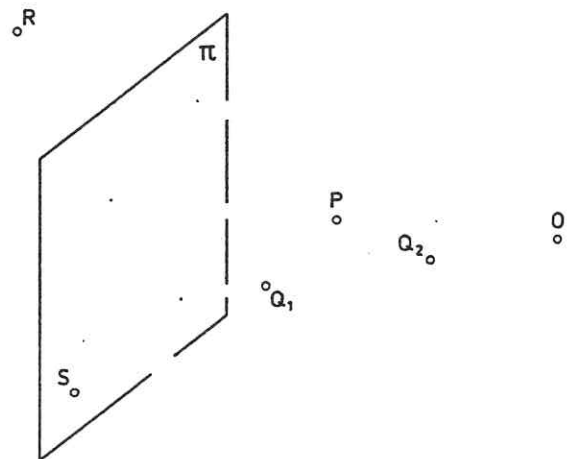


Die Aufgabe der Zentralprojektion ist die Abbildung von Punkten und Geraden des Raumes auf eine Ebene.

Elemente der Abbildung sind die Bildebene (=Zeichenebene) π und das Projektionszentrum (Auge), durch das alle Projektionsstrahlen (Sehstrahlen) gehen.

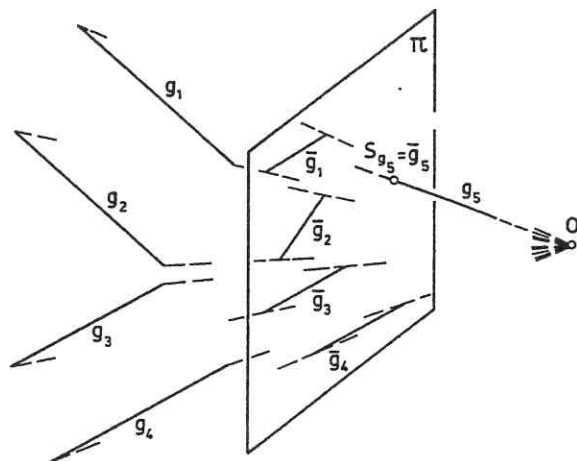
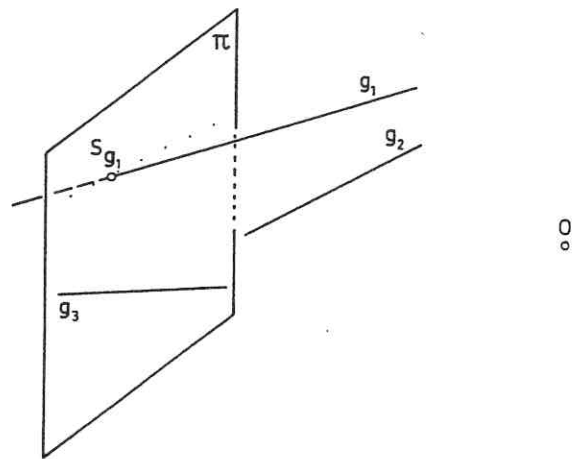
Zentralriss von Punkten

- o Der Zentralriss \bar{P} (das Bild \bar{P}) des Punktes P ist der Durchstoßpunkt des Sehstrahles von P mit der Bildebene π .
- o Punkte in der Bildebene werden auf sich selbst abgebildet; z.B. $S = \bar{S}$.
- o Punkte auf demselben Sehstrahl haben dasselbe Bild; z.B. $\bar{Q}_1 = \bar{Q}_2$.



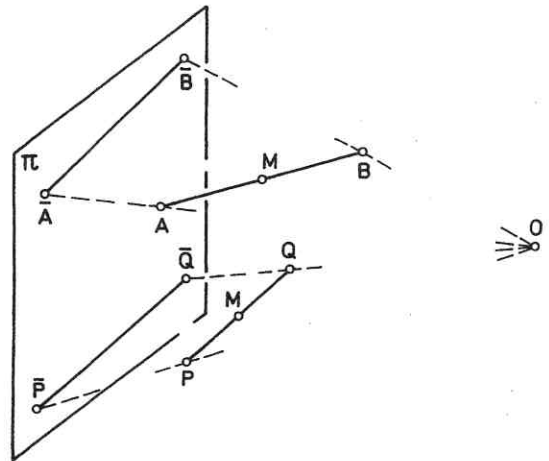
Zentralriss von Geraden

- o Der Zentralriss \bar{g}_1 (das Bild \bar{g}_1) der Gerade g_1 ist die Schnittgerade der Sehstrahlenebene von g_1 mit der Bildebene π . Die Zentralprojektion ist (mit Ausnahme der Projektionsstrahlen) eine geradentreue Abbildung.
- o Geraden in derselben Sehstrahlenebene haben dasselbe Bild; z.B. $\bar{g}_1 = \bar{g}_2$.
- o Schneidet die Gerade g_1 die Bildebene, so ist der Schnittpunkt (Spurpunkt) S_{g_1} ein Teil ihres Bildes.
- o Geraden in der Bildebene werden auf sich selbst abgebildet; z.B. $g_3 = \bar{g}_3$.
- o Die Bilder paralleler Geraden, die nicht parallel zur Bildebene sind, schneiden sich in einem Punkt (Fluchtpunkt). z.B. $g_1 \parallel g_2 \Rightarrow \bar{g}_1$ und \bar{g}_2 durch F_g .
- o Parallele Geraden haben nur dann parallele Bilder, wenn sie zur Bildebene parallel sind; z.B. $g_3 \parallel g_4 \parallel \pi \Rightarrow \bar{g}_3 \parallel \bar{g}_4 \parallel \pi$.
- o Durch das Projektionszentrum gehende (projizierende) Geraden (Sehstrahlen) werden als Punkt abgebildet; z.B. g_5 .



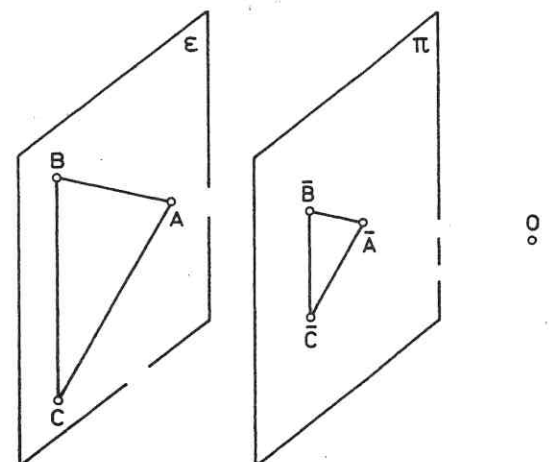
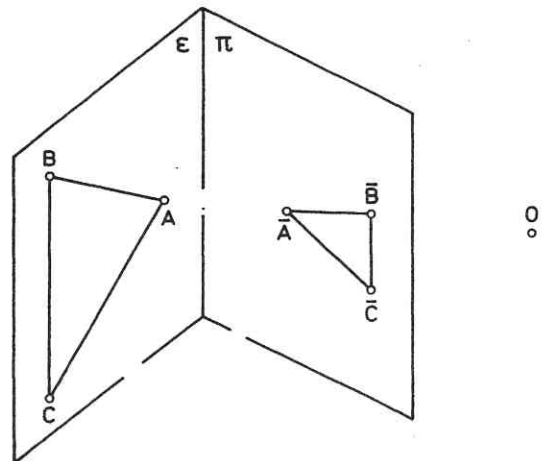
Invarianz des Teilverhältnisses

- o Das Teilverhältnis von drei Punkten einer Gerade g , die **nicht parallel** zur Bildebene ist, ändert sich bei der Abbildung durch Zentralprojektion. Der Zentralriss \bar{M} des Mittelpunktes einer Strecke \overline{PQ} auf g ist nicht der Mittelpunkt ihres Zentralrisses.
- o Ist die Gerade g **parallel** zur Bildebene, so ändert sich das Teilverhältnis nicht. Der Zentralriss \bar{M} des Mittelpunktes einer Strecke auf g ist der Mittelpunkt ihres Zentralrisses.

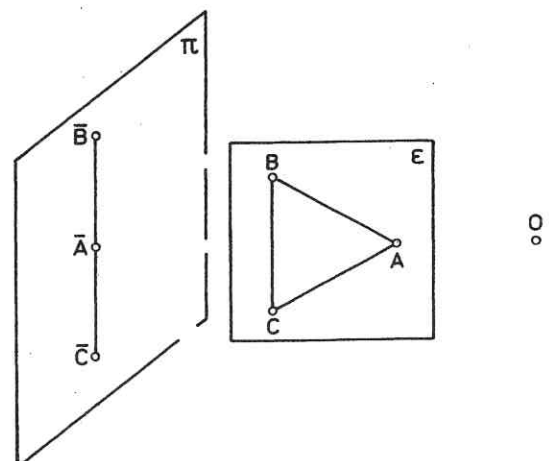


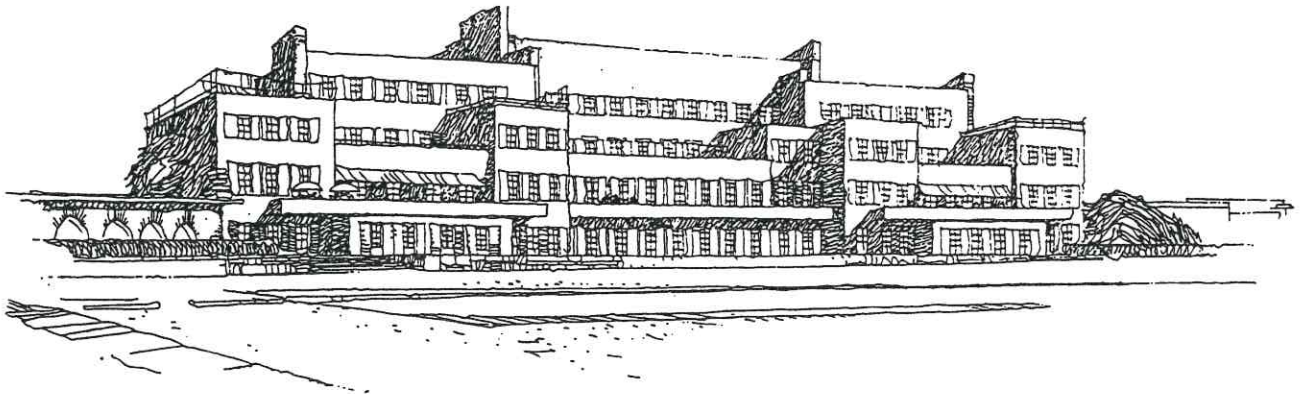
Zentralriss von ebenen Figuren

- o Das Bild eines ebenen Vielecks ist die Schnittfigur der Bildebene π mit der Sehstrahlenpyramide, das von den durch die Punkte des Vielecks gehenden Projektionsstrahlen gebildet wird.
- o Eine Figur, die in einer zur Bildebene **nicht** parallelen Ebene liegt, wird **nicht** in wahrer Gestalt und Größe abgebildet. Allgemein heißt die Beziehung zwischen einer ebenen Figur und ihrem Zentralriss Perspektivität [§ 1.4 SEITE 5 FF .
- o Eine Figur, die in einer zur Bildebene parallelen Ebene liegt, wird ähnlich abgebildet. Insbesondere bleiben die Größen von Winkeln erhalten.



- o Eine Figur, die in einer durch das Projektionszentrum gehenden (projizierenden) Ebene liegt, wird als Gerade abgebildet.



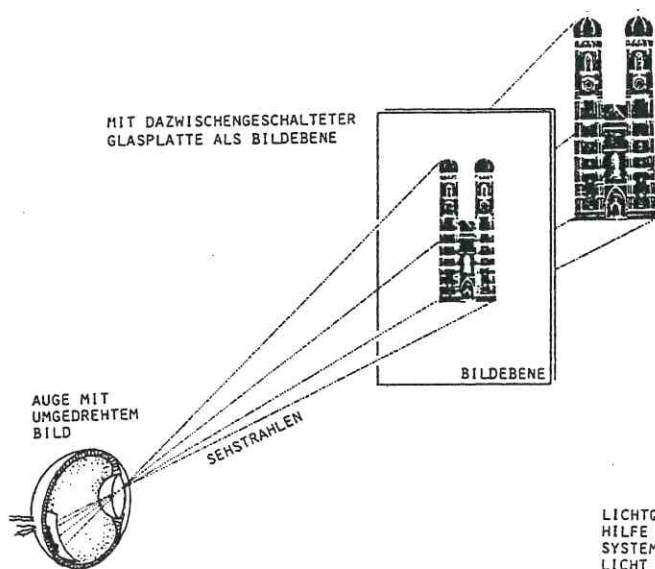
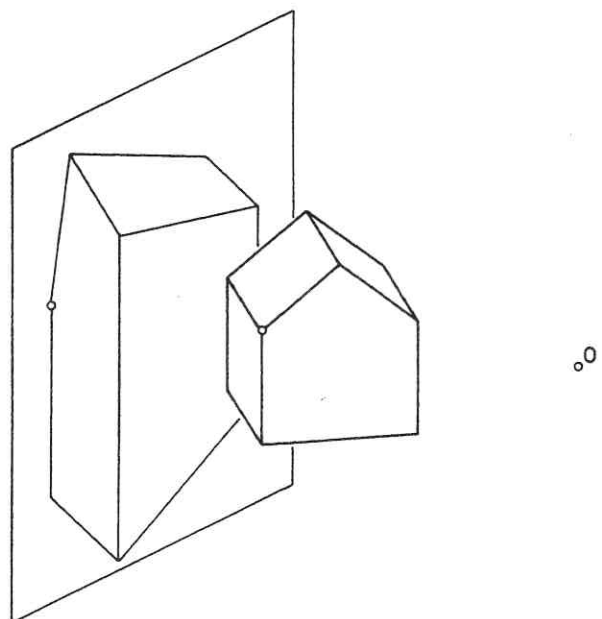


Peter Behrens

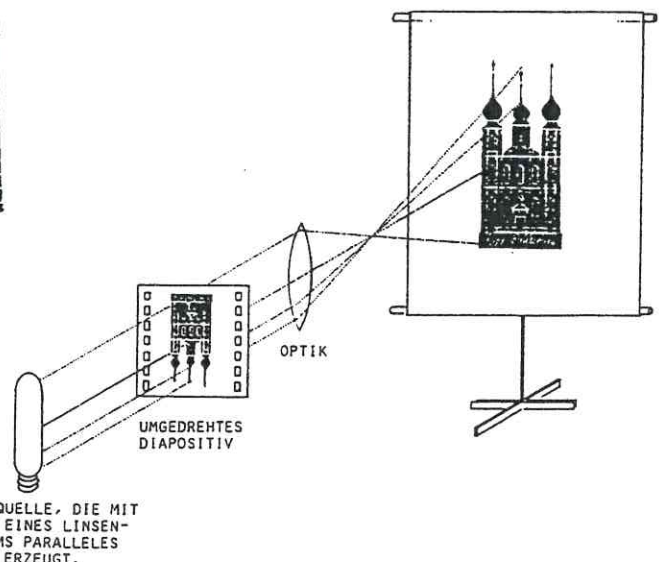
Terrassenhaus

Bei der Perspektive handelt es sich um eine Zentralprojektion auf eine vertikale Bildebene; die Projektionsstrahlen schneiden sich im Projektionszentrum. Beispiele:

- o Das einäugige Sehen:
 Die Sehstrahlen schneiden sich im optischen Zentrum des Auges und erzeugen auf der gekrümmten Netzhaut ein Bild. (perspicere (lat.) = durchschauen)
- o Die Fotografie:
 Die optischen Strahlen schneiden sich im Brennpunkt des Objektivs des Fotoapparates und erzeugen auf der Filmebene ein Bild.
- o Die Diaprojektion:
 Die Lichtstrahlen schneiden sich im Brennpunkt des Objektivs des Diaapparates und erzeugen auf der ebenen Leinwand ein Bild.



einäugiges Sehen



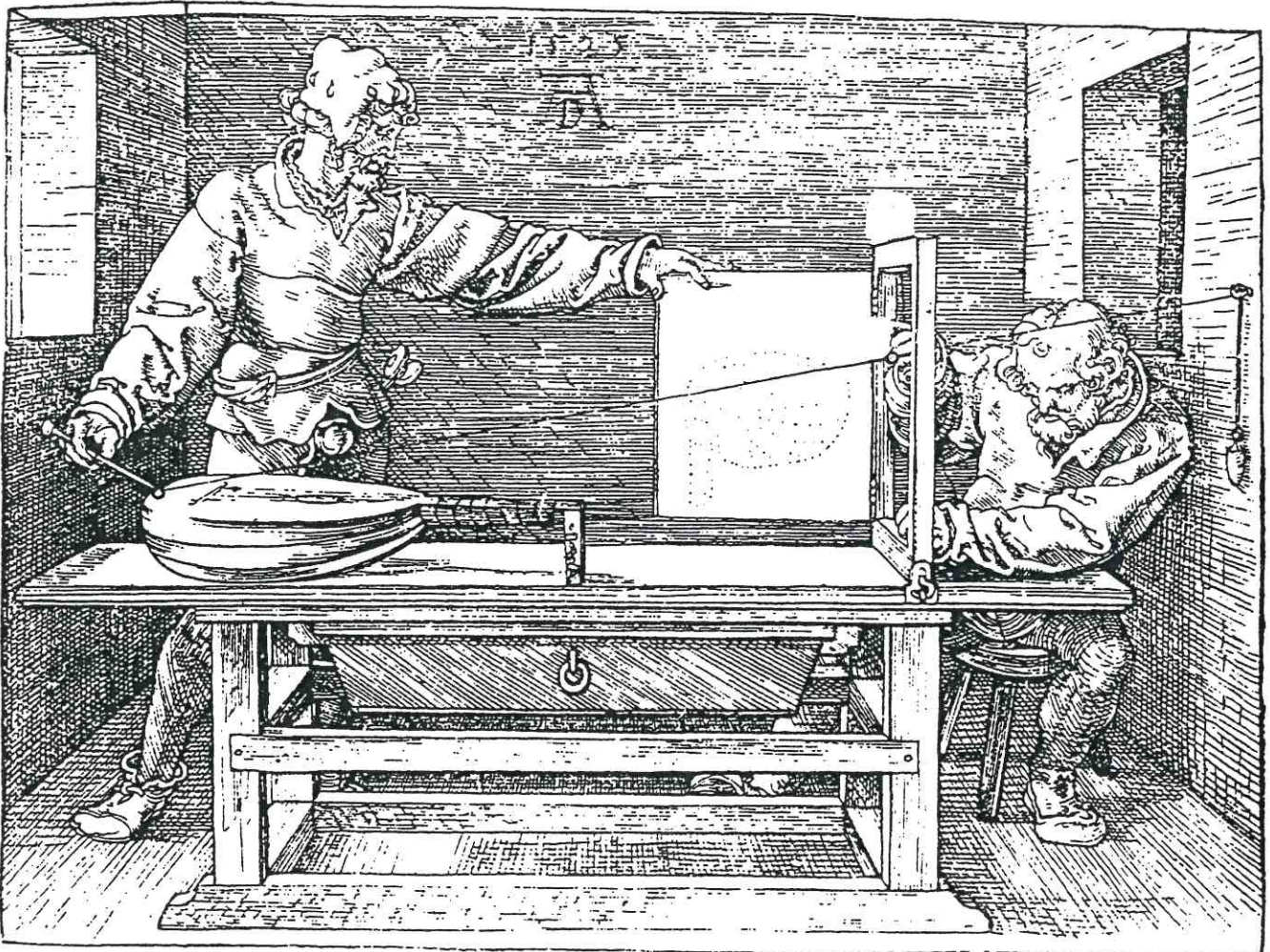
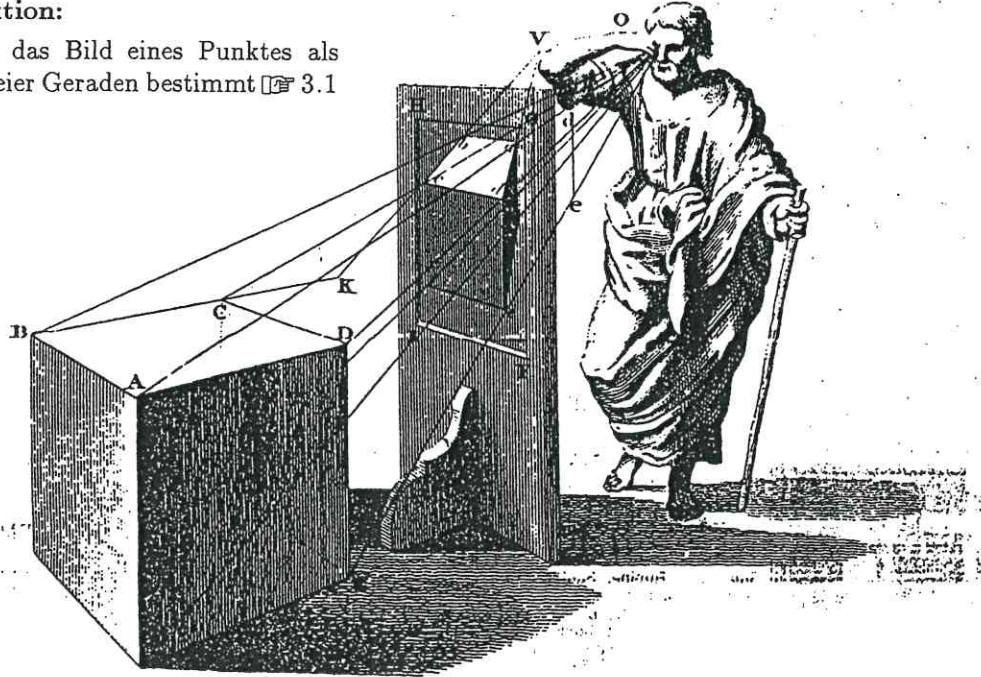
Diaprojektion

Bild eines Punktes

Das Bild \bar{P} eines Punktes P ist der **Durchstoßpunkt** des Sehstrahls, der vom Auge O zum Punkt des Objektes führt, mit der Bildebene π .

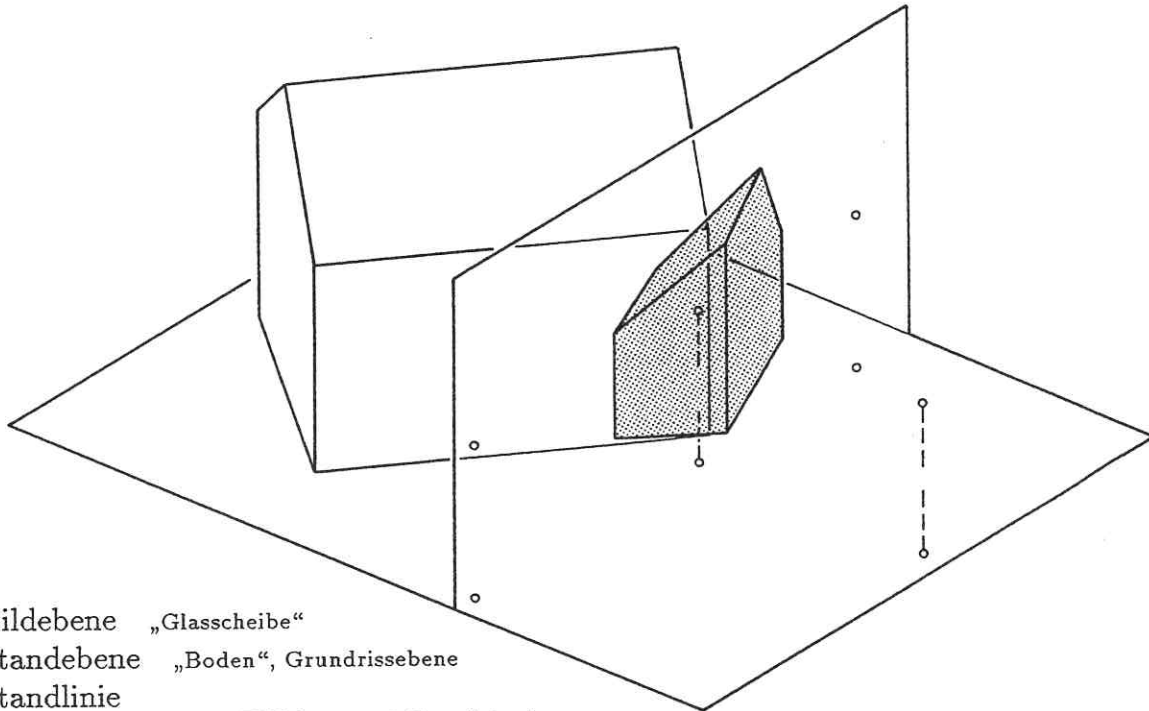
Zeichnerische Konstruktion:

In der Zeichenebene wird das Bild eines Punktes als Schnittpunkt der Bilder zweier Geraden bestimmt [§ 3.1 SEITE 6 ff..



Fadenkreuzrahmen Albrecht Dürers zur Herstellung perspektiver Zeichnungen

Bestimmungsstücke einer Perspektive



π : Bildebene „Glasscheibe“
 σ : Standebene „Boden“, Grundrissebene
 s : Standlinie
 Schnittgerade zwischen Bildebene und Grundrissebene

O : Auge (lat.: oculus), Augenpunkt
 O' : Grundriss des Augenpunktes „FüÙe“
 O_σ : Perspektivitätszentrum
 in die Grundrissebene umgeklappter Augenpunkt
 OO' : Augenhöhe
 $OO' = O'O_\sigma =$ Abstand zwischen h und s

h : Horizont
 Fluchtgerade aller horizontalen Ebenen,
 Schnittgerade zwischen der Bildebene und der zur
 Grundrissebene parallelen Sehstrahlenebene
 H : Hauptpunkt
 Fußpunkt des Lotes vom Augenpunkt auf die
 Bildebene, Fluchtpunkt der Tiefenlinien
 d : Distanz
 Hauptsehstrahl = OH

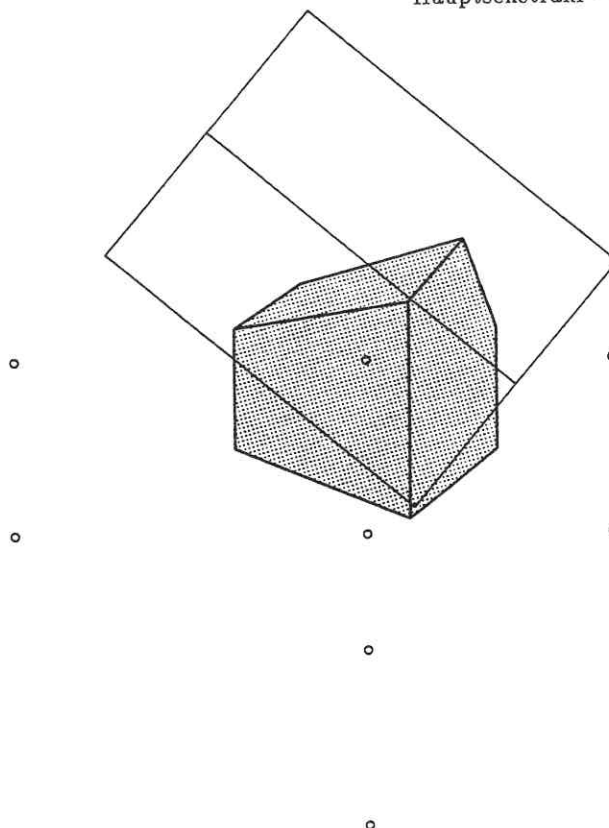
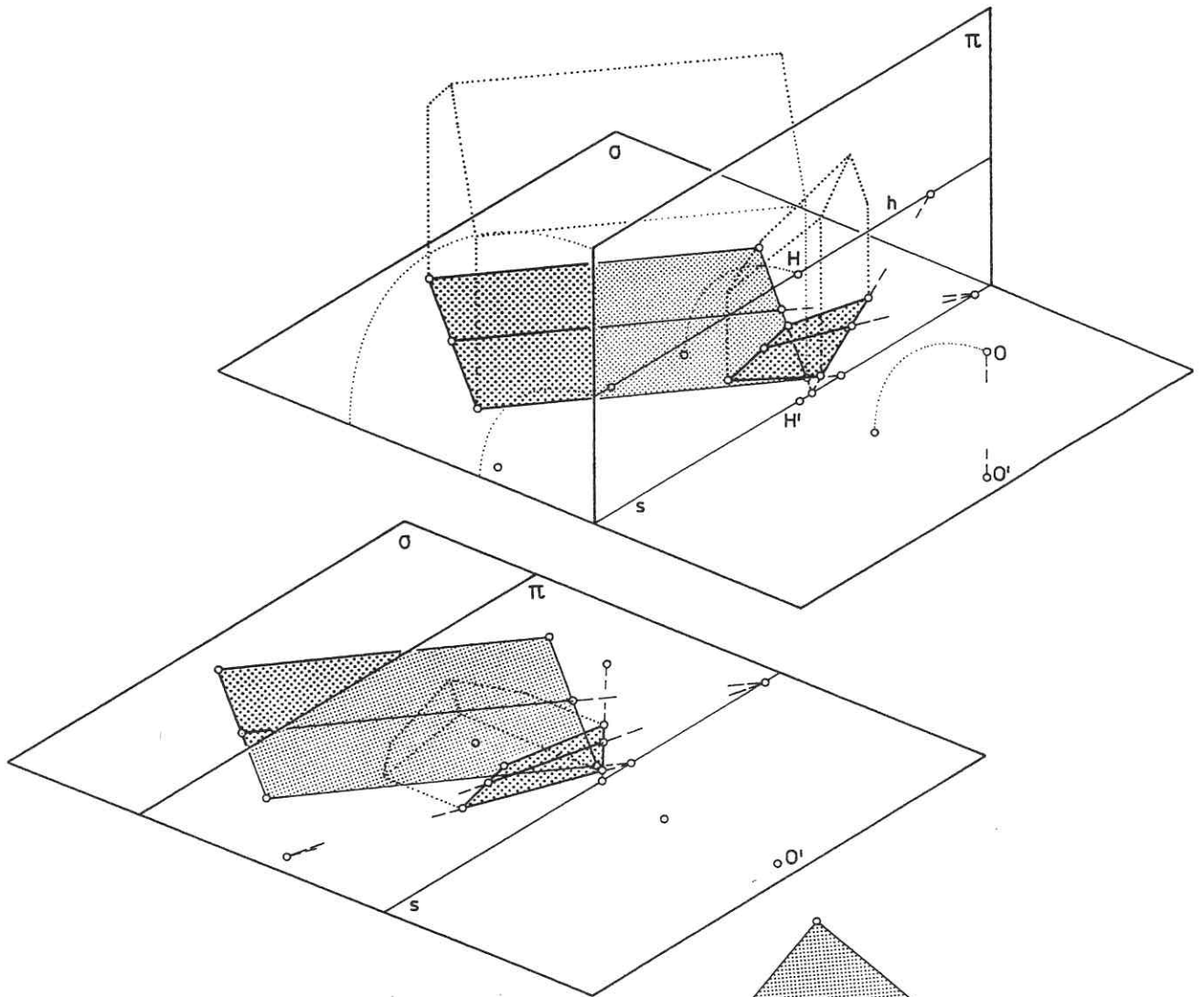


Bild einer Figur in einer horizontalen Ebene



Zwischen einer ebenen Figur und ihrem Zentralriss besteht eine Perspektivität (1.4 SEITE 5). Die Standlinie s ist die Perspektivitätsachse. Das Auge O ist das Perspektivitätszentrum. Jeder Punkt in der Standebene und sein Bild liegen auf einem Perspektivitätsstrahl (Sehstrahl) durch O .

Die Beziehung der Perspektivität bleibt auch erhalten, wenn die Bildebene um die Standlinie in die Standebene σ umgeklappt wird. Das Perspektivitätszentrum O_σ ist der um O' in die Standebene umgeklappte Augenpunkt O . Jeder Punkt in der Standebene und sein Bild liegen auf einem Perspektivitätsstrahl durch O_σ .

Konstruktion in der Zeichenebene:

\bar{A}' liegt auf der Gerade durch A' und O_σ .

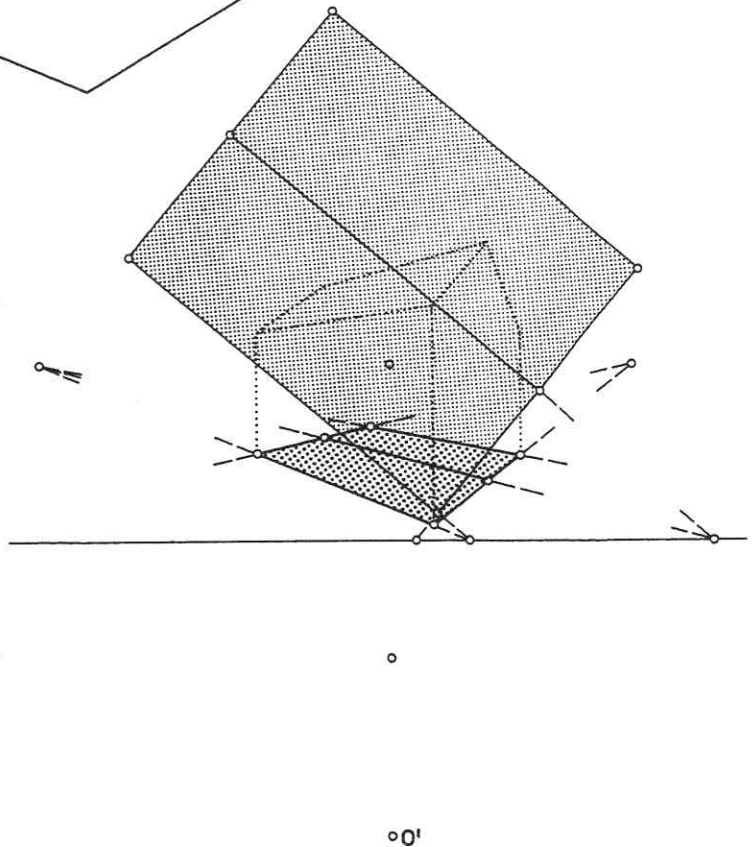
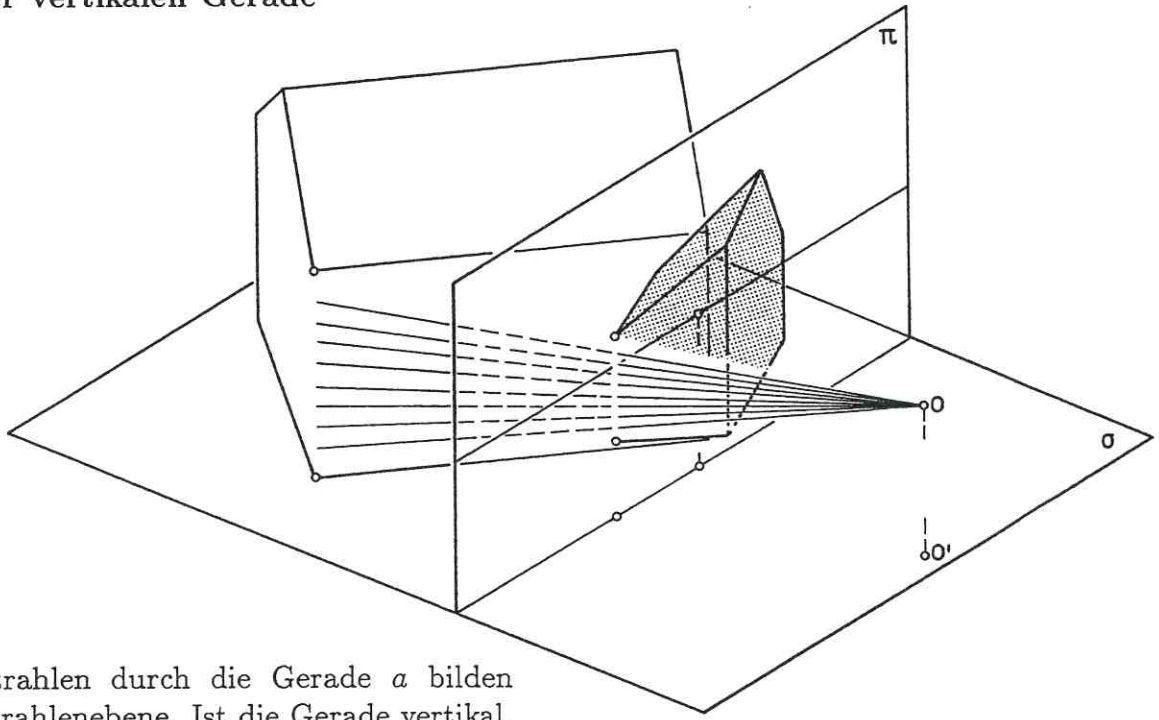


Bild einer vertikalen Gerade



Die Sehstrahlen durch die Gerade a bilden eine Sehstrahlenebene. Ist die Gerade vertikal, so ist auch die Sehstrahlenebene vertikal. Die Sehstrahlenebene schneidet die Bildebene entlang einer Gerade, dem Bild \bar{a} von a . Da beide Ebenen vertikal sind, ist auch ihre Schnittgerade \bar{a} vertikal.

Die Bilder aller vertikalen Kanten sind vertikal, also zueinander parallel sowie senkrecht zum Horizont h und zur Standlinie s .

Konstruktion in der Zeichenebene:

- a' : Grundriss der vertikalen Gerade a .
- ϵ' : Gerade durch O' und a' .
 ϵ' ist der Grundriss der vertikalen Sehstrahlenebene ϵ durch die Gerade a .
- \bar{a}' : Schnittpunkt von ϵ' mit der Standlinie s .
 \bar{a}' ist der Grundriss der Schnittgerade der Sehstrahlenebene ϵ mit der Bildebene π .
- \bar{a} : Senkrechte zu s durch \bar{a}' .
 \bar{a} ist das Bild von a in der Zeichenebene.

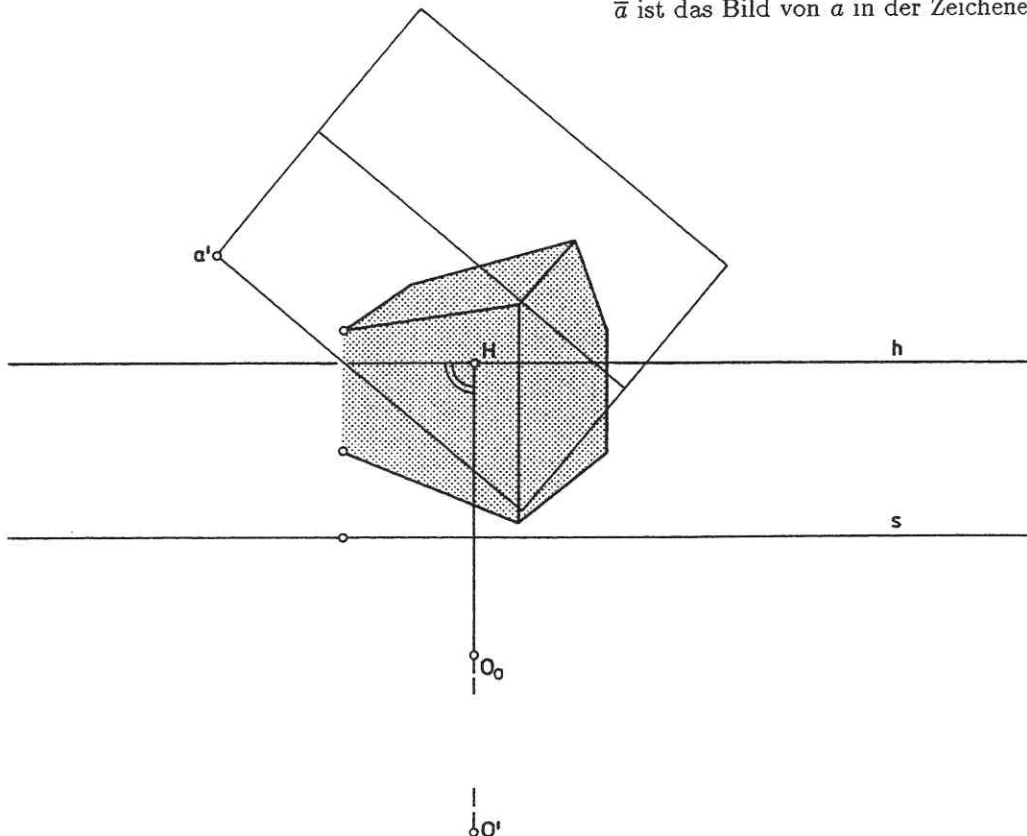


Bild einer Gerade allgemeiner Lage

Das Bild \bar{g} einer Gerade g ist die Schnittgerade der Sehstrahlenebene durch g mit der Bildebene π .

Spurpunkt-Fluchtpunkt-Methode

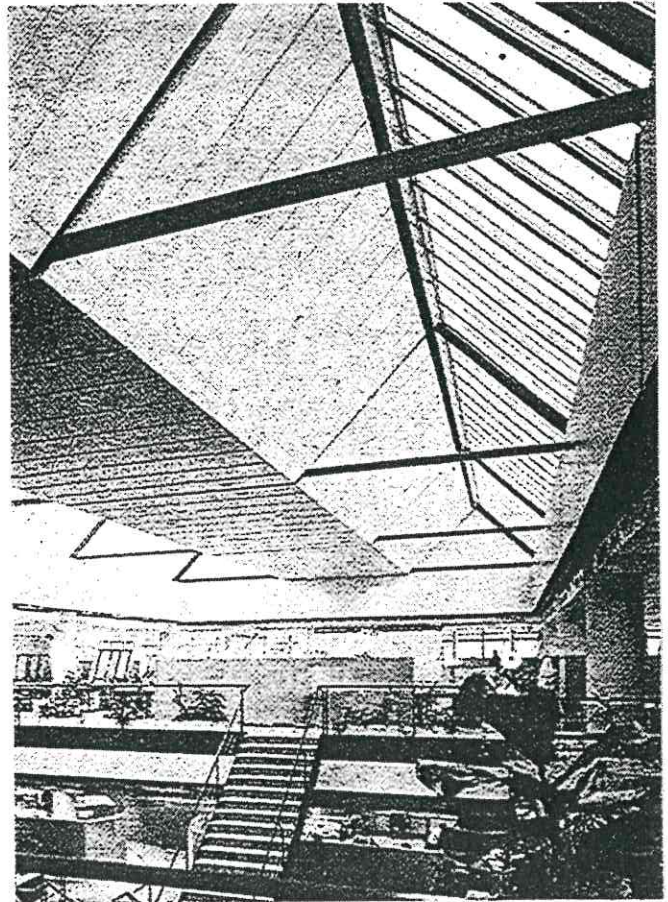
Zur Konstruktion werden meist zwei spezielle Punkte dieser Schnittgerade ermittelt:

(g nicht parallel zu π , g nicht durch O)

- Der **Spurpunkt** S_g
ist der Schnittpunkt der Gerade g mit der Bildebene π .
- Der **Fluchtpunkt** F_g
ist der Schnittpunkt des zu g parallelen Sehstrahles g_O mit der Bildebene π .
Von den Sehstrahlen durch die unendlich vielen Punkte einer Gerade g ist einer – der „letzte“ – zu g parallel. Er zeigt nach dem Fernpunkt (unendlich fernen Punkt) der Gerade und heißt Fluchtstrahl.

Das Bild \bar{g} ist die Gerade durch den **Spurpunkt** und den **Fluchtpunkt**.

Die Bilder zueinander paralleler Geraden haben denselben Fluchtpunkt.



Koch & Benedek

Innenraum der BMW-Verwaltung

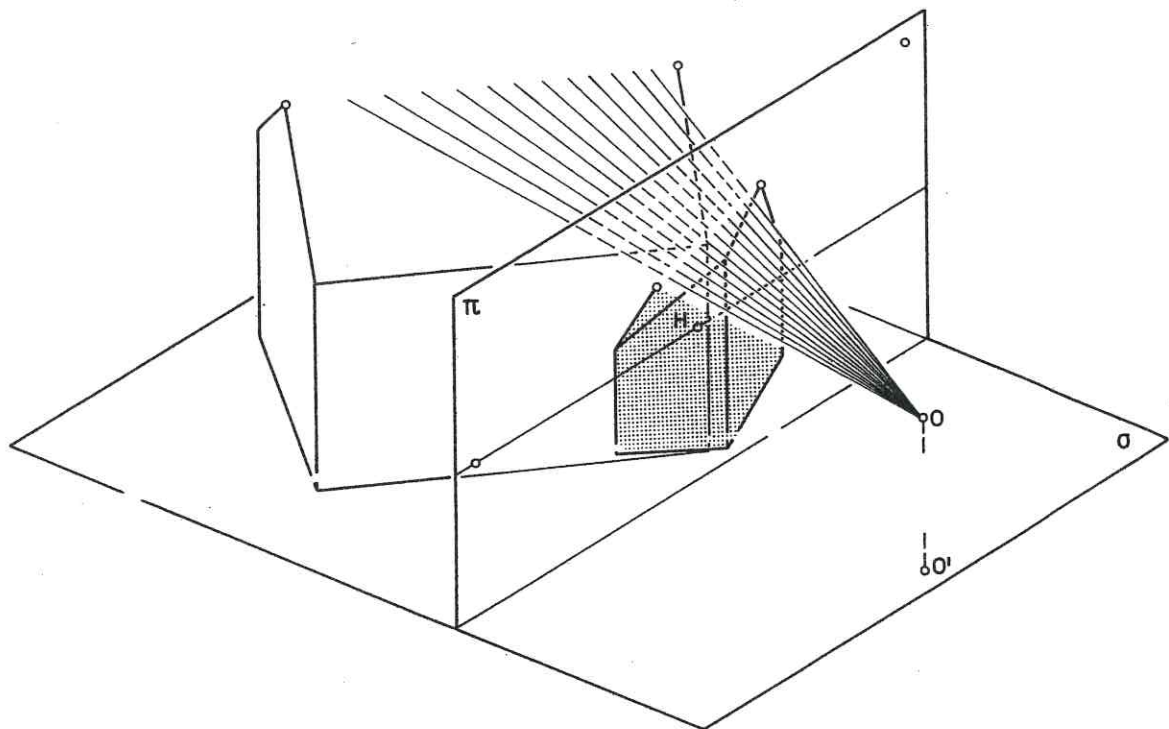
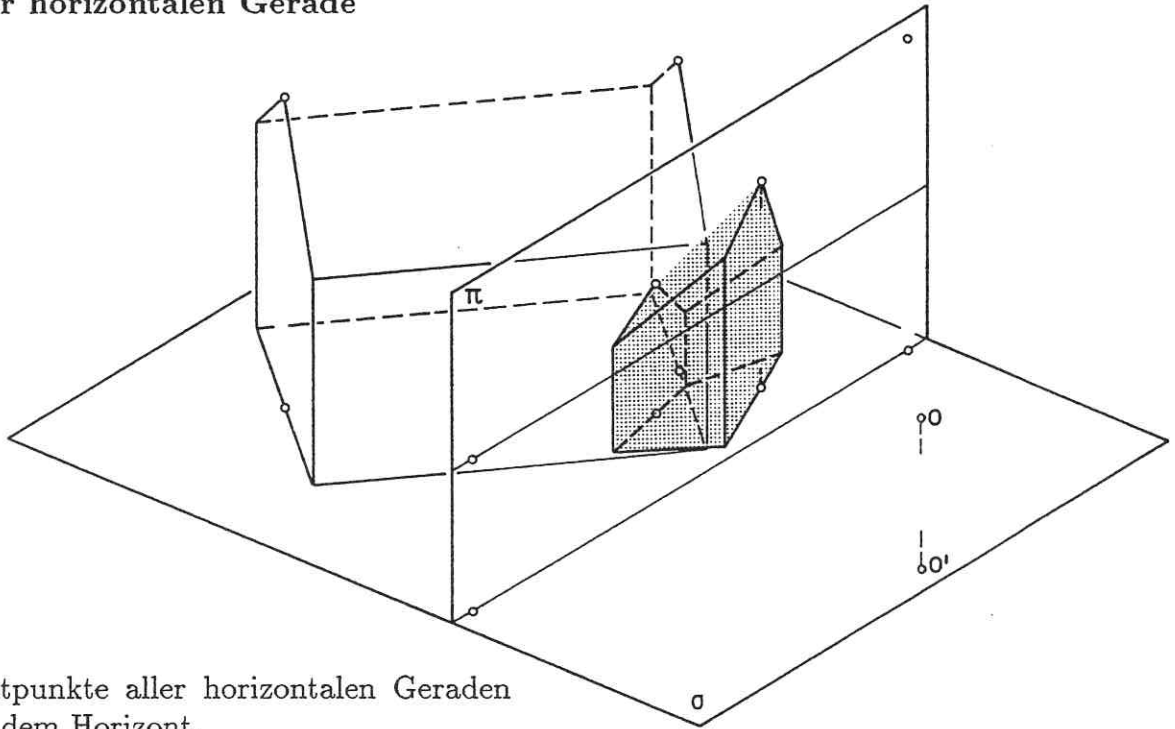


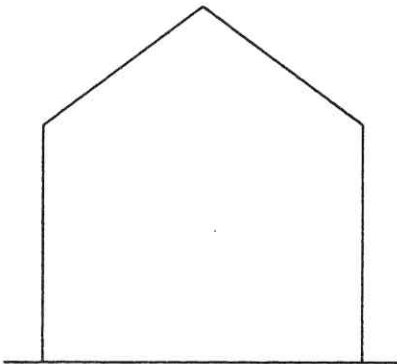
Bild einer horizontalen Gerade



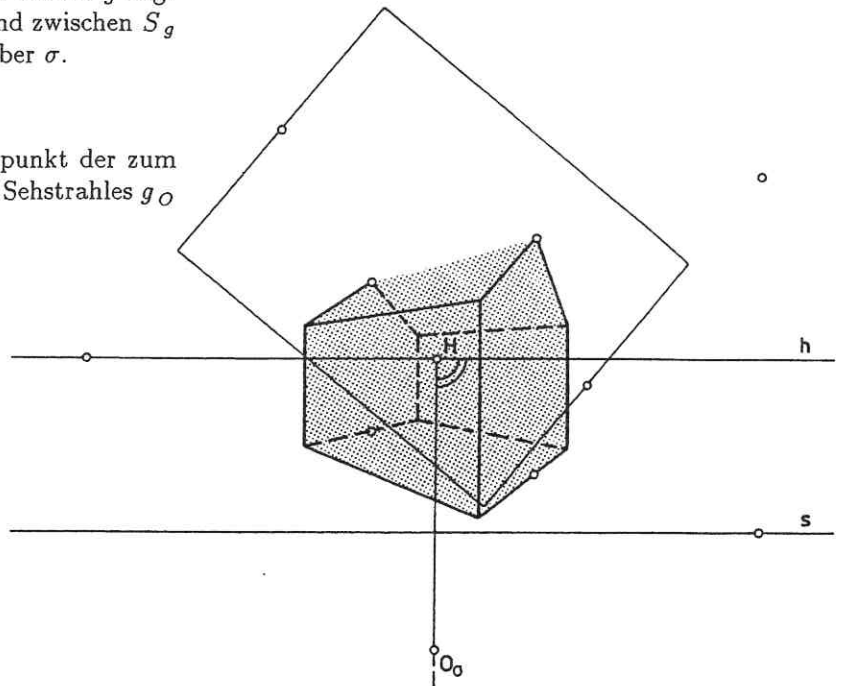
Die Fluchtpunkte aller horizontalen Geraden liegen auf dem Horizont.

Konstruktion in der Zeichenebene:

- $S_{g'}$: **Schnittpunkt von g' mit s .**
 Der Spurpunkt $S_{g'}$ des Grundrisses g' der Gerade g liegt auf s .
- S_g : **wahre Höhe senkrecht über $S_{g'}$.**
 Der Spurpunkt S_g einer horizontalen Gerade g liegt senkrecht zu s über $S_{g'}$. Der Abstand zwischen S_g und $S_{g'}$ ist gleich der Höhe von g über σ .
- g_O : **Parallele zu g' durch O_σ .**
- F_g : **Schnittpunkt von g_O mit h**
 Der Fluchtpunkt F_g ist der Schnittpunkt der zum Grundriss g' der Gerade g parallelen Sehstrahles g_O durch O_σ mit dem Horizont h .
- \bar{g} : **Gerade durch S_g und F_g .**

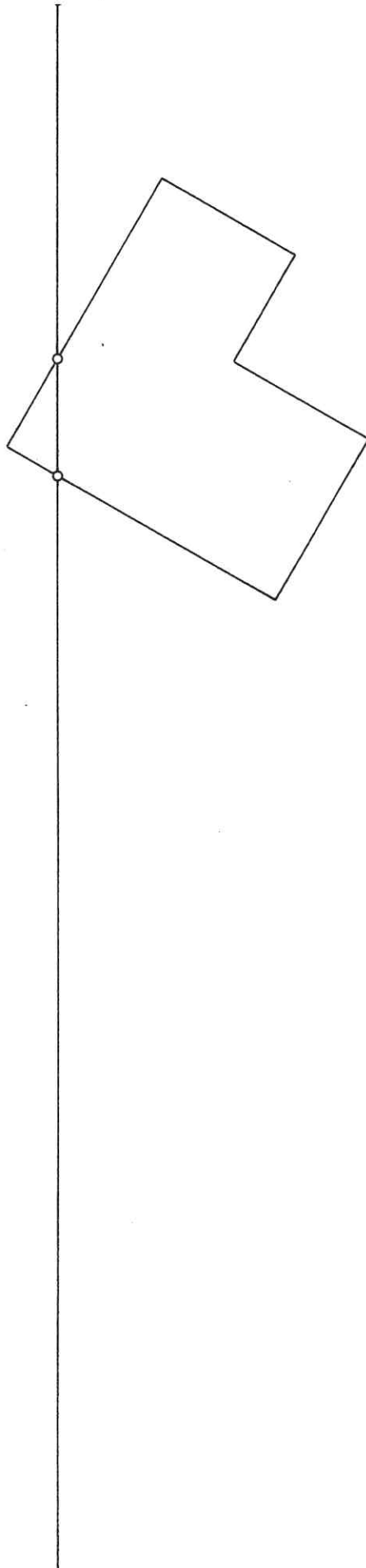


Aufriß

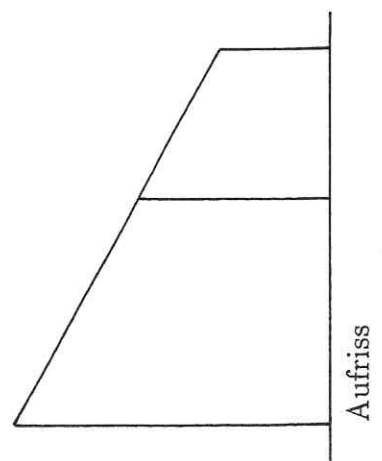


F'_g : Der Grundriss von F_g ist der Schnittpunkt des zu g' parallelen Sehstrahles g'_O durch O' mit s . F_g und F'_g liegen auf einer Senkrechten zu s bzw. h .

Konstruktion einer Perspektive – Augenpunkt und Bildebene vorgegeben



o' o



Aufriß