Werkzeuge zur Simulation von Mehrkörpersystemen

Dipl.-Ing. **G. Leister** VDI und Prof. Dr.-Ing. **W. Schiehlen** VDI, Stuttgart

Zusammenfassung

Das dynamische Verhalten von komplexen mechanischen Systemen beeinflußt maßgeblich die Bauteildimensionierung und die Funktionalität von Konstruktionen. Bei der Konzeption von Fahrzeugen, Maschinen und Robotern muß daher dem dynamischen Verhalten große Beachtung geschenkt werden. Für den Konstrukteur ist es dabei wünschenswert, in einem möglichst frühen Stadium der Konstruktion zuverlässige Aussagen über das dynamische Verhalten zu haben. Ein bewährtes Vorgehen hierfür ist die Simulation des dynamischen Verhaltens mit Rechenmodellen. Die Aufstellung der Bewegungsgleichungen und die Einbindung der Gleichungen in eine geeignete Simulationsumgebung ist vor allem bei großen Ersatzmodellen aufwendig und fehlerträchtig. In diesem Beitrag werden die speziell für die Mehrkörperdynamik konzipierten Werkzeuge NEWEUL und NEWSIM vorgestellt. Ausgehend von der Mehrkörpersystembeschreibung generiert das Programmpaket NEWEUL symbolische Differentialgleichungen und stellt alle für eine automatische Simulation erforderlichen Informationen bereit. Das Programmsystem NEWSIM verwendet anschließend die symbolischen Bewegungsgleichungen in kompilierter Form für die Simulation. Durch die Verwendung eines objektorientierten Datenmodells stellen die Programme NEWEUL und NEWSIM Werkzeuge eines modulares Programmpaket für die Mehrkörperdynamik dar. Dieses Vorgehen wird am Beispiel eines Mehrfachpendels und eines Ackerschleppers erläutert.

1 Methode der Mehrkörpersysteme

Die Modellbildung, d.h. die Umsetzung eines realen Systems auf ein mechanisches Ersatzmodell ist der erste Schritt bei der Durchführung einer Simulation. Da Rückschlüsse vom Ersatzmodell auf das reale System die generelle Zielsetzung einer Simulation sind, muß die Modellbildung besonders gewissenhaft erfolgen. Das Ersatzmodell kann dabei immer nur ein Kompromiß zwischen einer realitätsnahen Beschreibung einerseits und den rechentechnisch sinnvollen und machbaren Möglichkeiten andererseits sein. Daher ist die Modellbildung eine komplexe Ingenieuraufgabe. Bevor mit der Modellbildung eines technischen Systems begonnen werden kann, muß die Auswahl einer geeigneten Methode zur hinreichend genauen Erfassung der auftretenden dynamischen Vorgänge erfolgen. Eine Methode, die sich immer mehr durchsetzt, ist die Methode der Mehrkörpersysteme. Bei dieser Methode werden Masse und Trägheit einzelnen starren Körpern, die Elastizität und Viskosität masselosen Federn und Dämpfern zugeordnet. Die Körper sind untereinander und mit ihrer Umwelt durch ideale Gelenke und Lager verbunden. Die Methode der Mehrkörpersysteme eignet sich besonders zur Modellierung von Systemen, die große nichtlineare Bewegungen ausführen und deren strukturdynamische Eigenschaften von untergeordneter Bedeutung sind.

Die Bewegungen starrer Körper eines Mehrkörpersystems, Bild 1, werden durch die auf sie wirkenden Kräfte und Momente bestimmt. Die Grundgleichungen eines ungebundenen Körpers sind dabei der Impulssatz oder die Newtonsche Gleichung,

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{f}, \tag{1}$$

und der Drallsatz,

$$\boldsymbol{I\alpha} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{I\omega} = \boldsymbol{l}, \tag{2}$$

der auch als Eulersche Gleichung bezeichnet wird. Hierbei ist m die Masse des Körpers, $\boldsymbol{I}$ kennzeichnet den 3×3 Trägheitstensor, $\boldsymbol{\omega}$ ist der 3×1 Vektor der Winkelgeschwindigkeit, $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{\alpha}$ sind 3×1 Vektoren der translatorischen und rotatorischen Beschleunigung bezüglich des Massenmittelpunktes, $\boldsymbol{f}$ und $\boldsymbol{l}$ stellen die 3×1 Vektoren der am Körper angreifenden Kräfte und Momente dar.

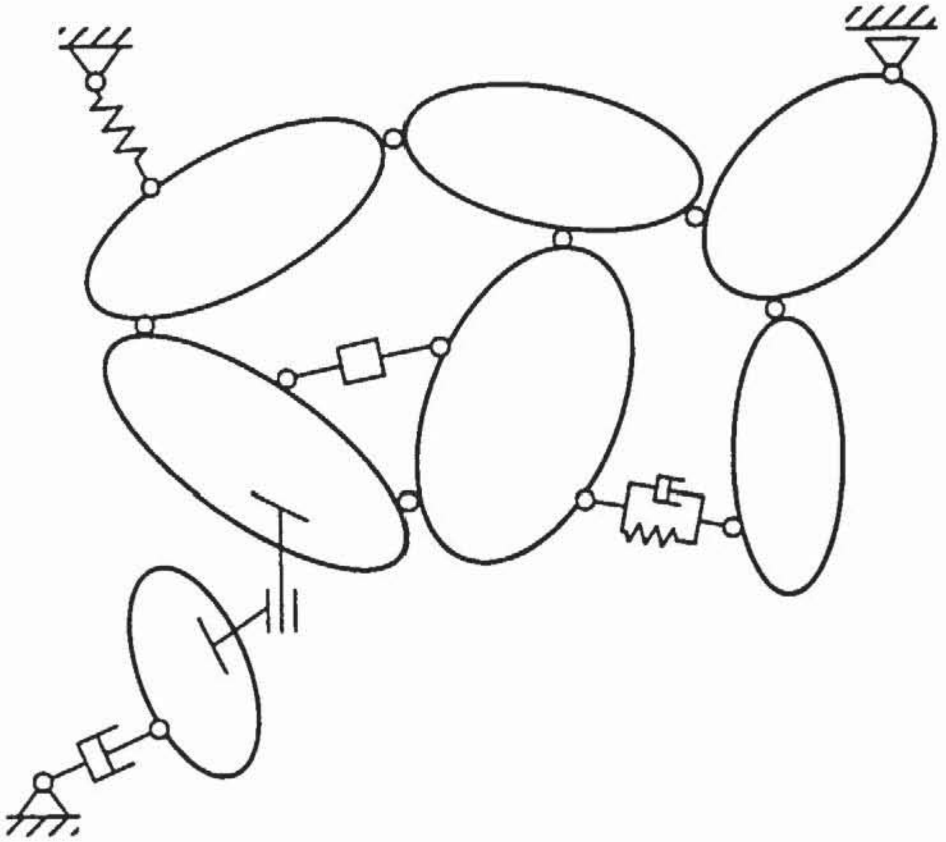

Bild 1: Mehrkörpersystem

Die Berechnung der Bewegungsgleichungen des Gesamtsystems kann ausgehend von der Mehrkörpersystembeschreibung mit Hilfe des Newton-Euler Formalismus erfolgen, siehe Schiehlen [14]. Zur Beschreibung eines Mehrkörpersystems, das aus p starren Körpern besteht, sind zunächst die Ortsvektoren $\boldsymbol{r}_i$ und Drehtensor $\boldsymbol{S}_i$ aller Körper in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten $\boldsymbol{y}$ und der Zeit t zu beschreiben,

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{r}_i &= \boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{y}, t), \\
\boldsymbol{S}_i &= \boldsymbol{S}_i(\boldsymbol{y}, t).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Für die Bestimmung der Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}_i$ und Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_i$ der Körper sind Lagegrößen zu differenzieren:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_i &= \boldsymbol{J}_{Ti}(\boldsymbol{y}, t)\dot{\boldsymbol{y}} + \bar{\boldsymbol{v}}_i(\boldsymbol{y}, t), \\
\boldsymbol{\omega}_i &= \boldsymbol{J}_{Ri}(\boldsymbol{y}, t)\dot{\boldsymbol{y}} + \bar{\boldsymbol{\omega}}_i(\boldsymbol{y}, t).
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Hierbei sind $\boldsymbol{J}_{Ti}$ und $\boldsymbol{J}_{Ri}$ die Jacobimatrizen der Translation bzw. der Rotation. In den Vektoren $\bar{\boldsymbol{v}}_i$ und $\bar{\boldsymbol{\omega}}_i$ sind die von $\dot{\boldsymbol{y}}$ unabhängigen Terme zusammengefaßt.

Durch weiteres Ableiten erhält man die Beschleunigungen a_i und Winkelbeschleunigungen α_i:

$$\begin{aligned} a_i &= J_{Ti}(y,t)\ddot{y} + \bar{a}_i(y,\dot{y},t), \\ \alpha_i &= J_{Ri}(y,t)\ddot{y} + \bar{\alpha}_i(y,\dot{y},t), \end{aligned} \tag{5}$$

dabei werden die von $\ddot{y}$ unabhängigen Terme mit $\bar{a}_i$ bzw. $\bar{\alpha}_i$ bezeichnet. Schneidet man die Teilkörper des Mehrkörpersystems aus ihrer Umgebung heraus und führt entsprechende Schnittkräfte und -momente ein, können die Newtonschen und Eulerschen Gleichungen formuliert werden. Die Zusammenfassung aller $6p$ Newton-Eulerschen Gleichungen führt zu den globalen Gleichungen

$$\bar{\bar{M}}(y,t)\bar{J}(y,t)\ddot{y} + q^c(y,\dot{y},t) = q^e(y,\dot{y},t) + \bar{Q}g, \tag{6}$$

mit der Blockdiagonalmatrix $\bar{\bar{M}} = diag[m_1 E, \ldots, m_p E, I_1, \ldots, I_p]$, sowie der globalen Jacobimatrix $\bar{J} = [J_{T1}^T, \ldots, J_{Tp}^T, J_{R1}^T, \ldots, J_{Rp}^T]$. Der Vektor q^c enthält alle Coriolis-, Kreisel- und Zentrifugalkräfte und in dem Vektor q^e sind alle eingeprägten Kräfte und Momente, die auf die Körper einwirken, zusammengefaßt. Weiterhin ist $\bar{Q}$ die globale Verteilungsmatrix der Reaktionskräfte und $g(t)$ der Vektor der verallgemeinerten Zwangskräfte. Durch Linksmultiplikation mit der transponierten Jacobimatrix lassen sich entsprechend dem D'Alembertschen Prinzip der virtuellen Arbeit die Zwangskräfte eliminieren und man erhält die nichtlineare Bewegungsgleichung,

$$M(y,t)\ddot{y} + k(y,\dot{y},t) = q(y,\dot{y},t), \tag{7}$$

mit der symmetrischen $f \times f$ Massenmatrix $M = \bar{J}^T \bar{\bar{M}} \bar{J}$, dem $f \times 1$ Vektor der verallgemeinerten Kreisel-, Zentifugal-, und Corioliskräfte $k = \bar{J}^T q^c$, und dem $f \times 1$ Vektor der verallgemeinerten eingeprägten Kräfte $q = \bar{J}^T q^e$. Werden die zunächst eliminierten Zwangskräfte zusätzlich benötigt, so ist die Lösung von weiteren algebraischen Gleichungen erforderlich.

Die Simulation von Mehrkörpersystemen erlaubt die Bestimmung der Bewegung aller zum Mehrkörpersystem gehörenden Körper, bzw. die Berechnung der auf die Körper wirkenden Kräfte und Momente. Je nachdem, welche Größen unbekannt sind, spricht man von der Kinematikanalyse, dem inversen Problem der Dynamik, der quasistatischen Analyse oder der Dynamikanalyse durch Zeitintegration.

Unter der Kinematikanalyse ist die Bestimmung der Bewegung aller Körper eines Mehrkörpersystems bei einer vorgegebenen Sollbewegung zu verstehen. Beim inversen Problem der Dynamik sind die erforderlichen Antriebskräfte gesucht, die eine vorgeschriebene Bewegung erzeugen. Bei der quasistatischen Analyse ist der Geschwindigkeits- und Beschleunigungszustand gegeben. Gesucht sind dann mögliche Gleichgewichtslagen des Mehrkörpersystems. Bei der Kinematikanalyse, dem inversen Problem und der quasistatischen Analyse sind rein algebraische, in der Regel jedoch stark nichtlineare Gleichungen zu lösen. Im Gegensatz dazu ist bei der Dynamikanalyse eine Zeitintegration durchzuführen. Ausgehend von den Anfangsbedingungen wird der zeitliche Verlauf der Bewegung des Mehrkörpersystems bestimmt. Die Zeitintegration hat in der Mehrkörperdynamik die größte Bedeutung. Die Bewegungsgleichungen können mit jedem beliebigen Integrationsverfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen gelöst werden, z.B. Runge-Kutta-Verfahren, Adams-Bashforth-Verfahren, BDF-Verfahren oder Extrapolationsverfahren. Die Auswahl eines geeigneten Verfahrens hängt wesentlich von der Anwendung ab. Besonders bewährt haben sich in der Mehrkörperdynamik Adams-Bashforth-Verfahren mit variabler Ordnung und Schrittweite, Shampine und Gordon [15], da diese mit relativ wenig Aufrufen der rechten Seite auskommen und sehr genaue Ergebnisse liefern.

2 Ein objektorientiertes Datenmodell

Beim Aufbau von Ersatzmodellen komplexer technischer Systeme ist die Wiederverwendung von bereits vorliegenden, verifizierten Mehrkörpersystem-Teilmodellen von großer Bedeutung. Dies ist jedoch nur dann durchführbar, wenn die Informationen, die dem Mehrkörpersystem-Teilmodell zugrunde liegen, auf eine geeignete Art und Weise abgespeichert sind und auch verwaltet werden können. Hierbei ist der Einsatz von Datenbanken zweckmäßig. Dazu muß zunächst ein Datenmodell für Mehrkörpersysteme bereitgestellt werden. Damit die in Modulen implementierten Methoden austauschbar bleiben, darf dieses Datenmodell den angekoppelten Modulen keine Datenstruktur aufzwingen. Es ist darüber hinaus erforderlich, das Datenmodell auf methodenunabhängige, redundanzfreie Daten zu begrenzen, um die Koppelbarkeit von unterschiedlichen CAD-Systemen, Gleichungsgenerierern und Integrationsverfahren zu ermöglichen.

Vor der Durchführung der Objektdefinitionen für Mehrkörpersysteme (MKS) müssen die Anforderungen an die Objekte festgelegt werden. So werden nur **methoden–** und **formalismenunabhängige** Daten aufgenommen. Die Daten können dabei sowohl **numerisch** als auch **symbolisch** vorliegen. Ein **modularer** MKS-Aufbau ermöglicht, Teile eines Mehrkörpersystems entweder durch Kopieren oder durch Referenzieren bei anderen Mehrkörpersystemen zu benutzen. Dadurch wird der Aufbau von Bauteil-Bibliotheken erleichtert. Weiterhin sind **CAD-Koppelbarkeit**, **Erweiterbarkeit** und **Redundanzfreiheit** wesentliche Anforderungen an ein objektorientiertes Mehrkörpersystem-Datenmodell. Von zentraler Bedeutung ist die Festlegung von Schnittstellen für jeden Modul. Dieses verlangt im allgemeinen eine **parametrierte** Darstellung von dynamischen Systemen, wie sie bei Analyse und Synthesemethoden, z.B. Parameterstudien, Sensitivitätsanalyse, Verschaltung von dynamischen Systemen üblich ist. Eine mögliche **fachgebietsneutrale, parametrierte Standardform** beschreibt folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t, \boldsymbol{p}), \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t, \boldsymbol{p}). \end{aligned}$$

Das dynamische Verhalten des Systems in Abhängigkeit des Eingangsvektors $\boldsymbol{u}$ und der Parameter $\boldsymbol{p}$ wird durch eine nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben, die Ausgangsgrößen $\boldsymbol{y}$ durch eine algebraische Gleichung.

Von den zuvorgenannten Anforderungen ausgehend ist im Rahmen des Schwerpunktprogrammes "Dynamik von Mehrkörpersystemen" der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) ein objektorientiertes Datenmodell zur Beschreibung von Mehrkörpersystemen unter Verwendung des Daten-, Methoden- und Modellbanksystems RSYST [12] entwickelt worden, siehe Otter u. a. [11].

Ein Mehrkörpersystem *mbs* wird als Objekt definiert, das wie jedes allgemeine dynamische System einen Eingangsvektor *input*, einen Ausgangsvektor *output* und einen Parametervektor *param* beinhaltet. Daten, die das gesamte Mehrkörpersystem betreffen, wie Gravitation *gravity* sind Bestandteile des Objektes *global*.

Weiterhin besteht ein Mehrkörpersystem aus beliebig vielen Objekten der Klassen *part* und *interact*, siehe Bild 2.

_PART	Starre Körper
_part-i	i-ter Körper
_BODY	Massengeom. Größen
_FRAME	Koordinatensysteme
_frame-i	i-tes Koordinatensystem
_INTERACT	Wechselwirkungen
_interact-i	i-te Wechselwirkung
_CONNECT	Wechselwirkende Systeme
_MEMBER	Elemente der Wechselwirkung
_joint	Gelenk
_force-i	i-te Kraft
_sensor-i	i-ter Sensor

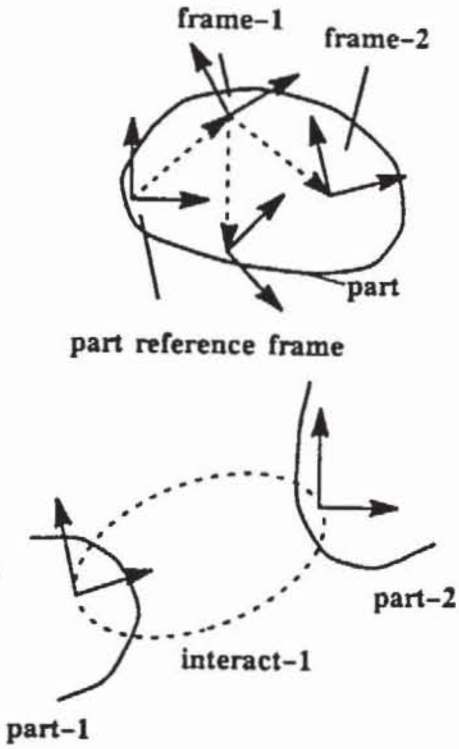

Bild 2: Struktur von *part* und *interact*

Mit einem Objekt der Klasse *part* werden masselose oder massebehaftete Starrkörper, sowie Spezialkörper wie das Inertialsystem oder Referenzsysteme beschrieben. Es können weitere Koordinatensysteme relativ zueinander definiert werden. Die Lage aller Koordinatensysteme auf einem Körper zueinander ist zeitinvariant. Ein Koordinatensystem wird als eigenständige Komponente *frame* innerhalb eines Körpers benutzt. Einem Objekt der Klasse *part* kann eine Masse, ein Schwerpunkt und ein Trägheitstensor zugeordnet werden.

Mit einem Objekt der Klasse *interact* wird die Wechselwirkung beschrieben, die zwischen einem Koordinatensystem auf einem Starrkörper und einem Koordinatensystem auf einem anderen Starrkörper besteht. Diese Wechselwirkung kann durch ein Gelenk (Klasse *joint*), durch Kraftelemente (Klasse *force*) oder durch Beobachtungsgrößen (Klasse *sensor*) verursacht werden.

Auftretende Subsysteme sind in einem separaten Objekt *submodel* zusammengefaßt. Die Objekte *intdiff* und *source* sind Bestandteile eines allgemeinen dynamischen Systems, sie beschreiben den Zustandsvektor $\boldsymbol{x}$ bzw. die erforderlichen Rechenvorschriften zur Ermittlung von $\dot{\boldsymbol{x}}$ und $\boldsymbol{y}$.

3 Werkzeuge NEWEUL und NEWSIM

Um die Simulation von Mehrkörpersystemen, ausgehend von der abstrakten Beschreibung in Form eines objektorientierten Datenmodells, durchführen zu können, müssen zunächst die dem Datenmodell zugrunde liegenden Informationen aufbereitet werden. Dabei können in einem modularen Konzept die Aufstellung und die Lösung der Bewegungsgleichungen voneinander getrennt ablaufen. Da das Datenmodell alle benötigten Informationen beinhaltet, kann das Programm NEWEUL als Modul innerhalb eines Datenbankkonzeptes betrieben werden, Bild 3.

NEWEUL ist ein Programmsystem zur Aufstellung symbolischer Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen. Ausgehend von einfachen Eingaben werden durch einen Newton-Euler Formalismus und mit Hilfe des D'Alembertschen bzw. Jourdainschen Prinzips die Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems in symbolischer Form generiert. Die Elimination der Zwangskräfte erfolgt wahlweise mit dem D'Alembertschen oder dem Jourdainschen Prinzip. Auch können die Bewegungsgleichungen linearisiert oder teillinearisiert werden. Durch die Verwendung eines speziell für den Einsatz in der Mehrkörperdynamik zugeschnittenen Symbolmanipulators ist es möglich, die Aufstellung der Bewegungsgleichungen mit minimalem Aufwand an Rechenzeit durchzuführen, Kreuzer [3]. Das Ergebnis sind symbolische Bewegungsgleichungen, die einerseits in der dafür vorgesehenen Simulationsumgebung, andererseits aber auch in einer beliebigen anderen Simulationsumgebung, z.B. ACSL [1], DSSIM [10], eingesetzt werden können.

In einem ersten Schritt wird aus den Daten der Objekte Wechselwirkungen (*interact*) und Gelenk (*joint*) die Topologie des Mehrkörpersystems aufgebaut. Zusätzlich erfolgt aus den Informationen des Objektes Gelenk die Auswahl von geeigneten verallgemeinerten Koordinaten.

Die kinematische Beschreibung von Mehrkörpersystemen erfolgt bei NEWEUL durch die Definition von Koordinatensystemen, wobei ein Koordinatensystem relativ zu einem beliebigen anderen Koordinatensystem bestimmt ist. Mit Hilfe dieser Koordinatensysteme werden in NEWEUL die Elemente Starrkörper, Lager, Hilfssysteme, Referenzsysteme, und Beobachtungspunkte definiert, siehe [4]. Zur vollständigen Beschreibung eines MKS sind noch die Angaben der massengeometrischen Größen sowie der eingeprägten äußeren und inneren Kräfte und Momente notwendig. Um eine einheitliche Vorgehensweise bei den Kräften bzw. Momenten zu erreichen, werden die äußeren Kräfte bzw. Momente ebenfalls als innere Kräfte bzw. Momente behandelt, die auf das Inertialsystem wirken. So werden die massengeometrischen Größen dem Objekt Körper, die eingeprägten Kräfte den Objekten Wechselwirkungen und Kräfte entnommen. Der Modul NEWEUL ist dann in der Lage, die symbolischen Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems zu bestimmen, Bild 4.

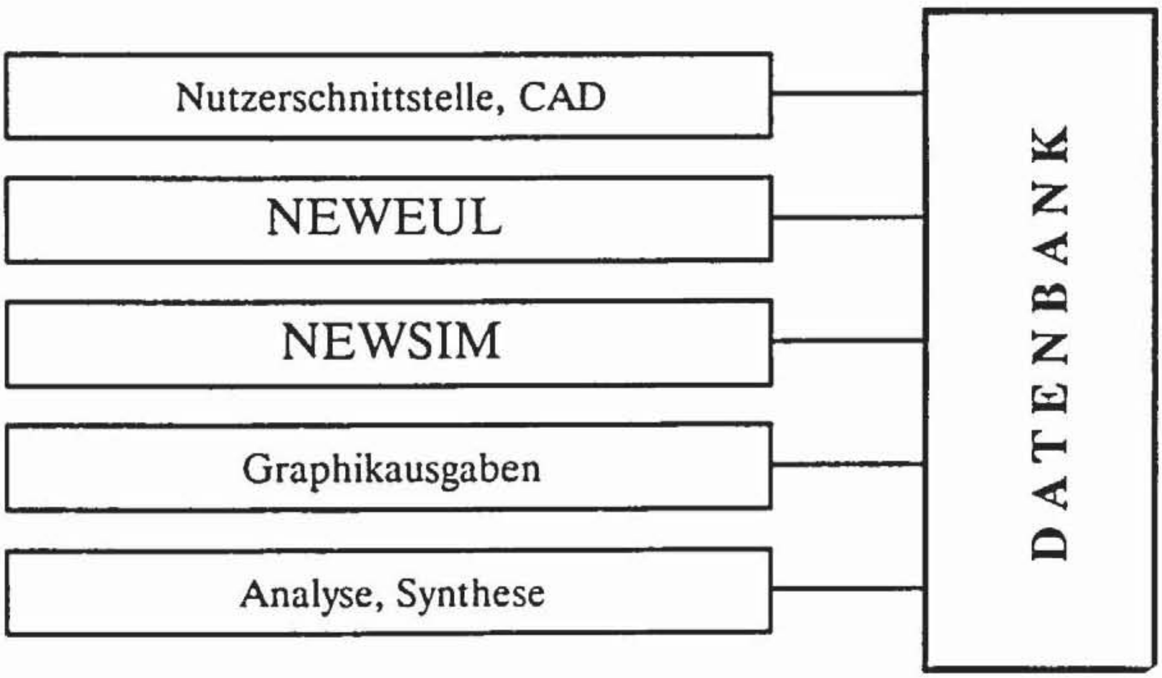

Bild 3: NEWEUL als Modul innerhalb eines Datenbankkonzeptes

NEWSIM ist ein Programmpaket, das eine Ergänzung zum Programmsystem NEWEUL darstellt. NEWSIM ermöglicht die numerische Simulation von Mehrkörpersystemen auf der Basis der symbolischen NEWEUL-Ausgaben. Durch den modularen Aufbau des Programmpaketes und einer Modulsteuerung ist es

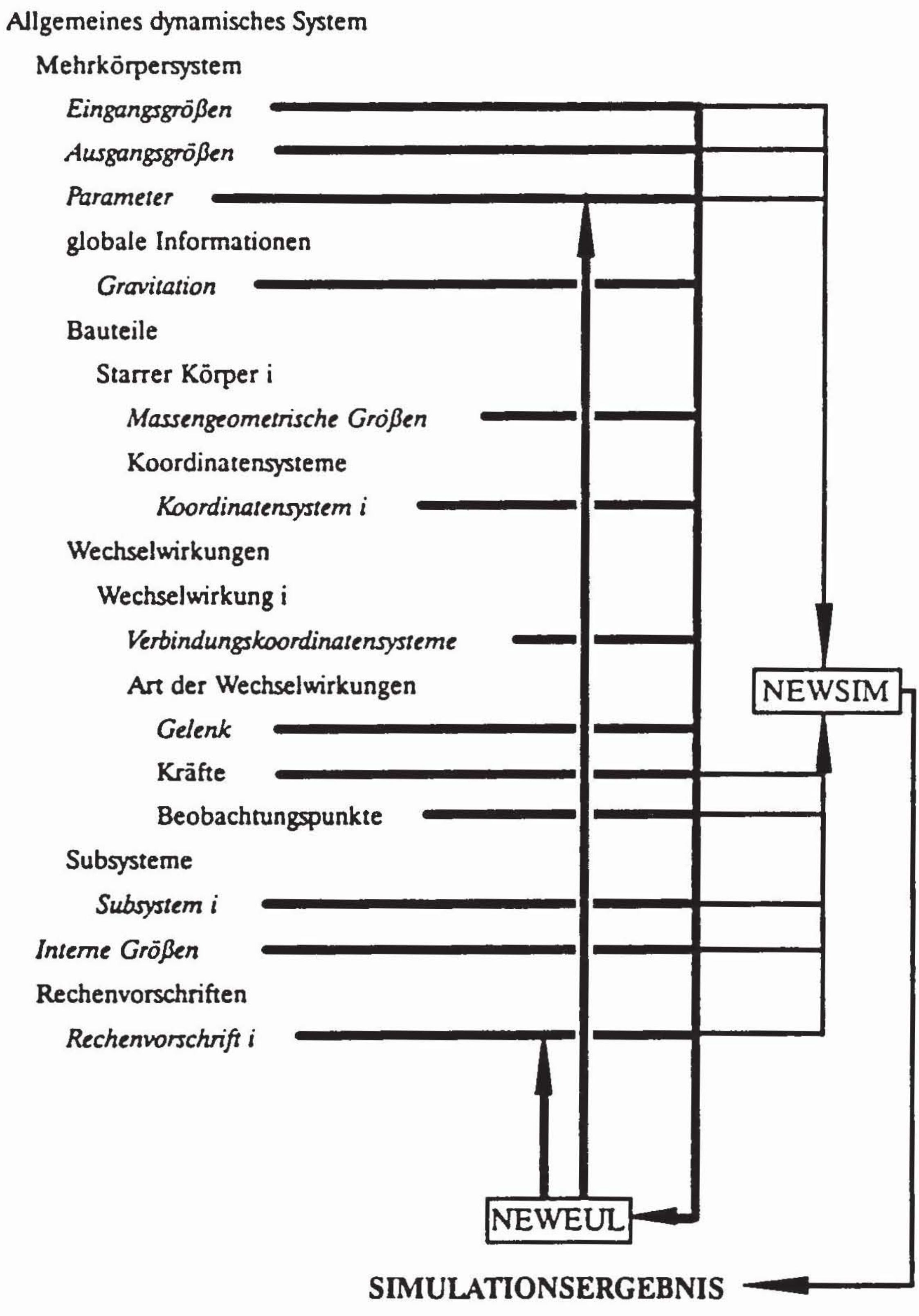

Bild 4: Datenfluß des Datenmodells

leicht möglich, Parametervariationen und Optimierungen durchzuführen. Je nach Bedarf können vom Anwender auch noch weitere Programmteile eingebunden werden, z.B. zur Vorgabe einer Sollbewegung oder zur Definition eigener Ausgaberoutinen.

NEWSIM verfügt über die Möglichkeit, sowohl zusätzliche Differentialgleichungen als auch zusätzliche algebraische Gleichungen zu behandeln. Für die Zeitintegration von Mehrkörpersystemen sind eine Reihe von Integrationsverfahren implementiert, z.B. Runge-Kutta Verfahren, Adams-Verfahren, BDF-Verfahren. Für Mehrkörpersysteme mit geschlossenen Schleifen ist ein spezielles Adams-Bashforth-Moulton Verfahren implementiert, Leister [8]

Bei einem modularen Programmpaket müssen sowohl die implementierten Methoden als auch die Bewegungsgleichungen als Module verfügbar sein. Entsprechend dem Datenmodell für Mehrkörpersysteme, Otter u.a. [11], wird das dynamische Verhalten eines Mehrkörpersystems in Abhängigkeit eines Eingangsvektors und der Parameter durch nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben. Die Ausgangsgrößen sind durch algebraische Gleichungen bestimmt. Entsprechend dieser Struktur ist die Auswertung der Bewegungsgleichungen in Module unterteilt. Ein Modul bestimmt die Eingangsgrößen, ein anderer Modul ist für die Bestimmung der Zustandsgrößen vorgesehen und ein weiterer Modul bestimmt die Ausgangsgrößen. Da sich die Bewegungsgleichungen in zeitlich konstante und zeitvariante Anteile aufteilen lassen, wird noch ein Modul für die Auswertung der zeitlich konstanten Terme benötigt, der nach jeder Veränderung des Parametersatzes aufgerufen wird. Die Bereitstellung von Animationsdaten wird ebenfalls in einem separaten Modul durchgeführt. In Bild 5 sind sowohl Methodenmodule als auch die Gleichungsmodule erkennbar. Weiterhin hat der Benutzer die Freiheit, eigene Module wie z.B. für die Optimierung mit einzubringen, siehe Langenbeck u.a. [6].

Alle Teile der Bewegungsgleichungen werden mit dem Werkzeug NEWEUL generiert. Zusätzlich werden alle weiteren, für eine automatische Simulation erforderlichen Softwareteile bereitgestellt, Bild 6. Das nach dem Kompilieren und Binden problemspezifische Programm entnimmt alle erforderlichen Parameter und Steuergrößen einem Datenfile. Dieses Programm liest Steuerparameter, Anfangsbe-

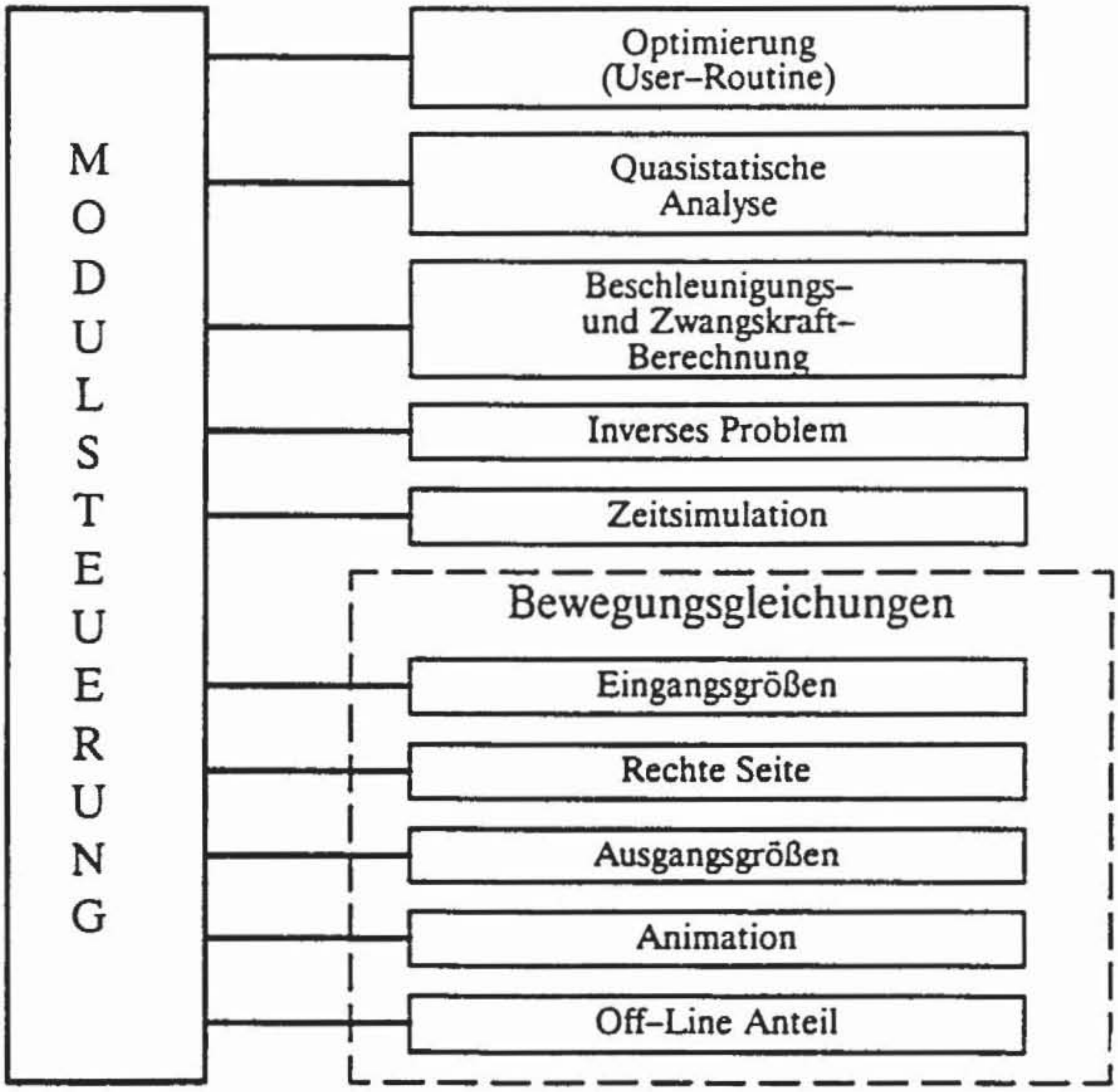

Bild 5: Modulkonzept von NEWSIM

dingungen, feste Systemparameter wie Massen, Trägheitsmomente, Längen, Federkonstanten und weitere Eingabegrößen vom Eingabefile und führt anschließend die gewünschte Simulation durch. Die berechneten Simulationsergebnisse werden dann auf Dateien und den Bildschirm ausgegeben.

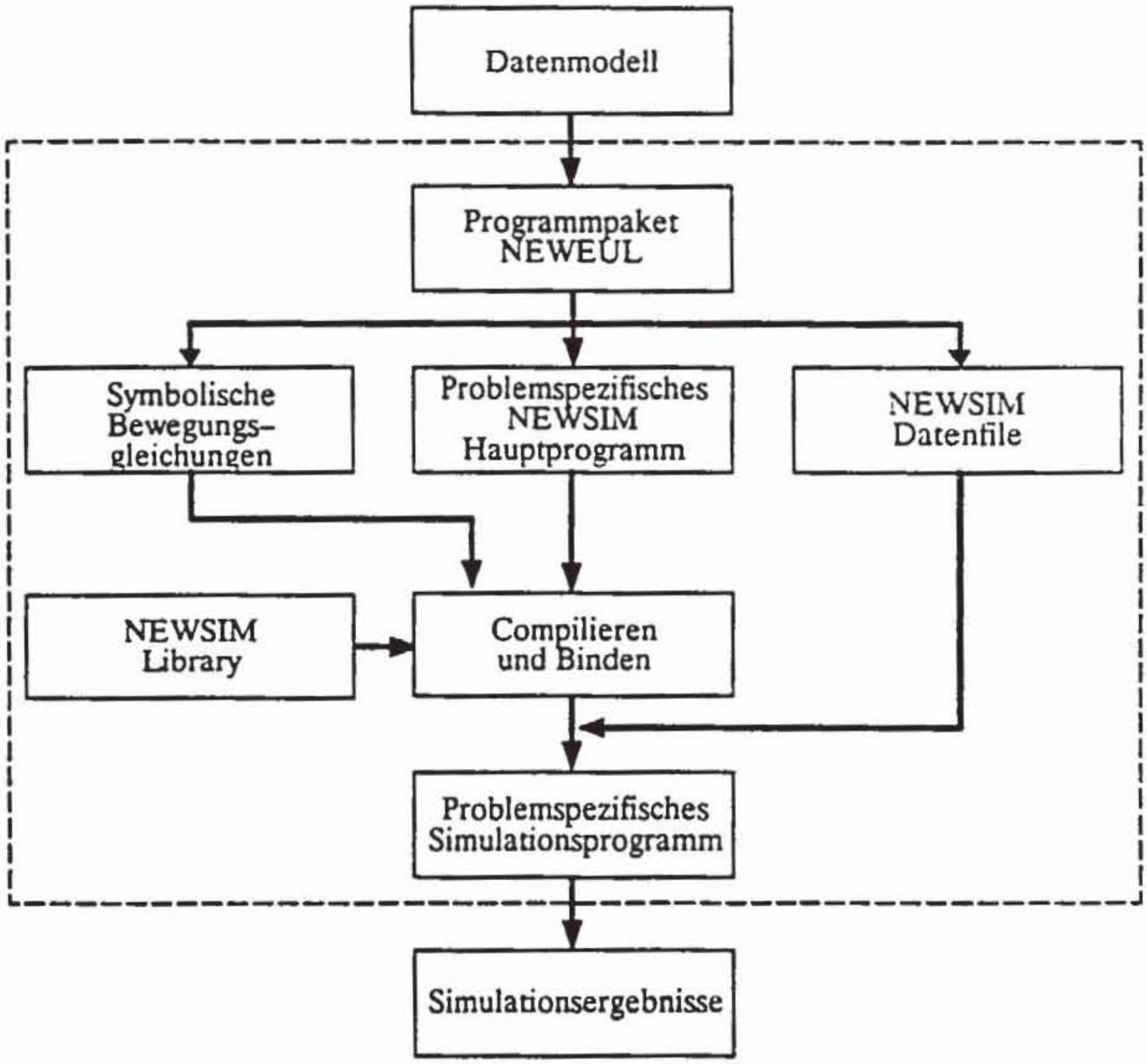

Bild 6: Ablauf einer Dynamikanalyse mit NEWEUL und NEWSIM

4 Beispiele

An zwei Beispielen sollen die Möglichkeiten, die mit modularen Werkzeugen der Mehrkörperdynamik bestehen, erläutert werden. Am einfachen Beispiel des sogenannten Leibnizpendels wird die grundsätzliche Vorgehensweise bei Verwendung eines objektorientierten Datenmodells aufgezeigt. Am zweiten Beispiel des Ackerschleppermodelles werden die Vorteile modularer Simulationprogramme verdeutlicht.

4.1 Leibnizpendel

Während eines Aufenthaltes von G.W. Leibniz in Paris legte ihm Edme Mariotte im Juli 1673 ein Pendelproblem vor. Die Fragestellung von Mariotte ist nicht im Wortlaut überliefert, aus dem Antwortschreiben von Leibniz [9] läßt sich aber folgendes entnehmen: gesucht wird die ausgelenkte Lage eines Pendels mit dem Gewicht P, in der sich ein Gewicht Q am gegenüberliegenden, gleichlangen Hebelarm des Wägebalkens ausbalanciert. In Bild 7 ist die Originalzeichnung des mechanischen Systems von Leibniz dargestellt.

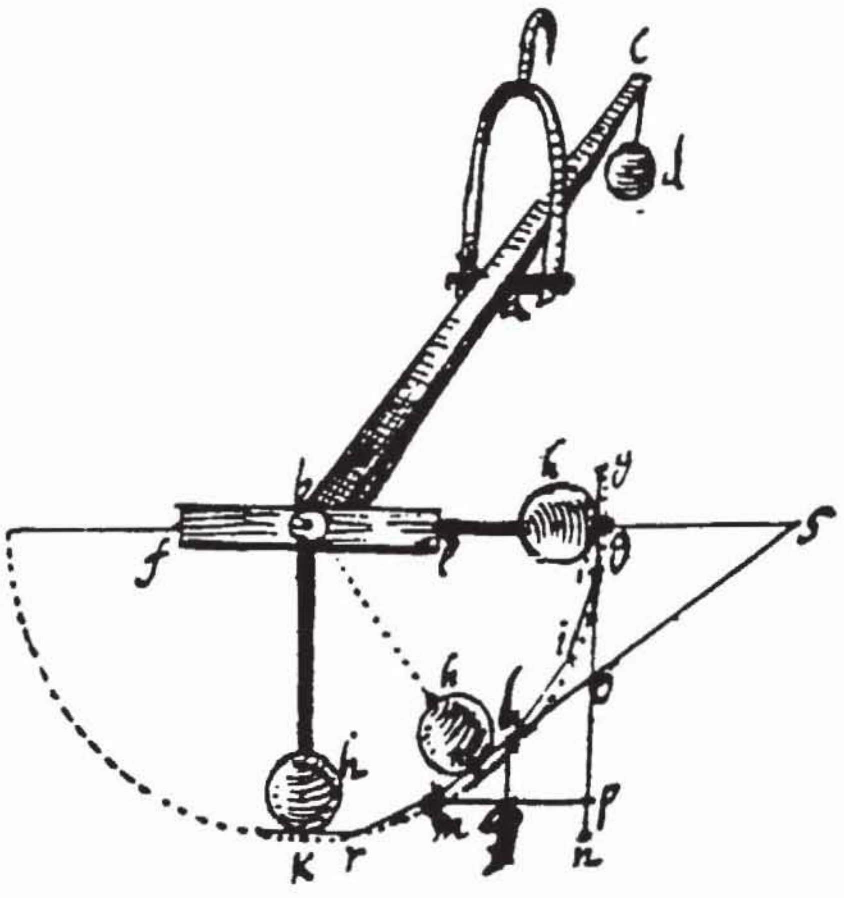

Bild 7: Pendelproblem von Mariotte und Leibniz

Das ungedämpfte Ersatzsystem besteht aus dem Pendelbalken, dessen Masse im Massenpunkt M konzentriert ist und dem Punktpendel mit der Masse m. Die Massen sind so gewählt, daß jede Lage, bei der das Punktpendel frei nach unten hängt, eine instabile Gleichgewichtslage ist. Der Pendelbalken ist über ein Drehgelenk (L1) mit der Umwelt verbunden, wobei die Drehung um die positive x-Achse freigegeben ist. Die Verdrehung von Pendelbalken und Punktpendel erfolgt über ein Kardangelenk (L2) mit zwei Freiheitsgraden; den Drehungen um die positive y-Achse und x-Achse.

Das vorliegende Mehrkörpersystem besteht aus 2 starren Körpern (Klasse *part*) und dem Inertialsystem (Klasse *part*). Dies sind die drei Objekte 'inertial', 'balken' und 'pendel'. Das Objekt der Klasse *part* 'inertial' enthält nur das Objekt 'jiframe' der Klasse *frame*, das zur Beschreibung des Gelenkkoordinatensystems des Drehgelenks verwendet wird.

Das Objekt der Klasse *part* 'balken' enthält ein Objekt der Klasse *body*, das die Starrkörpereigenschaften beschreibt und 2 Objekte der Klassen *frame* 'j1frame' und 'j2frame'. Dabei ist 'j1frame' das Gelenkkoordinatensystem des Drehgelenks und 'j2frame' das System des Kardangelenks. Das Referenzsystem des Bauteils liegt im Massenpunkt M.

Das Objekt der Klasse *part* 'pendel' enthält ebenfalls ein Objekt der Klasse *body* zur Beschreibung der Starrkörpereigenschaften und ein Objekte der Klasse *frame* 'pmframe', das die Punktmasse beschreibt. Das Referenzsystem des Bauteils liegt im Kardangelenk.

Zur besseren Übersichtlichkeit ist die Datenbankstruktur der Bauteile wiedergegeben.

```
_PART
    _inertial
          _FRAME
                _jiframe
    _balken
          _BODY
          _FRAME
                _j1frame
                _j2frame
    _pendel
          _BODY
          _FRAME
                _pmframe
```

Wechselwirkungen zwischen den Bauteilen sind in der Klasse *interact* beschrieben, die bei diesem Beispiel die Objekte 'inerbalk' und 'balkpend' enthält.

Das Objekt 'inerbalk' beschreibt die Wechselwirkung zwischen den Bauteilen 'inertial' und 'balken'. Es enthält ein Objekt der Klasse *connect*, das die Verbindungskoordinatensysteme beschreibt und ein Objekt der Klasse *member* ('joint'), das zur Beschreibung des Drehgelenks dient.

Das Objekt 'balkpend' beschreibt die Wechselwirkung zwischen den Bauteilen 'balken' und 'pendel'. Es enthält ebenfalls ein Objekt der Klasse *connect*, und ein Objekt der Klasse *member* 'joint1', welches das Kardangelenk beschreibt.

Zur besseren Übersichtlichkeit ist auch hier die Datenbankstruktur der Wechselwirkungen dargestellt.

```
_INTERACT
    _inerbalk
          _CONNECT
          _MEMBER
                _joint1
    _balkpend
          _CONNECT
          _MEMBER
                _joint2
```

Zur Vervollständigung des Datenmodells fehlt noch ein Objekt der Klasse *gravity* zur Beschreibung der Gravitationsbeschleunigung und ein Objekt der Klasse *param* zur Beschreibung der Parameter des Systems.

Damit ist das Datenmodell zur vollständigen Beschreibung des MKS erstellt. Bei einem ersten Simulationslauf werden folgenden Anfangswerte der verallgemeinerten Koordinaten vorgegeben.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0 & & & \dot{\alpha}_0 &= 0 \\ \beta_0 &= \tfrac{\pi}{2} &\approx& \; 1.5707963 & \dot{\beta}_0 &= 0 \\ \gamma_0 &= \tfrac{\pi}{6} &\approx& \; 0.5235987 & \dot{\gamma}_0 &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Simuliert wird von $t_{anf} = 0s$ bis $t_{ende} = 60s$. Die ermittelten Zeitverläufe sind in Bild 8 dargestellt.

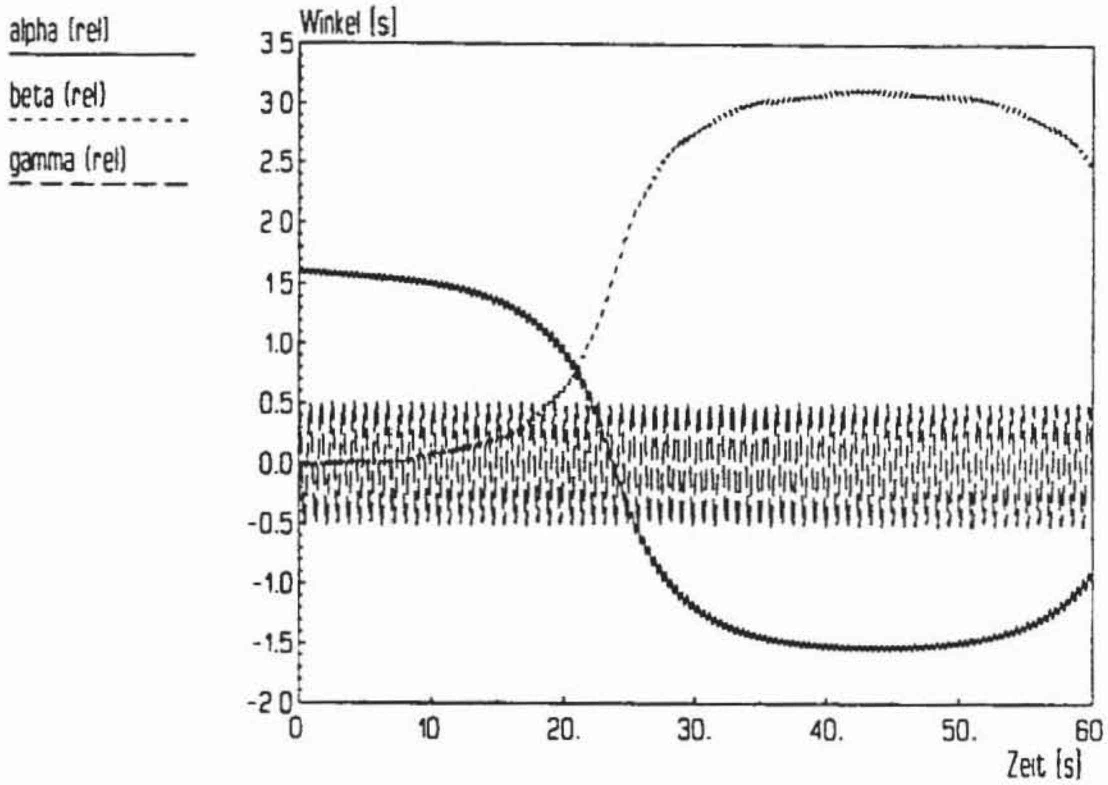

Bild 8: Zeitverläufe des ersten Simulationslaufes (relative Winkel)

4.2 Ackerschlepper

Mit dem Modell des Ackerschleppers soll die Fahrt auf vorgegebenen Fahrbahnen simuliert werden. Das Ziel der Untersuchung ist die Optimierung des Fahrverhaltens des Fahrzeuges. Das Modell muß daher die Bewegungen des Fahrzeugrumpfes, der Achsen und des Fahrersitzes im Raum beschreiben.

Als mechanisches Ersatzmodell für das Fahrzeug wird ein Mehrkörpersystem verwendet, das aus den folgenden Körpern besteht: Fahrzeugrumpf mit Hinterachse, pendelnd gelagerte Vorderachse, Fahrzeugsitz, sowie einem Frontballast, Bild 9. Der Fahrzeugrumpf ist ein starrer Körper mit Masse und Drehträgheit. Er weist alle sechs Bewegungsmöglichkeiten im Raum auf. Dies sind die Fahrbewegung, die Querbewegung und die Hubbewegung sowie drei rotatorische Bewegungen, nämlich das Wanken um die Längsachse, das Nicken um die Querachse und das Gieren um die Hochachse. Der Fahrersitz ist über eine lineare Feder und einen parallel geschalteten nichtlinearen Dämpfer mit dem Fahrzeugrumpf gekoppelt. Er kann gegenüber dem Rumpf des Fahrzeuges lediglich Vertikalbewegungen ausführen. Der Sitz selbst ist als Massenpunkt modelliert, der auch die Masse des Fahrers umfaßt. Die Vorderachse ist über ein Pendelgelenk, das einen Freiheitsgrad aufweist, mit dem Rumpf des Fahrzeuges verbunden. Die Gelenkdrehachse zeigt in die Fahrzeuglängsrichtung. Das Pendelgelenk kann mit einer Drehsteifigkeit und einer Drehdämpfung versehen werden. Zusätzlich ist die Verwendung eines Frontballastes zur Erhöhung der Vorderachslast vorgesehen worden. Der Frontballast ist starr oder über eine lineare Feder und parallel geschalteten linearen Dämpfer mit dem Fahrzeugkörper verbunden. Im Falle der Kopplung über Feder und Dämpfer wird das Frontballastsystem als Fronttilger bezeichnet. Die Hinterachse wird, wie bei Ackerschleppern üblich, als starr mit dem Fahrzeugrumpf verbunden betrachtet. Ihre Trägheitseigenschaften müssen somit in der Beschreibung des Rumpfes enthalten sein. An den vier Radaufstandspunkten werden jeweils Radkräfte mit drei Komponenten eingeleitet, die sich aus Fahrzustand, Rollwiderstand, Radantriebsmoment und Radschräglaufwinkel ergeben.

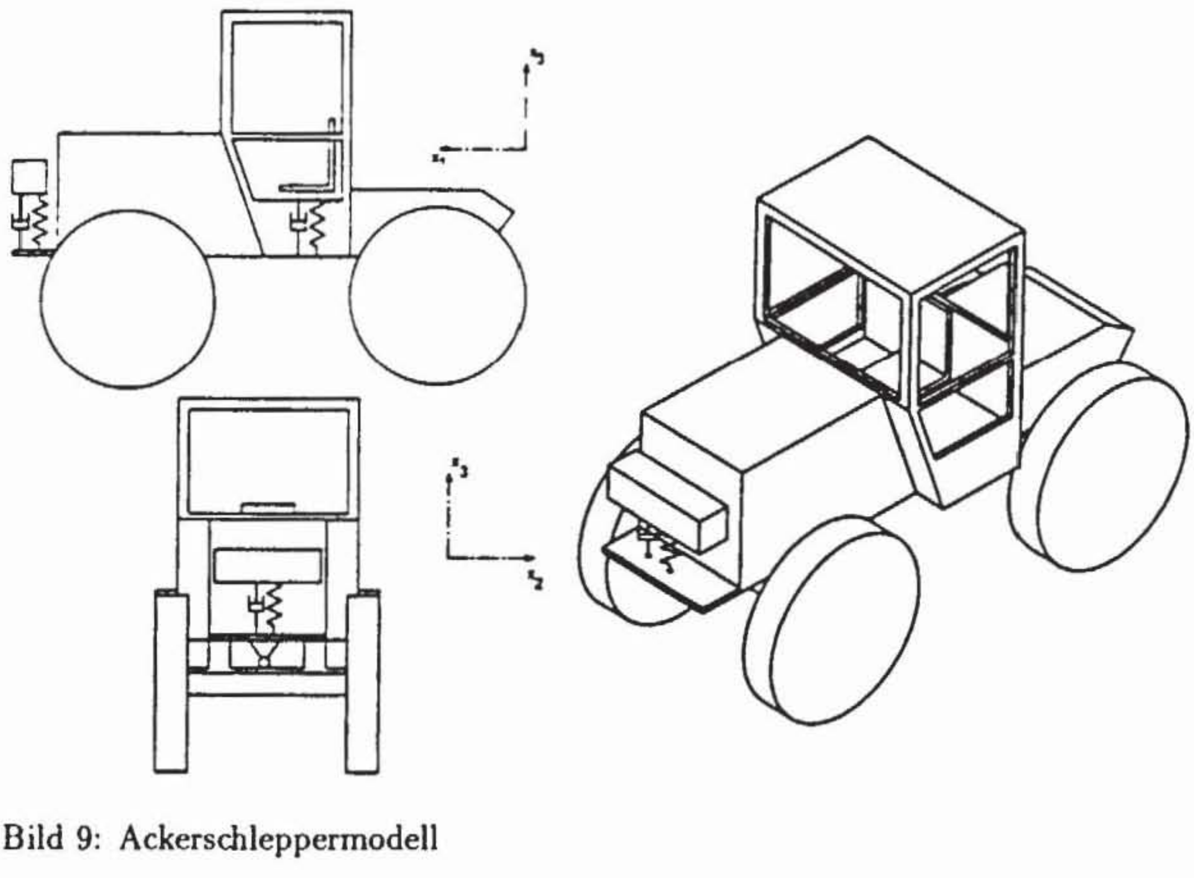

Bild 9: Ackerschleppermodell

Bei der Bewertung des Fahrverhaltens wird zwischen Fahrsicherheit und Fahrkomfort unterschieden. Zur Bewertung der Fahrsicherheit werden die vertikalen Radkräfte während der simulierten Überfahrt einer Fahrstrecke herangezogen, für den Komfort die vertikale Beschleunigung des Fahrersitzes, bzw. die zugehörige Kraft auf den Fahrersitz. Geringere Radlastschwankungen bedeuten nahezu konstante übertragbare Horinzontalkräfte am Rad und stehen somit für eine gute Lenk- und Beschleunigungsfähigkeit, d.h. eine hohe Fahrsicherheit des Fahrzeugs. Wenig schwankende Sitzkräfte bedeuten geringe auf den Fahrer wirkende Beschleunigungen und somit einen hohen Komfort.

Bei der Optimierung eines Ackerschleppers stellen die zu minimierenden Gütefunktionale die Ausgangsgrößen $\boldsymbol{y}$ des Mehrkörpersystems dar. Die Eingangsgrößen $\boldsymbol{u}$ des Mehrkörpersystems sind das Strassenprofil, sowie die Zeitverläufe der Antriebskräfte. Die zu optimierenden Parameter sind im Parametervektor $\boldsymbol{p}$ zusammengefaßt. Die Zustandsgrößen sind verallgemeinerte Koordinaten und deren zeitliche Ableitungen.

Sowohl zur Berechnung der Gütefunktionale als auch zur Ermittlung der Startwerte der Integration ist es erforderlich, die Gleichgewichtslage des Mehrkörpersystems zu kennen. Da die Gleichgewichtslage jedoch von dem aktuellen Parametersatz abhängt, ist vor Beginn jeder Zeitintegration die Bestimmung der aktuellen Gleichgewichtslage erforderlich. Es ergibt sich somit der in Bild 10 dargestellte Verlauf der Simulation.

Die Realisierung einer solchen Aufgabe erfordert bei den bestehenden Programmsystemen eine aufwendige Umprogrammierung. Ein Konzept zur Lösung derartiger Aufgabenstellungen in der Mehrkörperdynamik ohne Modifikation bestehender Software besteht in der Verwendung eines Modulkonzeptes und der reversen Kommunikation, Leister [7].

Das Ziel der Optimierung des Ackerschleppers ist primär das Erlangen einer möglichst hohen Fahrsicherheit und sekundär das Erreichen eines hohen Komforts mit nur geringen Einschränkungen zugunsten der Fahrsicherheit. Dieses Ziel soll durch die Auswahl einer besonders günstigen Kombination von Konstruktionsparametern erreicht werden. Hierbei müssen jedoch konstruktive und

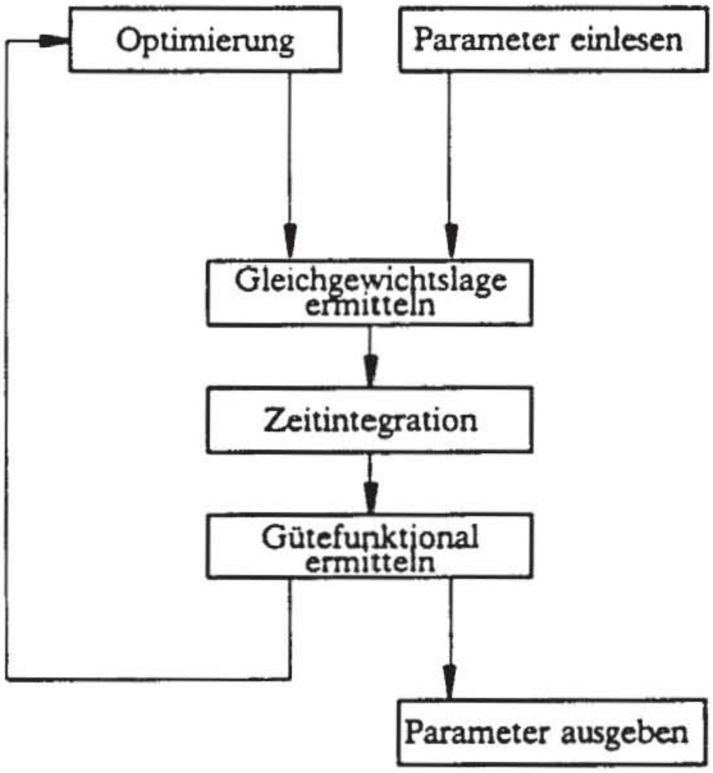

Bild 10: Simulationsablauf

funktionelle Randbedingungen berücksichtigt werden. Als wichtige Einflußgröße auf die Fahrsicherheit wird die Position des Schwerpunktes in der Fahrzeuglängsrichtung variiert. Es zeigt sich bei der Betrachtung von Stoßfaktor und Belastung, daß eine Schwerpunktlage, die zur Achslastverteilung von 60 : 40 führt, günstig ist, Bild 11. Sie kann durch den Anbau des Frontballastes oder durch die grundsätzliche Konzeption des Schleppers als Trac-Schlepper erreicht werden.

5 Zusammenfassung

Für den Konstrukteur ist es wünschenswert, eine Möglichkeit zur Variation einzelner Parameter zu haben, um ihren Einfluß auf das Betriebsverhalten in Qualität und Quantität abschätzen zu können. In den letzten Jahren sind eine Reihe von Softwarewerkzeugen entwickelt worden, die den Konstrukteur bei der Durchführung der Simulationen unterstützen, siehe Schiehlen [14]. Die Lösung komplexer Optimierungsaufgaben, die die Verknüpfung mehrerer Methoden erfordert, ist jedoch mit herkömmlichen Programmsystemen nicht möglich. So ist

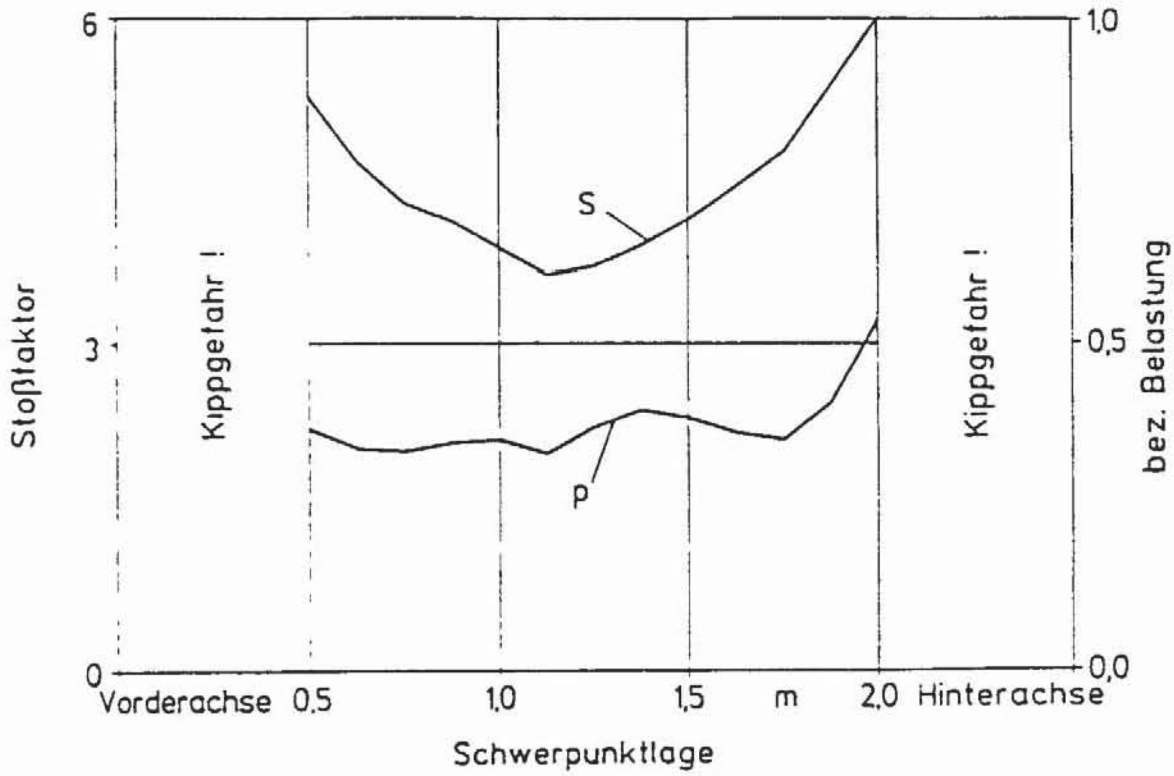

Bild 11: Einfluß der Schwerpunktlage auf die Fahrsicherheit

es zur Lösung der hier vorgestellten Beispiele notwendig, ein modulares Konzept zur Simulation heranzuziehen.

Literatur

[1] ACSL-Advanced Continuous Simulation Language Reference Manual. Inc. Concord/Mass.: Mitchell u. Gauthier Assoc., 1987.

[2] Ducci, A.: Analyse des Pendelproblems von Leibniz–Mariotte für große Winkel. Hannover: Universität, Institut für Mechanik, 1990.

[3] Kreuzer, E.: Symbolische Berechnung der Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen. Fortschr.-Ber. der VDI-Zeitschriften, Reihe 11, Nr. 32. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1979.

[4] Kreuzer, E.; Leister, G.: Programmsystem NEWEUL'90, Anleitung. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, Anleitung AN-23, 1991.

[5] Langenbeck, B.: Untersuchung zum Fahrverhalten von Ackerschleppern unter besonderer Berücksichtigung der Reifeneigenschaften. Hohenheim: Universität, Institut für Agrartechnik, erscheint demnächst.

[6] Langenbeck, B; Leister, G.; Schiehlen, W.; Kutzbach, H.D.: Optimierung von Konstruktionsparametern am Beispiel eines Ackerschleppers. Zur Veröffentlichung gesandt an: Automobiltechnische Zeitschrift.

[7] Leister, G.: Programmpaket NEWSIM. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, Anleitung AN-24, 1991.

[8] Leister, G.: Beschreibung und Simulation von Mehrkörpersystemen mit geschlossenen kinematischen Schleifen. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, erscheint demnächst.

[9] N.N.: Gottfried Wilhelm Leibniz, Vortragsreihe GAMM–Jahrestagung 1990. Hannover: Schlütersche Verlagsanstalt und Druckerei, 1990.

[10] Otter, M.; Gaus, N.: ANDECS-DSSIM: Modular Dynamic Simulation with Database Integration. User's Guide, Version 2.1. Oberpfaffenhofen: DLR, TR R50-91, 1991.

[11] Otter, M.; Hocke, M.; Daberkow, A.; Leister, G.: Ein objektorientiertes Datenmodell zur Beschreibung von Mehrkörpersystemen unter Verwendung von RSYST. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, Institutsbericht IB-16, 1990.

[12] Rühle, R.: RSYST, ein integriertes Modulsystem mit Datenbasis zur automatischen Berechnung von Kernreaktoren. Stuttgart: Universität, IKE 4-12 1973.

[13] Schiehlen, W.: Technische Dynamik. Stuttgart: Teubner Verlag, 1986.

[14] Schiehlen, W. (ed): Multibody Systems Handbook. Berlin/...: Springer-Verlag, 1990.

[15] Shampine, L.F.; Gordon, M.K.: The Computer Solution of Ordinary Differential Equations. The Initial Problem. San Francisco: Freeman, 1975.