

Bachelorarbeit

# Mauerwerksschale – Modellversuch

Roman Schneider  
Sebastian Villiger

Prof. Dr. P. Marti  
Dr. N. Mojsilovic

Institut für Baustatik und Konstruktion  
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich  
Juni 2007

## **Vorwort**

Schalen auf der einen Seite gehören zu den interessantesten Tragwerken, die Bauingenieure konstruieren können. Mauerwerk auf der anderen Seite ist ein sehr ästhetisches Gestaltungsmittel.

Inspiziert von Schalenformen Heinz Hossdorfs und von beeindruckenden Mauerwerksbauten Eladio Diestes reifte die Idee, diese beiden Konstruktionselemente zu kombinieren.

Was als Idee ein Schalenmodell zu bauen begann, entwickelte sich zu einer intensiven Auseinandersetzung mit Werkstoffen, Versuchs- und Messeinrichtungen, Auswertungsmethoden und vielen konstruktiven und bautechnischen Details.

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b> .....                        | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Baustoffe</b> .....                         | <b>2</b>  |
| 2.1      | Mauerwerksteine .....                          | 2         |
| 2.2      | Fugenkleber .....                              | 2         |
| <b>3</b> | <b>Materialkennwerte</b> .....                 | <b>3</b>  |
| 3.1      | Kleinkörper .....                              | 3         |
| 3.2      | Versuchsanlage und Belastungseinrichtung ..... | 4         |
| 3.3      | Versuchsvorbereitung und –ablauf.....          | 6         |
| 3.4      | Messungen.....                                 | 7         |
| 3.5      | Auswertung .....                               | 8         |
| 3.6      | Mauerwerkskennwerte .....                      | 10        |
| 3.7      | Trag- und Bruchverhalten.....                  | 10        |
| <b>4</b> | <b>Numerische Analyse</b> .....                | <b>25</b> |
| 4.1      | Systemgenerierung und Materialdefinition ..... | 25        |
| 4.2      | Lastfälle.....                                 | 25        |
| 4.3      | Netzgenerierung und Berechnung.....            | 26        |
| <b>5</b> | <b>Schalenversuch</b> .....                    | <b>28</b> |
| 5.1      | Formfindung .....                              | 28        |
| 5.2      | Herstellung der Schale .....                   | 28        |
| 5.3      | Versuchsanlage und Belastungseinrichtung ..... | 32        |
| 5.4      | Versuchsvorbereitung und –ablauf.....          | 33        |
| 5.5      | Messungen.....                                 | 35        |
| 5.6      | Auswertung .....                               | 35        |
| 5.7      | Vergleich mit numerischer Analyse .....        | 39        |
| 5.8      | Trag- und Bruchverhalten.....                  | 41        |
| <b>6</b> | <b>Danksagung</b> .....                        | <b>46</b> |
| <b>7</b> | <b>Anhang</b> .....                            | <b>47</b> |
| 7.1      | Steinmasse .....                               | 50        |
| 7.2      | Versuchsergebnisse.....                        | 51        |
| 7.3      | Matlab-File .....                              | 55        |

# 1 Einleitung

Anhand eines Modells soll das Tragverhalten einer Konoidschale untersucht werden, die aus kleinen Backsteinen und Epoxy-Klebstoff gebaut ist. Die Verwendung von Epoxy-Klebstoff im gestalterischen Mauerwerksbau wurde von Architekten an der ETH Zürich bereits erprobt.

Um die Materialkennwerte für die Tragwerksanalyse zu bestimmen und das Tragverhalten von Mauerwerk kennenzulernen, wurden Materialversuche an kleinen Mauerwerkskörpern durchgeführt. Diese beinhalten einachsiale Druck- und Biegezugversuche sowohl senkrecht als auch parallel zu den Lagerfugen.

Anschliessend wurde mit den gewonnenen Werten eine numerische Analyse der Schale durchgeführt, um eine Prognose des Tragverhaltens der Schale zu erhalten.

Die Herstellung der Kleinkörper und der Schale mitsamt Holzschalung erforderte grosses handwerkliches Geschick, gepaart mit umsichtiger Planung. Ebenfalls musste eine Versuchsanlage für den Schalenversuch konzipiert und eine Belastungseinrichtung konstruiert werden. Mit Hilfe der numerischen Analyse wurde ein Messkonzept, bestehend aus Durchbiegungs- und Dehnungsmessungen, festgelegt.

Ausgehend von den Messungen wurde das Tragverhalten der Schale interpretiert und mittels händischen Berechnungen nachvollzogen.

## 2 Baustoffe

### 2.1 Mauerwerksteine

Für diese Arbeit wurde der kleinste erhältliche Backstein verwendet. Es handelt sich um einen Minibackstein der Ziegelei Rapperswil, der normalerweise als Souvenir- und Werbeprodukt verwendet wird.

Geliefert wurden die Steine in Schachteln zu 1500 Stück. Der Einzelstein ist in Abb. 2-1 abgebildet.

Neben der Ermittlung der Abmessungen und der Dichte wurden keine Versuche am Einzelstein durchgeführt. Die Streuung der geometrischen Abmessung und der Dichte der Steine ist sehr gering, obwohl die Steine in Handarbeit gefertigt werden. Im Anhang, Kap. 7.1, ist die Auswertung der Steinvermessung einzusehen.



Abmessungen (auf mm gerundet):

Länge: 42 mm

Breite: 21 mm

Höhe: 9 mm

Dichte: 1420.5 kg/m<sup>3</sup>

Abb. 2-1 Einzelner Mini-Backstein

### 2.2 Fugenkleber

Entscheidend für die Verwendung eines Klebers anstelle von Mörtel waren einerseits die geringen Abmessungen der Steine und folglich auch der Fugen und andererseits der Wille, ein „neues“ Mauerwerk zu prüfen.

Als Fugenkleber wurde ein Zweikomponentenkleber von Sika verwendet. Dieser Kleber wurde schon für Mauerwerksarbeiten verwendet. Es handelt sich um Sikadur-330, einen Armierungskleber.

Versuche am Kleber selber wurden keine durchgeführt. Das Datenblatt zum Kleber ist über Sika ([www.sika.ch](http://www.sika.ch)) zu beziehen.

### 3 Materialkennwerte

#### 3.1 Kleinkörper

Den Normen EN 1052-1 bis EN 1052-3 bezüglich den Prüfverfahren für Mauerwerk (Teile 1 bis 3) und der Norm SIA 266/1 entsprechend wurden Versuchskörper zur Bestimmung der Druckfestigkeit und der Biegezugfestigkeit hergestellt.

Normgemäss steht die x-Richtung senkrecht auf den Lagerfugen und die y-Richtung liegt parallel zu den Lagerfugen.

Obwohl die Normen für wesentlich grössere Probekörper ausgelegt sind, wurden sie mangels Alternativen auch für diese kleinen Probekörper mit Mini-Backsteinen herangezogen. Wo die Norm nicht eingehalten werden konnte, wurden die Abmessungen so bestimmt, dass eine übertragbare Interpretation der Norm möglich ist.

Die Abmessungen und Bilder der Probekörper sind Abb. 3-1 bis Abb. 3-7 zu entnehmen.

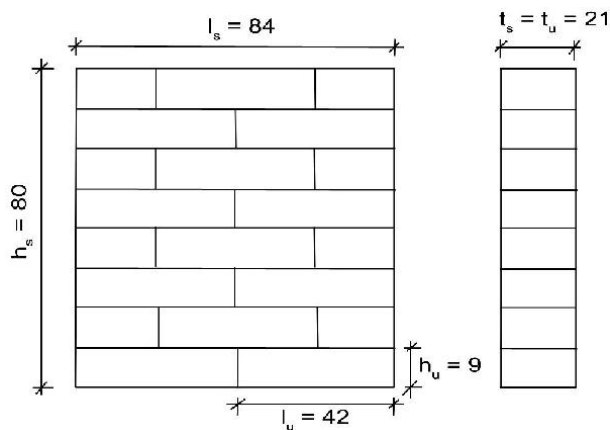


Abb. 3-1 Masse Druckversuch  $f_x$



Abb. 3-2 Versuchskörper Druckversuch  $f_x$

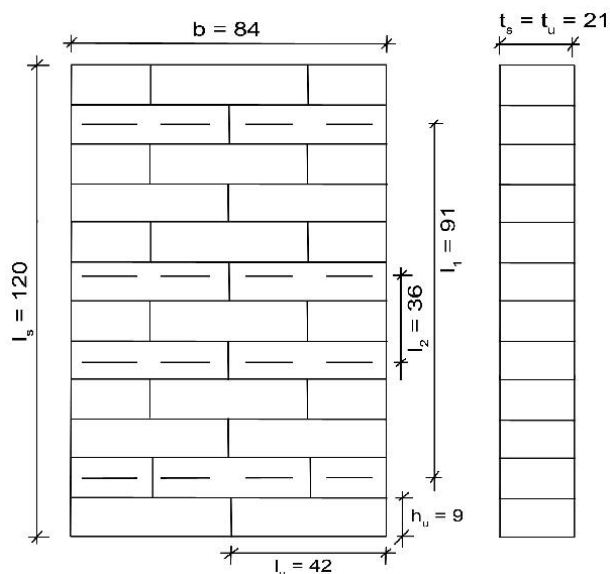


Abb. 3-3 Masse Biegezugversuch  $f_{fx}$

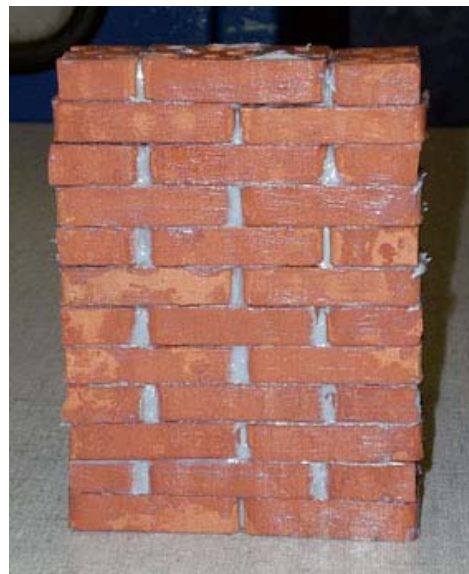


Abb. 3-4 Versuchskörper Biegezugversuch  $f_{fx}$

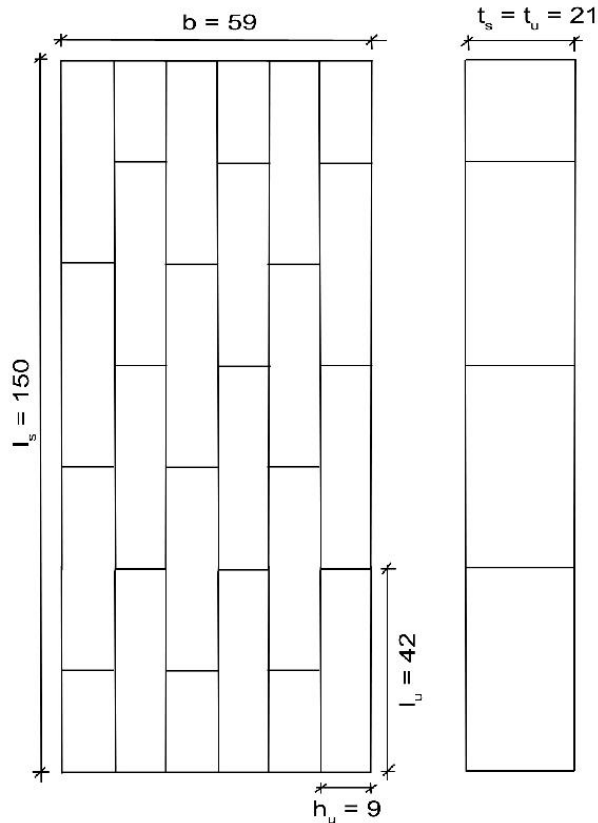


Abb. 3-5 Masse Druckversuch  $f_y$

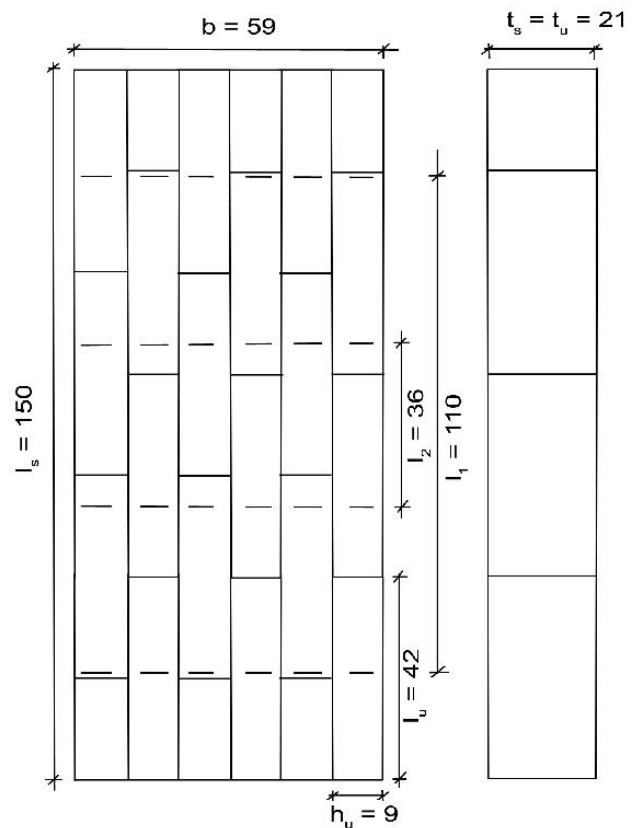


Abb. 3-6 Masse Biegezugversuch  $f_{fy}$

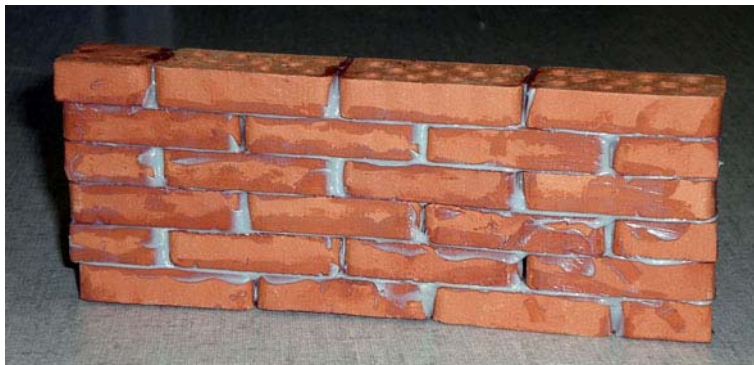


Abb. 3-7 Versuchskörper Druck- und Biegezugversuch  $f_y$ ,  $f_{fy}$

## 3.2 Versuchsanlage und Belastungseinrichtung

Alle Kleinkörperversuche wurden mit einer hydraulischen 480 kN Presse von Schenk durchgeführt. Der obere Kolben der Presse war jeweils gelenkig gelagert, um eine möglichst zentrische Belastung zu gewährleisten.

### 3.2.1 Druckversuche

Für die einaxialen Druckfestigkeitsversuche wurden neben der erwähnten hydraulischen Presse eine Videokamera und ein Messcomputer für die Dehnungsmessung verwendet. Die Versuchsanordnung war für die Druckversuche in x- und y-Richtung dieselbe, wie in Abb. 3-8 und Abb. 3-9 zu sehen ist.

### 3.2.2 Biegezugversuche

Die Biegezugfestigkeiten wurden anhand von 4-Punkt-Biegezugversuchen gemessen. Die Versuchsanordnung ist Abb. 3-10 zu entnehmen.

Als Auflager wurden 10 mm dicke Stahlstäbe verwendet. Um Unebenheiten der Steine auszugleichen und lokale Spannungsspitzen zu vermeiden, wurden die Stahlstäbe mit Gummischläuchen umhüllt. Der Abstand der oberen Lager betrug für  $f_{fx}$  und  $f_{fy}$  36 mm. Die unteren Lager wurden für  $f_{fx}$  im Abstand 91 mm und für  $f_{fy}$  im Abstand 110 mm mittels Holzplättchen fixiert, so dass jeweils der grösstmögliche Hebelarm ausgenutzt werden konnte.

Leider konnten dadurch die Ergebnisse der beiden Versuchsrichtungen ohne Auswertung nicht direkt miteinander verglichen werden.

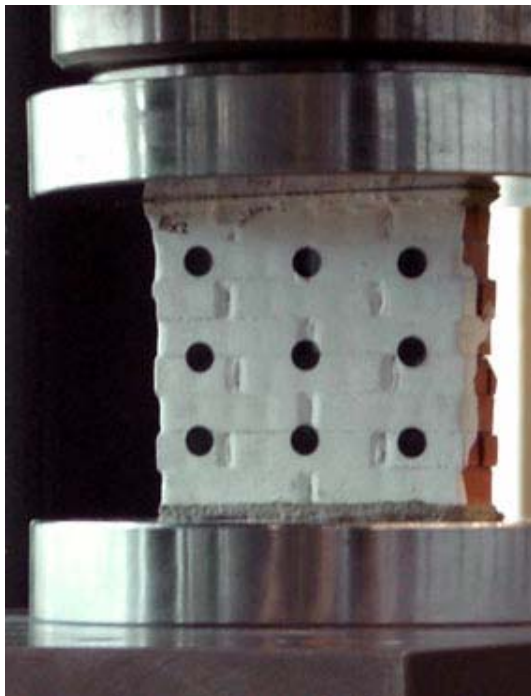


Abb. 3-8 Versuchsanordnung Druckversuch  $f_x$



Abb. 3-9 Versuchsanordnung Druckversuch  $f_y$

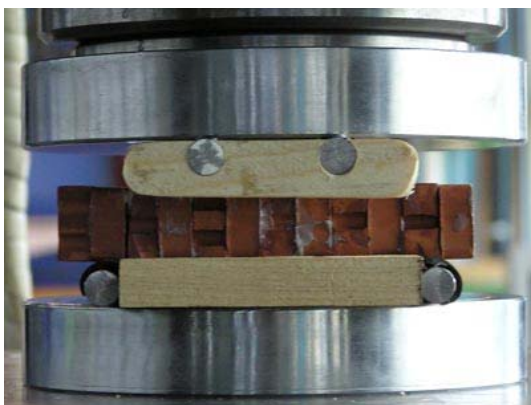


Abb. 3-10 Versuchsanordnung 4-Punkt-Biegezugversuch



### **3.2.3 Kontrollversuche**

Analog zu den Druckversuchen  $f_x$  wurden zwei weitere Körper zur Kontrolle der Videomessung und der zentrischen Belastung in x-Richtung geprüft.

## **3.3 Versuchsvorbereitung und –ablauf**

Alle Versuche wurden weggesteuert durchgeführt mit einer Geschwindigkeit von 0.01mm/s. Mit Ausnahme der zwei Kontrollversuche wurden die Probekörper ohne Belastungszyklen direkt zum Bruch gebracht.

### **3.3.1 Druckversuche**

Um Spannungsspitzen aus Unebenheiten der Steine zu vermeiden und möglichst parallele Auflagerflächen zu erhalten, wurde mit Mörtel eine Ausgleichsschicht an die Kräfteinleitungsflächen appliziert. Als Mörtel wurde der Vergussmörtel ASOCRET-VM-K30 der Firma Schomburg verwendet.

Eine Oberfläche der Probekörper wurde mit weisser Deckfarbe bestrichen und mit 9 schwarzen Punkten in einem regelmässigen Raster beklebt, siehe Abb. 3-8 und Abb. 3-9. Mittels Videoextensiomter wurden diese Punkte während dem Druckversuch in einem lokalen Koordinatensystem vermessen.

Um eine möglichst axiale Belastung ohne Exzentrizität zu erreichen, wurden die Probekörper zentrisch zwischen den Kolben der hydraulischen Presse positioniert.

### **3.3.2 Biegezugversuche**

Die Probekörper wurden mit oben beschriebener 4-Punkt-Versuchsanlage zentrisch in der hydraulischen Presse positioniert.

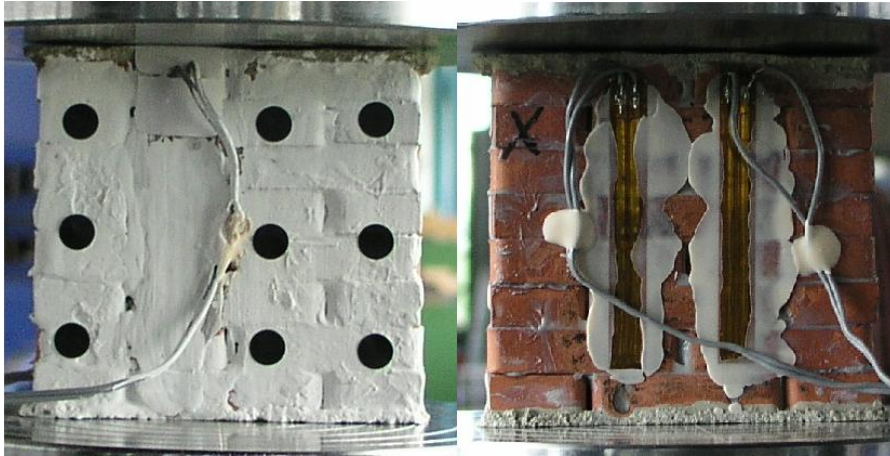
### **3.3.3 Kontrollversuche**

Um die Videoextensiomtermessungen zu überprüfen wurden Dehnmessstreifen (DMS) von 50 mm Länge zur Kontrollmessung verwendet.

Ein Probekörper wurde analog zu den durchgeführten Druckversuchen vorbereitet. Zusätzlich wurden drei DMS aufgeklebt: Ein DMS auf derselben Seite wie die Punkte für die Videoextensiomtermessung und zwei DMS auf der anderen Seite. Die beiden Seiten des Probekörpers sind in Abb. 3-11 zu sehen.

Der zweite Probekörper wurde mit nur zwei DMS geprüft, die gegenüberliegend aufgeklebt wurden.

Im Unterschied zu den anderen Versuchen wurde eine Erstbelastung von 20 kN auf die Versuchskörper aufgebracht. Erst in einer zweiten Belastung wurden die Körper bis zum Bruch gebracht.



**Abb. 3-11** Vorder- und Rückseite von Kontrollkörper K1

## 3.4 Messungen

### 3.4.1 Druckversuche

Die aufgebrachte Normalkraft wurde im Kolben der hydraulischen Presse mit einer Kraftmessdose gemessen.

Die Dehnungen wurden mittels Videoextensiometer und 9 Messpunkten auf der Oberfläche einer Versuchskörperseite gemessen.

Die Daten der beiden Messgrößen wurden auf demselben Computer aufgezeichnet und in einer Zeitreihe gespeichert.

### 3.4.2 Biegezugversuche

Die gesamte Kraft beider Auflager im 4-Punkt-Biegezugversuch wurde im Kolben der hydraulischen Presse mit einer Kraftmessdose gemessen.

Die Daten der Kraftmessung wurden direkt auf einen Computer übertragen und in einer Zeitreihe gespeichert.

### 3.4.3 Kontrollversuche

Die aufgebrachte Normalkraft wurde im Kolben der hydraulischen Presse mit einer Kraftmessdose gemessen.

Die Dehnungen wurden einerseits wie bei den anderen Druckversuchen mittels Videoextensiometer und 9 Messpunkten auf der Oberfläche einer Versuchskörperseite gemessen. Andererseits wurden die Dehnungen mit DMS auf beiden Seiten der Versuchskörper gemessen.

Die Daten der Normalkraft- und der DMS-Messungen wurden gemeinsam auf einem Computer in einer Zeitreihe zusammengeführt. Die Daten der Videoextensiometermessung wurden auf einem zweiten Computer gespeichert.

## 3.5 Auswertung

### 3.5.1 Druckversuche

Für die Auswertung der Druckversuche  $f_x$  und  $f_y$  standen die gemessenen Zeitreihen zur Verfügung:

Aus der Vermessung der 9 Punkte in einem lokalen Koordinatensystem konnten total 9 Dehnungen in axialer Richtung bestimmt werden. Anschliessend wurde der Mittelwert aller 9 Dehnungen bestimmt und auch die Mittelwerte der einzelnen Reihen in axialer Richtung.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta l}{l} = -\frac{(y_{i1} - y_{j1}) - (y_{i0} - y_{j0})}{(y_{i0} - y_{j0})} \quad (1)$$

Aus der Kraftmessung und der mittleren Querschnittsfläche  $A$  des jeweiligen Probekörpers konnten die Spannungen ermittelt werden. In diesem Schritt wurde stillschweigend angenommen, dass die Belastung keine Exzentrizität aufweist und keine Biegung auftritt.

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2)$$

Die Druckfestigkeit wurde jeweils mittels der maximal erreichten Druckkraft im Versuch und der mittleren Querschnittsfläche des Versuchskörpers bestimmt.

$$f_{x,y} = \frac{N_{\max}}{A} \quad (3)$$

Der E-Modul wurde von Hand als Sekantenmodul, wenn möglich zwischen 5 N/mm<sup>2</sup> und 30 N/mm<sup>2</sup> aus den Spannungs-Dehnungs-Diagrammen herausgelesen.

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} \quad (4)$$

### 3.5.2 Biegezugversuche

Für die Bestimmung der Biegezugfestigkeiten wurde jeweils das maximal erreichte Biegemoment im 4-Punkt-Biegeversuch durch den mittleren elastisch gerechneten Biege widerstand  $W$  des Versuchskörpers geteilt.

$$M_{\max} = \frac{F_{\max}}{2} * \frac{(l_1 - l_2)}{2} \quad (5)$$

$$W = \frac{b * t^2}{6} \quad (6)$$

$$f_{f_x, f_y} = \frac{M_{\max}}{W} \quad (7)$$

Bei der Auswertung wurde angenommen, dass die gemessene Gesamtkraft im Kolben der Presse je zur Hälfte auf die Auflager des 4-Punkt-Versuches verteilt wurde.

### 3.5.3 Kontrollversuche

Analog zu den oben beschriebenen Druckversuchen, konnten die aufgebrachten Spannungen und die Dehnungen aus den Videoextensiometermessungen bestimmt werden. Da beim ersten Kontrollversuchskörper für die Aufzeichnung der DMS- und Videoextensiometermessungen zwei verschiedene Computer verwendet wurden, mussten die Startzeiten der beiden Datenreihen abgeglichen werden. Die Zeitkorrektur wurde so bestimmt, dass die Maxima der Spannungen und Dehnungen aus der Erstbelastung übereinstimmen.

Aus den Dehnungsmessungen der DMS auf der Vorder- und Rückseite der Versuchskörper kann die Exzentrizität  $e$  der Normalkraft und der E-Modul bestimmt werden:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{E} * \sigma \quad (8)$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \mp \frac{M}{W} = N * \left( \frac{1}{A} \mp \frac{e}{W} \right) \quad (9)$$

aus diesen Formeln folgt:

$$e = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) W}{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) A} = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) h}{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) b} \quad (10)$$

$$E = \frac{N}{\varepsilon_1} \left( \frac{1}{A} - \frac{e}{W} \right) \quad (11)$$

### 3.6 Mauerwerkskennwerte

Aus den Kleinkörperversuchen wurden die charakteristischen Parameter  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $f_{fx}$ ,  $f_{fy}$  und der E-Modul bestimmt.

Bei untenstehenden Werten handelt es sich jeweils um die Mittelwerte der Parameter, gerechnet mit den berücksichtigten Versuchsergebnissen, auf ganze Zahlen gerundet:

$$\begin{aligned} f_x &= 43 \text{ N/mm}^2 \\ f_y &= 19 \text{ N/mm}^2 \\ f_{fx} &= 12 \text{ N/mm}^2 \\ f_{fy} &= 10 \text{ N/mm}^2 \\ E &= 20 \text{ kN/mm}^2 \end{aligned}$$

### 3.7 Trag- und Bruchverhalten

#### 3.7.1 Druckversuche

Das Verhalten der Versuchskörper im Druckversuch ist in x- wie auch in y-Richtung linear-elastisch und spröd.

Folgend die Zusammenstellungen der mit den Gleichungen (1) bis (4) ausgewerteten Resultate der Druckversuche. Die schraffiert eingetragenen Werte werden aus folgend diskutierten Gründen nicht weiter berücksichtigt.

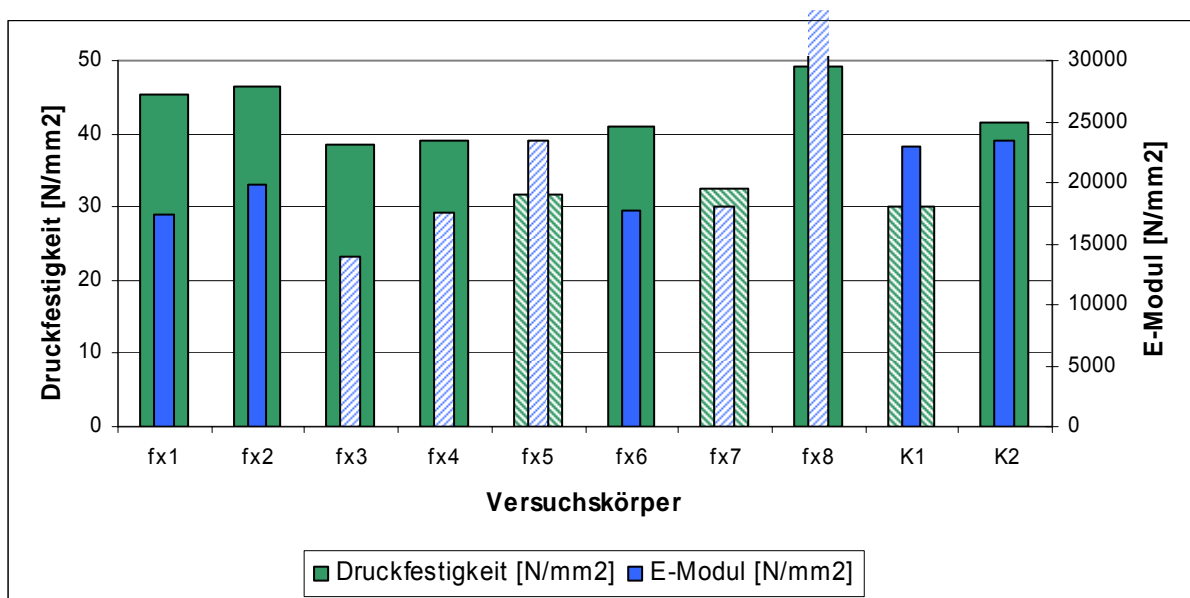


Abb. 3-12 Zusammenstellung der Werte in x-Richtung

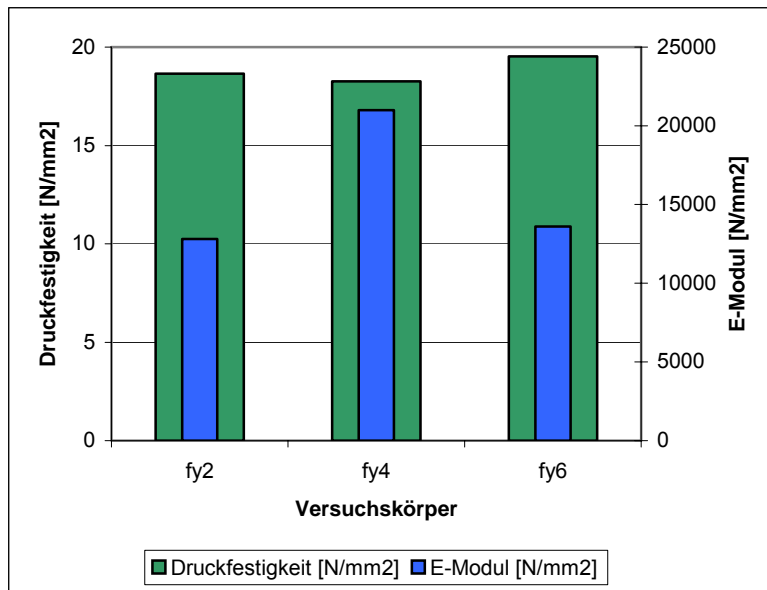


Abb. 3-13 Zusammenstellung der Werte in y-Richtung

**fx1:**

Der erste Probekörper wurde im Unterschied zu den anderen Versuchskörpern nur mit 6 Messpunkten versehen. Zudem wurden die Kräfte und die Dehnungen auf zwei verschiedenen Computern aufgezeichnet, weshalb für die Auswertung zwischen den zwei Datenreihen ein Zeitabgleich erforderlich war.

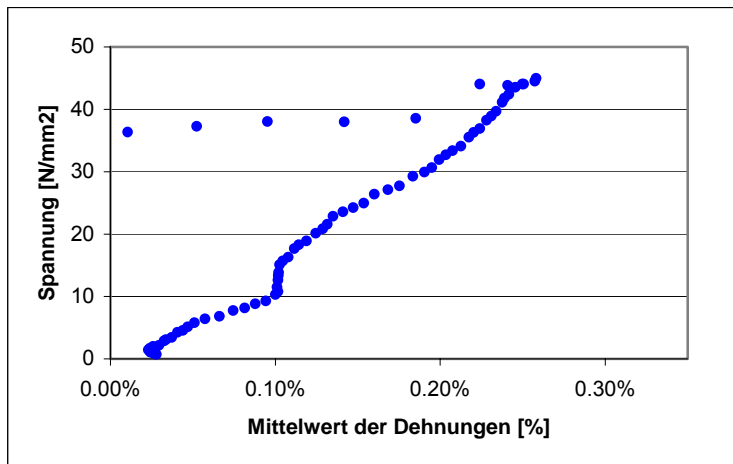
Die Druckfestigkeit von  $45.4 \text{ N/mm}^2$  liegt leicht über dem Mittelwert und der E-Modul liegt mit  $17.2 \text{ kN/mm}^2$  unter dem Mittelwert.

Der Bruch erfolgte durch Querkzugversagen und Ausknicken einzelner lokaler Mauerwerksbereiche, wie in Abb. 3-14 zu erkennen ist.

Aus unerklärlichen Gründen wurde, wie in Abb. 3-15 ersichtlich ist, im Bereich zwischen 10 und 17  $\text{N/mm}^2$  keine Dehnungsänderung gemessen.



Abb. 3-14 Bruchkörper fx1



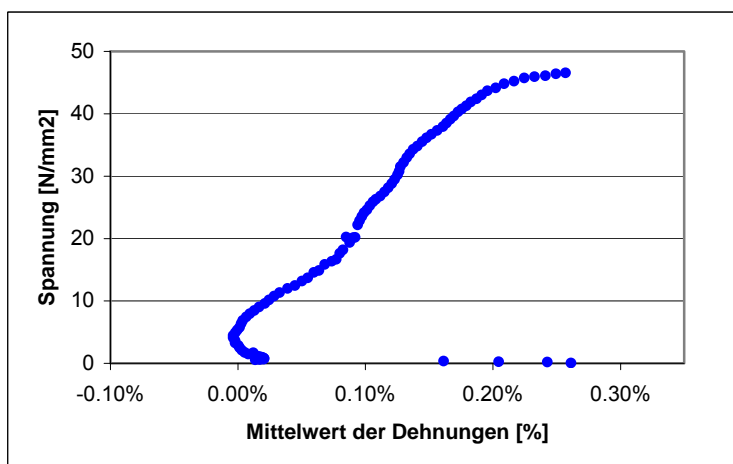
**Abb. 3-15** Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx1

**fx2:**

Die Druckfestigkeit von  $46.6 \text{ N/mm}^2$  liegt über dem Mittelwert und der E-Modul liegt mit  $19.9 \text{ kN/mm}^2$  gut im Mittel.

Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm in Abb. 3-16 zeigt bei Spannungen ab  $5 \text{ N/mm}^2$  einen linearen Verlauf mit einer leichten Abflachung vor dem Bruch.

Der Bruch erfolgte wie bei fx1 durch Querkzugversagen.



**Abb. 3-16** Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx2

**fx3:**

Die Druckfestigkeit von  $38.6 \text{ N/mm}^2$  liegt etwas unter dem Mittelwert. Der E-Modul liegt mit  $14 \text{ kN/mm}^2$  stark unter dem Mittelwert.

Da sich die Spannungen und Dehnungen linear verhalten, wie in Abb. 3-17 zu sehen ist, kann ein eindeutiger E-Modul bestimmt werden. Da dieser E-Modul aber stark vom Mittelwert abweicht, wird dieser Versuch nicht weiter verrechnet.

Der Bruch erfolgte durch Querkzugversagen in den Randbereichen und Ausknicken einzelner Mauerwerksbereiche. Der Bruchkörper ist in Abb. 3-18 abgebildet.

Der tiefe Wert des E-Moduls kann erklärt werden, indem angenommen wird, dass eine Normalkraft mit konstanter Exzentrizität vorhanden war. Infolge des resultierenden Momentes wird eine Seite stärker gedrückt und bei der Auswertung mit Annahme zentrischer Normalkraft und Dehnungsmessung auf der effektiv stärker gedrückten Seite resultiert ein viel zu niedriger E-Modul.

Dieser Ansatz vermag allerdings nicht zu erklären, weshalb die Druckfestigkeit den Mittelwert trotzdem nicht unterschreitet: Die Auswertung des Versuchs in der Annahme einer zentrischen Belastung trotz einer effektiv exzentrischen Belastung müsste die Druckfestigkeit unterschätzen, da die massgebenden Druckspannungen an den Rändern infolge des Momentes grösser sind, als die in der Mitte berechneten.

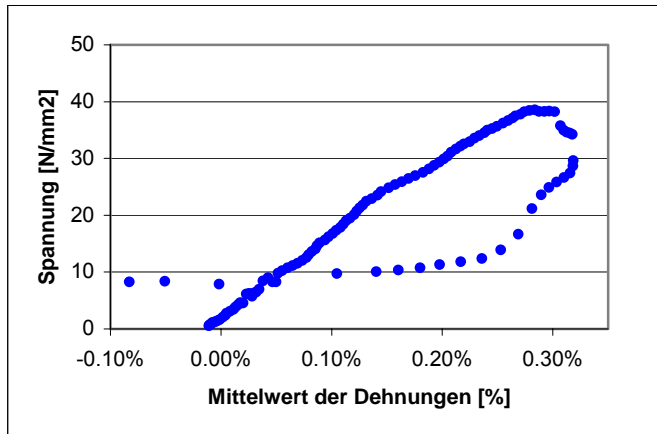


Abb. 3-17 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx3



Abb. 3-18 Bruchkörper fx3

#### fx4:

Die Druckfestigkeit von  $39.0 \text{ N/mm}^2$  liegt leicht unter dem Mittelwert, der E-Modul ist, wie in Abb. 3-19 zu sehen, nicht bestimmbar.

Der Verlauf des Spannungs-Dehnungs-Diagramms ist nicht erklärbar. Mit grosser Wahrscheinlichkeit liegen Messfehler durch schlechten Lichteinfall und andere Störungen vor.

Der Bruch erfolgte bei diesem Körper durch Abplatzen der ganzen hinteren, nicht gemessenen Mauerwerksseite, wie in Abb. 3-20 zu erkennen ist. Dieses Versagen könnte auf eine exzentrische Belastung hinweisen, wobei die hintere Seite stärker gedrückt wurde. Auf dem Bild ist auch zu erkennen, dass der obere Messkolben nach hinten gekippt ist und nicht parallel zum unteren Messkolben liegt, was ebenfalls auf eine exzentrische Belastung hinweist.

Gegen eine exzentrische Belastung spricht der gute Wert der Druckfestigkeit, weshalb dieser Wert für den Mittelwert berücksichtigt wird.



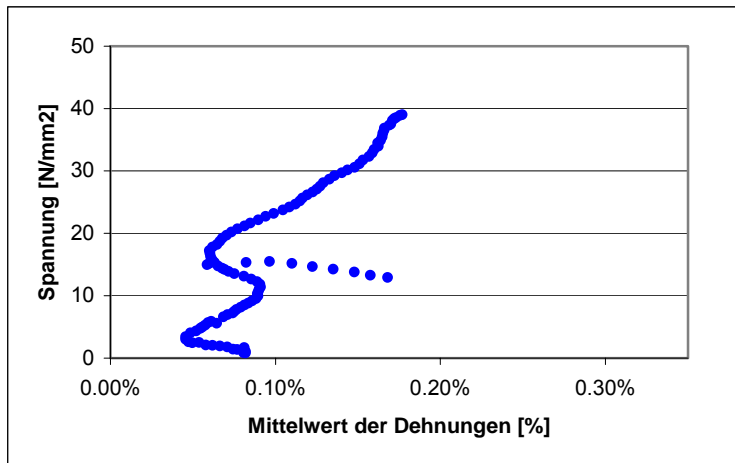


Abb. 3-19 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx4



Abb. 3-20 Bruchkörper fx4

**fx5:**

Die Druckfestigkeit liegt mit  $31.7 \text{ N/mm}^2$  weit unter dem Mittelwert und der E-Modul ist nicht eindeutig bestimmbar, wie in Abb. 3-21 zu sehen ist.

Der Anfangsbereich bis  $10 \text{ N/mm}^2$  ist linear und zeigt einen E-Modul von etwa  $23.5 \text{ kN/mm}^2$ . Dieser Wert liegt über dem Mittelwert. Anschliessend zeigt die Messung eine Versteifung, ähnlich zum Verlauf in fx1, aber ausgeprägter. Der Bereich vor dem Bruch verläuft dann wieder linear, aber einiges flacher als der Anfangsbereich.

Der E-Modul, ausgewertet zwischen  $5$  und  $30 \text{ N/mm}^2$  liegt bei  $20.5 \text{ kN/mm}^2$  und ist etwas grösser als der Mittelwert.

Der Bruchkörper zeigt ein ähnliches Bild wie fx1, zu sehen in Abb. 3-14.

Aufgrund des nicht linearen Spannungs-Dehnungs-Verlaufes und des geringen Wertes der Druckfestigkeit wird dieser Versuch für die Parameterbestimmung weggelassen.

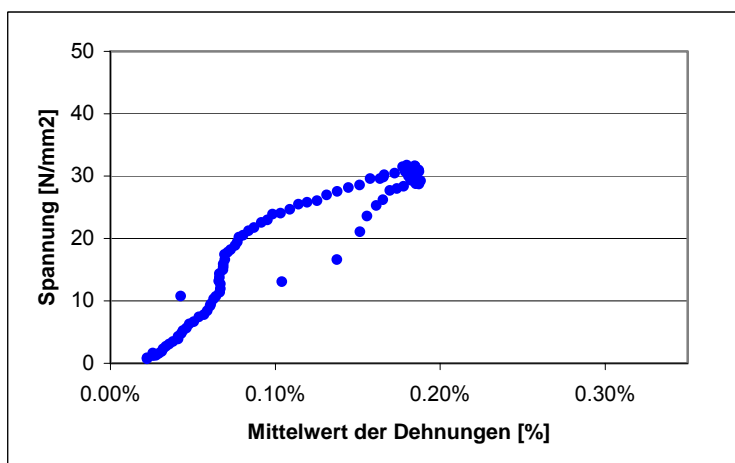


Abb. 3-21 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx5

**fx6:**

Die Druckfestigkeit von  $41.4 \text{ N/mm}^2$  liegt beinahe in der Mitte aller Werte. Der E-Modul von  $17.7 \text{ kN/mm}^2$  ist einiges kleiner als der Mittelwert.

Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf, in Abb. 3-22 ersichtlich, zeigt ein sehr lineares Verhalten bei Spannungen grösser als  $5 \text{ N/mm}^2$ .

Der Bruch erfolgte wie fx1 auf Querszugversagen.

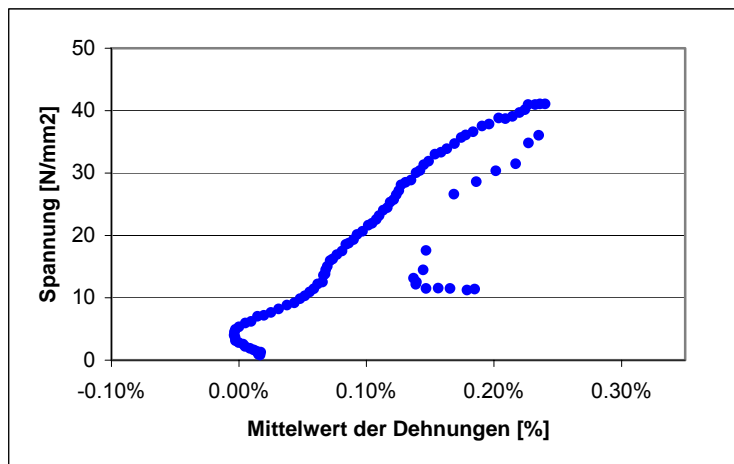


Abb. 3-22 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx6

**fx7:**

Dieser Probekörper wies eine Steinlage weniger auf als die anderen Versuchskörper.

Die Druckfestigkeit von  $32.7 \text{ N/mm}^2$  liegt unter dem Mittelwert. Der E-Modul von  $18 \text{ kN/mm}^2$  fällt relativ klein aus.

Der Verlauf des Spannungs-Dehnungs-Diagramms ist linear. Die geringe Druckfestigkeit und der geringe E-Modul kann durch eine exzentrische Normalkraft erklärt werden, wie bei Versuchskörper fx3 bereits erläutert. Deshalb wird dieser Versuch nicht weiter verrechnet.

Wie fx1 versagte dieser Körper auf Querszug.

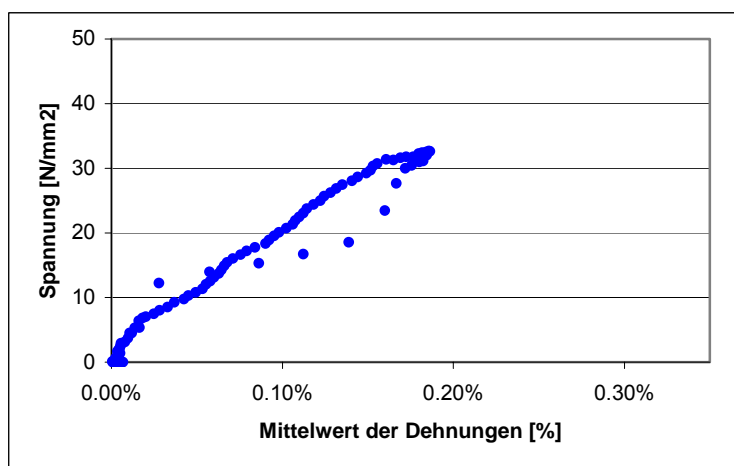


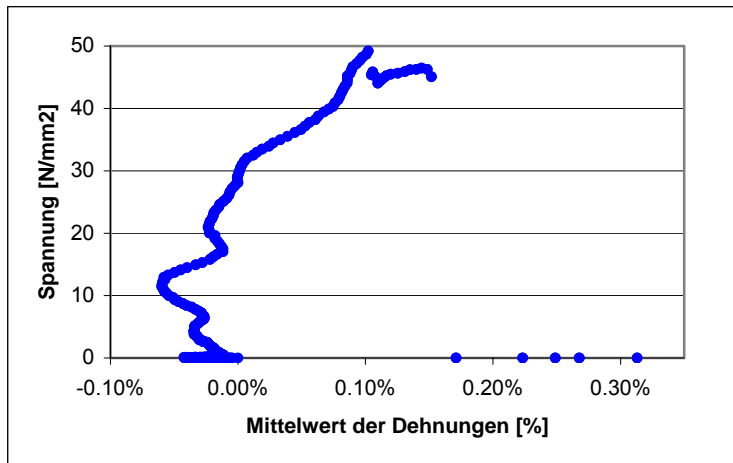
Abb. 3-23 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx7

**fx8:**

Dieser Probekörper wurde in doppelter Breite gebaut als die anderen Probekörper, um zu sehen wie sich ein Massstabeffekt auswirken könnte.

Die Druckfestigkeit liegt mit  $49.2 \text{ N/mm}^2$  weit über dem Mittel. Der E-Modul ist, wie in Abb. 3-24 zu erkennen, nicht bestimmbar.

Der Bruch erfolgte einseitig, wie in Abb. 3-25 zu sehen ist. Daraus kann auf eine in Mauerwerksrichtung ungleichmäßige Belastung geschlossen werden.



**Abb. 3-24** Spannungs-Dehnungs-Diagramm fx8



**Abb. 3-25** Bruchkörper fx8

## Kontrollversuch K1:

Der erste Kontrollversuchskörper K1 wurde mit Videoextensiometer und DMS gemessen. Der DMS Streifen auf derselben Seite wie die Videomessung diente der Überprüfung der Videomessung. Die Anordnung von DMS auf beiden Versuchskörperseiten war zur Überprüfung der zentrischen Belastung.

Die Vergleiche der Messungen sind in Abb. 3-26 bis Abb. 3-28 ersichtlich.

Mit der gleichen Auswertungsmethode der vorangehenden Versuchskörper resultieren folgende Werte:

Die Druckfestigkeit mit  $29.9 \text{ N/mm}^2$  liegt weit unter dem Mittelwert. Der E-Modul, gemessen zwischen 5 und  $20 \text{ N/mm}^2$ , liegt bei  $17 \text{ kN/mm}^2$ . Dieser Wert liegt in einem Bereich in dem auch einige andere Messungen liegen.

Der Verlauf des Spannungs-Dehnungs-Diagramms ist ziemlich linear, wie in Abb. 3-26 zu sehen ist.

### Überprüfung der Videomessgenauigkeit:

Der Mittelwert der Dehnungen der 9 Messpunkte und die Messungen an DMS3 zeigen einen ähnlichen Verlauf, wie in Abb. 3-26 zu erkennen ist. DMS3 zeigt ein perfekt linear-elastisches Verhalten über die ganze Versuchsdauer bis zum Versagen des DMS. Die Videomessung zeigt bei der ersten Be- und Entlastung eine leichte Hysterese auf, was nicht einem linear-elastischen Verhalten entsprechen würde.

Der Vergleich von DMS3 mit der gleich daneben liegenden mittleren Punktreihe fällt etwas weniger gut aus wie der Vergleich mit dem Mittelwert, wie in Abb. 3-27 zu erkennen ist: Bei der Erstbelastung zeigen die Videomessungen ein viel steiferes Verhalten als die DMS-Messungen. Nach der Entlastung ist der Probekörper gemäss Videomessung sogar gezogen, was unmöglich ist. Bei der Zweitbelastung zeigt die Videomessung bis etwa  $12 \text{ N/mm}^2$  wie bei der Erstbelastung ein viel steiferes Verhalten als die DMS-Messung. Bis zum Bruch verlaufen sie anschliessend etwa parallel.

Aus diesen Vergleichen kann geschlossen werden, dass die einzelne Videomessung nicht so präzise ist wie die DMS-Messung, jedoch im Mittel über alle Punkte ein repräsentatives Bild abgegeben wird. Die Resultate sind aber nicht so schlecht, dass diese Messmethode verworfen werden muss.

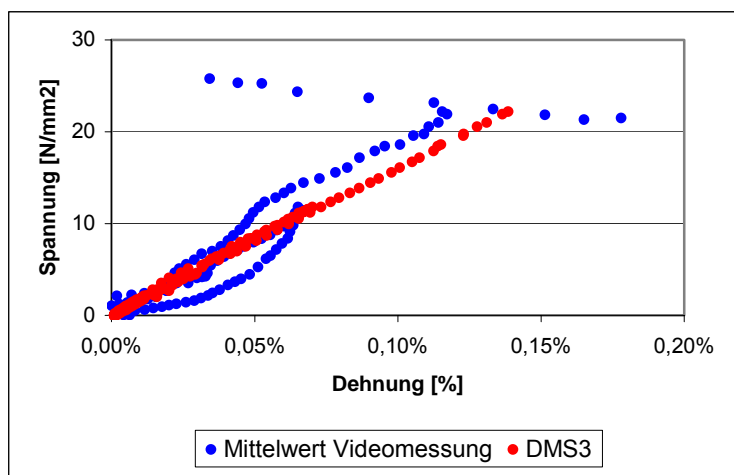
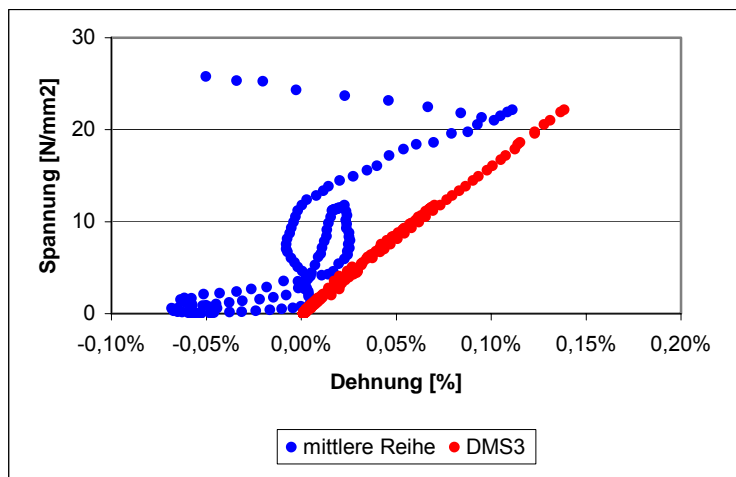


Abb. 3-26 Vergleich Mittelwert Videomessungen mit DMS3



**Abb. 3-27** Vergleich mittlere Reihe mit DMS3

Überprüfung der zentrischen Belastung:

Werden die Spannungs-Dehnungs-Verläufe der DMS in Abb. 3-28 auf der Vorder- und Rückseite miteinander verglichen, fällt auf den ersten Blick auf, dass DMS3 viel flacher verläuft als DMS1. Bei einer zentrischen Belastung müssten beide DMS denselben Verlauf aufweisen. Da die einzelnen Verläufe linear sind, muss die Exzentrizität konstant sein.

Durch den Dehnungsunterschied auf Vorder- und Rückseite können der Biegeanteil der Belastung und daraus die Exzentrizität der Belastung mit Gleichungen (8) bis (10) bestimmt werden. Anschliessend kann mit Gleichung (11) der E-Modul berechnet werden. Der Verlauf der Exzentrizität und des E-Moduls kann Abb. 3-29 für die zweite Belastung bis zum Bruch entnommen werden. Die beiden Werte spielen sich bei Belastungsbeginn jeweils ein und bleiben anschliessend auf einem konstanten Wert. Die Exzentrizität von 1.5 mm auf eine Breite von 21 mm des Probekörpers ist so gross, dass sie nicht vernachlässigt werden kann. Damit ist erklärt, warum der zuvor berechnete Wert von  $29.9 \text{ N/mm}^2$  nicht die Druckfestigkeit wiedergibt.

Der E-Modul aus der Berechnung mit Berücksichtigung der Exzentrizität liegt für die Erst- wie auch für die Zweitbelastung bei  $23 \text{ kN/mm}^2$ . Dieser Wert ist doch um einiges grösser als der zuerst ermittelte Wert von  $17 \text{ kN/mm}^2$ .

Durch die Exzentrizität der Belastung kann auch erklärt werden, weshalb beim Versuch auf der einen Seite des Körpers eine Scheibe des Mauerwerks abgesprengt wurde, wie in Abb. 3-30 zu sehen ist.

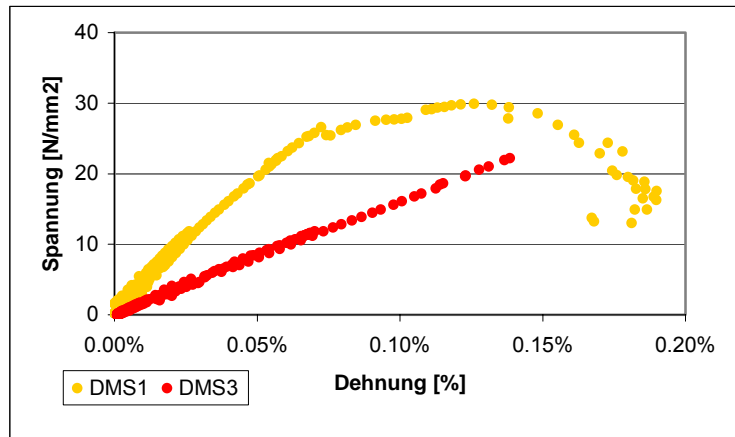


Abb. 3-28 Vergleich der DMS Messungen

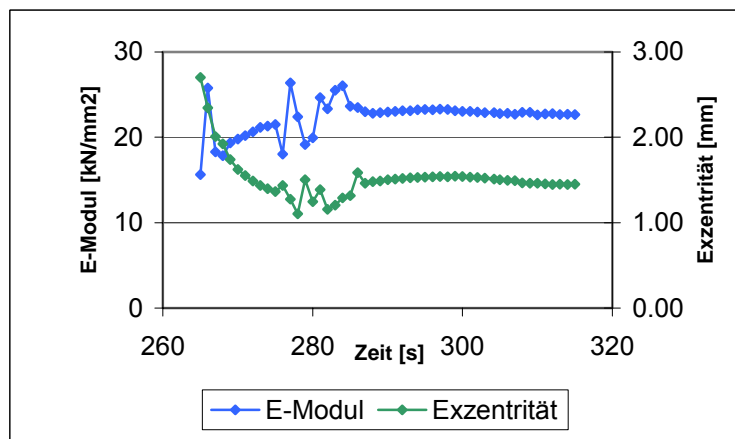


Abb. 3-29 Verlauf E-Modul und Exzentrizität bei der Zweitbelastung



Abb. 3-30 Bruchkörper Kontrollversuch K1

## Kontrollversuch K2:

Der zweite Kontrollversuchskörper K2 wurde nur mit 2 DMS auf der Vorder- und Rückseite gemessen. Die Spannungs-Dehnungs-Verläufe der beiden DMS-Messungen sind in Abb. 3-31 zu sehen.

Die gleiche Auswertung wie bei Kontrollversuch K1 führt zu einer Exzentrizität von rund 0.2 mm bei der Erstbelastung und 0.4 mm bei der Zweitbelastung, wobei die Exzentrizität zwischen den Belastungen die Seite wechselt. Diese Exzentrizität ist vernachlässigbar klein und der Versuch kann als einaxialer Druckversuch gewertet werden.

Der E-Modul liegt wie bei Kontrollversuch K1 bei etwa  $23.5 \text{ kN/mm}^2$ .

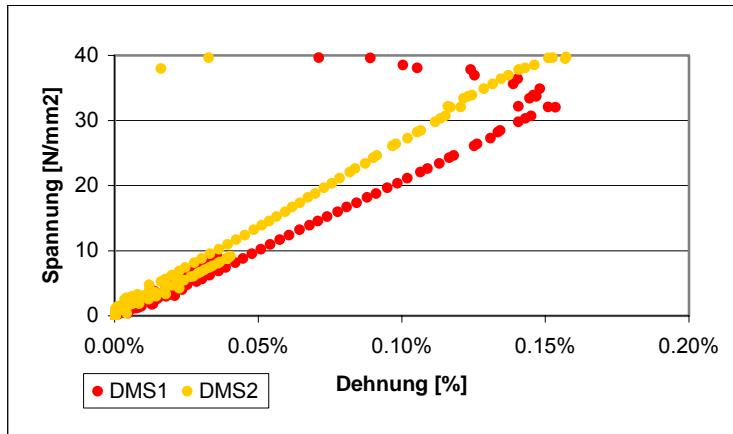


Abb. 3-31 Spannungs-Dehnungs-Diagramm Kontrollversuch K2

**fy1, fy3, fy5:**

Aus nicht erklärbaren Gründen waren die Datenreihen dieser Messungen leer.

**fy2:**

Die Druckfestigkeit liegt mit  $18.7 \text{ N/mm}^2$  im Mittel der Messungen. Ein E-Modul kann kaum bestimmt werden. Im annähernd linearen Endbereich zwischen etwa 11 und  $18 \text{ N/mm}^2$  berechnet sich ein E-Modul von  $12.8 \text{ kN/mm}^2$ .

Der Verlauf des Spannungs-Dehnungs-Diagramms zeigt ein ähnliches Verhalten wie  $fx_1$ , wobei der Bereich ohne Dehnungen viel grösser ausfällt. Erklärbar ist dieses Phänomen nicht.

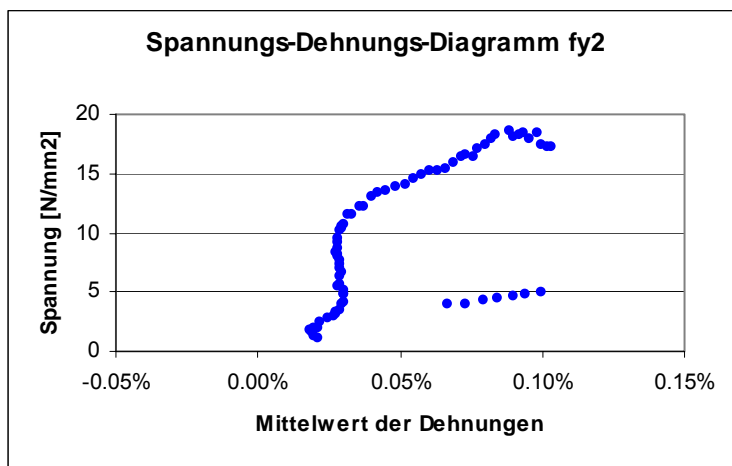


Abb. 3-32 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fy2

**fy4:**

Die Druckfestigkeit liegt bei  $18.3 \text{ N/mm}^2$  und weicht nicht wesentlich von den anderen Probekörpern ab. Der E-Modul zwischen 5 und  $15 \text{ N/mm}^2$  liegt bei  $21 \text{ kN/mm}^2$ .

Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf ist einigermaßen linear, wobei der Anfangs und Endbereich etwas weicher verläuft als der mittlere Bereich zwischen etwa 5 und  $10 \text{ N/mm}^2$ .

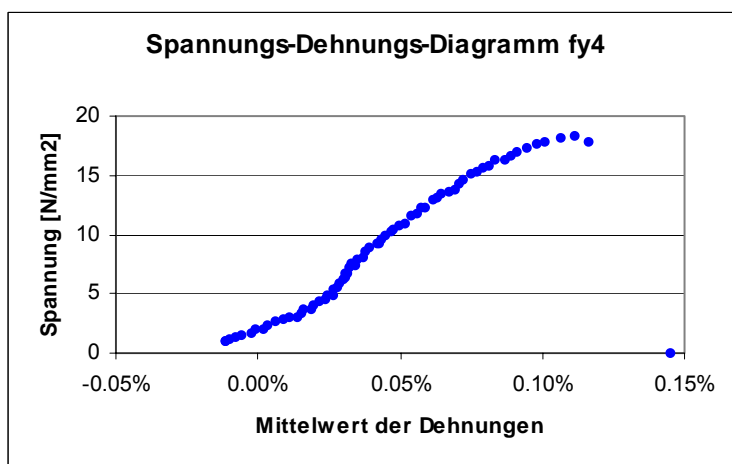


Abb. 3-33 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fy4



### fy6:

Mit  $19.5 \text{ N/mm}^2$  resultierte bei diesem Versuch die grösste Druckfestigkeit in y-Richtung.

Der Verlauf des Spannungs-Dehnungs-Diagrammes kann nicht als linear beschrieben werden, weshalb auch der E-Modul kaum bestimmbar ist. Im Bereich zwischen etwa 5 und  $10 \text{ N/mm}^2$  resultiert ein E-Modul von  $13.6 \text{ kN/mm}^2$ .

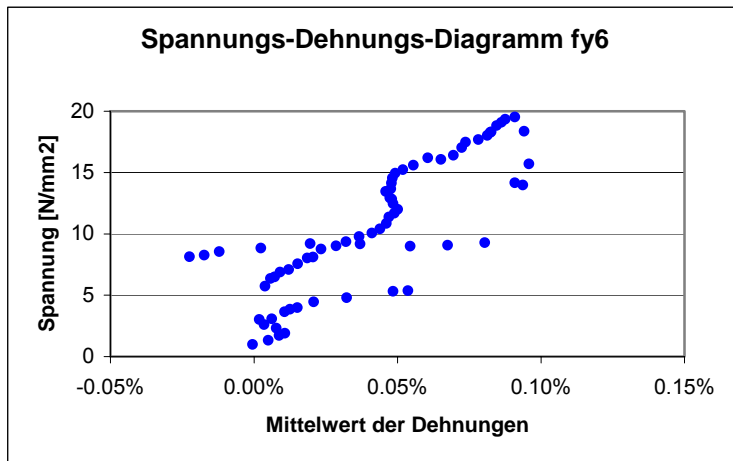


Abb. 3-34 Spannungs-Dehnungs-Diagramm fy6

### 3.7.2 Biegezugversuche

Das Verhalten der Versuchskörper im Biegezugversuch lässt sich als spröde beschreiben. Da keine Verformungen gemessen wurden, kann keine Aussage zur Verformbarkeit gemacht werden. Der Bruch erfolgt ohne Vorankündigung.

Die Werte der Versuche streuen kaum und im Unterschied zu herkömmlichem Mauerwerk ist kaum ein Unterschied zwischen  $f_{fx}$  und  $f_{fy}$  vorhanden.

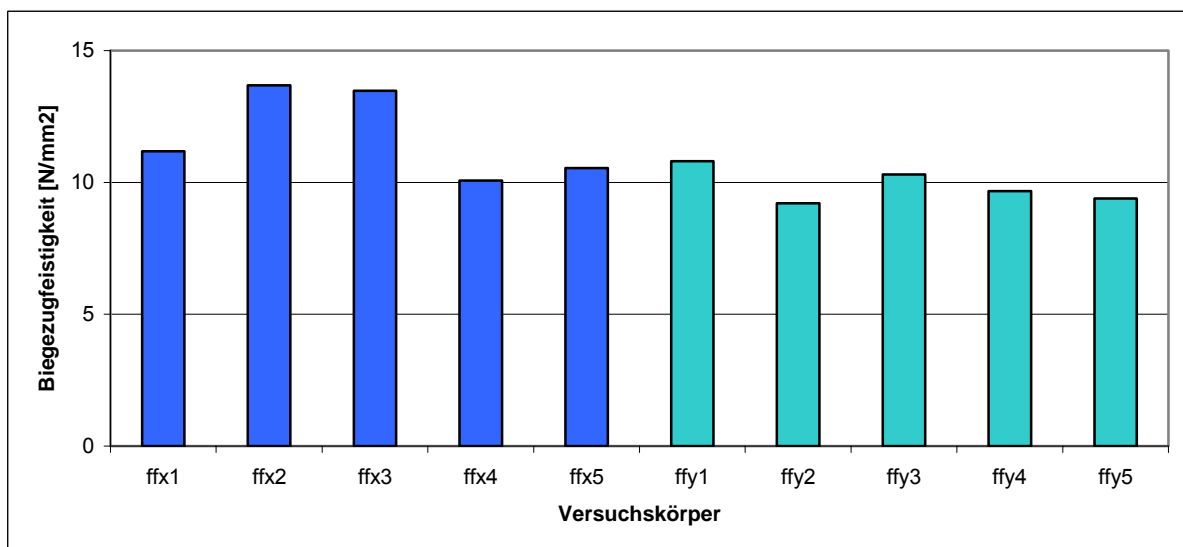


Abb. 3-35 Zusammenstellung der Biegezugfestigkeiten in x- und y-Richtung

**ffx:**

Die Probekörper ffx zeigen verschiedene Bruchbilder. Beobachtet wurden Brüche am Rand einer Lagerfuge, wobei der Bruch im Stein und nicht im Kleber erfolgte, wie in Abb. 3-36 ersichtlich ist. Der Grund für dieses Bruchbild könnte in einem nicht optimalen Verbund einzelner Lagerfugen zu finden sein oder Steinversagen auf Zug. Es traten auch Biegebrüche auf ohne Berührung einer Lagerfuge, wie in Abb. 3-37 zu erkennen ist. Ebenfalls beobachtet wurde ein typischer Schubbruch, siehe Abb. 3-38.



**Abb. 3-36** Bruchbild ffx4



**Abb. 3-37** Bruchbild ffx3



**Abb. 3-38** Bruchbild ffx2

**ffy:**

Die Probekörper ffy zeigen ebenfalls kein regelmässiges Bruchbild. Die Brüche erfolgten sowohl exakt durch eine Stossfugenreihe, wie in Abb. 3-39, oder ohne Berührung einer Stossfuge, wie in Abb. 3-41. Das kann damit erklärt werden, dass die Schwachstellen, bedingt durch grossen Lochanteil in einem Schnitt oder stellenweise schlechten Kontakt mit dem Leim, wie Abb. 3-40 zeigt, zufällig verteilt sind.



**Abb. 3-39** Ansicht Bruchbild ffy5



**Abb. 3-40** Querschnitt ffy5



**Abb. 3-41** Ansicht Bruchbild ffy3



**Abb. 3-42** Querschnitt ffy3

## 4 Numerische Analyse

Angaben zur verwendeten Schalenform sind Kap. 5 und Abb. 4-1 zu entnehmen. Für die FEM-Berechnung der Schale wurde die Software SofiPlus, Version 16.1 der Firma SOFiSTiK AG mit der CAD Eingabeoberfläche AutoCAD 2002 verwendet.

### 4.1 Systemgenerierung und Materialdefinition

Um die Schale zu modellieren wurden kartesische Koordinaten der Schale mit Matlab R2006b berechnet und als 3D-Netz in AutoCAD importiert. Das Matlab File ist in Kap. 7.3 enthalten. Für die Grösse  $s$  wurde 0.05 verwendet. Mit Hilfe dieses 3D-Netzes wurde mit SofiPlus eine gekrümmte Strukturfläche erzeugt, deren Ränder gelenkig gelagert wurden.

Als Material wurde ein linear-elastisches, homogenes und isotropes Material definiert:

E-Modul =  $20 \text{ kN/mm}^2$

Querdehnzahl  $\nu = 0.2$

Eigengewicht  $\gamma = 15 \text{ kN/m}^3$

Effektive Festigkeit und Nominale Festigkeit  $10 \text{ N/mm}^2$  (ohne Berechnungseinfluss)

### 4.2 Lastfälle

Mit dem 1. Lastfall wurde das Eigengewicht untersucht, welches mit  $0.3 \text{ kN/m}^2$  in Rechnung gestellt wurde.

Der 2. Lastfall bestand aus 16 Einzelkräften von jeweils 1 kN, lokal als Punktlasten eingeleitet. Die Lastanordnung ist Abb. 4-1 zu entnehmen. Die Schale konnte nicht in 16 gleich grosse Einflussbereiche geteilt werden, da dies die Rahmenbedingung der Versuchseinrichtung nicht erlaubte.

Der 3. Lastfall bestand aus den 16 Kräften, als quadratische Flächenlasten von 10 cm Seitenlänge eingeleitet. Damit der 3. Lastfall direkt mit dem 2. verglichen werden konnte, wurde die Flächenlast mit  $100 \text{ kN/m}^2$  gewählt, wodurch die Resultierende der Flächenlast zu 1 kN wird.

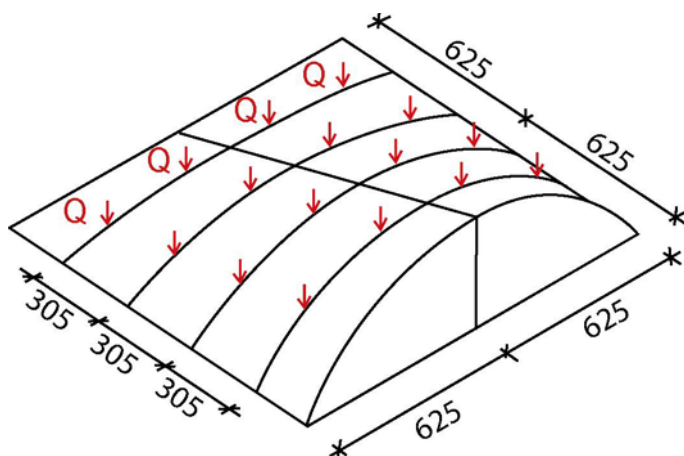


Abb. 4-1 Lastfall für den Schalenversuch

### 4.3 Netzgenerierung und Berechnung

Die Netzgenerierung wurde automatisch von SofiPlus gesteuert. Als maximale Elementkantenlänge wurde 0.02 m gewählt. Das Resultat nach der automatischen Netzgenerierung ist in Abb. 4-2 zu sehen.

Die automatisch generierte Berechnungsanweisung wurde mit einigen Outputbefehlen für die graphische Darstellung erweitert und mit dem Berechnungsprogramm von Sofistik gerechnet. Für die Berechnung wurde ASE „Allgemeine Statik Finiter Element Strukturen“ und für die graphische Darstellung WinGraph, beides Produkte des Sofistik-Paketes, verwendet.

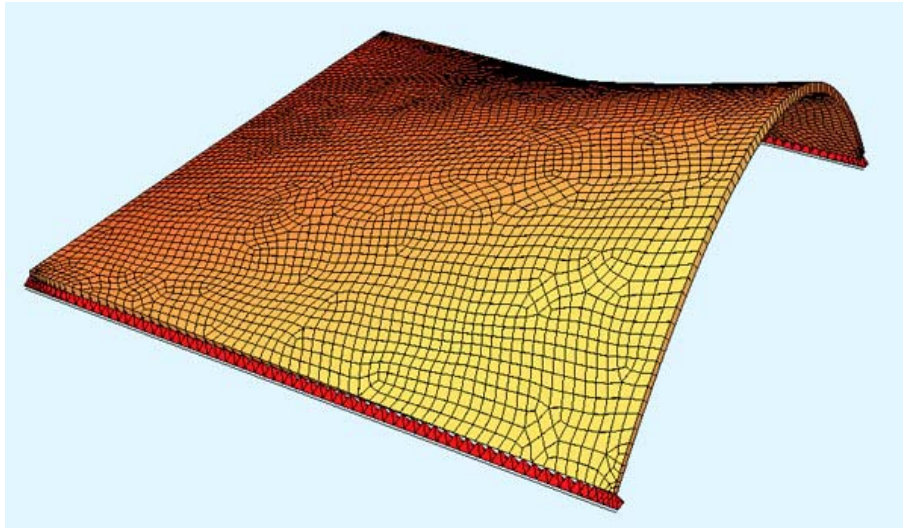


Abb. 4-2 Modell der Schale nach der Netzgenerierung

#### 4.3.1 Auswertung

Die jeweils grössten aufgetretenen Zugspannungen wurden mit dem Wert für  $f_{fy}$  verglichen. Da die Schale linear-elastisch gerechnet wurde, kann die Last  $F$  von 1 kN proportional erhöht werden, bis die maximale Zugspannung gleich  $f_{fy}$  wird. Es wird  $f_{fy}$  verwendet, da die Richtungsabhängigkeit der Spannung nicht beachtet wird.

$$F_{\max} = F * \frac{\sigma_{\max}}{f_{fy}} \quad (12)$$

$$F_{\text{tot}} = 16 * F_{\max} \quad (13)$$

$F_{\max}$  stellt die Risslast dar, die in einem der 16 Belastungsstäbe wirkt. Anschliessend wird die Kraft mit einem neuen statischen System wohl gesteigert werden können.

### 4.3.2 Resultate

Die Resultate der FEM-Berechnungen sind in graphischer Form im Anhang enthalten.

#### Lastfall 1:

Maximale Hauptspannung oben:  $0.030 \text{ N/mm}^2$

Minimale Hauptspannung oben:  $-0.039 \text{ N/mm}^2$

Maximale Hauptspannung unten:  $0.027 \text{ N/mm}^2$

Minimale Hauptspannung unten:  $-0.054 \text{ N/mm}^2$

Diese Spannungswerte sind weit von den Materialfestigkeiten entfernt. Das Eigengewicht sollte problemlos abgetragen werden können.

#### Lastfall 2:

Maximale Hauptspannung oben:  $4.70 \text{ N/mm}^2$

Minimale Hauptspannung oben:  $-2.94 \text{ N/mm}^2$

Maximale Hauptspannung unten:  $1.00 \text{ N/mm}^2$

Minimale Hauptspannung unten:  $-5.68 \text{ N/mm}^2$

$$n = \frac{10 \text{ N/mm}^2}{4.70 \text{ N/mm}^2} = 2.13$$

$$F_{\max} = 2.13 * 1 \text{ kN} = 2.13 \text{ kN}$$

$$F_{\text{tot}} = 16 * 2.13 \text{ kN} = 34 \text{ kN}$$

Theoretisch könnte die Schale mit 16 Punktlasten 34 kN, also 3.4 t tragen. Problematisch würde mit 16 Punktlasten wohl die lokale Kraffeinleitung werden. Das Durchstanzen wurde aber nicht genauer untersucht.

#### Lastfall 3:

Maximale Hauptspannung oben:  $2.19 \text{ N/mm}^2$

Minimale Hauptspannung oben:  $-2.98 \text{ N/mm}^2$

Maximale Hauptspannung unten:  $0.911 \text{ N/mm}^2$

Minimale Hauptspannung unten:  $-3.23 \text{ N/mm}^2$

$$n = \frac{10 \text{ N/mm}^2}{2.19 \text{ N/mm}^2} = 4.57$$

$$F_{\max} = 4.57 * 1 \text{ kN} = 4.57 \text{ kN}$$

$$Z_{\max} = 16 * 4.57 \text{ kN} = 73 \text{ kN}$$

Der Unterschied zwischen lokalen Punktlasten und Flächenlasten ist enorm. Die maximalen Zugspannungen werden halbiert und die Schale könnte 73 kN, also 7.3 t tragen.

## 5 Schalenversuch

### 5.1 Formfindung

Die Form einer Konoidschale entstand im Zusammenhang mit der möglichen Anwendung als Sheddach: Durch Aneinanderreihen mehrerer Konoidschalen könnte eine Hallenüberdachung mit Tageslichteinfall gebaut werden. Ein Modell eines Sheddachs, das allerdings nicht der geometrischen Definition einer Konoidschale entspricht, ist in Abb. 5-1 zu sehen.

Einerseits wurde eine einfach gekrümmte Fläche gewählt, da sich der Bau der Schalung wesentlich vereinfachte. Andererseits treten bei einer einfach gekrümmten Schale aus Backsteinen wesentlich kleinere Fugenschlitze auf als bei einer doppelt gekrümmten. Zudem können die Lagerfugen senkrecht zu den Leitlinien ausgerichtet werden, wodurch die grosse Druckfestigkeit in x-Richtung des Mauerwerks in Bogenrichtung der Schale zu liegen kommt.

Ausserdem konnte bei dieser Form für eine händische Berechnung eine Tragwirkung nur in Bogenrichtung angenommen werden. Würde die erzeugende Gerade zum Beispiel durch einen Parabelbogenabschnitt ersetzt, ergäbe sich eine stark verbesserte Tragwirkung. Darauf wurde aber aus oben erwähnten Gründen verzichtet.

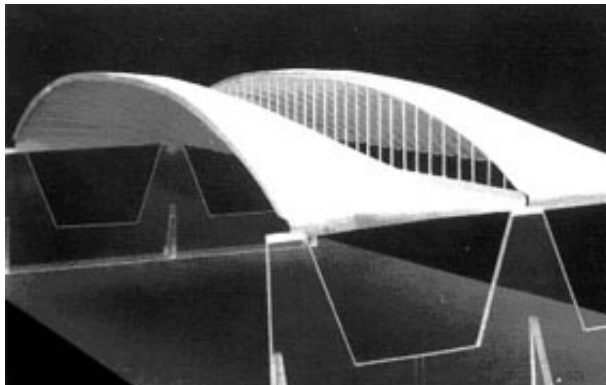


Abb. 5-1 Schalen mit doppelter Krümmung als Sheddach

### 5.2 Herstellung der Schale

#### 5.2.1 Bau der Schalung

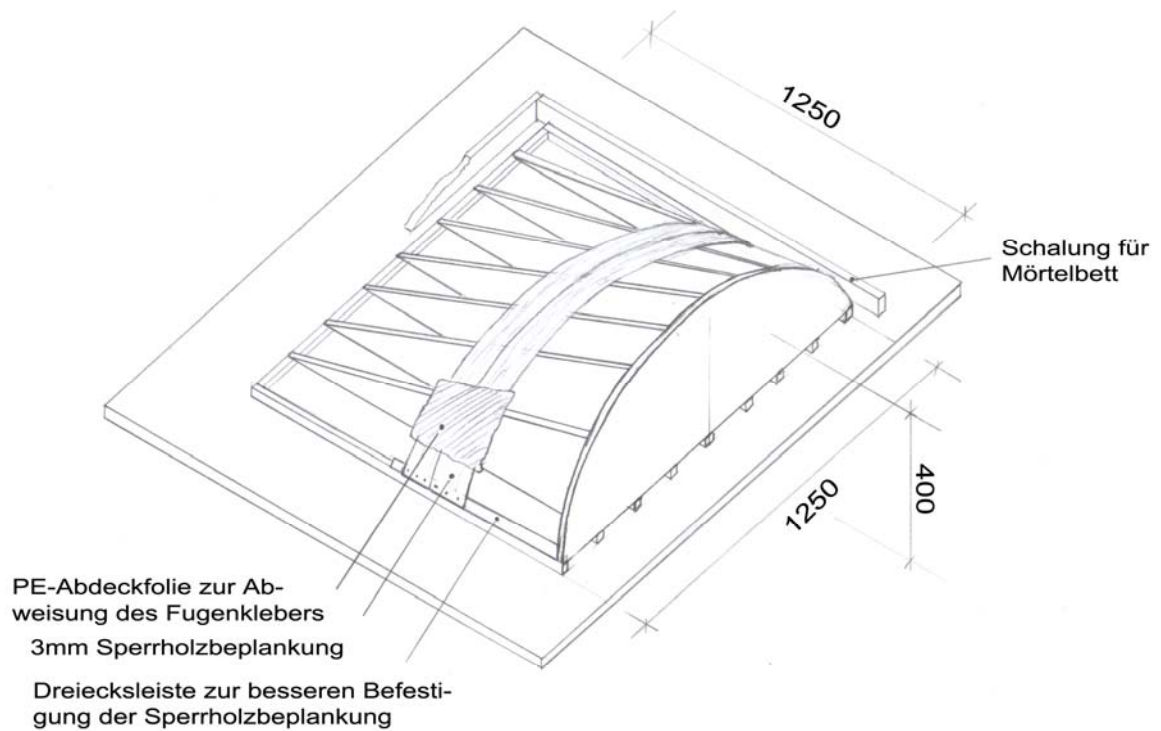
Analog zum Bau einer Flugzeugtragfläche oder einer Schalung kompliziert geformter Betontragwerke wurde die Schalung durch Beplankung von orthogonalen Rippen mit Sperrholz gefertigt:

Als erste Leitkurve wurde eine Parabel mit Spannweite 1250 mm und Abstich von 400 mm ausgeschnitten und auf der Arbeitsfläche befestigt. Parallel zu dieser Parabel liegt die zweite Leitkurve, welche beim Konoid eine Gerade ist.

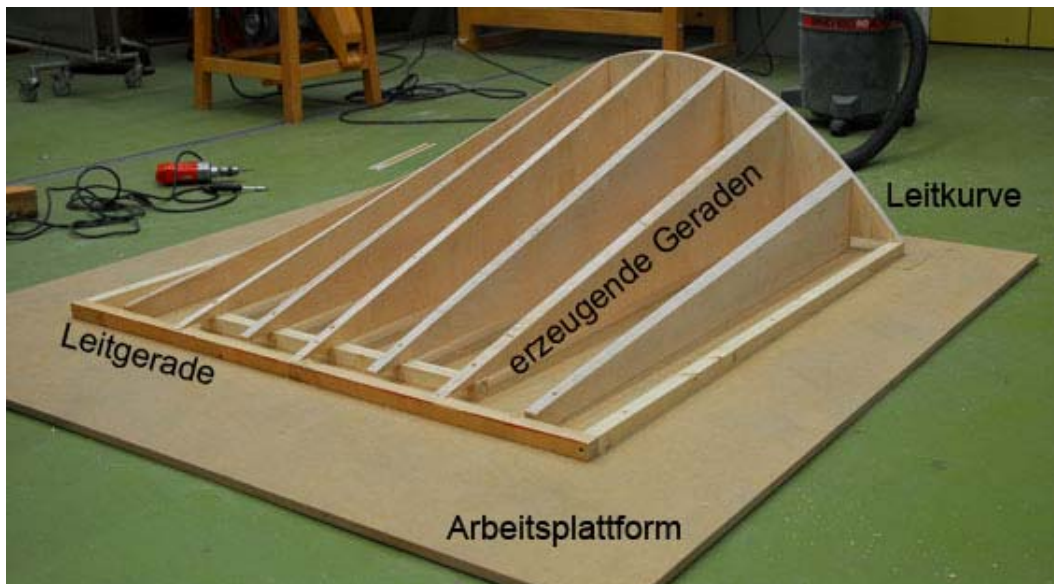
Senkrecht auf die zwei Leitkurven wurden mit 7 Rippen die erzeugenden Geraden gebildet, wie in Abb. 5-2 skizziert. Die Neigungen der Kanten der 20 mm dicken Rippen wurden senkrecht zum Normalenvektor der Schalenfläche abgeschliffen. Das fertige Schalungsgerippe ist in Abb. 5-3 zu sehen.

Über die Stützgeraden wurden 80 mm breite und 4 mm dicke Sperrhölzer gespannt. Die fertige bespannte Schalung ist in Abb. 5-4 abgebildet.

Um ein Verkleben der Schalung mit dem Epoxy-Kleber zu vermeiden, wurde die Oberfläche mit PE-Abdeckfolie bespannt, welche sich gut vom Kleber trennen lässt und in Abb. 5-5 zu sehen ist.



**Abb. 5-2** Skizze der Schalung



**Abb. 5-3** Unbeplanktes Schalungsgerippe der Konoidschale





**Abb. 5-4** Fertig gebaute Schalung

### 5.2.2 Bau der Schale

Begonnen mit dem Mauern wurde in der Mitte der Leitgeraden. Das Mauerwerk wurde danach dreiecksförmig nach aussen gebaut, wie in Abb. 5-5 zu sehen ist.

An den Seitenrändern entstand eine Abstufung der Mauerwerkssteine, wie in Abb. 5-6 zu sehen ist. Da der Parabelbogen länger ist als die Gerade, braucht es auf der Bogen-seite eine grössere Anzahl Steine.

Die Seitenränder wurden anschliessend abgeschalt und mit Vergussmörtel ausgegossen, um ein gutes Auflager zu erhalten. Als Vergussmörtel wurde ASOCRET-VM-K30 der Firma Schomburg verwendet.



**Abb. 5-5** Dreiecksförmiger Bau der Schale



**Abb. 5-6** Abschaltung für Vergussmörtel und abgestufte Mauersteine

### 5.2.3 Prüfkörper

In Abb. 5-7 ist die fertige Schale mit bereits gebohrten Löchern für die Krafteinleitung zu sehen. Gut erkennbar ist die dreiecksförmige Arbeitsfuge, die beim Bau der Schale entstanden ist.



Abb. 5-7 Fertige Schale im Versuchsstand

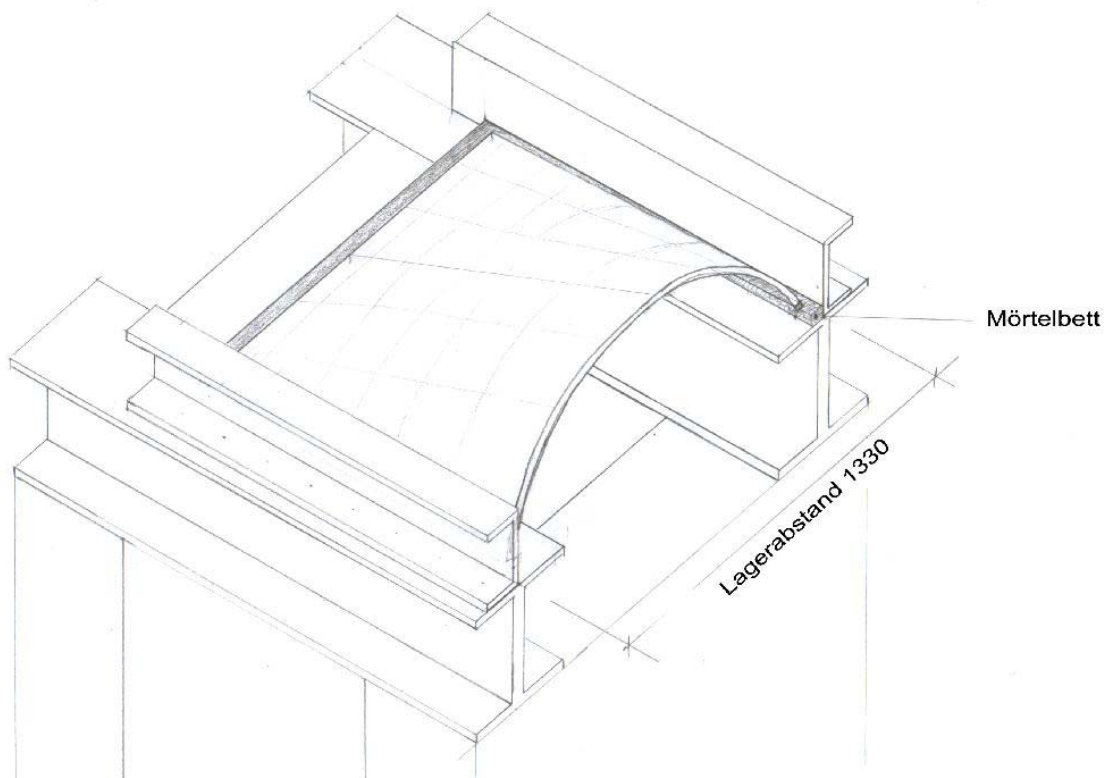


Abb. 5-8 Skizze der Schale im Messstand

### 5.3 Versuchsanlage und Belastungseinrichtung

Der Prüfstand ist in Abb. 5-8 schematisch skizziert. Der untersuchte Lastfall, der mit 16 lokal verteilten Lasten eine Flächenlast annähern soll, ist Abb. 4-1 zu entnehmen.

Um eine kraftschlüssige Lagerung der Schale zu erhalten, wurden die Lager auf dem Prüfstand nochmals mit Vergussmörtel ausgegossen. Dadurch konnten auch beim Bau entstandene Massungenauigkeiten ausgeglichen werden.

Zentrisch unter der Schale wurde mit Zugstangen ein hydraulischer Zylinder verankert. Über eine Rahmenkonstruktion, gelenkig mit dem Zylinder verbunden, wurde die Zylinderkraft auf 16 Gewindestangen M6 verteilt. Die Stahlkonstruktion ist in Abb. 5-10 zu sehen.

Die Gewindestangen wurden durch gebohrte Löcher von 10 mm Durchmesser durch die Schale hindurch auf die Oberseite geführt. Mittels quadratischen Stahlplatten von 10cm Seitenlänge, einer dünnen Ausgleichsschicht aus Sikadur-330 und Halbzylindern aus Stahl wurde eine flächige Krafteinleitung erzeugt. Die Konstruktion der Krafteinleitung ist in Abb. 5-11 zu sehen.

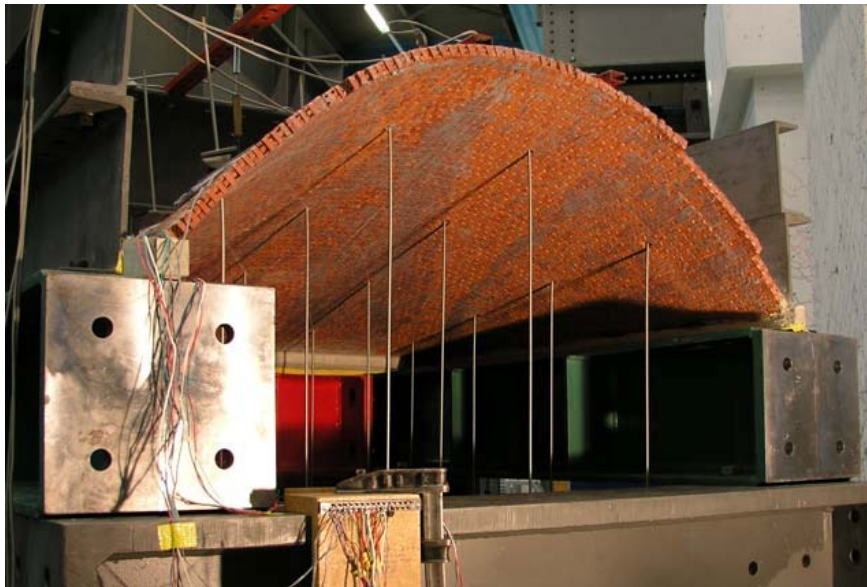
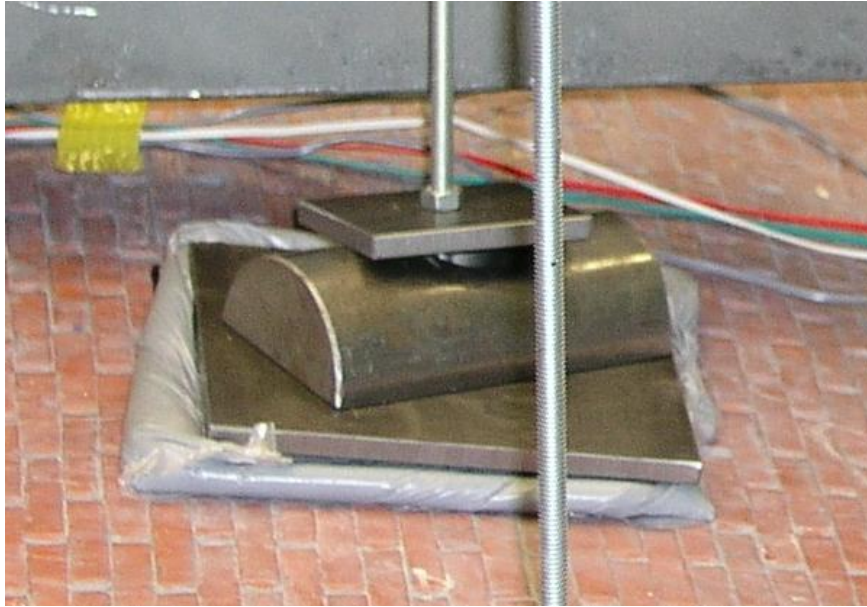


Abb. 5-9 Versuchsaufbau



Abb. 5-10 Kraftverteilerahmen

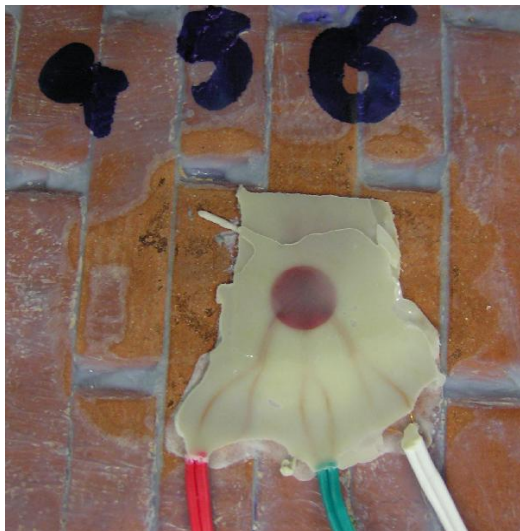


**Abb. 5-11** Detail der Kraffteinleitung

## 5.4 Versuchsvorbereitung und -ablauf

Für die Anbringung der DMS und Rosetten wurde die Schalenoberfläche angeschliffen, gereinigt und mit Schnellklebstoff X60 vorbehandelt, um die Poren der Mauerwerksteine zu schliessen und einen ebenen Untergrund für die DMS zu erzeugen. Anschliessend wurden die DMS und Rosetten mit X60 aufgeklebt. Eine fertig geklebte Rosette ist in Abb. 5-12 zu sehen.

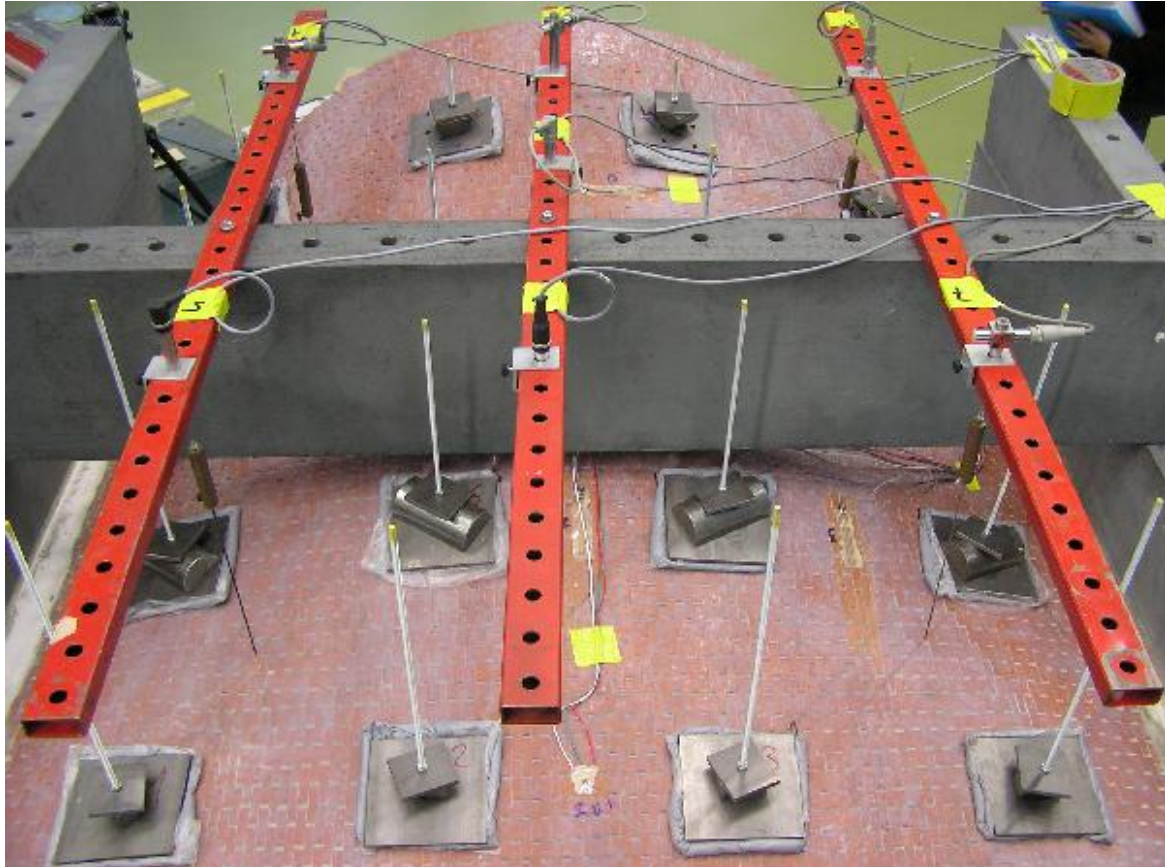
Für die Durchbiegungsmessungen wurden induktive Wegaufnehmer verwendet. Die Wegaufnehmer wurden mit Gewichten versehen und die Spitzen in einer kleinen Vertiefung in der Schale gegen seitliches Abrutschen gesichert, wie in Abb. 5-13 zu sehen ist. Die fertig bestückte Schale vor Versuchsbeginn ist in Abb. 5-14 zu sehen.



**Abb. 5-12** Geklebte Rosette

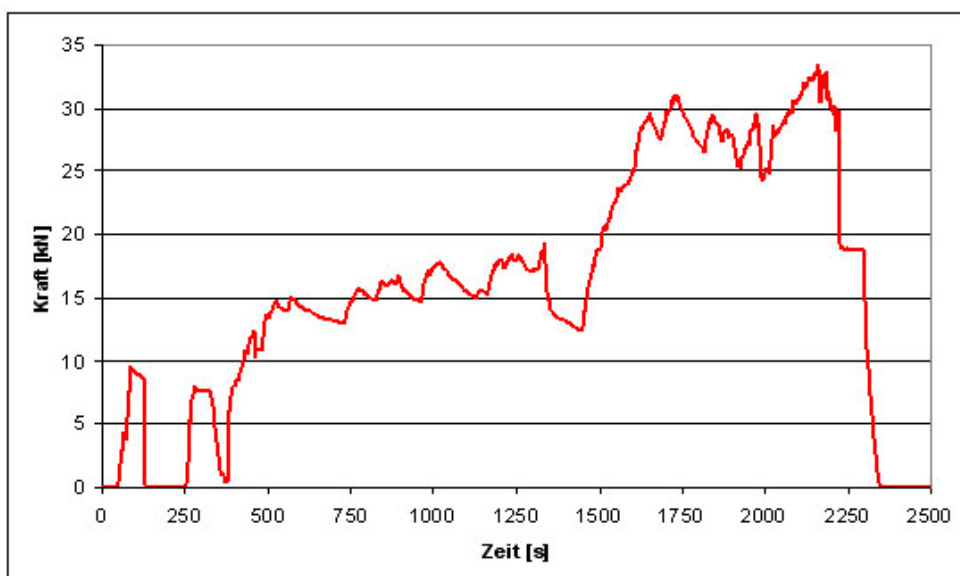


**Abb. 5-13** Gesicherte Spitze der Wegaufnehmer



**Abb. 5-14** Fertig installierte Messeinrichtung

Während dem Versuch wurde der hydraulische Zylinder mit einer Handpumpe gesteuert. Am Anfang des Versuches wurden zwei Lastzyklen gefahren, wie Abb. 5-15 zu entnehmen ist. Anschliessend wurde die Last jeweils bis zu einem grösseren Ereignis gesteigert, der Schale jedoch immer genügend Zeit gelassen, sich der neuen Situation anzupassen.



**Abb. 5-15** Zylinderkraftverlauf über die Versuchszeit

## 5.5 Messungen

Die total aufgebrachte Kraft wurde im Kolben mit einer Druckmessdose gemessen. Die Kräfte in den Gewindestangen wurden nicht einzeln gemessen.

Messung von 2 Messrosetten, Durchmesser 10 mm, DMS-Winkel  $45^\circ/90^\circ$ , angeordnet im flachen Bereich der Schale.

Messung von 4 DMS, 60 mm Länge, 2 DMS im Übergangsbereich zwischen gekrümmtem und flachem Schalenbereich, 2 DMS in Bogenrichtung.

Durchbiegungsmessungen an 7 Punkten mit induktiven Wegaufnehmern.

Die Anordnung der verschiedenen Elemente ist Abb. 5-16 zu entnehmen. In Abb. 5-14 sind die fertig montierten Messelemente zu sehen.

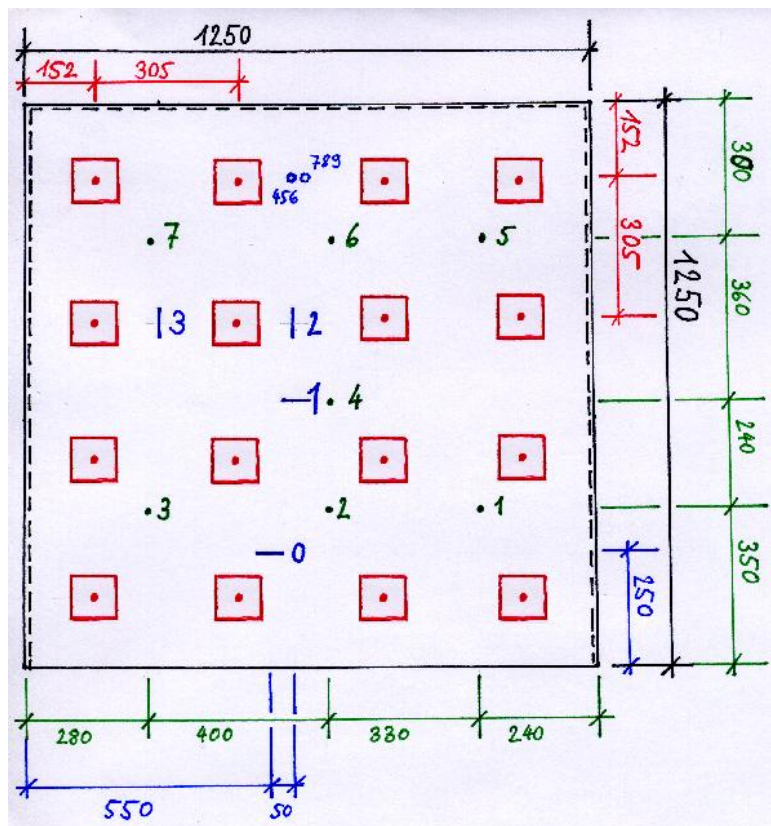


Abb. 5-16 Anordnung der verschiedenen Messelemente

## 5.6 Auswertung

Die Druckmessung in bar im Zylinder wurde umgerechnet in die Totalbelastung in kN.

Die Durchbiegungsmessungen konnten direkt weiterverwendet werden, wie auch die Resultate der Dehnungsmessungen.

Die Rosetten wurden mit untenstehender Methode ausgewertet.

### 5.6.1 Durchbiegungsmessungen

Aus dem Kraft-Durchbiegungs-Diagramm in Abb. 5-17 lässt sich der in Abb. 5-18 dargestellte schematische Verlauf der Kraft-Durchbiegungskurve ableiten. Die Kurve zeigt

zwei Plateaus, gelb hinterlegt, und drei lineare Kraftsteigerungen, grün hinterlegt. Dieser Verlauf wird in Kap. 5.8 interpretiert.

Im Kraft-Durchbiegungsdiagramm in Abb. 5-17 ist zudem erkennbar, dass die Messpunkte 3 und 7, die auf derselben Seite der Schale gemessen wurden, weniger starke Durchbiegungen aufweisen wie die symmetrisch auf der anderen Seite liegenden Punkte 1 und 5. Dies deutet auf eine asymmetrische Belastung hin.

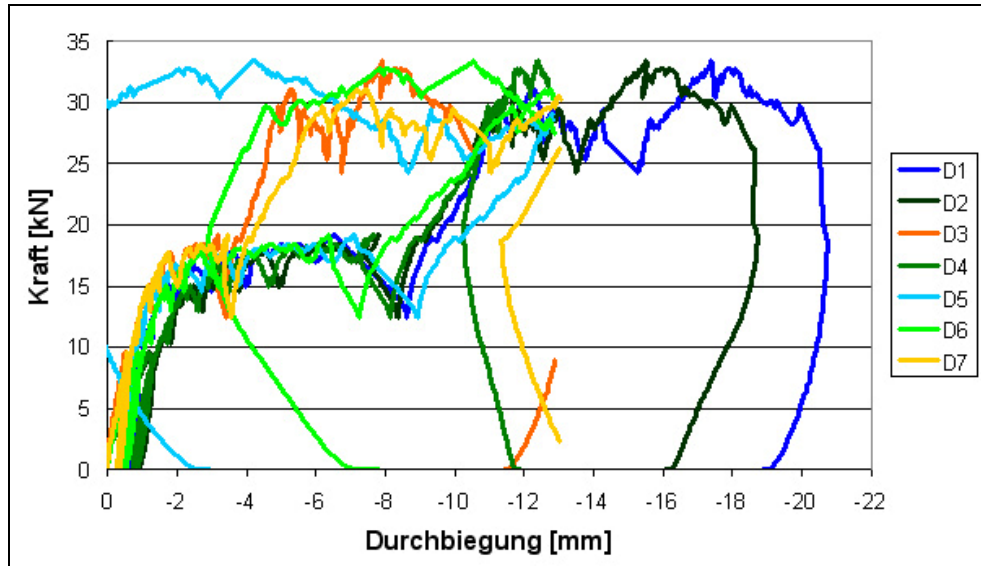


Abb. 5-17 Kraft-Durchbiegung alle 7 Messpunkte

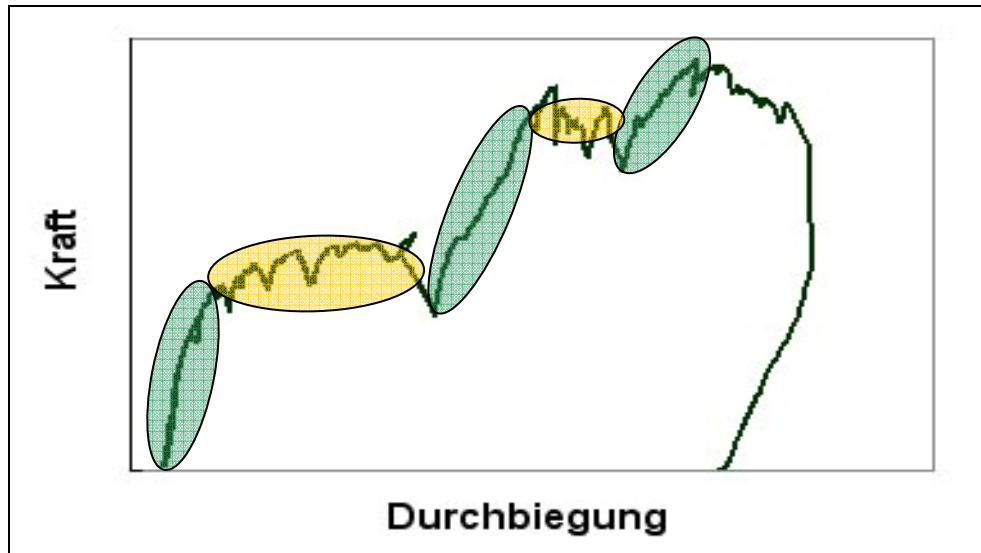
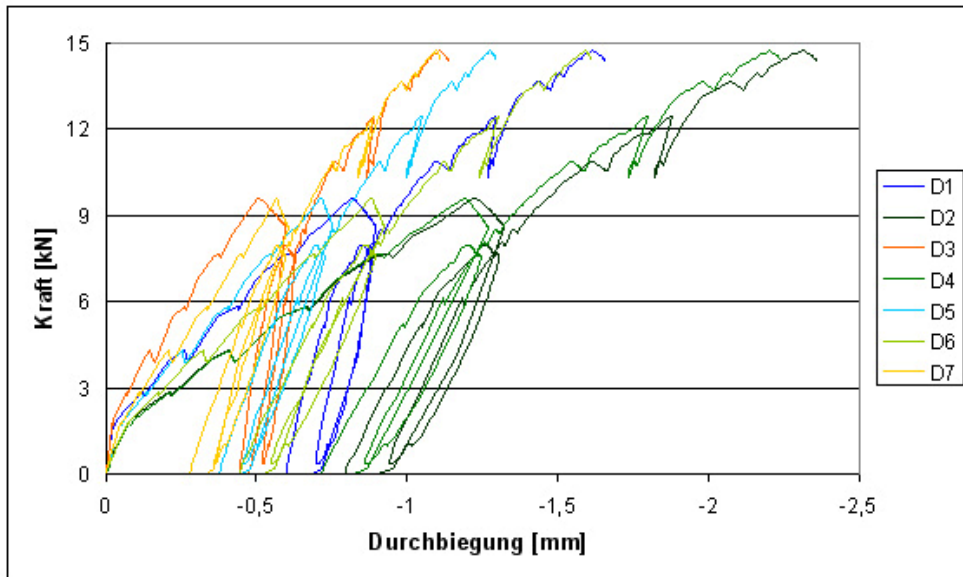


Abb. 5-18 Schematisches Kraft-Durchbiegungs-Diagramm



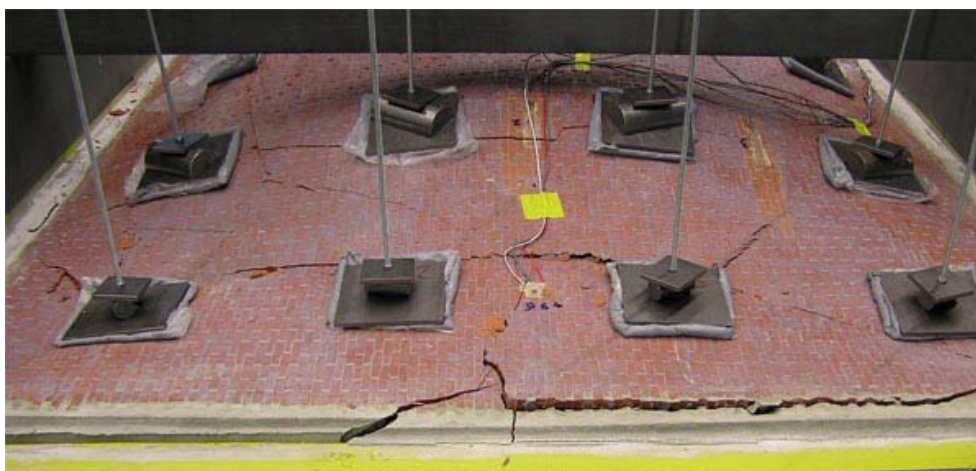
**Abb. 5-19** Anfangsbereich des Kraft-Durchbiegungsdiagramms

Betrachtet man nur den Anfangsbereich des Versuches im Kraft-Durchbiegungs-Diagramm in Abb. 5-19, so fallen die während der Be- und Entlastungszyklen aufgetretenen irreversiblen Durchbiegungen auf. Diese sind vermutlich auf Einspielvorgänge in der Versuchsanlage zurückzuführen. In Kap. 5.7 werden die gemessenen Durchbiegungen mit den dazu prognostizierten Werten aus der numerischen Analyse verglichen.

### 5.6.2 Dehnungsmessungen

Interessant ist der Verlauf der von den DMS2 und 3 gemessenen Dehnungen, die sich wie in Abb. 5-20 ersichtlich genau in einem Rissbereich befinden. Der Verlauf der Messung ist in Abb. 5-21 dargestellt.

Der Vorzeichenwechsel beider DMS bei einer Kraft von rund 28 kN weist auf eine Änderung des statischen Systems hin. Anstelle des anfänglich positiven Moments mit Druckbeanspruchung oben wirkt nach dem Wechsel ein negatives Moment mit Zugbeanspruchung auf der Schalenseite.



**Abb. 5-20** Bruchbild des flachen Schalenbereichs nach dem Versuch



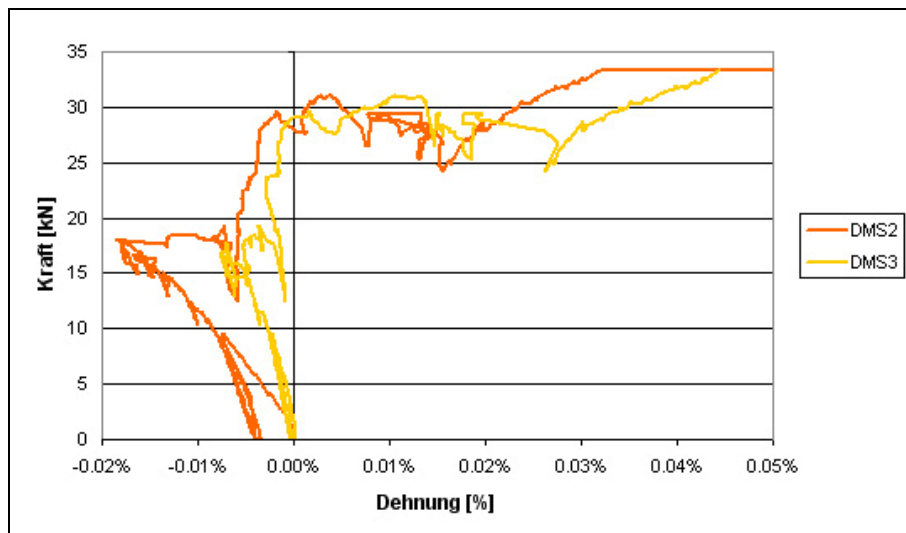


Abb. 5-21 Kraft-Dehnungsverlauf DMS2 und DMS3

### 5.6.3 Rosetten

Die Rosetten können mittels mohrschen Spannungskreisen ausgewertet werden. Die Dehnungen in drei definierten Richtungen sind bekannt. Aus diesen drei Werten kann der mohrsche Spannungskreis konstruiert werden oder mit untenstehenden Formeln (14) bis (16) berechnet werden.

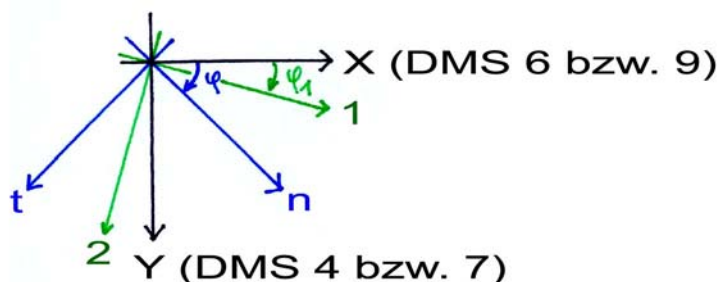


Abb. 5-22 Koordinatenbezeichnung

$$\varepsilon_n = \varepsilon_x \cos^2 \varphi + \varepsilon_y \sin^2 \varphi + \gamma_{xy} \sin \varphi \cos \varphi \quad (14)$$

$$\tan(2\varphi_1) = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (15)$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \frac{\gamma_{xy}^2}{4}} \quad (16)$$

In Abb. 5-23 ist der Verlauf der Hauptrichtungen der beiden Rosetten über die Versuchsdauer dargestellt. Wie erwartet, stehen die beiden Hauptrichtungen beinahe senkrecht aufeinander. Die Hauptrichtung 1 der oberen Rosette liegt parallel zum hinteren Auflager der Schale. Die Hauptrichtung 2 steht senkrecht darauf in praktisch derselben Richtung wie die Hauptrichtung 1 der unteren Rosette. Hauptdehnung 2 oben und Hauptdehnung 1 unten sind die Dehnungen, die aus einer reinen Momentenbeanspruchung herrühren.

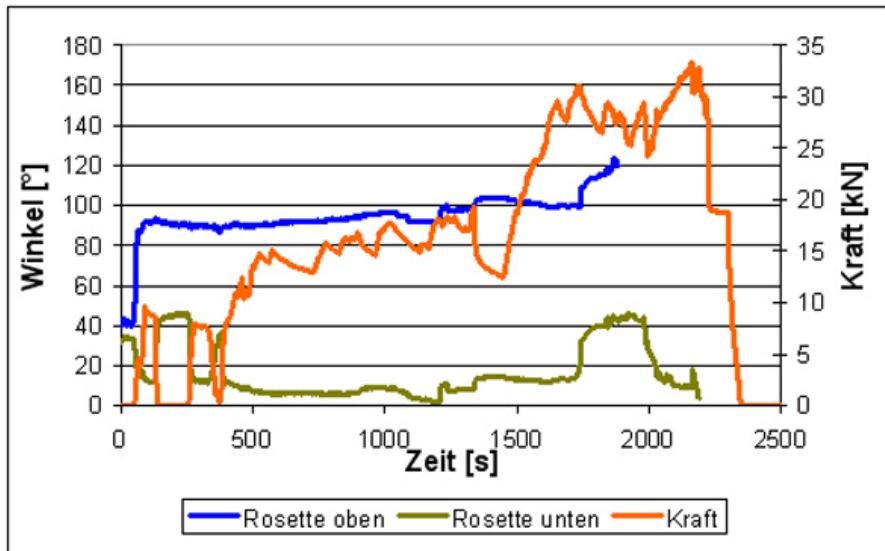


Abb. 5-23 Haupttrichtungsverlauf gegenüber Schalensymmetrieachse

## 5.7 Vergleich mit numerischer Analyse

In Abb. 5-24 sind die totalen Durchbiegungen (grün), die am Ende der zwei Lastzyklen bei rund 14 kN aufgetreten sind, mit den prognostizierten Werten der numerischen Analyse (rot) bei 16 kN vergleichend dargestellt. Es ist klar ersichtlich, dass die gemessenen Werte in einer grösseren Dimension liegen wie die gerechneten Werte.

Ebenfalls ist erkennbar, dass die rechte Seite der Schale (Punkte 1 und 5) wesentlich mehr belastet worden sein muss wie die linke Seite (Punkte 3 und 7), da die Durchbiegungen rechts wesentlich grösser ausfallen als links.

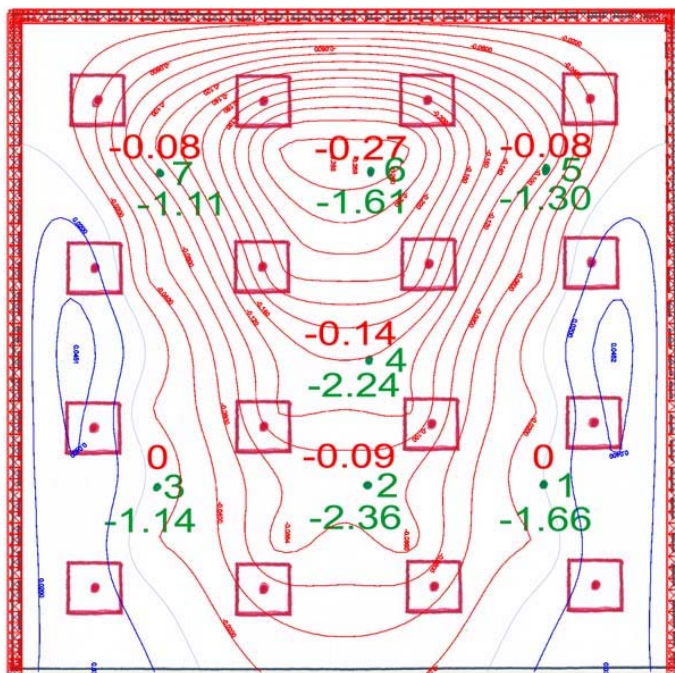
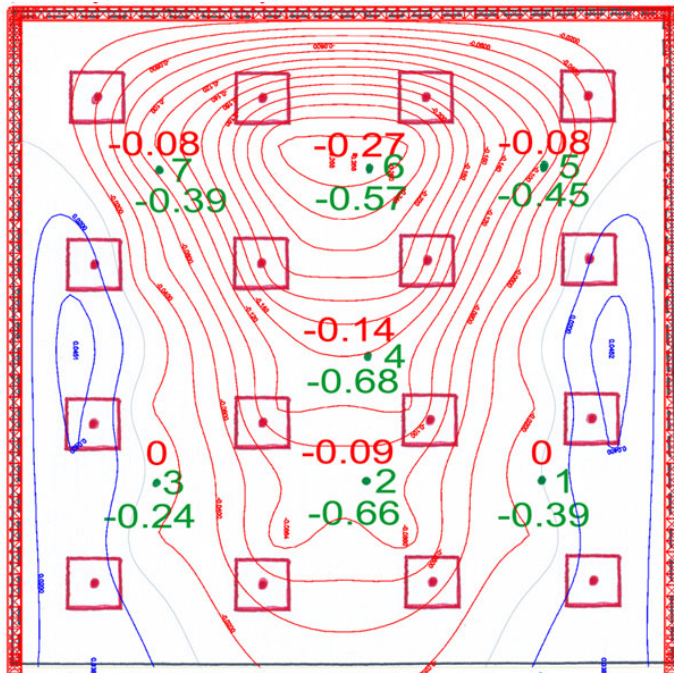


Abb. 5-24 Total gemessene und prognostizierte Durchbiegungen

Wird angenommen, dass in der totalen Durchbiegung ein Anteil vorhanden ist, der aus Anpassung der Schale an die Versuchsanlage herrührt, können die differentiellen Durchbiegungen (grün) betrachtet werden, die nur infolge der Wiederbelastung auftre-

ten. Diese Durchbiegungen sind in Abb. 5-25 dargestellt. Wiederum fallen die gemessenen Werte um einige Faktoren grösser aus als die gerechneten.



**Abb. 5-25** Differentielle gemessene und prognostizierte Durchbiegungen

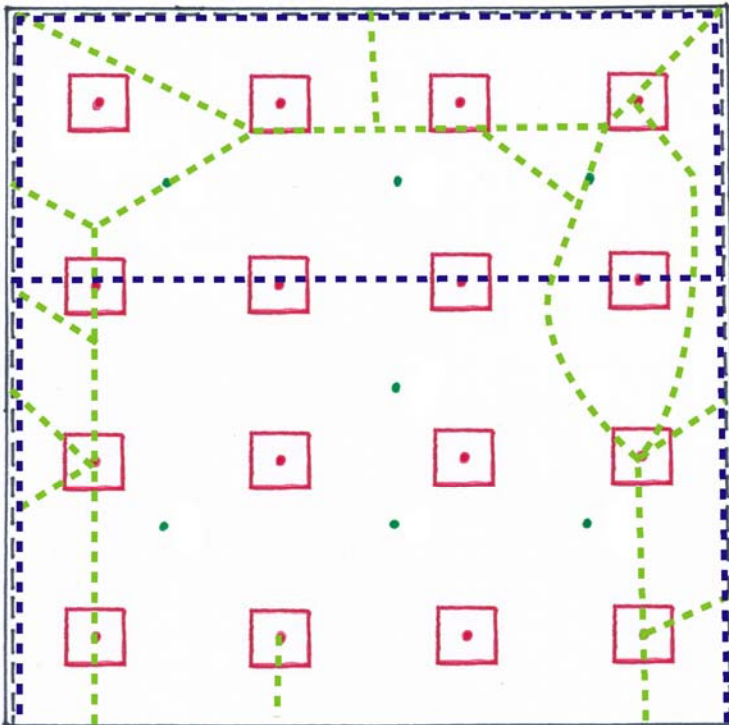
Auffallend ist, dass die prognostizierten Durchbiegungen in der Mittelachse mit zunehmender Krümmung abnehmen, während die gemessenen Durchbiegungen zum flachen Bereich hin abnehmen. Diese Feststellung gilt für die totalen und differentiellen Durchbiegungen. Dieses Verhalten könnte daher rühren, dass für die FE-Analyse eine Belastung aus 16 gleich grossen Kräften gewählt wurde, was hingegen mit der gewählten Kraftverteilung im Versuch wohl kaum erreicht wurde. Dies ist auch an den unterschiedlichen Durchbiegungen rechts und links erkennbar.

Die viel grösseren Durchbiegungen könnten durch Auflagerverschiebungen erklärt werden. Da diese zu diesem Zeitpunkt noch nicht beobachtet wurden, muss diese Erklärung verworfen werden. Viel plausibler erscheint, dass das gewählte Materialverhalten des FE-Modells nicht der Wirklichkeit entspricht. Der Erklärung dafür könnte in einem Massstabseffekt der Materialkennwerte gefunden werden.

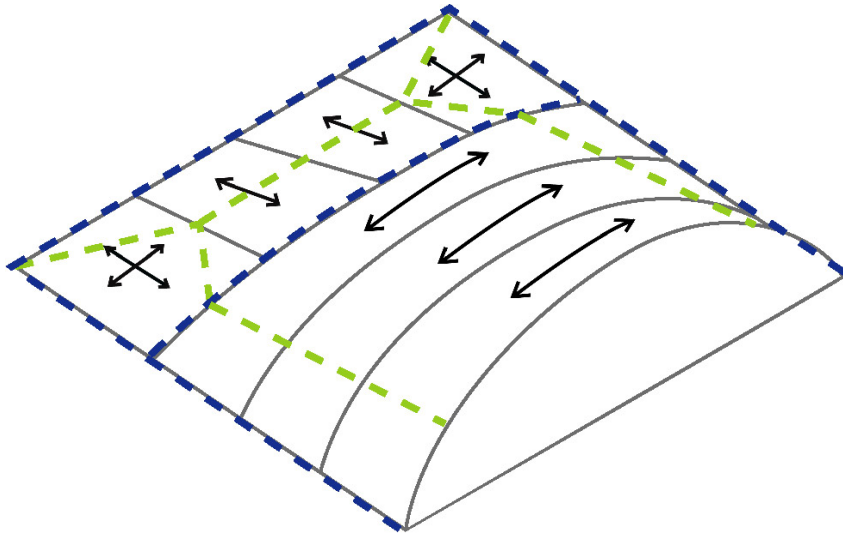
## 5.8 Trag- und Bruchverhalten

### 5.8.1 Rissbild

Die beobachteten Risse am Ende des Versuches wurden in Abb. 5-26 festgehalten. Daraus kann das Tragverhalten der Schale, in Abb. 5-27 dargestellt, und der dazugehörige Bruchmechanismus abgeleitet werden. Der Kollapsmechanismus im Bogenbereich mit zwei positiven Biegerissen ist nur möglich, wenn eine Verschiebung der Auflager stattfindet. Diese Verschiebung wurde auch tatsächlich beobachtet, da die verwendeten Profile nicht am Schraubenanschlag montiert worden sind, sondern noch Lochspiel vorhanden war.



**Abb. 5-26** Beobachtetes Rissbild. Blau negative Biegerisse, grün positive Biegerisse



**Abb. 5-27** Idealisiertes Rissbild und abgeleitete Tragwirkung.

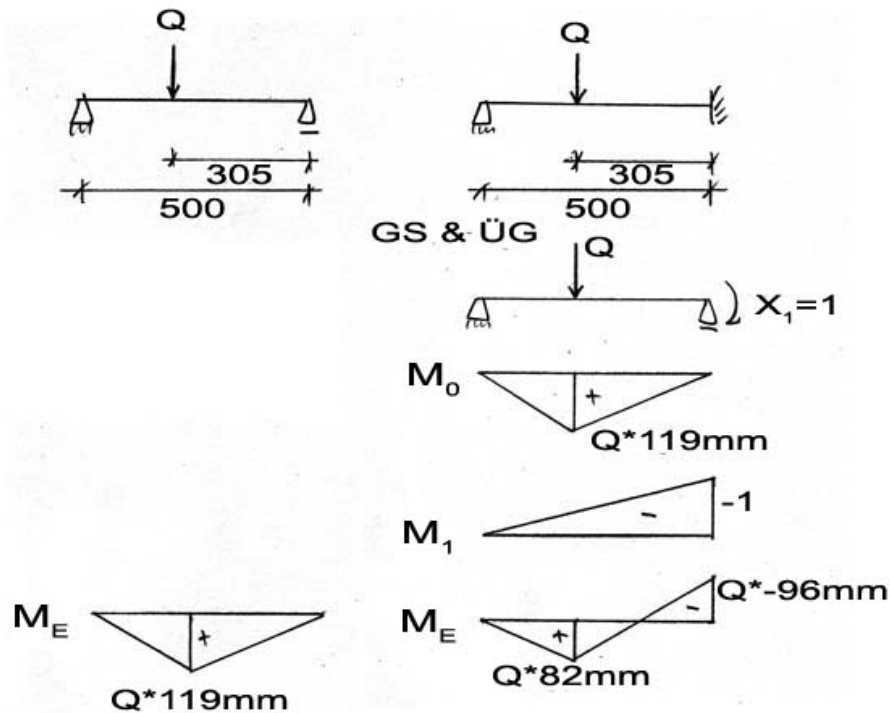
## 5.8.2 Tragverhalten

Der hintere, flache Bereich der Schale mit geringer Krümmung trägt als Platte, während der stärker gekrümmte Bereich im vorderen Schalenbereich vorwiegend über Bogenwirkung trägt.

### 5.8.2.1 Plattentragwirkung

Im Folgenden wird überprüft, ob die Annahmen zum Tragverhalten mit dem Versuchverlauf in Übereinstimmung gebracht werden können. Dazu wird als erstes die Last abgeschätzt, bei der die Tragwirkung der Platte entfällt:

Mit einer eindimensionalen Vereinfachung der Plattentragwirkung wird die Traglast in Abb. 5-28 und mit den Gleichungen (17) bis (19) für die Extremfälle einfacher Balken und aufgelegter Kragarm berechnet.



**Abb. 5-28** Vereinfachte Momentenbeanspruchung im Plattenbereich

$$M_R = W_{el} * f_{fy} = \frac{b_{eff} * t^2}{6} * f_{fy} = 0.22 \text{ kNM} \quad (17)$$

$$b_{eff} = 305 \text{ mm} \quad (18)$$

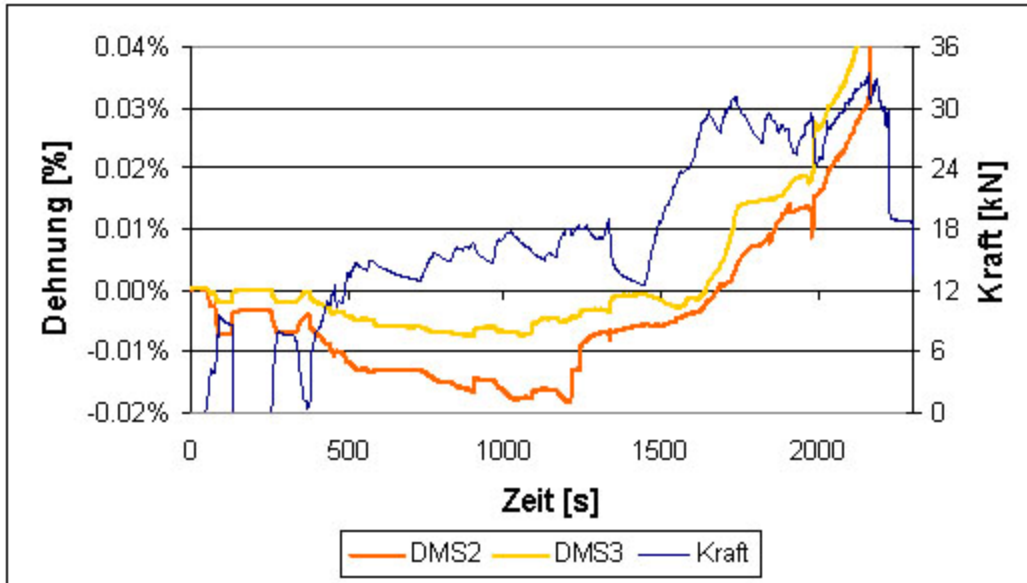
$$t = 21 \text{ mm} \quad (19)$$

Auf diese Weise berechnet sich eine Spannweite der Traglast von  $1.9 \text{ kN} < Q_u < 2.3 \text{ kN}$  im Einflussbereich einer Einzellast. Nehmen bei einer Kraft von  $2 \text{ kN}$  pro Stange alle 16 Stangen gleich viel Kraft auf, so sollte der Bruch des Plattenbereichs bei einer Gesamtkraft von ungefähr  $32 \text{ kN}$  erfolgen.

Ungefähr diese Kraft tritt im Versuch beim zweiten Plateau auf, welches sich infolgedessen als Kraftumlagerungsplateau nach dem Kollaps des flachen Bereichs der Schale interpretieren lässt.

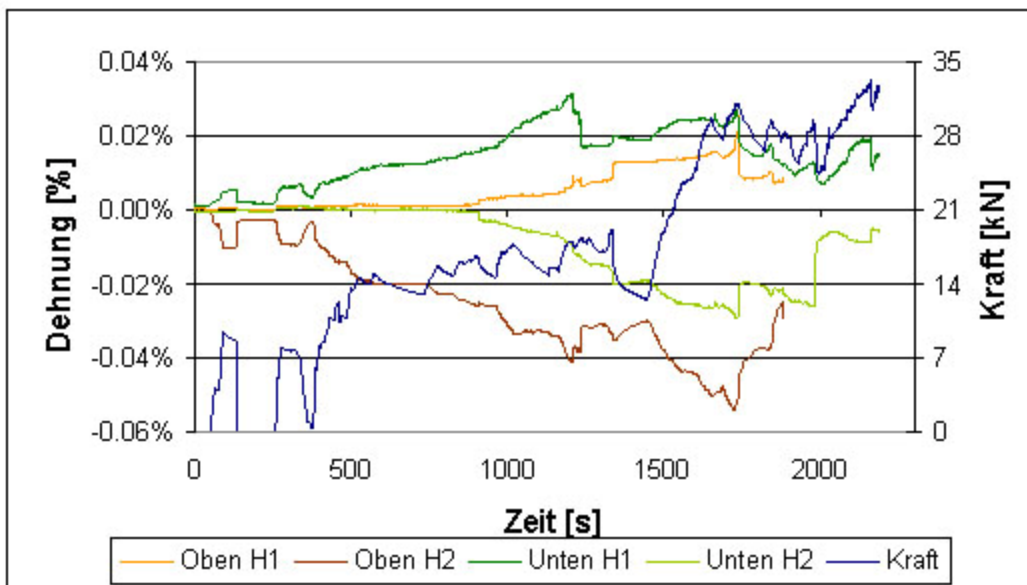
Die Annahme der Tragwirkung als aufgelegter Kragarm lässt sich auch mit den Messresultaten von DMS2 und 3 überprüfen, vergleiche Abb. 5-29. Sobald diese beiden DMS eine Zugbeanspruchung anzeigen, wirkt an Ort des späteren Risses ein negatives Moment. Dieses kann als Einspannmoment des flachen Schalenbereichs interpretiert werden.

Bis zu einer Gesamtkraft von  $32 \text{ kN}$  baut das Einspannmoment seine volle Wirkung auf, bis der Einspannquerschnitt versagt. Das Versagen ist an den sprunghaft zunehmenden Dehnungen und dem letztendlichen Ausfall der DMS erkennbar.



**Abb. 5-29** Dehnungen DMS2 und DMS3 parallel zum Kraftverlauf

Ebenfalls erkennbar ist das Versagen des flachen Schalenbereichs in den Verläufen der Hauptdehnungen der Rosetten, die in Abb. 5-30 gezeigt sind: Nach Erreichen der Höchstlast der zweiten Laststeigerungsphase fällt die ober Rosette aus. Dieser Ausfall geht mit dem Bruch der Platte einher, da durch den entstandenen Versatz die Drähte durchgerissen wurden. Die Platte trägt nicht mehr als aufgelegter Kragarm, sondern nur noch als Kragarm mit verminderter Länge mit Einspannung im Bereich der DMS2 und 3.



**Abb. 5-30** Hauptdehnungen 1 und 2 der Dehnmessrosetten parallel zum Kraftverlauf

In derselben Abbildung ist schon früher, am Ende der ersten Plateauphase, ein markanter Abfall der Hauptdehnung 1 unten und Hauptdehnung 2 oben erkennbar, während die anderen beiden Hauptdehnungen keinen markanten Abfall aufweisen. Das bedeutet, dass in der Hauptrichtung parallel zur Symmetrieachse das Moment abfällt, während gleichzeitig in der Hauptrichtung senkrecht zur Schalensymmetrieachse in der ersten Plateauphase kontinuierlich ein Moment aufgebaut wird. Diese Umlagerung kann

interpretiert werden als Reaktion auf erste Brüche im Feld und in den Eckbereichen der Platte.

#### 5.8.2.2 Bogentragwirkung

Anschliessend an den Bruch der Platte erfolgt eine starke Umlagerung der Kräfte auf die 12 Stangen im stärker gekrümmten Bereich der Schale. Diese Kräfte werden nun in Bogenrichtung abgetragen. Da während dem Versuch schon früh ein durchgehender Biegeriss parallel zum rechten Auflager entstanden ist, wie in Abb. 5-27 gezeigt, trägt der Bogen nicht mehr als 2-Gelenkbogen, sondern als statisch bestimmter 3-Gelenkbogen.

Die Abschätzung der Traglast für das nun vorhandene statische System mit drei 3-Gelenkbögen stellt ein kaum lösbares Problem dar: Einerseits sind die mitwirkenden Breiten der einzeln betrachteten Bögen unbekannt, andererseits ist die Kraftverteilung auf die 12 Stangen aufgrund der hohen statischen Unbestimmtheit des Systems aus Kraftverteilrahmen und Schale nicht zu ermitteln.

#### 5.8.2.3 Schlussfolgerungen

Die Tragfähigkeit der Schale wird durch den flachen Bereich des Konoids bestimmt. In diesem Bereich kann kein Druckspannungszustand erreicht werden, da keine Krümmung vorhanden ist und die Kräfte über Biegung abgetragen werden müssen. Die Tragwirkung entspricht derjenigen einer Platte.

Nach dem Wegfall des massgebenden flachen Bereichs und den 4 Stangen in diesem Bereich, konnte die Zylinderkraft auf die 12 Stangen im stärker gekrümmten Schalenbereich umgelagert werden. Dadurch konnte die Kraft weiter gesteigert werden.

Um die Tragwirkung der Bogen genauer zu untersuchen, wären zusätzliche Messungen der einzelnen Kräfte in den Stangen und Auflagerkräfte notwendig. Alternativ zu den Kraftmessungen könnte eine Verteilkonstruktion aus Waagen gewählt werden. Dies würde jedoch eine Kraftsteigerung über den ersten Bruch hinaus verunmöglichen. Eine weitere Lösung wäre die Belastung der Schale mittels Wasserkissen.

Um das Tragverhalten dieser Konoidschale zu verbessern, könnte zum Beispiel der wenig gekrümmte Bereich abgetrennt werden, wodurch in der ganzen Schale die Bogentragwirkung ausgenutzt werden kann. Eine zweite Lösung wäre die Einführung einer zweiten Krümmung in Richtung der Erzeugenden.



## **6 Danksagung**

Wir danken Prof. Dr. Peter Marti, Leiter des Fachbereichs Baustatik und Massivbau am Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich, der uns die Durchführung des selbst gewählten Themas für die Bachelorarbeit ermöglichte und Dr. Nebojsa Mojsilovic, der uns während der Arbeit betreut hat.

Herr M. Baumann danken wir für die tatkräftige Unterstützung bei den Versuchsvorbereitungen und Versuchsdurchführungen.

Für das Sponsoring der Materialien bedanken wir uns bei Herrn R. Räss vom Prüf- und Forschungsinstitut p+f Sursee und bei Sika Schweiz AG.

# Abbildungsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| Abb. 2-1 Einzelner Mini-Backstein .....  | 2  |
| Abb. 3-1 Masse Druckversuch $f_x$ .....  | 3  |
| Abb. 3-2 Versuchskörper Druckversuch $f_x$ .....                               | 3  |
| Abb. 3-3 Masse Biegezugversuch $f_{fx}$ .....                                  | 3  |
| Abb. 3-4 Versuchskörper Biegezugversuch $f_{fx}$ .....                         | 3  |
| Abb. 3-5 Masse Druckversuch $f_y$ .....  | 4  |
| Abb. 3-6 Masse Biegezugversuch $f_{fy}$ .....                                  | 4  |
| Abb. 3-7 Versuchskörper Druck- und Biegezugversuch $f_y, f_{fy}$ .....         | 4  |
| Abb. 3-8 Versuchsanordnung Druckversuch $f_x$ .....                            | 5  |
| Abb. 3-9 Versuchsanordnung Druckversuch $f_y$ .....                            | 5  |
| Abb. 3-10 Versuchsanordnung 4-Punkt-Biegezugversuch .....                      | 5  |
| Abb. 3-11 Vorder- und Rückseite von Kontrollkörper K1 .....                    | 7  |
| Abb. 3-12 Zusammenstellung der Werte in x-Richtung .....                       | 10 |
| Abb. 3-13 Zusammenstellung der Werte in y-Richtung .....                       | 11 |
| Abb. 3-14 Bruchkörper $f_{x1}$ .....   | 11 |
| Abb. 3-15 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x1}$ .....                           | 12 |
| Abb. 3-16 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x2}$ .....                           | 12 |
| Abb. 3-17 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x3}$ .....                           | 13 |
| Abb. 3-18 Bruchkörper $f_{x3}$ .....   | 13 |
| Abb. 3-19 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x4}$ .....                           | 14 |
| Abb. 3-20 Bruchkörper $f_{x4}$ .....   | 14 |
| Abb. 3-21 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x5}$ .....                           | 14 |
| Abb. 3-22 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x6}$ .....                           | 15 |
| Abb. 3-23 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x7}$ .....                           | 15 |
| Abb. 3-24 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{x8}$ .....                           | 16 |
| Abb. 3-25 Bruchkörper $f_{x8}$ .....   | 16 |
| Abb. 3-26 Vergleich Mittelwert Videomessungen mit DMS3 .....                   | 17 |
| Abb. 3-27 Vergleich mittlere Reihe mit DMS3 .....                              | 18 |
| Abb. 3-28 Vergleich der DMS Messungen .....                                    | 19 |
| Abb. 3-29 Verlauf E-Modul und Exzentrizität bei der Zweitbelastung .....       | 19 |
| Abb. 3-30 Bruchkörper Kontrollversuch K1 .....                                 | 19 |
| Abb. 3-31 Spannungs-Dehnungs-Diagramm Kontrollversuch K2 .....                 | 20 |
| Abb. 3-32 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{y2}$ .....                           | 21 |
| Abb. 3-33 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{y4}$ .....                           | 21 |
| Abb. 3-34 Spannungs-Dehnungs-Diagramm $f_{y6}$ .....                           | 22 |
| Abb. 3-35 Zusammenstellung der Biegezugfestigkeiten in x- und y-Richtung ..... | 22 |
| Abb. 3-36 Bruchbild $f_{fx4}$ .....  | 23 |
| Abb. 3-37 Bruchbild $f_{fx3}$ .....  | 23 |
| Abb. 3-38 Bruchbild $f_{fx2}$ .....  | 23 |
| Abb. 3-39 Ansicht Bruchbild $f_{fy5}$ .....                                    | 24 |
| Abb. 3-40 Querschnitt $f_{fy5}$ .....  | 24 |
| Abb. 3-41 Ansicht Bruchbild $f_{fy3}$ .....                                    | 24 |
| Abb. 3-42 Querschnitt $f_{fy3}$ .....  | 24 |
| Abb. 4-1 Lastfall für den Schalenversuch .....                                 | 25 |
| Abb. 4-2 Modell der Schale nach der Netzgenerierung .....                      | 26 |
| Abb. 5-1 Schalen mit doppelter Krümmung als Sheddach .....                     | 28 |
| Abb. 5-2 Skizze der Schalung .....   | 29 |
| Abb. 5-3 Unbeplanktes Schalungsgerippe der Konoidschale .....                  | 29 |

|   |    |
|---|----|
| Abb. 5-4 Fertig gebaute Schalung .....  | 30 |
| Abb. 5-5 Dreiecksförmiger Bau der Schale.....   | 30 |
| Abb. 5-6 Abschalung für Vergussmörtel und abgestufte Mauersteine .....                | 30 |
| Abb. 5-7 Skizze der Schale im Messstand .....   | 31 |
| Abb. 5-8 Fertige Schale im Versuchsstand.....   | 31 |
| Abb. 5-9 Versuchsaufbau .....   | 32 |
| Abb. 5-10 Kraftverteilrahmen.....   | 32 |
| Abb. 5-11 Detail der Krafteinleitung.....   | 33 |
| Abb. 5-12 Zylinderkraftverlauf über die Versuchszeit .....                            | 34 |
| Abb. 5-13 Geklebte Rosette .....  | 33 |
| Abb. 5-14 Gesicherte Spitze der Wegaufnehmer .....                                    | 33 |
| Abb. 5-15 Fertig installierte Messeinrichtung.....                                    | 34 |
| Abb. 5-16 Anordnung der verschiedenen Messelemente .....                              | 35 |
| Abb. 5-17 Kraft-Durchbiegung alle 7 Messpunkte .....                                  | 36 |
| Abb. 5-18 Schematisches Kraft-Durchbiegungs-Diagramm .....                            | 36 |
| Abb. 5-19 Anfangsbereich des Kraft-Durchbiegungsdiagramms .....                       | 37 |
| Abb. 5-20 Bruchbild des flachen Schalenbereichs nach dem Versuch.....                 | 37 |
| Abb. 5-21 Kraft-Dehnungsverlauf DMS2 und DMS3 .....                                   | 38 |
| Abb. 5-22 Koordinatenbezeichnung .....  | 38 |
| Abb. 5-23 Haupttrichtungsverlauf gegenüber Schalensymmetrieachse .....                | 39 |
| Abb. 5-24 Vergleich der total gemessenen Durchbiegungen .....                         | 39 |
| Abb. 5-25 Vergleich der im Belastungszyklus aufgetretenen Durchbiegungen .....        | 40 |
| Abb. 5-26 Beobachtetes Rissbild. Blau negative Biegerisse, grün positive Biegerisse . | 41 |
| Abb. 5-27 Idealisiertes Rissbild und abgeleitete Tragwirkung. ....                    | 42 |
| Abb. 5-28 Vereinfachte Momentenbeanspruchung im Plattenbereich.....                   | 43 |
| Abb. 5-29 Hauptdehnungen 1 und 2 der Dehnmessrosetten parallel zum Kraftverlauf .     | 44 |

## 7 Anhang

## 7.1 Steinmasse

| Probe      | Länge | Breite1 | Breite2 | Breite | Höhe1 | Höhe2 | Höhe  | Volumen            | Masse | Dichte               | Eigengewicht         |
|------------|-------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|--------------------|-------|----------------------|----------------------|
| [-]        | [mm]  | [mm]    | [mm]    | [mm]   | [mm]  | [mm]  | [mm]  | [mm <sup>3</sup> ] | [g]   | [kg/m <sup>3</sup> ] | [kN/m <sup>3</sup> ] |
| 1          | 42,31 | 21,62   | 21,17   | 21,40  | 9,54  | 9,69  | 9,62  | 8704               | 12,43 | 1428                 | 14,28                |
| 2          | 42,44 | 21,27   | 21,50   | 21,39  | 9,80  | 9,45  | 9,63  | 8735               | 12,35 | 1414                 | 14,14                |
| 3          | 42,43 | 21,28   | 21,33   | 21,31  | 9,37  | 9,28  | 9,33  | 8430               | 11,88 | 1409                 | 14,09                |
| 4          | 42,56 | 21,42   | 21,34   | 21,38  | 9,37  | 9,40  | 9,39  | 8540               | 11,96 | 1401                 | 14,01                |
| 5          | 42,32 | 21,36   | 21,21   | 21,29  | 9,40  | 9,40  | 9,40  | 8467               | 12,18 | 1438                 | 14,38                |
| 6          | 42,48 | 21,45   | 21,14   | 21,30  | 9,21  | 9,36  | 9,29  | 8399               | 12,03 | 1432                 | 14,32                |
| 7          | 42,53 | 21,16   | 21,37   | 21,27  | 9,68  | 9,43  | 9,56  | 8642               | 12,29 | 1422                 | 14,22                |
| 8          | 42,53 | 21,33   | 21,41   | 21,37  | 9,70  | 9,59  | 9,65  | 8766               | 12,31 | 1404                 | 14,04                |
| 9          | 42,15 | 21,12   | 21,30   | 21,21  | 9,91  | 9,68  | 9,80  | 8757               | 12,58 | 1437                 | 14,37                |
| 10         | 42,29 | 21,23   | 21,32   | 21,28  | 9,48  | 9,41  | 9,45  | 8498               | 12,01 | 1413                 | 14,13                |
| 11         | 42,43 | 21,26   | 21,35   | 21,31  | 9,24  | 9,46  | 9,35  | 8452               | 12,00 | 1420                 | 14,20                |
| 12         | 42,51 | 21,10   | 21,49   | 21,30  | 9,51  | 9,28  | 9,40  | 8505               | 12,24 | 1439                 | 14,39                |
| 13         | 42,50 | 21,29   | 21,28   | 21,29  | 9,45  | 9,63  | 9,54  | 8630               | 12,24 | 1418                 | 14,18                |
| 14         | 42,25 | 21,32   | 21,54   | 21,43  | 9,34  | 9,21  | 9,28  | 8398               | 12,00 | 1429                 | 14,29                |
| 15         | 42,94 | 21,12   | 21,23   | 21,18  | 9,45  | 9,40  | 9,43  | 8570               | 11,96 | 1396                 | 13,96                |
| 16         | 42,53 | 21,12   | 21,03   | 21,08  | 9,34  | 9,25  | 9,30  | 8331               | 12,02 | 1443                 | 14,43                |
| 17         | 42,63 | 21,67   | 21,14   | 21,41  | 9,53  | 9,28  | 9,41  | 8582               | 12,16 | 1417                 | 14,17                |
| 18         | 42,42 | 21,31   | 21,65   | 21,48  | 10,15 | 10,04 | 10,10 | 9198               | 13,13 | 1427                 | 14,27                |
| 19         | 42,54 | 21,46   | 21,33   | 21,40  | 9,39  | 9,34  | 9,37  | 8523               | 12,01 | 1409                 | 14,09                |
| 20         | 42,21 | 21,48   | 21,25   | 21,37  | 9,86  | 10,10 | 9,98  | 9000               | 12,79 | 1421                 | 14,21                |
| 21         | 42,42 | 21,23   | 21,24   | 21,24  | 9,45  | 9,34  | 9,40  | 8463               | 11,94 | 1411                 | 14,11                |
| 22         | 42,04 | 21,16   | 21,16   | 21,16  | 9,43  | 9,61  | 9,52  | 8469               | 11,96 | 1412                 | 14,12                |
| 23         | 42,33 | 21,26   | 21,32   | 21,29  | 8,51  | 8,37  | 8,44  | 7606               | 10,92 | 1436                 | 14,36                |
| 24         | 42,43 | 21,34   | 21,30   | 21,32  | 9,53  | 9,45  | 9,49  | 8585               | 12,13 | 1413                 | 14,13                |
| 25         | 42,46 | 21,55   | 21,19   | 21,37  | 9,54  | 9,75  | 9,65  | 8752               | 12,46 | 1424                 | 14,24                |
| 26         | 42,66 | 21,47   | 21,33   | 21,40  | 8,43  | 8,37  | 8,40  | 7669               | 10,80 | 1408                 | 14,08                |
| 27         | 42,35 | 21,30   | 21,41   | 21,36  | 9,65  | 9,51  | 9,58  | 8664               | 12,39 | 1430                 | 14,30                |
| 28         | 42,47 | 21,12   | 21,43   | 21,28  | 9,63  | 9,68  | 9,66  | 8724               | 12,46 | 1428                 | 14,28                |
| 29         | 42,60 | 21,40   | 21,33   | 21,37  | 9,72  | 9,65  | 9,69  | 8815               | 12,38 | 1404                 | 14,04                |
| 30         | 42,42 | 21,67   | 21,19   | 21,43  | 9,46  | 9,89  | 9,68  | 8795               | 12,57 | 1429                 | 14,29                |
|            |       |         |         |        |       |       |       |                    |       |                      |                      |
| Mittelwert | 42,44 |         |         | 21,32  |       |       | 9,46  | 8556               | 12,15 | 1420                 | 14,20                |
| Stdabw     | 0,17  |         |         | 0,09   |       |       | 0,34  | 311                | 0,45  | 12                   | 0,12                 |

## 7.2 Versuchsergebnisse

### Druckfestigkeit $f_x$

|                    | Druckfestigkeit |                         | E-Modul        |                         |
|--------------------|-----------------|-------------------------|----------------|-------------------------|
| Mittelwert         | 43.0            | N/mm <sup>2</sup>       | 20280.0        | N/mm <sup>2</sup>       |
| Standardabweichung | 4.0             | N/mm <sup>2</sup>       | 2891.7         | N/mm <sup>2</sup>       |
| Prozentual         | 9%              |                         | 14%            |                         |
| 5%-Fraktile        | <b>36.4</b>     | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>15523.6</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx1 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 80.0        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>45.4</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>17300</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx2 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 82.2        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>46.6</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>19900</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx3 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 68.0        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>38.6</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>14000</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx4 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 68.9        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>39.0</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>17600</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx5 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 56.0        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>31.7</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>23400</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx6 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 72.5        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>41.1</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>17700</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx7 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 57.6        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>32.7</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>18000</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fx8 | Querschnittsfläche A | 3528        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 173.5       | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>49.2</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>71200</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|    |                      |             |                         |               |                         |
|----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| K1 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|    | Druckfestigkeit      | 52.8        | kN                      |               |                         |
|    |                      | <b>29.9</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>23000</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|    |                      |             |                         |               |                         |
|----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| K2 | Querschnittsfläche A | 1764        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|    | Druckfestigkeit      | 73.1        | kN                      |               |                         |
|    |                      | <b>41.5</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>23500</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

## Druckfestigkeit $f_y$

|                           | Druckfestigkeit |                         | E-Modul       |                         |
|---------------------------|-----------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| <b>Mittelwert</b>         | 18.8            | N/mm <sup>2</sup>       | 15800.0       | N/mm <sup>2</sup>       |
| <b>Standardabweichung</b> | 0.7             | N/mm <sup>2</sup>       | 4521.1        | N/mm <sup>2</sup>       |
| <b>Prozentual</b>         | 3%              |                         | 29%           |                         |
| <b>5%-Fraktil</b>         | <b>17.7</b>     | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>8363.5</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |  |                         |               |                         |
|-----|----------------------|--|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fy1 | Querschnittsfläche A |  | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      |  | kN                      |               |                         |
|     |                      |  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |               | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fy2 | Querschnittsfläche A | 1218        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 22.7        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>18.7</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>12800</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |  |                         |               |                         |
|-----|----------------------|--|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fy3 | Querschnittsfläche A |  | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      |  | kN                      |               |                         |
|     |                      |  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |               | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fy4 | Querschnittsfläche A | 1218        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 22.2        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>18.3</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>21000</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |  |                         |               |                         |
|-----|----------------------|--|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fy5 | Querschnittsfläche A |  | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      |  | kN                      |               |                         |
|     |                      |  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |               | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|     |                      |             |                         |               |                         |
|-----|----------------------|-------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| fy6 | Querschnittsfläche A | 1218        | mm <sup>2</sup>         | Sekantenmodul |                         |
|     | Druckfestigkeit      | 23.8        | kN                      |               |                         |
|     |                      | <b>19.5</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> | <b>13600</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

## Biegezugfestigkeit $f_x$

|                                      |             |                         |
|--------------------------------------|-------------|-------------------------|
| <b>Mittelwert Biegezugfestigkeit</b> | <b>11.8</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |
| <b>Standardabweichung</b>            | <b>1.7</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |
| <b>Prozentual</b>                    | <b>14%</b>  |                         |
| <b>5%-Fraktil</b>                    | <b>9.0</b>  | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffx1</b> | Widerstandsmoment W | 6247.5 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 69.9   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 11.2   | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffx2</b> | Widerstandsmoment W | 6321.0 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 86.5   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 13.7   | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffx3</b> | Widerstandsmoment W | 6174.0 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 83.2   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 13.5   | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffx4</b> | Widerstandsmoment W | 6394.5 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 64.4   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 10.1   | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffx5</b> | Widerstandsmoment W | 6174.0 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 65.1   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 10.5   | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |



## Biegezugfestigkeit $f_y$

|                                      |            |                         |
|--------------------------------------|------------|-------------------------|
| <b>Mittelwert Biegezugfestigkeit</b> | <b>9.9</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |
| <b>Standardabweichung</b>            | <b>0.7</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |
| <b>Prozentual</b>                    | <b>7%</b>  |                         |
| <b>5%-Fraktil</b>                    | <b>8.8</b> | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffy1</b> | Widerstandsmoment W | 4336.5 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 46.9   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 10.8   | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffy2</b> | Widerstandsmoment W | 4263.0 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 39.2   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 9.2    | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffy3</b> | Widerstandsmoment W | 4263.0 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 43.9   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 10.3   | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffy4</b> | Widerstandsmoment W | 4189.5 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 40.5   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 9.7    | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

|             |                     |        |                         |
|-------------|---------------------|--------|-------------------------|
| <b>ffy5</b> | Widerstandsmoment W | 4263.0 | mm <sup>3</sup>         |
|             | Biegemoment max     | 40.0   | kNmm                    |
|             | Biegezugfestigkeit  | 9.4    | <b>N/mm<sup>2</sup></b> |

## 7.3 Matlab-File

```
function konoid (b,l,f,s)

%für Konstruktion mit 3Dnetz in AutoCAD
%Eingaben in mm
%b: Breite in x-Richtung
%l: Länge in y-Richtung
%f: Parabelabstich im höchsten Punkt
%s: Dichte des Koordinatennetzes

x = -b/2:s:b/2;
y = 0:s:l;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
c = f;
a = -4*f/(b^2);
Z = Y.*(a*X.^2+c)/l;
surf(X,Y,Z);
[n,m] = size(Z);

Koordinaten(1,1)=n;
Koordinaten(2,1)=m;
for i = 1:n
for j = 1:m
Koordinaten(j+(i-1)*m+2,1) = X(i,j);
Koordinaten(j+(i-1)*m+2,2) = Y(i,j);
Koordinaten(j+(i-1)*m+2,3) = Z(i,j);
end
end

csvwrite('Koordinaten.csv',Koordinaten);
```