungsgeschwindigkeit, werden tendenziell nicht brauchbare, auch durch Einsatz des gefilterten Parameters, erhalten, was durch die fehlende Information in der Definition z.B. bezüglich des Zustandes der Öffnung des Kugelventils zustande kommt. Es kann jedoch in die Definition dieses Parameters der Zustand der Öffnung des Kugelventils indirekt eingebunden werden. Da der  $K_{\omega_x}$ -Parameter definitionsgemäß auf das Produkt aus Rohrdurchmesser und mittlerer Strömungsgeschwindigkeit bezogen wird  $u_m \cdot R$ , kann dieser Nenner so geändert werden, dass statt des konstanten Rohrradius eine bestimmte variable geometrische Länge  $R^*$ , die im Falle des Kugelventils ein Maß für die maximale Länge der Durchströmungsfläche ist, zum Einsatz kommt. Auf diese Weise ist ein neuer K-Parameter mit der Bezeichnung  $K_{\omega_{b,x}}$  entstanden, dessen gefilterte Version tendenziell brauchbare Kurvenverläufe bei solchen Strömungssystemen mit variabler Strömungsgeometrie liefert.

Am Ende dieser Arbeit sind instationäre Berechnungen an einem Strömungssystem durchgeführt worden, wo einer strömungstechnischen Anordnung, einem Einzelrohrkrümmer, zwei Typen von DN 25 Wirbelzählerkonfigurationen sowohl vor- als auch nachgeschaltet worden sind. Folglich stellt dies einen umfassenden Fall der Untersuchung dar, da hier der Einfluss der Störung auf das instationäre Strömungsfeld vom DN 25 Wirbelzähler sowohl numerisch als auch experimentell untersucht worden ist. Die meisten instationären Berechnungen sind auch hier unter Verwendung des *segregated Lösers* zusammen mit dem *kompressiblen idealen Gasgesetz* durchgeführt worden. Auf diese Weise können kompressi-

ble Effekte in der Strömung berücksichtigt werden. Da die kompressiblen Erhaltungsgleichungen hier gelöst werden und somit eine variable Dichte  $\rho = \rho(p, T)$  in den instationären Berechnungen berücksichtigt wird, liegt hier ein quasi-hyperbolischer Strömungscharakter vor. Zuvor ist die Verlässlichkeit von *Starccm+* bei der Berechnung der Strömung durch einen Rohrkrümmer bei einer Reynolds-Zahl  $Re_D = 5000$  überprüft und die Ergebnisse mit den zeitgemittelten LES Ergebnissen von Rütten [57] verglichen worden. Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung der zeitgemittelten Strömungsfelder. Die Verwendung des *idealen Gasgesetzes* trägt dazu bei, dass im Strömungsfeld eine endliche Schallgeschwindigkeit  $c$  und eine Mach-Zahl-Verteilung existiert. Somit liegen im Strömungsfeld aufgrund der Existenz einer endlichen Schallgeschwindigkeit Wellenvorgänge vor. Die Änderung der Dichte  $\rho$  ist zwar klein, beeinflusst jedoch die Wirbelablösefrequenz erheblich, was auch anhand der Ergebnisse im Unterkapitel **6.1.4** auch festgestellt worden ist. Nur bei Reynolds-Zahlen kleiner als  $Re_D \leq 15226$  ( $u_m \leq 10 \frac{m}{s}$ ) ist die Verwendung des Modells *konstante Dichte* auch gerechtfertigt, da die Mach-Zahl verschwindend klein ist. Die erzielten numerischen Ergebnisse an der Wirbelzählerkonfiguration WZ Typ C stimmen im Falle einer Vorstörung mit den experimentellen Ergebnissen wiederum gut überein, wobei die maximale Abweichung des numerischen K-Faktors vom gemessenen K-Faktor in etwa 1,8% beträgt. Abweichungen können aus der Nicht-Berücksichtigung von Strömungsverhältnissen resultieren, die während der Messungen im Strömungssystem geherrscht und von den numerischen Randbedingungen abgewichen haben. Die Berechnungen an der Referenzkonfiguration liefern im Gegensatz zu den Messungen tendentiell unterschiedliche Verläufe. Folglich wird hier wiederum deutlich, wie wichtig es ist, die exakte Geometrie des Strömungssystems in der numerischen Untersuchung nachzubilden. Die Ermittlung der zeitgemittelten  $\overline{|K_w|}$  und der  $\overline{|K_{\omega_x}|}$ -Parameter im Einlaufrohr liefern tendentiell logische Ergebnisse. Es wird festgestellt, dass am Störkörper eine Strömung ankommt, die über eine tangentielle Störung verfügt. Dies verursacht zusammen mit der vorliegenden Asymmetrie in der axialen Geschwindigkeitsverteilung eine Modulation der Wirbelablösefrequenz  $f$ . Bei Verwendung des zeitgemittelten  $\overline{K_a}$ -Parameters ist festgestellt worden, dass von diesem Parameter nicht die Abweichung des gestörten Profils vom voll-ausgebildeten symmetrischen Profil erfasst werden kann. Folglich ist ein neuer Parameter  $K_{Profil}$  entwickelt worden, der die kummulierten Differenzgeschwindigkeiten zwischen Referenzfall und gestörtem Profil in y- und z-Richtung erfasst und auf diese Weise die Abweichung des Profils vom voll-ausgebildeten und symmetrischen Profil erfasst. Es ist hier auch unter Verwendung des *coupled Lösers* mit dem *coupled energy Modell* der Einfluss eines nachgeschalteten Rohrkrümmers untersucht worden, wobei der Einzelrohrkrümmer direkt am Wirbelzähleraustritt ( $LA=0D$ ) positioniert worden ist. Der Vergleich mit der Konfiguration ohne nachgeschaltetem Einzelrohrkrümmer zeigt, dass die

Wirbelablösefrequenz um etwa 0,6% vom Referenzfall abweicht. Die Berechnungen sind unter Verwendung der gleichen Einstellungen und des gleichen Netztyps durchgeführt worden. Da diese Abweichung in der Größenordnung der Messunsicherheit liegt, kann hier von einem großen Einfluss gesprochen werden. Störungen, die im nachgeschalteten Rohrkrümmer erzeugt werden, werden mittels negative Wellen stromaufwärts transportiert, weswegen die Strömung im Störkörper- und Paddelbereich beeinflusst wird. Folglich ist die Einhaltung einer geforderten Mindestauslauflänge von  $LA=5D$  erforderlich, um das Ausmaß der Störung weitgehend klein zu halten.

Es ist im Rahmen dieser Arbeit festgestellt worden, dass die in der Rohrleitung entstandene Störung mit zunehmender Auslauflänge abklingt. Da jedoch die erzeugte rotationsbehaftete Störung stabil sein kann, wird im Allgemeinen eine lange Auslaufrohrlänge benötigt. Da jedoch in heutigen komplex und kompakt aufgebauten Anlagen nicht viel Platz für eine solche Installation vorliegt, ist es nützlich, einen Strömungsgleichrichter zu benutzen, der aufgrund des etwas kleineren Außendurchmessers in die Rohrleitung eingesteckt werden kann. Die Funktionsweise eines Lochplattengleichrichters ist hier behandelt worden, wobei die Funktionsweise anhand der ermittelten K-Parameter vor und hinter dem Gleichrichter veranschaulicht worden ist. Mit einem solchen Gerät kann der Drall und die Asymmetrie in der Strömung auf Kosten des Druckabfalls nahezu komplett in einer effektiven Weise entfernt werden.

Für die Zukunft ist es ratsam, den Einfluss von zwei- und dreidimensionalen Rohrkrümmern auf den Wirbelzähler zu untersuchen, wobei bei der numerischen Untersuchung unterschiedliche Einlaufrohrlängen am Wirbelzählereintritt verwendet werden sollten. Auf diese Weise könnte eine numerische Korrekturtafel für die K-Faktoren entstehen. Außerdem würde auf diese Weise eine Datenbank entstehen, die uns ein breites Spektrum an Informationen bezüglich der Strömung liefern könnte. Durch Anwendung der Ähnlichkeitstheorie könnte man auf andere Strömungsprobleme schließen. Die numerischen Ergebnisse sollten mittels experimentelle Messungen validiert werden. Es sollten viele Messungen durchgeführt werden, um eventuell bestimmte Zusammenhänge zu identifizieren, die beim Betrieb von Wirbelzählern in Anwesenheit von strömungstechnischen Anordnungen wie Rohrkrümmer von großer Bedeutung wären. Da der Strömungsraum des Wirbelzählers über einen hybriden Strömungscharakter verfügt, was bedeutet, dass die Rohrströmung turbulent und die Störkörperumströmung laminar ist, wäre die Durchführung von instationären Berechnungen unter Verwendung von Transitionsmodellen interessant. Transitionsmodelle werden zusammen mit den Turbulenzmodellen verwendet. Um in einer turbulenten Strömung, die mittels Turbulenzmodelle berechnet

wird, die Transitionsphänomene zu erfassen, müssen Transitionsmodelle benutzt werden, da die Turbulenzmodelle nur lediglich die Turbulenz erfassen können. Desweiteren ist es auch ratsam, ausschließlich Berechnungen durchzuführen, in denen eine bestimmte strömungstechnische Armatur gekoppelt mit dem Wirbelzähler vorliegen. Auf diese Weise kann eine bessere Einsicht in die Strömungsphänomene erhalten werden. Außerdem ist die Entwicklung weiterer K-Parameter, die unter Modellierungsumständen eingesetzt werden könnten, ratsam.

## 8 Nomenklatur und Übersicht

$A$	Rohrquerschnittsfläche
$A_{D-d}$	Durchströmungsfläche im engsten Querschnitt
$\hat{A}, \hat{B}$	Jacobi-Matrizen
$c$	Schallgeschwindigkeit
$c_A$	Auftriebskoeffizient, Lift-Koeffizient
$c_l$	Auftriebskoeffizient, Lift-Koeffizient
$c_p$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$c_v$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$c_W$	Widerstandskoeffizient
$C_\mu$	Parameter beim k-epsilon Turbulenzmodell
$d$	Störkörperhöhe
$D$	Rohrdurchmesser
$DNS$	Abkürzung für direkte numerische Simulation
1-D, 2-D, 3-D	Abk. für ein-, zwei- und dreidimensional
$e$	innere Energie ( $e = c_v \cdot T$ )
$e_t$	Totalenergie ( $e_t = e + \frac{1}{2}\rho u^2$ )
<i>exp.</i>	Abk. für experimentell
$Ec$	Eckert-Zahl
$f$	Wirbelablösefrequenz
$f_s$	Störungsfrequenz
$\tilde{f}$	Darstellung für eine beliebige und allg. Fkt.
$F, G, H$	reibungsfreie Flussvektoren
$F_A$	Auftriebskraft
$Fr$	Froude-Zahl
$F_v, G_v, H_v$	Reibungsflussvektoren
$FDS$	Abkürzung für Flux-Difference-Splitting
$FVS$	Abkürzung für Flux-Vector-Splitting
$F_W$	Widerstandskraft
$\vec{g}$	Gravitationsvektor
$h$	statische Enthalpie; Glg. für charakteristische Linien

$H_t$	Totalenthalpie
<i>i.G.</i>	Abk. für ideales Gasgesetz
$I$	Einheitsmatrix
$k$	turbulente kinetische Energie
$k_s$	Rohrrauigkeit, Sandrauigkeit
$K$	K-Faktor
$K_a$	Asymmetrie-Zahl
$ K_i $	gefilterter K-Parameter $K_i$
$\overline{K_i}$	zeitgemittelter K-Parameter z.B. $\overline{K_u}$
$Kn$	Knudsenzahl
$K_{Profil}$	Parameter zur Erfassung der Profilformabweichung
$K_u$	Momentenverteilungszahl
$KV$	Abkürzung für Kugelventil
$K_{vdev}$	Kennzahl zur Erfassung der Abweichung von $v$
$K_w$	Swirl-Zahl, Drallzahl
$K_{wdev}$	Kennzahl zur Erfassung der Abweichung von $w$
$K_{\omega_x}$	Vortizitätszahl definiert um die x-Achse
$K_{\omega_{bx}}$	modifizierte Vortizitätszahl bezogen auf Länge $R^*$
$l_F$	mittlere freie Weglänge der Moleküle
$L$	charakteristische Länge; Rohrlänge
$L_E, LE; L_A, LA$	Einlaufänge; Auslaufänge
$L_{e-lam}; L_{e-turb}$	voll-ausgebildete Einlaufängen
$LES$	Abkürzung für Large Eddy Simulation
$\dot{m}$	Massenstrom
$\dot{m}_{CAV}$	Kavitationsmassenstrom
$\dot{m}_{Corr}$	Korrektur für den Massenstrom (num. Größe)
$\dot{m}_F$	korrigierter Massenstrom (num. Größe)
$M$	Mach-Zahl
$MID$	Abk. für Magnetisch-Induktives Durchflussmessgerät
$M_{max}$	maximale lokale Mach-Zahl
$M_{mol}$	Molmasse
$M_t$	turbulente Mach-Zahl
$M_\infty$	freie Anströmmachzahl
$n$	Impulsanzahl; Nikuradse-Exponent; Zeitlevel
<i>num.</i>	Abk. für numerisch
$N$	Anzahl der Messpunkte
$N_{3D,DNS}$	ungefähre Gitterpunktanzahl bei DNS

$N_{3D,LES}$	ungefähre Gitterpunktanzahl bei LES
$\vec{n}$	Normalenvektor
$p$	statischer Druck
$p(\tau)$	parametrisierte Transformationsgröße ( $p(\tau) = z_x$ )
$p_A$	statischer Druck am Austritt
$p_{abs}$	Absolutdruck (num. Größe)
$p'$	korrigierender Druck (num. Größe)
$p_{Gauge}$	Relativdruck, Gauge Pressure (num. Größe)
$p_D$	Dampfdruck
$p_{min}$	minimaler statischer Druck
$p_0, p_t$	Totaldruck
$p^*$	intermediärer, unkorrigierter Relativdruck (num. Größe)
$P_{MID}, P_{VORTEX}$	gemessener MID- und Wirbelzählerimpuls
$p_{ref}$	Referenzdruck (num. Größe)
$Pr$	Prandtl-Zahl
$Pr_t$	turbulente Prandtl-Zahl
$\Delta p, dp$	Druckdifferenz
$\overline{\Delta p}$	Druckdifferenz in der Druckmesskammer
$q_t$	turbulenter Wärmestrom
$q(\tau)$	parametrisierte Transformationsgröße ( $q(\tau) = z_y$ )
$\vec{q}$	Wärmeflussvektor
$\dot{q}$	Wärmefluss (skalare Größe, gebildet aus $\nabla \cdot \vec{q}$ )
$Q$	Volumenstrom
$Q_R$	Referenzvolumenstrom
$\tilde{Q}$	zugeführte Wärme
$\hat{Q}$	Lösungsvektor
$r$	radiale Koordinate
$\bar{r}$	Radiusverhältnis
$R$	Rohrradius
$Re$	Reynolds-Zahl
$R_{Kr}$	Krümmungsradius
$Re_{krit}$	kritische Reynolds-Zahl
$R_m$	molare Gaskonstante
$R_{RES}$	Residuen
$R_s$	spezifische Gaskonstante
$R^+, R^-$	Riemann-Invarianten
$R^*$	max. charakt. Länge der Durchströmungsfläche

$s$	Entropie
$s_1(\tau), s_2(\tau), s_3(\tau)$	parametrisierte Transformationsgrößen
$\tilde{s}$	Entropiewelle
$SB$	Abk. für einen Einzelrohrkrümmer (Single-Bend)
$SIMPLE$	Abk. Semi-Implicit-Method for Pressure Linked Eq.
$S.P.$	Abkürzung für Staupunkt
$Sr$	Strouhal-Zahl
$t$	Zeitgröße
$\vec{t}$	Tangentialvektor
$\Delta t$	Zeitschritt
$T$	statische Temperatur
$T_E, T_A$	statische Ein- und Austrittstemperaturen
$T_P$	Frequenzperiode
$T_t$	Totaltemperatur
$T_\infty$	statische Temperatur im Einströmbereich
$Tu_{int}$	turbulente Intensität (allg. Bezeichnung)
$Tu_E, Tu_A$	turbulente Intensität am Ein- und Austritt
$u_m$	mittlere Strömungsgeschwindigkeit
$\vec{u}_{mix}$	masse-gemittelter Geschwindigkeitsvektor
$u_\infty$	freie Anströmgeschwindigkeit
$u_{max}$	maximale Strömungsgeschwindigkeit
$u_\tau$	Schergeschwindigkeit
$u, v, w$	x-, y- und z-Geschwindigkeitskomponenten
$u^*, v^*, w^*$	intermediäre Geschwindigkeitskomponenten
$u', v', w'$	fluktuierende Geschwindigkeitskomponenten
$\vec{u}$	Geschwindigkeitsvektor $\vec{u} = (u, v, w)^T$
$\vec{u}_{yz}$	Geschwindigkeitsvektor in der y-z-Ebene
$\Delta u_y, \Delta u_z$	kummulierte Differenzgeschwindigkeiten
$W$	Tangentialgeschwindigkeitsvariable (num. Größe)
$\widetilde{W}$	analytisch berechnete Tangentialgeschwindigkeit
$WZ$	Abkürzung für Wirbelzähler
$x, y, z$	x-, y- und z-Koordinaten
$x_T$	Transitionslänge
$X$	allg. und bel. skalare oder vektorielle Größe
$y^+$	dimensionsloser Wandabstand
$y_s, z_s$	resultierende y- und z-Schwerpunktskoordinaten
$z$	beliebige Funktion $z = f(x, y)$

$z_x, z_y$	partielle Ableitungen 1. Ordnung
$z_{xx}, z_{yy}, z_{xy}$	gemischte partielle Ableitungen 2. Ordnung

## Griechische Formelzeichen

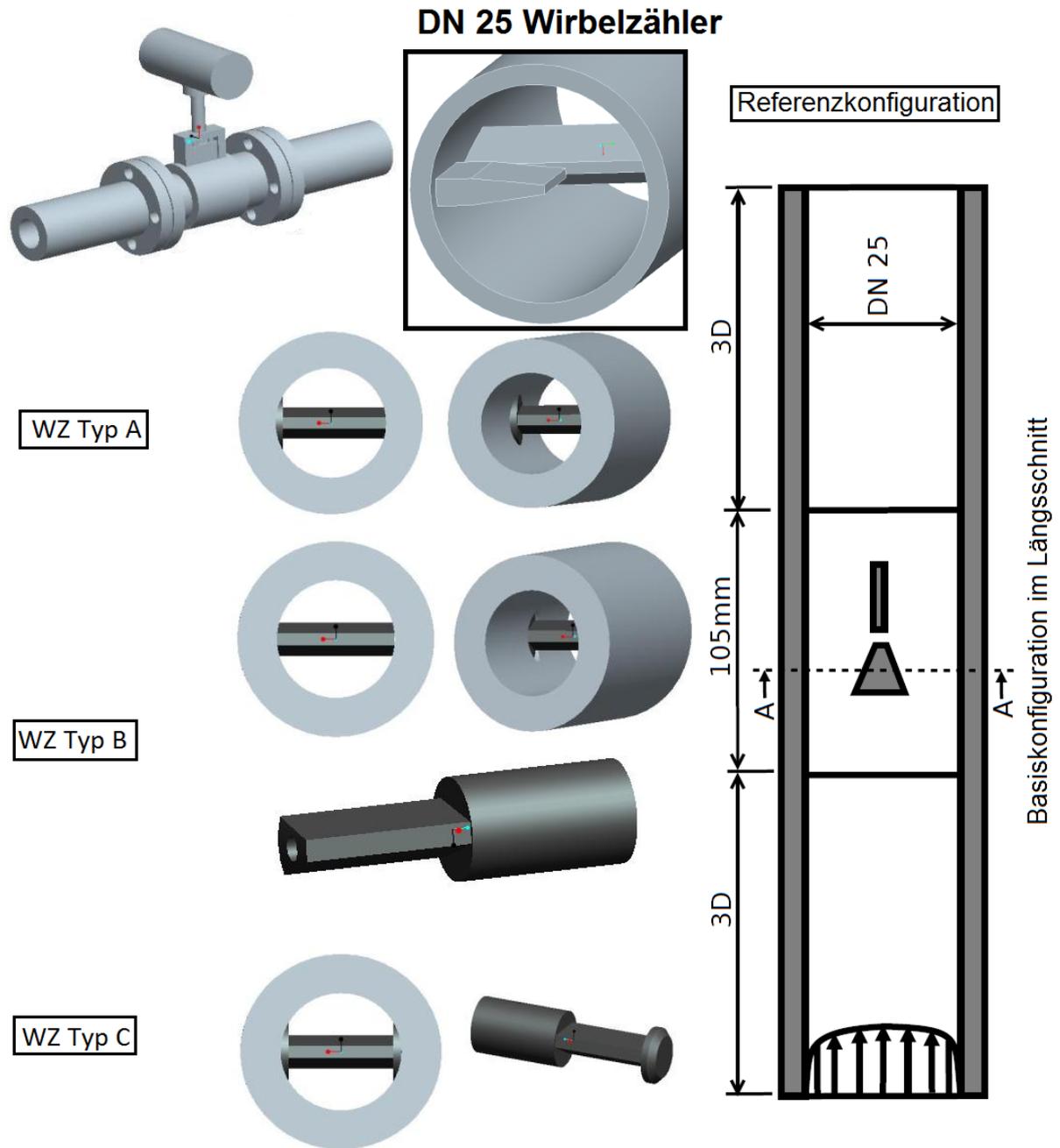
$\alpha$	Durchflusszahl
$\widetilde{\alpha}_k, \widetilde{\alpha}_p$	Volumenfraktionen
$\beta_p$	isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient
$\beta_T$	isothermer Kompressibilitätskoeffizient
$\delta_{ij}$	Kronecker-Delta-Funktion
$\Delta$	Differenzwert; Diskriminante
$\epsilon$	turb. Dissipationsrate; ein Maß für num. Fehler
$\varphi$	Ablösewinkel
$\widetilde{\varphi}$	Gewindesteigung
$\Phi$	Potentialfunktion
$\widetilde{\Phi}$	Dissipationsfunktion (in Energiegleichung)
$\gamma_F$	Rhie-Chow-Dissipationsfunktion (im <i>segregated Löser</i> )
$\Gamma$	Zirkulation
$\Gamma_x$	Zirkulation um die x-Achse
$\kappa$	isentropen Exponent
$\lambda$	Rohrreibungskoeffizient
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Eigenwerte
$\lambda_W$	Wärmeleitungskoeffizient
$\lambda_{Wt}$	turbulenter Wärmeleitungskoeffizient
$\mu, \eta$	dynamische Viskosität
$\mu_{mix}$	Mischungsviskosität
$\mu_t$	turbulente Viskosität
$\nu$	kinematische Viskosität: $\nu = \mu/\rho$
$\rho$	Dichte
$\rho_{mix}$	Mischungsdichte
$\sigma$	Unterrelaxationsparameter (Entspannungsfaktor)
$\tau$	Scherspannung; variabler Parameter
$\tau_w$	Wandschubspannung
$\tau_{wt}, \tau_{wl}$	turbulente und laminare Wandschubspannung
$\tau_{ij}$	viskoser Spannungstensor
$\overline{\tau_{ij}}$	gemittelter viskoser Spannungstensor
$\tau_{xx}$	erste Komponente des viskosen Spannungstensors

---

$\omega$	Seitenverhältnis
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Komponenten des Vektors der Wirbeldichte
$\vec{\omega}$	Vektor der Wirbeldichte
$\vec{\omega}_r$	Vektor der Drehung
$\xi_1, \xi_2$	Winkelangaben (Störkörper-Einbauabweichungen)
$\tilde{\xi}$	eine sich dem Wert 0 annähernde Größe

## Operatoren

$\nabla$	Nabla-Operator: $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)^T$
$\nabla X$	Gradient von $X$
$\nabla \cdot X$	Divergenz von $X$
$\nabla \times X$	Rotation von $X$
$\nabla^2 X$	Laplace-Operator angewandt auf $X$
$X^T$	Transponierte des Vektors $X$
$\frac{DX}{Dt}$	substantielle Ableitung der Größe $X$



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Installation eines Wirbelzählers in einer Pipeline . . . . .	2
2.1	Aufbau eines Wirbelzählers . . . . .	4
2.2	Momentanaufnahme eines Primärwirbels oberhalb des Paddels . . . . .	5
2.3	Momentanaufnahme der Druckverteilung im Strömungsfeld . . . . .	6
2.4	Geschwindigkeitsfeld um Störkörper und Paddel . . . . .	8
2.5	Aufbau des Druckmesskambers . . . . .	9
2.6	Wirbelzähler mit Druckmesskammer (A-A) . . . . .	9
2.7	Aufbau eines kapazitiven Messumformers für die Druckmessung [9] . . . . .	10
2.8	Skizzenhafte Darstellung eines Wirbelzählers mit den Einflussparametern . . . . .	11
2.9	Geometrie- und Positionsabweichung eines kantigen Störkörpers . . . . .	12
2.10	Unterschiedliche Störkörpergeometrien . . . . .	14
2.11	Skizze einer Kalibrieranlage . . . . .	16
2.12	Aufbau einer Kalibrieranlage mit kritischen Düsen als Referenzdurchfluss- messgeräte . . . . .	18
2.13	Skizzenhafte Darstellung von zwei Fehlerkurven $a$ und $b$ . . . . .	19
3.1	Berechnete Lösungsfelder der Wellen-Gleichung zweiter Ordnung mit der sinusförmigen Anfangsverteilung . . . . .	26
3.2	Konturplot des Betrages der Vortizität $[\frac{1}{s}]$ um den Störkörper . . . . .	29
3.3	Fall a: statistisch-stationäre Strömung und Fall b: statistisch-instationäre Strömung . . . . .	32
3.4	Instationäre Effekte vor und hinter dem Störkörper . . . . .	33
3.5	Verteilung der Mach-Zahl bei $u_m = 70 \frac{m}{s}$ . . . . .	36
3.6	Vergleich der Dichtekonturen $\rho(T, p)$ und $\rho(T)$ . . . . .	38
3.7	Transition von laminarer auf turbulenter Grenzschicht . . . . .	39
3.8	Vergleich zwischen einem laminaren und turbulenten Geschwindigkeitsprofil . . . . .	41
3.9	Interaktion zwischen laminaren und turbulenten Regionen im Strömungs- feld des Wirbelzählers . . . . .	43
3.10	Zustandsänderung in einem Diffusor im h-s-Diagramm . . . . .	44
3.11	Strömungsablösung einer Diffusorströmung . . . . .	45

3.12	Strömungsablösung um den kantigen DN 25 Störkörper . . . . .	46
3.13	Visualisierung eines Primär- und Sekundärwirbels anhand von Druckisoflächen	48
3.14	Visualisierung des Wirbelzusammenbruchs anhand von Druckisoflächen . .	49
3.15	Strouhal-Zahl-Reynolds-Zahl Diagramm für Zylinderumströmung [58] . . .	49
3.16	Zusammenstellung der $Sr-Re$ Verläufe von einem zylindrischen und kantigen Störkörper [15] . . . . .	50
3.17	Entstehung einer voll-ausgebildeten Rohrströmung bei einer Ansaugvorrichtung . . . . .	52
3.18	Moody-Diagramm [23]: Darstellung des Rohrreibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl . . . . .	54
3.19	Nikuradse-Profile bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten . . . . .	56
3.20	Gersten-Profile bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten $u_m$ . . . . .	57
3.21	Vorgehensweise bei der Profil- und Wirbelzählersimulation . . . . .	58
3.22	Darstellung von Rohrkrümmerkonfigurationen . . . . .	59
3.23	Visualisierung der Strömung am Austritt der Rohrkrümmer . . . . .	59
3.24	Skizzenhafte Darstellung einer Vortizitätsverteilung in einem Rohrquerschnitt	61
3.25	Darstellung des Geschwindigkeitsvektors $\vec{u}_{yz}$ in einem Kreisquerschnitt . .	62
3.26	Darstellung der Tangentialgeschwindigkeitsverteilung mit Stromlinien . . .	64
4.1	Darstellung von stationären und instationären Strömungsverhältnissen bei einer Tragflügelumströmung . . . . .	67
4.2	Vergleich der berechneten Temperaturverteilungen mit unterschiedlichen Lösern und Modellen . . . . .	71
4.3	Schematische Darstellung des Aufbaus eines SIMPLE-Algorithmus ( $\rightarrow A$ ) und die Darstellung der Entstehung einer quasi Kopplung zwischen den Erhaltungsgleichungen bei Einbindung von $\rho(p, T)$ im <i>segregated Löser</i> ( $\rightarrow B$ )	74
4.4	Anfangsinitialisierung des 1-D Riemann-Problems und Darstellung der 1-D Finite-Volumen Diskretisierung . . . . .	77
4.5	Charakteristische Linien im Eintrittsbereich im subsonischen Fall . . . . .	79
4.6	Lösungsfeld der abhängigen Lösungsvariablen $\rho$ in der x-t-Ebene . . . . .	80
4.7	Komplette Auflösung der kleinsten Wirbelstrukturen mit einem feinen (a) und die Darstellung eines groben Netzes (b) . . . . .	81
5.1	Funktionsweise der Wasserkalibrieranlage in Form eines Flussdiagramms . .	88
5.2	Wasserkalibrieranlage der Firma Krohne . . . . .	89
5.3	Schematische Darstellung des Aufbaus der Luftkalibrieranlage . . . . .	90

6.1	Basiskonfiguration im Längsschnitt der untersuchten DN 25 Wirbelzähler .	92
6.2	Geometrische Ausführung der Referenzkonfiguration im Querschnitt A-A (links) und räumliche Anordnung des Störkörpers und Paddels im Messrohr (rechts) . . . . .	93
6.3	Rechennetz MXR . . . . .	94
6.4	Vergleich der Geschwindigkeitsprofile . . . . .	97
6.5	Konturen der Geschwindigkeits- und Druckverteilungen mit Stromlinien . .	99
6.6	Numerisches Lift-Signal (links) und die dazugehörige DFT-Analyse (rechts)	100
6.7	Skizzenhafte Darstellung des Wirbelzählers mit einem Sockel im Querschnitt A-A (WZ Typ A) . . . . .	101
6.8	Nach der Kalibrierung ermittelte K-Faktor-Verläufe . . . . .	102
6.9	Vergleich der numerischen mit den gemessenen K-Faktoren . . . . .	103
6.10	Darstellung des Netzes MXR-F-BP . . . . .	104
6.11	Darstellung des feinen Netzes MXF . . . . .	105
6.12	$y^+$ -Verlauf entlang einer x-Koordinate auf der Wirbelzählerwandoberfläche	105
6.13	$y^+$ -Verlauf entlang der Wandoberfläche . . . . .	106
6.14	Darstellung des hybriden Rechennetzes MX-HYB . . . . .	106
6.15	Ermittelte numerische Wirbelablösefrequenzen in Abhängigkeit von unterschiedlichen Rechennetzen . . . . .	107
6.16	Darstellung von Geschwindigkeitskonturen bei $u_m = 0,1 \frac{m}{s}$ (oben) und $u_m = 0,3 \frac{m}{s}$ (unten) . . . . .	108
6.17	Zusammenstellung von den ermittelten Lift-Signalen und den korrespondierenden DFT-Analysen . . . . .	109
6.18	Vergleich zwischen experimentellen und numerischen K-Faktoren bei kleinen Volumenströmen . . . . .	109
6.19	Skizzenhafte Darstellung des Querschnittes A-A des Wirbelzählers mit einer Tasche (WZ Typ B) . . . . .	110
6.20	K-Faktor-Verläufe von drei DN 25 Wirbelzählern gleichen Typs mit einer paddelseitigen Tasche (WZ Typ B) . . . . .	111
6.21	Vergleich der Lift-Signale der Wirbelzähler WZ Typ B (links) und WZ Typ A (rechts) . . . . .	112
6.22	Skizzenhafte Darstellung des Querschnittes A-A des Wirbelzählers WZ Typ C	113
6.23	Darstellung der erzeugten Rechennetze für die Wirbelzählerkonfigurationen	114
6.24	Eingestellte Zeitschritte $\Delta t$ in Abhängigkeit von der vorliegenden mittleren Strömungsgeschwindigkeit $u_m$ . . . . .	115
6.25	Numerische K-Faktoren . . . . .	116

6.26	Strömung im Störkörper- und Paddelbereich (Stromlinien verfärbt mit dem Betrag des Geschwindigkeitsvektors) . . . . .	118
6.27	Darstellung der Stromlinien um den Störkörper- und Paddelbereich am Wirbelzähler WZ Typ B . . . . .	119
6.28	Darstellung der Strömung um die Sockel am WZ Typ A und WZ Typ C .	120
6.29	Vergleich der Rechennetze: Referenzkonfiguration MXR (oben) und der Wirbelzähler mit zwei Sockel WZ Typ C (unten) . . . . .	121
6.30	Schematische Darstellung der Randbedingungen RB 1 und RB 2 . . . . .	123
6.31	Numerische K-Faktoren bei unterschiedlichen Modellen (ermittelt am Netz MXR) . . . . .	125
6.32	Geschwindigkeit und Relativdruck bei $u_m = 70 \frac{m}{s}$ . . . . .	127
6.33	Temperatur und Schallgeschwindigkeit bei $u_m = 70 \frac{m}{s}$ . . . . .	127
6.34	Numerisch ermittelte K-Faktoren an der Referenzkonfiguration (MXR) mit RB 1 und RB 2 . . . . .	128
6.35	Vergleich zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen der Wirbelzählerkonfiguration WZ Typ C . . . . .	129
6.36	Darstellung von Geschwindigkeitskonturen der Referenzkonfiguration (oben) und des Wirbelzählers WZ TYP C (unten) im Querschnitt A-A . . . . .	130
6.37	Totalenthalpie-Verteilung auf der Wirbelzählerrohroberfläche . . . . .	131
6.38	Untersuchte Wirbelzählerkonfigurationen A und B an der Luftanlage . . .	133
6.39	Überprüfung der Linearität der Konfiguration WZ M14 mit $a1 = 3mm$ und $a2 = 4mm$ . . . . .	134
6.40	Darstellung der Wirbelablösefrequenz in Abhängigkeit vom Volumenstrom beim Wirbelzähler nach Konfiguration B . . . . .	135
6.41	Untersuchte Wirbelzählerkonfigurationen C und D an der Wasserkalibrieranlage . . . . .	135
6.42	K-Faktor-Verläufe . . . . .	136
6.43	Vergleich der Lift-Signale (Konfiguration C) bei einem großen (links) und kleinen (rechts) Volumendurchsatz . . . . .	137
6.44	Numerisch untersuchte Wirbelzählerkonfiguration mit zwei Gewindetypen .	138
6.45	Ausschnitte aus dem konstruierten Rechennetz mit Gewindestörkörper A .	139
6.46	Numerisch ermittelte K-Faktor Verläufe (Einphasensimulationen) . . . . .	140
6.47	Darstellung der Geschwindigkeitskonturen bei $u_m = 4 \frac{m}{s}$ des Wirbelzählers mit Gewindestörkörper A . . . . .	141
6.48	Darstellung der Wandschubspannung $\tau_w$ auf der M6 Gewindeoberfläche bei $u_m = 6 \frac{m}{s}$ . . . . .	142

6.49	Numerische K-Faktor-Kurve nach einer Zweiphasenberechnung mit der Euler-Euler-Methode . . . . .	144
6.50	Darstellung des Volumenanteils der Gasphase im Störkörper- und Paddelbereich . . . . .	145
6.51	Strouhal-Zahl in abhängigkeit von der Reynolds-Zahl . . . . .	147
6.52	Vergleich der Druckkonturen von Rütten [57] (rechts) und <i>Starccm+</i> (links) . . . . .	150
6.53	Vergleich der Geschwindigkeitskonturen von Rütten [57] (rechts) und <i>Starccm+</i> (links) . . . . .	150
6.54	Skizzenhafte Darstellung der zwei Vorgehensweisen . . . . .	152
6.55	Geometrie und Rechennetz für den exzentrischen Reduzierer . . . . .	153
6.56	Residuen bei $u_{m2} = 6 \frac{m}{s}$ . . . . .	154
6.57	Darstellung von Geschwindigkeits- und Druckkonturen . . . . .	155
6.58	$K_a$ - und $K_u$ -Verteilungen . . . . .	156
6.59	Axiale Geschwindigkeitsprofile im DN 25 Rohrabschnitt . . . . .	157
6.60	Geschwindigkeitskonturen an den unterschiedlichen Querschnittsflächen . . . . .	158
6.61	Darstellung der $ K_{vdev} $ und $ K_{wdev} $ -Parameter im Nachlaufrohr . . . . .	159
6.62	$ K_w $ und $ K_{\omega_x} $ -Verteilungen . . . . .	160
6.63	$ \Gamma_x $ -Verteilung . . . . .	161
6.64	Darstellung der Wirbelablösefrequenzen in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit . . . . .	162
6.65	Rechennetz für das Kugelventil beim Öffnungswinkel $30^\circ$ . . . . .	163
6.66	Zusammenstellung der erzeugten beiden Polyedernetze . . . . .	165
6.67	$K_a$ -Verläufe im 10D langen Nachlaufrohr . . . . .	165
6.68	$K_w$ - und $ K_w $ -Verläufe im 10D langen Nachlaufrohr . . . . .	166
6.69	$K_{\omega_x}$ - und $ K_{\omega_x} $ -Verläufe im 10D langen Nachlaufrohr . . . . .	167
6.70	Darstellung des geöffneten Zustandes des DN 25 Kugelventils und der charakteristischen variablen Länge $R^*$ . . . . .	168
6.71	Darstellung des Parameters $ K_{\omega_{bx}} $ . . . . .	168
6.72	Darstellung der momentanen Geschwindigkeitskonturen bei verschiedenen Öffnungswinkeln . . . . .	169
6.73	Darstellung der Störungsfrequenz $f_s$ in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel . . . . .	170
6.74	Zusammenstellung des numerisch ermittelten dimensionsbehafteten $ \Gamma_x $ -Parameters in Abhängigkeit von der Zeit $t$ bei unterschiedlichen Auslaufpositionen (Öffnungswinkel $40^\circ$ ) . . . . .	172
6.75	Darstellung der zeitlichen $y_s$ - und $z_s$ -Verläufe bei einem Öffnungswinkel von $40^\circ$ und an der Auslaufposition $x=0D$ . . . . .	172
6.76	Vergleich der stationären und zeitgemittelten K-Parameter bei $40^\circ$ und $50^\circ$ . . . . .	173

6.77	Untersuchte Formen für die halbe Absperrung eingebaut in einem DN 25 Rohr . . . . .	174
6.78	Darstellung des Rechennetzes für ein komplexes Strömungssystem (oben) und die numerisch ermittelte Druckverteilung im Nachlauf (unten) . . . . .	175
6.79	Ermittelte Residuen nach Durchführung von stationären Berechnungen mit dem Medium Luft bei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten . . . . .	176
6.80	Numerisch ermittelte $K_a$ - und $K_u$ -Verläufe im Nachlauf der halben Absperrungen unterschiedlicher Form . . . . .	178
6.81	Numerisch ermittelte $K_w$ - und $ K_w $ -Verläufe im Nachlauf der halben Absperrungen unterschiedlicher Form . . . . .	179
6.82	Darstellung der $ K_{\omega_x} $ -Verläufe bei den jeweiligen Konfigurationen . . . . .	180
6.83	Skizzenhafte Darstellung der untersuchten Konfiguration . . . . .	181
6.84	Darstellung des erzeugten Polyeder-Rechennetzes von außen und innen . . . . .	182
6.85	Darstellung des erzeugten Polyeder-Rechennetzes auf der Meridianebene . . . . .	183
6.86	Strömungsfeld vor und hinter dem Strömungsgleichrichter mit Stromlinien und Geschwindigkeitskonturen . . . . .	184
6.87	Darstellung von Stromlinien durch den Strömungsgleichrichter . . . . .	184
6.88	Geschwindigkeitsverteilung auf einer erzeugten mittleren Ebene . . . . .	185
6.89	Darstellung der numerisch ermittelten K-Parameter in Abhängigkeit von der axialen Position . . . . .	185
6.90	Entkoppelte und gekoppelte Berechnungsstrategie . . . . .	186
6.91	Stromaufwärts ausbreitende Druckwellen . . . . .	187
6.92	Darstellung der untersuchten Basiskonfigurationen (oben) und der Rechennetze (A+B) . . . . .	188
6.93	Ermittelte numerische K-Faktor-Kurven an der Referenzkonfiguration (MXR) mit einem vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer bei $L_E = 2,5D$ und $L_E = 5D$ . . . . .	190
6.94	Experimentell ermittelte K-Faktor-Kurven bei einer Strömungskonfiguration mit vorgeschaltetem Einzelrohrkrümmer an der Luftkalibrieranlage . . . . .	190
6.95	Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen bei der Strömungskonfiguration WZ Typ C mit einem vorgeschaltetem Einzelrohrkrümmer und mit $L_E = 2,5D$ . . . . .	191
6.96	Markierung der Positionen der betrachteten Querschnittsebenen . . . . .	192
6.97	Numerisch ermittelte $ K_w $ -Verläufe in Abhängigkeit vom zeitlichen Verlauf . . . . .	193
6.98	Darstellung der numerisch-zeitgemittelten K-Parameter . . . . .	194
6.99	Darstellung der axialen Geschwindigkeitsprofile bei $x = 3,5D$ bei den jeweiligen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten . . . . .	195

---

6.100	Schematische Darstellung der Abweichung des gestörten Profils vom Nikuradse-Profil . . . . .	196
6.101	Darstellung der $K_{Profile}$ -Verläufe in Abhängigkeit von der Einlaufposition .	197
6.102	Darstellung der tangentialen Vektorfelder bei $u_m = 40 \frac{m}{s}$ an den Positionen $x = 0D$ und $x = 3,5D$ . . . . .	198
6.103	Darstellung des Referenznetzes mit vor- und nachgeschaltetem $90^\circ$ Einzelrohrkrümmer . . . . .	199
6.104	Zusammenstellung der ermittelten numerischen Lift-Signale bei $u_m = 70 \frac{m}{s}$ mit und ohne nachgeschaltetem Einzelrohrkrümmer . . . . .	199
6.105	Darstellung der Strömungsfelder des DN 25 Wirbelzählers mit einem vorgeschalteten Einzelrohrkrümmer bei $u_m = 70 \frac{m}{s}$ . . . . .	201
6.106	Darstellung der Strömungsfelder des DN 25 Wirbelzählers mit einem vor- und nachgeschalteten Einzelrohrkrümmer bei $u_m = 70 \frac{m}{s}$ . . . . .	202

# Literaturverzeichnis

- [1] *Fluent User's Guide 6.1*. Fluent, 2003.
- [2] *Gridgen Version 15 User Manual*. Pointwise, 2006.
- [3] *User Guide-STAR-CCM+ Version 4.04.011*. CD-adapco, 2009.
- [4] Frank-Olivier Albina. *Numerical Simulations of the Primary Breakup of Liquid Jets*. Springer, 2005.
- [5] S. V. Alekseenko, P. A. Kuibin, and V. L. Okulov. *Theory of Concentrated Vortices*. Springer, 2007.
- [6] Hans Dieter Baehr. *Thermodynamik*. Springer, 2005.
- [7] Ivan Bajsić, Jože Kutin, and Tomaž Žagar. Response time of a pressure measurement system with a connecting tube. *Instrumentation Science and Technology*, 35:399-409, 2007.
- [8] Roger C. Baker. *Flow Measurement Handbook*. Cambridge University Press, 2000.
- [9] Peter Baumann. *Sensorschaltungen*. Vieweg+Teubner, 2006.
- [10] Joseph Betten. *Kontinuumsmechanik-Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe*. Springer, 2001.
- [11] Karl W. Bonfig. *Sensoren und Sensorsysteme*. Expert-Verlag, 1991.
- [12] Physikalisch-Technisch Bundesanstalt. Messgeräte für gase-technische richtlinien.
- [13] Europäisches Komitee für Normung CEN. Durchflußmessung von gasen mit venturidüsen bei kritischer strömung. *EN ISO 9300*, 1995.
- [14] R. K. Duggins. The performance of conical diffusers discharging through tailpipes. *Aircraft Engineering*, 1970.
- [15] O. Fiedler. *Strömungs- und Durchflußmeßtechnik*. Oldenburg, 1992.

- [16] Robert W. Fox, Alan T. McDonald, and Philip J. Pritchard. *Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley, 2005.
- [17] Jean-Pierre Franc and Jean-Marie Michel. *Fundamentals of Cavitation*. Springer, 2004.
- [18] V. Eswaran G. Biswas. *Turbulent Flows: Fundamentals, Experiments and Modeling*. Narosa, 2002.
- [19] Ali-Osman Gedikli. *Zwischenbericht-Numerische Untersuchung an einem Wirbelzähler DN25 mit 2 Gewindestangetypen als Störkörper und experimentelle Untersuchung an einem Wirbelzähler DN 50 bei unterschiedlichen Gewindedurchmessern und Gewinde-Paddel-Abständen*. 2010.
- [20] Ali-Osman Gedikli. *Zwischenbericht-Numerische Untersuchung des Einflusses von einer Tasche und einem Sockel im Wirbelzähler DN25 auf die Wirbelablösefrequenz*. 2010.
- [21] Ali-Osman Gedikli, E. von Lavante, S. Tournillon, and H. Krisch. Installation considerations of bluff bodies in vortex flow meters. *Metrology*, 2011.
- [22] Ali-Osman Gedikli, E. von Lavante, S. Tournillon, and H. Krisch. Ribbed bluff bodies in vortex flow meters. *Metrology*, 2011.
- [23] Heinz Herwig. *Strömungsmechanik: Eine Einführung in die Physik und die mathematische Modellierung von Strömungen*. Springer, 2006.
- [24] Charles Hirsch. *Numerical Computation of Internal and External Flows-Volume 1*. John Wiley and Sons, 1988.
- [25] D. Hänel. *Fluid Dynamics.Skriptum.Institut für Verbrennung und Gasdynamik*. Universität Duisburg-Essen, WS 2006/07.
- [26] D. Hänel. *Numerische Fluiddynamik-Teil 1.Institut für Verbrennung und Gasdynamik*. Universität Duisburg-Essen, WS 2006/07.
- [27] Klaus A. Hoffmann. *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. A Publication of Engineering Education System, Austin, Texas, 78713, USA, 1989.
- [28] Jr. John D. Anderson. *Modern Compressible Flow*. McGraw-Hill, 1990.
- [29] Jr. John D. Anderson. *Computational Fluid Dynamics*. McGraw-Hill, Inc., 1995.

- [30] Herbert Oertel jr., Martin Böhle, and Ulrich Dohrmann. *Strömungsmechanik*. Vieweg, 1999.
- [31] Herbert Oertel jr. and Eckart Laurien. *Numerische Strömungsmechanik*. Vieweg, 2003.
- [32] Michael Kallenberg. *Numerische Simulation der chemisch reagierenden Strömung in einer typischen Überschallbrennkammer*. Shaker-Verlag, 1999.
- [33] Horst Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Fachbuchverlag Leipzig in Carl Hanser Verlag, 2004.
- [34] Hendrik Kuhlmann. *Strömungsmechanik*. Pearson Studium, 2007.
- [35] Culbert B. Laney. *Computational Gasdynamics*. Cambridge University Press, 1998.
- [36] Klaus Langeheinecke, Peter Jany, and Gerd Thieleke. *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*. Vieweg, 2006.
- [37] Roland Leucker. *Analyse instationärer Strömungsphänomene zur Vorhersage des Kavitationsbeginns*. academia Richarz, 1995.
- [38] H. W. Liepmann and A. Roshko. *Elements of Gasdynamics*. John Wiley & Sons, Inc., 1957.
- [39] Choi D. Madabhushi R.K. and Barber T.J. Unsteady simulations of turbulent flow behind bluff body. *AIAA*, 97-3182, 1997.
- [40] Krohne Messtechnik. *Wirbelfrequenz-Durchflussmessgerät, Technisches Datenblatt*. Krohne Messtechnik, 03/2009.
- [41] Krohne Messtechnik. *Magnetisch-induktives Durchflussmessgerät in Sandwich-Ausführung, Technisches Datenblatt*. Krohne Messtechnik, 12/2009.
- [42] Bodo Mickan. *Systematische Analyse von Installationseffekten sowie der Effizienz von Strömungsgleichrichtern in der Großgasmengenmessung*. Shaker-Verlag, 1999.
- [43] Dr. Ing. B. Mickan and Dr. Ing. R. Kramer. Die reynoldsabhängigkeit der messabweichung bei strömungsgaszählern. *Physikalisch-Technische Bundesanstalt*.
- [44] Michael Moczala. *Numerische Untersuchung instationärer Effekte in Hochdruckdampfturbinen*. Shaker-Verlag, 2004.
- [45] Karl-Heinz Mohn. *Mathematik für Ingenieure-Teil 3.Skriptum.Universität Duisburg-Essen.2003*.

- [46] Michael J. Moran and Howard N. Shapiro. *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*. John Wiley & Sons Ltd., 1998.
- [47] Dieter Muhs, Herbert Wittel, Manfred Becker, Dieter Jannasch, and Joachim Voßiek. *Roloff/Matek Maschinenelemente-Tabellen*. Vieweg, 2003.
- [48] Herbert Oertel. *Prandtl's Essentials of Fluidmechanics*. Springer, 2004.
- [49] Rongchao Pan. *Numerische Untersuchung der Strömung in Strömungsgleichrichtern*. Projektarbeit, 2011.
- [50] Stephan Perpéet. *Numerische Simulation von Strömungsfeldern um Durchfluß-Meßanordnungen*. Shaker Verlag, 2000.
- [51] Wolfgang Polifke and Jan Kopitz. *Wärmeübertragung*. Pearson Studium, 2005.
- [52] Stephen B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University, 2000.
- [53] Carsten Reschke. *Numerische Simulation eines Kugelventils*. Studienarbeit, 2010.
- [54] James A. Rhodes and Ernst von Lavante. A comparison of inviscid and viscous transonic separated flows. *AIAA 25th Aerospace Sciences Meeting*, 1987.
- [55] Elmar Riesmeier. *Numerische Simulation der Verbrennungsprozesse in Gasturbinen- und MILD-Brennkammern*. Cuvillier Verlag Göttingen, 2004.
- [56] F. Rütten, W. Schröder, and M. Meinke. Large-eddy simulation of low frequency oscillations of the dean vortices in turbulent pipe bend flows. *Physics of Fluids* 17,035107, 2005.
- [57] Frank Rütten. *Large-Eddy Simulations of Pipe Bend Flows*. Dissertation, 2003.
- [58] Dr. Hermann Schlichting. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, 1951.
- [59] Hermann Schlichting and Klaus Gersten. *Grenzschicht-Theorie*. Springer, 2006.
- [60] Herbert Sigloch. *Strömungsmaschinen*. Hanser, 1984.
- [61] H. Spurk and N. Aksel. *Strömungslehre*. Springer, 2006.
- [62] J. C. Tannehill, D. A. Anderson, and R. H. Pletcher. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Taylor & Francis, 1997.
- [63] Sylvain Tournillon. *Study of the behavior of a vortex-shedding flowmeter with the so-called 'Venturi'*. Diplomarbeit, 2008.

- [64] Sylvain Tournillon, Henrik Krisch, Ernst von Lavante, and Ali-Osman Gedikli. Experimental and numerical investigation of new bluff body design for vortex flow meters. *Sensor+Test*, 2011.
- [65] J. Trevino and E. von Lavante. Efficient methods for predicting compressible inviscid flows.
- [66] Erich Truckenbrodt. *Fluidmechanik-Band 1*. Springer, 1996.
- [67] E. von Lavante and U. Banaszak. Numerical simulation of transitional effects in critical venturi nozzles. *Proceedings of the 8th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows*, 2007.
- [68] E. von Lavante, Ali Gedikli, A. Thibaut, S. Tournillon, and H. Krisch. Effects of upstream butterfly valve on the accuracy of a vortex flow meter. *Flomeko*, 2010.
- [69] E. von Lavante, Ali Gedikli, S. Tournillon, and H. Krisch. Investigation of flow disturbances generated by upstream installations. *Metrology*, 2011.
- [70] E. von Lavante and A. Haertl. Numerical solutions of euler equations using simplified flux vector splitting. 1985.
- [71] E. von Lavante, B. Nath, and J. Färber. Effects of manufacturing tolerances on the accuracy of vortex-shedding flow meters. *XVII Imeko World Congress on Metrology*, Dubrovnik, 2003.
- [72] E. von Lavante, J. Yao, and S. Perpéet. Effects of disturbed inflow on vortex-shedding from a b. *AIAA 2000-2220*, 2000.
- [73] E. von Lavante, A. Zachcial, B. Nath, and H. Dietrich. Numerical and experimental investigation of unsteady effects in critical venturi nozzles. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2000.
- [74] Ernst von Lavante, Udo Banaszak, and Marie Lefebvre. Effects of shape change due to wear on the accuracy of vortex-shedding flow meters. *International Conference on Multiphase*, 2004.
- [75] David C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., 1993.
- [76] Harald Windorfer. *Optimierung von Wirbelfrequenzmessgeräten mit demodulierten Ultraschallsignalen*. Shaker-Verlag, 2001.

- 
- [77] Dirk Zeitz. *Entwicklung eines Strömungslösers zur numerischen Simulation von kritisch betriebenen Düsen unter Berücksichtigung von Realgaseffekten*. Shaker-Verlag, 2002.
- [78] Robert D. Zucker and Oscar Biblarz. *Fundamentals of Gas Dynamics*. John Wiley & Sons, Inc., 2002.

# Sachverzeichnis

## A

Ablösebedingung	45
Ablösepunkt	45, 50
Ablösung	28, 30, 44f, 47, 50, 68, 155
Abnutzungseffekt	12
Ähnlichkeitstheorie	89
Ansaugvorrichtung	51, 89
Approximate Factorization	66
Auftriebskoeffizient	14
Auftriebskraft	13, 21
Auslauflänge	16

## B

Blockage Effect	167
Boltzmann-Gleichungen	21
Boussinesq-Ansatz	84
Buckingham-Pi-Theorem	10, 75
Buffer Zone	40

## C

Charakteristikenmethode	23
charakteristische Linien	23f, 26, 31, 77
Confidence Level	17
coupled Löser	36, 38, 71, 75f
Croccosches Theorem	28

## D

Dämpfung	
numerische	100, 103
physikalische	27, 35, 110

Dampfdruck	144
Dehnungsvektor	28
DFT-Analyse	99, 108
Dichte	7, 37, 69, 72, 82
Dichtefluktuation	82f
Diffusorströmung	44f
Dissipationsfunktion	70
DNS	32, 43, 81
Gitterpunktanzahl	81
dreieckige Störkörper	15
Druckmesskammer	8
Druckverlust	53

## E

Eckert-Zahl	75
Einbau von Störkörper	13
Einflussparameter	10
Einlaufänge	16, 54, 56f, 180
elliptische Strömung	24, 31, 35, 47
Energiegleichung	22, 34, 69
entkoppelt	35, 69, 154
gekoppelt	22, 34
Energiekaskade	40, 85
entkoppelte Berechnung	70, 154
Entropiewelle	80
Erhaltungsgleichungen	22
Euler-Euler-Modell	139, 142
Euler-Gleichungen	27, 74, 76
exzentrischer Reduzierer	151

- F**
- Favre-Mittelung ..... 82
- FFT-Analyse ..... 14
- Fluktuationen ..... 40f, 50, 84, 149
- Fluktuationsterme ..... 81
- Flussvektor ..... 76
- Flussvektoren ..... 65
- Fouriersches-Gesetz ..... 22
- Froude-Zahl ..... 98
- G**
- Gaskonstante
- molare ..... 23
- spezifische ..... 23, 34
- Gauge-Pressure ..... 48
- Gefilterte Kennzahlen 159, 165, 167, 178,  
    184, 197
- gekoppelte Berechnung .... 67, 69, 73, 76
- Gersten-Profil ..... 55
- Geschwindigkeitsprofil
- Krümmung ..... 45
- laminar ..... 40
- turbulent ..... 40
- Gewindestörkörper ..... 14, 132
- Gitterpunktanzahl ..... 81
- Gleichrichter ..... 180
- Gravitationseffekte ..... 98
- Grenzschicht ..... 27, 43, 47, 51
- H**
- h-s-Diagramm ..... 44
- Hagen-Poiseuille Strömung ..... 52
- Helmholtz-Resonator ..... 8
- hybrider Strömungscharakter ..... 26
- hyperbolische Strömung .. 25, 31, 35, 47,  
    76f
- I**
- ideales Gasgesetz ..... 23, 69
- inkompressibles ..... 37
- kompressibles ..... 36
- implizites Schema ..... 65, 79, 98
- Inkompressibilität ..... 23, 68
- inkompressible Strömung. 24, 28, 33f, 68,  
    154
- inkompressibler Turbulenz ..... 82
- instationäre Strömung ... 30, 47, 68, 155,  
    172, 174
- Interferenz ..... 51, 170, 191
- J**
- Jacobi-Matrix ..... 31, 66, 77
- Eigenwerte ..... 78
- K**
- k-epsilon-Turbulenzmodell ..... 85
- K-Faktor ..... 6
- K-Parameter ..... 60, 155
- $K_a$ -Parameter ..... 60
- $K_u$ -Parameter ..... 62
- $K_w$ -Parameter ..... 60
- $K_{Profil}$ -Parameter ..... 195
- $K_{\omega_b, x}$ -Parameter ..... 167
- $K_{\omega_x}$ -Parameter ..... 61
- $K_{vdev}$ -Parameter ..... 61
- $K_{wdev}$ -Parameter ..... 61
- Gefilterte Version 159, 166f, 178, 184,  
        197
- zeitgemittelte ..... 171, 192
- Kalibrierung ..... 16, 87, 89
- Karmansche Wirbelstraße ..... 5, 48
- Kavitation ..... 145f
- Klassifikation
- elliptisch ..... 24
- hyperbolisch ..... 25
- parabolisch ..... 25
- Knudsen-Zahl ..... 20
- kohärente Wirbelablösung ..... 12

- Kolmogorov-Länge ..... 81  
 Kompressibilität ..... 33, 36, 69  
 Kompressibilitätskoeffizient ..... 34, 72  
 kompressible Strömung 25, 33, 35, 69, 75  
 kompressibler Strömung ..... 76  
 Kontinuum ..... 20f, 81  
 Konvergenz ..... 68, 154, 174  
 kritische Düsen ..... 17, 89  
 kritische Reynolds-Zahl ..... 39, 42, 51  
 Kronecker-Delta-Funktion ..... 22  
 Kugelventil ..... 162
- L**
- Lösungsvektor ..... 76  
 Lageabweichungen ..... 13, 132  
 laminare Grenzschicht ..... 39, 47, 50f  
 laminare Strömung ..... 39, 52f  
 laminare Unterschicht ..... 40, 104  
 laminares Modell ..... 107  
 LES ..... 81, 148f  
     Gitterpunktanzahl ..... 81  
 Linearität ..... 6, 47, 50, 132  
 Lochplatten-Gleichrichter ..... 180  
 Luftkalibrieranlage ..... 89
- M**
- Mach-Zahl ..... 12, 68, 98  
 Marching Problem ..... 25, 78  
 Markovin-Hypothese ..... 83  
 Massenerhaltung ..... 153  
 Massenstrom ..... 7, 153  
 Messprinzipien ..... 4, 7  
 Messwandler  
     kapazitiv ..... 10  
     piezoelektrisch ..... 7  
 MID-Durchflussmessgerät ..... 17, 87  
 MID-Durchflussmessgeräte ..... 89  
 Mischungsdichte ..... 143  
 Mischungserhaltungsgleichungen ..... 143
- Mischungsviskosität ..... 143  
 mittlere freie Weglänge ..... 20, 81  
 mittlere Strömungsgeschwindigkeit 7, 153  
 Mixture-Modell ..... 142  
 Moody-Diagramm ..... 53
- N**
- Nachstörung ..... 197  
 Navier-Stokes Gleichungen ..... 20f, 26  
     inkompressible ..... 69  
     Jacobi-Matrix ..... 78  
     kompressible ..... 21, 65  
 Netz ..... 103  
     hybrid ..... 106  
     Polyedernetz ..... 164  
     strukturiert ..... 94, 103  
     unstrukturiert ..... 112  
 Newtonsches Reibungsgesetz ..... 27  
 Nikuradse-Profil ..... 54
- O**
- OIML-Vorstörungen ..... 17  
 optimierter Störkörper ..... 15
- P**
- Paddel ..... 5, 7  
 parabolische Strömung ..... 25, 47  
 partielle Differentialgleichung ..... 23  
 Plattenumströmung ..... 39  
 Poisson-Gleichung ..... 73, 154  
 Prandtl-Zahl ..... 75  
 Prandtlscher Mischungswegansatz 41, 85  
 Pressure Correction Technik ..... 36, 73  
 Primärwirbel .... 5, 21, 29, 37, 45, 48, 99  
 Profilsimulationen ..... 56
- R**
- Randbedingung  
     nicht-reflektierend ..... 26, 94  
 Rankine-Wirbel ..... 5, 37

- RANS-Gleichungen ... 20, 26, 41, 82, 84,  
100, 149
- Rauschen ..... 14f, 88
- Realgaseffekte ..... 23, 124
- Rechnetzauflösung ..... 30
- Referenz-K-Faktor ..... 19
- Referenzmessgerät ..... 16
- kritische Düsen ..... 17, 89
- MID-Durchflussmessgerät ..... 17, 87
- Turbinenradgaszähler ..... 17
- reibungsbefahene Strömung ..... 51
- reibungsfreie Strömung ..... 51
- reibungsfreie Strömungen ..... 27f
- Relaxationsparameter ..... 73
- Residuen ..... 65f, 154, 175
- Schwankung ..... 175
- Reynolds-Mittelung ..... 82
- Reynolds-Spannungstensor ..... 41, 84
- Reynolds-Zahl ..... 10
- kritische ..... 39, 42
- Riemann-Invarianten ..... 80
- Riemann-Problem ..... 76
- Rohrkrümmer ..... 16, 57ff, 148, 182
- Rohrreibungskoeffizient ..... 53
- Blasius-Ausdruck ..... 53
- Prandtl-Gleichung ..... 53
- Rohrströmung ..... 27, 51
- rotationsbefahene Strömungen ..... 28
- Runge-Kutta-Verfahren ..... 79
- S**
- Schallgeschwindigkeit ..... 25, 34, 72
- Scherschicht ..... 42, 50
- Scherspannung ..... 27
- schleichende Strömung ..... 46
- segregated Löser ..... 36, 68, 76
- quasi Kopplung ..... 72
- Seitenverhältnis ..... 12
- Sekundärwirbel ..... 14f, 48, 107
- SIMPLE-Algorithmus ..... 36, 68f
- Störkörper ..... 4, 14, 35, 107, 110, 126
- Ablösung ..... 45
- Abnutzungseffekt ..... 12
- dreieckige Störkörper ..... 15
- geometrische Abweichungen ..... 12
- Gewindestörkörper ..... 14, 132
- Lageabweichungen ..... 13, 132
- optimierter Störkörper ..... 15
- trapezförmige Störkörper . 15, 45, 48,  
    50, 100, 110
- Umströmung ..... 42
- zylindrische Störkörper ..... 14
- Störungsfrequenz ..... 170, 191
- stationäre Strömung 30, 46, 68, 154, 172,  
174
- Pseudozeit ..... 68
- Staupunkt ..... 42
- Stokes-Hypothese ..... 22
- Strömung
- am Rohrkrümmeraustritt .... 59, 182
- dreidimensional ..... 47
- elliptisch ..... 24, 31, 35, 47
- gestörte ..... 57, 59
- hyperbolisch ..... 25, 31, 35, 47
- inkompressibel ..... 24, 28, 33f, 154
- instationär ..... 30, 47, 155, 172
- kompressibel ..... 33, 35
- parabolisch ..... 25, 47
- schleichende ..... 46
- stationär ..... 30, 46, 154, 172
- subsonisch ..... 25, 31, 35
- supersonisch ..... 31, 35
- turbulent ..... 11
- verzögerte ..... 44
- voll-ausgebildet ..... 27, 32, 51

- Strömungsrezirkulation ..... 45  
 Strahlströmung ..... 50  
 Stromlinien ..... 58, 99, 107, 117, 126  
 Strouhal-Zahl ..... 11, 47, 49f  
 subsonische Strömung ..... 25, 31, 35, 76  
 supersonische Strömung 31, 35, 38, 73, 78
- T**
- Tangentialgeschwindigkeit .. 62, 158, 164  
 Tertiärwirbel ..... 15, 107  
 Thomas-Algorithmus ..... 66  
 Tollmien-Schlichting-Wellen ..... 39  
 Totwassergebiet ..... 51  
 Trägheitseffekte ..... 46  
 Tragflügelumströmung ..... 67  
 Transition ..... 39, 51  
 trapezförmige Störkörper . 15, 45, 50, 126  
 tridiagonales Gleichungssystem ..... 66  
 turbulente Grenzschicht ..... 39, 51  
 turbulente Intensität ..... 39  
 turbulente Mach-Zahl ..... 83  
 turbulente Prandtl-Zahl ..... 84  
 turbulente Profile  
   Gersten-Profil ..... 55  
   Nikuradse-Profil ..... 54  
 turbulente Rohrströmung ..... 42, 56  
 turbulente Strömung ..... 11, 38, 81  
   Ablöseverhalten ..... 41  
   Ablösung ..... 51  
   Buffer Zone ..... 40  
   Dämpfungswirkung ..... 110  
   Dissipation ..... 40  
   Energiekaskade ..... 40, 85  
   Fluktuationen ..... 31, 40f, 50  
   Geschwindigkeitsprofil ..... 40, 149  
   homogen ..... 40  
   inkompressibler Turbulenz ..... 82  
   Interferenz ..... 51, 149  
   isotrop ..... 40  
   Kolmogorov-Länge ..... 81  
   nicht-isotrop ..... 85  
   Rohrströmung ..... 42  
   Störung in der Anströmung ... 38, 50  
   statistisch-instationär ..... 31  
   statistisch-stationär ..... 31, 149  
   Tollmien-Schlichting-Wellen ..... 39  
   Trägheitseffekte ..... 46  
   turbulente Dissipationsrate ..... 85  
   turbulente Grenzschicht ..... 39, 51  
   turbulente Intensität ..... 39  
   turbulente kinetische Energie ..... 85  
   turbulente Mach-Zahl ..... 83  
   turbulente Prandtl-Zahl ..... 84  
   turbulente Viskosität ..... 40, 84  
   turbulenter Wärmeleitungskoeffizient  
     84  
   turbulenter Wärmestrom ..... 84  
   Turbulenzballen ..... 39  
   Wandfunktionen ... 40, 96, 105, 149  
   Wirbelstrukturen 40, 50ff, 81, 84, 149  
 turbulente Viskosität ..... 40, 84  
 turbulenter Wärmeleitungskoeffizient . 84  
 turbulenter Wärmestrom ..... 84  
 Turbulenzballen ..... 39  
 Turbulenzmodellierung ..... 40, 84, 149  
   k-epsilon-Turbulenzmodell ..... 85
- U**
- Upwind-Schema ..... 76
- V**
- Verbrennungsprozess ..... 82  
 verdünnte Gasströmung ..... 21  
 Verdichtungsstoß ..... 82  
 verzögerte Strömung ..... 44  
 viskose Strömungen ..... 25, 27  
 viskoser Spannungstensor ..... 22, 83

- Viskosität  
   dynamische . . . . 27, 29, 35, 40, 45, 70  
   Mischungsviskosität . . . . . 143  
   numerische . . . . . 28f  
   turbulente . . . . . 40, 84  
 Viskositätseinfluss . . . . . 35, 45, 100  
 voll-ausgebildete Strömung . . . . . 27, 32  
 Volumenfraktionsgleichung . . . . . 143  
 Volumenstrom . . . . . 7, 11, 88  
 Volumenviskosität . . . . . 22  
 Vorstörung . . . . . 151, 161f, 169, 186  
 vortex-breakdown . . . . . 48  
 Vortizität . . . . . *siehe* Wirbeldichtevektor
- W**
- Wärmeausdehnungskoeffizient . . . . . 34  
 Wärmefluss . . . . . 22  
 Wärmeflussvektor . . . . . 22  
 Wandfunktionen . . . . . 40, 96, 105, 149  
 Wandschubspannung . . . . . 41, 44  
 Wasserkalibrieranlage . . . . . 16  
 Wellen  
   negative . . . . . 25, 35, 47, 78  
   positive . . . . . 25, 35, 47, 78  
 Wellenausbreitung . 25, 35, 47, 73, 76, 78,  
   187  
 Wellengleichung . . . . . 25  
 Widerstandskoeffizient . . . . . 13, 51  
 Widerstandskraft . . . . . 13, 41  
 Wirbelablösung . . . . . 4, 47  
 Wirbeldichtevektor . . . . . 28  
 Wirbelstreckung und -verformung . 28, 47  
 Wirbeltransportgleichung . . . . . 28, 47  
 Wirbelzähler  
   Ablösung . . . . . 45  
   Abnutzungseffekt . . . . . 12  
   Aufbau . . . . . 4  
   Auslauflänge . . . . . 16
- Dichteverteilung . . . . . 37  
 dreidimensionale Strömung . . . . . 47  
 Einlauflänge . . . . . 16, 180  
 geometrische Modifikationen . . . . 100,  
   110, 112, 121  
 hybrides Strömungsmuster . . . . . 42  
 K-Faktor . . . . . 6  
 Karmansche Wirbelstraße . . 5, 37, 99  
 Linearität . . . . . 6, 47, 132  
 Messprinzipien . . . . . 4, 7  
 Paddel . . . . . 5, 7, 51  
 Referenzkonfiguration . . . . . 93, 121  
 Störkörper . . . . . 4, 14, 35, 45, 51, 110  
 Wirbelzusammenbruch . . . . . 48
- Z**
- zeitgemittelte K-Parameter . . . . 171, 192  
 Zeitschritt . . . . . 98, 173  
 Zustandsgleichung . . . . . 23  
 Zylinderumströmung . . . . . 14, 46, 50  
 zylindrische Störkörper . . . . . 14