

Leichtbau

Übung 2 - Fachwerke

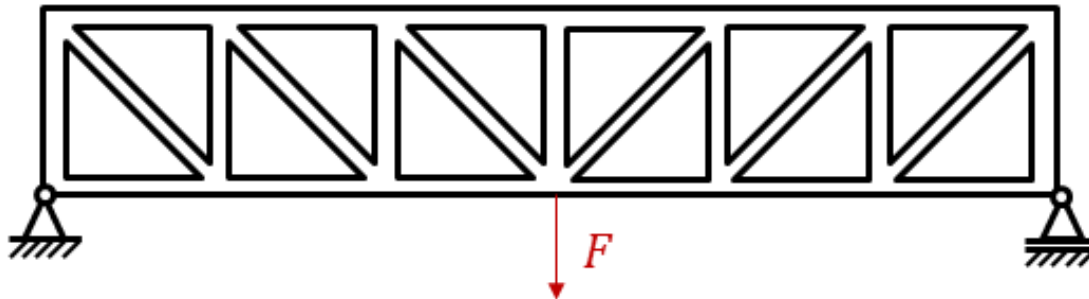
C. Karl, D. Montenegro, F. Runkel, C. Schneeberger

07.10.2015

Aufgabe 1 – Verformung von Rahmen- und Fachwerken

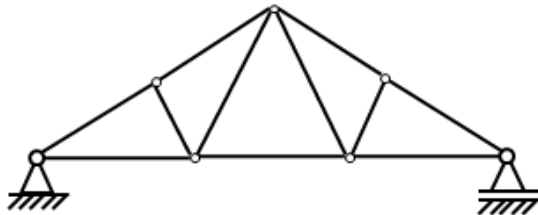
Das unten dargestellte Rahmenwerk besteht aus biegesteifen Stäben und Knoten. Es wird auf seiner Unterseite mittig mit einer abwärts gerichteten, vertikalen Kraft belastet und die Verschiebung des Kraftangriffspunktes wird gemessen. Beschreiben Sie qualitativ, welchen Einfluss folgende Veränderungen auf die Verschiebung des Kraftangriffspunktes ausüben und begründen Sie Ihre Entscheidung.

- a) Alle steifen Knoten werden durch Gelenke ersetzt
- b) Alle Diagonalstäbe werden entfernt
- c) Alle steifen Knoten werden durch Gelenke ersetzt und alle Diagonalstäbe werden entfernt

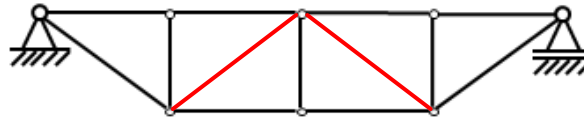


Aufgabe 2 – Statische Bestimmtheit

Beurteilen Sie die unten dargestellten Fachwerke sowohl im Hinblick auf innere als auch äußere Standfestigkeit. Diskutieren Sie Möglichkeiten, um die statisch unbestimmten Fachwerke in statisch bestimmte Fachwerke zu überführen.

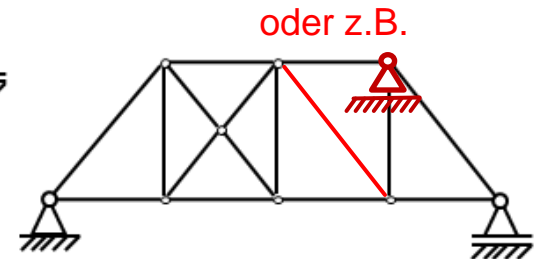


(a)



Möglichkeiten, Beweglichkeit
der Fachwerke einzuschränken

(b)



(c)

$$f = 2 \cdot 7 - (11 + 3) = 0$$

→ Statisch bestimmt
(äußerlich und innerlich)

$$f = 2 \cdot 8 - (11 + 3) = 2$$

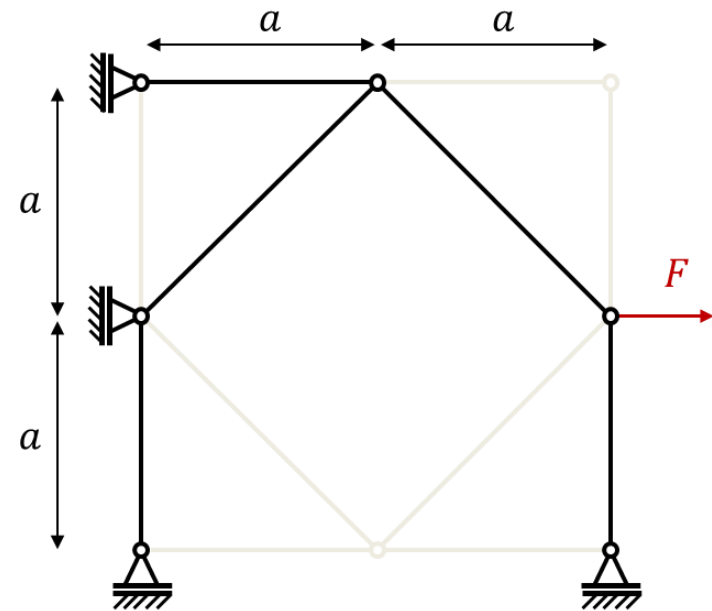
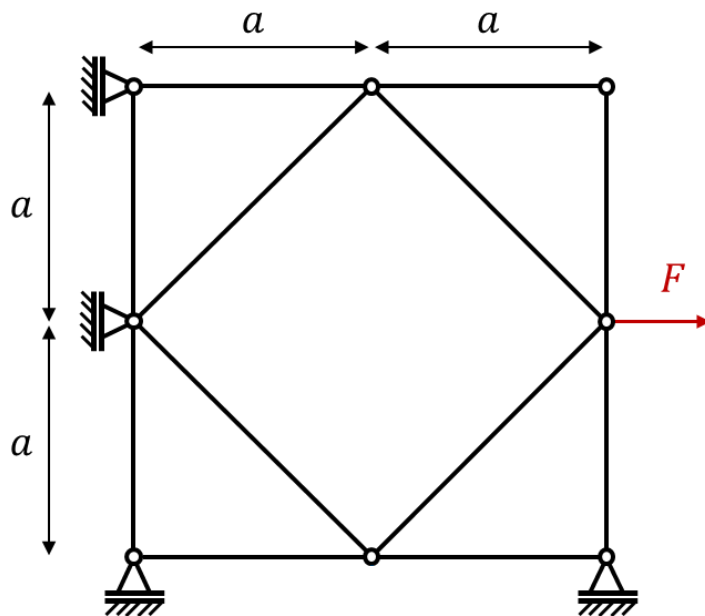
→ Statisch unterbestimmt

$$f = 2 \cdot 9 - (15 + 3) = 0$$

→ Grad der statischen
Bestimmtheit = 0, aber
beweglich (Teilfachwerke
über- und unterbestimmt)

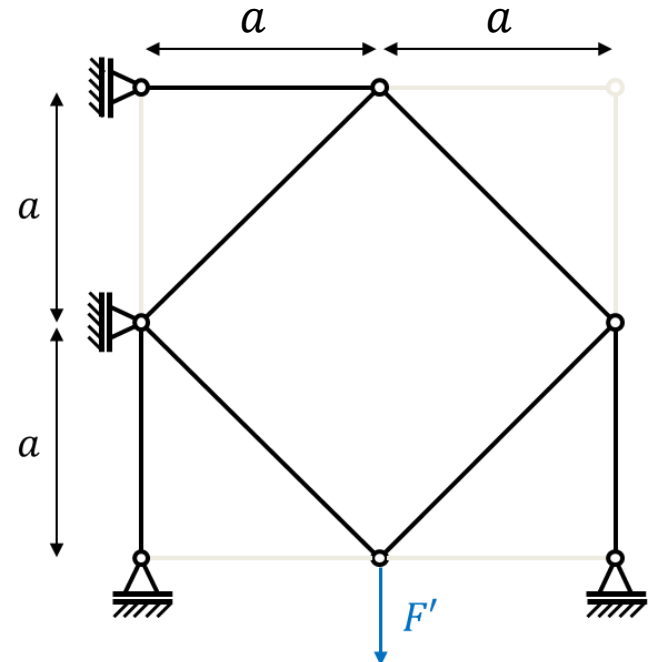
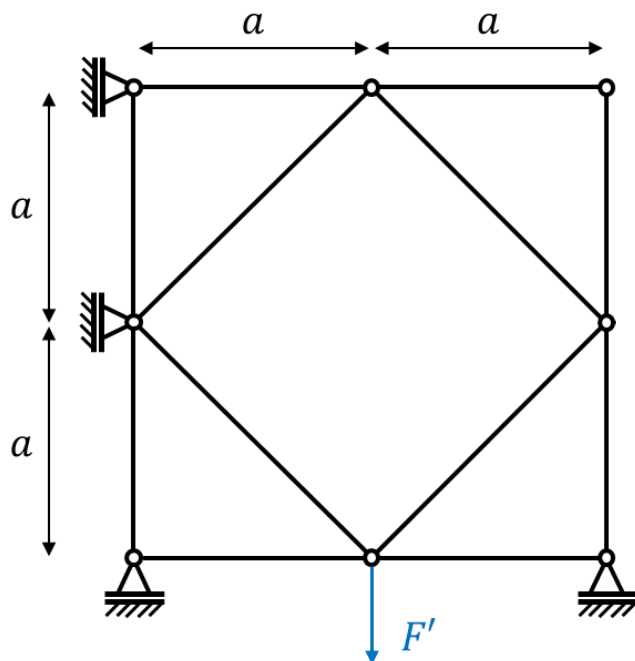
Aufgabe 3 – Nullstäbe

Was versteht man unter Nullstäben und welche Bedeutung kommt ihnen in Fachwerken zu? Identifizieren Sie die Nullstäbe im unten angegebenen Fachwerk für die beiden unterschiedlichen Lastfälle.



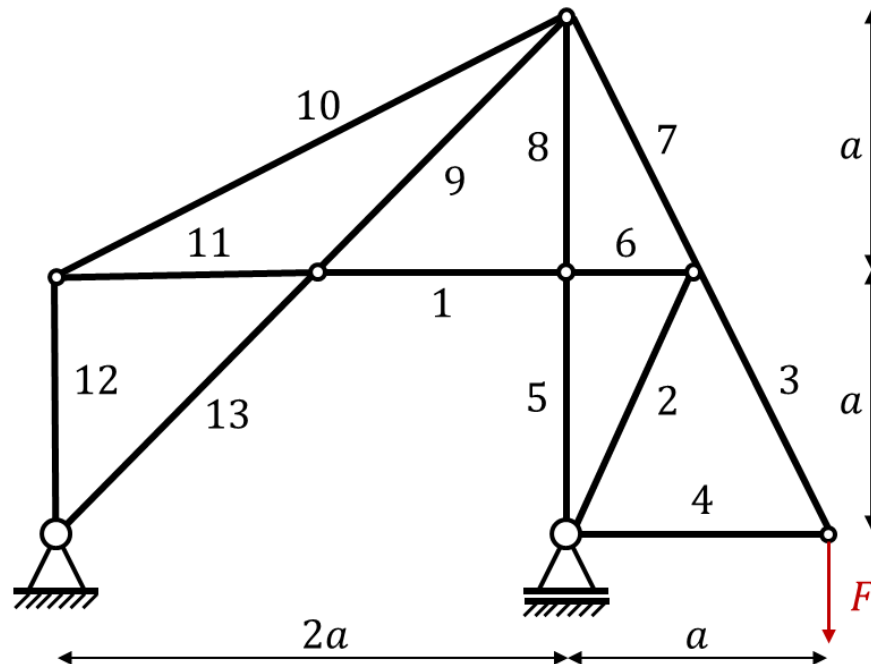
Aufgabe 3 – Nullstäbe

Was versteht man unter Nullstäben und welche Bedeutung kommt ihnen in Fachwerken zu? Identifizieren Sie die Nullstäbe im unten angegebenen Fachwerk für die beiden unterschiedlichen Lastfälle.

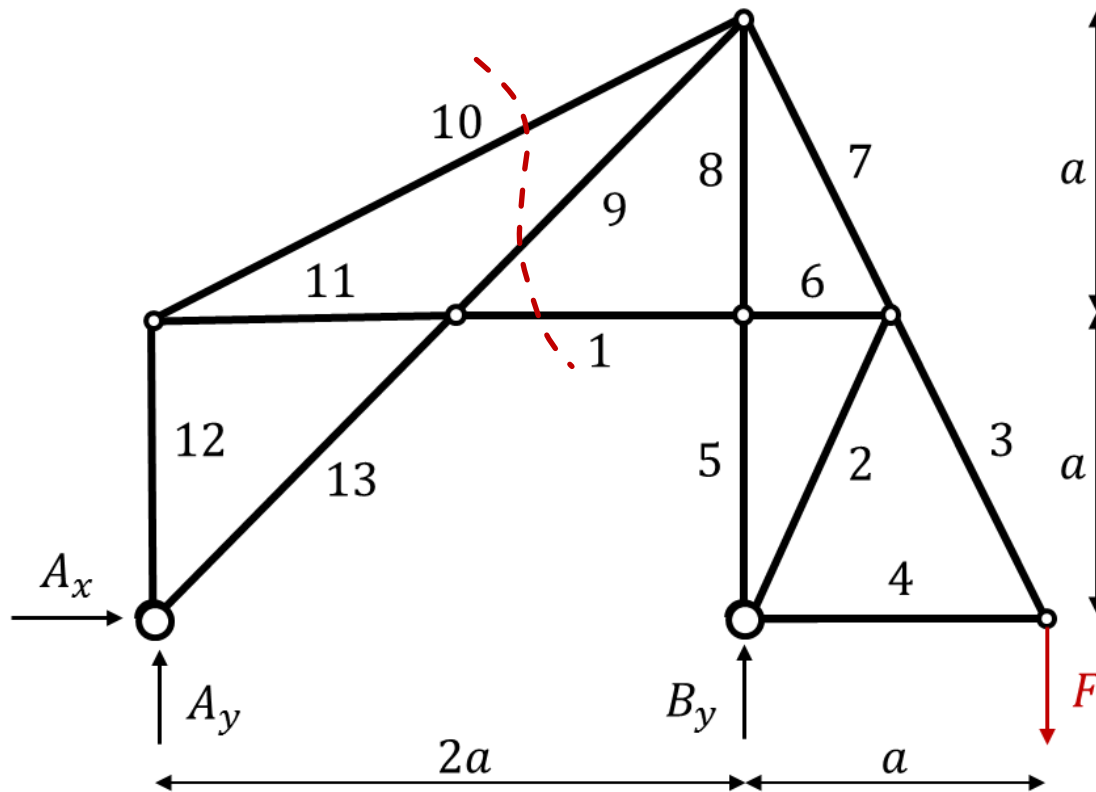


Aufgabe 4 – Bestimmung der Stabkräfte

Weisen Sie die statische Bestimmtheit des unten abgebildeten Fachwerks nach. Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen und ermitteln Sie anschließend die Stabkraft S_1 in Stab 1 über das Ritter'sche Schnittverfahren sowie die Stabkräfte S_2 bis S_8 in den Stäben 2 bis 8 über das Knotenpunktverfahren.

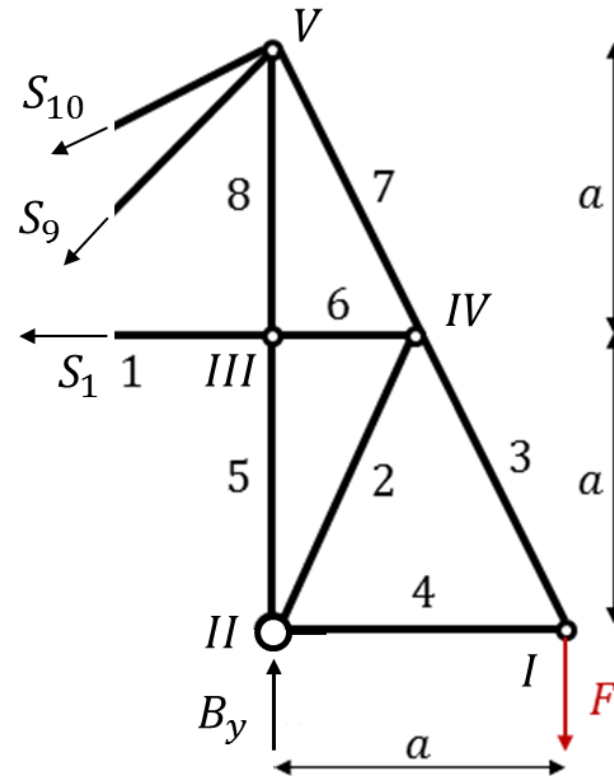
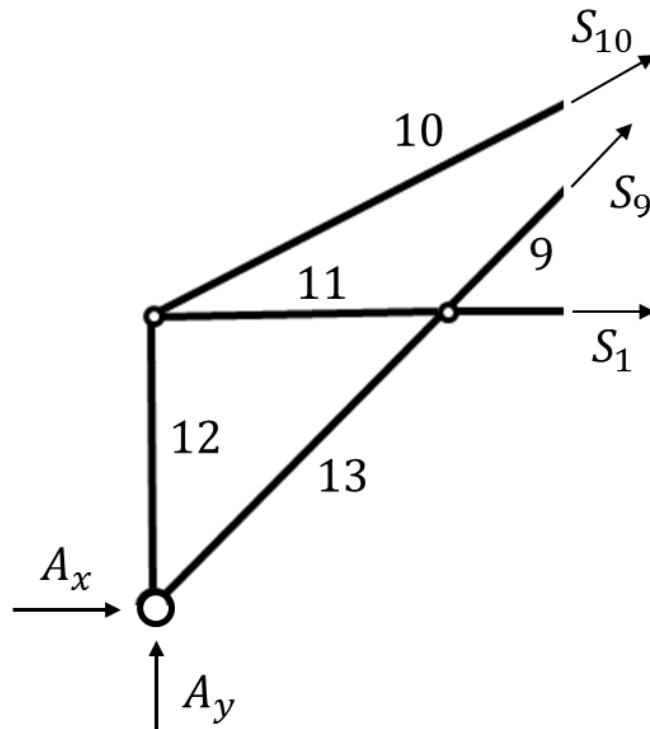


Aufgabe 4 – Auflagerreaktionen

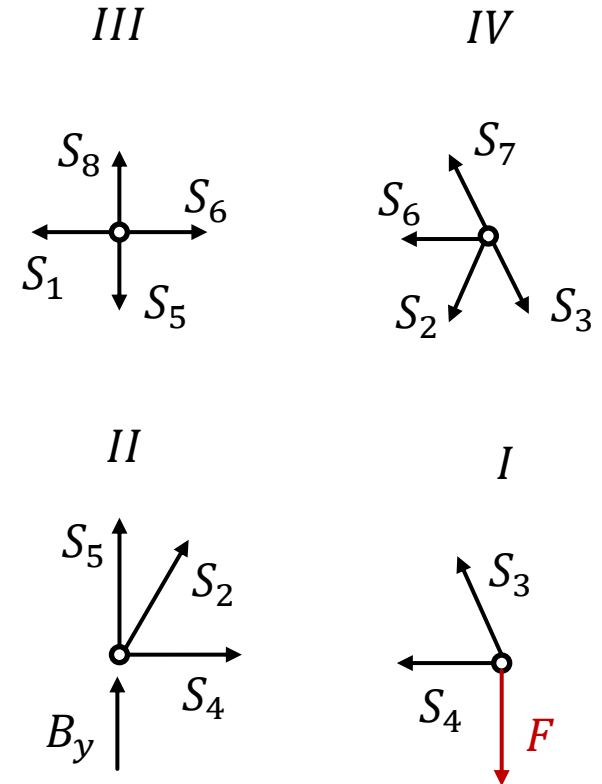
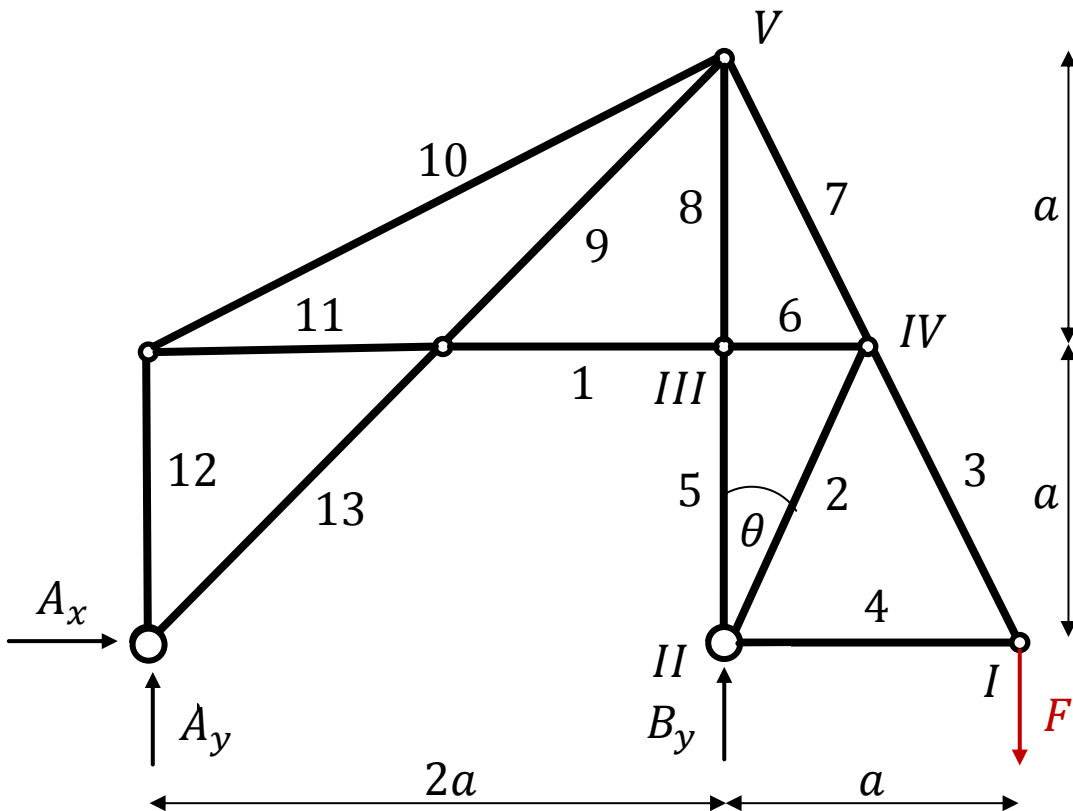


Aufgabe 4 – Ritterschnitt

Schnitt durch Stäbe 1, 9, 10 (kein gemeinsamer Knoten); Momentengleichgewicht um Knoten V im rechten (oder linken) Teilsystem



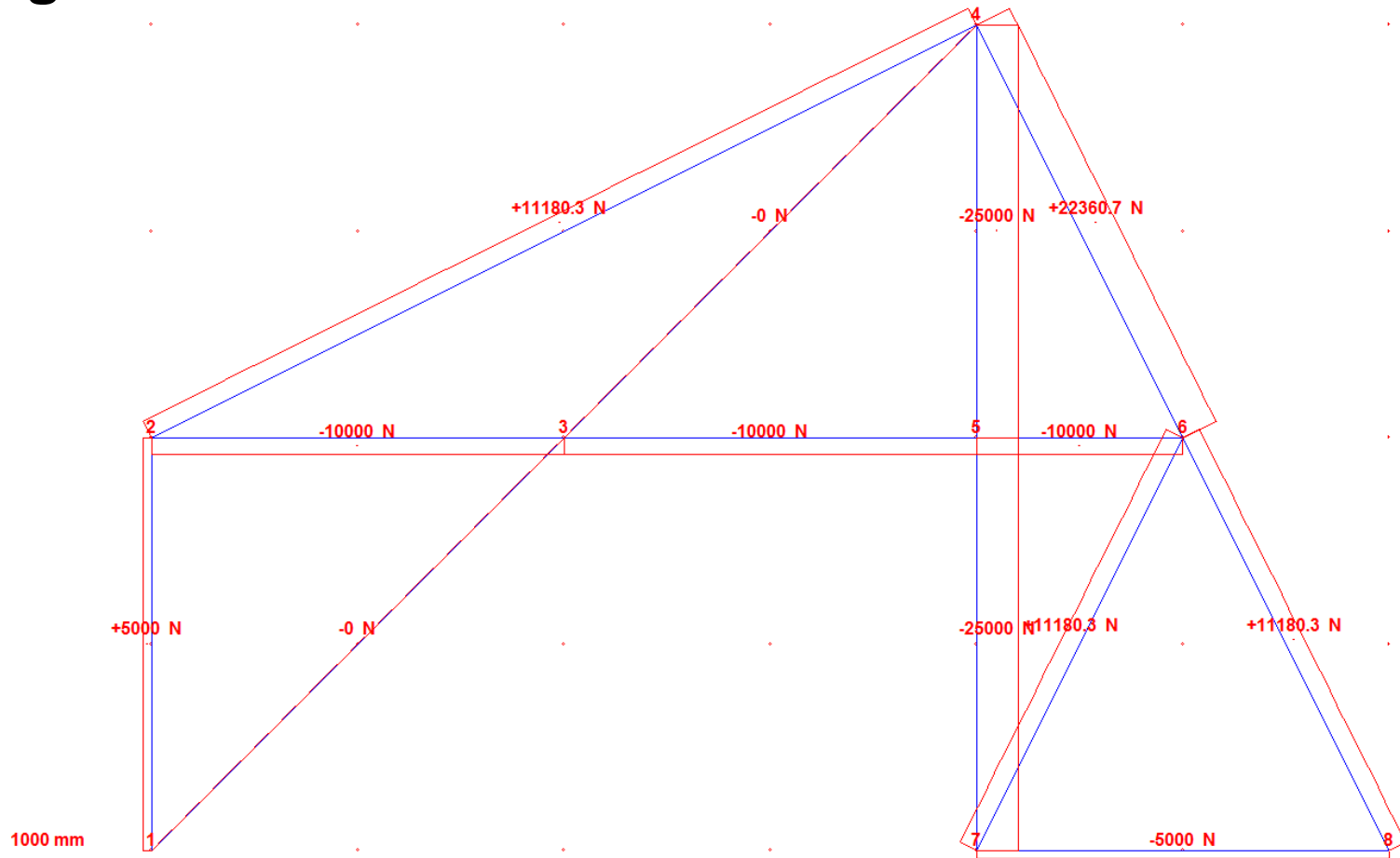
Aufgabe 4 – Knotenpunktverfahren



$$\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \theta = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

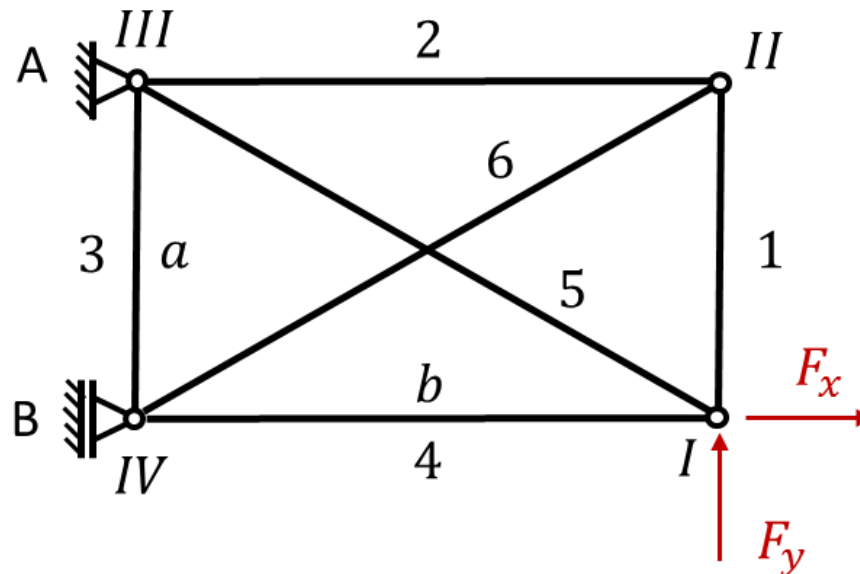
Aufgabe 4 – Stabkräfte



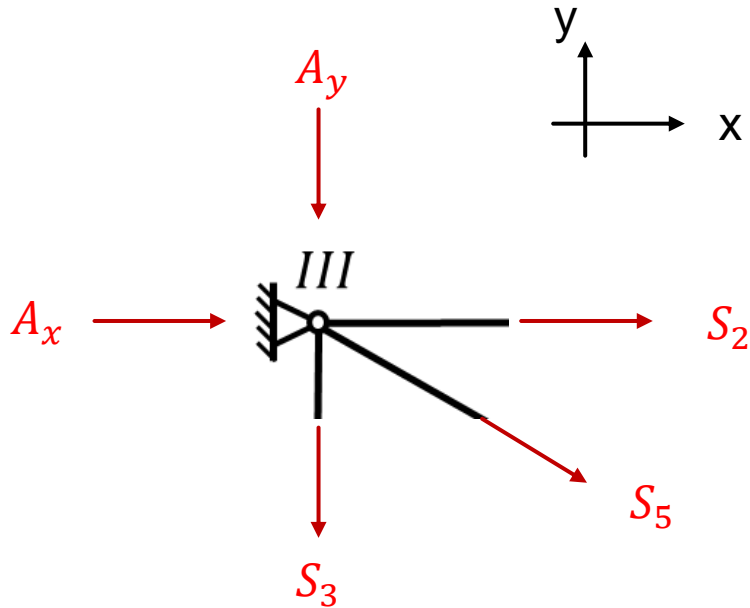
Aufgabe 5 – Statisch unbestimmte Fachwerke

Prüfen Sie die statische Bestimmtheit des gegebenen Fachwerks und bestimmen Sie die Stabkräfte.

Musterlösung siehe Skript S. 52 ff.



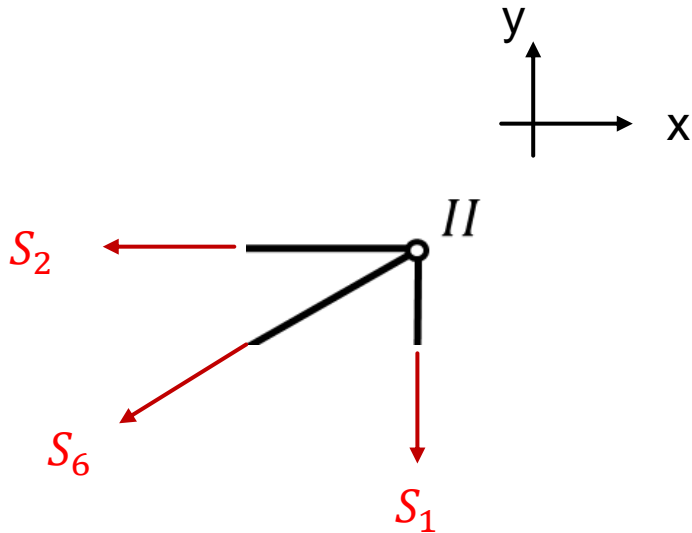
Knotenpunktverfahren: Knoten III



$$\sum F_x = S_4 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 = A_x$$

$$\sum F_y = S_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 + A_y = 0$$

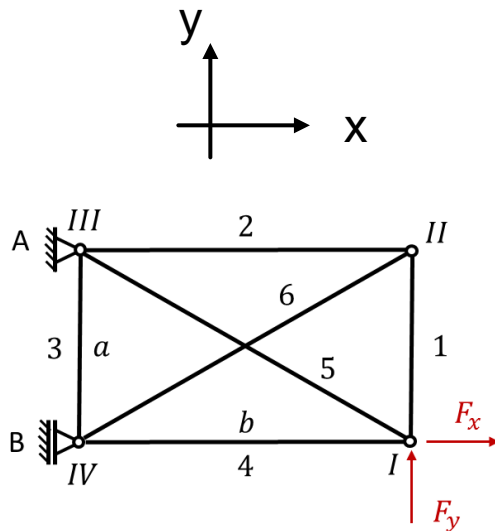
Knotenpunktverfahren: Knoten II



$$\sum F_x = S_2 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0$$

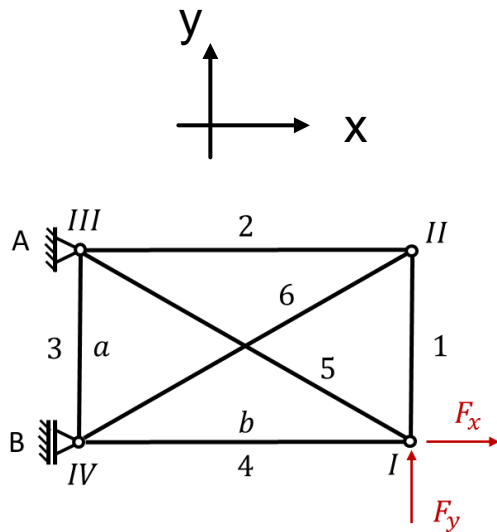
$$\sum F_y = S_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0$$

Knotenpunktverfahren: Alle Knoten



$$\begin{aligned}
 \text{I} \quad & \sum F_x = S_4 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 = F_x \\
 & \sum F_y = S_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 + F_y = 0 \\
 \text{II} \quad & \sum F_x = S_2 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0 \\
 & \sum F_y = S_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0 \\
 \text{III} \quad & \sum F_x = S_2 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 = A_x \\
 & \sum F_y = S_3 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 + A_y = 0 \\
 \text{IV} \quad & \sum F_x = S_4 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = B \\
 & \sum F_y = S_3 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0
 \end{aligned}$$

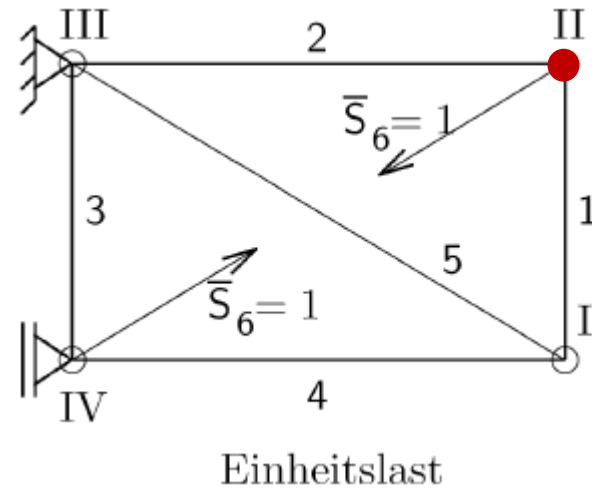
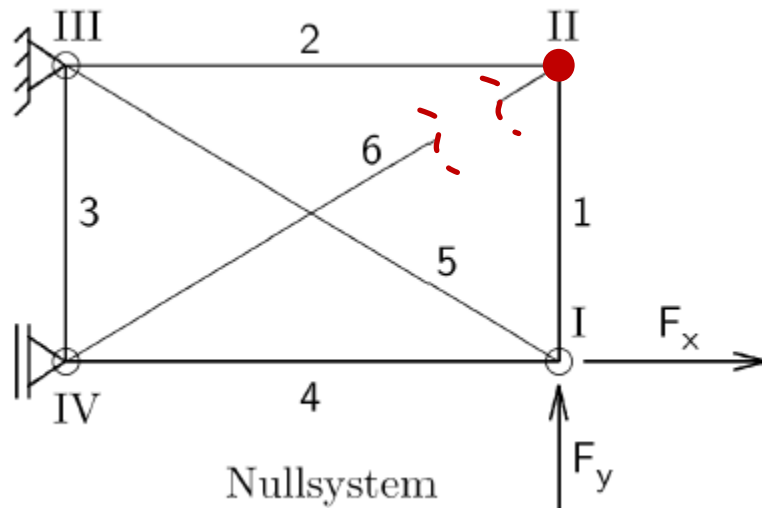
Knotenpunktverfahren: Alle Knoten



$$\begin{aligned}
 \text{I} \quad & \sum F_x = S_4 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 = F_x \\
 & \sum F_y = S_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 + F_y = 0 \\
 \text{II} \quad & \sum F_x = S_2 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0 \\
 & \sum F_y = S_1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0 \\
 \text{III} \quad & \sum F_x = S_2 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 = A_x \\
 & \sum F_y = S_3 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_5 + A_y = 0 \\
 \text{IV} \quad & \sum F_x = S_4 + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = B \\
 & \sum F_y = S_3 + \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} S_6 = 0
 \end{aligned}$$

Ersatzsysteme – «Nullsystem» und Einheitssystem(e)

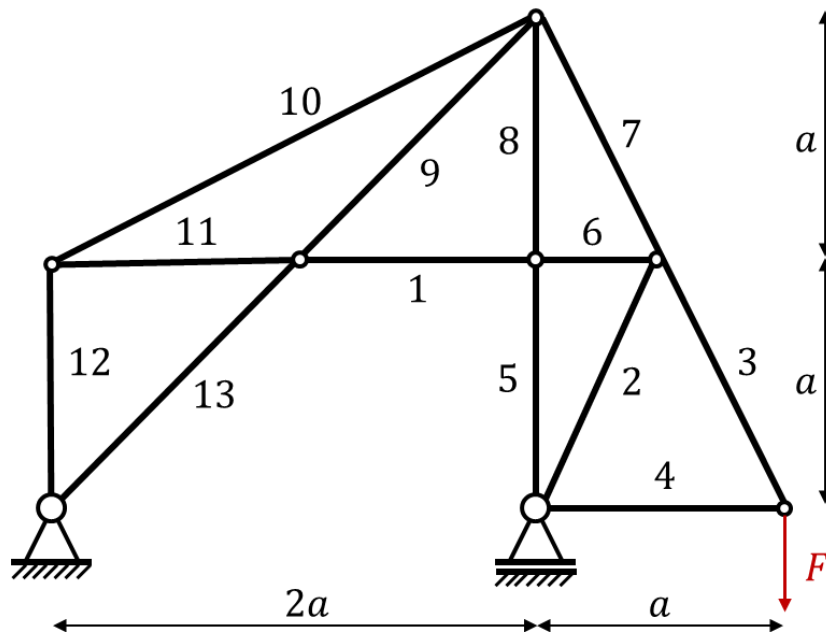
- Erzeugen eines statisch bestimmten Systems und Berechnen aller **Stab- und Auflagerkräfte** für gegebene Lasten
- Verschiebungen der statisch bestimmten System am geschnittenen Knoten müssen sich aufheben!



Aufgabe 6 – Knotenverschiebung

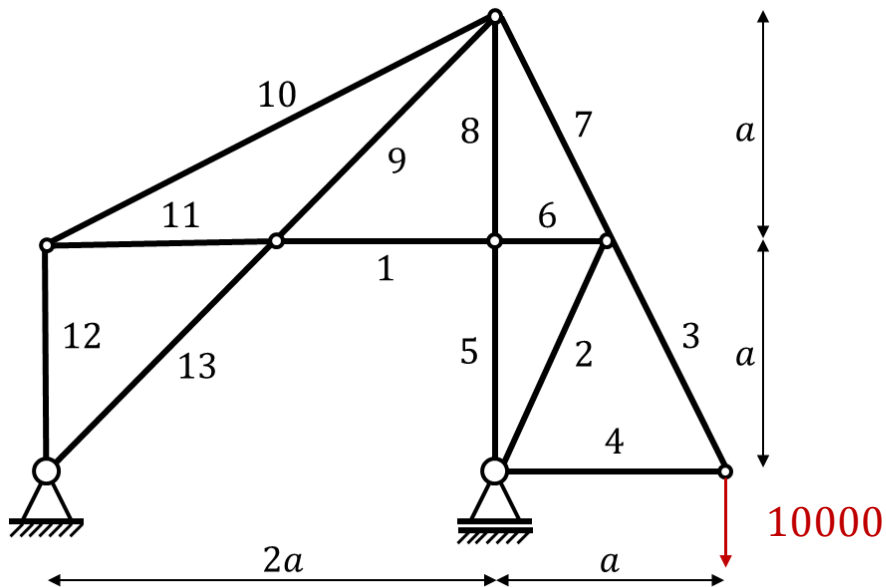
Berechnen Sie für das in Aufgabe 4 analysierte Fachwerk die Verschiebung des Kraftangriffspunktes in Richtung der gegebenen Kraft. Die Stäbe sind aus Aluminium mit einer Querschnittsfläche von $A = 400 \text{ mm}^2$ und einem E-Modul von $E = 70000 \text{ MPa}$

($a = 2.0 \text{ m}$). Die fehlenden Stabkräfte sind $S_9 = S_{13} = 0$, $S_{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}F$, $S_{11} = -F$, $S_{12} = \frac{1}{2}F$.

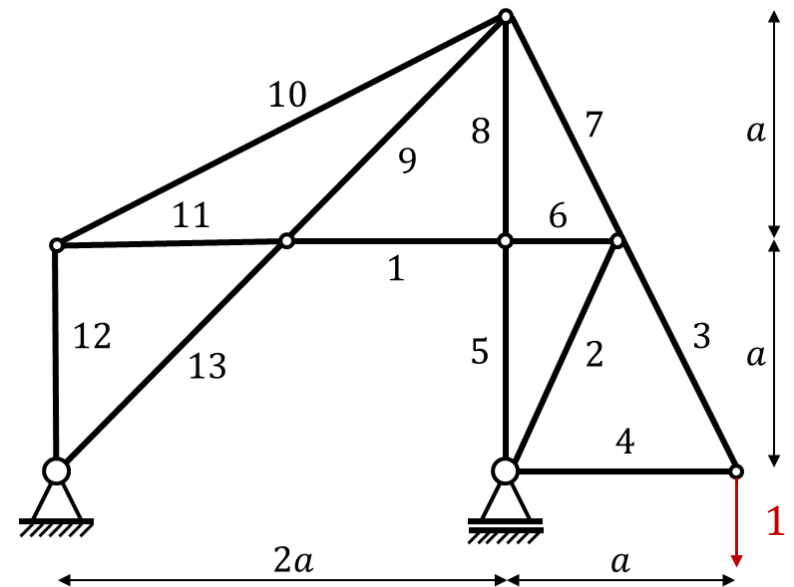


Aufgabe 6 – Knotenverschiebung

0-System (Grundbelastung)



1-System (Einheitslast)



Aufgabe 6 – Knotenverschiebung

