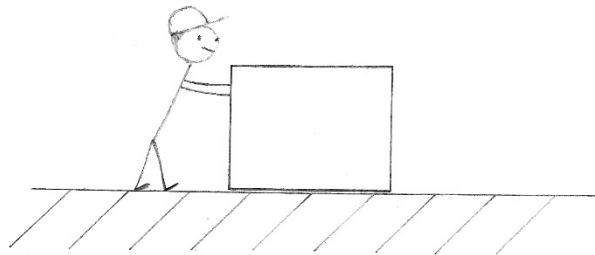


Musterlösung Freischneiden:

Problem/Aufgabe:

Welche Kraft F muss der Mann aufbringen, um den Schrank in Bewegung zu setzen? Der Schrank wiegt 20kg und die Kraft F wirkt horizontal. Der Holzschrank befindet sich auf einem Parkettboden. Entnehmen Sie die Haftreibungszahl μ_n zwischen Schrank und Boden aus der Tabelle „Reibungszahlen (Richtwerte)“. Der Luftwiderstand kann vernachlässigt werden.

Um sich einen Überblick zu verschaffen, wird zu Beginn jeder Problem- und Aufgabenstellung der zu betrachtende Körper freigeschnitten.



Freischneiden erklären! Video: https://www.youtube.com/watch?v=myhobxJHS_k

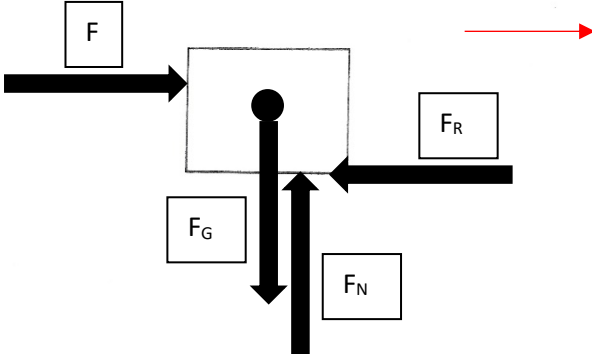
In folgender Abbildung sehen Sie eine Skizze des freigeschnittenen Schanks. Zeichnen Sie zunächst das Koordinatensystem, die Bewegungsrichtung und die folgenden Kräfte schematisch ein:

- Gewichtskraft F_G
- Normalkraft F_N (Bei dieser Aufgabe besitzt die Normalkraft F_N den gleichen Betrag wie die Gewichtskraft F_G . Allerdings zeigen die zwei Kräfte in entgegengesetzte Richtung und die Normalkraft dient als Stützkraft des Körpers.)
- Reibungskraft $F_R \rightarrow$ Haft- und Gleitreibung

Reibungskraft F_R : Video: <https://www.youtube.com/watch?v=QkFcBmtbJ4Q>

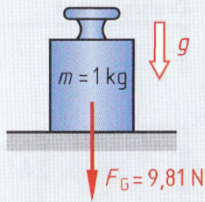
Musterlösungslösung Freischnitt:

Aufgabe 1.1



Hilfreiche Seiten im Tabellenbuch Metall

Gewichtskraft



Die Erdanziehung bewirkt bei Massen eine Gewichtskraft.

F_G Gewichtskraft g Fallbeschleunigung
 m Masse

Gewichtskraft

$$F_G = m \cdot g$$

Beispiel:

Stahlträger, $m = 1200 \text{ kg}$; $F_G = ?$

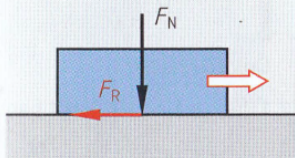
$$F_G = m \cdot g = 1200 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 11\,772 \text{ N}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Berechnung der Masse:
Seite 27

Reibungskraft, Reibungsmoment

Haftreibung, Gleitreibung



Die auftretende Reibungskraft ist von der Normalkraft F_N abhängig und von

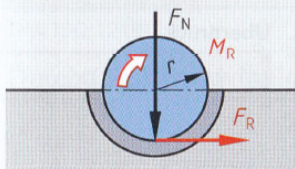
- der Reibungsart: Haft-, Gleit- oder Rollreibung
- dem Schmierzustand
- der Werkstoffpaarung (Werkstoffkombination)
- der Oberflächenbeschaffenheit

Die Einflüsse werden in der aus Versuchen ermittelten Reibungszahl μ zusammengefasst.

Reibungskraft bei Haft- und Gleitreibung

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

Reibungsmoment



F_N Normalkraft M_R Reibungsmoment
 F_R Reibungskraft d Durchmesser
 μ Reibungszahl r Radius
 f Rollreibungszahl

Reibungsmoment

$$M_R = \frac{\mu \cdot F_N \cdot d}{2}$$

$$M_R = F_R \cdot r$$

1. Beispiel:

Gleitlager, $F_N = 100 \text{ N}$; $\mu = 0,03$; $F_R = ?$

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0,03 \cdot 100 \text{ N} = 3 \text{ N}$$

2. Beispiel:

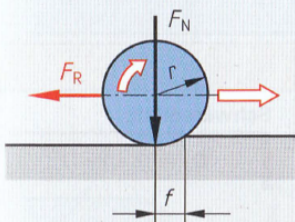
Stahlwelle in Cu-Sn-Gleitlager, $\mu = 0,05$; $F_N = 6 \text{ kN}$;
 $d = 160 \text{ mm}$; $M_R = ?$

$$M_R = \frac{\mu \cdot F_N \cdot d}{2} = \frac{0,05 \cdot 6000 \text{ N} \cdot 0,16 \text{ m}}{2} = 24 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Reibungskraft bei Rollreibung¹⁾

$$F_R = \frac{f \cdot F_N}{r}$$

Rollreibung



3. Beispiel:

Kranrad auf Stahlschiene, $F_N = 45 \text{ kN}$; $d = 320 \text{ mm}$;
 $f = 0,5 \text{ mm}$; $F_R = ?$

$$F_R = \frac{f \cdot F_N}{r} = \frac{0,5 \text{ mm} \cdot 45\,000 \text{ N}}{160 \text{ mm}} = 140,6 \text{ N}$$

¹⁾ verursacht durch elastische Verformungen zwischen Rollkörper und Rollbahn

Reibungszahlen (Richtwerte) ²⁾					
Werkstoffpaarung	Anwendungsbeispiel	Haftreibungszahl μ		Gleitreibungszahl μ	
		trocken	geschmiert	trocken	geschmiert
Stahl/Stahl	Schraubstockführung	0,50	0,10	0,40	0,10 ... 0,05
Stahl/Gusseisen	Maschinenführung	0,20	0,10	0,18	0,10 ... 0,05
Stahl/Cu-Sn-Legierung	Welle in Massivgleitlager	0,20	0,10	0,10	0,06 ... 0,03 ³⁾
Stahl/Pb-Sn-Legierung	Welle in Verbundgleitlager	0,15	0,10	0,10	0,05 ... 0,03 ³⁾
Stahl/Polyamid	Welle in PA-Gleitlager	0,30	0,15	0,30	0,12 ... 0,03 ³⁾
Stahl/PTFE	Tiefemperaturlager	0,04	0,04	0,04	0,04 ³⁾
Stahl/Reibbelag	Backenbremse	0,60	0,30	0,55	0,3 ... 0,2
Stahl/Holz	Bauteil auf Montagebock	0,55	0,10	0,35	0,05
Holz/Holz	Unterleghölzer	0,50	0,20	0,30	0,10
Gusseisen/Cu-Sn-Legierung	Einstelleiste an Führung	0,25	0,16	0,20	0,10
Gummi/Gusseisen	Riemen auf Riemenscheibe	0,50	–	0,45	–
Wälzkörper/Stahl	Wälzlager ⁴⁾ , Wälzführung ⁴⁾	–	–	–	0,003 ... 0,001

²⁾ Die Richtwerte der Reibungszahlen stellen lediglich Tendenzen dar und unterliegen insbesondere bei der Haftreibung großen Schwankungen. Verlässliche Reibzahlen können nur anwendungsspezifische Versuche liefern.

³⁾ Mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit und sich einstellender Misch- und Flüssigkeitsreibung verliert die Werkstoffpaarung ihren Einfluss.

⁴⁾ Berechnung erfolgt trotz rollender Bewegung üblicherweise wie bei Haft- bzw. Gleitreibung.

Rollreibungszahlen (Richtwerte) ⁵⁾			
Werkstoffpaarung	Anwendungsbeispiel	Rollreibungszahl f in mm	5) Angaben zu Rollreibungszahlen schwanken in der Fachliteratur z.T. beträchtlich.
Stahl/Stahl	Stahlrad auf Führungsschiene	0,5	
Kunststoff/Beton	Transportrollen auf Hallenboden	5	
Gummi/Asphalt	Autoreifen auf Straße	8	

Musterlösung der Rechnung:

$$F_N = - F_G \quad \text{bzw.} \quad |F_N| = |F_G|$$

$$F_N = m * g = 20 \text{ kg} * 9,81 = 196,2 \text{ N}$$

$$\mu_h = 0,5$$

$$\text{Reibungskraft bei Haftreibung } F_R = F = \mu * F_N = 98,1 \text{ N}$$

Aufgabe 1.2

Mit wieviel Kilogramm muss man also drücken, um den Schrank in Bewegung zu versetzen (Tipp: Formel für Gewichtskraft)?

$$m = F_R / g = 98,1 \text{ N} / 9,81 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ kg}$$

Aufgabe 1.3

Wie groß ist die aufzubringende Kraft F , sobald sich der Schrank in Bewegung befindet (Gleitreibung)? Benutzen Sie hierfür wiederum die Tabelle „Reibungszahlen (Richtwerte)“. Geben Sie zudem die Differenz zur Haftreibung an.

$$\mu_g = 0,3$$

$$F = F_R = \mu * F_N = 58,86 \text{ N}$$

$$\text{Differenz} = \text{Haftreibung} - \text{Gleitreibung} = 39,24 \text{ N}$$

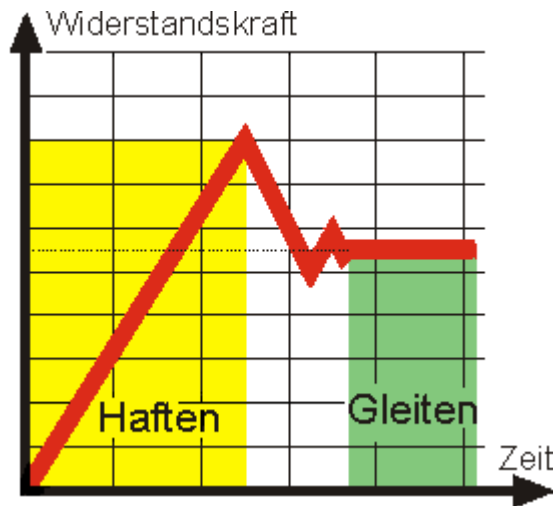
Aufgabe 1.4

Mit wieviel Kilogramm muss man also drücken, um den Schrank in Bewegung zu halten?

$$m = F_R / g = 58,86 \text{ N} / 9,81 \text{ m/s}^2 = 6 \text{ kg}$$

Zusammenfassung:

Sobald die Haftreibung den maximalen Wert erreicht hat, kommt der Körper in Bewegung. Die Widerstandskraft sinkt. Hierbei spricht man von der sogenannten Gleitreibung.



[https://www.google.com/search?q=Haft-
+und+Gleitreibung+Diagramm&source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjL5-6E-
czjAhVQ16QKHSqMD_8Q_AUIESgB&biw=1438&bih=596&dpr=0.95#imgrc=3OT0ZfSBkkxPTM:&spf=
1563950335676](https://www.google.com/search?q=Haft-+und+Gleitreibung+Diagramm&source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjL5-6E-czjAhVQ16QKHSqMD_8Q_AUIESgB&biw=1438&bih=596&dpr=0.95#imgrc=3OT0ZfSBkkxPTM:&spf=1563950335676)

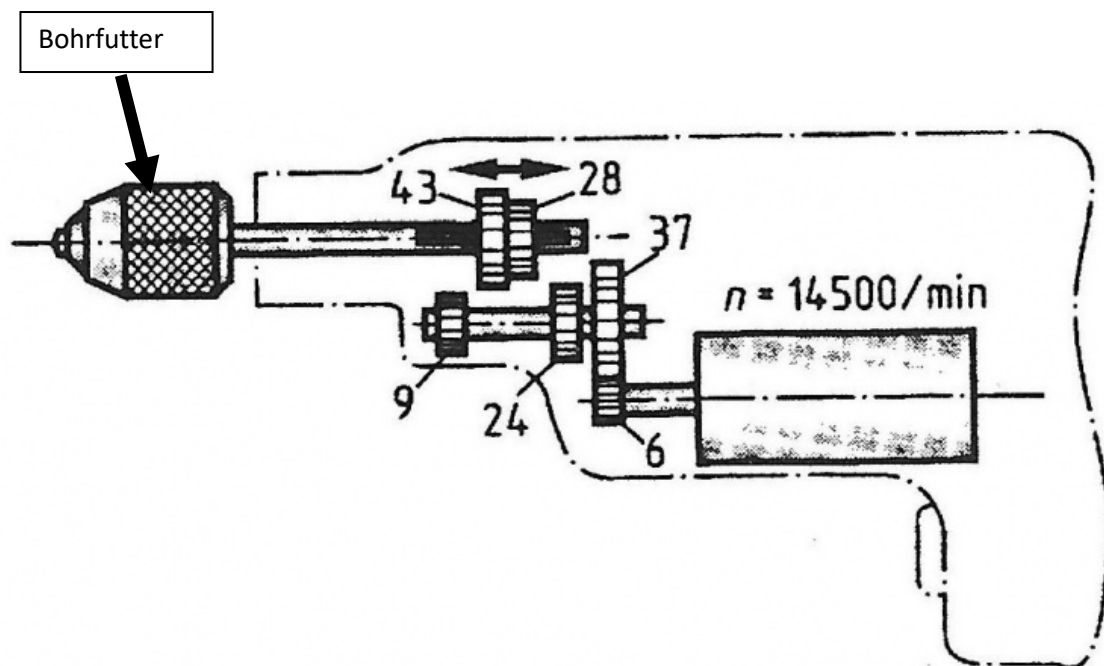
Musterlösung „Übersetzungen“:

Aufgabenstellung:

Egal ob es sich um ein Auto, eine Fertigungsmaschine in der Industrie oder eine Heimwerkerbohrmaschine handelt, ist ein Getriebe unverzichtbar.

Ein Getriebe ist ein Maschinenelement, mit diesem das Verhältnis zwischen Drehzahl und Drehmoment verändert werden kann. In vielen Fällen dient ein Getriebe dazu, die Motordrehzahl zu verringern und somit das Drehmoment zu erhöhen (Vergleiche Auto erster Gang). Es gibt viele Möglichkeiten ein Getriebe umzusetzen. Neben einem Zahnradgetriebe gibt es auch Bauformen mit Riemen, Ketten oder Schnecken.

Die Abbildung zeigt den Antrieb einer Bohrmaschine, bestehend aus einem Elektromotor, einer Getriebestufe und einem Zweigang-Schaltgetriebe. Die Anfangsdrehzahl n_a des Elektromotors beträgt 14500 1/min. Verwendet wird ein Zahnradgetriebe. Die jeweiligen Zähnezahlen sind in der folgenden Abbildung ablesbar.



<http://www.bs-wiki.de/mediawiki/index.php/Zahnrad%20und%20Zahnradgetriebe%3A%20L%C3%B6sungen>

Sie haben sich immer schon gefragt warum eine Bohrmaschine über zwei schaltbare Gänge verfügt. Würde nicht ein Gang genügen? Um die Frage zu beantworten, beschäftigen Sie sich mit dem Thema Übersetzungen.

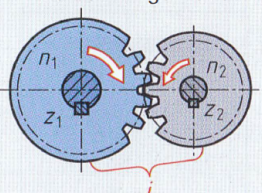
Aufgabe 2.1

Berechnen Sie gemäß der Abbildung das Gesamtübersetzungsverhältnis für die zwei schaltbaren Gänge.

Übersetzungen

Zahnradtrieb

einfache Übersetzung
treibend getrieben



$Z_1, Z_3, Z_5 \dots$ Zähnezahlen } treibende Räder
 $n_1, n_3, n_5 \dots$ Drehzahlen }
 $Z_2, Z_4, Z_6 \dots$ Zähnezahlen } getriebene Räder
 $n_2, n_4, n_6 \dots$ Drehzahlen }
 n_a Anfangsdrehzahl
 n_e Enddrehzahl
 i Gesamtübersetzungsverhältnis
 $i_1, i_2, i_3 \dots$ Einzelübersetzungsverhältnisse

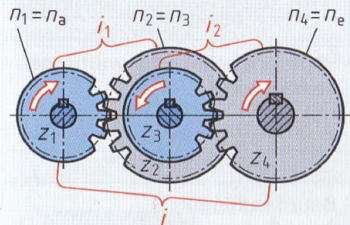
Antriebsformel

$$n_1 \cdot Z_1 = n_2 \cdot Z_2$$

Übersetzungsverhältnis

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_a}{n_e}$$

mehrfache Übersetzung



Beispiel:

$i = 0,4; n_1 = 180/\text{min}; z_2 = 24; n_2 = ?; z_1 = ?$

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{180/\text{min}}{0,4} = 450/\text{min}$$

$$z_1 = \frac{n_2 \cdot z_2}{n_1} = \frac{450/\text{min} \cdot 24}{180/\text{min}} = 60$$

Gesamtübersetzungsverhältnis

$$i = \frac{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_6 \dots}{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5 \dots}$$

$$i = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \dots$$

Drehmomente bei Zahnrädern Seite 34

1. Gang $\rightarrow i_1 = (37 \cdot 43) / (6 \cdot 9) = 29,46$

2. Gang $\rightarrow i_2 = (37 \cdot 28) / (6 \cdot 24) = 7,19$

Aufgabe 2.2

Berechnen Sie nun mit Hilfe der Gesamtübersetzungsverhältnisse für die zwei Gänge jeweils die Enddrehzahl am Bohrfutter. Im ersten Gang dreht sich das Bohrfutter langsamer als im zweiten Gang. Ordnen Sie den berechneten Drehzahlen den ersten und zweiten Gang zu und markieren Sie dementsprechend in der obigen Zeichnung die Zahnradpaare, die zu den Gängen passen.

1. Gang $\rightarrow n_1 = n_a / i_1 = 14500 \text{ 1/min} / 29,46 = 492,14 \text{ 1/min}$

2. Gang $\rightarrow n_2 = n_a / i_2 = 14500 \text{ 1/min} / 7,194 = 2015,44 \text{ 1/min}$

Aufgabe 2.3

Um welchen Faktor ist die Drehzahl des zweiten Ganges höher als die des ersten Ganges?

2.Gang/1.Gang = $2015,44 / 492,14 = 4,10$

Aufgabe 2.4

Die Bohrmaschine hat laut Herstellerangabe eine Leistung von 450 Watt. Wie groß ist das erzeugte Drehmoment M_a des Elektromotors? (Hinweis: $1/\text{min} = 1/60\text{s}$ und $1 \text{Ws} = 1 \text{Nm}$)

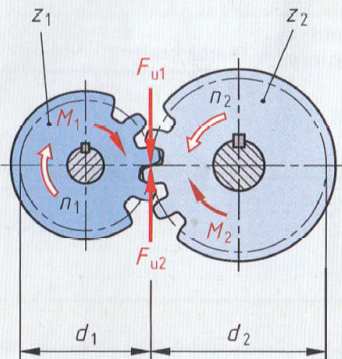
Leistung bei kreisförmiger Bewegung		
P Leistung	s Weg in Kraftrichtung	Leistung $P = F \cdot v$ $P = F \cdot \pi \cdot d \cdot n$ $P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$ $P = M \cdot \omega$ oder: Leistung (Zahlenwertgleichung) $P = \frac{M \cdot n}{9550}$
M Drehmoment	t Zeit	
F Umfangskraft	n Drehzahl	
v Geschwindigkeit	ω Winkelgeschwindigkeit	
Beispiel:		
Riemetrieb, $F = 1,2 \text{ kN}$; $d = 200 \text{ mm}$; $n = 2800/\text{min}$; $P = ?$ $P = F \cdot \pi \cdot d \cdot n$ $= 1,2 \text{ kN} \cdot \pi \cdot 0,2 \text{ m} \cdot \frac{2800}{60 \text{ s}} = 35,2 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 35,2 \text{ kW}$		
Zahlenwertgleichung:		
Einsetzen $\rightarrow M$ in $\text{N} \cdot \text{m}$, n in $1/\text{min}$		
Ergebnis $\rightarrow P$ in kW		
Schnittleistung bei Werkzeugmaschinen: Seiten 319, 329, 335		

$$P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \rightarrow M = P / (2 \cdot \pi \cdot n)$$

$$M_a = 450 \text{ W} / (2 \cdot \pi \cdot 14500 / 60 \text{ s}) = 0,30 \text{ Nm}$$

Aufgabe 2.5

Wie groß sind die Drehmomente am Bohrfutter im ersten und zweiten Gang? Benutzen Sie für die Berechnung erneut das Gesamtübersetzungsverhältnis.

Drehmoment bei Zahnradtrieben		
		Drehmomente $M_1 = \frac{F_{u1} \cdot d_1}{2}$ $M_2 = \frac{F_{u2} \cdot d_2}{2}$ $M_2 = i \cdot M_1$ $\frac{M_2}{M_1} = \frac{z_2}{z_1}$ $\frac{M_2}{M_1} = \frac{n_1}{n_2}$ $\frac{M_2}{M_1} = \frac{d_2}{d_1}$
Der Hebelarm bei Zahnradern entspricht dem halben Teilkreisdurchmesser d . Sind die Zähnezahlen zweier ineinandergreifender Zahnräder verschieden, ergeben sich unterschiedliche Drehmomente.		
Treibendes Rad	Getriebenes Rad	
F_{u1} Umfangskraft M_1 Drehmoment d_1 Teilkreisdurchmesser z_1 Zähnezahl n_1 Drehzahl	F_{u2} Umfangskraft M_2 Drehmoment d_2 Teilkreisdurchmesser z_2 Zähnezahl n_2 Drehzahl i Übersetzungsverhältnis	
Beispiel:		
Getriebe, $i = 12$; $M_1 = 60 \text{ N} \cdot \text{m}$; $M_2 = ?$ $M_2 = i \cdot M_1 = 12 \cdot 60 \text{ N} \cdot \text{m} = 720 \text{ N} \cdot \text{m}$		
Übersetzungen bei Zahnradtrieben: Seite 259		

$$M_{e1} = i_1 \cdot M_a = 29,46 \cdot 0,30 \text{ Nm} = 8,84 \text{ Nm}$$

$$M_{e2} = i_2 \cdot M_a = 7,19 \cdot 0,30 \text{ Nm} = 2,16 \text{ Nm}$$

Aufgabe 2.6

Wie verhalten sich die Drehmomente im Vergleich zu den vorherigen berechneten Drehzahlen im jeweiligen Gang?

Niedrige Drehzahl und hohes Drehmoment im ersten Gang.

Hohe Drehzahl und niedriges Drehmoment im zweiten Gang

Aufgabe 2.7

Warum das Ganze? (Hinweis: Falls Sie mit dieser Aufgabe Schwierigkeiten haben, schauen Sie sich dazu folgendes Video an: <https://www.youtube.com/watch?v=9GwQ07xTh9E>)

- **2. Gang für kleine Bohrungen und für kurze Arbeitszeit**
- **1. Gang für große Bohrungen und für Sonderanwendungen mit hohem Drehmoment wie z.B. Gewindeschneiden**

Musterlösung „Fahrwiderstände“

Aufgabenstellung:

Ihnen ist nun bekannt, dass durch die Rollreibung der Reifen eine Reibungskraft entsteht, welche entgegengesetzt der Bewegungsrichtung wirkt. Das Formula Student Fahrzeug der HS Ravensburg-Weingarten kann eine Höchstgeschwindigkeit von 120 km/h erreichen. Der Rennfahrer erzählt, dass sein Kopf mit zunehmender Geschwindigkeit immer stärker gegen die Kopfstütze gedrückt wird. Sie nehmen an, dass dies durch die vorbeiströmende Luft verursacht wird.



Aufgabe 3.1

Im Folgenden wollen Sie diesen Effekt untersuchen und feststellen, in wie Fern die Geschwindigkeit eine Rolle spielt.

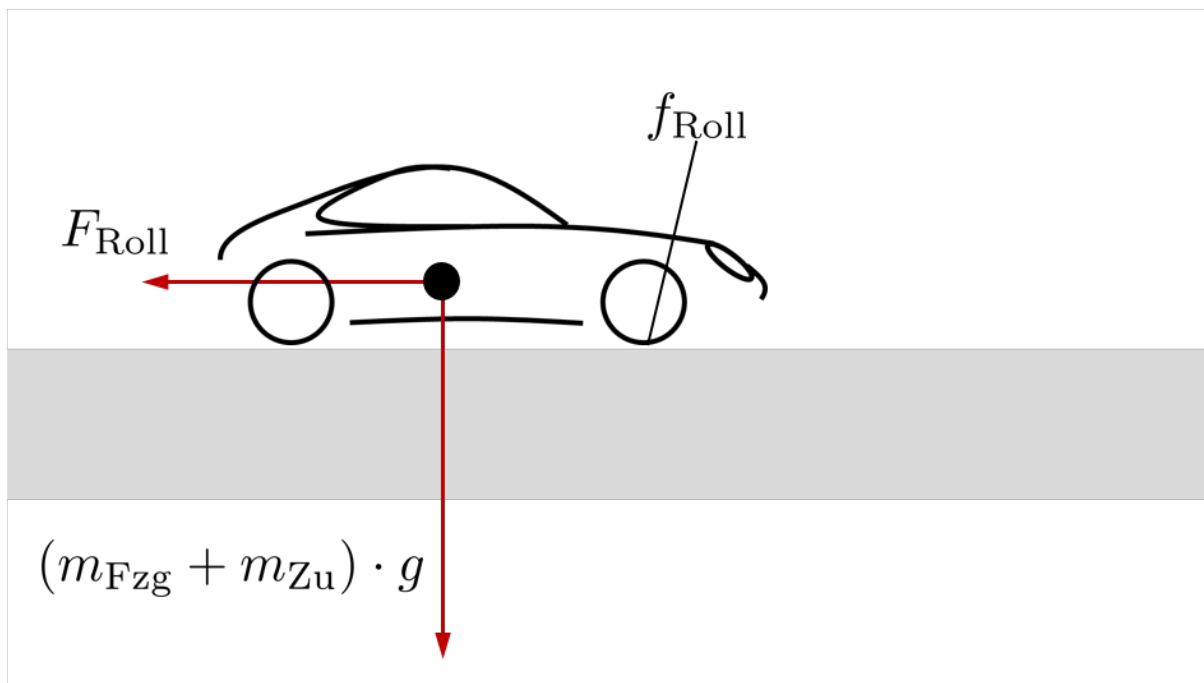
Die folgende Formel beschreibt den Rollwiderstand bei Fahrzeugen:

$$F_R = f_R \cdot m_F \cdot g$$

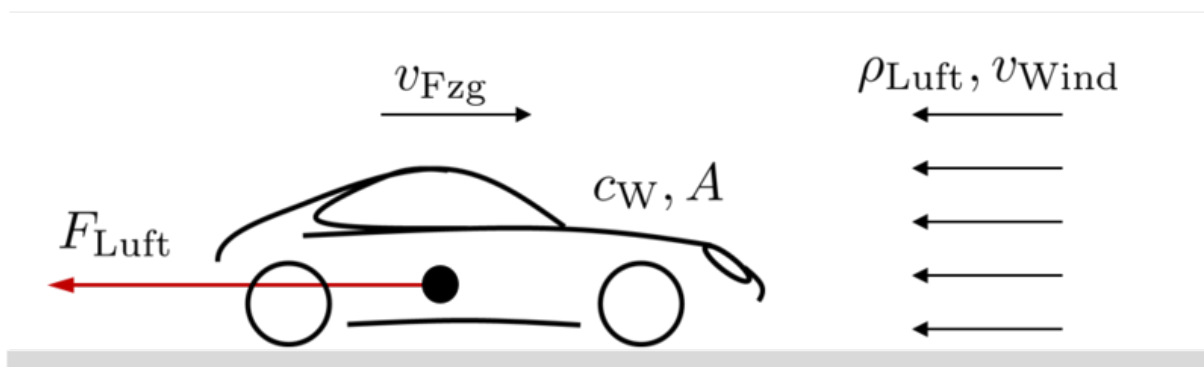
F_R = Rollwiderstand

f_R = Rollwiderstandsbeiwert

m_F = Fahrzeugmasse



Durch eine Internetrecherche stoßen Sie auf die Formel des Luftwiderstands. Mit dieser Formel kann der Effekt, dass der Kopf durch die vorbeiströmende Luft in die Kopfstütze gedrückt wird, aufgeklärt werden.



Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Fahrwiderstand>

$$\text{Luftwiderstand } F_L = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho_L}{2} \cdot v_F^2$$

c_w = Luftwiderstandsbeiwert

A = projizierte Fahrzeugquerschnittsfläche

ρ_L = Dichte der Luft

v_F = Fahrzeuggeschwindigkeit

Berechnen Sie für das Formula Student Fahrzeug mit den folgenden Daten den Rollwiderstand:

$$f_r = 0,032$$

$$m_f = 200 \text{ kg}$$

$$F_R = 0,032 \cdot 200 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 62,784 \text{ N}$$

Aufgabe 3.2

Berechnen Sie für das Formula Student Fahrzeug mit den folgenden Daten den Luftwiderstand bei 120 km/h:

$$c_w \cdot A = 1,8 \text{ m}^2$$

$$\rho_L = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

$$120 \text{ km/h} = 33,33 \text{ m/s}$$

$$F_L = 1,1 \text{ m}^2 \cdot (1,2 \text{ kg/m}^3 / 2) \cdot (33,33 \text{ m/s})^2 = 1200 \text{ N}$$

Aufgabe 3.3

Wie hoch ist der gesamte Fahrwiderstand F_w in der Ebene?

$$F_w = F_R + F_L = 1262,784 \text{ N}$$

Aufgabe 3.4

In wie fern beeinflusst die Fahrgeschwindigkeit v_F den Fahrwiderstand in der Ebene?

Kein Einfluss auf Rollwiderstand und quadratischer Einfluss auf Luftwiderstand

Im nächsten Schritt soll die Fahrwiderstandsleistung in der Ebene berechnet werden. Dazu werden die einzelnen Fahrwiderstände mit der Geschwindigkeit multipliziert:

$$\text{Rollwiderstandsleistung } P_R = f_R \cdot m_F \cdot g \cdot v_F$$

$$\text{Luftwiderstandsleistung } P_L = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho_L}{2} \cdot v_F^3$$

Aufgabe 3.5

Berechnen Sie die gesamte Fahrwiderstandsleistung in der Ebene bei 120 km/h:

42092,8 W -> 42,1 kW

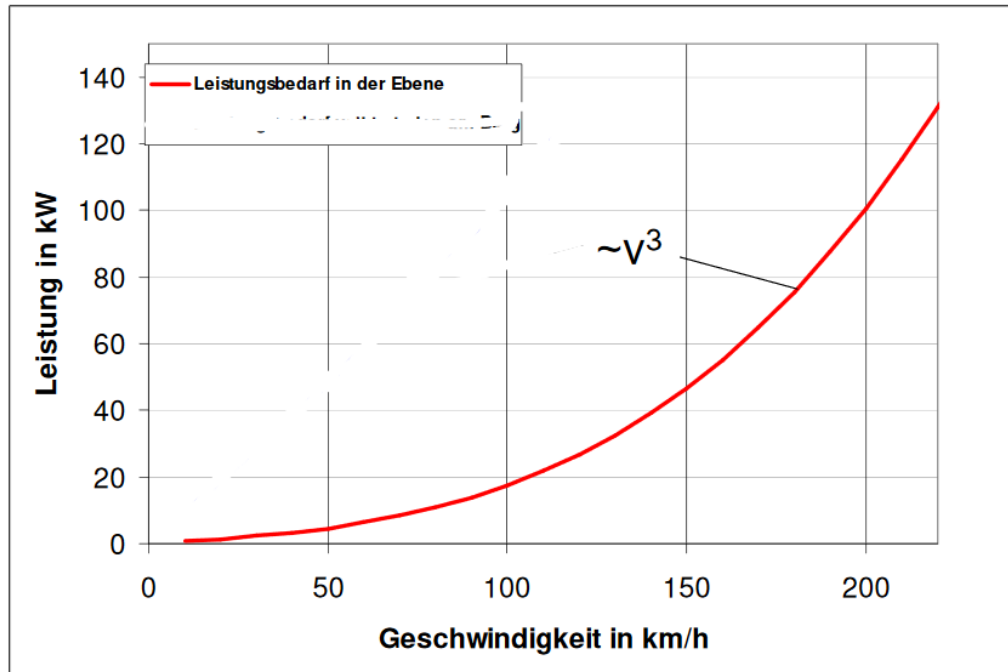
Aufgabe 3.6

Wieviel PS benötigt das Fahrzeug also um diesen Fahrwiderstand zu überwinden? (Hinweis: 1 PS = 0,735499 kW)

42,0928 kW / 0,735499 kW/PS = 57,23 PS

Zur Wiederholung wird hier der Leistungsbedarf eines Mittelklassefahrzeugs aufgezeigt, welcher notwendig ist, um die oben beschriebenen Widerstände zu überwinden:

Leistungsbedarf eines Mittelklassefahrzeugs



Quelle: https://www.thm.de/me/images/user/herzog-91/Kfz-Antriebe/Kfz_Antriebe_2_EnergiebedarfKfz.pdf

Aufgabe 3.7

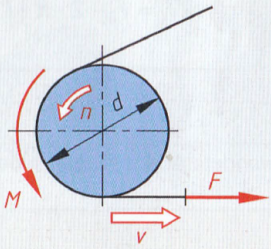
Um das notwendige Antriebsmoment auszurechnen, wird zunächst die Raddrehzahl n_R bei der Geschwindigkeit V_F von 120 km/h berechnet:

Zur Erinnerung: d_R ist der Reifendurchmesser von 500 mm

$$V_F = \pi \cdot d_R \cdot n_R \rightarrow n_R = V_F / (\pi \cdot d_R)$$

$$n_R = 33,33 \text{ m/s} / (\pi \cdot 0,5 \text{ m}) = 21,2 \text{ 1/s}$$

Das Formula Student Fahrzeug verfügt über einen Hinterradantrieb, es werden also beide Hinterräder angetrieben. Wie groß ist das notwendige Drehmoment an der Hinterachse?

Leistung bei kreisförmiger Bewegung		
	P Leistung M Drehmoment F Umfangskraft v Geschwindigkeit	s Weg in Kraftrichtung t Zeit n Drehzahl ω Winkelgeschwindigkeit
Beispiel: Riementrieb, $F = 1,2 \text{ kN}$; $d = 200 \text{ mm}$; $n = 2800/\text{min}$; $P = ?$ $P = F \cdot \pi \cdot d \cdot n$ $= 1,2 \text{ kN} \cdot \pi \cdot 0,2 \text{ m} \cdot \frac{2800}{60 \text{ s}} = 35,2 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 35,2 \text{ kW}$		
Zahlenwertgleichung: Einsetzen $\rightarrow M$ in $\text{N} \cdot \text{m}$, n in $1/\text{min}$ Ergebnis $\rightarrow P$ in kW		
Schnittleistung bei Werkzeugmaschinen: Seiten 319, 329, 335		
Leistung		
$P = F \cdot v$		
$P = F \cdot \pi \cdot d \cdot n$		
$P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$		
$P = M \cdot \omega$		
oder: Leistung (Zahlenwertgleichung)		
$P = \frac{M \cdot n}{9550}$		

$$P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \rightarrow M = P / (2 \cdot \pi \cdot n)$$

$$M = 42092,8 \text{ W} / (2 \cdot \pi \cdot 21,2 \text{ 1/s}) = 315,696 \text{ Nm}$$

Aufgabe 3.8

Wie groß ist das notwendige Drehmoment pro Rad?

$$315,696 \text{ Nm} / 2 = 157,848 \text{ Nm}$$

Musterlösung „Ottomotoren, Elektromotoren“

Problemstellung:

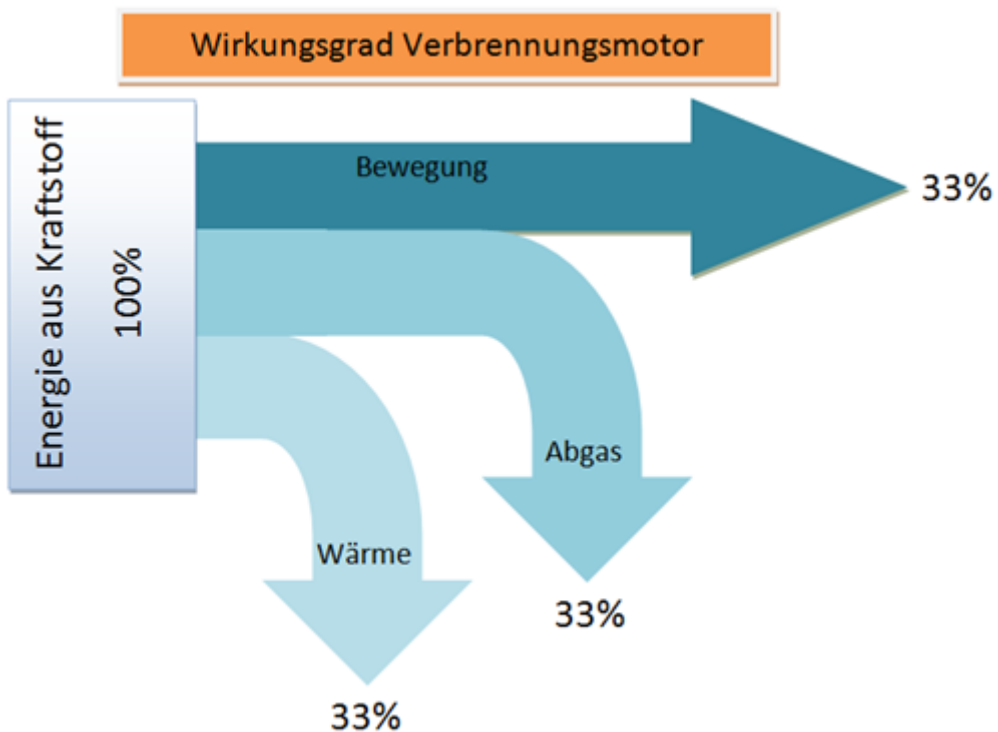
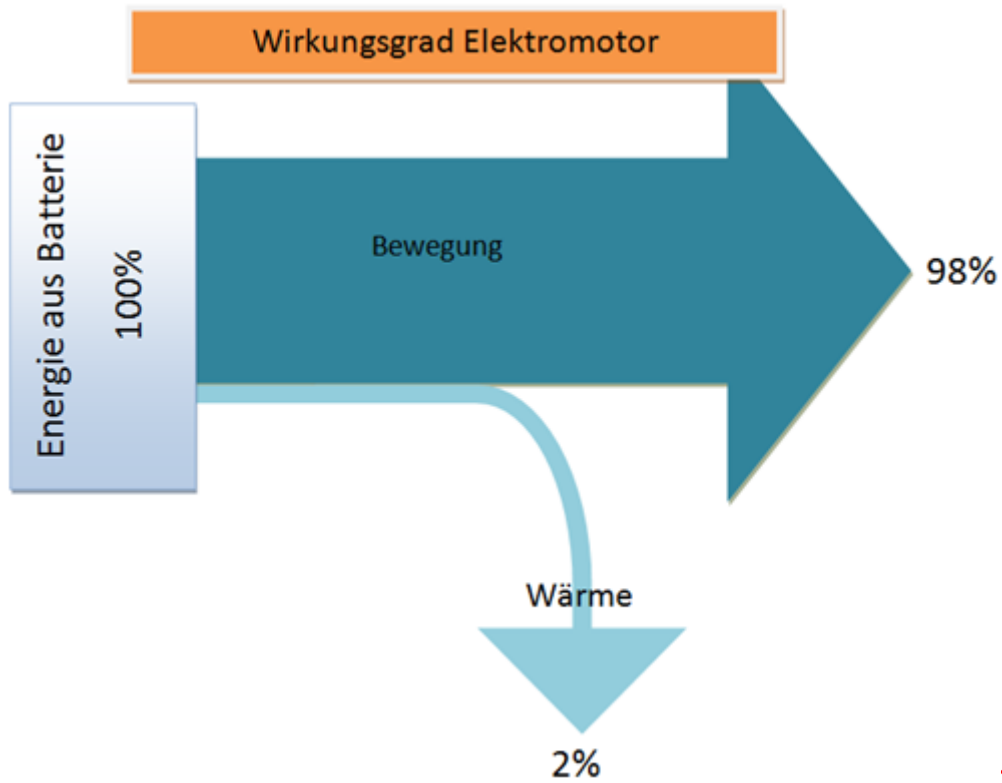
Für die nachfolgende Gruppenarbeit zum Projekt des Longboards machen Sie sich über mögliche Antriebsarten Gedanken. Sie vergleichen einen **Benzinmotor** mit einem **Elektromotor** und wollen sich für eine der zwei Antriebsarten entscheiden.

Die nachfolgenden Aspekte sind für die Entscheidung relevant. (Recherchieren Sie hierfür im Internet und beantworten Sie die Aufgaben. Zur Lösung der Aufgaben wäre eine Tabelle zur Gegenüberstellung sinnvoll.)

Zunächst kann man die beiden verschiedenen Antriebsarten nach ihren Energieträgern unterscheiden. Ein Benzinmotor benötigt für seinen Betrieb einen Kraftstoff, also in der Regel Benzin. Ein Elektromotor benötigt hingegen elektrische Energie, welche bei mobilen Anwendungen in Form einer Batterie gespeichert ist.

Dabei kommt man direkt zum nächsten Unterscheidungsmerkmal: Die Energiedichte. Sie beschreibt den Energiegehalt pro Kilogramm eines Energieträgers. Wie hoch ist also die Energiedichte des jeweiligen Energieträgers? Bei Benzin liegt sie bei 12700 Wh/kg und bei einer Batterie bei 30 -165 Wh/kg, was sich je nach Batterietyp stark unterscheidet.

In den nachfolgenden zwei Bildern wird jeweils der Wirkungsgrad der Antriebsart dargestellt. Hier kann man sehen, dass ein Elektromotor einen klaren Vorteil hat. Bei mobilen Anwendungen gleicht der hohe Wirkungsgrad den Nachteil der geringen Energiedichte der Batterie teilweise aus.



Quelle: <https://www.cbcity.de/wirkungsgrad-ist-ansichtssache>

!Prozente entfernen oder anpassen auf folgende Aufgaben oder folgende Aufgaben anpassen!

Aufgabe 4.1

Was versteht man unter dem Begriff Wirkungsgrad? Wie lautet die dazugehörige mathematische Formel? Wie groß ist circa der Wirkungsgrad des jeweiligen Motors?

Wirkungsgrad: Verhältnis von genutzter Energie zu aufgewendeter Energie.

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{E_{\text{Nutzen}}}{E_{\text{Aufwand}}}$$

Elektromotor: >95% (variiert je nach Quelle)

Benzinmotor: 20-40% -> 30% (variiert je nach Quelle)

Aufgabe 4.2

Sie wollen eine Strecke von 50 km mit dem Longboard absolvieren. Hierfür benötigen Sie 1000 Wh Energie (E_{Nutzen}). Wie schwer ist der mitzuführende Energieträger des jeweiligen Fahrzeugs? Vernachlässigen Sie hierbei den Wirkungsgrad und rechnen Sie mit 100 Wh/kg für die Batterie.

Benzinmotor: 1000 Wh : 12700 Wh/kg = 0,079 kg

Batterie: 1000 Wh : 100 Wh/kg = 10,0 kg (gewählt wurden 100 Wh/kg)

Aufgabe 4.3

Anschließend muss der Wirkungsgrad miteinberechnet werden. Stellen Sie hierfür die Formel des Wirkungsgrades sinnvoll um und ermitteln Sie die neue Masse der mitzuführenden Energieträger (Tipp: E_{Aufwand} ist hierfür zu berechnen).

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{E_{\text{Nutzen}}}{E_{\text{Aufwand}}} \rightarrow E_{\text{Aufwand}} = \frac{E_{\text{Nutzen}}}{\text{Wirkungsgrad}}$$

$$\text{Benzinmotor: } E_{\text{Aufwand}} = 1000 \text{ Wh} / 0,3 = 3333,33 \text{ Wh}$$

$$\text{Elektromotor: } E_{\text{Aufwand}} = 1000 \text{ Wh} / 0,95 = 1052,63 \text{ Wh}$$

$$\text{Benzinmotor: } 3333,33 \text{ Wh} : 12700 \text{ Wh/kg} = 0,26 \text{ kg}$$

$$\text{Batterie: } 1052,63 \text{ Wh} : 100 \text{ Wh/kg} = 10,53 \text{ kg (gewählt wurden 100 Wh/kg)}$$

Aufgabe 4.4

Wie sie erkennen können spielt der Wirkungsgrad für die Masse der Energieträger eine bedeutende Rolle. Woran liegt das und was fließt bei der jeweiligen Antriebsart mit ein?

Verluste

Verluste Elektromotor: Reibung (Wärme), Kupfer- und Eisenverluste,...

Verluste Benziner: Reibung (Wärme), Strömungsverluste, Grenzen durch Thermodynamik,...

Aufgabe 4.5

Um welchen Faktor unterscheiden sich die Massen der mitzuführenden Energieträger?

10,53 kg / 0,26 kg = 40,5 (Batterie schwerer als Benzin)

Aufgabe 4.6

Stellen Sie Vor- und Nachteile des jeweiligen Motors gegenüber! Recherchieren Sie hierbei im Internet!

individuelle Antworten

Aufgabe 4.7

Für welchen Motor als Antriebsart entscheiden Sie sich? Begründen Sie Ihre Antwort.

individuelle Antworten

Musterösung „Deckmaterial“:

Aufgabe 5.1

Suchen Sie den E-Modul der jeweiligen Materialien aus den Datenblättern und mitteln Sie den Zahlenwert.

Aluminium: 72 GPa

Bambus: 17,5 GPa

CFK: 109,5 GPa

GFK: 21,5 GPa

Stahl: 210 GPa

Aufgabe 5.2

Berechnen Sie die notwendige Dicke des Decks in Abhängigkeit des gemittelten E-Moduls für die 5 Materialien. Verwenden Sie hierfür die Gleichung der Biegelinie eines Balkens für den entsprechenden Lastfall.

Für den Zusammenhang F/f verwenden Sie die Steifigkeit k .

Tip: Sie finden die notwendigen Gleichungen im Tabellenbuch Metall in dem Kapitel Festigkeitslehre. Setzen Sie für $a=b=l/2$ ein und setzen Sie die Gleichung für das Flächenmoment in die Gleichung der Biegebelastung ein und lösen anschließend nach der Dicke h des Deckes auf. Die Abbildung hilft Ihnen bei der Auswahl des entsprechenden Lastfalles.

$$f = \frac{F * a^2 * b^2}{3 * E * I * l} = \frac{F * \left(\frac{l}{2}\right)^2 * \left(\frac{l}{2}\right)^2}{3 * E * I * l} = \frac{F * l^4}{4 * 4 * 3 * E * I * l} = \frac{F * l^3}{48 * E * I}$$

$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

$$f = \frac{12 * F * l^3}{48 * E * b * h^3}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{F * l^3}{4 * f * b * E}} = \sqrt[3]{\frac{l^3}{4 * b * E} * k}$$

Aluminium: $h = 9,54 \text{ mm}$

Bambus: $h = 15,29 \text{ mm}$

CFK: $h = 8,30 \text{ mm}$

GFK: $h = 14,27 \text{ mm}$

Stahl: $h = 6,68 \text{ mm}$

Aufgabe 5.3

Für weitere Berechnungen, benötigen Sie das Gewicht des Decks. Suchen Sie hierfür die Dichte der Materialien aus den Datenblättern heraus und berechnen Sie den Mittelwert. Berechnen Sie anschließend die Volumina der 5 Decks. Mit dem Volumen und der Dichte können Sie nun das Gewicht des jeweiligen Decks berechnen.

$m = \text{Volumen} * \text{Dichte}$

Aluminium: 6,83 kg

Bambus: 2,78 kg

CFK: 3,34 kg

GFK: 6,90 kg

Stahl: 13,56 kg

Aufgabe 5.4

Suchen Sie den Materialpreis der jeweiligen Materialien aus den Datenblättern und mitteln Sie den Zahlenwert. Berechnen Sie anschließend die Materialkosten für die 5 unterschiedlichen Decks.

$\text{Kosten} = \text{Materialpreis pro kg} * \text{Masse}$

Aluminium: 25,15 €

Bambus: 3,99 €

CFK: 104,63 €

GFK: 160,81 €

Stahl: 8,88 €

Aufgabe 5.5

Suchen Sie den CO₂-Ausstoß bei der Primärproduktion für die jeweiligen Materialien aus den Datenblättern heraus und mitteln Sie den Zahlenwert. Berechnen Sie anschließend den CO₂-Ausstoß, der bei der Primärproduktion des Materials für die 5 unterschiedlichen Decks anfällt.

CO₂ – Ausstoß pro Deck = Masse * CO₂ – Ausstoß Primärproduktion

Aluminium: 89,17

Bambus: 2,93 kg

CFK: 169,96 kg

GFK: 45,93 kg

Stahl: 31,52 kg

Aufgabe 5.6

Aus welchem Material werde Sie das Deck anfertigen? Begründen Sie Ihre Antwort und gehen Sie dabei auf das Gewicht, die Kosten und den CO₂-Ausstoß ein.

Die Wahl fällt auf Bambus. Bambus hat aufgrund seiner geringen Dichte und dennoch hohen E-Moduls bei der Biegebeanspruchung große Gewichtsvorteile. Daher ist das Deck aus Bambus das leichteste in diesem Vergleich. Zudem ist Bambus ein nachwachsender Rohstoff, was einen geringen CO₂-Ausstoß bei der Primärproduktion und geringe Materialkosten zur Folge hat.

Musterlösungen „Akkus“:

Aufgabe 6.1

Was versteht man unter dem Begriff Wirkungsgrad? Wie lautet die dazugehörige mathematische Formel? Wie groß ist circa der Wirkungsgrad eines Elektromotors?

Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis von genutzter Energie zu aufgewendeter Energie.

$$\text{Wirkungsgrad} = E_{\text{Nutzen}}/E_{\text{Aufwand}}$$

Elektromotor: >95%

Aufgabe 6.2

Ihre Schule/Arbeitsstelle ist 25 km von ihrem Wohnhaus entfernt. Um die Strecke hin und zurück zu bewältigen wollen Sie ihr E-Longboard benutzen. Sie benötigen hierfür 1000 Wh Energie (E_{Nutzen}). Wie schwer wird der mitzuführende Energieträger je Traktionsbatterie? Verwenden Sie folgende Energiedichten! Vernachlässigen Sie hierbei zunächst den Wirkungsgrad.

1. Bleiakкумулятор	30 Wh/kg
2. Lithium-Ionen-Akkumulator	165 Wh/kg
3. Thermalbatterie	110 Wh/kg
4. Nickel-Cadmium-Akkumulator	50 Wh/kg
5. Nickel-Metallhydrid-Akkumulator	85 Wh/kg

1) $1000 \text{ Wh} : 30 \text{ Wh/kg} = \mathbf{33,33 \text{ kg}}$

2) $1000 \text{ Wh} : 165 \text{ Wh/kg} = \mathbf{6,06 \text{ kg}}$

3) $1000 \text{ Wh} : 110 \text{ Wh/kg} = \mathbf{9,09 \text{ kg}}$

4) $1000 \text{ Wh} : 50 \text{ Wh/kg} = \mathbf{20 \text{ kg}}$

5) $1000 \text{ Wh} : 85 \text{ Wh/kg} = \mathbf{11,76 \text{ kg}}$

Aufgabe 6.3

Welchen Akkumulator würden Sie unabhängig von den Kosten für Ihr Longboard verwenden? Begründen Sie Ihre Auswahl!

Lithium-Ionen-Akkumulator: → geringstes Gewicht

Aufgabe 6.4

Anschließend muss der Wirkungsgrad miteinberechnet werden. Stellen Sie hierfür die Formel des Wirkungsgrades sinnvoll um und ermitteln Sie die neue Masse des ausgewählten, mitzuführenden Energieträgers (Tipp: E_{Aufwand} ist hierfür zu berechnen).

$$\text{Wirkungsgrad} = E_{\text{Nutzen}}/E_{\text{Aufwand}} \rightarrow E_{\text{Aufwand}} = E_{\text{Nutzen}}/\text{Wirkungsgrad}$$

$$\text{Elektromotor mit Lithium-Ionen-Akkumulator: } E_{\text{Aufwand}} = 1000 \text{ Wh}/0,95 = \mathbf{1052,63 \text{ Wh}}$$

$$\rightarrow 1052,63 \text{ Wh} : 165 \text{ Wh/kg} = \mathbf{6,38 \text{ kg}}$$