

## LA CARTE INTERNATIONALE DU MONDE 1 : 1 000 000

La carte internationale du monde au 1/M a été proposée par A. PENCK à l'occasion du congrès internationale en 1891, à Berne. Après une période critique, la réalisation prit court en 1911. Les besoins militaires de la guerre de 1914 à 1918 lui donnèrent un grand essor. Après celle-ci, l'importance de cette carte se développe par les contributions d'environ 35 services cartographiques officielles et autres institutions. Durant la deuxième guerre mondiale, le développement reprit énormément par les travaux des grandes puissances belligérantes, c'est-à-dire la Russie, l'Allemagne, l'Italie et les Anglo-Saxons. L'auteur espère de la Suisse la présentation d'une feuille d'un travail fini, pouvant être présentée convenablement dans cet œuvre.

## LA CARTA INTERNAZIONALE DEL MONDO 1 : 1 000 000

La carta internazionale del mondo venne proposta da A. PENCK al congresso geografico internazionale a Berna nel 1891. Superati gli stadi critici iniziali, il lavoro concreto ebbe inizio nel 1911. Impulso diedero necessità militari della prima guerra mondiale. Nel tempo successivo vi contribuirono 35 istituti cartografici ed altre istituzioni. Durante la seconda guerra mondiale furono enormi i contributi degli stati belligeranti (Russia, Germania, Italia e Stati Anglo-Sassoni). L'autore spera in un contributo della Svizzera di modo che essa possa essere rappresentata onorevolmente con un foglio di qualità in questa opera di sì ampia portata.

# KOTENSTREUUNG UND RELIEFFAKTOR

Von FRITZ GASSMANN und HEINRICH GUTERSOHN

Mit 19 Abbildungen

## § 1. EINLEITUNG

Das Relief als Landschaftselement zahlenmäßig zu erfassen, wurde schon häufig versucht. Nach einer Zeit eingehender Pflege (PENCK<sup>1</sup>) traten morphometrische Untersuchungen wieder stark zurück. Es fehlte ihnen wohl vor allem die praktische Anwendung. Solange sie aber nur um ihrer selbst willen betrieben werden, können sie wenig befriedigen. Im Streben nach immer besserer Erkenntnis der Landschaft, nach Auswertung statistischer Angaben auch über Kulturlandschaften, die zu deren Vergleich und Klassierung leiten, wird indessen die Zahl als knappste Möglichkeit der Charakterisierung immer wieder heranzuziehen sein. Nur muß Klarheit darüber herrschen, was mit dieser Zahl erfaßt werden soll, unter welchen Einschränkungen sie zum Vergleich herangezogen werden darf, was sie andererseits nicht enthalten kann, und daß sie auf alle Fälle das Relief nicht eindeutig bestimmt. Die Kurvenkarte allein vermag die Oberflächenformen mit genügender Genauigkeit festzulegen; die gewonnene Zahl dagegen erhält ihren Wert erst beim Vergleich, wenn möglich in Relation mit weiteren Gegebenheiten.

Zu den häufig verwendeten Begriffen der Morphometrie gehört die Reliefenergie. Man versteht darunter die relative Höhe eines bestimmten Landschaftsausschnittes. Die Reliefenergie vermag gute Anhaltspunkte über die Oberflächengestalt jedes Ausschnittes der Lithosphäre zu geben. Sie ist indessen nicht eindeutig definiert; denn im Bestreben, eine möglichst wertvolle Zahl zu geben und gleichzeitig subjektives Ermessen des Bearbeiters auszuschalten, wandelte sich dieser Begriff mehrfach.

PARTSCH<sup>2</sup> bezog die Reliefenergie auf willkürlich gewählte Landschaftsausschnitte von je 32 km<sup>2</sup> und definierte sie als Abstand zwischen dem Niveau der Höhengipfel und dem der Talgründe. KREBS<sup>3</sup> versteht darunter den Höhenunterschied zwischen

<sup>1</sup> PENCK, A.: Morphologie der Erdoberfläche, I, Stuttgart 1894.

<sup>2</sup> PARTSCH, J.: Schlesien, eine Landeskunde für das deutsche Volk, II, S. 586, Breslau 1911.

<sup>3</sup> KREBS, N.: Eine Karte der Reliefenergie Süddeutschlands. Petermanns Mitteil., 68, 1922, S. 49—53.

benachbarten Tälern und Höhen. SCHREPFER<sup>4</sup> bezeichnete den nach Partsch ermittelten Wert als «maximale Reliefenergie»; daneben unterschied er noch eine «minimale» (kleinste Niveaudifferenz), eine «mittlere» (Mittelwert sämtlicher Messungen) und eine «typische» (als Häufungswert). Mit der zu wählenden Maschengröße setzten sich GUTERSOHN<sup>5</sup> und SCHLÄPFER<sup>6</sup> auseinander. Letzterer diskutierte auch die Darstellungsmöglichkeiten der Resultate und wog außerdem Vor- und Nachteile der verschiedenen Methoden gegeneinander ab. NEUENSCHWANDER<sup>7</sup> gab eine knappe kritische Uebersicht über die zahlreiche Literatur.

Die ungenaue Definition ist ein großer Nachteil; bei Verwendung des Begriffes muß stets Auskunft über das Vorgehen bei der Bestimmung gegeben werden. In jedem Fall ist das Verfahren nicht frei vom subjektiven Ermessen des Untersuchenden. Ein weiterer wesentlicher Nachteil besteht darin, daß zur Berechnung der Reliefenergie nur zwei isolierte Geländepunkte herangezogen werden. Daher sagt diese Größe über das

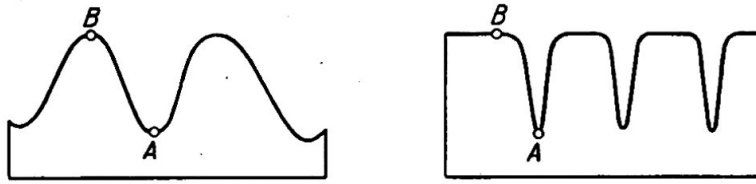


Abb. 1

wirkliche Relief sehr wenig aus. Abb. 1 zeigt z. B. verschiedene Geländeprofile, die unter Benützung der Punkte  $A$ — $B$  gleiche Reliefenergie besitzen. Dieser Nachteil wurde oft betont. Ungeeignet ist auch die Bezeichnung «Reliefenergie»; denn sie steht mit der in der Mechanik üblichen Auffassung von Energie in Widerspruch. Sie ist denn auch nur von deutschsprachigen Autoren verwendet worden; Amerikaner und Polen sprechen von «relativen Höhen»; die Franzosen verwenden den Ausdruck «aération».

Im folgenden sollen zwei neue, mit dem Relief zusammenhängende Maßgrößen, Kotenstreuung und Relieffaktor genannt, entwickelt werden. Diese Größen sind so definiert, daß deren Berechnung erstens eindeutig ist und sich zweitens auf sämtliche Punkte der Geländeoberfläche stützt.

## § 2. DIE MITTLERE KOTE

Zur Festlegung der Position der Punkte  $P$  einer Geländeoberfläche werde ein räumliches rechtwinkliges Koordinatensystem mit gleichen Einheiten auf den 3 Achsen verwendet. Die  $xy$ -Ebene sei horizontal, die positive Richtung der  $z$ -Achse zeige nach oben (Abb. 2).

Die  $xy$ -Ebene sei so tief gelegt, daß für alle Punkte der Geländeoberfläche  $z$  positiv sei.  $z$  werde einfach die Kote genannt. In einem Gelände ohne Depression kann die  $xy$ -Ebene z. B. ins Meeresniveau gelegt werden.  $z$  ist dann die Meereshöhe des Punktes  $P$ .  $z$  ist durch  $x$  und  $y$  bestimmt, also eine Funktion  $z(x, y)$ . Sie ist eindeutig in jedem Gebiet, das keine senkrechten oder überhängenden Felspartien enthält.

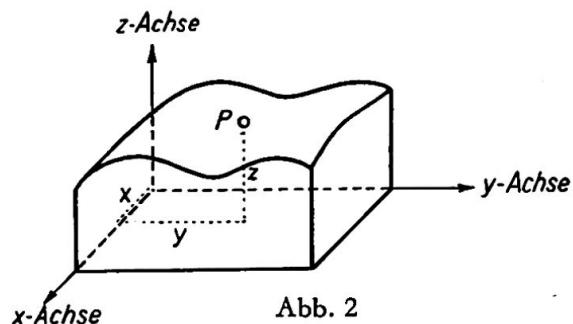


Abb. 2

<sup>4</sup> SCHREPFER, H., und KALLNER, H.: Die maximale Reliefenergie Westdeutschlands. Petermanns Mitteilungen, 76, 1930, S. 225—227.

<sup>5</sup> GUTERSOHN, H.: Relief und Flußdichte. Diss. Zürich 1932.

<sup>6</sup> SCHLÄPFER, A.: Die Berechnung der Reliefenergie und ihre Bedeutung als graphische Darstellung. Diss. Zürich 1938.

<sup>7</sup> NEUENSCHWANDER, G.: Morphometrische Begriffe. Eine kritische Uebersicht auf Grund der Literatur. Diss. Zürich 1944.

An Hand einer Karte im Maßstab  $1 : M$  werde ein zusammenhängendes Gebiet von zunächst beliebiger Form abgegrenzt. Hat das Gebiet auf der Karte den Flächeninhalt  $F'_0$ , so ist  $F_0 = M^2 F'_0$  der Flächeninhalt der Normalprojektion des Gebietes auf die  $xy$ -Ebene.  $F_0$  werde Grundfläche des Gebietes genannt. Die Parallelen zur  $z$ -Achse durch alle Punkte der Berandung von  $F_0$  bilden eine zylindrische Mantelfläche. Diese begrenzt mit der Grundfläche einerseits und der Geländeoberfläche andererseits einen Körper. Er soll der zur Grundfläche  $F_0$  gehörende Geländekörper genannt werden.

Die Horizontalebene mit positiver Kote  $z$  schneidet den Geländekörper in einer Fläche, deren Inhalt  $F$  eine Funktion  $F(z)$  ist. Sie sei die hypsographische Funktion des Geländekörpers genannt. Ist  $z_0$  die Kote des tiefsten,  $z'$  die Kote des höchsten Geländepunktes, so ist  $F(z) = F_0$  für  $z \leq z_0$  und  $F(z) = 0$  für  $z > z'$ . Das Volumen  $V$  des Geländekörpers ist

$$(1) \quad V = \int_0^{z'} F(z) dz.$$

In einem Gebiet ohne überhängende Felspartien ist auch

$$(2) \quad V = \iint_{F_0} z(x, y) dx dy.$$

Die zur Grundfläche  $F_0$  gehörende mittlere Kote  $z_m$  des Geländes ist

$$(3) \quad z_m = \frac{V}{F_0}.$$

Es ist die Kote, die die Geländeoberfläche erhielte, wenn der Geländekörper ohne Veränderung seines Volumens und seiner Grundfläche ausgeebnet würde.

### § 3. DIE POTENTIELLE ENERGIE DES RELIEFS

Man denke sich den Geländekörper erfüllt mit einem homogenen Material, das das spezifische Gewicht 1 besitzt. Diese Vereinfachung der Wirklichkeit ist deshalb naheliegend, weil die hier zu erörternden Begriffe der Morphometrie sich nur auf die Form des Reliefs beziehen, nicht aber auf den wirklichen Inhalt des Geländekörpers. Es werde die potentielle Energie des Geländekörpers in bezug auf die  $xy$ -Ebene betrachtet. Die potentielle Energie eines kleinen Körpers mit dem spezifischen Gewicht 1, dem Volumen  $v$  und der Kote  $z$  ist  $v \cdot z$ . Zur Berechnung der potentiellen Energie des Geländekörpers wird dieser durch Horizontalebenen in Platten zerlegt. Die Platte zwischen den Ebenen mit den Koten  $z$  und  $z + dz$  besitzt das Volumen  $F(z) \cdot dz$ , also die potentielle Energie  $z F(z) dz$ .

Die gesamte potentielle Energie des Geländekörpers ist gleich der Summe der Energien der einzelnen Platten, also gleich

$$\int_0^{z'} z F(z) dz.$$

Diese Energie werde verglichen mit der Energie des ausgeebneten Geländekörpers. Die Energie des letztern ist kleiner; denn aus dem ausgeebneten Geländekörper kann man den wirklichen herstellen, indem man an gewissen Stellen der Oberfläche Materie

wegnimmt und auf höherem Niveau aufturnt. Die potentielle Energie des ausgeebneten Geländekörpers ist

$$\int_0^{z_m} z F_0 dz = F_0 \int_0^{z_m} z dz = F_0 \frac{z_m^2}{2}.$$

Der Ueberschuß

$$(4) \quad E = \int_0^{z'} z F(z) dz - F_0 \frac{z_m^2}{2}$$

der Energie des wirklichen Geländekörpers über die Energie des ausgeebneten ist eine für das Relief charakteristische Größe, die nach ihrer physikalischen Bedeutung von der Wahl des Bezugsniveaus, d. h. von der Wahl der Lage der  $xy$ -Ebene, unabhängig ist, wie man auch leicht durch direkte Rechnung bestätigen kann.

#### § 4. DIE SPEZIFISCHE RELIEFENERGIE

Die Energie  $E$  des Reliefs hängt außer vom Charakter des Reliefs offenbar noch von der Größe der Grundfläche  $F_0$  ab. Die Energien für zwei verschiedene Grundflächen sind daher nicht direkt miteinander vergleichbar. Zum Vergleich muß man die Energie auf die Einheitsfläche beziehen, d. h.  $E$  durch  $F_0$  dividieren.

Die Größe

$$(5) \quad \frac{E}{F_0} = \frac{1}{F_0} \int_0^{z'} z F(z) dz - \frac{z_m^2}{2}$$

sei spezifische Reliefenergie der Fläche  $F_0$  genannt. Sie hat die Dimension einer Fläche, wird also z. B. in Quadratmeter ausgedrückt. Die spezifische Reliefenergie ist ein Maß für die Abweichung des Reliefs von der Horizontalebene. Durch Wurzelziehen würde man ein in  $m$  ausgedrücktes Maß erhalten, was in gewisser Beziehung anschaulicher wäre. Der nächste Abschnitt wird auf anderem Wege zu einem solchen Maß führen.

#### § 5. DIE KOTENSTREUUNG

Man kann die Abweichung des Reliefs des Geländekörpers mit der Grundfläche  $F_0$  vom ausgeebneten Geländekörper gleicher Grundfläche und gleichen Volumens auch mit einer der Statistik entnommenen Methode messen. Betrachtet man nämlich in der Statistik eine Reihe von Größen  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , deren arithmetisches Mittel

$$z_m = \frac{1}{n} (z_1 + z_2 + \dots + z_n)$$

ist, so nennt man den quadratischen Mittelwert der Abweichungen der einzelnen Größen von ihrem arithmetisches Mittel die Streuung  $r$  der Größen.

$r^2$  ist also gleich  $\frac{1}{n} [(z_1 - z_m)^2 + \dots + (z_n - z_m)^2]$ <sup>8</sup>. Bei der Anwendung auf den

vorliegenden Fall sind die Summen durch die entsprechenden über die Grundfläche zu erstreckenden Integrale zu ersetzen und  $n$  durch den Flächeninhalt  $F_0$  der Grundfläche. Dabei sollen vorläufig Gebiete mit senkrechten und überhängenden Felspartien aus-

<sup>8</sup> RIERZ, H. L.: Handbuch der mathematisch. Statistik. Deutsch v. F. Baur. S. 39. Teubner, Leipzig 1930.

geschlossen werden, d. h.  $z$  soll als eindeutige Funktion von  $x$  und  $y$  vorausgesetzt werden. (Diese Einschränkung kann später wieder fallengelassen werden.) Nach den Gleichungen (2) und (3) ist dann das arithmetische Mittel der Geländekoten  $z$  gerade die mittlere Kote  $z_m$  und die Streuung  $r$  der Koten, die kurz «Kotenstreuung» genannt werden soll, erhält man aus der Gleichung

$$(6) \quad r^2 = \frac{1}{F_0} \iint_{F_0} [z(x, y) - z_m]^2 dx dy.$$

Um das Integral umzuformen, multipliziert man das Quadrat aus, integriert die einzelnen Summanden und nimmt konstante Faktoren vor die Integralzeichen:

$$r^2 = \frac{1}{F_0} \iint_{F_0} z^2 dx dy - \frac{2z_m}{F_0} \iint_{F_0} z dx dy + \frac{z_m^2}{F_0} \iint_{F_0} dx dy.$$

Das mittlere Integral ist nach Gleichung (2) gleich dem Volumen  $V$  des Geländekörpers, das letzte Integral gleich  $F_0$ , so daß die beiden Summanden zusammen unter Berücksichtigung von Gleichung (3)  $-z_m^2$  ergeben. Im ersten Integral ist  $z$  die Kote des Geländepunktes (siehe Abb. 2), der bei der Integration nach  $x$  und  $y$  das ganze Gebiet

durchwandert. Setzt man  $z^2 = 2 \int_0^z u du$ , so wird der erste Summand von  $r^2$  ein dreifaches Integral

$$\frac{2}{F_0} \iint_{F_0} dx dy \int_0^z u du,$$

das über den ganzen Geländekörper zu erstrecken ist. Man kann nun die Reihenfolge der Integrationen vertauschen und erhält

$$\frac{2}{F_0} \int_0^{z'} z dz \iint dx dy.$$

Das Doppelintegral ist unter Festhaltung einer beliebigen Kote  $z$  über den Horizontalschnitt durch den Geländekörper in der Höhe  $z$  zu integrieren, ergibt also gerade  $F(z)$ , so daß sich das dreifache Integral auf

$$\frac{2}{F_0} \int_0^{z'} z F(z) dz$$

reduziert. Für die Kotenstreuung erhält man damit:

$$(7) \quad r^2 = \frac{2}{F_0} \int_0^{z'} z F(z) dz - z_m^2.$$

Durch diese Gleichung kann die Kotenstreuung  $r$  auch für Gebiete mit senkrechten und überhängenden Felspartien definiert werden.  $r$  ist eine für das Relief charakteristische Größe, die die Dimension einer Länge hat, also z. B. in  $m$  gemessen werden

kann. Aus Gleichung (5) folgt sofort der einfache Zusammenhang mit der spezifischen Reliefenergie, nämlich

$$(8) \quad r^2 = 2 \frac{E}{F_0}.$$

Das Quadrat der Kotenstreuung ist gleich der doppelten spezifischen Reliefenergie.

Es sei bemerkt, daß die Begriffe Energie  $E$  des Reliefs und Kotenstreuung analog wie die Begriffe Trägheitsmoment und Trägheitsradius in der Mechanik gebildet sind.

#### § 6. DER RELIEFFAKTOR

Die Kotenstreuung  $r$  eines Reliefs mit gegebener Grundfläche  $F$  soll nun mit einer andern Maßgröße in Beziehung gesetzt werden, die dem Relief entnommen werden kann, nämlich mit der maximalen Niveaudifferenz  $b = z' - z_0$  ( $b$  = maximale Reliefenergie nach SCHREPFER<sup>4</sup>). Wir fassen zunächst sämtliche möglichen Reliefformen ins Auge, die die gleiche gegebene maximale Niveaudifferenz  $b$  besitzen. Dabei sollen, weil praktisch ohne Belang, Reliefe mit überhängenden Partien von der Betrachtung ausgeschlossen sein. Gibt es eine Reliefform von gegebenem  $b$ , für die die Kotenstreuung  $r$  ein Maximum wird, und wie groß ist beziehendfalls dieses Maximum? Nach der Bedeutung von  $r$  als einem quadratischen Mittelwert ist diese Größe dann maximal, wenn sämtliche Geländepunkte den gleichen Abstand vom mittleren Niveau  $z_m$  besitzen, d. h. wenn über der einen Hälfte der Grundfläche das Gelände die Kote

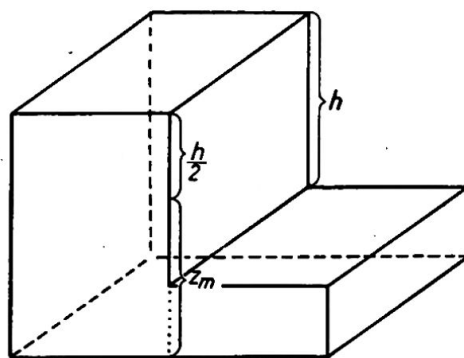


Abb. 3

$z_m - \frac{b}{2}$ , über der andern die Kote  $z_m + \frac{b}{2}$  besitzt. Die maximale Niveaudifferenz dieses Geländes ist in der Tat  $b$ , und die Kotenstreuung hat den maximalen Wert  $\frac{b}{2}$ . Ein solches

Gelände soll kurz «Zweistufenrelief mit der Sprunghöhe  $b$ » genannt werden (siehe Abb. 3). Für ein beliebiges anderes Relief mit der Grundfläche  $F_0$  ist die Kotenstreuung

$r < \frac{b}{2}$ , d. h., um aus der halben maximalen Niveaudifferenz eines Reliefs seine Kotenstreuung zu erhalten, muß man jene Größe mit einem Faktor  $k$  multiplizieren, der zwischen null und eins liegt:

$$(9) \quad r = k \frac{b}{2}, \quad 0 \leq k \leq 1.$$

Die Größe  $k$ , die eine unbenannte Zahl ist, sei Relieffaktor genannt.

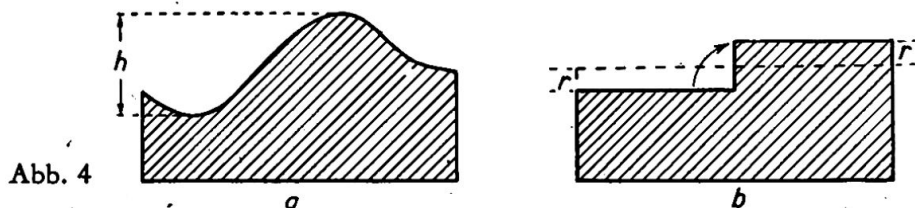


Abb. 4

Ist ein beliebiges Relief (Abb. 4a, schematisch) mit der maximalen Niveaudifferenz  $b$  und der Kotenstreuung  $r$  gegeben, so kann man seinen Relieffaktor  $k$  folgendermaßen

geometrisch veranschaulichen. Man vergleicht das gegebene Relief mit demjenigen Zweistufenrelief, das die gleiche spezifische Reliefenergie und damit die gleiche Kotenstreuung  $r$  besitzt (Abb. 4b). Der Relieffaktor  $k$  ist dann einfach das Verhältnis der maximalen Niveaudifferenz des Zweistufenreliefs ( $= 2r$ ) zur maximalen Niveaudifferenz des gegebenen Reliefs, also  $k = \frac{2r}{b}$ . Am Zweistufenrelief ist übrigens auch die Reliefenergie  $E$  leicht zu veranschaulichen; denn sie ist gleich der Arbeit, die es braucht, um aus dem ausgeebneten Gelände das Zweistufenrelief aufzubauen. Es ist zu diesem Zwecke ein Körper von der Grundfläche  $\frac{1}{2} F_0$ , der Höhe  $r$  und dem spezifischen Gewicht 1 um die Strecke  $r$  zu heben (in Abb. 4b durch den Pfeil angedeutet), also  $E = \frac{1}{2} F_0 r^2$  in Uebereinstimmung mit Gleichung (8).

### § 7. BERECHNUNG VON KOTENSTREUUNG UND RELIEFFAKTOR

Zur Berechnung des Relieffaktors  $k$  eines gegebenen Geländes mit der maximalen Niveaudifferenz  $b$  werden mit Vorteil folgende Größen verwendet:

$$(10) \quad w = \frac{z}{b} \text{ als neue Integrationsvariable, } dw = \frac{dz}{b},$$

$$(11) \quad q(w) = \frac{F(z)}{F_0} = \text{reduzierte hypsographische Funktion,}$$

$$(12) \quad z_0 = 0 \text{ (Ausgangsniveau durch den tiefsten Punkt des Geländes gelegt),}$$

$$(13) \quad w_m = \frac{z_m}{b}.$$

Aus (12) folgt  $z' = b$  und aus den Gleichungen (1) und (3) von § 2

$$(14) \quad w_m = \int_0^1 q(w) dw.$$

ferner aus den Gleichungen (7) und (9)

$$(15) \quad k = 2\sqrt{2J - w_m^2},$$

wobei

$$(16) \quad J = \int_0^1 wq(w) dw.$$

Die Kotenstreuung  $r$  ist dann

$$(17) \quad r = b\sqrt{2J - w_m^2}.$$

Nach diesen Formeln wird für ein gegebenes Gelände zunächst an Hand einer Karte mit Isohypsen die hypsographische Funktion  $F(z)$  [siehe § 2] bestimmt, d. h., es werden mit dem Planimeter für geeignete Koten  $z_1, z_2, \dots$ , für welche Isohypsen in der Karte enthalten sind, die Flächeninhalte  $F(z_1), F(z_2), \dots$  ausgemessen. Diese Flächeninhalte liefern Punkte für die graphische Darstellung der Funktion  $F(z)$  in einem rechtwinkligen Koordinatensystem. (Die ausgezogene Kurve in Abb. 5.)

Die  $z$ -Achse geht von unten nach oben zwischen den Werten 0 und  $b$ , die  $F$ -Achse von links nach rechts zwischen den Werten 0 und  $F_0$ . Der Uebergang von  $z$  zu  $w$  nach Gleichung (10) und von  $F$  zu  $q$  nach Gleichung (11) bedeutet einfach eine Aenderung der Maßstäbe auf den beiden Koordinatenachsen ohne Aenderung der Kurve. Dem Intervall  $(0, b)$  der  $z$ -Achse entspricht das Intervall  $(0,1)$  der  $w$ -Achse, dem Intervall  $(0, F_0)$  der  $F$ -Achse, das Intervall  $(0,1)$  der  $q$ -Achse. Nach Gleichung (14) ist  $w_m$  der Inhalt der schraffierten Fläche von Abb. 5, gemessen im  $(w, q)$ -System, d. h. mit dem Rechteck zwischen den Koordinatenachsen und den punktierten Linien von Abb. 5 als Einheitsfläche. Ergibt die Umfahrung der schraffierten Fläche, wie sie am Planimeter abgelesen wird, die Maßzahl  $a_1$ , die Umfahrung des Rechteckes die Maßzahl  $a_0$ , so ist  $w_m = \frac{a_1}{a_0}$ . Aus der ausgezogenen Kurve (Abb. 5) als der graphischen Darstellung von  $q(w)$  gewinnt man die Kurve  $w \cdot q(w)$  [in Abb. 5 gestrichelt] durch Reduktion der Ordinaten im Verhältnis  $w:1$ , also

$$\overline{BC'} = w \cdot \overline{BC} = \frac{\overline{BA}}{\overline{DA}} \cdot \overline{BC}$$

Liefert die Umfahrung der Fläche zwischen der gestrichelten Kurve und der  $w$ -Achse mit dem Planimeter die Maßzahl  $a_2$ , so ist nach Gleichung (16)  $J = \frac{a_2}{a_0}$ . Auch ohne

Durcharbeitung der mathematischen Ableitungen ist das Vorgehen für die Bestimmung von Kotenstreuung und Relieffaktor verständlich: In die aufgezeichnete hypsographische Kurve sind die punktierte Umrandung und die gestrichelte Kurve in der angegebenen Weise einzutragen; dann gewinnt man durch planimetrische Ausmessung der Flächen zwischen Koordinatenachse und punktierter Umrandung  $a_0$ , zwischen Achse und ausgezogener Umrandung  $a_1$  und zwischen Achse und gestrichelter Umrandung  $a_2$ . Die für die Gleichungen (15) und (17) notwendigen Werte  $J$  und  $w_m$  sind damit bekannt.

## § 8. ALLGEMEINE REGELN ÜBER DEN RELIEFFAKTOR

a) Die Energie  $E$  eines Reliefs ist nach § 3 von der Wahl des Bezugsniveaus unabhängig. Das gleiche gilt demnach von der Kotenstreuung  $r$  und dem Relieffaktor  $k$ , die aus  $E$  abgeleitet sind. Zwei Reliefe, die sich lediglich in der Höhenlage unterscheiden, besitzen daher den gleichen Relieffaktor (Abb. 6, schematisch).

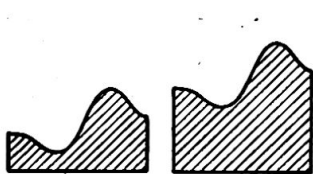


Abb. 6

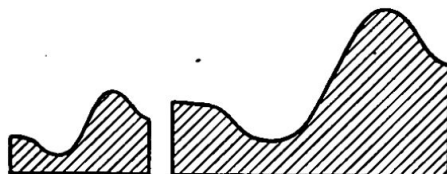


Abb. 7



Abb. 8

b) Da in den Integralen (14) und (16) keine benannten Größen vorkommen, ist nach (15) der Relieffaktor unabhängig von den linearen Dimensionen des Reliefs. Zwei Reliefe, die zueinander im strengen geometrischen Sinne ähnlich sind, besitzen



daher den gleichen Relieffaktor (Abb. 7, schematisch). Der Relieffaktor sagt daher wohl etwas aus über die Form des Reliefs, aber, im Gegensatz zur Kotenstreuung  $r$  [siehe Formel (17)], nichts über seine Größe.

c) Geht aus einem Relief ein zweites hervor durch Multiplikation aller Koten mit einer Konstanten (Ueberhöhung eines Reliefs), so verändert sich der Relieffaktor nicht (Abb. 8, schematisch). Es folgt dies aus der Dimensionslosigkeit der Variablen  $w$  nach Formel (10).

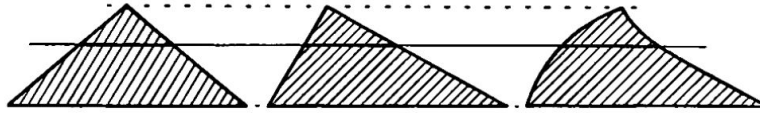


Abb. 9

d) Nach Gleichung (1) haben Geländekörper von gleicher Grundfläche  $F_0$  das gleiche Volumen, wenn sie die gleiche hypsographische Funktion  $F(z)$  besitzen. Dies ist das Prinzip von Cavalieri. Aus dem gleichen Grunde besitzen diese Geländekörper auch die gleiche Kotenstreuung  $r$  und den gleichen Relieffaktor  $k$  (Abb. 9, schematisch).

e) Hat man nach den Anweisungen von § 7 für verschiedene, nicht übereinander-greifende Grundflächen  $F_0^{(1)}, F_0^{(2)}, \dots, F_0^{(n)}$  die Relieffaktoren bestimmt, so kann man für die aus diesen Grundflächen zusammengesetzte Gesamtgrundfläche  $F_0$  die hypsographische Funktion  $F(z)$  ohne weiteres planimetrisch bestimmen, indem man einfach die Werte, die die hypsographische Funktion der Teilflächen für gleiche Meereshöhen besitzen, addiert. Aus  $F(z)$  wird dann nach § 7 der Relieffaktor, der zur Gesamtgrundfläche  $F_0$  gehört, bestimmt.

## § 9. RELIEFFAKTOREN FÜR EINFACHE GEOMETRISCHE FORMEN

a) Rotationsflächen im allgemeinen: Im ersten Quadranten eines rechtwinkligen  $(z, u)$ -Koordinatensystems sei eine Kurve  $u(z)$  gegeben, die die  $u$ -Achse im Punkte  $u_0$ , die  $z$ -Achse im Punkte  $h$  schneidet (Abb. 10). Läßt man diese Kurve um die  $z$ -Achse rotieren, so beschreibt sie eine Rotationsfläche. Die Kurve selbst heißt

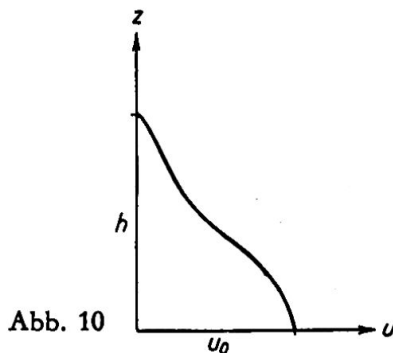


Abb. 10

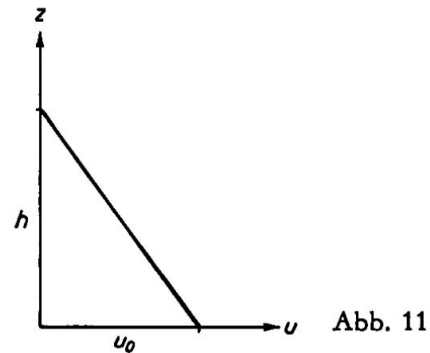


Abb. 11

Meridiankurve dieser Fläche. Für die Rotationsfläche, aufgefaßt als Relief über dem Kreise mit dem Radius  $u_0$ , also der Grundfläche  $F_0 = \pi u_0^2$  ist offenbar

$$(18) \quad F(z) = \pi [u(z)]^2$$

die hypsographische Funktion, aus der nach § 7 der Relieffaktor zu berechnen ist.

b) Kegel und Pyramiden: Ist die Meridiankurve der hypsographischen Funktion eine Gerade (Abb. 11), so ist die Rotationsfläche eine gerade Kreiskegelfläche. Für diese gilt nach § 7:

$$u(\xi) = u_0 \left(1 - \frac{\xi}{b}\right),$$

$$F(\xi) = \pi u_0^2 \left(1 - \frac{\xi}{b}\right)^2 = F_0 \left(1 - \frac{\xi}{b}\right)^2,$$

$$q(w) = (1-w)^2,$$

$$w_m = \int_0^1 (1-w)^2 dw = \frac{1}{3},$$

$$J = \int_0^1 w (1-w)^2 dw = \frac{1}{12},$$

$$k = \frac{\sqrt{2}}{3} = 0,471.$$

Nach § 8 gilt dieser Wert von  $k$  für gerade und schiefe Kegelflächen und Pyramiden mit beliebig geformter Grundfläche und beliebiger Höhe; denn in allen diesen Fällen ist die hypsographische Funktion  $F(\xi) = F_0 \left(1 - \frac{\xi}{b}\right)^2$ .

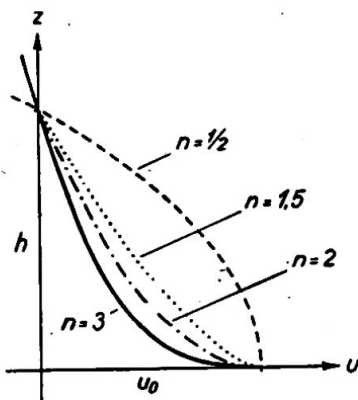


Abb. 12

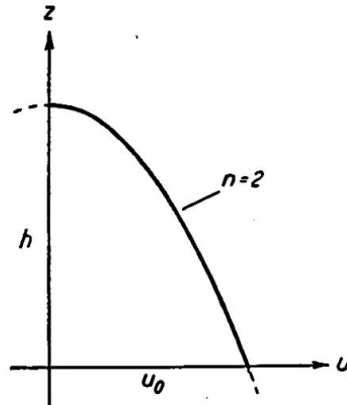


Abb. 13

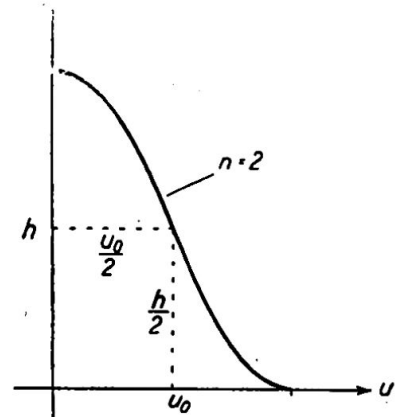


Abb. 14

c) Rotationsfläche mit konkaver, parabolischer Meridiankurve: Die Meridiankurve sei eine Parabel  $n$ . Grades, deren Scheiteltangente die  $u$ -Achse ist (Abb. 12).

Ihre Gleichung ist  $\xi = \frac{b}{u_0^n} (u_0 - u)^n$ . Man erhält daraus

$$u = u_0 \left[1 - \left(\frac{\xi}{b}\right)^{\frac{1}{n}}\right],$$

$$F = \pi u^2 = \pi u_0^2 \left[1 - \left(\frac{\xi}{b}\right)^{\frac{1}{n}}\right]^2,$$

$$q(w) = \left(1 - w \frac{1}{n}\right)^2,$$

$$w_m = \frac{2}{(n+1)(n+2)},$$

$$J = \frac{1}{2(n+1)(2n+1)},$$

$$k = \frac{2n}{(n+1)(n+2)} \sqrt{\frac{n+5}{2n+1}}.$$

Für  $n = 1$  erhält man den Fall b), für  $n = 2$  ist die Meridiankurve eine gewöhnliche Parabel und  $k = \frac{\sqrt{35}}{15} = 0,394$ .

[Für  $n = \frac{1}{p}$ ,  $p = 2, 3, \dots$  erhält man konvexe Parabeln mit dem gleichen Scheitelpunkt, aber mit der  $u$ -Achse als Symmetrie-Achse und einer Scheiteltangente parallel zur  $z$ -Achse.]

d) Rotationsfläche mit konvexer, parabolischer Meridiankurve: Die Meridiankurve sei eine Parabel  $n$ . Grades, deren Scheitelpunkt auf der  $z$ -Achse liegt und deren Scheiteltangente parallel zur  $u$ -Achse verläuft (Abb. 13). Ihre Gleichung ist

$z = b \left[1 - \left(\frac{u}{u_0}\right)^n\right]$ . Man erhält daraus

$$u = u_0 \left(1 - \frac{z}{b}\right)^{\frac{1}{n}},$$

$$F = \pi u^2 = \pi u_0^2 \left(1 - \frac{z}{b}\right)^{\frac{2}{n}},$$

$$q(w) = (1 - w)^{\frac{2}{n}},$$

$$w_m = \frac{n}{n+2},$$

$$J = \frac{n^2}{2(n+1)(n+2)},$$

$$k = \frac{2n}{(n+2)\sqrt{n+1}}.$$

Für  $n = 1$  erhält man den Fall b), für  $n = 2$  ist  $k = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$ .

e) Rotationsfläche mit S-förmiger Meridiankurve: Die Meridiankurve sei zusammengesetzt aus zwei kongruenten Parabelbögen  $n$ . Grades, wovon der untere die gleiche Lage hat wie in c), der obere wie in d). (Abb. 14.) Man erhält in diesem Falle

$$u = u_0 \left(1 - 2^{\frac{1}{n}-1} \sqrt{\frac{z}{b}}\right) \quad \text{für } 0 \leq z \leq b,$$

$$u = 2^{\frac{1}{n}-1} u_0 \sqrt[n]{1 - \frac{z}{b}} \quad \text{für } \frac{b}{2} \leq z \leq b,$$

$$q(w) = \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt[n]{2w}\right)^2 \quad \text{für } 0 \leq w \leq \frac{1}{2},$$

$$q(w) = \frac{1}{4} \sqrt[n]{4(1-w)^2} \quad \text{für } \frac{1}{2} \leq w \leq 1,$$

$$w_m = \frac{n^2 + 3n + 4}{4(n+1)(n+2)},$$

$$J = \frac{n^2 + n + 1}{4(n+2)(2n+1)}, \quad k = \frac{n}{2(n+1)(n+2)} \sqrt{\frac{6n^3 + 27n^2 + 23}{2n+1}}.$$

Für  $n = 1$  erhält man den Fall b), für  $n = 2$  ist

$$k = \frac{1}{60} \sqrt{1295} = 0,600.$$

f) Horizontale Zylinderflächen im allgemeinen (parallele Bergketten und Täler): Das Relief sei eine Zylinderfläche mit horizontalen Mantellinien parallel zur  $y$ -Achse. Die Grundfläche  $F$  sei ein Rechteck mit der Seite  $L_0$  parallel zur  $x$ -Achse und  $T$  parallel zur  $y$ -Achse. Der Geländekörper ist offenbar bestimmt durch sein Profil in  $x$ -Richtung, d. h. durch seine Schnittfläche mit der  $(x, z)$ -Ebene (Abb. 15). Der Flächeninhalt der Profilfläche (in Abb. 15 schraffiert) sei  $Q$ , die Länge der innerhalb der Profilfläche verlaufenden Parallelen zur  $x$ -Achse mit der Kote  $z$  sei  $L(z)$ . Dann ist das Volumen des Geländekörpers  $V = QT$  und man erhält nach den Gleichungen (1) und (3) für die mittlere Kote

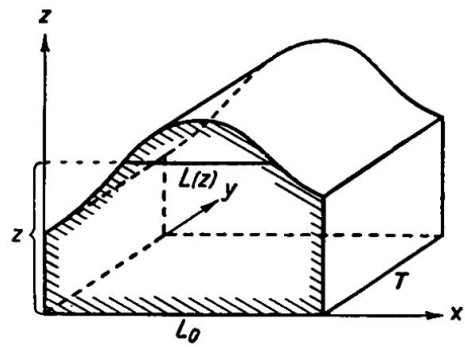


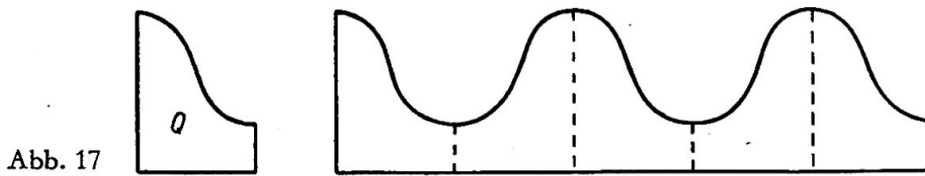
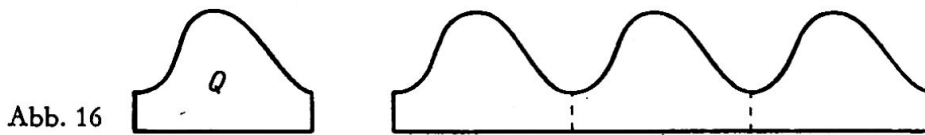
Abb. 15

$$(19) \quad z_m = \frac{Q}{L_0}.$$

Für die Kotenstreuung erhält man nach Gleichung (7)

$$(20) \quad r^2 = \frac{2}{L_0} \int_0^{z'} z L(z) dz - z_m^2.$$

Man sieht, daß bei der Berechnung der Kotenstreuung und damit des Relieffaktors die Tiefe  $T$  des Geländekörpers herausfällt, d. h. diese Größen sind von  $T$  unabhängig. (Bemerkung: Nimmt man z. B.  $T$  sehr klein, so unterscheidet sich der zylindrische Geländekörper nicht mehr merklich vom Geländekörper, den man erhält, wenn man aus einem beliebigen Gelände durch zwei parallele vertikale Ebenen mit dem kleinen Abstand  $T$  eine schmale Platte ausschneidet. Man ist daher in allen Fällen berechtigt, von Kotenstreuung und Relieffaktor eines Profils zu sprechen und zu ihrer Berechnung die Formeln (19) und (20) zu benutzen.) Hat man die Kotenstreuung und den Relieffaktor für eine horizontale Zylinderfläche mit gegebenem Profil  $Q$  berechnet, so gelten, wie man sich an Hand der Formeln sofort überzeugen kann, die gleichen Werte auch für ein Gelände, das man durch Repetition nach Abb. 16 oder 17 daraus erhält.



g) Horizontale Zylinderflächen mit speziellen Profilformen: Es sollen nun die Werte für  $w_m$  und  $k$  angegeben werden für die Profilformen, die definiert sind durch die Kurven in den Abschnitten b) bis e). Man hat bei der Berechnung nur die Bezeichnungen  $u(z)$  und  $u_0$  zu ersetzen durch  $L(z)$  und  $L_0$  und die  $u$ -Achse als  $x$ -Achse aufzufassen.

Man erhält:

Bezeichnung des Falles	Profilform	$k$
$b'$	nach Abb. 11	$\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$
$c'$	nach Abb. 12	$\frac{2n}{(n+1)\sqrt{2n+1}}$
	nach Abb. 12 für $n = 2$	$\frac{4}{15}\sqrt{5} = 0,596$
$d'$	nach Abb. 13	$\frac{2n}{(n+1)\sqrt{2n+1}}$
	nach Abb. 13 für $n = 2$	$\frac{4}{15}\sqrt{5} = 0,596$
$e'$	nach Abb. 14	$n\sqrt{\frac{2}{(n+1)(2n+1)}}$
	nach Abb. 14 für $n = 2$	$\frac{2}{15}\sqrt{30} = 0,730$

Aus vorstehenden Ergebnissen für den Relieffaktor  $k$  folgt nach Gleichung (9) durch Multiplikation mit  $\frac{b}{z}$  sofort auch die Kotenstreuung  $r$ .

#### § 10. ABHÄNGIGKEIT DER KOTENSTREUUNG UND DES RELIEFFAKTORS VON DER GRUNDFLÄCHE

Wählt man zur Berechnung der Kotenstreuung und des Relieffaktors in der Umgebung eines Geländepunktes  $P$  z. B. Quadrate mit dem Mittelpunkt  $P$  und parallelen Seiten, so ist die Kotenstreuung  $r$  abhängig von der Länge  $a$  der Quadratseite. Das Verhalten der Kotenstreuung ist in dieser Beziehung analog dem Verhalten der maximalen Niveaudifferenz innerhalb des Quadrates<sup>9</sup>, d. h. der Charakter des Reliefs kommt in der Funktion  $r(a)$  zum Ausdruck, währenddem, einheitlicher Charakter des Reliefs innerhalb der gewählten Grundfläche vorausgesetzt, der Relieffaktor  $k = \frac{2r}{b}$  mit der Veränderung von  $a$  nur wenig um einen Mittelwert schwanken wird.

<sup>9</sup> GUTERSOHN, H.: a. a. O., S. 14—22.

Beispielsweise wird in einer Landschaft mit regelmäßigem Wechsel von parallelen Bergketten und Tälern von ungefähr gleichen Höhendifferenzen die Kotenstreuung zunächst mit  $a$  von Null an proportional wachsen, um dann von dem kritischen Wert  $a = a_1$  an um einen konstanten Wert kleine Schwankungen auszuführen.  $a_1$  gibt dann die

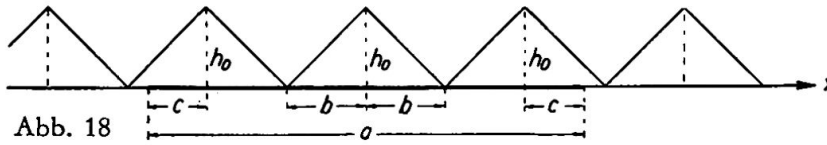


Abb. 18

Minimalgröße der Quadratseite an, die notwendig ist, um die Landschaft durch ihre Kotenstreuung zu charakterisieren. Zur Illustration sei der Verlauf der Funktion  $r(a)$  und  $k(a)$  angegeben für eine Landschaft von parallelen Bergketten, deren Profile kongruente gleichschenklige Dreiecke sind. Der Geländepunkt  $P$  befinde sich auf einem Grate, und die Quadratseiten seien parallel zu den Bergketten. Aus Abb. 18 und den nachstehenden Gleichungen geht die Bedeutung der verwendeten Größen hervor:

$$\frac{a}{2} = nb + c = b(n + t), \quad t = \frac{c}{b},$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Nach § 9, g), Fall  $b'$ , haben der Relieffaktor  $k$  und die Kotenstreuung  $r$  für eine vollständige Bergkette, d. h. für die Länge  $a = 2b$  der Quadratseite, folgende speziellen Werte:

$$k = k_0 = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad r = r_0 = \frac{\sqrt{3}}{6} b_0.$$

Für Quadrate von beliebiger Seitenlänge  $a$  erhält man folgende Ausdrücke:

$$\varphi(n, t) = \sqrt{1 + t \frac{t^3 + 4nt^2 - (6n + 1)t + 2n}{(t + n)^2}},$$

$$k = k_0 \quad \text{für } n = 0,$$

$$k = k_0 \cdot \varphi(n, t) \quad \text{für } n = 1, 2, \dots,$$

$$r = r_0 \cdot \varphi(n, t) \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots$$

In Abb. 19 sind  $k$  und  $r$  als Funktionen von  $a$  graphisch dargestellt.

## § 11. BEISPIELE

Bei der praktischen Bestimmung von Kotenstreuung und Relieffaktor gilt es zunächst, die hypsographische Kurve des zu untersuchenden Landschaftsausschnittes aufzuzeichnen. Wieviel Höhenschichten hierfür auszumessen sind, muß von Fall zu Fall abgewogen werden. Empfehlenswert ist es, vorerst durch eine Auswahl von etwa 6 Schichten den allgemeinen Verlauf der Kurve festzustellen und dann im Bereich stärkerer Krümmungen für Nachbarkoten noch weitere Messungen auszuführen. In den folgenden Beispielen haben wir bis zu 20 Schichten planimetriert. Diese Auswahl bleibt natürlich stets dem subjektiven Ermessen des Bearbeiters anheimgestellt. Die Genauigkeit der Kurve wird sich bei größerer Punktzahl bald nicht mehr steigern lassen; Aequidistanz und Genauigkeit der Karte stellen Grenzen auf, die nicht mehr überschritten werden können.

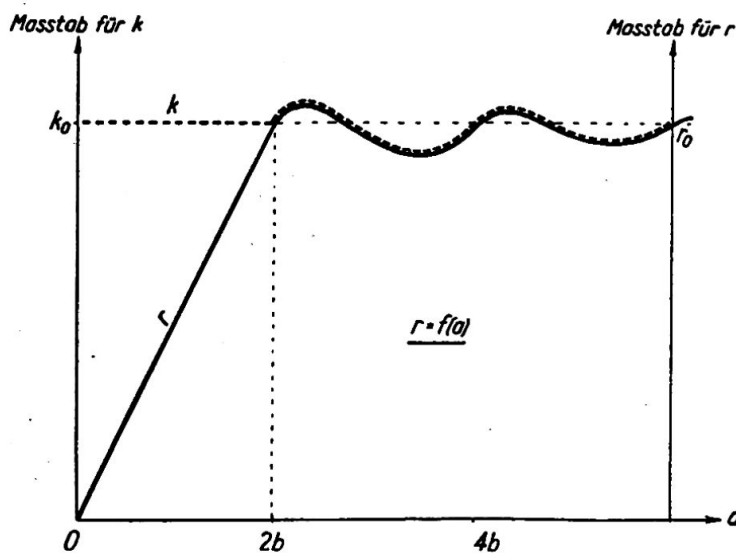


Abb. 19

Alle Beispiele sind in der Tabelle zusammengestellt. Die Gebietsumgrenzung geschah zweckmäßig mit Hilfe des Koordinatennetzes der offiziellen Karten der Schweiz. Neben der maximalen Niveaudifferenz der untersuchten Landschaft sind als Ergebnis Kotenstreuung u. Relieffaktor aufgeführt.

a) Kotenstreuung und Niveaudifferenz: Die Kotenstreuung ist ein Wert, der Auskunft über die vertikale Gliederung des Reliefs gibt. Weil ihre Berechnung auf der Gesamtheit der durch Isohypsen festgelegten Geländepunkte basiert, erfaßt sie die orographischen Formen mit größtmöglicher Schärfe und ist deshalb der Reliefenergie (nach PARTSCH) vorzuziehen.

Für eine erste Anwendung eignet sich das Napfgebiet als reifes, fluvial zertaltes Bergland mit seinen einfachen V-Tälern und Kämmen sehr gut. Es ist denn auch bisher immer wieder für morphometrische Untersuchungen benützt worden. Vom Napfzentrum aus streben die Bäche in ihren Gräben radiär nach allen Seiten, und ihre Eintiefung ist in den verschiedenen Richtungen verschieden weit fortgeschritten. Um diese Unterschiede zu erfassen, sei deshalb ein Ausschnitt angenommen, der durch die Koordinaten 204/08—634/41 begrenzt ist, in dessen Zentrum sich der Gipfel befindet. Nun wird dieses Quadrat von 28 km<sup>2</sup> in vier gleich große Rechtecke von je 7 km<sup>2</sup> aufgeteilt, die in der Mitte einen gemeinsamen Eckpunkt (206—637.5) haben. Es sind die Beispiele Nr. 7—10 der Tabelle. Außerdem ist diese Reihe noch durch ein Gebiet ergänzt, das weiter nordwestlich, bei Eriswil, gelegen und deshalb bedeutend weniger tief durchtal ist (Nr. 11). Alle diese Beispiele sind in der Tabelle entsprechend ihren maximalen Niveaudifferenzen geordnet. Diese fallen von 571 m (Nr. 7) auf 230 m (Nr. 11), und in gleichem Sinne sinkt die Kotenstreuung von 117 auf 47 m.

Nr.	Topo-	Gebiet	Umgrenzung	Fläche km <sup>2</sup>	Maximale	Koten-	Relief-
	graphischer Atlas				Niveaudifferenz		
	Blatt				<i>b</i>	<i>r</i>	<i>k</i>
1	200	Napf	206/6,5—638/8,5	0,25	251	67	0,53
2	200	Napf	206/07—638/39	1	399	100	0,50
3	200	Napf	206/08—638/40	4	509	120	0,47
4	200	Napf	206/09—638/41	9	609	122	0,40
5	200	Napf	206/10—638/42	16	659	125	0,38
6	200	Napf	206/11—638/43	25	689	121	0,35
7	200	Napf	206/08—637,5/41	7	571	117	0,41
8	372	Napf	204/06—637,5/41	7	521	104	0,40
9	197	Napf	206/08—634/37,5	7	461	97	0,42
10	369	Napf	204/06—634/37,5	7	393	83	0,42
11	195	Napf	213/15—629/36	14	230	47	0,41
12	312	Mont Vuilly	200/02—572/75	6	224	66	0,59
13	515	Pizzo di Vogorno	115/22—709/13	28	2246	492	0,44
14	63	Thurgauisches Hügelland	269/72—738/42	12	65	14	0,43
15	31	Tafeljura	254/58—634/7,5	14	223	55	0,49
16	121	Faltenjura	218/22—576,25/79	11	606	182	0,60
17	535	Dufourspitze	86/92—630/34	24	1758	413	0,47

Steil erhebt sich aus der Magadinoebene und aus dem Verzascatal der Pizzo di Vogorno. Seine Umgebung zeichnet sich ebenfalls durch V-Täler und Kammformen aus; doch sind die maximalen Niveaudifferenzen und dementsprechend auch die Kotenstreuung beträchtlich größer, nämlich 2246 bzw. 492 m (Nr. 13).

Diese und auch alle anderen Beispiele unserer Tabelle zeigen, daß sich erwartungsgemäß den relativen Höhen der Landschaftsausschnitte entsprechend auch die Höhenstreuung ändert. Diese Änderung ist indessen nicht proportional, sondern stark von den Oberflächenformen abhängig.

b) Kotenstreuung auf wachsender Basis: Nach § 10 und Abb. 19 wächst mit größer werdendem Landschaftsausschnitt entsprechend den maximalen Niveaudifferenzen auch die Kotenstreuung zunächst rasch an, um dann von einem kritischen Wert an nur noch kleine Schwankungen auszuführen, unter der Bedingung allerdings, daß die Ausschnitte einer Landschaft mit durchwegs gleichen Formen angehören.

Zur Ueberprüfung dieses Verlaufes sei nochmals das Gebiet des Napfs gewählt, wobei nun die Grundfläche  $F_0$  von 0,25 km<sup>2</sup> bis 25 km<sup>2</sup> wächst (Beispiel 1—6). Die verwendeten Ausschnitte sind quadratisch; sämtliche Quadrate haben ihre Südwestecke im Napfgipfel, Koordinaten 206—638. Erwartungsgemäß wird die Kotenstreuung mit zunehmender Grundfläche größer, bis ungefähr die Quadratseite von 2 km (Nr. 3) erreicht ist. Nachher schwankt sie zwischen 120 und 125 m. Die maximalen relativen Höhen nehmen noch etwas zu, die Höhenstreuung dagegen bleibt, von den nach Abb. 19 erwarteten Schwankungen abgesehen, konstant.

Isoliert erhebt sich aus den Niederungen von Murten- und Neuenburgersee der Mont Vuilly, ein flach gerundeter Höhenzug mit ziemlich steilen Flanken (Nr. 12). Seine Kotenstreuung beträgt 66,2 m. Wird indessen der Nordrand des gewählten Ausschnittes um 1 km weiter nordwärts ins Große Moos, d. h. auf Koordinate 203 verschoben, so bleibt auf dieser größeren Basis die relative Höhe wohl gleich, die Streuung aber sinkt leicht (66,1). Bei sukzessivem Weiterschieben der nördlichen Begrenzungslinie auf die Koordinaten 204 und 205 wird  $r = 63$  und 57 m. Und denkt man sich schließlich die Ebene größer als in Wirklichkeit, die Nordgrenze so weit verschoben, daß das Areal 100 km<sup>2</sup> umfaßt, so wird  $r = 25$  m.

Auch diese Änderung stand zu erwarten. Es wird damit am praktischen Beispiel erwiesen, daß es sinnlos ist, die Kotenstreuung für einen auf einer weiten Ebene sich erhebenden isolierten Berg zu berechnen; mit wachsender Basis muß  $r$  kleiner werden. Auch die Berechnung der Kotenstreuung hat, wie die der Reliefenergie, nur dann einen Sinn, wenn sie für einen Landschaftsausschnitt geschieht, in welchem die orographischen Formen gleichartig bleiben. Man wählt also morphologisch homogene Landschaften aus. Sofern verschiedenartige Landschaften zusammenstoßen, ist die Kotenstreuung für jede gesondert zu bestimmen.

c) Relieffaktor: Der Relieffaktor bietet die Möglichkeit, die Verschiedenheiten morphologischer Formen zahlenmäßig zu erfassen (§ 8b).

In den Beispielen Nr. 4, 5 und 7—11 beträgt der Relieffaktor 0,38—0,42. Dieses Resultat vergleichen wir mit dem des Rotationskörpers mit parabolisch-konkaven Seiten (Beispiel c), dessen Relieffaktor  $k = 0,394$  ist. Radiäre Anordnung und insbesondere die fiederartige Aufteilung der Napfgräben bringen es mit sich, daß die Kämme stets wieder seitlich angeschnitten und ausgeräumt werden, so daß sich dieser Körper gut zum Vergleich eignet; werden nämlich alle seine Koten im selben Verhältnis verkleinert, wobei  $k$  nach § 8c gleichbleibt, so nähert er sich wohl der im Napf vorherrschenden Relief-form. Auch das Resultat des Beispiels Nr. 6, bei welchem  $k = 0,35$  ist, kann mit der zunehmenden allseitigen Zerschneidung der ursprünglichen Kämme verstanden werden; denn je stärker die Hangzergliederung, desto kleiner die Kotenstreuung



und damit auch der zu ihr proportionale Relieffaktor. Daß andere Formen auch andere Ergebnisse zeitigen, soll an einigen weiteren Beispielen dargelegt werden.

Schon bei Nr. 1 ist der Relieffaktor wesentlich höher. Es handelt sich dort um einen innersten Ausschnitt des Napfs, wo die Hänge besonders steil sind. Er entspricht etwa der Bergkette mit Dreieckprofil und  $k = 0,577$  ( $b'$ ). Die kleine Gipfelpultfläche und die Aufgliederung der Hänge durch die Quellsbäche der Enziwigger machen die Differenz zwischen jenem Wert des geometrischen Körpers und dem Ergebnis 0,53 gut verständlich. Die folgenden Nr. 2 und 3 nehmen in bezug auf ihre Formen eine Mittelstellung zwischen den Nr. 1 und 7—11 ein; ihr Relieffaktor beläuft sich auf 0,50 und 0,47. Schließlich dürfte der steile Pizzo di Vogorno (Nr. 13), bei welchem  $k = 0,44$  beträgt, am ehesten der Pyramide ( $b$ ) entsprechen. Auch in diesem Falle ist das Minus von 3 % gegenüber dem geometrischen Körper auf die Hangzergliederung zurückzuführen.

Um weitere Vergleichsmöglichkeiten zu erhalten, wurden Kottenstreuung und Relieffaktor noch bestimmt für Ausschnitte aus dem thurgauischen Hügelland (Amriswil, Nr. 14), aus dem Tafeljura (Gelterkinden, Nr. 15), aus dem Faltenjura (Mont Sujet, Nr. 16) und aus dem Hochgebirge (Dufourspitze, Nr. 17).

Im Ausschnitt aus dem Hügelland (Nr. 14) beläuft sich der maximale Höhenunterschied auf 65 m, der Relieffaktor auf 0,43. Angesichts der geringen Höhenunterschiede ist es sehr unsicher, welchem unserer geometrischen Körper diese Landschaft zu vergleichen wäre. Da die Kurven 10 m Aequidistanz innehalten, ist mit 7 Schichten das Bestimmen der hypsographischen Kurve wohl noch zulässig. Für kleinere Reliefschwankungen könnte der Topographische Atlas nicht mehr genügen; man müßte auf die Grundbuchpläne greifen. Aber auch dort würde bei zunehmender Verflachung bald eine untere Grenze erreicht, unter der dann die hypsographische Kurve mangels einer genügenden Zahl von Isohypsen nicht mehr ermittelt werden könnte.

Im Beispiel aus dem Tafeljura (Nr. 15) beträgt der Relieffaktor 0,49, und bei den gerundeten und mit steilen Flanken versehenen Formen des Mont Vuilly (Nr. 12) und des Faltenjuras (Nr. 16) steigt  $k$  auf 0,59 und 0,60. Daß tatsächlich derartige Berge auch größere Relieffaktoren aufweisen müssen, zeigt der Vergleich mit den Körpern  $d$  und  $d'$  ( $k = 0,577$  und  $0,596$ ). Jurassische Formen, übermäßig generalisiert, würden schließlich zum Körper  $e'$  ( $k = 0,73$ ) überleiten.

Dufourspitze und der nordwärts sich anschließende Weißgrat (Nr. 17) erheben sich innerhalb der angegebenen Basis über dem relativ flachen Fuß der Gorner-Firnmulden. Gestalt und Relieffaktor 0,47 dürften am ehesten einem Dach mit konkaven Flanken entsprechen ( $c'$ ), wobei indessen eine Kurve höheren Grades vorauszusetzen wäre. Bei  $n = 6$  wird nämlich  $k = 0,48$ ; doch bleibt dieser Vergleich angesichts der starken Gliederung des Gebietes unsicher.

Der Relieffaktor beläuft sich in unseren Beispielen auf 0,35 bis 0,6. Er bleibt für morphologisch einheitliche Gebiete gleich, schwankt indessen von Formengruppe zu Formengruppe. Dies wird noch deutlicher, wenn einige unserer Beispiele untereinander verglichen werden, die in den maximalen Niveaudifferenzen übereinstimmen. In Nr. 11 (fluviatil zertaltes Bergland), Nr. 15 (Tafeljura) und Nr. 12 (Tafelberg des Mittellandes) messen die Höhen 230, 223 und 224 m, sind also praktisch gleich; die Relieffaktoren dagegen sind 0,41, 0,49 und 0,59. Diese Werte belegen also zweifellos Unterschiede, die den Formenunterschieden entsprechen, und ihre Größenordnung läßt sich, wie wir sahen, auch im Vergleich zu einfachen geometrischen Körpern abschätzen. Mit mehr Beispielen ließen sich noch weitere derartige Gleichheiten und Unterschiede bestimmen. Der Relieffaktor reagiert also auf Formenunterschiede, die in Angaben über maximale relative Höhen nicht zum Ausdruck kommen (Abb. 1).

Wohl ist einzuräumen, daß Landschaften mit verschiedenartiger Oberflächengestalt gleiche Relieffaktoren oder gleiche Kottenstreuung haben können, und man wird deshalb

dem erhaltenen Zahlenwert immer noch eine knappe morphologische Charakterisierung beizufügen haben. Mit ihr zusammen aber sind sie morphometrische Werte, welche die Landschaft sehr gut zu charakterisieren helfen.

## SCHLUSS

Es ließen sich nun weitere Vergleiche anstellen mit der «typischen Reliefenergie». Wir verzichten darauf, da keine neuen Ergebnisse zu erwarten wären. Außerdem könnte in allen Fällen, in denen Kotenstreuung und Relieffaktor bestimmt wurden, auch die nach Gleichung (8) zu errechnende «spezifische Reliefenergie» aufgeführt werden. Sie steht indessen, wie gezeigt wurde, in einfacher Beziehung zu jenen (S. 127). Für Vergleichszwecke, wie sie die Geographie benötigt, ist offenbar die Verwendung des Relieffaktors zweckmäßiger.

Kotenstreuung und Relieffaktor haben gegenüber ähnlichen Zwecken dienenden morphometrischen Werten die folgenden Vorteile:

a) Interpretation und Bestimmung decken sich mit entsprechenden in Mathematik und Mechanik verwendeten Begriffen.

b) Die Bestimmung ist völlig frei vom subjektiven Ermessen des Bearbeiters. Für die hypsographische Kurve kann man sich allerdings mit einer Auswahl von Isohypsen und deshalb mit einer bloßen Annäherung begnügen.

c) Die Reliefformen können mit der größtmöglichen Genauigkeit ausgewertet werden, indem sämtliche durch Höhenkurven festgelegten Geländepunkte Berücksichtigung finden.

d) Ueberlegungen über die zweckmäßige Maschenweite fallen dahin; Kotenstreuung und Relieffaktor behalten Sinn und Wert für jeden Landschaftsausschnitt.

e) Statt einer Vielzahl von Werten, die dann in Form eines Kartogramms oder einer Karte darzustellen sind, ergibt sich nur je eine Zahl, ein Umstand, der für Vergleiche oft günstigere Voraussetzungen bietet.

f) Die Kotenstreuung gibt Auskunft über die vertikale Gliederung des Reliefs.

g) Der Relieffaktor vermag überdies Reliefformen weitgehend zu charakterisieren.

## «DISPERSION DE LA COTE» ET «COEFFICIENT DE DISPERSION DE LA COTE»

La hauteur relative (Reliefenergie) calculée en se servant de deux points extrêmes d'un paysage quelconque n'est pas satisfaisante pour en déterminer la surface. Mieux qu'avec elle celle-ci peut-être déterminée avec la «dispersion de la cote» et le «coefficient de dispersion de la cote» (Kotenstreuung, Relieffaktor). On les trouve à la base de la courbe hypsométrique et en employant les formules (15) et (17). Tout subjectivisme reste exclu. Les exemples démontrent que la variété des cotes détermine les différences en verticale du relief, le «coefficient de dispersion de la cote» surtout les inégalités de la surface.

## «DISPERSIONE DELLE QUOTE» E «COEFFICIENTE DI DISPERSIONE DELLE QUOTE»

Il concetto «energia di rilievo» come fu usato finora non ha significato univoco, si basa su due punti distinti nel rilievo e non corrisponde al concetto di energia usato nella meccanica. Le forme delle superfici vengono meglio caratterizzate dai nuovi concetti: «energia di rilievo», «dispersione delle quote» e «coefficiente di dispersione delle quote» (Kotenstreuung, Relieffaktor), di cui i primi due sono reciprocamente legati da una semplice relazione matematica. I valori numerici sono ottenibili dalle curve ipsografiche con l'aiuto delle formule (15) e (17). Essi hanno inoltre il vantaggio di eliminare la soggettività dell'elaboratore e di caratterizzare le forme nel loro complesso. Come appare dagli esempi, la dispersione delle quote dà relazione sulla disposizione verticale del rilievo ed il «coefficiente di dispersione delle quote» permette inoltre la caratterizzazione delle forme.