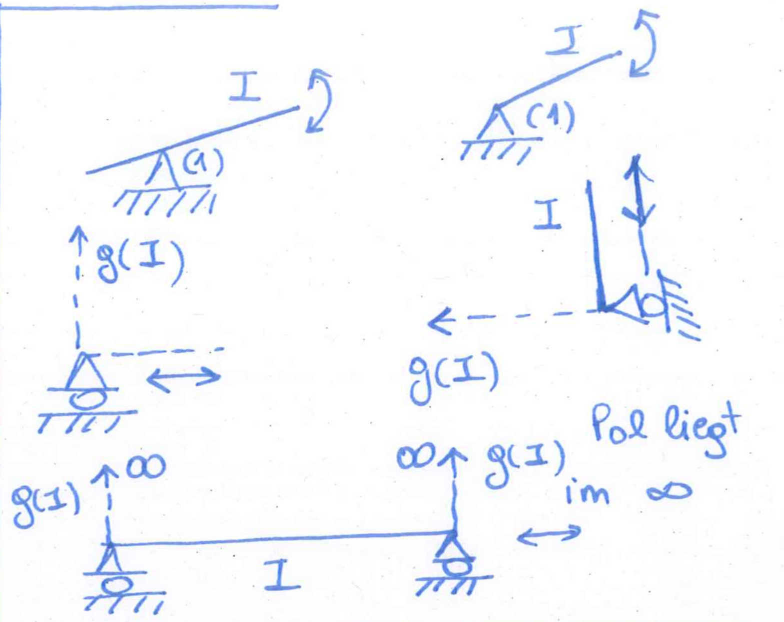
15.03.2023

Polplan - Die Regeln

#1) Feste Lager → Hauptpole

Bewegliche Lager → Der Hauptpol befindet sich entlang einer Geraden, die senkrecht zur Bewegungsricht. ist

g: geometrischer Ort



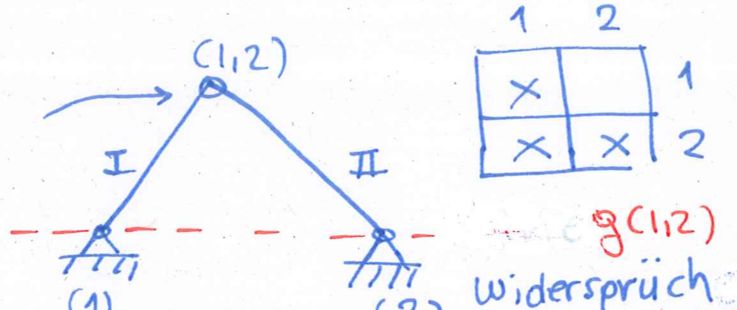
#2) Der Nebenpol (i,j) liegt auf dem Schnittpunkt von (I),(J) (wenn dies existiert)

#3a) Nebenpol (i,j) zwischen Elem (I) und (J) liegt auf der Verbindungslinie der beiden Hauptpolen

#3b) Bei mehreren Scheiben: I, J, K → die 3 Nebenpole (i,j), (i,k), (j,k) liegen auf einer Geraden.

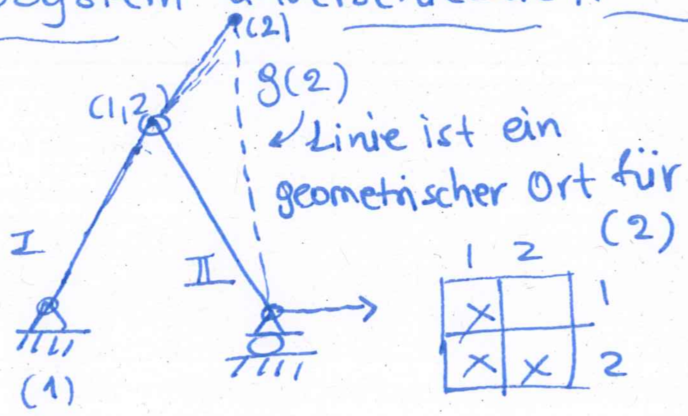
#4) Kann der Polplan ohne Widerspruch gezeichnet werden? ja ⟹ system ist verschiebl.

Nein ⟹ entweder unverschieb. System oder besteht es ein unverschiebl. Scheibenverband, der als eine Scheibe betrachtet werden kann.



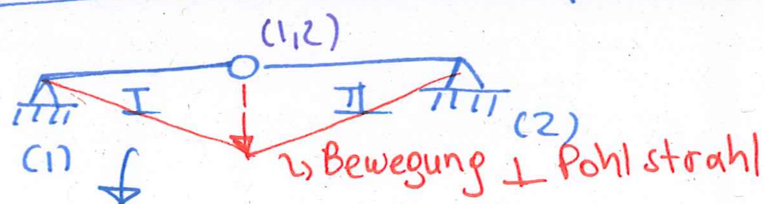
widerspruch! (3a)

⟹ System unverschieblich.



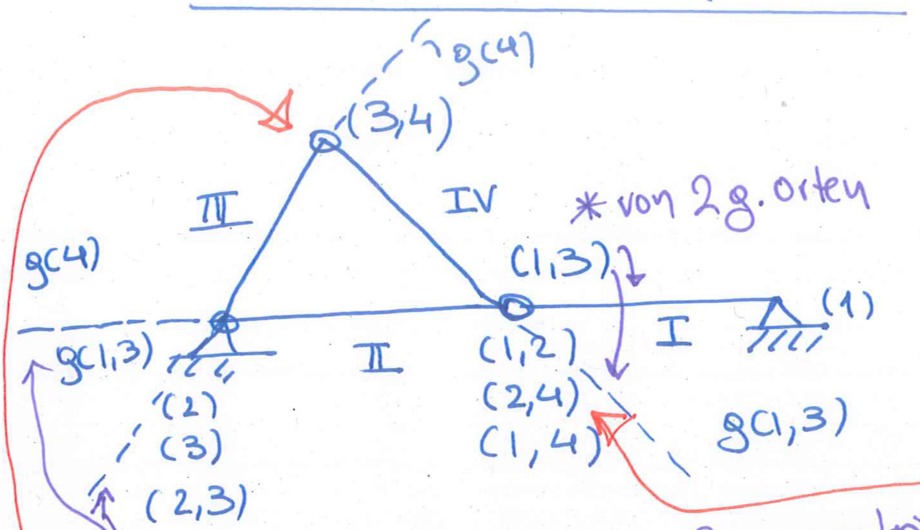
Kein Widerspruch! System ist verschiebl. (Stab 1 kann sich rund um (1) rotieren | Stab 2 kann sich rund um Hauptpol (2) rotieren)

auch hier ↓ kein Widerspruch!



verschiebliches System | Mechanismus

Komplexeres Beispiel. (s. auch Lehrvideo)



	1	2	3	4
1	X			
2	X	X		
3	X	X	X	
4	X	X	X	X

(4) (Schnittpunkt von 2 geometrischen Orten g(4))

- Können wir Widersprüche identifizieren?

Scheiben (II), (III), (IV) die 3 Nebenpole (2,3), (3,4), (2,4) sollten auf eine Gerade liegen, aber hier nicht der Fall!

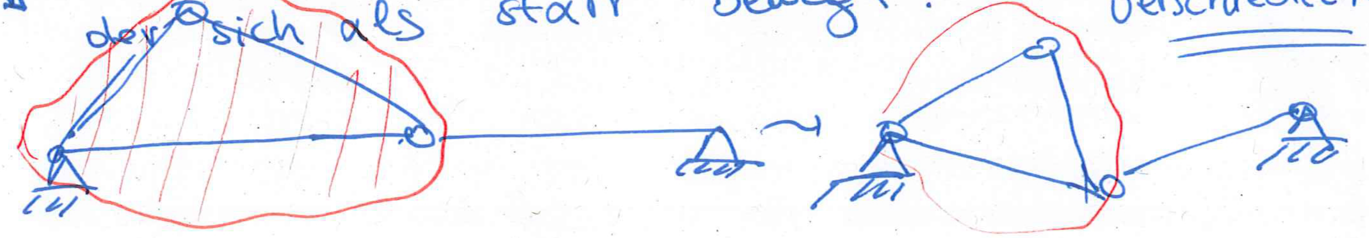
* Punkt (2,4) nicht auf der Verbindunglinie von (2,3), (3,4)

und * Punkt (3,4) nicht auf der Verbindungslinie von (2,3), (2,4)

* Punkt (2,3) nicht auf der Verbindungslinie von (2,4) & (3,4)

III, IV, II definieren einen Scheibeverband der sich als starr bewegt.

verschieblich!

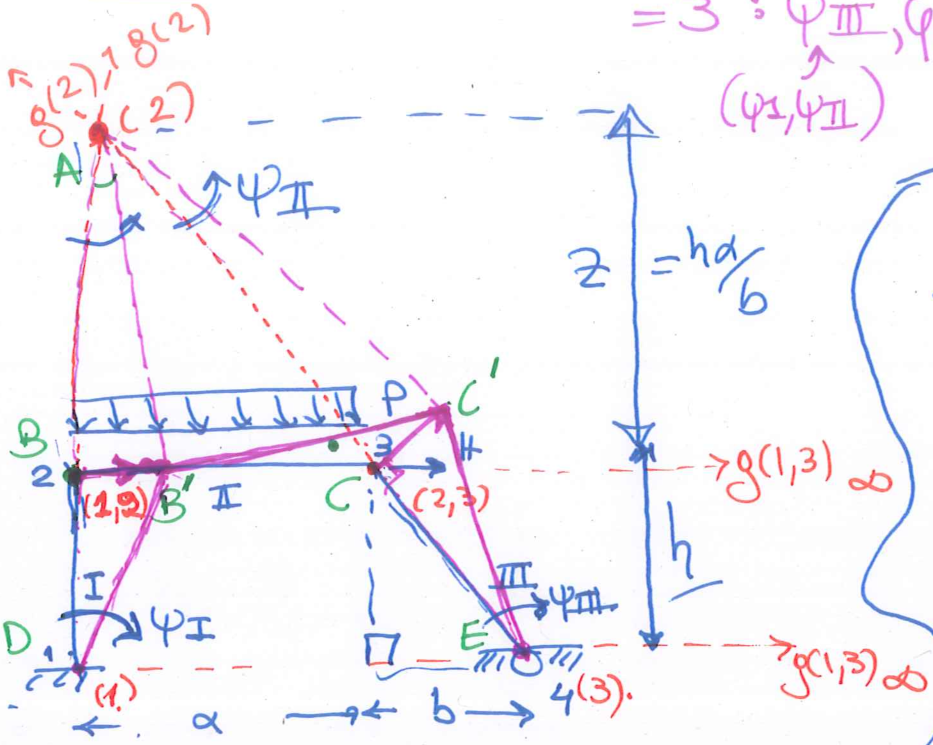


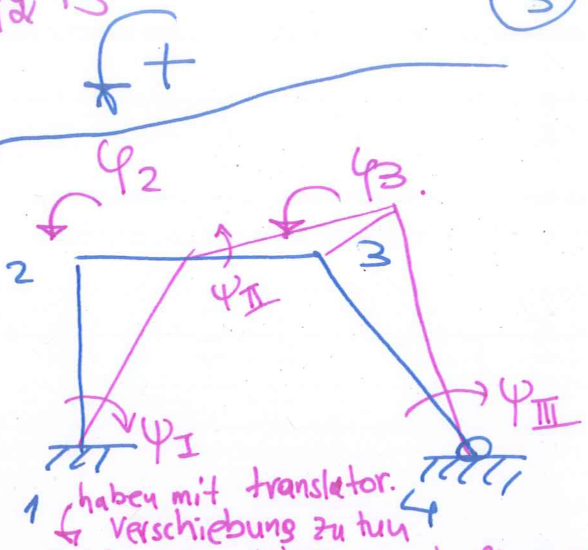
Beispiel

* Grad der kinematischen Unbestimmtheit = $= 3 : \varphi_{III}, \varphi_2, \varphi_3$

$(\varphi_1, \varphi_{II})$

3





* $\varphi_I, \varphi_{II}, \varphi_{III}$ sind linear abhängig ⇒ Grad der Verschieblichkeit = 1 (φ_{III})

* zusätzliche DOFs: φ_2, φ_3 (Knotenverdrehungen)

Geometrie $(\varphi_I \to \varphi_{II} \to \varphi_{III})$

ähnliche Dreiecke: $\hat{ABC}$ & $\hat{ADE}$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{z}{z+h} = \frac{\alpha}{\alpha+b} \Rightarrow z = \frac{h\alpha}{b}$$

φ_I: BB'D $\Rightarrow \tan\varphi_1 = -\frac{BB'}{BD} = -\frac{BB'}{h}$

φ_{II}: ABB' $\Rightarrow \tan\varphi_{II} = \frac{BB'}{AB} = \frac{BB'}{z}$

$\varphi_i \ll \Rightarrow \tan\varphi_i \approx \varphi_i$

$$\frac{\varphi_I}{\varphi_{II}} = \frac{-\frac{\cancel{BB'}}{h}}{\frac{\cancel{BB'}}{z}} \Rightarrow \frac{\varphi_I}{\varphi_{II}} = -\frac{z}{h} = -\frac{h\alpha/b}{h} = -\frac{\alpha}{b}$$

$$\varphi_I = -\frac{\alpha}{b}\varphi_{II}$$

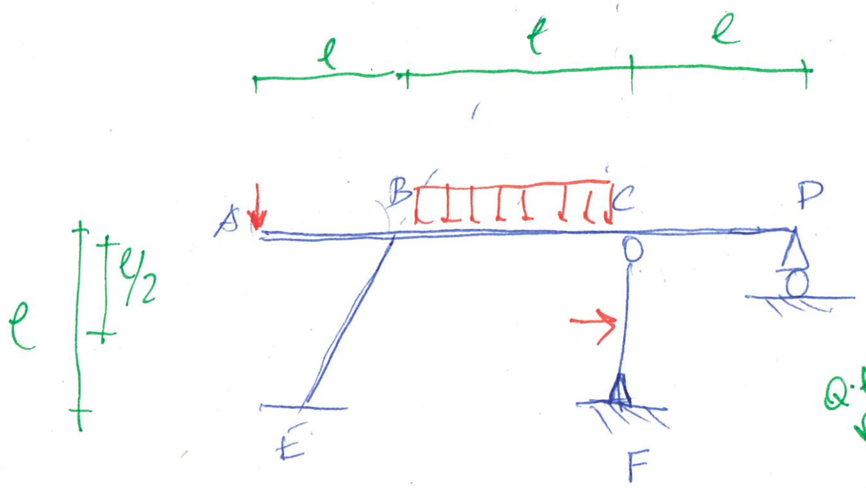
φ_{III}: CC'E $\Rightarrow \tan\varphi_{III} = -\frac{CC'}{CE} = -\frac{CC'}{\sqrt{h^2+b^2}}$

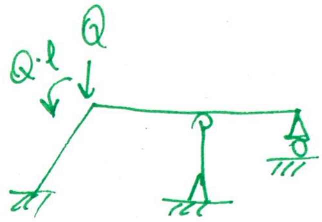
ACC' $\Rightarrow \tan\varphi_{II} = \frac{CC'}{AC} = \frac{CC'}{\sqrt{z^2+\alpha^2}}$

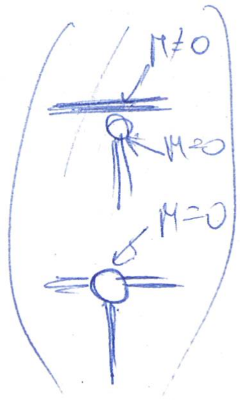
$\varphi_i \ll \Rightarrow \tan\varphi_i \approx \varphi_i$

$$\Rightarrow \frac{\varphi_{III}}{\varphi_{II}} = -\frac{\frac{\cancel{CC'}}{\sqrt{h^2+b^2}}}{\frac{\cancel{CC'}}{\sqrt{z^2+\alpha^2}}} \Rightarrow \boxed{\varphi_{III} = -\frac{\alpha}{b}\varphi_{II}}$$

φ_I & φ_{II} : φ_{III}







(a) ANZAHL FREIHEITSGRADE : $n_{DOF} = 15$

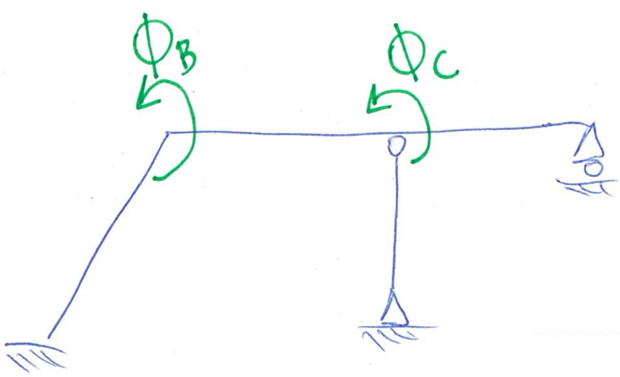
$n_R = 6$

$n_{M_0} = 3$

$n_J = 3$

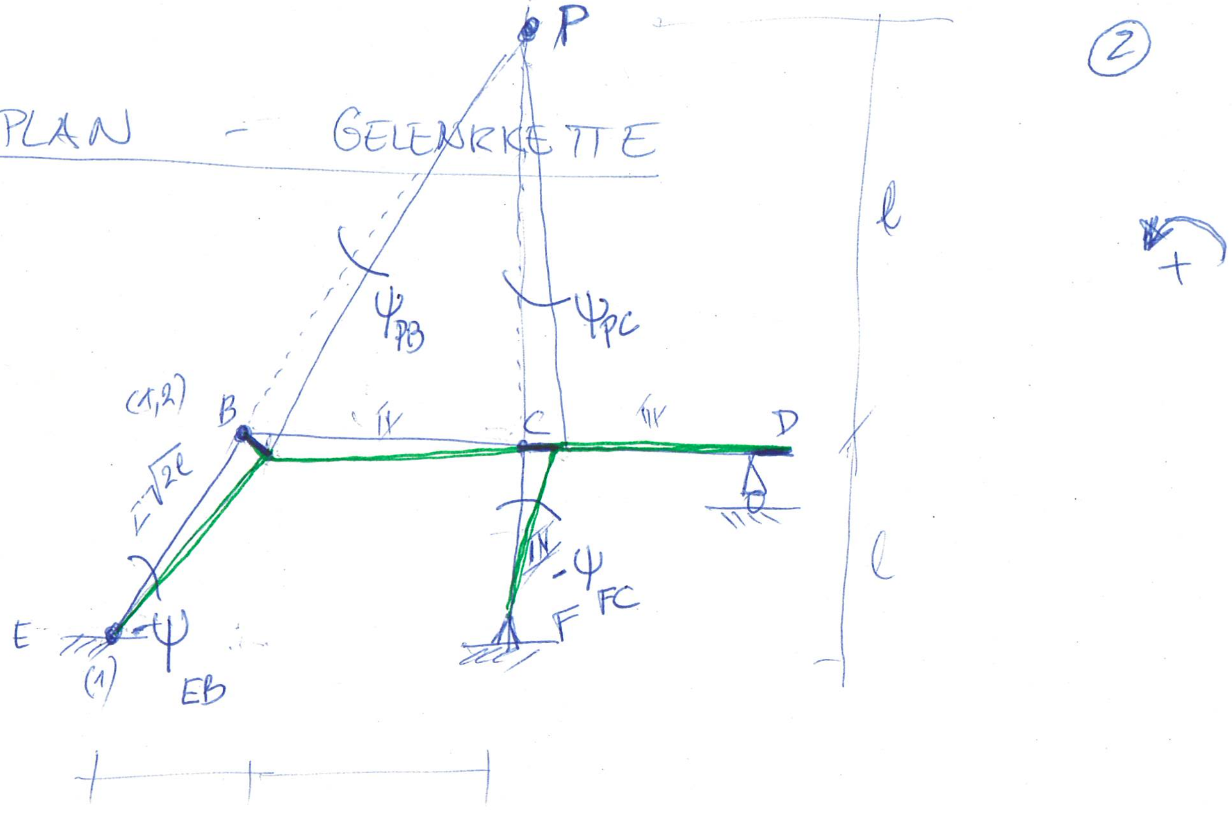
$n_V = 3$

- Knotenverdrehungen



②

POLPLAN – GELENKKETTE



$$\psi = \psi_{PB} = \psi_{PC} = -\psi_{EB} = -\psi_{FC}$$

- Bestimmen Festeinspannmomente (Zustand "0")

$$M_{EB}^{0} = 0 = M_{BE}^{0}$$

$$M_{BA}^{0} = -Q \cdot l$$

(BEB) $$M_{BC}^{0} = -\frac{ql^2}{12} = -M_{CB}^{0}$$

$$M_{CD}^{0} = 0 = M_{DC}^{0}$$

$$M_{CF}^{0} = 0 = M_{FC}^{0}$$

③

Stab & Kreuzsteifigkeiten

$\boxed{EB}$ (BEB) wobei $EI_{EB} = EI/\sqrt{2}$

$l = \sqrt{2} \cdot l$

$$s_{EB} = \frac{4 \cdot EI/\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot l} = \frac{2EI}{l} = s_{BE}$$

$$t_{EB} = t_{BE} = \frac{EI}{l}$$

$\boxed{BC}$ $\boxed{BEB}$ wobei $EI = EI$ und $l = l$

$$s_{BC} = \frac{4EI}{l} = s_{CB}$$

$$t_{BC} = \frac{2EI}{l} = t_{CB}$$

$\boxed{CD}$ $\boxed{EEB}$ $s_{CD} = \frac{3EI}{l}$ $s_{DC} = 0$

$$t_{CD} = t_{DC} = 0$$

$\boxed{CF}$ beidseitig Gelenk $\rightarrow$ $s_{CF} = s_{FC} = 0$

$t_{CF} = t_{FC} = 0$

(c) Bestimmen der Stabendmomente

$$M_{ij} = M_{ij}^{0} + s_{ij}\,\phi_i + t_{ij}\,\phi_j - (s_{ij} + t_{ij}) \cdot \psi_{ij}$$

$$M_{BA} = -\frac{q\ell^2}{12}$$

$$M_{BE} = \underbrace{M_{BE}^{0}}_{=0} + s_{BE} \cdot \phi_B - (s_{BE} + t_{BE}) \cdot \psi_{EB}$$

$$M_{BE} = \frac{2EI}{\ell}\left(\phi_B + \frac{3}{2}\psi_{EB}\right)$$

$$M_{EB} = \frac{EI}{\ell}\left(\phi_B + 3\psi_{EB}\right)$$

$$M_{BC} = \frac{q\ell^2}{12} + \frac{2EI}{\ell}\left(2\phi_B + \phi_C - 3\psi\right)$$

$$M_{CB} = \frac{q\ell^2}{12} + \frac{2EI}{\ell}\left(2\phi_C + \phi_B - 3\psi\right)$$

$$M_{CF} = 0$$

$$M_{CD} = \frac{3EI}{\ell}\phi_C$$

GLEICHGEW. - BEDINGUNGEN

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BE} = 0 \qquad (I)$$

$$M_{CB} + M_{CD} + M_{CF} = 0 \qquad (II)$$

Verschiebegleichgewicht für Einheitsdrehwinkel ω $(\psi = 1)$

$$W_e + W_i = 0$$

ind.

$$W_i = (M_{BE} + M_{EB}) \cdot \omega_{EB} + (M_{BC} + M_{CB}) \cdot \omega_{BE}$$

$$W_e = ql \cdot (\omega_{BC} \cdot l/2) + Q \, \omega_{CF} \, l/2 + Q \, \omega_{CB} \cdot l + \underbrace{Q \cdot l}_{\text{Moment}} \cdot \omega_{CB}$$