

2 Scheiben und Träger

2.1 Spannungsfelder

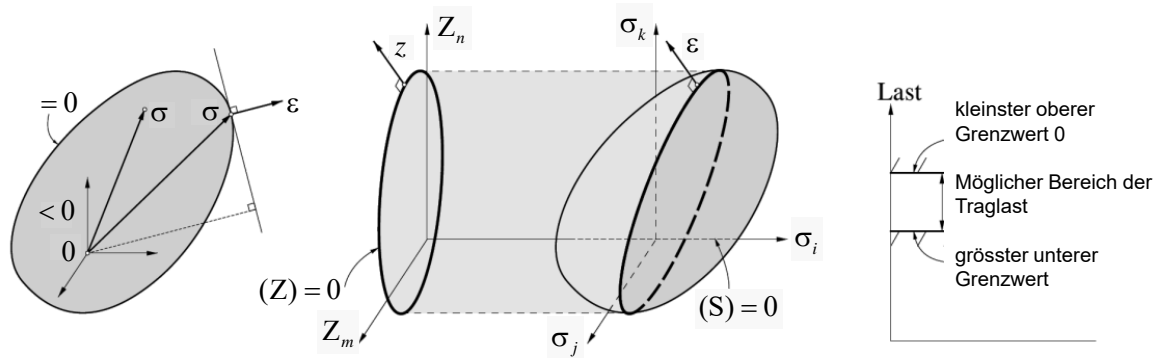
Spannungsfelder

Fachwerkmodelle und Spannungsfelder: Historische Entwicklung

- Ursprünglich wurde primär der globale Kraftfluss verfolgt, die Ausdehnung der Druckstreben war dabei sekundär. Solche Anwendungen haben sich bis heute gehalten ("Stabwerkmodelle", z. B. Schlaich et al., 1984 resp. 1987)
- Seit etwa 1975 werden Fachwerkmodelle in Verbindung mit der Annahme einer endlichen Betondruckfestigkeit f_c angewendet; die Abmessungen der Druckstreben und Knoten ergeben sich aus der Annahme von f_c .
- Die resultierenden Fachwerkmodelle sind statisch zulässige (diskontinuierliche) Spannungsfelder im Rahmen der statischen Methode der Plastizitätstheorie und beruhen somit auf einer klaren theoretischen Grundlage.
- An verschiedenen Hochschulen sind computergestützte Methoden für die Entwicklung von Spannungsfeldern in Entwicklung, den Weg in die Praxis haben sie aber bisher (leider) kaum gefunden

Spannungsfelder wurden bereits in den Vorlesungen Stahlbeton I und II behandelt; diese Kenntnisse werden in der vorliegenden Vorlesung wiederholt und vertieft.

Spannungsfelder



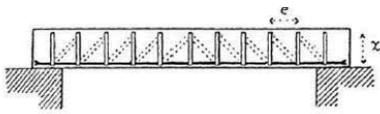
- Die Anwendung von Spannungsfeldern basiert auf der Plastizitätstheorie.
- Die ETH Zürich spielte bei deren Entwicklung eine zentrale Rolle – namentlich die Professoren Bruno Thürlimann und Peter Marti.
- International ist dies als «Zürcher Schule» bekannt. Sie basiert auf konsistenten mechanischen Modellen und deren Überprüfung mit Grossversuchen.

Die Anwendung von Spannungsfeldern im Stahlbetonbau basiert, wie viele andere Bemessungsverfahren (implizit oder explizit) auf der Plastizitätstheorie.

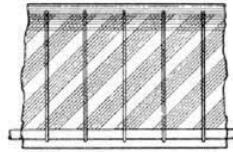
Bei der Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton spielte die ETH Zürich (Prof. Bruno Thürlimann und sein Nachfolger Prof. Peter Marti) eine Pionierrolle, siehe Stahlbeton I (Einführung).

Spannungsfelder

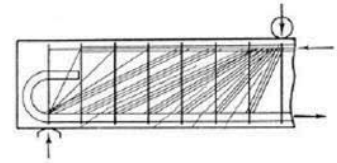
Frühe Fachwerkmodelle (anschaulich)



K. W. Ritter, «Die Bauweise Hennebique» (1899)

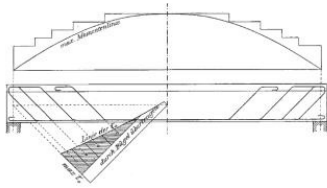


E. Mörsch, «Der Eisenbetonbau» (1908)

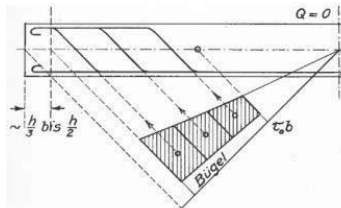


E. Mörsch, «Der Eisenbetonbau» (1922)

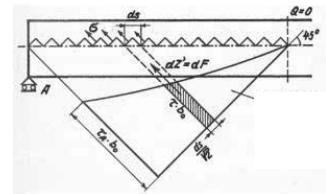
Elastische Bemessung mit Hauptzugspannungen (semi-empirisch)



E. Mörsch, «Der Eisenbetonbau» (1908)



M. Ritter, «Vorlesung Massivbau» (ca. 1940)

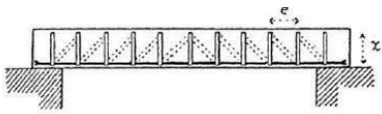


P. Lardy, «Vorlesung Massivbau» (1951)

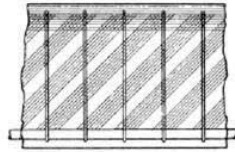
Auch wenn es manchmal so dargestellt wird, werden Fachwerkmodelle nicht seit über 100 Jahren für die Bemessung eingesetzt, auch wenn bereits Ritter und Mörsch das Tragverhalten anschaulich mit solchen Modellen erläuterten. Vielmehr wurden diese «einfachen» Modelle bis in die 60er Jahre zwar von herausragenden Ingenieuren insbesondere in der Praxis angewendet, dies aber eher «hinter vorgehaltener Hand», da sie nicht als wissenschaftlich galten. Offiziell erfolgte die Bemessung seit den Anfängen der Betonbauweise bis in die 1960er Jahre anhand elastischer Spannungsberechnungen, zum Beispiel mit schiefen Hauptzugspannungen (siehe Abbildungen).

Spannungsfelder

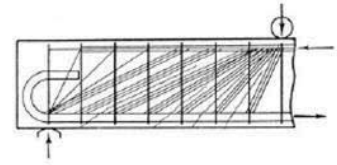
Frühe Fachwerkmodelle (anschaulich)



K. W. Ritter, «Die Bauweise Hennebique» (1899)

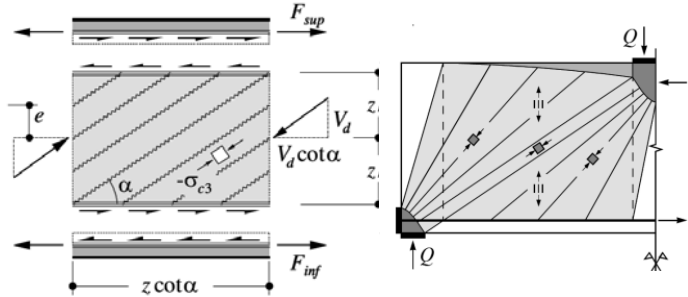
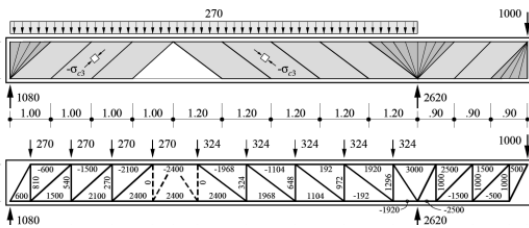


E. Mörsch, «Der Eisenbetonbau» (1908)



E. Mörsch, «Der Eisenbetonbau» (1922)

heutige Fachwerkmodelle / Spannungsfelder: Plastizitätstheorie = konsistente Grundlage



Auch wenn es manchmal so dargestellt wird, werden Fachwerkmodelle nicht seit über 100 Jahren für die Bemessung eingesetzt, auch wenn bereits Ritter und Mörsch das Tragverhalten anschaulich mit solchen Modellen erläuterten. Vielmehr wurden diese «einfachen» Modelle bis in die 60er Jahre zwar von herausragenden Ingenieuren insbesondere in der Praxis angewendet, dies aber eher «hinter vorgehaltener Hand», da sie nicht als wissenschaftlich galten. Offiziell erfolgte die Bemessung seit den Anfängen der Betonbauweise bis in die 1960er Jahre anhand elastischer Spannungsberechnungen, zum Beispiel mit schiefen Hauptzugspannungen (siehe Abbildungen).

Betonbau an der ETH – ehemalige Professoren



Karl Culmann
1821-1881
Prof. 1855-1881
(→ Ritter)



Karl Wilhelm Ritter
1847-1906



Emil Mörsch
1872-1950



Arthur Rohn
1878-1956



Max Ritter
1884-1946



Pierre Lardy
1903-1958
Prof. 1946-1958
(→ Thürlimann)



Bruno Thürlimann
1923-2008
Prof. 1960-1990
(→ Marti)



Hugo Bachmann
1935
Prof. 1969-2000
(→ Stojadinovic)



Christian Menn
1927-2018
Prof. 1971-1992
(→ Vogel)



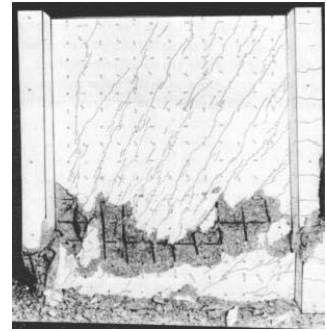
Peter Marti
1949
Prof. 1990-2014
(→ Kaufmann)

Führende Rolle bei der Anwendung der Plastizitätstheorie im Stahlbetonbau

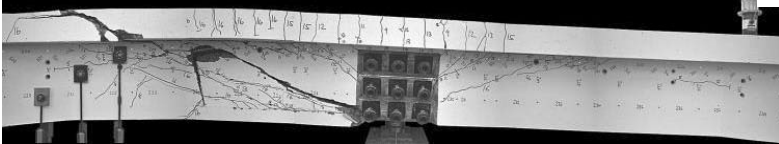
Plastische Bemessungsverfahren



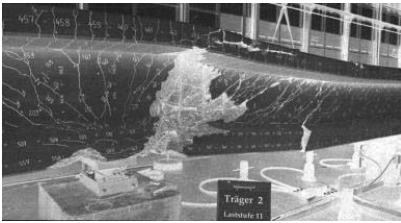
Bachmann / Thürlimann
(1965)



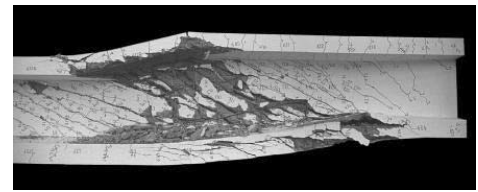
Maier / Thürlimann
(1985)



Stoffel / Marti
(1995)



Sigrist / Marti
(1992)



Kaufmann / Marti
(1995)

Beispiele grossmassstäblicher Versuche an der ETH Zürich, durchgeführt zur Validierung konsistenter mechanischer Modelle.

Spannungsfelder

Grundsätze bei der Entwicklung von Spannungsfeldern

Bei der Bemessung gibt es in der Regel mehrere mögliche Lösungen für die gleiche Problemstellung. Der Ingenieur wählt das am besten geeignete Spannungsfeld und konstruiert die Bewehrung entsprechend.

Die Beachtung folgender Grundsätze führen in der Regel zu einer wirtschaftlichen Bemessung (Forderung nach Steifigkeit folgt zudem aus dem Prinzip vom Minimum der Komplementärenergie):

- Einfachheit (in der Regel orthogonale Bewehrung)
- Steifigkeit (z. B. kurze Zugstreben)
- Effizienz (Mindestbewehrung ausnützen)

Sehr zu empfehlen ist die massstäbliche Zeichnung der Modelle.

In jedem Fall sollte eine ausreichende Mindestbewehrung angeordnet werden ($\rho = 0.1 \dots 0.3\%$, je nach Anwendung).

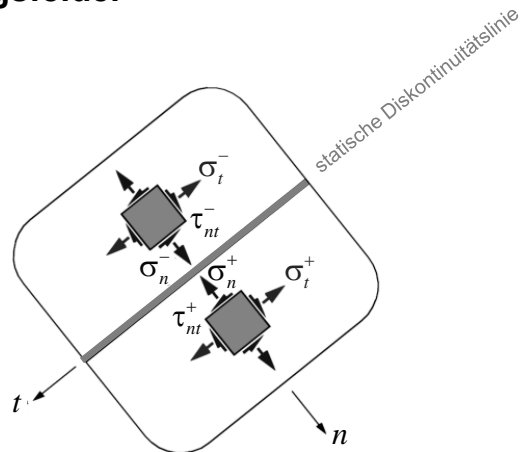
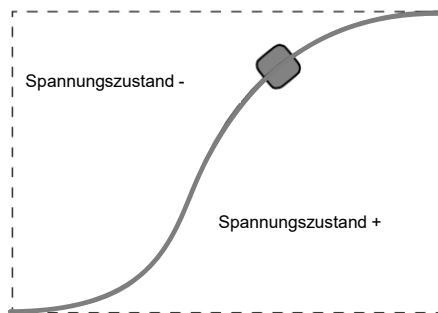
Besondere Beachtung ist der Wahl der effektiven Betondruckfestigkeit zu schenken, da diese die Fachwerkgeometrie massgeblich beeinflusst und sich Beton ja eigentlich keineswegs ideal plastisch verhält (siehe separates Kapitel).

Mit Hilfe von Spannungsfeldern kann sowohl die mehrdimensionale Tragwirkung des Betons als auch die Wirkung der verteilten Bewehrungslagen beliebig genau modelliert werden.

Die für praktische Anwendungen geeigneten ebenen diskontinuierlichen Spannungsfelder setzen sich aus einzelnen Grundelementen zusammen (deshalb diskontinuierlich), die ihrerseits von einer Schar von ein- oder zweiachsig beanspruchten Hauptspannungstrajektorien gebildet werden (im Falle von Knotenbereichen mit zweiachsig gleichförmigem, oft unpräzise als «hydrostatisch» bezeichnetem Druckspannungszustand degeneriert die Trajektorien­schar). Diese Trajektorien können zueinander parallel verlaufen (Druck- und Zugbänder beziehungsweise -streben) oder aber divergierend sein (Fächer und Bogen); letztere werden in der Regel nur für die Beschreibung der Tragwirkung des Betons eingesetzt.

Spannungsfelder

Spannungsdiskontinuitätslinien



Unterer Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie: Gleichgewicht muss erfüllt sein

→ Normalspannungen parallel zur Diskontinuitätslinie dürfen einen Sprung aufweisen ($\sigma_t^- \neq \sigma_t^+$ ist zulässig)

→ Normalspannungen senkrecht zur Diskontinuitätslinie und Schubspannungen müssen kontinuierlich verlaufen ($\sigma_n^- = \sigma_n^+$ und $\tau_{nt}^- = \tau_{nt}^+$ müssen erfüllt sein)

Wiederholung aus Stahlbeton I:

Diskontinuierliche Spannungsfelder weisen statisch zulässige Spannungsdiskontinuitäten auf, an denen die in der Abbildung aufgeführten Bedingungen (Gleichgewicht) erfüllt sein müssen.

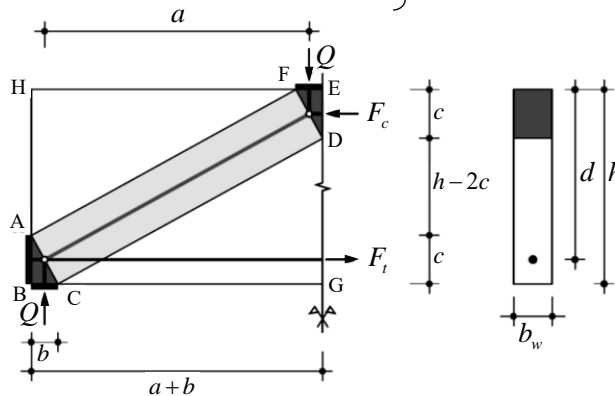
Fachwerkmodelle sind einfache, diskontinuierliche Spannungsfelder: in der Strebe wirkt eine in ihrer Richtung orientierte Druckspannung, unmittelbar daneben ist die Spannung Null. Mit Hilfe dieser Modelle lässt sich für beliebige Tragwerks- und Belastungsgeometrie ein statisch zulässiger Gleichgewichtszustand für das betrachtete System entwerfen und auf diese Weise eine (unter den beliebig vielen möglichen) denkbare Art des Kraftflusses im Tragwerk visualisieren.

Spannungsfelder

Einfaches Modell (Strebe und Knoten)

Gleichgewicht:

$$\left. \begin{aligned} F_c = b_w c f_c = A_s f_{sy} = F_t \\ Qa = b_w c f_c (h - c) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} c = \frac{h}{2} - \sqrt{\frac{h^2}{4} - \frac{Qa}{b_w f_c}} \\ A_s = b_w c \frac{f_c}{f_{sy}} \end{aligned} \left. \begin{aligned} \rho = A_s / (b_w d) \\ \omega = \rho (f_{sy} / f_c) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} Q = \frac{b_w f_c h^2}{a} \cdot \frac{\omega(1-\omega/2)}{(1+\omega/2)^2} \quad \left(\omega \leq \frac{2}{3} \right) \\ Q = \frac{b_w f_c h^2}{4a} \quad \left(\omega \geq \frac{2}{3} \right) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} b &= \frac{Q}{b_w f_c} \\ c &= \omega d, \quad \omega = \frac{A_s f_{sy}}{b_w d f_c} \\ F_c = F_t &= \omega d b_w f_c \end{aligned}$$

Direkte Abstützung / Strebenwirkung

Die Abbildung zeigt eine Hälfte einer symmetrischen Scheibe ohne Vertikalbewehrung mit Rechteck-Querschnitt unter einer Einzellast Q . Die Last wird über die Betondruckstrebe $ACDF$ direkt zum Auflager übertragen, wo sie im Gleichgewicht mit der Auflagerkraft und der im horizontalen Zugstab wirkenden Kraft F_t steht. Die Einleitung und Umlenkung der Last und der Auflagerkraft erfordert Knotenbereiche ABC und DEF . Die erforderlichen Abmessungen der Lasteinleitungs-, Auflager- und Verankerungsplatten und somit jene der Knotenbereiche ergeben sich mit der Bedingung, dass an ihren Rändern die Betondruckfestigkeit ausgenutzt ist. Folglich herrscht in den Knotenbereichen ein zweiachsiger, gleichförmiger Druckspannungszustand ($\sigma_{c1} = \sigma_{c3} = -f_c$). Die Druckstrebe besteht aus parallelen, einachsiger mit $-f_c$ beanspruchten Spannungstrajektorien ("Fachwerkstäbe" mit verschwindender Abmessung).

Das gewählte, «direkte Abstützung» genannte Gleichgewichtsmodell ist eine grobe Idealisierung des Tragverhaltens. Das Modell erfordert keinerlei vertikalen Zugelemente. Dafür muss die ganze, im horizontalen Zugstab F_t in Scheibenmitte auftretende Bewehrungskraft hinter dem Auflager verankert werden. In den Bereichen CGD und AFH ist der Beton spannungsfrei.

Spannungsfelder

Fächer- und Bogentragwirkung / verteilte Belastung (siehe auch [5], p. 58ff)

Bild zeigt 4 mögliche Modelle für die gleiche Problemstellung. Einstellung von Fächer- oder Bogentragwirkung ist

u.a. abhängig von:

- Schlankheit der Scheibe
- Bewehrungsgehalt
- Belastungsgeschichte

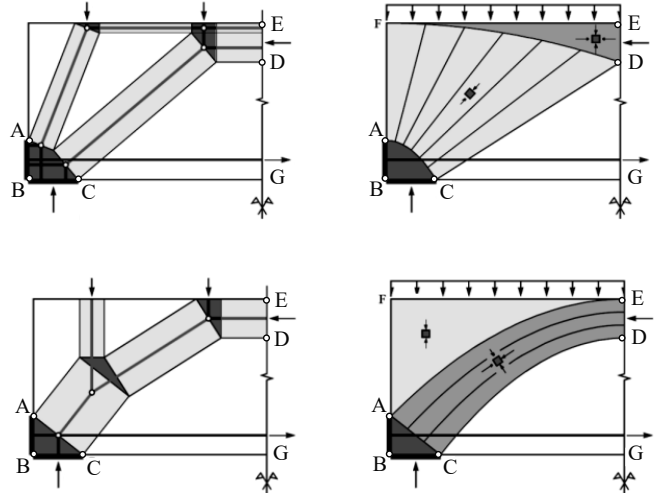
Die Strebengeometrie und die Abmessungen der Lager sind in allen Beispielen so gewählt, dass im Knotenbereich ABC ein biaxialer Druckspannungszustand

$$\sigma_{c1} = \sigma_{c3} = -f_c \text{ herrscht}$$

→ Punkte A bis E sind in den vier Modellen identisch, unt. GW der Traglast ebenfalls.

NB: Elastisch stellt sich das steifste Modell ein (Minimum der Komplementärenergie, d.h.

$$U^* = \int \varepsilon(\sigma) d\sigma \rightarrow \min$$



Fächer und Bogen

Die Abbildung illustriert den Übergang von einfachen Streben-Modellen zu Spannungsfeldern mit nicht paralleler Trajektoriencharakteristik und somit entlang der Trajektorien variablen (Druck-) Spannungen. Die betrachtete Scheibe weist wie in der vorhergehenden Abbildung nur eine Längsbewehrung auf. Aus Gleichgewichtsgründen müssen die Lasten weiterhin direkt zum Auflager übertragen werden und die im Zugstab in Scheibenmitte auftretende Bewehrungskraft F_t muss hinter dem Auflager voll verankert werden.

Der in der vorhergehenden Abbildung gezeigte Grundfall der direkten Abstützung kann bei Betrachtung zweier Einzellasten zu den beiden Modellen links weiterentwickelt werden. Durch gedankliches Hinzufügen (unendlich vieler) weiterer Einzellasten gelangt man zum auf der rechten Seite dargestellten, der Abtragung einer verteilten Belastung dienenden Fächer beziehungsweise Bogen. Ob sich in einem gegebenen Fall Fächer- oder Bogentragwirkung einstellt, hängt u.a. von der Schlankheit, dem Bewehrungsgehalt und der Belastungsgeschichte ab. Elastisch stellt sich das steifste Modell ein (Minimum der Komplementärenergie U^* , stimmt für linear elastisches Verhalten mit der Formänderungsenergie U überein).

Werden die Abmessungen der Lager- und Verankerungsplatten sowie die Geometrie der Druckstreben und des Fächers resp. Bogens so gewählt, dass in den Knotenbereichen ABC ein zweiachsig gleichförmiger Druckspannungszustand ($\sigma_{c1} = \sigma_{c3} = -f_c$) herrscht, stimmen die Punkte A bis E in den vier Modellen überein.

Spannungsfelder

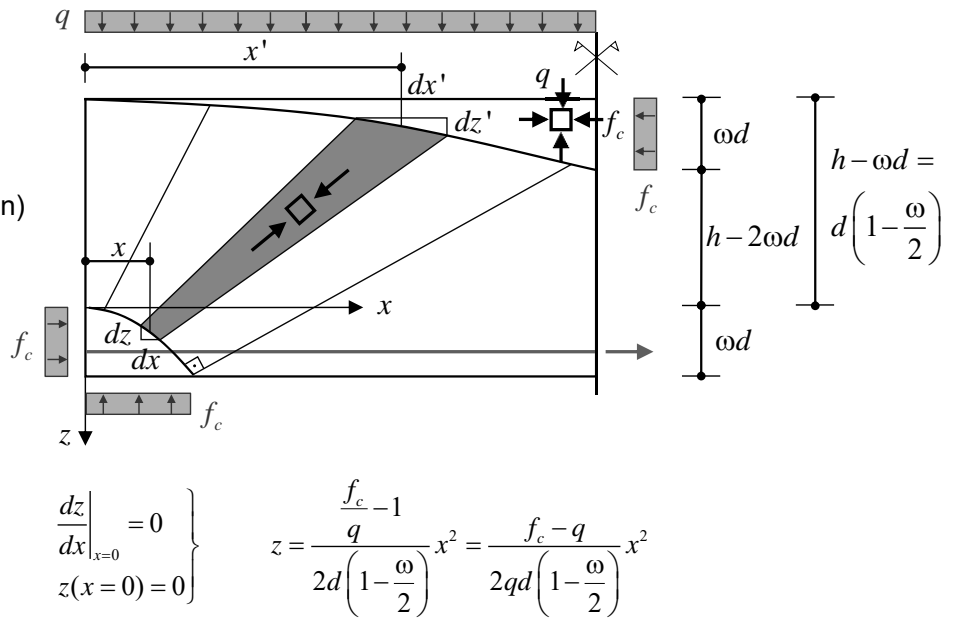
Gleichgewicht:

$$dx f_c = dx' q; \quad \frac{dx'}{dx} = \frac{f_c}{q}$$

$$dz f_c = dz' f_c \rightarrow (z - z') = \text{konst. (affin)}$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{x' - x}{d \left(1 - \frac{\omega}{2}\right)}$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\frac{dx'}{dx} - 1}{d \left(1 - \frac{\omega}{2}\right)} = \frac{\frac{f_c}{q} - 1}{d \left(1 - \frac{\omega}{2}\right)}$$



Spannungsfelder

Bemerkungen zur direkten Abstützung

Die in den Beispielen gezeigten Spannungsfelder sind gegenüber der Wirklichkeit stark idealisiert:

- Das Zugband wirkt wie eine Bewehrung ohne Verbund, jedoch mit einer Endverankerung. Verbundkräfte führen in Wirklichkeit zu sukzessiver Rissbildung, und erst mit zunehmender Belastung stellt sich eine die Streben-Zugbandwirkung ein.
- Falls keine Mindestbewehrung angeordnet wird besteht die Gefahr, dass ein diagonaler Riss weit in die Druckzone vordringt und die Struktur versagt, bevor die angestrebte Tragwirkung erreicht wird. Dies ist mit einem Sprödbbruch verbunden (Massstabeffekt!).

Eine Verbesserung ergibt sich durch Vorspannung des Zugbandes, womit die Streben-Zugbandwirkung erzwungen wird.

Eine Lastabtragung durch direkte Abstützung auf die Lager (ohne Vorspannung) ist ohnehin nur bei gedungenen Scheiben sinnvoll; bei schlankeren Scheiben werden die Knotenabmessungen sehr gross, und die Verankerung der Bewehrung wird problematisch, da die gesamte Biegezugkraft hinter dem Auflager verankert werden muss!

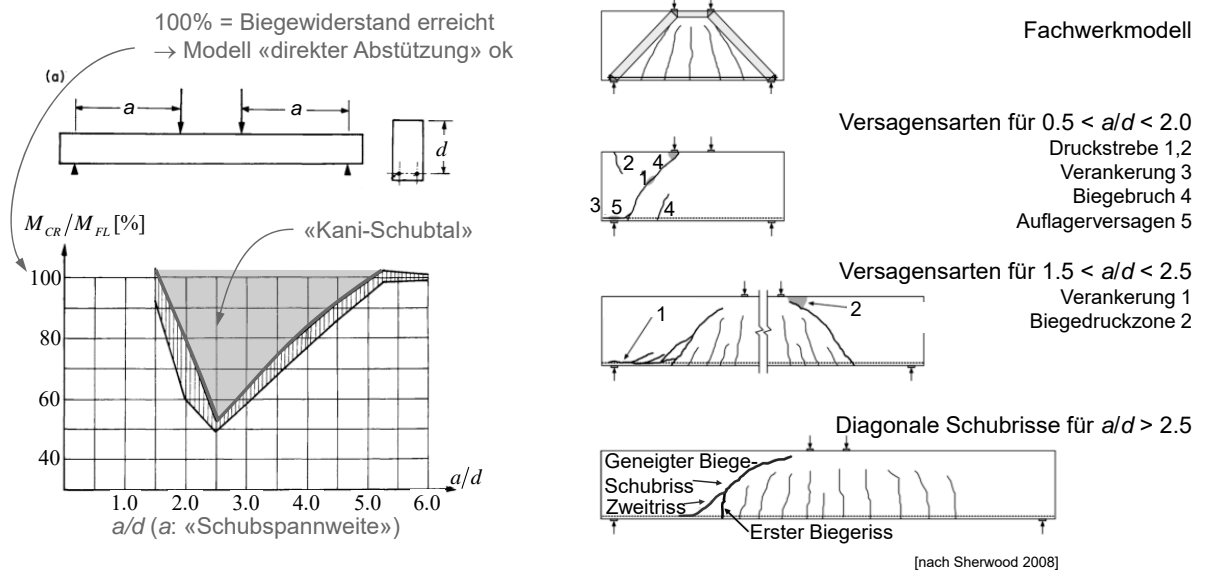
Durch die Anordnung einer vertikalen Bewehrung (respektive die Ausnutzung der vertikalen Mindestbewehrung, die **immer** anzuordnen ist) kann diesen Problemen begegnet werden.

Mögliche Modelle siehe ab Folie 28.

In Trägern (und Platten) ohne Schubbewehrung fehlt die Mindestbewehrung in vertikaler Richtung. Die Anwendung der Plastizitätstheorie ist daher grundsätzlich nicht gerechtfertigt, und auch wenn ein statisch zulässiger Spannungszustand (beispielsweise in Form eines Streben-Zugband-Modells, direkte Abstützung) gefunden werden kann, liefert dieser keinen unteren Grenzwert der Traglast, wenn frühzeitige, spröde Versagensarten auftreten.

Spannungsfelder

G.N.J. Kani ("The Riddle of Shear Failure and its Solution", 1964): Resultate Versuche ohne Bügel



01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

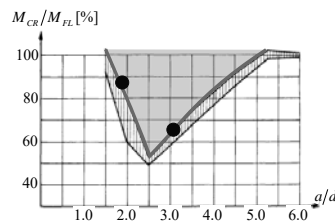
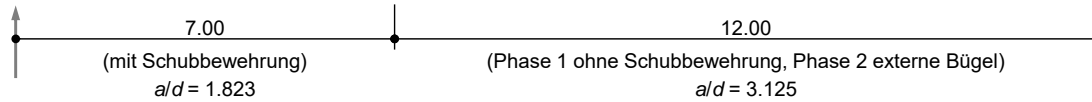
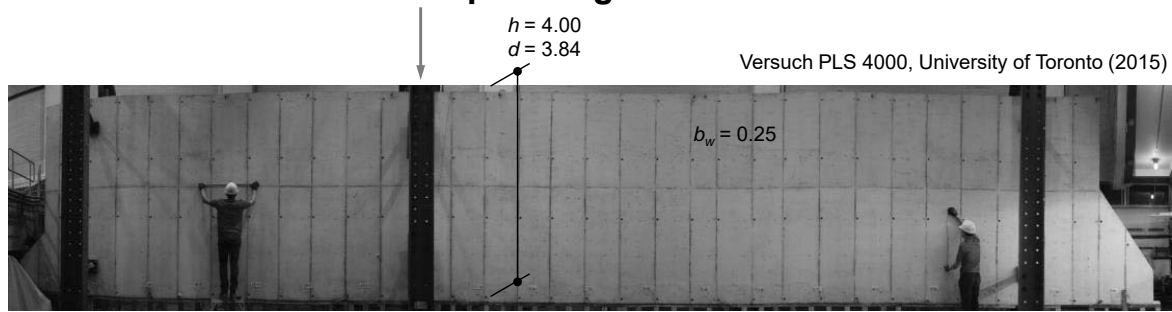
16

Das bekannteste Beispiel für Sprödbüche sind «Schubversuche» an Balken ohne Bügelbewehrung (Drei- oder Vierpunkt-Biegeversuche). Obschon solche Versuche mit einem echten Tragwerk nur wenig gemeinsam haben (einfach gelagerte Balken mit konzentrierter Belastung sind in der Praxis selten, zudem sind die Versuche meist klein), wurden in der Vergangenheit sehr viele solche Träger geprüft, und es kommen laufend weitere Versuche dazu.

In solchen Versuchen erfolgt der Bruch insbesondere bei «Schubslankheiten» (Verhältnis Schubspannweite zu statischer Höhe) im Bereich von 2.5...3.5 durch die Bildung eines diagonalen Schubrisses, der oft von einem auflagernahen Biegeriss ausgeht. Bei kleineren und grösseren Slankheiten wird die Biegetraglast (gemäss Spannungsfeldern wie z.B. direkter Abstützung) dagegen erreicht. Der kritische Bereich der Schubslankheiten wurde von G.N.J. Kani identifiziert und wird daher oft «Kani-Schubtal» («Kani shear valley») genannt.

Interessant ist, dass die Bruchlast bei Trägern mit glatter Bewehrung «ohne Verbund» (aber trotzdem ausreichender Endverankerung) höher liegt als bei mit gerippten Stäben bewehrten Trägern. Am günstigsten verhalten sich Träger mit vorgespannter Längsbewehrung ohne Verbund.

Spannungsfelder



Vor kurzem wurde an der University of Toronto durch Collins, Bentz und Quach ein Vorhersage-wettbewerb (prediction competition) für die Bruchlast in einem sehr grossen Schubversuch (Trägerhöhe 4m) durchgeführt. Parallel wurde ein Träger mit nur 30 cm Höhe getestet; damit sollte insbesondere der Einfluss der Trägerhöhe auf die Schubbruchlast demonstriert werden (sogenannter Massstabeffekt, «size effect»). Anhand des grossen Versuchs kann die massgebende Versagensart eindrücklich gezeigt werden.

Im Versuch war die linke Spannweite verbügelt, so dass das Versagen trotz kleinerer Querkraft in der grossen Spannweite (ohne Bügel) auftrat.

Spannungsfelder



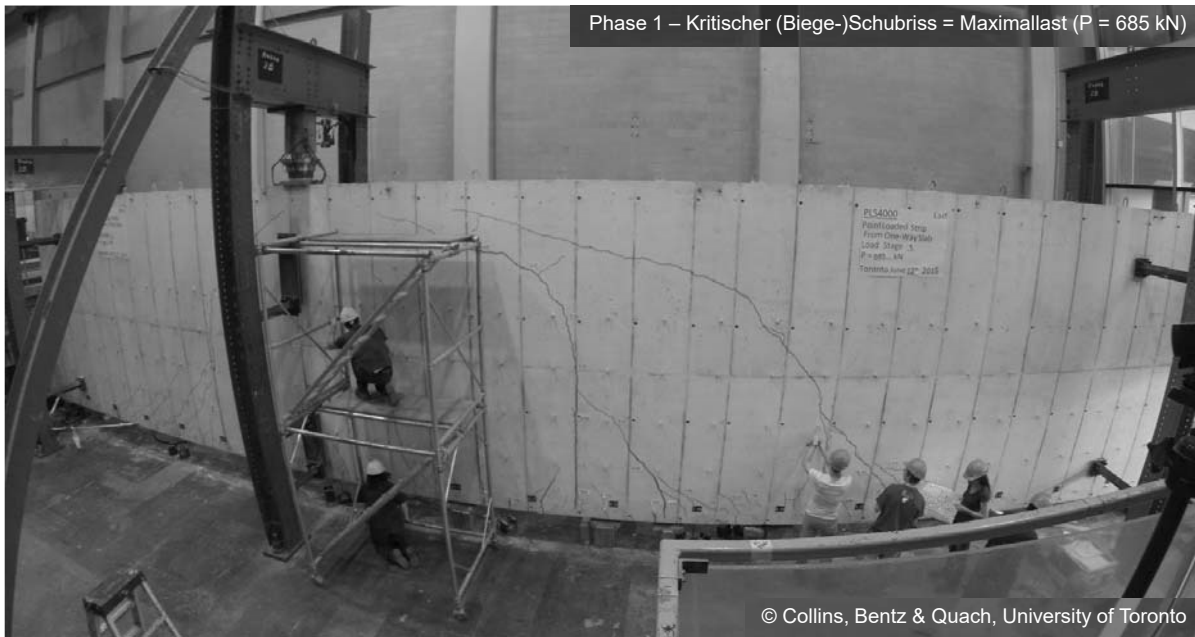
01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

18

In der Abbildung sind Biegerisse und von diesen ausgehende, zunehmend geneigte Biegeschubrisse zu erkennen.

Spannungsfelder



01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

19

Die übliche Versagensart bei diesem Verhältnis a/d hat wenig mit dem «Nachweisschnitt» nach Normen zu tun. Der kritischer Schubriss entstand hier ausgehend von einem auflagernahen Biegeriss (Bereich mit grossem V , aber eher kleinem M , d.h. Gradient für Verbund gross).

Im nach SIA 262 massgebenden nominellen Nachweisschnitt bei $d/2$ vom rechten Auflager betrug die nominelle Schubspannung beim Bruch, unter Berücksichtigung des Eigengewichtes, rund 0.46 MPa (d.h. bei einer Bemessung wären rund 0.30 MPa «sicher» gewesen).

Spannungsfelder



01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

20

Nach dem Bruch erfolgte eine Wiederbelastung, da einige der Teilnehmer am Vorhersagewettbewerb beanstandeten, es sei noch kein Bruch eingetreten. Die Bruchlast konnte nicht mehr erreicht werden (dafür ist der Schubriss besser erkennbar).

Spannungsfelder



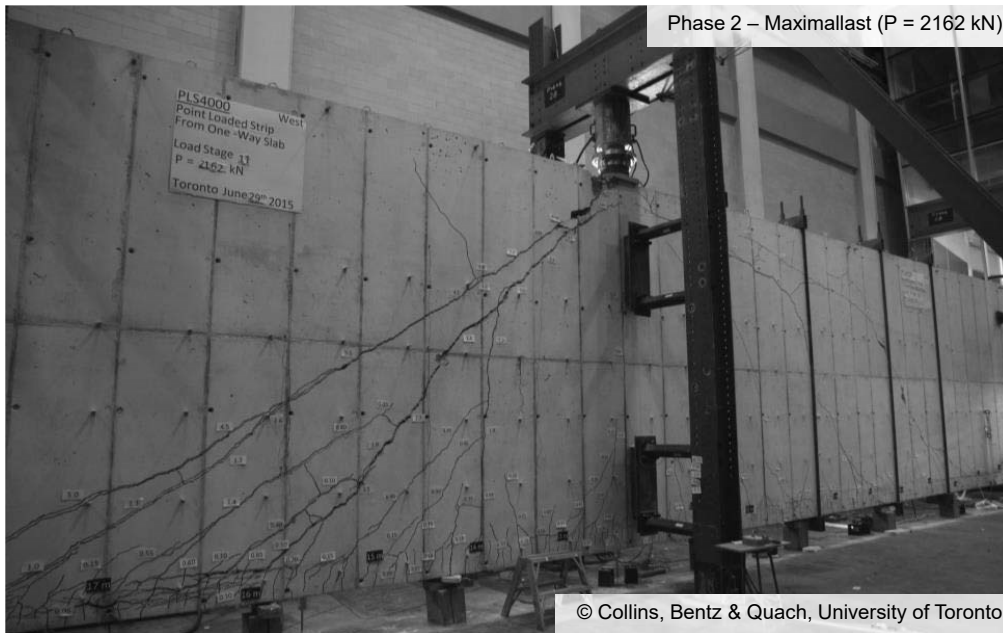
01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

21

Anschliessend wurde die grosse Spannweite mit externen Bügeln (Spannstangen) verstärkt, so dass die grosse Spannweite einen viel höheren Bügelbewehrungsgehalt aufwies wie die kurze Spannweite. Anschliessend wurde weiter belastet.

Spannungsfelder



01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

22

Der Bruch in Phase 2 war viel duktiler, man erkennt die Fächerung der Risse, wie sie zur Aktivierung der verteilten Bügelbewehrung (Lastaufhängung, siehe folgende Folien) erforderlich ist. Die Tragwirkung, wie sie sich aufgrund der Risse eingestellt haben dürfte, entspricht weitgehend Abbildung (b) auf der nächsten Seite.

In einem Schnitt im Abstand z vom linken Auflager betrug die nominelle Schubspannung beim Bruch, unter Berücksichtigung der Eigenlasten, rund 1.6 MPa.

Spannungsfelder

Lastaufhängung

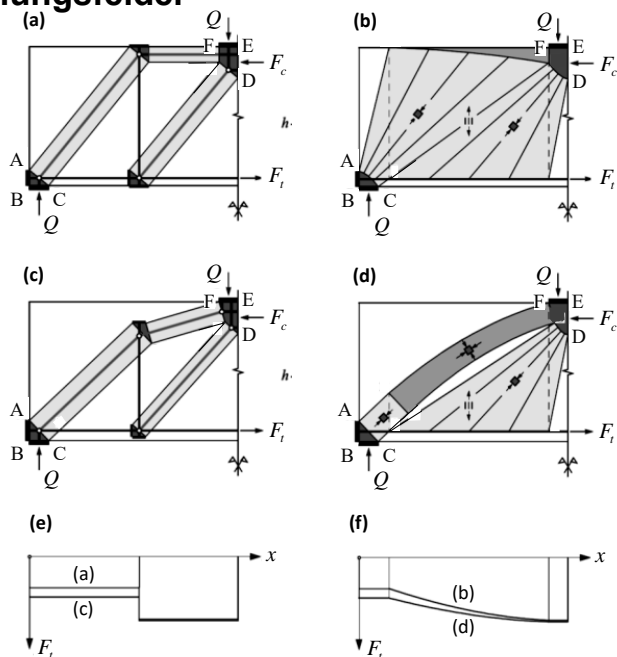
Durch eine Lastaufhängung kann die vertikale Mindestbewehrung (Bügel) aktiviert werden, und es ist nur ein Teil der Biegezugkraft hinter dem Auflager zu verankern.

In allen 4 Modellen sind die Lager- und Lasteinleitplatten (B-C, E-F) identisch, somit auch der untere Grenzwert der Traglast.

Die Spannungsfelder (rechts) lassen sich aus den einfachen Strebenmodellen (links) ableiten.

Es kann die gesamte Last aufgehängt werden (obere Modelle) oder nur ein Teil davon (untere Modelle).

Der Verlauf der Kraft im Zuggurt (unterste Reihe) und die hinter dem Auflager zu verankernde Kraft resultieren eindeutig aus dem jeweiligen Spannungsfeld.



01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

23

Lastaufhängung

In dieser Abbildung wird das Prinzip der Lastaufhängung eingeführt. Anstatt die Lasten ausschliesslich über Druckelemente direkt auf das Auflager zu übertragen, kann durch Anordnung einer Vertikalbewehrung eine Aufhängung der anfallenden Querkraft erwirkt werden. Dadurch kann die im horizontalen Zugstab wirkende Bewehrungskraft abgestuft werden, entweder sprunghaft gemäss den Streben-Modellen (a) und (c) (Gurtkraftverlauf siehe (e)), oder kontinuierlich gemäss den Spannungsfeldern in den Bildern (b) und (d) (Gurtkraftverlauf siehe (f)). Insbesondere kann auch die Verankerung der Zugkraft am Auflager erleichtert werden. Im Vergleich mit Modellen ohne Aufhängebewehrung resultieren steilere, in der Regel günstigere Neigungen der Druckspannungstrajektorien (siehe effektive Druckfestigkeit).

Wie bei der direkten Abstützung kann sowohl reine Fächerwirkung als auch eine kombinierte Bogen- und Fächerwirkung angenommen werden. Die in den Bildern (b) und (d) dargestellten Spannungsfelder lassen sich durch gedankliche Abstraktion aus den in den Bildern (a) und (c) gezeigten Streben-Modellen ableiten.

Die Lasteinleitungs- und Auflagerplatten in den vier dargestellten Modellen haben alle gleiche Abmessungen $b = Q/(b_w f_c)$; folglich gilt für alle vier Gleichgewichtszustände der gleiche untere Grenzwert der Traglast.

Spannungsfelder

Lastaufhängung

(a,b): Ganze Last Q aufgehängt

- mehr Bügel, dafür weniger Längszugkraft zu verankern
- grösserer Hebelarm, somit kleinere F_c und F_t in Mitte als in Modellen (c, d)

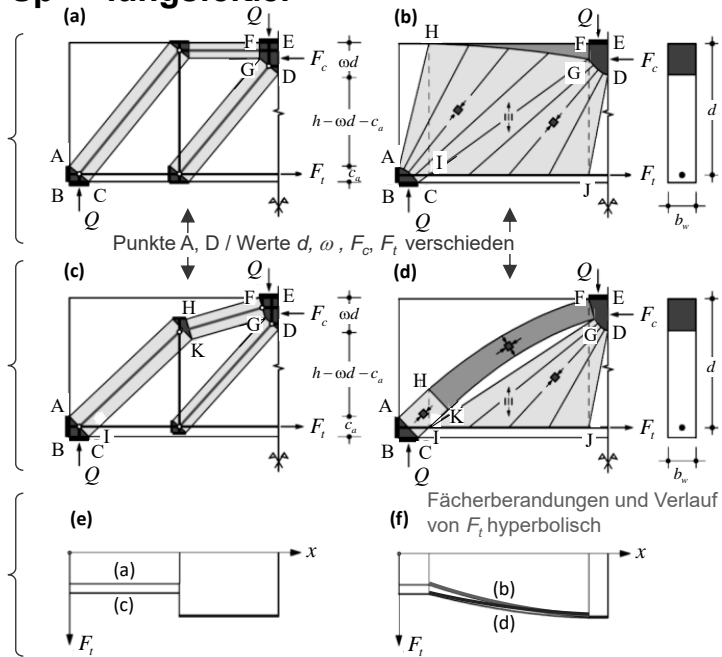
(c,d): Teil der Last Q aufgehängt

- Weniger Bügel, dafür mehr Längszugkraft zu verankern
- kleinerer Hebelarm (*), somit grössere F_c und F_t in Mitte als in Modellen (a, b)

(* da Knoten ABC höher ist)

Gurtkraftverlauf F_t

- (a,c) abgetrept, (b,d) stetig
- $F_{ta} = F_{tb} < F_{tc} = F_{td}$ auch in Mitte
- F_t in allen Fällen kleiner als bei direkter Abstützung

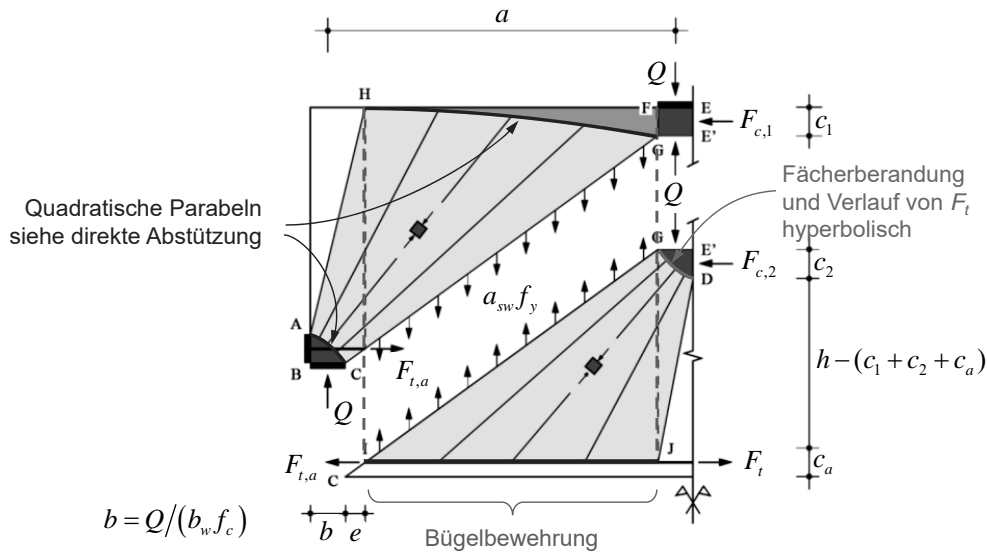


Im Spannungsfeld (b) fliesst die gesamte Last Q über den Fächer DGIJ zum horizontalen Zugstab hinunter, wird von dort mittels des parallelen vertikalen Zugbandes FHIJ an der Scheibenoberkante FH aufgehängt, stützt sich über die Druckzone GFH auf den Fächerrand GH und fliesst von dort über den Fächer ACGH zum Auflager. Im Spannungsfeld (d) fliesst nur ein Teil der Last Q über den Fächer DGIJ zum Zugstab und wird mit dem vertikalen parallelen Zugband FHIJ an der Bogenoberkante FH aufgehängt; der restliche Anteil von Q stützt sich über den Bogen GFHK und die Strebe ACKH direkt auf das Auflager ab. Dementsprechend erfordert die kombinierte Bogen- und Fächerwirkung gemäss (d) weniger vertikale Bewehrung als die reine Fächerwirkung (b), dafür sind die am Auflager zu verankernde Bewehrungskraft F_{tAB} und die Höhe des Knotenbereichs ABC grösser, die nutzbare statische Höhe d kleiner und demzufolge die in Scheibenmitte auftretenden Kräfte F_c und F_t grösser als für die reine Fächerwirkung (b). Aus denselben Gründen sind die Schnittgrössen F_c und F_t in Scheibenmitte für die Spannungsfelder (b) und (d) kleiner als für eine direkte Abstützung.

Das Verhältnis der im Spannungsfeld (d) über Bogen- und Fächerwirkung abgetragenen Lastanteile ist frei wählbar. Wird der über den Bogen direkt abgestützte Lastanteil stetig vergrössert, so nehmen die Bogenkrümmung und die Ausdehnung des Fächers DGIJ allmählich ab, während Länge und Breite der flacher werdenden Strebe ACKH anwachsen, so dass im Grenzfall die direkte Abstützung erreicht wird.

Spannungsfelder

Lastaufhängung (Detail Modell b)



Der Fächer ACGH in Spannungsfeld (b) ist demjenigen bei direkter Abstützung mit verteilter Belastung analog. Die Fächer DGIJ in den Spannungsfeldern (b) und (d) stützen sich dagegen an einem Ende auf einen Knotenbereich, am anderen auf einen geraden Stab ab; der Verlauf sowohl des Fächerrandes DG als auch der Stabkraft (im vorliegenden Fall die Zugkraft) ist hyperbolisch. Die Druckspannungen im Fächer betragen $\sigma_{c3} = -f_c$ am Knotenrand DG, nehmen entlang der Spannungstrajektorien hyperbolisch ab und bilden entlang der Strecke IJ Gleichgewicht mit der vertikalen, gleichmässig verteilten Bügelkraft sowie horizontalen Verbundkräften, welche die im Zugstab wirkende Kraft $F_{t,i}$ kontinuierlich abbauen.

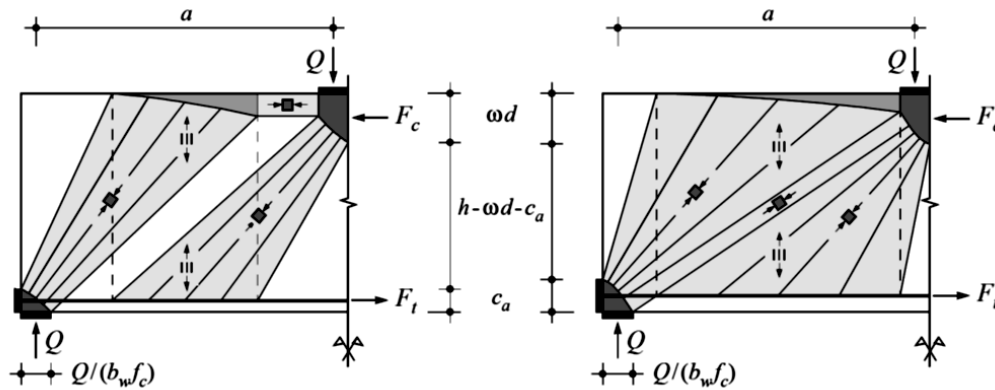
Das Spannungsfeld zeigt, dass nur die Bewehrung in der lichten Spannweite (zwischen den Lagerplatten) für die Lastaufhängung herangezogen werden kann; streng genommen sogar nur im Bereich F-H resp. I-J. Bügel im Bereich der Lagerplatten sind dazu nicht geeignet.

Auch bei diesen Spannungsfeldern können die genauen geometrischen Verläufe der einzelnen Elemente exakt ermittelt werden – was in der Praxis selten erforderlich ist. Der jeweilige Verlauf der Gurtkräfte, insbesondere die für das jeweilige Spannungsfeld am Auflager zu verankernden Bewehrungskräfte, können durch Gleichgewichtsbetrachtungen an geeigneten Schnitkörperdiagrammen ermittelt werden (für die Ermittlung der Endverankerung ist die Betrachtung statisch äquivalenter Strebenmodelle ausreichend).

Spannungsfelder

Lastaufhängung

Weitere mögliche Spannungsfelder (konzentrierte Bügelbewehrung, gemischtes Spannungsfeld für direkte Abstützung und Lastaufhängung)



Die Abbildung zeigt zwei Spannungsfelder, welche mit dem bereits behandelten Grundfall der reinen Fächerwirkung verwandt sind. Während dort der Bereich FHIJ mit Bügelbewehrung gerade so breit gewählt wurde, dass die beiden Fächer genau aneinander grenzen, das heisst eine gemeinsame Randtrajektorie haben, ist die verteilte Bügelbewehrung im oben dargestellten Spannungsfeld links über eine kürzere Länge verteilt.

Im oben dargestellten Spannungsfeld rechts ist eine kombinierte Streben- und Fächerwirkung dargestellt, bei der ein Teil der Last Q über eine zwischen den beiden Fächern verlaufende Strebe direkt auf das Lager abgestützt ist, so dass (ähnlich wie im Fall der kombinierten Bogen und Fächerwirkung) weniger vertikale Bewehrung als für eine reine Fächerwirkung erforderlich ist, dafür sowohl die am Auflager zu verankernde Bewehrungskraft $F_{tAB} = c_a b_w f_c$ als auch die in Scheibenmitte auftretenden Kräfte F_c und F_t grösser ausfallen.

Spannungsfelder

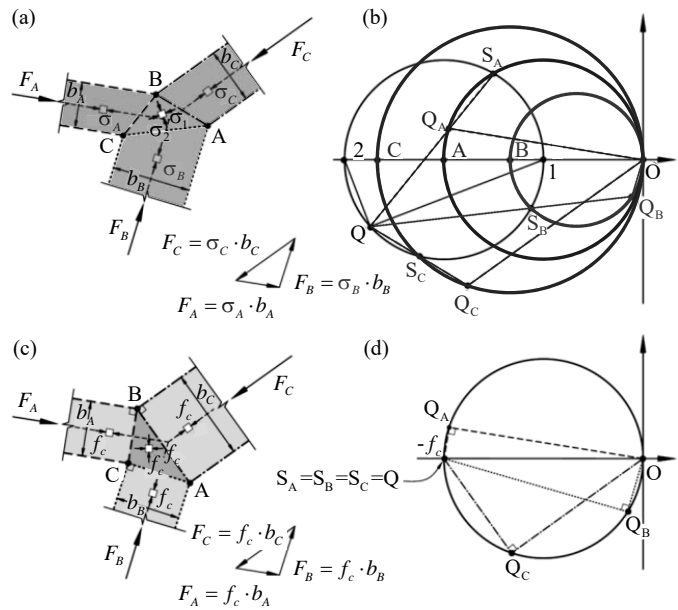
Knotenbereiche

(a) Allgemeiner Knoten: Streben mit $\sigma_A \neq \sigma_B \neq \sigma_C$
(Kräfte im Gleichgewicht!)

- Druckspannung im Knoten
 $\sigma_2 < \min(\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C)$, ausser Knotenberandung steht \perp auf entspr. Strebe
- Verbindungslinie der Pole der Mohrschen Kreise der Spannungszustände auf beiden Seiten einer Diskontinuitätslinie // Spannungsdiskontinuitätslinie

(c) Knoten mit $\sigma_A = \sigma_B = \sigma_C$ (praxisrelevant)

- Knotenberandung \perp zu Streben, Knotengeometrie affin zum Polygon der Strebenkräfte (Gleichgewicht)
- "hydrostatischer" Spannungszustand $\sigma_1 = \sigma_2 = f_c$ (streng genommen nicht hydrostatisch, da $\sigma_3 = 0$)



Knotenbereiche – allgemein

In Bild (a) treffen drei Streben mit unterschiedlichen Spannungen zusammen; die drei Kräfte sind im Gleichgewicht. Die grösste Druckspannung im Knoten ist grösser als die grösste Druckspannung in den Streben, ausser die Knotenberandung steht senkrecht auf die entsprechende Strebe. Die Verbindungslinie der Pole der Mohrschen Kreise der Spannungszustände auf beiden Seiten einer Diskontinuitätslinie ist parallel zur Spannungsdiskontinuitätslinie, Bild (b).

Wesentlich einfacher und praxisrelevanter sind die in den Bildern (c) (sowie (e) und (f) auf der folgenden Seite) gezeigten Knoten mit gleicher Spannung in allen Streben. Die Knotenberandung ist in diesem Fall senkrecht zu den Streben, und die Knotengeometrie ist affin zum Polygon der Strebenkräfte.

In den Knoten der Bilder (c) sowie (e) und (f) auf der folgenden Seite herrscht ein zweiachsig gleichförmiger (der Kürze wegen oft unpräzise als "hydrostatisch" bezeichneter) Spannungszustand, $\sigma_1 = \sigma_2 = f_c$, siehe (d) (natürlich ist der Spannungszustand nicht hydrostatisch, da die Spannung senkrecht zur Scheibenebene $\sigma_3 = 0$ ist).

Spannungsfelder

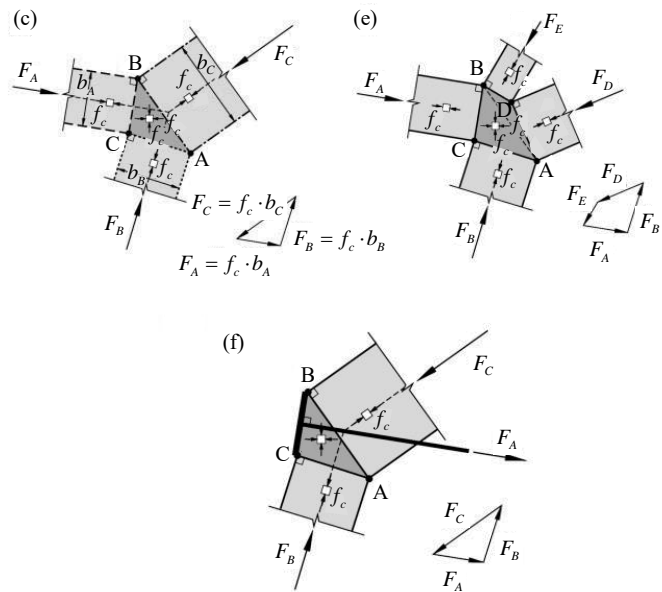
Knotenbereiche

(e) Ersatz einer Strebe (C) durch stat. äquivalente Streben (D, E)

- Nur der Verlauf der Knotenberandung innerhalb ersetzter Strebe ändert, übrige Knotenpunkte bleiben erhalten
- Nützlich bei Betrachtung von fächerartigen Spannungsfeldern (Knotenabmessungen anhand der Resultierenden = am einfachen Fachwerkmodell festlegen/überprüfen, genauer Verlauf Berandung unwichtig)

(f) Behandlung von Zugkräften

- Verankerung hinter Knoten, Behandlung wie Druckkraft (konstruktive Lösung: nächste Folie)



Wird die Strebe C in Bild (c) durch zwei statisch äquivalente Streben D, E ersetzt, ändert lediglich der Verlauf der Knotenberandung innerhalb der ursprünglichen Strebe, Bild (e); die Knotenpunkte A, B, und C bleiben erhalten.

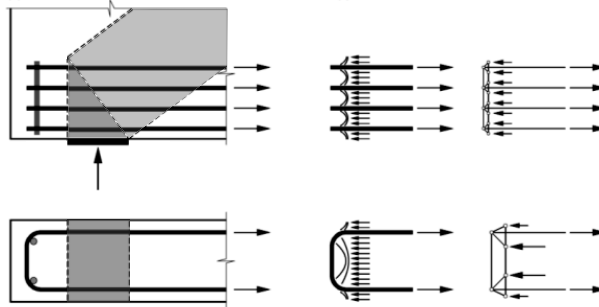
Dies ist insbesondere bei der Betrachtung von fächerartigen Spannungsfeldern nützlich (Knotenabmessungen können anhand der Resultierenden der Fächerspannungen resp. am einfachen Fachwerkmodell überprüft werden, der genaue Verlauf der Berandung ist unwichtig).

Zugkräfte können durch Ankerplatten hinter dem Knotenbereich verankert werden und wirken dann wie eine Druckkraft auf den Knoten. Dies ist jedoch unüblich (siehe folgende Seite).

Spannungsfelder

Knotenbereiche (siehe [4] p. 64)

- Sorgfältige konstruktive Durchbildung wichtig!
- Ankerplatten sind unüblich, zur Verankerung grosser Zugkräfte manchmal aber unabdingbar
- Alternative 1: Steckbügel resp. "Haarnadeln" anzuordnen, siehe Bilder unten. Lokales Spannungsfeld → Überdeckungsбетon nur durch Zugfestigkeit Beton aktivierbar
- Alternative 2: Bewehrungsstäbe mit Verankerungsköpfen ($d \approx 3\emptyset$), experimentell verifizierte Verankerung auf sehr kurzer Länge ($< 10\emptyset$) → Achtung, Spreizkräfte beachten!
- Alternative 3: Spannungsfelder mit kontinuierlichem Aufbau der Zugkraft durch Verbundschubspannungen. Benötigt aber grössere Knotenabmessungen.



Knotenbereiche – Konstruktive Durchbildung (Wiederholung aus Stahlbeton I)

Bei der konstruktiven Durchbildung sind die Knotenbereiche mit besonderer Sorgfalt zu behandeln. Ankerplatten sind in der Praxis unüblich; zur einwandfreien Verankerung grosser Zugkräfte bilden sie jedoch manchmal die einzige Möglichkeit. Alternativ kommen Bewehrungsstäbe mit Verankerungsköpfen in Frage.

Die Abbildungen auf der linken Seite zeigen eine mögliche konstruktive Ausbildung der Verankerung der Bewehrung mit Steckbügeln hinter dem Knotenbereich eines Endauflagers, welche auch etwa als Haarnadel-Bewehrung bezeichnet wird. Die Übertragung der am vertikalen Knotenrand wirkenden verteilten Druckspannungen auf die aus Einzelstäben mit Endschlaufen bestehende Bewehrung wird von Druckschalen gewährleistet, die sich im Beton ausbilden und auf die Schlaufenabbiegungen abstützen. Diese Tragwirkung lässt sich mit Spannungsfeldern oder entsprechenden Fachwerkmodellen nachbilden, siehe Abbildungen auf der rechten Seite. Man sieht, dass Betonzugspannungen erforderlich sind, um die Übertragung der Kräfte vom Beton auf die Bewehrung zu gewährleisten. Die Anordnung von Dübelstäben an den Abbiegestellen unterstützt die Übertragung und gleichmässige Verteilung der Betondruckkraft auf die Bewehrung.

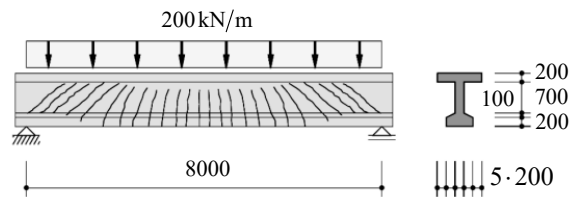
Eine weitere Alternative besteht in der vertikalen Abbiegung der Biegebewehrung mit genügender Verankerungslänge, so dass hinter dem Auflager insgesamt die benötigte Zugkraft verankert ist (siehe Vorlesung).

Spannungsfelder

Träger – Beispiel 1 (siehe [4] p. 66 ff)

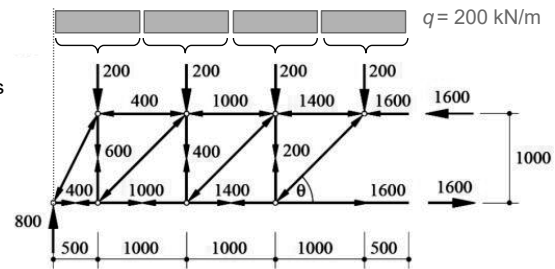
Träger mit Belastung, erwartetes Rissbild

- Idealisierung als ebenes Element
- Ober-/Untergurt auf Schwerpunktsachsen reduziert: "Stringer"
- Steg als ebene Scheibe modelliert



Mögliches Fachwerkmodell

- Obergurt und Diagonalen (Beton) = Druckkräfte
- Untergurt (Längsbewehrung) und Pfosten (Bügel) = Zugkräfte
- verteilte Belastung auf statisch äquivalente Einzellasten in den Knoten des Obergurts reduziert
- korrekte Fachwerkgeometrie: Knoten so, dass zur Belastung statisch äquivalente Knotenkräfte angesetzt werden können (daher erste Druckdiagonale steiler!)
- Fachwerkmodelle können bei Bedarf zu Spannungsfeldern verfeinert werden



(Kräfte in kN, Abmessungen in mm)

Spannungsfelder für Träger

Nachfolgend werden die Grundlagen von Fachwerkmodellen und Spannungsfeldern für Träger, welche bereits in Stahlbeton I behandelt wurden, wiederholt.

Aus den diskontinuierlichen Spannungsfeldern können die erforderliche Längs- und Querbewehrung sowie deren konstruktive Ausbildung direkt bestimmt werden. Das «Versatzmass» ist implizit enthalten; bei der Bestimmung der Bewehrung sind einzig noch Verankerungslängen zu berücksichtigen, was ohne besonderen Aufwand möglich ist.

Die obere Abbildung zeigt Belastung und erwartetes Rissbild eines als einfacher Balken gelagerten profilierten Stahlbetonträgers. Der Träger wird nun als ebenes Element idealisiert; Ober- und Untergurt werden auf ihre Schwerpunktsachsen (sogenannte "stringer") reduziert und der Steg als ebene Scheibe (mit verschwindender Dicke) verstanden.

Spannungsfelder

Träger – Beispiel 1 (siehe [4] p. 66 ff)

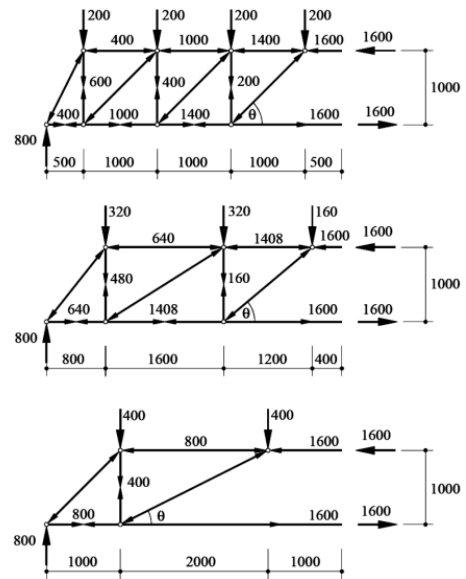
Verschiedene mögliche Fachwerkmodelle

- Unterschiedliche Neigungen der Betondruckdiagonalen
- Flachere Druckdiagonalen:
 - mehr Längsbewehrung, dafür
 - weniger Bügelbewehrung
- Einfluss der Betondruckdiagonalenneigung auf gesamtes Bewehrungsvolumen gering

NB:

- Nachrechnung bestehender Brücken, die nach früheren Normen (schiefe Hauptzugspannungen) bemessen wurden: Tragsicherheitsnachweis oft nur mit sehr flachen Neigungen möglich
- Sehr flache Neigungen führen zu grossen vertikalen Verzerrungen im Steg → Betondruckfestigkeit beeinträchtigt, Bügel können frühzeitig reißen
- SIA 262:

$$k_c = \frac{1}{1,2 + 55\varepsilon_1} \leq 0,65$$



In der unteren Abbildung auf der vorhergehenden Seite sowie auf dieser Seite (obere Abbildung entspricht vorhergehender Seite) sind alternative, auf unterschiedlich gross gewählten Neigungen der Betondruckdiagonalen basierende Fachwerkmodelle für das idealisierte ebene Tragwerkselement dargestellt, mit Druckkräften im Obergurt und den geneigten Diagonalen (Beton) sowie Zugkräften im Untergurt (Längsbewehrung) und in den vertikalen Pfosten (Bügelbewehrung); die verteilte Belastung ist dabei auf statisch äquivalente Einzellasten in den Knoten des Obergurts reduziert. Man erkennt, dass für flacher werdende Druckdiagonalen die erforderliche Menge an Längsbewehrung zu- und diejenige an Bügelbewehrung abnimmt.

Zur Grösse der effektiven Druckfestigkeit des Betons siehe weiter hinten.

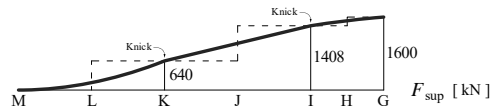
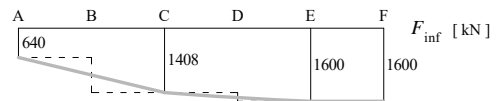
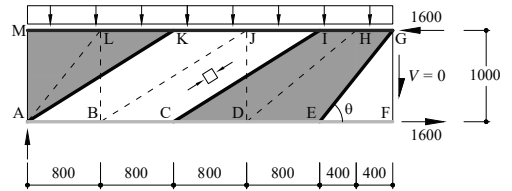
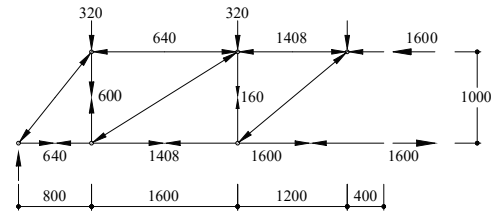
Spannungsfelder

Träger – Beispiel 1 (siehe [4] p. 66 ff)

Fachwerkmodell und entsprechendes Spannungsfeld

- Gestrichelte Linien = Wirkungslinien der Spannungsergebenden der einzelnen Elemente des Spannungsfelds = Fachwerkstäbe
- Spannungsergebende des Spannungsfelds = Beträge der Fachwerk-Stabkräfte
- Zug- und Druckstringer AF und GM, Fächer CEGI, im Auflagerpunkt A zentrierter Fächer AKM, paralleles Druckband ACIK, vertikale Zugbänder CEIK und ACKM
- Ermittlung der Gurtkräfte = Stringerkräfte: Gleichgewicht der entlang der Gurtachsen wirkenden Belastung und der in den einzelnen Elementen auftretenden Kräfte
- Verlauf entlang Fächerrändern CE, GI und KM parabolisch, entlang Druckbandrändern AC und IK linear (siehe Beispiel 2)

- Vertikale Zugbänder CEIK und ACKM: gleichmässig verteilte Kräfte (100 kNm^{-1} resp. 300 kNm^{-1})
- Gurtkräfte aus Spannungsfeld und Fachwerkmodell in Schnitten CK und EI identisch (Abstufung Bügelkräfte = Diskontinuitätslinien der vertikalen Zugbänder)



Spannungsfelder

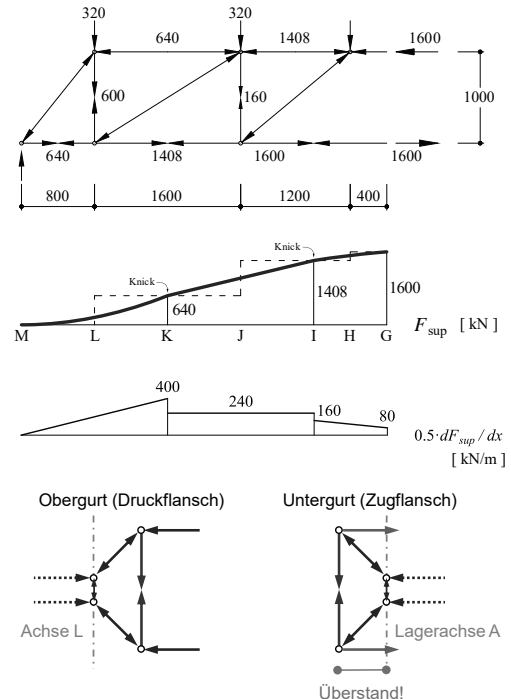
Träger – Beispiel 1 (siehe [4] p. 66 ff)

Ausbreitung der Druckstringerkraft in den Oberflansch

- Einfaches 45°-Fachwerkmodell (kann zu Spannungsfeld verfeinert werden)
- Eingeleitete Längskraft = Gradient Längskraftverlauf im Druckstringer = Horizontalkomponente der Druckkräfte in Fächern und parallelem Druckband entlang GM
- Eingeleitete Längskraft stützt sich über geneigte Druckstreben auf in den Schwerpunktsachsen der Oberflanschhälften angeordneten Druckstringer ab
- Es resultieren Querkzugkräfte → entsprechende Verbügelung der Flanschplatte
- Berücksichtigung der Stegbreite = 200 mm im Fachwerkmodell = Einsparung Flanschbügelbewehrung

Ausbreitung der Zugstringerkraft in den Unterflansch

- Untersuchung analog (Ausbreitung auf im Flansch verteilte Längsbewehrungsstäbe, Verbügelung)
- Ausbreitung bei Auflager A erfordert Lagerüberstand (in der Größenordnung der halben Flanschbreite mit aktivierter Zugbewehrung)
- Ohne Lagerüberstand ist die beim Auflager erforderliche Zugbewehrung (640 kN) unmittelbar unter dem Steg zu verankern.



01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

33

Die oberen beiden Abbildungen zeigen nochmals den Verlauf der Druckstringerkraft.

Die Querkzugbeanspruchung resultiert aus der Einleitung der Längsschubkraft zwischen Steg und Flansch. Diese Längsschubkraft entspricht der Änderung der Obergurtkraft, welche (entsprechend $dM/dx = V$) direkt mit dem Verlauf der Querkraft zusammenhängt (Horizontalanteil der geneigten Druckstreben im Spannungsfeld bzw. Fachwerkmodell).

Das darunter dargestellte 45°-Fachwerkmodell veranschaulicht die Ausbreitung der Druckstringerkraft in der Obergurtplatte. Die eingeleitete Längskraft (Verlauf ganz unten abgebildet) entspricht dem Gradienten des Längskraftverlaufs im Druckstringer (beziehungsweise der Horizontalkomponente der Druckkräfte in den Fächern und im parallelen Druckband entlang GM). Sie steht über geneigte Druckstreben mit den in den Schwerpunktsachsen der Oberflanschhälften angeordneten Druckstringern im Gleichgewicht. Dies erfordert Querkzugkräfte und eine entsprechende Verbügelung der Flanschplatte; man beachte, dass die Berücksichtigung der Stegbreite = 200 mm im Fachwerkmodell zu einer Einsparung an Flanschbügelbewehrung führt.

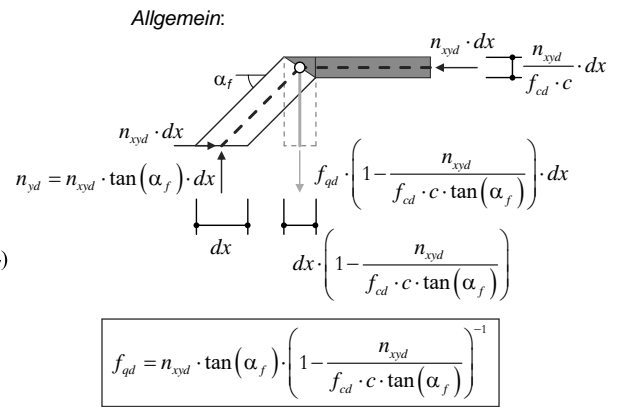
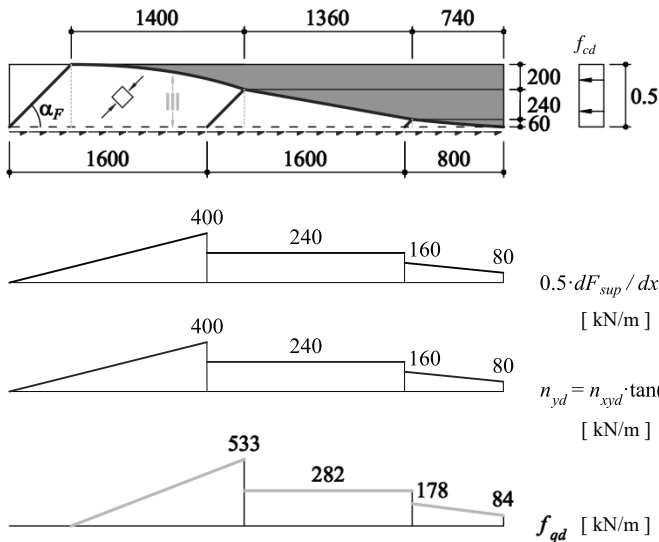
Analog kann die Ausbreitung der Zugstringerkraft auf die einzelnen Längsbewehrungsstäbe und die erforderliche Verbügelung im Untergurt untersucht werden. Selbstverständlich lassen sich die Fachwerkmodelle für die Ausbreitung der Gurtkräfte auch zu entsprechenden Spannungsfeldern verfeinern.

Ergänzende Bemerkungen

Um für Biegung die ganze Flanschbreite aktivieren zu können (was in Querschnittsnachweisen üblicherweise vorausgesetzt wird), muss die in der Stegachse eingeleitete Längskraft offensichtlich gespreizt werden. Das Stabmodell, an dem üblicherweise die Schnittkräfte ermittelt werden, ist eine Idealisierung, aus welcher solche Effekte nicht ersichtlich sind. Mit der «effektiven Breite» kann die für übliche Verhältnisse mögliche Spreizung berücksichtigt werden, und darauf basierend kann die erforderliche Querbewehrung ermittelt werden.

Spannungsfelder – Schubanschluss

Beispiel – Grundriss des Plattenbalkens



An der Stelle des maximalen Moments wird auf der ganzen Breite die Betondruckfestigkeit f_{cd} angesetzt (Biegetragsicherheit ausgeschöpft, resp. effektive Flanscbreite entsprechend gewählt). Die Schubkräfte, welche aus dem Steg eingeleitet werden, werden über Druckdiagonalen in den Flansch ausgebreitet. Der Winkel, mit welchem die Gurtkraft in den Flansch ausgebreitet wird, kann grundsätzlich – genau wie die Druckfeldneigung – frei gewählt werden. Unter Berücksichtigung der vorhandenen Geometrie sollte jedoch überprüft werden, ob genügend Platz für die Druckdiagonalen sowie für die verteilte Bügelbewehrung vorhanden ist. Eine massstäbliche Konstruktion des Spannungsfelds ist daher stets zu empfehlen.

Durch die Ausbreitung der Gurtkraft wird in Feldmitte eine grössere Breite als Druckzone aktiviert als in Auflagernähe. Die Breite der Druckzone stimmt daher nur in Feldmitte mit der «effektiven Breite» des Flanschs überein, und auch dies nur, sofern mit der Ausbreitung unter dem gewählten Winkel diese ganze Breite aktiviert werden kann. Andernfalls ist der Winkel der Ausbreitung (und damit die Spreizbewehrung) zu erhöhen, sofern in Feldmitte die ganze effektive Breite für den Biegenachweis angesetzt werden soll.

Ergänzende Bemerkungen

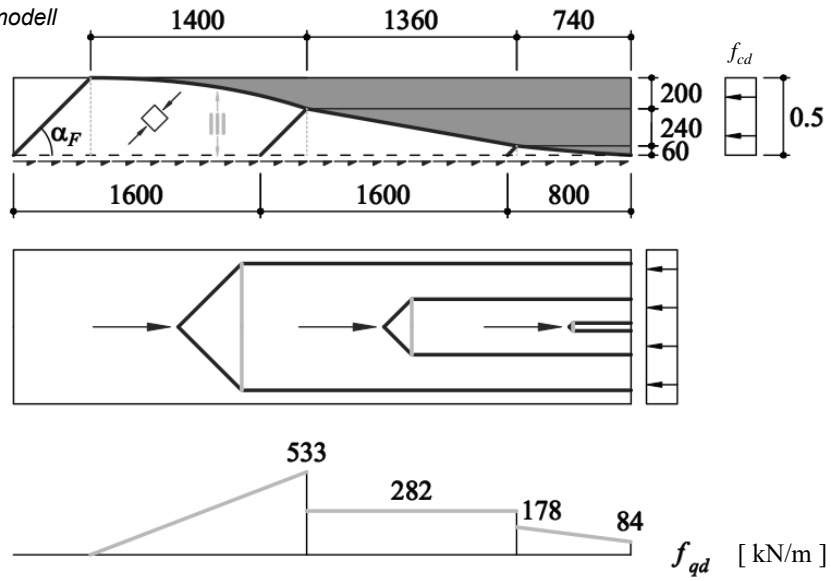
In der Praxis beschränkt man sich meist darauf, die maximale Querbewehrung zu ermitteln; diese wird dann über die ganze Länge (allenfalls mit 1-2 Abstufungen) eingelegt.

In der Folie ist ein Spannungsfeld dargestellt, welches keine Kreuzung von diagonalen und achsparallelen Druckfeldern erfordert. Dadurch resultieren relativ grosse Querkzugkräfte (pro m), da die Querkzugbewehrung erst in einem grösseren Abstand vom Auflager wirksam ist. Grundsätzlich sind auch Spannungsfelder möglich, bei welchem die in Auflagernähe ankommende Längskraft auf eine kleinere Breite gespreizt wird als in Feldmitte. Damit kann eine auflagernahe Querkzugbewehrung ausgenützt werden, und es resultieren kleinere Querkzugkräfte (pro m). Dabei kreuzen sich aber diagonale und achsparallele Druckfelder, wodurch die Überprüfung der Druckfestigkeit erschwert wird (bei Ansatz von f_c in Längsrichtung wäre die Druckspannung im Kreuzungsbereich $> f_c$).

Spannungsfelder – Schubanschluss

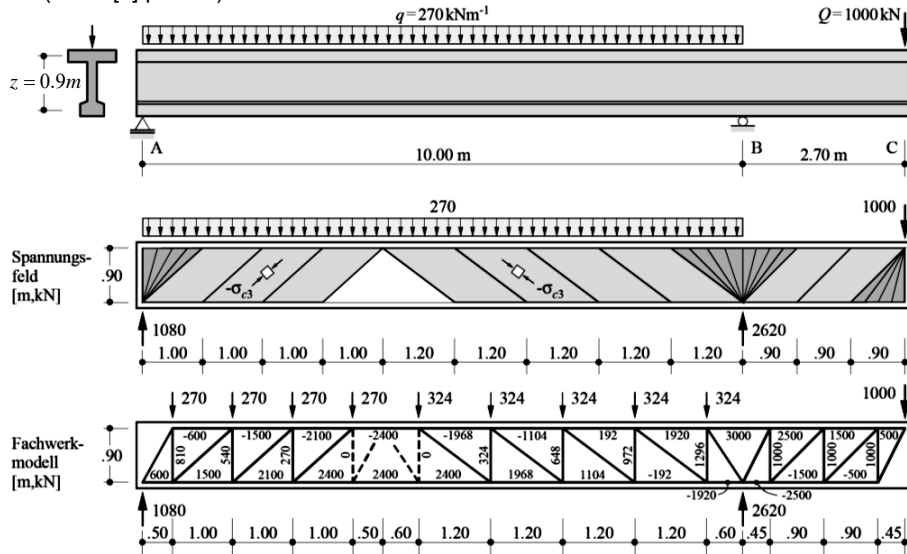
Beispiel – Grundriss des Plattenbalkens

... und zugehöriges Fachwerkmodell



Spannungsfelder

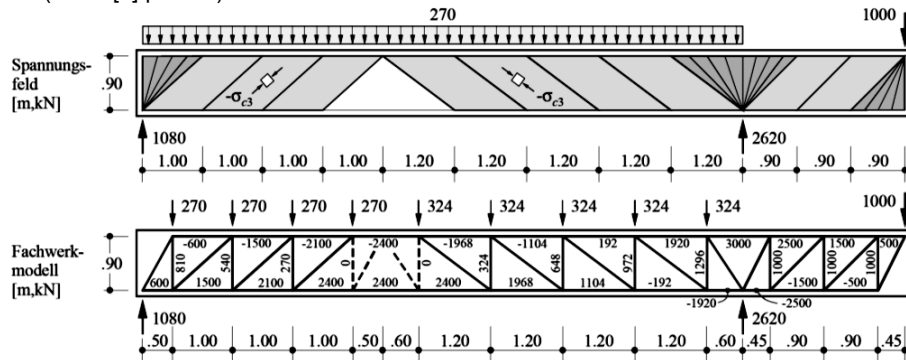
Träger – Beispiel 2 (siehe [4] p. 66 ff)



Die oberste Abbildung zeigt einen als einfachen Balken mit einseitigem Überhang gelagerten profilierten Stahlbetonträger und seine Belastung. Darunter sind ein mögliches Spannungsfeld und das entsprechende Fachwerkmodell dargestellt. Querkraftnullpunkte treten in einem Abstand von 4 m vom Auflager A, beim Lager B und am Balkenende C auf, und die entsprechenden Balkenabschnitte werden einfachheitshalber in gleich grosse Teilabschnitte unterteilt. Das Spannungsfeld besteht aus Zug- und Druckstringer, zentrierten Fächern an den Stellen, wo konzentrierte Kräfte eingeleitet werden, geneigten parallelen Druckbändern mit Seitenlängen von 1.0, 1.2 und 0.9 m (und folglich Druckfeldneigungen von 42.0° , 36.9° und 45.0°) sowie entsprechend breiten vertikalen Zugbändern.

Spannungsfelder

Träger – Beispiel 2 (siehe [4] p. 66 ff)



Konstruktion und Elemente des Spannungsfelds

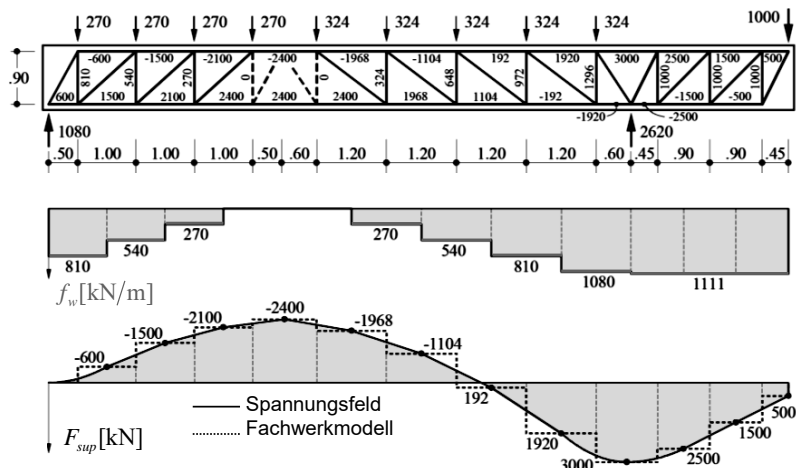
- Querkraftnullpunkte 4 m ab Auflager A, Auflager B, Balkenende C
- Unterteilung der resultierenden Abschnitte in gleiche Unterabschnitte → Neigung der parallelen Druckbänder (Druckfelder) von $\tan^{-1}(0.9/1.0) = 42.0^\circ$, $\tan^{-1}(0.9/1.2) = 36.9^\circ$ und $\tan^{-1}(0.9/0.9) = 45.0^\circ$
- zentrierte Fächer (Trajektorien schneiden sich in einem Punkt) bei konzentrierten Lasten
- Zug- und Druckstringer, vertikale Zugbänder (Bügelbewehrung)

Spannungsfelder

Träger – Beispiel 2 (siehe [4] p. 66 ff)

Bestimmung der Kräfte im Spannungsfeld

- Bügelkräfte f_w (pro Einheitslänge) folgen direkt aus diagonalen Schnitten entlang Grenzen der Parallelfelder resp. Fächer; sie sind entlang dieser Grenzen konstant
- Bügelkräfte sind abschnittsweise konstant; da die Belastung oben angreift ist das Produkt $f_w \cdot z \cdot \cot \alpha$ dem Querkraftdiagramm einbeschrieben (sogenannter «staggering effect»)



- Belastung q_{inf} unterhalb Obergurt ist durch vertikale Bewehrung zusätzlich aufzuhängen, $\Delta f_w = q_{inf}$
- Gurtkräfte gemäss Spannungsfeld und Fachwerkmodell stimmen an Stellen überein (Punkte mit Zahlenwerten), wo die vertikalen, abschnittsweise gleichmässig verteilten Bügelkräfte abgestuft sind.

Der Verlauf der verteilten Bügelkraft, in der mittleren Abbildung in blauer Farbe dargestellt, ist für Fachwerkmodell und Spannungsfeld identisch (treppenförmig). Solange Lasten nur am Obergurt angreifen und der Träger als gewichtslos angenommen wird, ist die Treppenlinie der Querkraftlinie eingeschrieben; in der Literatur findet man für diese Tatsache den Begriff “staggering effect”. Ferner sei erwähnt, dass sich die Bügelkräfte an Schnittkörperdiagrammen mit Schnitten entlang der Ränder der parallelen Druckbänder beziehungsweise Fächer (= konstant) direkt bestimmen lassen.

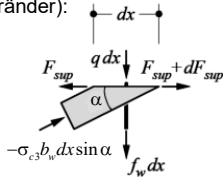
Allfällige unterhalb des Obergurts angreifende Lasten (im vorliegenden Fall das vernachlässigbare Eigengewicht der Stegscheibe und des Unterflansches) müssen mittels zusätzlicher Bügelbewehrung aufgehängt werden.

Spannungsfelder

Träger – Beispiel 2 (siehe [4] p. 66 ff)

Bestimmung der Kräfte im Spannungsfeld

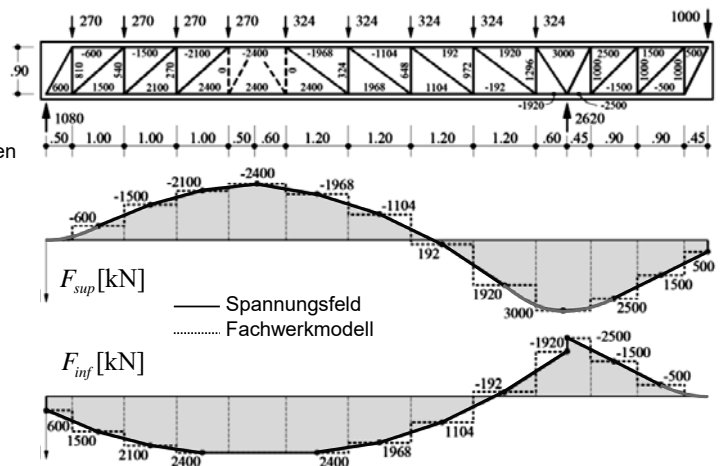
→ Verlauf der Gurtkräfte F_{sup} , F_{inf} und der Betondruckspannungen (Gurtränder):



$$-\sigma_{c3} = \frac{(q + f_w)(1 + \cot^2 \alpha)}{b_w} = \frac{q + f_w}{b_w \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{dF_{sup}}{dx} = -(q + f_w) \cot \alpha \quad \frac{dF_{inf}}{dx} = f_w \cot \alpha$$

- Für konstante Belastung q sind die Gurtkräfte F_{sup} , F_{inf} entlang paralleler Druckbänder linear (f_w und $\cot \alpha$ konstant), entlang zentrierter Fächer parabolisch (f_w konstant, $\cot \alpha$ linear)
- Betondruckspannungen sind in parallelen Druckbändern konstant (entlang Trajektorien und über Breite des Druckbandes), entlang der (geraden) Trajektorien der Fächer variieren sie hyperbolisch.



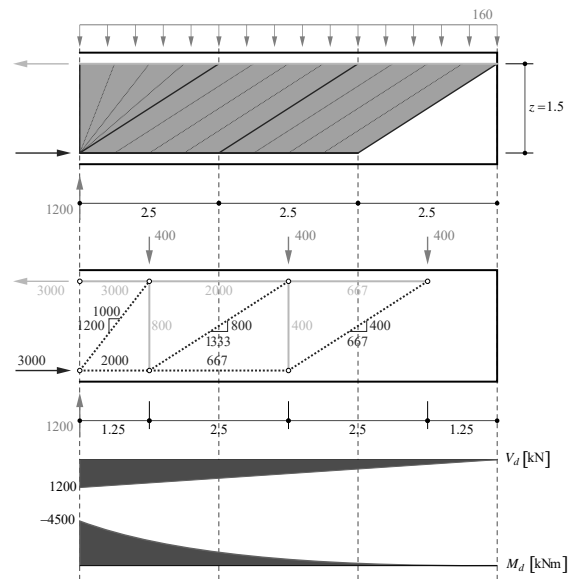
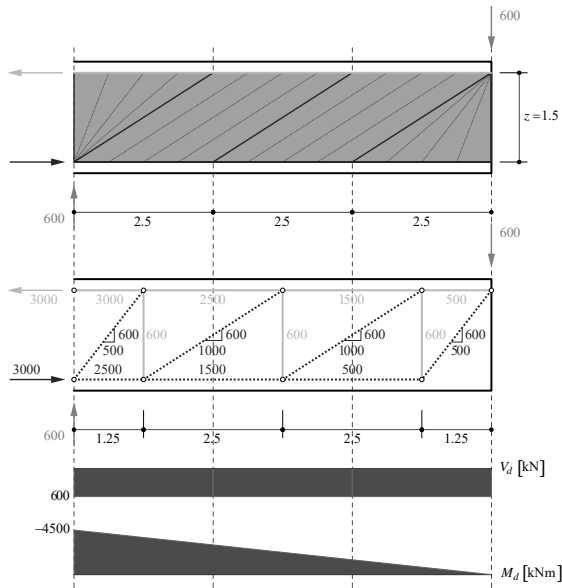
Die Abbildung zeigt den Verlauf der Längskräfte in den Gurten. Wie bereits erwähnt, stimmen die Gurtkräfte gemäss Spannungsfeld und Fachwerkmodell an Stellen, wo die vertikalen, abschnittsweise gleichmässig verteilten Bügelkräfte abgestuft sind, überein.

Im Bereich paralleler Druckfelder verlaufen die Gurtkräfte linear, im Bereich punktzentrierter Fächer parabolisch.

Die Betondruckspannungen sind in den Spitzen der punktzentrierten Fächer theoretisch unendlich gross; dennoch eignen sich solche Fächer für die Betrachtung. Weitere Erklärungen auf nachfolgenden Folien.

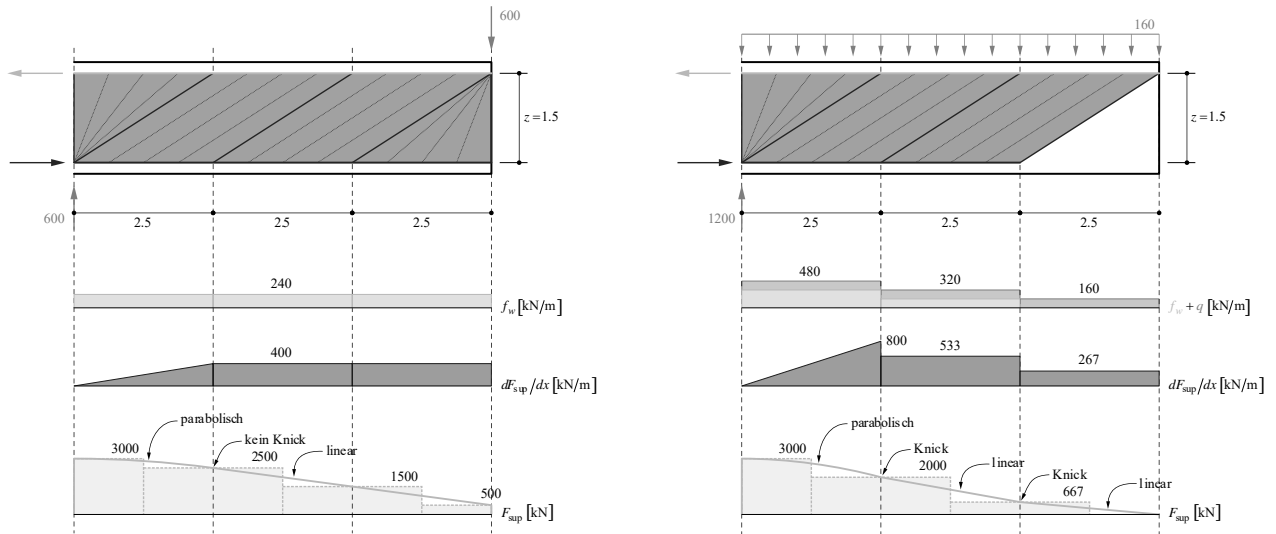
Spannungsfelder

Beispiel 3: Kragarm mit Einzellast und verteilter Belastung



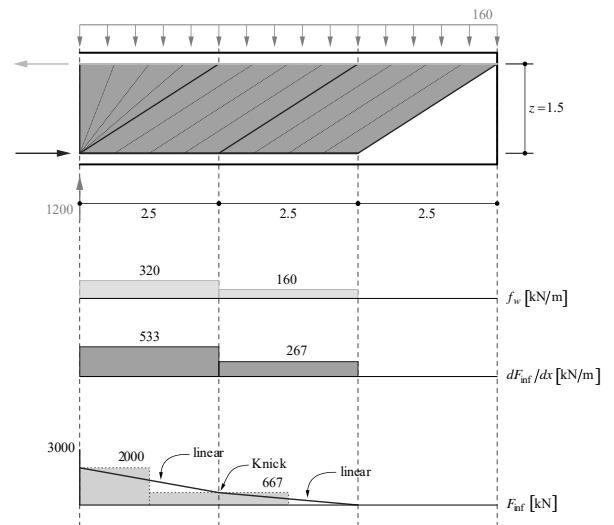
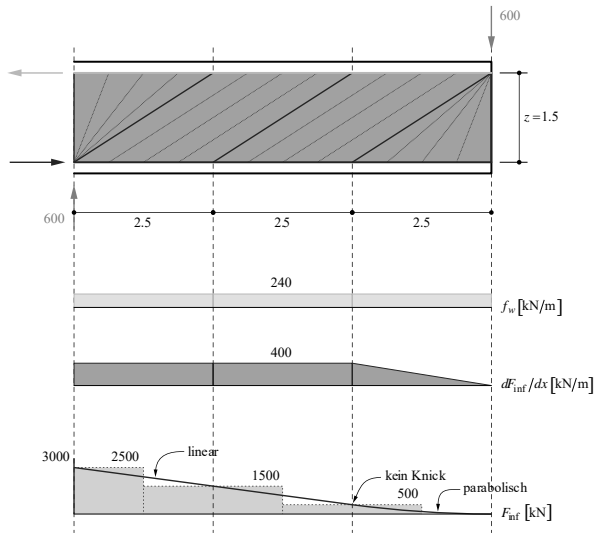
Spannungsfelder

Beispiel 3: Kragarm mit Einzellast und verteilter Belastung



Spannungsfelder

Beispiel 3: Kragarm mit Einzellast und verteilter Belastung



Spannungsfelder

Vergleich verschiedener Fächer (u.a. bei Auflagern) (siehe [4] p. 70 ff)

- Betondruckspannung in der Spitze der (Punkt-)zentrierten Fächer wäre unendlich gross
- (e) Ungünstig: Allgemeine zentrierte Fächer. Druckspannungen am unteren Ende der flachsten Trajektorie sind bei starken Neigungswechseln wesentlich grösser als in angrenzenden parallelen Druckbändern, da an gleicher Stelle zugleich flachste Neigung, d.h. $(1 + \cot^2 \alpha)$ maximal, und grösste Bügelkraft f_w

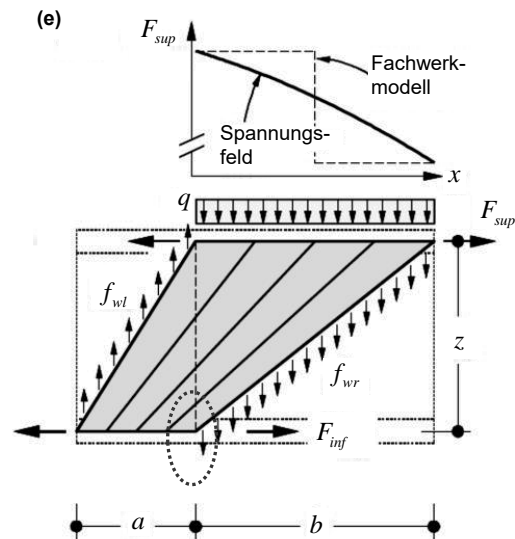
N.B. In den angrenzenden Parallelfeldern gilt (für $q = 0$):

$$-\sigma_{c3} = \frac{f_w(1 + \cot^2 \alpha)}{b_w}$$

$$f_w = \frac{V}{z \cot \alpha}$$

$$\rightarrow -\sigma_{c3} = \frac{V}{b_w z} (\tan \alpha + \cot \alpha) = \frac{V}{b_w z \sin \alpha \cos \alpha}$$

d.h. im flacheren Parallelfeld sind die Spannungen grösser.



Allgemeine zentrierte Fächer

Anstatt die Bereiche zwischen den Querkraftnullpunkten in gleiche Abschnitte zu unterteilen (Fächer nur bei konzentrierten Lasten/Lagern, sonst alles Parallelfelder), könnte ein aus lauter zentrierten Fächern, siehe Abbildung oben, zusammengesetztes Spannungsfeld gewählt werden. Die Bügelkräfte auf beiden Seiten solcher Fächer sind durch $a \cdot f_{wl} = b \cdot (q + f_{wr})$ verknüpft, und die Druckspannungen $-\sigma_{c2}$ im Stegbeton sind in der unteren rechten Ecke des Fächers am grössten (grösserer Wert von f_{wr} und flachste Neigung, siehe oben).

Starke Neigungswechsel sind zu vermeiden, da die Betondruckspannungen viel grösser werden als in den angrenzenden Parallelfeldern. Dies ist auf der folgenden Seite für einen konkreten Fall illustriert (numerisches Beispiel).

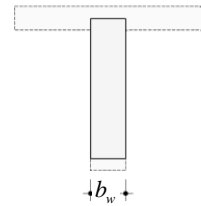
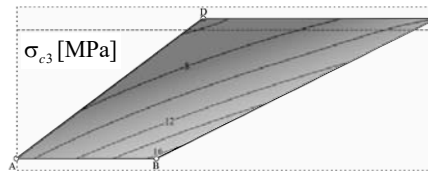
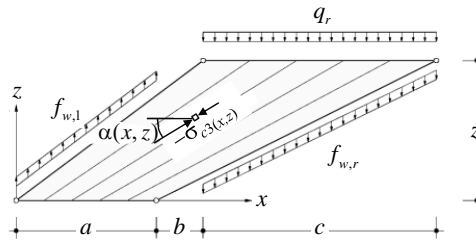
Siehe auch Bemerkungen zur effektiven Betondruckfestigkeit weiter hinten.

Spannungsfelder

Druckspannungen im allgemeinen (zentrierten) Fächer

Numerisches Beispiel

- Betondruckspannungen variieren bei markanten Wechseln von α sehr stark (in angrenzenden Parallelfeldern ca. 5 MPa resp. 10 MPa, im ungünstigsten Punkt B aber 16 MPa!
- Unterschied zu Knoten bei Auflager: kein Querdruck (vertikal) durch Auflagerkraft und keine Querbehinderung (horizontal) durch Lagerplatte resp. Fächer der angrenzenden Spannweite \Rightarrow viel ungünstiger
- Starke Wechsel der Neigungen sind sehr ungünstig und zu vermeiden!

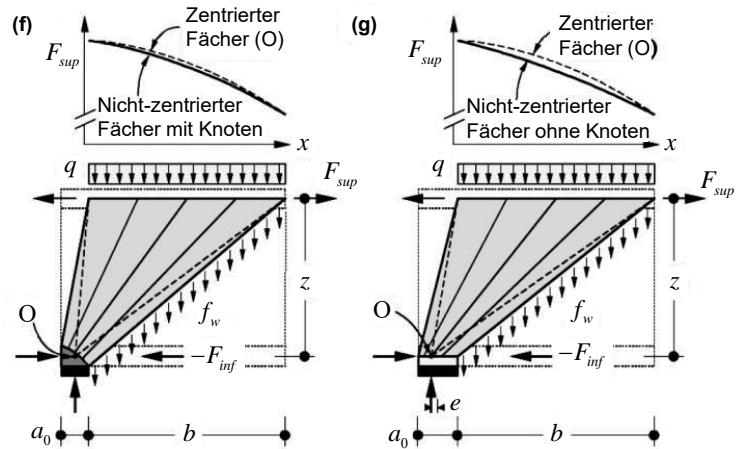


[aus Marti und Stoffel 1999]

Spannungsfelder

Vergleich verschiedener Fächer (u.a. bei Auflagern) (siehe [4] p. 70 ff)

- (f) Übliche Lösung:
Nicht-zentrierte Fächer mit Knotenbereich, siehe Spannungsfelder für Scheiben mit Rechteckquerschnitt (im Knoten $-\sigma_{c3} < f_c \rightarrow$ Abmessungen der Lagerplatte entsprechend festlegen)
- (g) Weniger geeignet: Nicht-zentrierte Fächer ohne Knotenbereich (braucht bei gleichem f_c grössere Länge, Verbund muss überprüft werden)



→ Gurtkraftverlauf F_{sup} im Fächerbereich kann konservativ am zentrierten Fächer überprüft werden, sofern die Höhe des Knotenbereichs gemäss (f) im Flansch liegt (Kontrolle mit F_{inf} aus zentriertem Fächer). Andernfalls ist der Hebelarm der inneren Kräfte (iterativ) zu reduzieren.

Knotenbereiche / Druckspannungen in Fächern

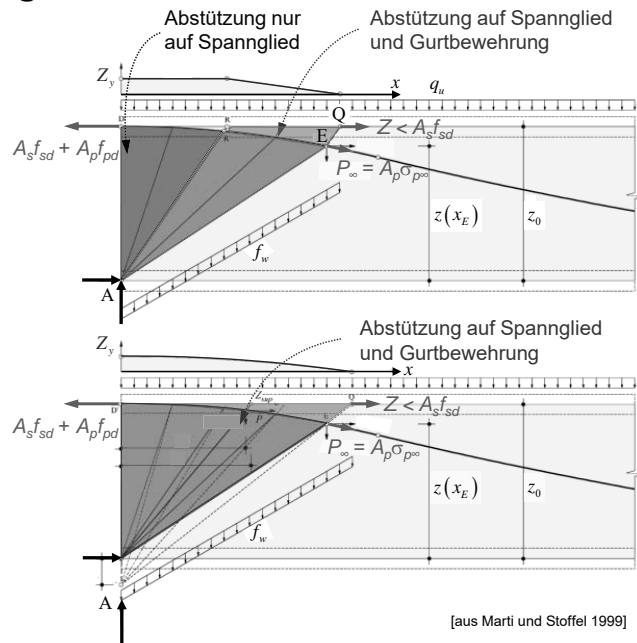
Bisher wurden punktzentrierte Fächer betrachtet, in deren Zentrum die Betondruckspannungen unendlich gross wären. Die erforderliche Breite der Lager- und Lastenleitplatten kann mit solchen Fächern daher nicht überprüft werden. Stattdessen verwendet man nicht-zentrierte Fächer, siehe Abbildung oben (zentrierte Fächer, die nicht in einem Punkt zusammenlaufen, sind ungeeignet, da eine starke Konzentration der Betondruckspannungen in der flachsten Trajektorie auftritt, siehe vorne). Von praktischer Bedeutung sind dabei primär Fächer mit Knotenbereich, Bild links; mit Fächern ohne Knotenbereich (Bild rechts) ergeben sich zu grosse Lagerplatten.

Der Verlauf der Knotenberandung ergibt sich aus Gleichgewicht am differentiellen Fächerelement. Üblicherweise genügt die Bestimmung der Höhe und Breite des Knotens; hierbei kann der Fächer durch die resultierende Druckstrebe ersetzt werden, siehe vorne. Die Gurtkräfte, welche sich aus nicht-zentrierten Fächern ergeben, sind geringer als diejenigen des entsprechenden zentrierten Fächers, solange die horizontale Resultierende nicht oberhalb des Untergurtschwerpunktes angreift (in diesem Fall ist eine iterative Berechnung mit reduziertem d_v erforderlich). Somit können bei der Bemessung die Gurtkräfte anhand der einfacheren zentrierten Fächer bestimmt werden.

Spannungsfelder

Gurtkraftverlauf in zentriertem Fächer mit Vorspannung

- Aufteilung der Gurtkräfte auf schlaife Gurtbewehrung (Z) und Spannglied (P) ist aus Gleichgewicht nicht eindeutig bestimmt
- Plausible Annahme über Kraftverlauf treffen
 - Zunahme der Spannkraft nur im dekomprimierten Bereich (in der Regel ist die Annahme von P_∞ am Fächerrand vernünftig, d.h. Zuwachs der Spannkraft nur im Fächerbereich)
 - Für normale Verhältnisse kann sich der Auflagerfächer nie auf seine ganze Länge nur auf das Spannglied abstützen, sondern die Abstützung erfolgt teilweise auf Spannglied und schlaife Zuggurtbewehrung.
- Mögliche Lösung siehe Abbildung rechts oben: Annahme, dass sich der Fächer im ersten Bereich nur auf das Spannglied stützt, im zweiten auf das Spannglied und die schlaife Bewehrung des Zuggurts. Die Lage der Punkte E, Q und der Wert von f_w können aus den Gleichgewichtsbedingungen bestimmt werden.
- Variante in Abbildung rechts unten: fiktiver Fächer für Ermittlung der Zuggurkraft (parabolisch), Abstützung des Fächers über ganzen Fächer auf Spannglied und schlaife Gurtbewehrung. Die Geometrie kann wiederum aus Gleichgewicht ermittelt werden, und die Bügelkräfte sind auch hier oberhalb und unterhalb des Spannglieds unterschiedlich gross.



[aus Marti und Stoffel 1999]

Bei Trägern mit Vorspannung ist die Ermittlung des Gurtkraftverlaufs auch bei einer bestimmten Annahme der Druckfeldneigung nicht eindeutig. Dies, da die Aufteilung der Gurtkräfte aus den Gleichgewichtsbedingungen nicht bestimmt werden kann.

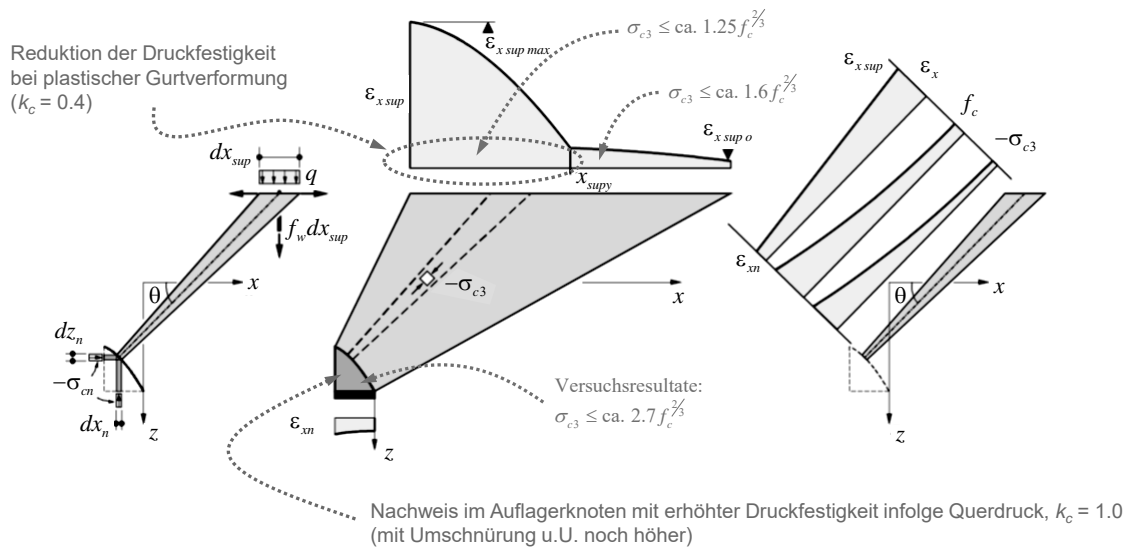
In der Abbildung sind zwei mögliche, plausible Lösungen für die Aufteilung dargestellt. Im Bild oben stützt sich der erste Teil des Fächers (gelb) nur auf das Spannglied ab. Rechts davon stützt sich der (orange) Fächer sowohl auf das Spannglied als auch auf die schlaife Bewehrung, wobei ein linearer Verlauf der Kraft in der schlaften Bewehrung angenommen wird. Die Lage des Übergangs vom gelben zum orangenen Fächer folgt aus der Bedingung, dass die Kraft im Spannglied in Richtung des Auflagers nicht abnehmen darf. Am Ende des Fächers wirkt die initiale Spannkraft (abzüglich Langzeitverluste).

Im unteren Bild stützt sich ein Fächer über die ganze Länge auf das Spannglied und die schlaife Bewehrung. Die Aufteilung ist dabei, ausgehend von der Annahme eines fiktiven, punktzentrierten Fächers für die Abstützung auf den Zuggurt, so gewählt, dass am Ende des Fächers wiederum die initiale Spannkraft (abzüglich Langzeitverluste) wirkt.

Die Annahme, dass am Ende des «Auflagerfächers» die initiale Spannkraft (abzüglich Langzeitverluste) wirkt, ist in den meisten Fällen sinnvoll; Spannkraftzuwächse ausserhalb dieses Bereichs sind selten plausibel. Eine genauere Untersuchung der Aufteilung der Gurtkräfte auf schlaife Bewehrung und Spannglied ist selten erforderlich.

Spannungsfelder

Betondruckspannungen in Fächern



Die Abbildung zeigt die Verhältnisse eines allgemeinen, nicht zentrierten Fächers im Auflagerbereich. Um die Stegdicke festzulegen (resp. zu überprüfen, dass die Betondruckspannungen kleiner sind als die Betondruckfestigkeit), muss grundsätzlich der gesamte Fächerbereich untersucht werden. Zwar sind die Druckspannungen im unteren Bereich (Auflager) am grössten, die Druckfestigkeit ist jedoch im oberen Bereich kleiner als unten. Dies, da die effektive Druckfestigkeit durch die vom Zuggurt aufgezwungenen (Quer-)dehnungen reduziert, durch den Querdruck im Auflagerbereich dagegen erhöht wird (siehe hinten, effektive Betondruckfestigkeit). Somit ist nicht a priori klar, welcher Ort massgebend ist.

Eine genauere Untersuchung, welche die entlang der Trajektorien hyperbolisch variierenden Druckspannungen im Fächer mit der jeweils entsprechenden Druckfestigkeit vergleicht (schematisch in der Abbildung dargestellt) zeigt, dass das Versagen entweder entlang des Obergurts auftritt (bei grossen, plastischen Gurtverzerrungen) oder aber im Knoten (höchste Spannung). Der Fächerbereich dazwischen ist dagegen unkritisch. Dies kann auch in Versuchen so beobachtet werden.

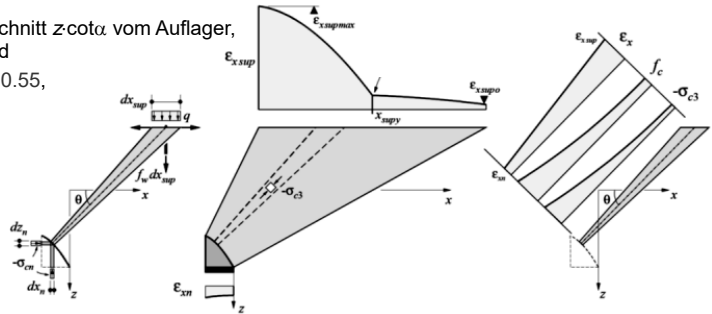
Spannungsfelder

Betondruckspannungen in Fächern

- Betondruckspannungen variieren entlang der Trajektorien hyperbolisch
- Verzerrungszustand variiert ebenfalls, Betondruckfestigkeit somit auch

$$\text{SIA 262: } k_c = \frac{1}{1,2 + 55\varepsilon_1} \leq 0,65, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0,002) \cot^2 a$$

- Nachweis der Betondruckfestigkeit im Fächer aufwändig / komplex
- Für übliche Verhältnisse tritt kein Versagen im Fächer auf, solange die Gurtbewehrung nicht fließt
- Nachweis durch Kontrolle der Druckspannungen im Knoten (mit durch Querbehinderung resp. Querdruck erhöhter Festigkeit) sowie im an den Fächer grenzenden parallelen Druckfeld (bei Fließen der Gurtbewehrung im betrachteten Bereich = inkl. Fächer mit reduzierter Festigkeit)
- SIA 262: Querschnittsbetrachtung = nomineller Nachweis im Schnitt $z \cot \alpha$ vom Auflager, entspricht Nachweis im an den Fächer angrenzenden Druckfeld
- Näherung ohne Untersuchung des Verzerrungszustandes $k_c = 0,55$, bei Fließen der Gurtbewehrung im betrachteten Bereich = inkl. Fächer: Reduktion auf $k_c = 0,4$)



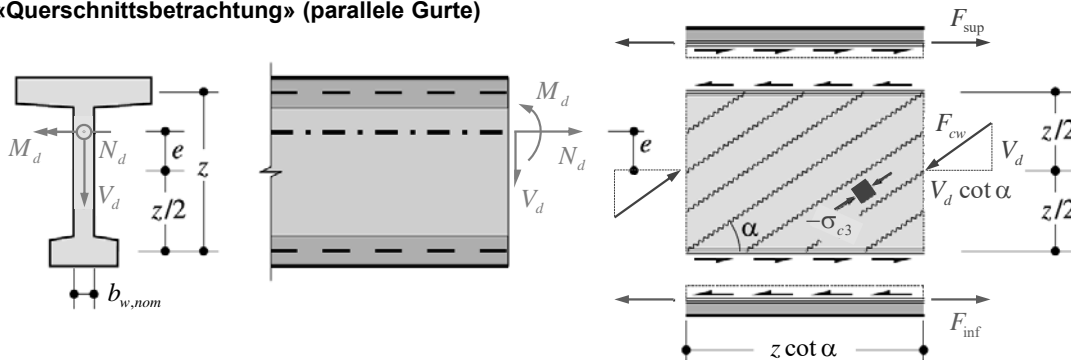
Aufgrund der auf der vorhergehenden Seite dargelegten Überlegungen kann die Überprüfung der Druckfestigkeit im Stegbeton wie folgt durchgeführt werden:

Kontrolle der Druckfestigkeit über dem Auflager (mit $k_c = 1$ wegen biaxialem Druck)

Kontrolle der Druckfestigkeit im angrenzenden parallelen Druckfeld (entsprechend Nachweis nach SIA 262), mit $k_c = 0,55$ (kein Fließen der Gurtbewehrung) resp. $k_c = 0,4$ (fließende Gurtbewehrung, bei plastischen Momenten-Umlagerungen von der Stütze ins Feld).

Spannungsfelder

Träger – «Querschnittsbetrachtung» (parallele Gurte)



- Bemessung mittels «Querschnittsbetrachtung» möglich, sofern alle statischen und geometrischen Größen entlang der Trägerachse nur allmählich variieren (und nicht sprunghaft)
- Schnittgrößen (M, N) auf Schwerachse bezogen, Berücksichtigung Vorspannung siehe gevoutete Träger
- Neigung des Betondruckfelds theoretisch frei wählbar; Einschränkungen, um frühzeitiges Versagen durch Reißen der Bügel resp. Versagen der Rissverzahnung zu vermeiden (SIA 262: Normalfall 30...45°)

$$F_{\text{sup}} = \frac{-M_d + N_d \cdot e}{z} + \frac{N_d}{2} + \frac{|V_d| \cdot \cot \alpha}{2}$$

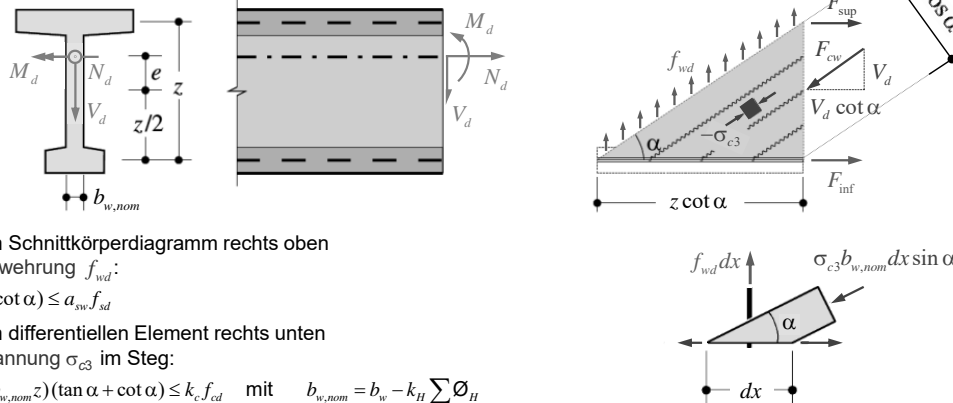
$$F_{\text{inf}} = \frac{M_d - N_d \cdot e}{z} + \frac{N_d}{2} + \frac{|V_d| \cdot \cot \alpha}{2}$$

Obschon eine Querschnittsbetrachtung grundsätzlich zur Untersuchung des Querkraftwiderstands nicht ausreichend ist, kann die Tragsicherheit mittels geeigneter Schnittkörperdiagramme untersucht werden. Bei stetigen Verhältnissen (keine grossen Einzellasten, Auflager, Änderungen der Geometrie etc.) ist ein einfaches, paralleles Druckfeld als Annahme ausreichend.

Die resultierenden Beziehungen entsprechen den Nachweisen der Tragsicherheit nach SIA Norm 262.

Spannungsfelder

Träger – «Querschnittsbetrachtung» (parallele Gurte)

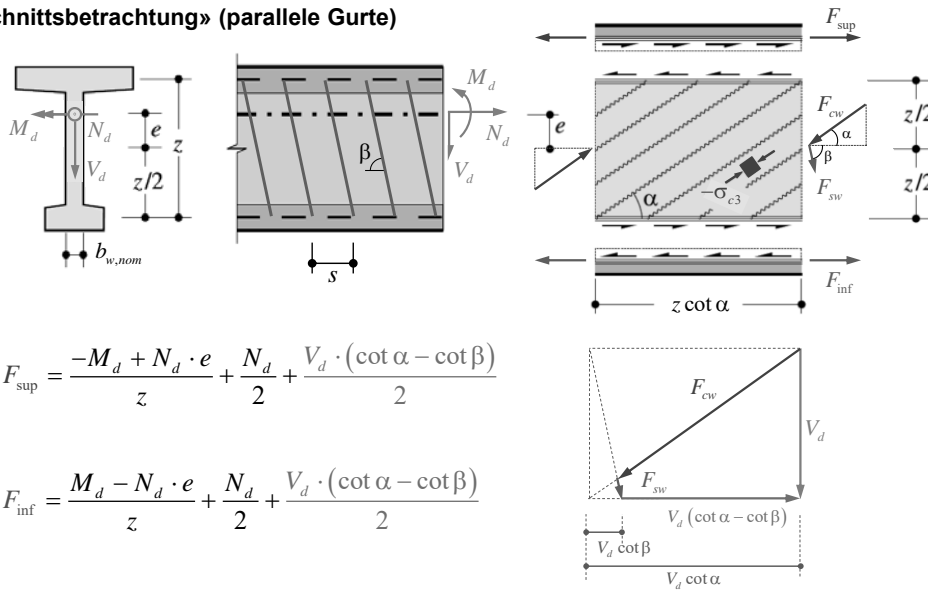


- Gleichgewicht am Schnittkörperdiagramm rechts oben
→ Kraft in der Bewehrung f_{wd} :
$$f_{wd} = |V_d| / (z \cot \alpha) \leq a_{sw} f_{sd}$$
 - Gleichgewicht am differentiellen Element rechts unten
→ Betondruckspannung σ_{c3} im Steg:
$$-\sigma_{c3d} = |V_d| / (b_{w,nom} z) (\tan \alpha + \cot \alpha) \leq k_c f_{cd} \quad \text{mit} \quad b_{w,nom} = b_w - k_H \sum \varnothing_H$$
 - Hüllrohre im Steg beeinträchtigen das Druckspannungsfeld → Stegbreite reduzieren (siehe oben), wobei für injizierte Hüllrohre $k_H = 0.5$ (Stahl) resp. $k_H = 0.8$ (Kunststoff) gilt, für nicht injizierte Hüllrohre $k_H = 1.2$
 - Druckspannungen sind für Neigung 45° minimal, bei flachen Neigungen nehmen sie progressiv zu und die Betondruckfestigkeit (k_c) sinkt ab.
- NB: Eigentlich keine Querschnittsbemessung, da Bügel für eine bestimmte Länge ermittelt werden («staggering effect»); eine Querschnittsbemessung für Querkraft ist streng genommen gar nicht möglich.

Spannungsfelder

Träger – «Querschnittsbetrachtung» (parallele Gurte)

Geneigte Bügel

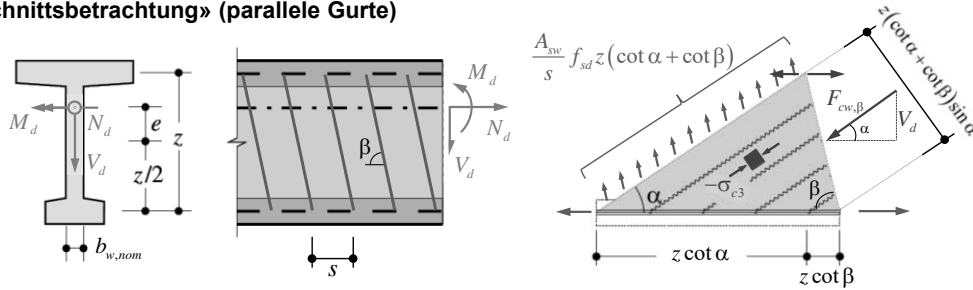


Für geneigte Bügelbewehrung ist bei stetigen Verhältnissen ebenfalls ein «Querschnittsnachweis» möglich.

Spannungsfelder

Träger – «Querschnittsbetrachtung» (parallele Gurte)

Geneigte Bügel



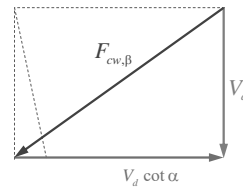
- Widerstand der Bügelbewehrung:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{sd} z (\cot \alpha + \cot \beta) \sin \beta \left(= \frac{A_{sw}}{s} f_{sd} z \cot \alpha \right)$$

- Widerstand des Betondruckfelds:

$$V_{Rd,c} = b_w k_c f_{cd} z (\cot \alpha + \cot \beta) \sin^2 \alpha \quad (= b_w k_c f_{cd} z \sin \alpha \cos \alpha)$$

Vertikale Bügel: $\beta = \frac{\pi}{2}$



Da sich geneigte Bügel (vorausgesetzt, sie sind in die korrekte Richtung geneigt!) am Lastabtrag beteiligen, kann der Querkraftwiderstand bei gegebener Stegbreite durch den Einsatz geneigter Bügel deutlich erhöht werden (für gleiches k_c maximal um den Faktor 2).

Spannungsfelder

Betondruckfestigkeit und Schubwiderstand in Funktion des Verzerrungszustandes

Versuche zeigen, dass die Druckfestigkeit in Scheiben durch (aufgezwungene) Querdehnungen beeinträchtigt wird.

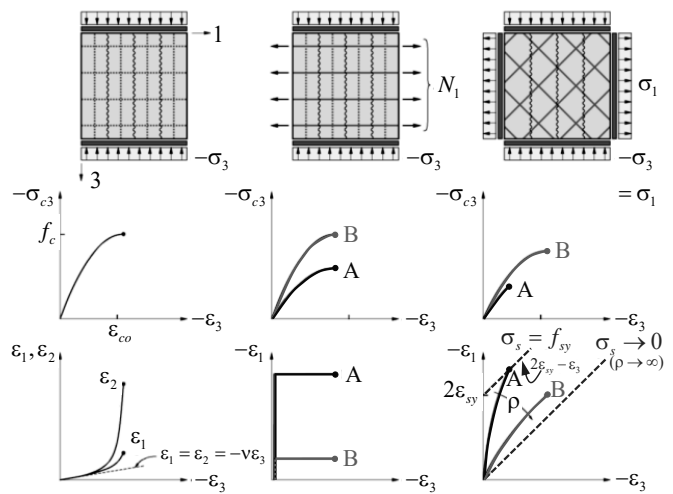
Vecchio und Collins schlugen 1986 vor, die Druckfestigkeit um den Faktor $1 / (0.8 + 170 \cdot \epsilon_1)$ zu reduzieren (wobei sie von «mittleren» Spannungen ausgingen).
Damit werden auch andere Effekte implizit berücksichtigt.

Kaufmann schlug 1998 vor, zusätzlich die (schon zuvor bekannte) unterproportionale Druckfestigkeitszunahme mit der Zylinderdruckfestigkeit zu berücksichtigen:

$$f_{ce} = \frac{f_{c,cyl}^{2/3}}{0.4 + 30 \cdot \epsilon_1}$$

Auf Basis dieser und weiterer Arbeiten wurde in der SIA 262 der folgende Beiwert eingeführt:

$$k_c = \frac{1}{1,2 + 55 \epsilon_1} \leq 0,65$$



Die Abminderung der Druckfestigkeit durch aufgezwungene Querdehnungen wird als «Compression Softening» bezeichnet. Die durch Vecchio und Collins vorgeschlagene, hyperbolische Beziehung stimmt gut mit Versuchsdaten überein, wobei die Beziehung insbesondere bei grossen Querdehnungen auch andere Brucharten (Reissen der Bügel, Versagen der Rissreibung in steilen Rissen aus frühen Belastungszuständen) abdecken könnte. Entsprechende Untersuchungen laufen zur Zeit am IBK.

Die Abbildungen links zeigen einen reinen Druckversuch. Bei niedriger Belastung ist das Verhalten näherungsweise linear elastisch (Querdehnzahl ν). Mit zunehmender Druckbeanspruchung nehmen die Querdehnungen immer stärker zu; im Bereich der Druckfestigkeit kann meist ein dilatantes Verhalten (Volumenzunahme) beobachtet werden.

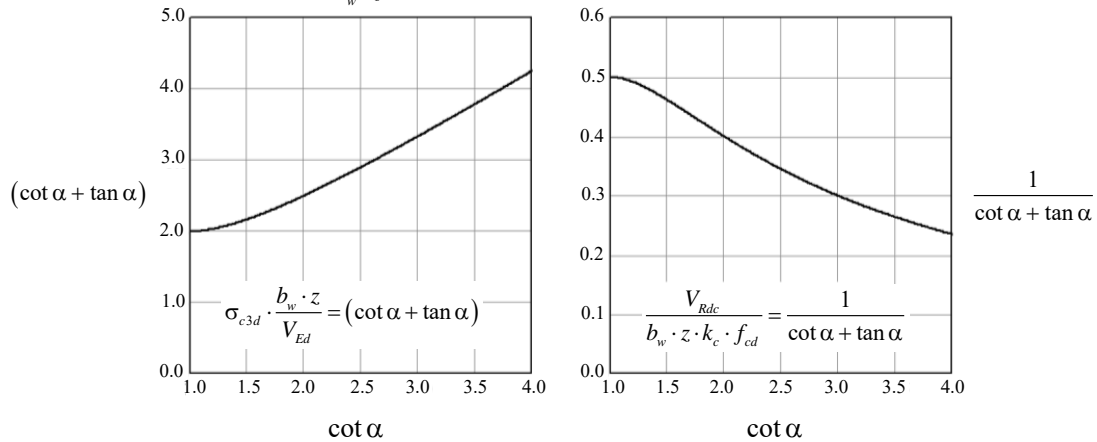
Die Abbildungen in der Mitte zeigen einen Druckversuch mit (über eine Bewehrung) aufgezwungener Querverzerrung. Wird eine kleine Querdehnung aufgezwungen, wird die einachsige Druckfestigkeit erreicht (oder gar überschritten); bei grossen aufgezwungenen Querdehnung resultiert eine kleinere Bruchlast.

In Druck-Zugversuchen mit gedrehter Bewehrung (=Schub) (Abbildungen rechts) kann nur dann eine Aussage über die Druckfestigkeit gemacht werden, wenn das Versagen nicht durch Fließen beider Bewehrungen (Fall A) eintritt. Tritt ein Betonbruch ein, liegt die Druckfestigkeit in einem ähnlichen Bereich wie für den in den mittleren Abbildungen dargestellten Fall.

Spannungsfelder

Maximaler Schubwiderstand in Funktion der Druckfeldneigung (Stegdruckbruch)

$$\sigma_{c3d} = \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot z} \cdot (\cot \alpha + \tan \alpha) \leq k_c f_{cd} \quad \rightarrow \quad V_{Rdc} = \frac{b_w \cdot z \cdot k_c \cdot f_{cd}}{\cot \alpha + \tan \alpha}$$



- Betondruckspannungen nehmen bei flachen Neigungen stark zu
- Abhängigkeit der Druckfestigkeit von der Neigung in diesen Diagrammen nicht erkennbar

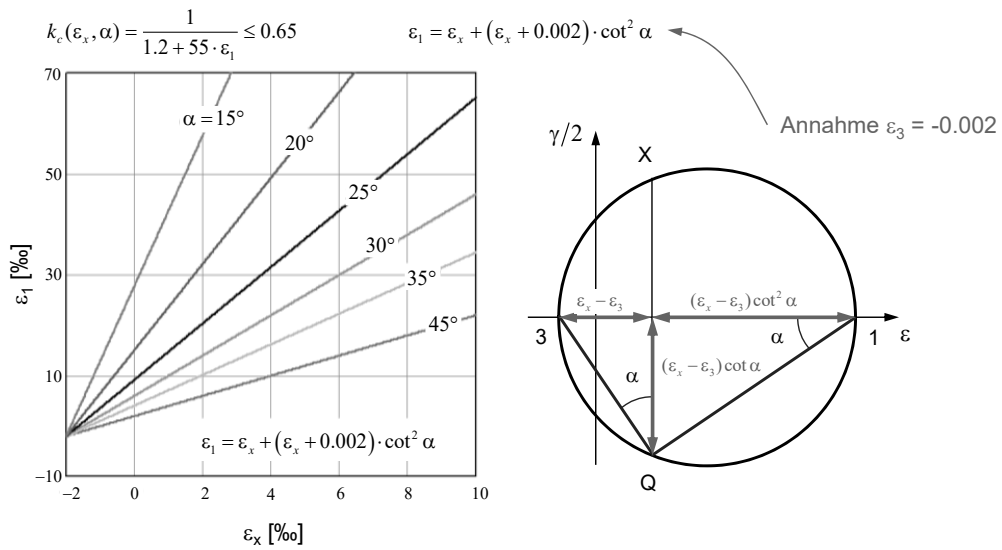
Schubwiderstand (Stegbeton massgebend) für konstantes $k_c f_{cd}$

Die Grafiken illustrieren den Verlauf der Betondruckspannung im Steg (linke Seite, proportional zu $(\cot \alpha + \tan \alpha)$) und des Schubwiderstandes im Falle massgebender Betondruckspannung (rechte Seite, umgekehrt proportional zu $(\cot \alpha + \tan \alpha)$).

Man erkennt, dass bei flachen Druckfeldneigungen (kleine Winkel α) grösser Betondruckspannungen resultieren, resp. der Schubwiderstand abnimmt.

Spannungsfelder

Betondruckfestigkeit und Schubwiderstand in Funktion des Verzerrungszustandes



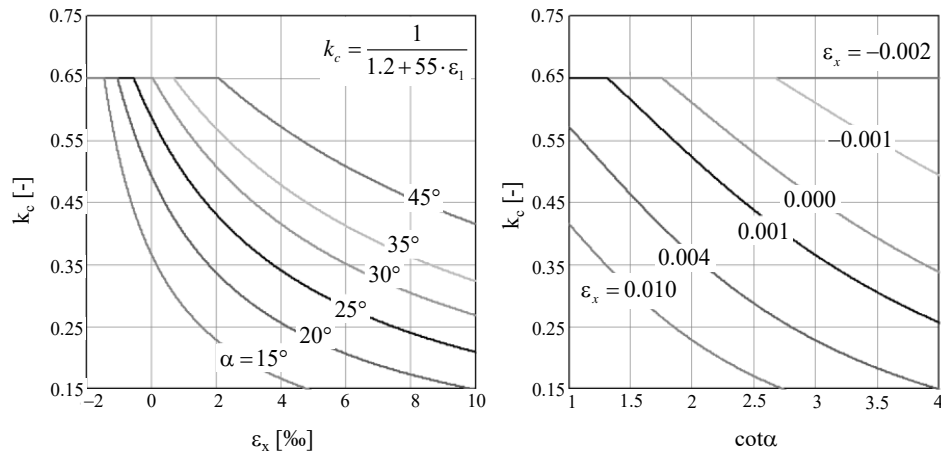
Betondruckfestigkeit in Funktion der Querdehnung

Unter der Annahme, dass die Bruchdehnung des Betons konstant ist (zum Beispiel $\epsilon_3 = -0.002$), ist die Hauptdehnung ϵ_1 bei gegebener Druckfeldneigung proportional zur Längsdehnung ϵ_x .

Als massgebende Längsdehnung wird üblicherweise die Dehnung auf halber Steghöhe angesetzt. Diese kann aus einer Querschnittsanalyse (Ebenbleiben des Querschnitts) unter dem mit der maximalen Querkraft wirkenden Biegemoment ermittelt werden; grundsätzlich ist dabei zusätzlich eine Normalkraft anzusetzen, um den Einfluss der Querkraft auf die Gurtkräfte («Versatzmass») zu berücksichtigen.

Spannungsfelder

Betondruckfestigkeit und Schubwiderstand in Funktion des Verzerrungszustandes



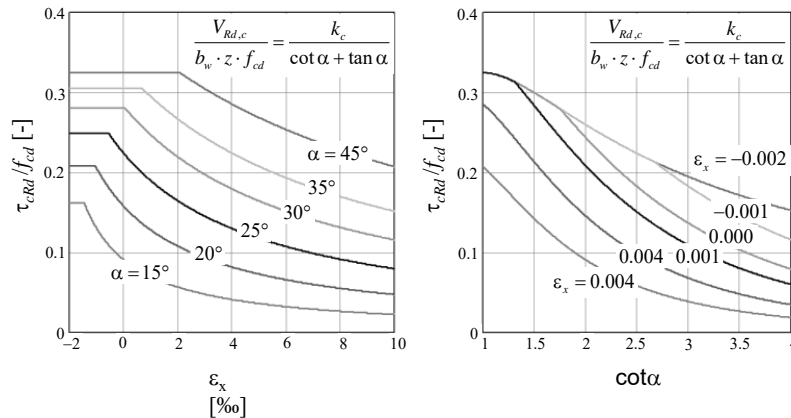
→ $k_c \cdot f_c$ wird durch flache Druckfeldneigungen und plastische Gurtverlängerungen stark reduziert

Bei flachen Druckfeldneigungen (kleine Winkel α) resultiert gemäss der Beziehung nach SIA 262 (und auch anderer, ähnlicher Beziehungen) für k_c eine kleinere effektive Druckfestigkeit im Steg.

Beide Grafiken zeigen den gleichen Zusammenhang. In der linken Grafik ist der Wert von k_c in Funktion der Längsdehnung ε_x dargestellt, mit der Druckfeldneigung als Parameter. In der rechten Grafik ist der Wert von k_c in Funktion der Druckfeldneigung ($\cot \alpha$) dargestellt, mit der Längsdehnung ε_x als Parameter.

Spannungsfelder

Betondruckfestigkeit und Schubwiderstand in Funktion des Verzerrungszustandes



- $k_c \cdot f_c$ wird durch flache Druckfeldneigungen und plastische Gurtverlängerungen stark reduziert
- Betondruckspannungen nehmen bei flachen Neigungen stark zu (siehe vorne)
- Zu flache Neigungen bei Bemessung nicht sinnvoll (bei Nachrechnung älterer Brücken oft erforderlich)
- Vorsicht bei plastischen Schnittkraftumlagerungen vom Auflager (= grosse Querkraft) ins Feld

Da bei flachen Druckfeldneigungen (kleine Winkel α) einerseits grössere Druckspannungen im Steg resultieren, andererseits aber die Druckfestigkeit infolge der Querdehnungen reduziert wird, ist der Schubwiderstand im Falle massgebender Betondruckspannung bei flachen Neigungen deutlich geringer als bei steileren Neigungen (maximal bei $\alpha = 45^\circ$).

Beide Grafiken zeigen den gleichen Zusammenhang. In der linken Grafik ist der Wert des auf die Druckfestigkeit f_{cd} bezogenen «nominellen Schubwiderstands» $\tau_{Rd,c} = V_{Rd,c} / (z b_w)$, also von $(\tau_{Rd,c} / f_{cd}) = V_{Rd,c} / (z b_w f_{cd})$ in Funktion der Längsdehnung ϵ_x dargestellt, mit der Druckfeldneigung als Parameter. In der rechten Grafik ist der Wert von $(\tau_{Rd,c} / f_{cd}) = V_{Rd,c} / (z b_w f_{cd})$ in Funktion der Druckfeldneigung ($\cot \alpha$) dargestellt, mit der Längsdehnung ϵ_x als Parameter.

Man erkennt, dass für flache Druckfeldneigungen und grosse Längsdehnungen ein sehr kleiner Schubwiderstand resultiert. Maximal erreicht $(\tau_{Rd,c} / f_{cd}) = V_{Rd,c} / (z b_w f_{cd})$ einen Wert von $0.5 \cdot 0.65 = 0.325$ (obere Grenze von 0.65 für k_c massgebend, Druckfeldneigung $45^\circ \rightarrow$ Druckspannung im Steg doppelt so gross wie nominelle Schubspannung $V / (z b_w)$).

Spannungsfelder

Bemerkungen zur praktischen Anwendung

- Spannungsfelder mit kombinierter Tragwirkung (Bogen und Fächer oder Streben und Fächer) sind bei der Bemessung von untergeordneter Bedeutung (wertvoll für Nachrechnungen bestehender Bauwerke).
- Druckzonen mit veränderlicher Druckzonenhöhe, die auftreten, wenn die Kräfte des Druckstringers nicht in angrenzende Tragwerksteile wie Druckplatten ausgebreitet werden können (Rechteckquerschnitte), komplizieren die Entwicklung von Spannungsfeldern.
- Einfachheitshalber kann die Druckzone auch bei fehlender Druckplatte auf einen geraden Druckgurt reduziert werden, dessen Lage (→ statische Höhe) konservativ festzulegen ist, um ungenügende Betonabmessungen zu vermeiden (theoretisch korrekt: Resultierende des entsprechenden Fächerknoten(teils)).

Spannungsfelder

Bemerkungen zur praktischen Anwendung

- In der praktischen Anwendung ist die vollständige Bestimmung des Spannungszustands einschliesslich aller Feinheiten (Fächerränder, Knotenbereiche, exakte Spannungs- und Gurtkraftverläufe bei Fächern ...) nie erforderlich.
- Geeignetes Vorgehen in der Praxis («Konstruieren»):
 1. Spannungsfeld unter Verwendung massstäblicher Zeichnungen grob entwerfen (ggf. mit vereinfachenden Annahmen wie zentrierte Fächer, siehe hinten)
Wichtigste Grundlage: Erfahrung, Gefühl für Kraftfluss, «engineering judgement»
 2. Auf dieser Grundlage ausreichend zutreffende Gurtkraftverläufe, Bügelbewehrung und Betondruckspannungen an kritischen Stellen ermitteln
 3. Wichtige konstruktive Details durch Ausarbeiten der Knotenbereiche festlegen

Bemerkungen:

«Engineering judgement» ist oft nicht mehr als gesunder Menschenverstand (und Erfahrung).

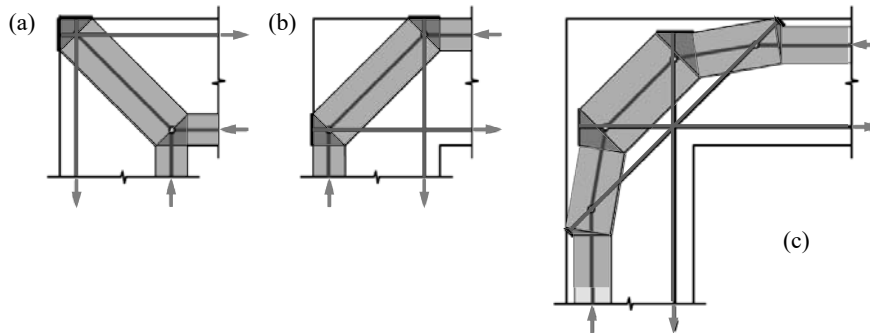
Von den Punkten 1-3 ist (3) für eine sichere Bemessung oft der Wichtigste.

Spannungsfelder

Tragwerkselemente mit statischen / geometrischen Diskontinuitäten

Rahmenecken unter reiner Biegung

- (a) schliessendes, (b) öffnendes Moment
- vor allem öffnende Rahmenecken heikel und konstruktiv sehr anspruchsvoll
- diagonale Bewehrung (c) ist vorteilhaft für Verankerung der Bewehrungskräfte (aber Kräfte grösser als in (b), Hebelarm!)
- Biegebestand der angeschlossenen Bauteile in Regel nicht voll ausnutzbar, da Verankerung / Umlenkung der Kräfte im Eckbereich Reduktion des Hebelarms im Vergleich mit (a), (b) bewirkt



Rahmenecken

Rahmenecken sind ein typisches Beispiel von Diskontinuitätsbereichen, für deren Bemessung sich Fachwerkmodelle gut eignen.

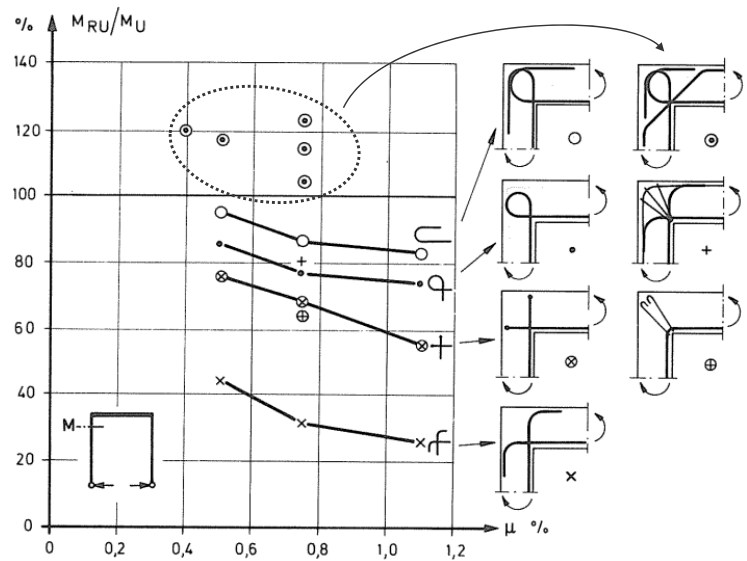
Für die Bemessung eignen sich relativ einfache Modelle, siehe Abbildung. Allerdings ist der Verankerung der Zugkräfte gebührende Beachtung zu schenken, siehe nächste Seite. Nur mit einer geeigneten konstruktiven Durchbildung kann der volle Biegebestand der angeschlossenen Riegel resp. Stützen erreicht werden, insbesondere bei hoher Beanspruchung (grosse Bewehrungsgehalte). Dies ist vor allem bei öffnenden Rahmenecken zu beachten.

Spannungsfelder

Tragwerkselemente mit statischen / geometrischen Diskontinuitäten

Rahmenecken unter reiner Biegung

- Versuche von Nilsson (1973) bestätigen die gemachten Aussagen
- Bewehrungsstäbe mit Verankerungsköpfen für Rahmenecken gut geeignet
- Beispiele für Rahmenecken mit verteilter Bewehrung, kombinierter Beanspruchung etc. siehe z. Bsp. [5]



Versuche an Rahmenecken mit öffnendem Moment zeigen, dass selbst mit eigentlich ausreichender Verankerung der Bewehrung der volle Biege- und Torsionswiderstand der angeschlossenen Riegel resp. Stützen nicht in allen Fällen erreicht werden kann (Versuche von Nilsson 1973, Abbildung übernommen aus Leonhardt, Vorlesungen für Massivbau).

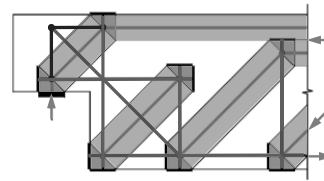
Neben den in der Abbildung oben dargestellten Lösungen zeigen auch Verankerungen mit Endplatten oder Tellern ein gutes Verhalten, sofern die resultierenden Spreizkräfte mit einer Querbewehrung abgedeckt werden (in der Abbildung fehlend, da damals noch unüblich).

Spannungsfelder

Tragwerkselemente mit statischen / geometrischen Diskontinuitäten

Ausgeklinkte Träger (d), (e)

- (d), (e) mögliche Streben-Stab-Modelle
- Diagonalbewehrung analog wie bei den Rahmenecken günstig, Überlagerung der Modelle (Anteil der Last wählbar)

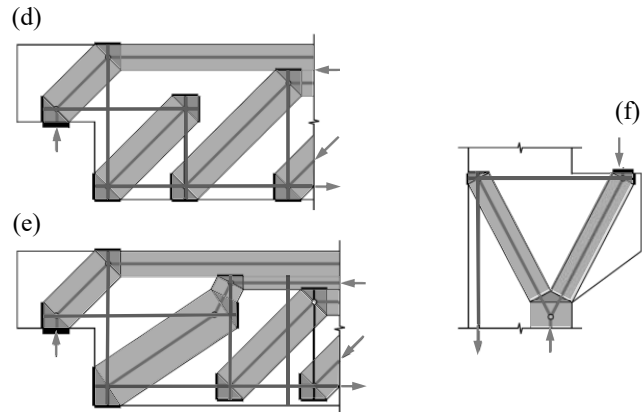


Konsolen (f)

- (f) Grundfall
- Verschiedene andere Modelle möglich, siehe z. Bsp. [5]

Generelle Bemerkungen

- Spannungsfelder für Tragwerkselemente mit statischen / geometrischen Diskontinuitäten optimal geeignet
- Illustration hier nur an einfachen Streben-Stab-Modellen
- Verfeinerung durch Einführung von Fächern, Bogen, Zug-/Druckbändern etc. ermöglicht Erfassung der flächigen Tragwirkung des Betons und der verteilten Bewehrung



Ausgeklinkte Trägerenden

Ausgeklinkte Trägerenden waren früher stark verbreitet, insbesondere bei Gerbergelenken (Einteilung langer Brücken in Abschnitte, beispielsweise Hardbrücke Zürich). Aufgrund von Schäden infolge undichten Fahrbahnübergängen (eindringendes Tausalz führt zu Korrosion, eine der Schadenursachen beim Einsturz des Viaduc de la Concorde in Kanada 2006) sind sie heute in der Schweiz bei Brücken verpönt.

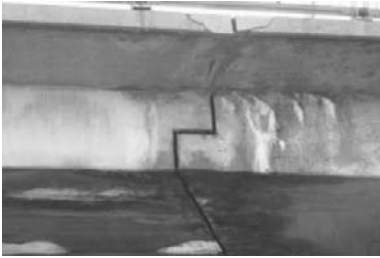
Das Verhalten ist grundsätzlich ähnlich wie bei Rahmenecken. Auch hier kann mit einer diagonalen Bewehrung das Verhalten deutlich verbessert werden. Wie neuere Versuche und analytische Untersuchungen gezeigt haben (Mata Falcón, 2015), kann mit einer geeigneten Diagonalbewehrung die Rissbreite im Gebrauchszustand kontrolliert werden (siehe folgende Seite).

Spannungsfelder

Tragwerkselemente mit statischen / geometrischen Diskontinuitäten

Ausgeklinkte Träger (dapped-end beams)

- **Service Limit State (SLS):** Durability problems due to concentrated diagonal cracking in the corner. SIA-262:2013 specifications for crack controlling not valid for these elements.
- **Stress Fields focused in Ultimate Limit State (ULS):** It is not possible to calculate the distribution between the orthogonal mechanism and the diagonal mechanism at SLS (important for calculating crack width)
- **Alternative** → **Elastisch-plastische Spannungsfelder** (An der ETH Lausanne durch Prof. A. Muttoni und M. Fernández-Ruiz entwickelt)



► Concorde overpass (Québec, Canada, 2004)
© Gouvernement du Québec, 2007



► Overpass road CV-500
(Valencia, Spain)
© Mata-Falcón, Miguel, Pallarés, 2015



► Pedestrian bridge (Canada)
© Herzinger, 2008



► Aparcamiento (Pittsburg, USA)
© Nanni, 1999

Für die Untersuchung des Gebrauchszustands sind Fachwerkmodelle nicht besonders gut geeignet. Um das tatsächliche Verhalten möglichst gut zu beschreiben, müssten verschiedene mögliche Fachwerkmodelle superponiert werden, wobei die Lastaufteilung nach dem Minimum der Komplementärenergie zu suchen wäre (steifstes System).

Mit den an der EPF Lausanne entwickelten elastisch-plastischen Spannungsfeldern können solche Berechnungen automatisch durchgeführt werden; eigentlich wird dabei eine vereinfachte, nichtlineare FE-Analyse durchgeführt (mit linear elastisch-ideal plastischem Materialverhalten).

Spannungsfelder

Alternative zu Handrechnungen: Elastisch-plastische Spannungsfelder (EPSF)

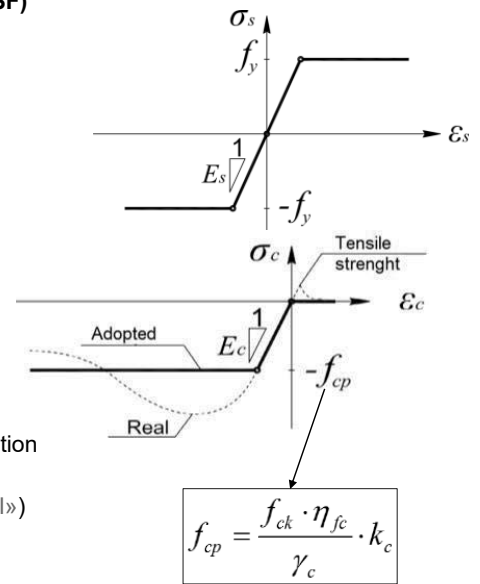
EPSF - Implementation of stress fields hypothesis into finite element model

Advantages:

- Direct link to rigid-plastic stress fields (Spannungsfelder)
- Easy and fast way to calculate stress fields. Specially interesting for complex regions that require tedious hand calculations
- Reduction factor due to the transversal strain (k_c) is automatically calculated
- Detailing reinforcement part of the load-carrying mechanism → Interesting for assessment
- Gives information (with limitations) about service load behaviour
- Freely available at: <http://i-concrete.epfl.ch/> (Limited support by IBK, Dr. Mata Falcón)

Limitations (due to ↑↑ simplifications):

- Valid for elements with minimum transversal reforc. that avoids crack localization or...
- ...for elements without transversal reinforcement $a/d \leq 2.5$ (see «Kani-Schubtal»)
- Excessive deformability for service loads (the model does not consider tension stiffening)



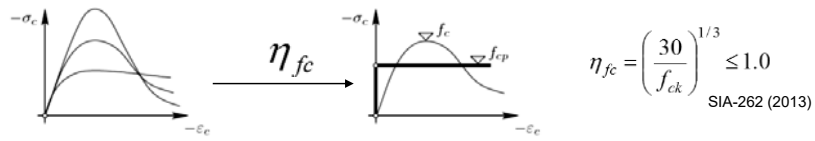
Auf den folgenden Seiten werden die Grundzüge elastisch-plastischer Spannungsfelder erläutert (Annahmen, Vorteile und Grenzen der Anwendbarkeit) und die Anwendung des an der EPFL kostenlos verfügbaren Programms in groben Zügen dargestellt.

Für detailliertere Angaben wird auf die entsprechenden Webseiten der EPFL ("jconc", <http://i-concrete.epfl.ch/>) verwiesen.

Spannungsfelder

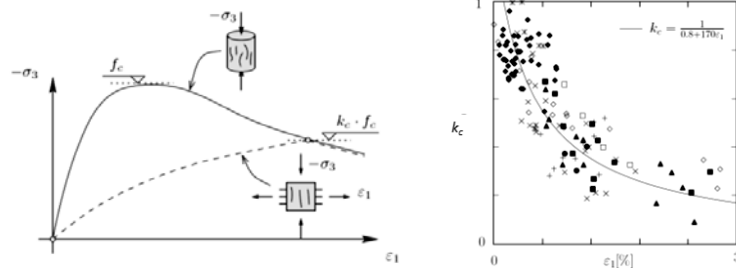
Alternative zu Handrechnungen: Elastisch-plastische Spannungsfelder (EPSF)

Brittleness of concrete (η_{fc}):



Influence of transverse cracking on the strength of the compression field (k_c):

- Automatically calculated in EPSF based on Vecchio & Collins proposal
- Other formulations k_c factor are available (see previous slides)



Vecchio & Collins

Spannungsfelder

Alternative zu Handrechnungen: Elastisch-plastische Spannungsfelder (EPSF)

Info for applet version of jConc (implements EPSF) → <http://i-concrete.epfl.ch/>

Java configuration:

- Java config > Security > Edit site list > Add exception <http://i-concrete.epfl.ch>
- Java config > Advanced > Show console + Place Java icon in system tray

Applet iMesh:

→ Auxiliary applet for generating FEM mesh and input file for iConc (not mandatory for using iConc; it does not have all the materials; other notation...)

→ Useful HELP

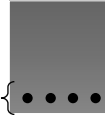
→ Units not specified in the program → Consistent units (e.g.: MPa, MN, m...)

→ Geometry:

i) Concrete – width

ii) Rebars – equivalent diameter

$$\phi_{eq} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_s}{\pi}} \quad \bullet \equiv A_s$$



→ Materials:

i) <mat. #>, <type: concrete|steel>, <max.stress>, <modulus of elasticity>

ii) Other properties (e.g. hardening) or materials → input directly in iConc

Applet iConc:

→ Is the applet version of program jConc

→ Definition of iterations (200~300 iterations for accurate results)

→ Calculation for a certain load (behaviour for other loads requires recalculate)

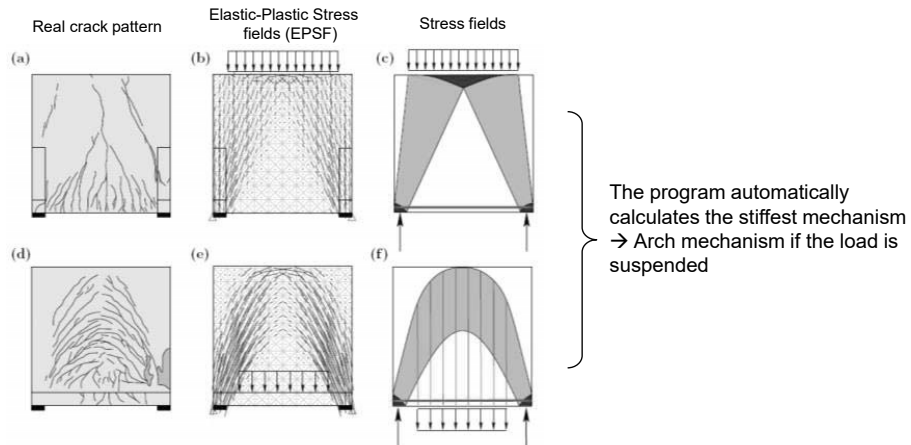
→ No definition of maximum strains → User has to control the error (residual loads)

Spannungsfelder

Alternative zu Handrechnungen: Elastisch-plastische Spannungsfelder (EPSF)

Examples EPSF

Deep beams:



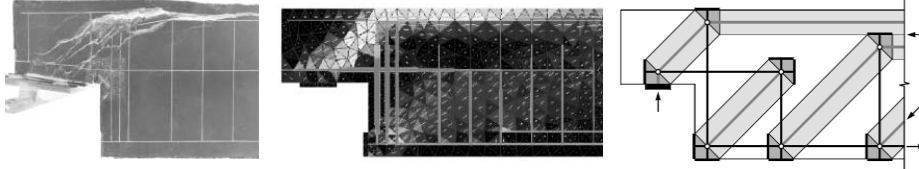
An diesem Beispiel erkennt man gut, dass mit den EPSF "automatisch" das steifste System ermittelt wird (Last oben resp. unten angreifend ergibt andere Lösung, nicht nur zusätzliche Aufhängebewehrung; dies, da die Zugstäbe viel weicher sind als die Druckfelder).

Spannungsfelder

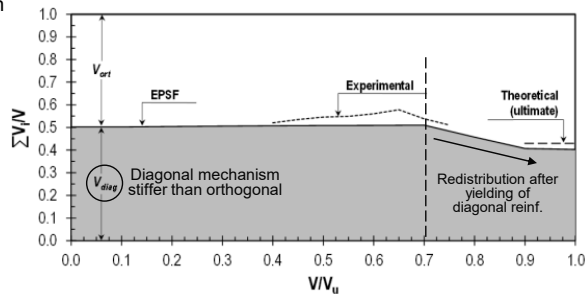
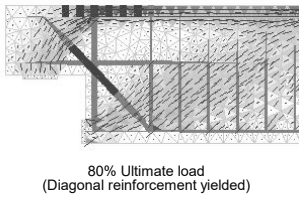
Alternative zu Handrechnungen: Elastisch-plastische Spannungsfelder (EPSF)

Examples EPSF

Ausgeklinkte Träger (dapped-end beams):



Information for service loads: distribution between different resistant mechanisms with different stiffness



Anwendungsbeispiel von EPSF bei einem ausgeklinkten Träger (Versuche Mata Falcón, 2015). Die Tragwirkung wird gut erfasst, insbesondere die Lastaufteilung zwischen den beiden Lastabtragsmechanismen im Falle einer zusätzlichen diagonalen Bewehrung. Damit kann die Wirkung der diagonalen Bewehrung auch im Gebrauchszustand gut abgeschätzt werden.

Spannungsfelder – praktische Anwendung



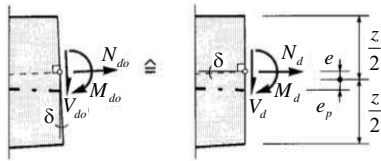
Spannungsfelder eignen sich natürlich auch zur Bemessung von vorgespannten Brücken mit variabler Trägerhöhe. Ein Beispiel aus der Praxis des Verfassers ist die Innbrücke Vulpera, eröffnet am 10.10.2010.

Ergänzende Bemerkungen (siehe Vorlesungen Brückenbau):

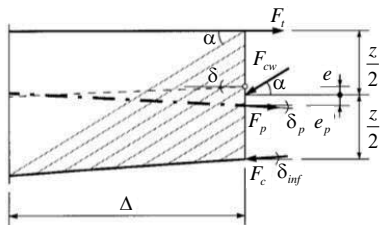
- Die Schlankheit des Trägers beträgt bei Freivorbaubrücken üblicherweise ca. $L/17$ über den Pfeilern und $L/50$ im Feld (wobei dort zur Gewährleistung der Begehbarkeit oft eine etwas grössere Höhe gewählt wird).
- Über den Stützen sollte unbedingt gewährleistet werden, dass die untere Kastenplatte genügend dick ist, um die gesamte Biegedruckkraft aufnehmen zu können; liegt der untere Teil des Stegs in der Druckzone (was bei einigen älteren Freivorbaubrücken der Fall ist), führt dies zu Problemen: Nicht nur der Biege-, sondern auch der Schubwiderstand wird durch die Abnahme des Hebelarms der inneren Kräfte beeinträchtigt.
- Einige ältere Freivorbaubrücken weisen grosse Langzeitverformungen auf, welche nicht (wie für Kriechverformungen erwartet) abzuklingen scheinen. Dabei handelt es sich meist um Brücken mit zu wenig Vorspannung; am akutesten sind die Probleme bei Brücken mit «gelenkiger» Verbindung in Feldmitte und somit fehlender Feld- und Kontinuitätsvorspannung. Zu dünne untere Kastenplatten über den Stützen sind diesbezüglich ebenfalls ungünstig. Mit einer ausreichend bemessenen Vorspannung (insbesondere auch Feld- und Kontinuitätsvorspannung), welche die Verformungen infolge ständiger Lasten (unter Berücksichtigung der Reibungs- und Langzeitverluste) voll kompensiert, können solche Probleme vermieden werden.

Spannungsfelder

Träger – «Querschnittsbetrachtung» (gevoutete Träger mit geneigter Vorspannung)



$$\begin{aligned}
 N_d &= N_{do} \cos \delta + V_{do} \sin \delta \\
 V_d &= -N_{do} \sin \delta + V_{do} \cos \delta \\
 M_d &= M_{do}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 N_d &= F_t - F_{cw} \cos \alpha + F_p \cos \delta_p - F_c \cos \delta_{inf} \\
 V_d &= F_{cw} \sin \alpha + F_p \sin \delta_p + F_c \sin \delta_{inf} \\
 M_d &= F_t (z/2 - e) + F_{cw} \cos \alpha \cdot e - F_p \cos \delta_p (e_p + e) + \dots \\
 &\quad \dots F_c \cos \delta_{inf} (z/2 + e)
 \end{aligned}$$

- Schritt 1: Umrechnung der Beanspruchungen aus der Stabstatikberechnung (M_{do} , N_{do} , V_{do}) auf das Bezugssystem des Spannungsfeldes (M_d , N_d , V_d)
- Schritt 2: Gleichgewicht am vertikalen Schnitt formulieren

Durch Formulieren der Gleichgewichtsbedingungen an geeigneten Schnittkörperdiagrammen und Auflösen der Beziehungen nach den gesuchten Variablen können direkt für die Bemessung der Gurt- und Bügelbewehrung sowie die Überprüfung der Stegabmessungen (Betondruckspannung) geeignete Beziehungen gewonnen werden.

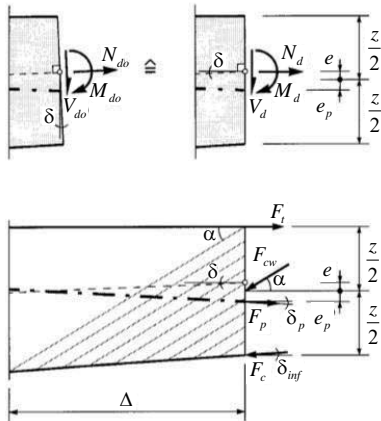
In einem ersten Schritt (obere Abbildungen) werden in obigem Beispiel die Schnittgrößen aus der Stabstatikberechnung (die für Schnitte senkrecht zur Stabachse gelten, welche als im Schwerpunkt des Trägers verlaufend angenommen wird) in Kräfte an einem vertikalen Schnitt umgerechnet.

An diesem Schnitt wird sodann das Gleichgewicht unter Berücksichtigung der Gurtneigung und der geneigten Vorspannkraft (welche als Kraft – üblicherweise ohne Spannkraftzuwachs – angesetzt wird, also auf der Lastseite) formuliert.

Die Kraft im Obergurt (Freivorbau, daher im Bauzustand durchgehend Zug) wird weitgehend durch die Kragarmvorspannung aufgenommen; diese ist hier als Teil der zu ermittelnden Zuggurtkraft (d.h. auf der Widerstandsseite) angesetzt. Alternativ könnte sie, wie die geneigte Vorspannung, bei der Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen als Kraft eingeführt werden, was jedoch die Beziehungen weiter komplizieren würde.

Spannungsfelder

Träger – «Querschnittsbetrachtung» (gevoutete Träger mit geneigter Vorspannung)



$$F_{cw} = \frac{2(V_d - F_p \sin \delta_p) - \tan \delta_{mf} \left[2 \frac{M_d}{z} - N_d \left(1 - \frac{2e}{z} \right) + F_p \cos \delta_p \left(1 + \frac{2e_p}{z} \right) \right]}{(1+k) \sin \alpha}$$

und

$$F_i = \frac{2k \frac{M_d}{z} + N_d \left(1 + \frac{2ke}{z} \right) + \frac{V_d - F_p \sin \delta_p}{\tan \alpha} - F_p \cos \delta_p \left(1 - \frac{2ke_p}{z} \right)}{1+k}$$

und

$$F_c = \frac{2 \frac{M_d}{z} - N_d \left(1 - \frac{2e}{z} \right) - \frac{V_d - F_p \sin \delta_p}{\tan \alpha} + F_p \cos \delta_p \left(1 + \frac{2e_p}{z} \right)}{(1+k) \cos \delta_{mf}}$$

mit

$$k = 1 - \frac{\tan \delta_{mf}}{\tan \alpha}$$

→ Schritt 3: Ermittlung der Beanspruchungen im Spannungsfeld und Bemessung der Elemente

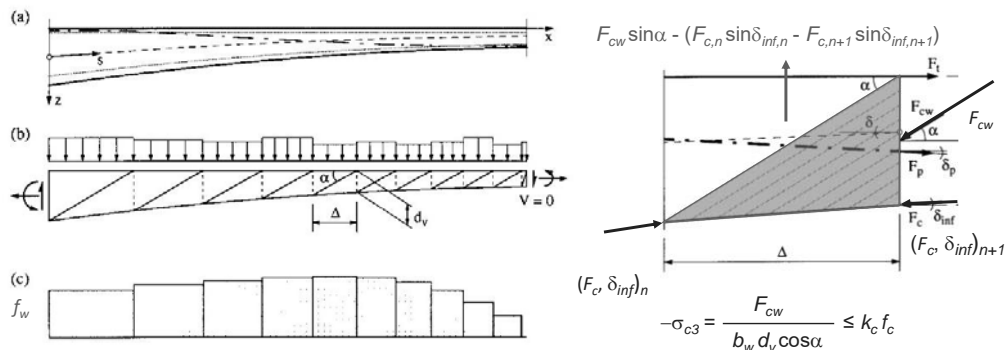
→ Quelle: Marti, P. «Schubbemessung von Voutenträgern mit geneigten Spanngliedern», Vorgespannter Beton in der Schweiz, FIP Schweizer-Gruppe, Zürich 1994, pp. 16-19

Die angegebenen Beziehungen gelten allgemein für einen gevouteten Träger mit vertikalen Bügeln und geneigtem Spannglied (siehe Marti, P., «Schubbemessung von Voutenträgern mit geneigten Spanngliedern/Shear design of variable-depth girders with draped prestressing tendons», Vorgespannter Beton in der Schweiz, FIP Schweizer-Gruppe, Zürich 1994, pp. 16-19).

Da bei der Innbrücke Vulpera das Längsgefälle gross war (7.5%), wurden die Beziehungen entsprechend erweitert. Der Einfluss erwies sich als gering; wichtiger ist Wahl, ob die Bügel vertikal oder senkrecht zur Fahrbahnplatte angeordnet werden.

Spannungsfelder

Träger – «Querschnittsbetrachtung» (gevoutete Träger mit geneigter Vorspannung)

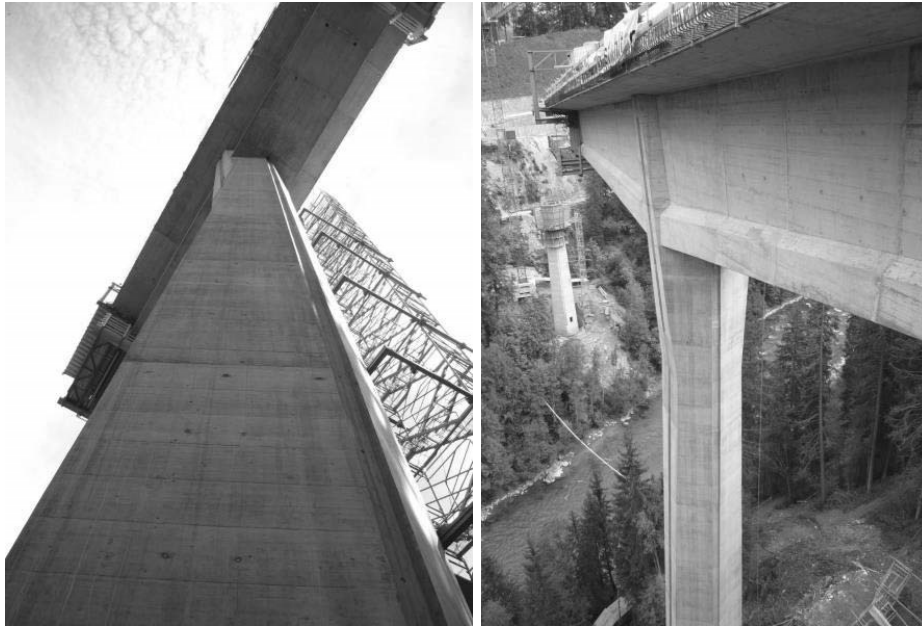


- Die Bügelkräfte resultieren aus Gleichgewicht am dargestellten Schnittkörper (etwas kleiner als $F_{cw} \sin \alpha$, günstige Wirkung der Umlenkräfte des gekrümmten Untergurts)
- Umlenkräfte gekrümmter Spannglieder führen zu über die Steghöhe veränderlicher Bügelbeanspruchung, dies kann aber in der Regel vernachlässigt werden
- Überprüfung der Betondruckspannung resp. Festlegung der Stegbreite mit der angegebenen Beziehung
- Verlauf der Bügel- und Stegbetonbeanspruchung kann mit der Geometrie des Untergurts gesteuert werden («richtige Geometrie»: möglichst gleichmässige Beanspruchung über die ganze Länge)

Aus den gemäss vorhergehender Seite bestimmten Kräften am Vertikalschnitt kann auch die Stegbeanspruchung (Bügelkräfte pro Laufmeter, Hauptdruckspannung) ermittelt werden. Die Bügelkräfte sind infolge der Krümmung des Untergurts etwas kleiner als für einen (abschnittsweise) linearen Gurtverlauf.

Werden die Formeln in ein Computerprogramm (oder auch eine Tabellenkalkulation) implementiert, kann der Verlauf der inneren Kräfte über die Trägerlänge für verschiedene Geometrien der Voutung einfach untersucht werden. Üblicherweise strebt man an, dass die Beanspruchung der Bügel möglichst konstant ist, so dass diese nicht stark abgestuft werden müssen. Für parabolische Verläufe des Untergurts (mit Scheitel in Feldmitte) ist dies üblicherweise mit einem Exponenten von etwas weniger als 2 der Fall.

Spannungsfelder – praktische Anwendung



01.10.2018

ETH Zürich | Prof. Dr. W. Kaufmann | Vorlesung Stahlbeton III

73

Innbrücke Vulpera: Impressionen aus der Bauausführung.