Wozu brauchen wir noch Logarithmen?

Werner H. Rudowski

Die Ausgangslage

Mit der Einführung des Turbo-Abiturs (12 statt 13 Schuljahre) musste zwangsläufig der Lehrstoff überprüft werden; es wurde von *Entrümpelung* gesprochen. Deutsche Kultusminister haben deshalb Streichungen bei den Lehrplänen vorgenommen. Betroffen davon sind auch die Logarithmen.

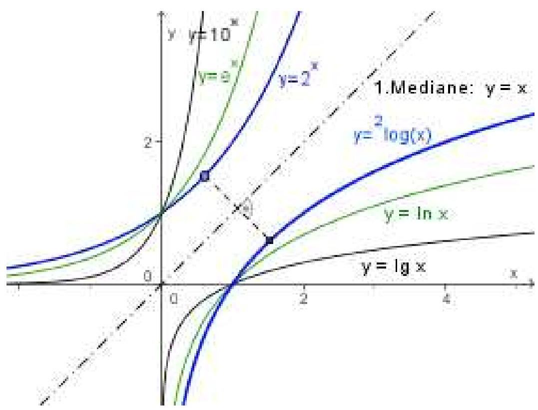
Das erscheint auf den ersten Blick vernünftig; die allgegenwärtigen Taschenrechner haben Logarithmentafeln und – bis auf wenige spezielle Ausnahmen – auch Rechenschieber überflüssig gemacht. Aber wurde auch bedacht, dass in fast allen Naturgesetzen, in der Technik und vielen Bereichen des täglichen Lebens Logarithmen stecken? Sie zu verstehen ist eine wichtige Voraussetzung für Naturwissenschaftler und Ingenieure.

Die Antworten

In einem Rundschreiben an die RST- Mitglieder hatte ich um Beispiele für die Anwendung von Logarithmen gebeten. Es gab 14 Antworten, eine erfreuliche Zahl, die die Wichtigkeit des Themas unterstreicht. Erstaunlicherweise haben sich auch mehrere Nicht-RST-Mitglieder gemeldet, viele aus Österreich und sogar aus den USA. Es gab eine Reihe von ausführlichen und kurzgefasten Beispielen, oder Hinweise auf Bücher und verschiedene Webseiten. Viele Professoren haben die Entscheidung der Kultusminister kritisiert, teils mit sehr drastischen Worten. Sie bedauern außerordentlich, wenn junge Studenten erst bei ihnen mathematische Grundlagen erlernen müssen. Ist es nicht ein Widerspruch, wenn einerseits der Mangel an Wissenschaftlern und Ingenieuren beklagt wird und anderseits Mathematik, Physik und Technik in der Öffentlichkeit einen so geringen Stellenwert haben, wenn viele Bildungsbürger mit ihren mangelhaften Mathematikkenntnissen prahlen?

Verschiedene Logarithmen

Es soll hier nur kurz daran erinnert werden, dass es neben den dekadischen (Briggschen)Logarithmen zur Basis 10 noch die natürlichen zur Basis e und die binären oder dualen zur Basis 2 gibt. Die natürlichen Logarithmen spielen eine große Rolle bei fast allen Naturvorgängen. Wir finden sie entweder als Exponentialfunktion oder deren Umkehrfunktion, der Logarithmusfunktion. Nebenstehende Abbildung zeigt beide Funktionen für unterschiedliche Basiswerte.



Arten von Logarithmentafeln

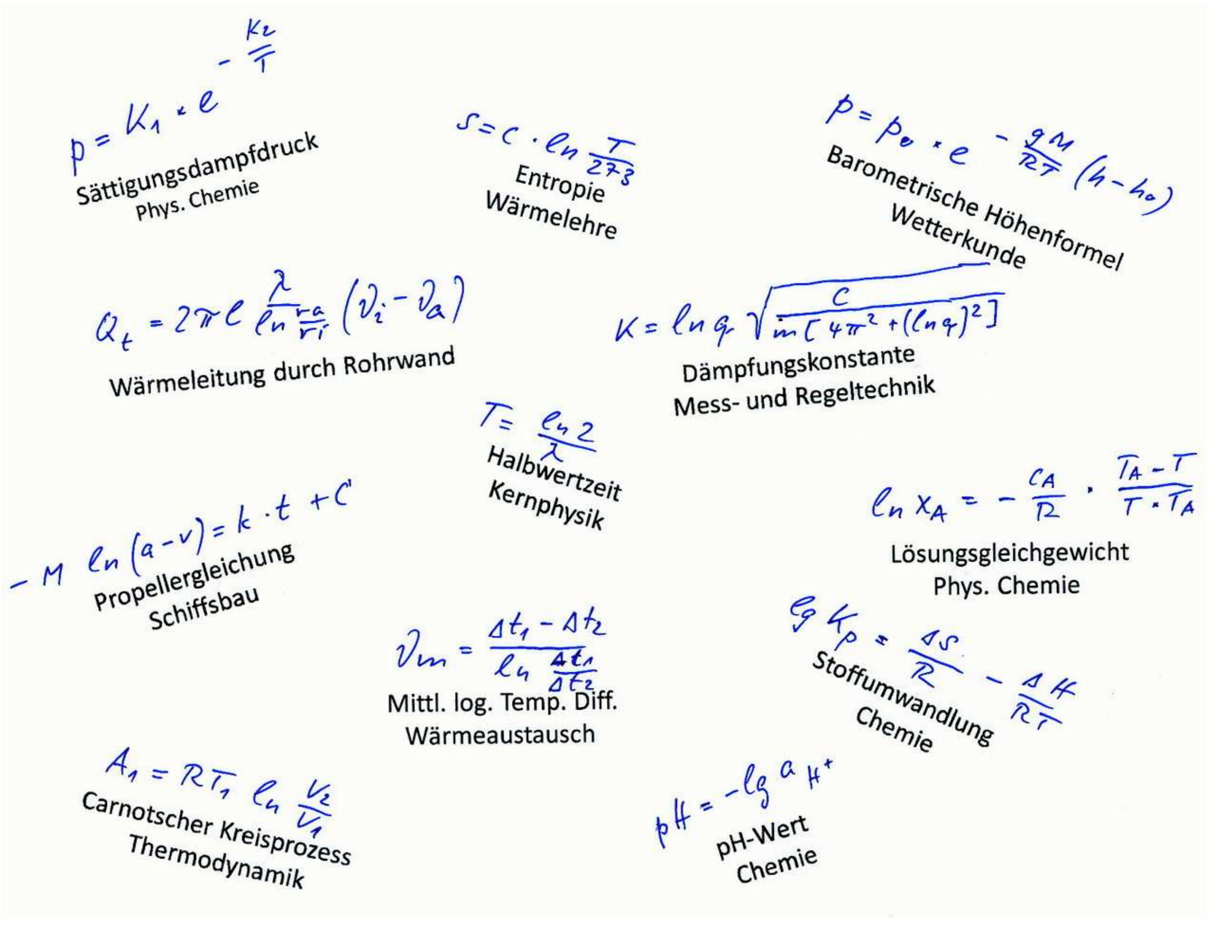
Neben den häufigen Tafeln mit dekadischen Logarithmen und unterschiedlichen Stellenzahlen und den Tafeln für natürliche Logarithmen wurden schon früh Tafeln für spezielle Anwendungen erstellt, z. B. für

- Astronomen
- Nautiker
- Astrologen (Proportions-Logarithmen)
- Chemiker, Mediziner, Physiker
- Kaufleute und Banker
- Artilleristen
- Vermesser (Alt- und Neugrad)

Für besondere Fälle gibt es auch Tafeln der Additions- und Subtraktions-Logarithmen.

Wo findet man Logarithmen?

Es ist unmöglich, alle Vorkommen aufzulisten. Aus der Fülle können nur einige Beispiele wahllos und meist ohne nähere Erläuterung gezeigt werden. Zur Einstimmung vorab einige Formeln aus meiner Studienzeit (lang, lang ist’s her):



Beispiele aus den Zuschriften

Anwendung von Logarithmen in der Geodäsie

Hier: Barometrische Höhenmessung

Die barometrische Höhenmessung beruht auf der Bestimmung des Luftdrucks in verschiedenen Schichten der Atmosphäre und damit Ableitung der korrespondierenden Höhen bzw. Höhendifferenzen.

Auf die Theorie zur barometrischen Höhenmessung und die dazu nötigen Instrumente soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. Zur weiteren Information in dieser Hinsicht dienen die angegebenen Literaturstellen.

Nach Jordan gilt für Mitteleuropa folgende barometrische Höhenformel:

$$h = 18464 \cdot (\log B' - \log B) \cdot (1 + 0{,}003665 \cdot t) \qquad (1)$$

mit den Annahmen

mittlere geographische Breite	= 50°
mittlere Höhe über dem Meer	= 500 m
Verhältnis des Dunstdrucks zum Barometerstand	= 1:100.

In der Formel (1) bedeuten:

B', B	Barometerstände zweier Stationen, in einheitlichem Maß gemessen
t	mittlere Lufttemperatur in C°
h	zu bestimmender Höhenunterschied
18464	barometrische Konstante für Mitteleuropa.

Da in Mitteleuropa der mittlere auf den Meeresspiegel reduzierte Barometerstand etwa 762 mmHg ist, wurde die Grundformel (1) von Jordan in eine neue Form gebracht:

$$h = 18464 \{(\log 762 - \log B) - (\log 762 - \log B')\} (1 + 0{,}003665 \cdot t) \qquad (2)$$

oder

$$h = H - H'$$

wobei *H* und *H'* als „rohe Meereshöhen" (später barometrische Rechnungshöhen oder nur Rechnungshöhen) bezeichnet werden und folgende Bedeutung haben:

$$\begin{aligned} H &= 18464 \cdot (\log 762 - \log B) \cdot (1 + 0{,}003665 \cdot t) \\ H' &= 18464 \cdot (\log 762 - \log B') \cdot (1 + 0{,}003665 \cdot t) \end{aligned} \qquad (3)$$

Aus dieser Beziehung entwickelte Jordan seine erstmals 1879 herausgegebenen barometrischen Höhentafeln zur Berechnung von Höhendifferenzen. Als Maximalfehler gibt Jordan unter der Annahme eines Barometerfehlers von 0,05mmHg und eines Fehlers von 0,5° in der mittleren Lufttemperatur einen Höhenfehler von 0,18% der Höhe an! Bereits 1805 hat Laplace die erste theoretisch vollständige Barometerformel angegeben. Weitere Autoren folgten, wie z. B. Ramond, 1808, Biot, 1811, Gauß, 1818, Babinet, 1850, und Bauernfeind, 1862, um nur eine kleine Auswahl zu geben.

Literatur:

Bischoff, Jg.: Rechenschieber zur Berechnung barometrischer Höhenmessungen, Zeitschrift für Vermessungswesen, 1891, S. 279 – 282

Hohenner: Eine neue Vorrichtung zur Berechnung barometrisch gemessener Höhenunterschiede mit dem gewöhnlichen Reechenschieber, Zeitschrift für Vermessungswesen, 1913, S. 306 – 309

Jordan, Eggert, Kneißl: Handbuch der Vermessungskunde, Zehnte Auflage, 1956, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, S. 436 – 525

Jordan, W. und Hammer, E.: Barometrische Höhentafeln, 3. Auflage, 1917, J. B. Metzlersche Buchhandlung, Stuttgart

Koppe, C.: Die Aneroid-Barometer von Jakob Goldschmid und das barometrische Höhenmessen, Verlag Friedrich Schulthess, 1877, Zürich

Koppe, C.: Über einige barometrische Höhenmessungen und deren Berechnung, Zeitschrift für Vermessungswesen, 1874, S. 1 – 28

Werkmeister, P.: Rechenschiebervorrichtung zur Berechnung von barometrisch gemessenen Höhenunterschieden, Zeitschrift für Vermessungswesen, 1911, S. 972 – 974

Rainer Heer

Die <u>scheinbare</u> Helligkeit von Sternen wird in sogenannten Größenklassen angegeben (m = magnitudo). Der Polarstern ist scheinbar ca. 2m hell, der Sirius ca. -1,5m.
Hier merkt man, dass kleinere Werte eine größere Helligkeit ausdrücken. Aber das ist unwesentlich, es geht um Logarithmen...

Ein Stern erster Größe ist per Definition 100mal heller als ein Stern sechster Größe. Dies sind 5 Größenklassen Differenz. Es gilt also für die Veränderung von einer Größenklasse zur nächsten der Faktor: 5te Wurzel(100) = 2,51

Und schon haben wir eine wunderbare arithmetrische und geometrische Reihe. Die Größenklassen laufen arithmetrisch, die gemessenen Helligkeiten geometrisch mit dem Faktor 5te Wurzel(100).
Das ganze ist so schön und so einfach wie die Reihen von Michael Stifel. Logarithmen pur.

Peter Holland

Wir dürfen nicht vergessen, dass Logarithmen einst komplizierte Rechenaufgaben maßgeblich vereinfacht haben: Aus Multiplikation und Division wurden Addition und Subtraktion, aus Potenzrechnen und Wurzelziehen Multiplikation und Division, und das alles konnte erfolgen, wenn man nur einige Zahlen in entsprechend vorbereiteten Tafeln oder Büchern nachschlug. Es müssen einmal wahre Zaubertafeln gewesen sein, die Logarithmentabellen.
Auch jeder Rechenstab funktioniert(e) auf dem Prinzip der Logarithmen.
Dieses Rechnen war seinerzeit ein enormer Fortschritt, die Entwicklung der Astronomie oder nautischer Tafeln für die Navigationwäre ohne Logarithmen undenktbar. Dennoch war dieses mühsam und langwierig, auch wenn es, ein nicht zu unterschätzender Aspekt, Genauigkeit und Sorgfalt trainierte – auch das ist ein Unterrichtsprinzip.
Niemand möchte zu diesen Zeiten zurückkehren, elektronische Rechenhilfen haben die Logarithmentafeln abgelöst, und der Umgang mit diesen sollte das Anliegen eines modernen Mathematikunterrichts sein.
Das Kind, das aber nicht mit dem Bade ausgeschüttet werden sollte, ist das grundsätzliche Verständnis für logarithmische Prozesse, die so viele Bereiche der Natur und Technik durchziehen, dass eine Unkenntnis dieser Zusammenhänge tatsächlich eine weit klaffende Bildungslücke darstellte.
Aus der Vielzahl von Beispielen, die sicherlich in anderen Beiträgen genannt werden, möchte Beispiele aus meinem eigenen Bereich – ich bin Mediziner – herausgreifen und eines davon näher betrachten:
Erwähnen möchte ich, dass unsere wichtigsten Sinnesorgane, Augen und Ohren, auf die enorme Bandbreite (die verschiedenen Intensitäten) der Eindrücke, d.h. die Unterschiede an Lichtstärken und Lautstärken, nicht linear (z.B. doppelt so hoher Lichtstärke erzeugt doppelt so hohes Signal) reagieren *könnten*, ohne zerstört zu werden. Das drückt sich auch in der Einheit der Lautstärke (dezibel) ganz klar aus.
Genauer betrachten möchte ich eines: den Abbau von Medikamenten im Körper.
Mit ganz wenigen Ausnahmen (Äthylalkohol!) werden Medikamente im Körper nicht linear abgebaut (also in einer Zeiteinheit immer dieselbe Menge), sondern eben logarithmisch: Medikamente haben im Körper eine *Halbwertszeit:* nach einer gewissen Zeiteinheit wird die Hälfte der Substanz, dann wieder die Hälfte usw. abgebaut.
Und um die Halbwertszeit zu verstehen, braucht man eben ein Verständnis der Logarithmen. Ganz elementar kommt hier der von Leonhard Euler beschriebene „natürliche Logarithmus" zum Tragen – nach Euler ist auch die Zahl „*e*", die Basis dieses natürlichen Logarithmus, benannt. Diese Zahl ist ebenso eine Naturkonstante wie etwa die Zahl π (Pi), und – in Wahrheit – viel wichtiger als diese, weil sie in unendlich vielen Abbau- und Wachstumsraten in der Natur aufscheint. Immer geht es um e^x, also darum, *e* „hochzunehmen", also zu einer Potenz zu erheben. Bei Wachstum ist diese Potenz (x) positiv, bei Abbau, Zerfall usw. negativ.
Und die Umkehrung dieses „Hochnehmens" ist eben das Logarithmieren, das hoffentlich in seinen Grundzügen doch nicht ganz aus dem Mathematikunterricht verschwinden sollte – im Gegenteil: Fächerübergreifend sollten Physik, Chemie, Biologie ebenfalls dieses Grundverständnis voraussetzen können.

Dr. Franz Felberbauer

darf ich anfügen, dasz auch das Verständnis des Metabolismus des menschlichen Organismus ohne das Verständnis logarithmischer Funktionen nicht vorstellbar scheint, folgen doch nicht nur Verstoffwechselungsvorgänge sondern besonders Eliminationsvorgänge diesen Gesetzen -

Dr. Claudia Seger-Thomschitz

Die **Entwicklung der Logarithmen** benötigte ca. **2000 Jahre** und wurde zunächst von den Astronomen des 17. Jahrhundert mit besonders großer Freude angenommen, da sie damit die umfangreichen Mutlipliktionen auf Additionen zurückführen konnten. Mit Recht behauptete **Laplace: „Sie verdoppeln das Leben der Astronomen."**

Logarithmen zählen zu einem der wichtigsten Kapitel der Mathematik und haben wesentlich zur Entwicklung unseres heutigen Standes in der Naturwissenschaft, Technik aber auch in Bereichen der Wirtschaft beigetragen.

Da ich seit 30 Jahren an einer österreichischen AHS als Mathematikprofessorin tätig bin, kann ich die Auswirkungen der Streichung dieses wichtigen Lehrinhalts von den Lehrplänen besonders gut abschätzen und erlaube mir den Apell zu geben, diese Maßnahme noch gut zu überdenken. Schließlich kann es nicht im Sinne eines EU-Landes sein, durch diese Handlung bewusst einen Schritt zur Verhinderung vieler Entwicklungsschritte beizutragen.

Anschließend werden einige **Beispiele für die Anwendung der Logarithmen** angeführt:

1. Für die Augenblickstemperatur T einer Flüssigkeit in einem Raum mit der niedrigeren konstanten Temperatur T_u gilt die Differentialgleichung:

$$\frac{dT}{dt} = -k \cdot (T - T_u).$$

a) Ermittle für die Augenblickstemperatur T das Temperatur-Zeitgesetz, wenn zum Zeitpunkt t=0 (Stunden) die Flüssigkeitstemperatur T_0 beträgt.

b) Auf einem Adventmarkt wird um 9 Uhr heißer Punsch mit einer Temperatur von T_0=90° C in ein Gefäß gefüllt. Den ganzen Tag herrscht eine konstante Lufttemperatur von $T_u = -5°$ C.
Zu welcher Uhrzeit hat der Punsch die Temperatur von 36° C erreicht, wenn die Abkühlkonstante des Gefäßes mit k=0,28/h experimentell ermittelt wurde?

c) Welche Temperatur hat der Punsch um 14 Uhr erreicht?

2. Die Abbaugeschwindigkeit des Medikaments „Tamimatu" im Körper ist proportional zur noch existenten Menge. 3 Stunden nach Einnahme des Medikaments ist noch die Hälfte der eingenommenen Dosis vorhanden. Nach wie vielen Stunden soll die nächste Dosis nach der Ersteinnahme von „Tamimatu" verabreicht werden, wenn die Konzentration nicht unter 7 % der verordneten Dosis sinken darf?

3. Für einen radioaktiven Zerfall ist folgendes Zerfallsgesetz gegeben:

$N'(t) = -0{,}2 . N(t)$

Ermittle die Funktionen, für die diese Gleichung gilt! Wie viel Prozent des jeweiligen Anfangswertes beträgt die relative Abnahme der Anzahl der Atome pro Zeiteinheit? Wie groß ist die Halbwertszeit?

4. Bei einer Fragebogenaktion kann das Einlangen der ausgefüllten Fragebögen mit der Funktion $f(t) = \frac{a}{1 + b e^{-kt}}$ beschrieben werden. (t ... Tage), (f(t)... Anzahl der bis zum t. Tag zurückgesandten Fragebögen)

a) Berechne a, b und k (2 Dez. gerundet) aus folgenden Angaben:Es wurden 4000 Fragebögen verschickt, insgesamt sind nur 20 % zurückgekommen. ($t=\infty$). 4

Fragebögen waren bereits zum Zeitpunkt t=0 ausgefüllt. Nach 30 Tagen waren 400 Fragebögen angekommen.

b) Nach wieviel Tagen sind 15 % der verschickten Bögen wieder zurück gekommen?

c) Wie viele Fragebögen wurden bis zum 50. Tag zurückgesandt?

6. Eine Statistik bezüglich der Anzahl der HIV- Erkrankten ergibt folgendes Bild:
zum Zeitpunkt t_0 gibt es 2500 HIV- Positive, 15 Jahre später 10000
Die Anzahl der Personen, die gefährdet sind, sich mit dem HIV- Virus anzustecken, beträgt 200000 (Risikogruppe).

a) Mit wie vielen HIV- Positiven müsste man nach t = 50 und t = 100 rechnen, wenn man dem Anwachsen folgendes exponentielles Wachstum zu Grunde legt: $f(t) = f(o).e^{kt}$?
In welchem Zeitraum verdoppelt sich die Anzahl der HIV- Positiven und zu welchem Zeitpunkt ist zu erwarten, dass alle zur Risikogruppe gehörenden Personen HIV-positiv sind?

b) Ein weiteres Wachstumsmodell ist gegeben durch die Formel:

$$g(t)= \frac{200000}{1+79.e^{-0,095t}}$$

Berechne, mit wieviel HIV- Positiven zu den obigen Zeitpunkten zu rechnen ist.

c) Welches Modell beschreibt den betreffenden Wachstumsprozess besser? Begründe deine Behauptung!

7. Herr „Euler" spart monatlich 100 € zu einem Zinsfuß von 5 % p.a.. Wie lange muss er sparen, um über 1000 000 € verfügen zu können?

8. a) Zu welchem Zinsfuß wurde ein Kapital von € 25 500 angelegt, wenn es nach 5 Jahren auf € 31 025 angewachsen ist?
b) Nach wieviel Jahren verdoppelt sich ein Kapital, wenn es zu einem Zinsfuß von 6 % angelegt wird?

Diese Beispiele sollen nur einen kleinen Einblick in die Verwendung der Logarithmusfunktion vermitteln.

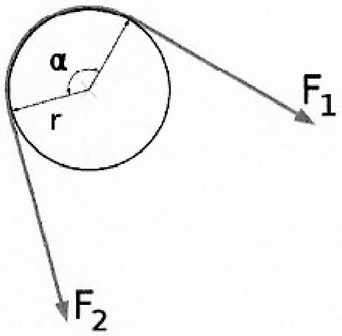
Natürlich werden im Computerzeitalter die **Logarithmentafeln** und Rechenschieber nicht mehr benötigt, doch sind sie im historischen Konnex auf die gleiche Stufe zu stellen, wie viele andere **bedeutende Erfindungen** und dürfen nicht vergessen werden.

Besonders sei auf jenen Beitrag der Logarithmentafeln hingewiesen, die zum Benford-Gesetz führten und heute den Finanzbehörden zur Aufdeckung von Betrug bei der Bilanzerstellung dient und auch auch bei der **Aufdeckung von Datenfälschung** in der Wissenschaft hilfreich ist. Weiters sei noch auf die Bedeutung der logarithmischen **Maßstäbe in der Biologie und Chemie** sowie auf die **Kryptologie** hingewiesen.

Es würde mich sehr freuen, wenn ich mit dieser kleinen Auswahl an „logarithmischen Beispielen" einen Beitrag zur Fortsetzung und Erweiterung unseres derzeitigen wissenschaftlichen Standards beitragen könnte und somit die Logarithmen im Programm des Abiturs erhalten blieben.

Dr. Gerlinde Faustmann

Seilreibung



Seil um Poller, im Idealfall $F_{2max} = F_1 * e^{\mu\alpha}$ mit

μ Seilreibung
α Umschlingungswinkel im Bogenmass

Abkühlung allgemein

$T(t) = T_u + (T_A - T_U) * e^{-kt}$ mit

T_U Umgebungstemperatur
T_A Anfangstemperatur
k Konstante, beinhaltet Wärmeübergangskoeff., abstrahlende Fläche, Wärmekapazität usw.

exponentielles Wachstum bzw. Abnahme

$N(t) = N_0 * e^{\lambda t}$ mit λ oder -λ als Wachstums- bzw. Zerfallskonstante

Stephan Weiss

Betrachtet wird der Fall, dass eine einstufige Rakete im gravitationsfreien Vakuum beschleunige. Eine Abbremsung durch Gravitation und Reibung wird nicht in Betracht gezogen. Außerdem wird von Geschwindigkeiten ausgegangen, die weit unterhalb der Lichtgeschwindigkeit liegen, was aber für heutige Raketen erfüllt ist. Die Rakete habe beim Start die Geschwindigkeit Null und stoße Treibstoff mit einer konstanten Ausströmgeschwindigkeit aus. Dann beträgt die Geschwindigkeit nach der Zeit t:

$$v(t) = v_g \cdot \ln\left(\frac{m(0)}{m(t)}\right)$$

Dabei ist

$v(t)$ die Raketengeschwindigkeit zur Zeit t,
v_g die Ausströmgeschwindigkeit des Antriebsstrahles (typisch: 4.200 bis 4.600 m/s bei aktuellen Flüssigkeitstriebwerken)
$m(0)$ die Startmasse der Rakete und
$m(t)$ die Masse der Rakete zur Zeit t (also die um den verbrauchten Treibstoff verkleinerte Startmasse)

Ralph Bülow

In vielen Bereichen (beim radioaktiven Zerfall, bei der Entladung eines RC-Gliedes in der Elektrotechnik, beim Wärmefluß zwischen zwei Körpern unterschiedlicher Temperatur), kommt man, wenn man gewisse Größen als Funktion der Zeit einsetzt, zu der Differentialgleichung $f'(x) = c \cdot f(x)$. Die Lösung dieser Gleichung ist eine Exponentialfunktion, und die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion ist eine Logarithmenfunktion. Wenn ich also z. B. wissen will, wie lange es dauert, bis von einem gewissen Radionuklid mit bekannter Halbwertszeit nur mehr ein Tausendstel der Ausgangsmenge vorhanden ist, muß ich einen Logarithmus ermitteln. In anderen Bereichen (Beziehung Tonfrequenz – Tonhöhe, pH-Wert) ist nicht erkennbar, daß die hier jeweils vorhandene Exponentialfunktion Ergebnis einer Differentialgleichung wäre.

Hanns-Georg Krenhuber

Vom Kollegen Klein erhielt ich per eMail Ihren "HilfeRuf". Es ist ja kaum zu glauben, dass Kultusminister, die einen akademischen Background haben (sollten), beschliessen koennen die LOGARITHMEN aus den Lehrplaenen zu entfernen. Wir leben in einer Welt mit "logarithmischen Funktionen":

- o Die Empfindlichkeit des menschlichen Ohres ueber dem Frequenzbereich ist logarithmisch - und darum
- o Der Lautstaerke-Regler in der HiFi-Anlage hat eine logarithmische Kennlinie, um eine "lineare" Lautstaerke-Aenderung zu "empfinden".
- o Das Mass der Lautstaerke (dB) ist logarithmisch bewertet:
  - 40 dB am Arbeitsplatz mit geistiger Konzentration
  - 55 dB Bueroarbeit
  - 85 dB max. zulaessig
  - 120 dB Schmerzgrenze

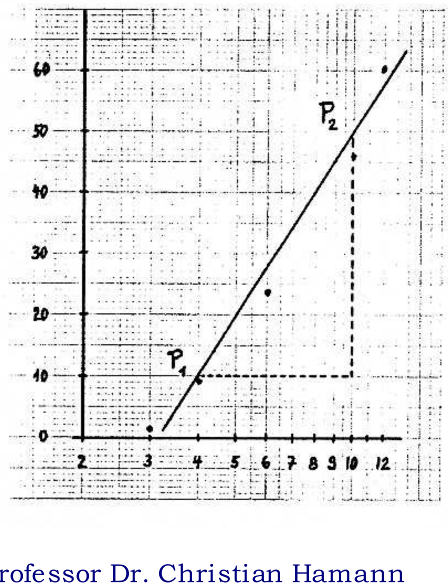
  Eine Erhoehung um 10 entspricht einem FAKTOR 10
- o Spannungspegel auf Kommunikations-Kanaelen werden in dB gemessen.
- o Der Saeure-/Lauge-Grad von Fluessigkeiten wird in der Chemie mit dem logarithmischen Mass (pH) bewertet.
- o Das Mass der Erdbeben-Staerke ("RICHTER-Skala") ist logarithmisch.
- o Statistiken, die sich ueber grosse Zahlenbereiche erstrecken, nutzen logarithmische Skalen.
- o usw.

Ein BEISPIEL aus meinem frueheren Arbeits-/Lehrbereich der Nuklear-Medizin:

Um (z.B.) Dosierungs-Empfehlungen fuer neue Antibiotika zu ermitteln, werden Tests an Personen durchgefuehrt. Ziel ist es, aus den streuenden biologischen Daten "Gesetze" zu extrahieren. Dazu dient die "Regressions-Analyse". Der didaktisch beste Weg den Studenten die zu grunde liegende Mathematik anschaulich zu machen, ist der, die Beispiele (nach math.Modell) auf Millimeter-Papier (linear, log. , doppel-log.) zu demonstrieren.
Als ANLAGE fuege ich die Kopie aus meiner Vorlesung "Einf. in die EDV" bei, die ich von 1971 bis 1986 im Klinikum Steglitz der FU-Berlin hielt.
(Die Beispiel-Daten darin wurden aus dem Handbuch des Taschen-Rechners HP-25 entnommen - Ziel war es, FORTRAN-UnterProgramme zu entwickeln)

3. Log[illegible]hmische Kurvenanpassung $\quad y = a + b * \ln x$

Linearisierung: $\quad y = a + b * \underbrace{X}$



Beispiel (HP-25, S.95):

x_i	3	4	6	10	12
y_i	1.5	9.3	23.4	45.8	60.1

Steigung $b = \dfrac{y_2 - y_1}{\ln x_2 - \ln x_1} = \dfrac{50 - 10}{\ln 10 - \ln 4} = 43.65$

mit P_1 in Gleichung:

$$10 = a + 43.65 * \ln 4$$

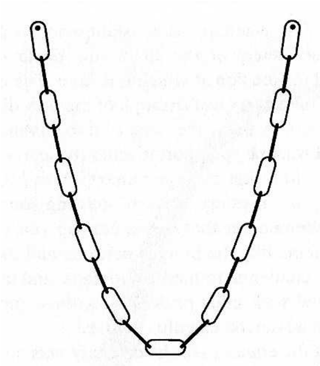
$$\wedge \quad a = 10 - 43.65 * \ln 4 = -50.5$$

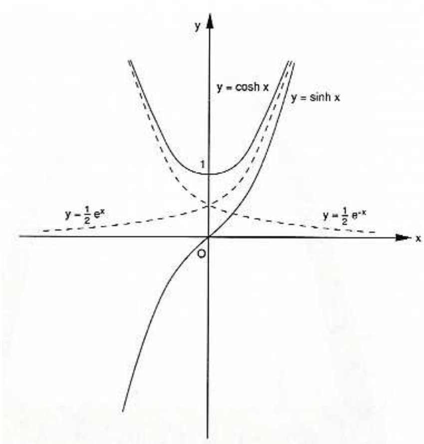
Lösung: $\quad y = 43.65 * \ln x - 50.51$

Professor Dr. Christian Hamann

Die durchhängende Kette

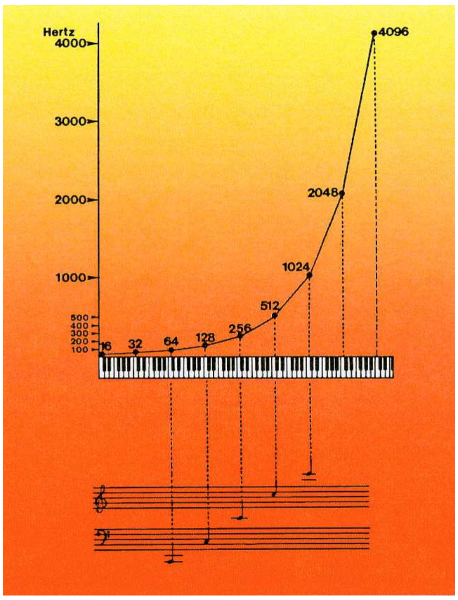
Es sieht so aus, und lange glaubten es Mathematiker auch, dass eine durchhängende Kette oder ein durchhängendes Seil eine Parabel bilden. Aber schon Leibnitz und Johann Bernoulli bewiesen, dass die Kettenlinie oder Steilkurve der Gleichung $y = (e^{ax} + e^{-ax}) : 2a$ folgen. Die Konstante a hängt von den physikalischen Eigenschaften der Kette oder des Seils ab. Die Abbildung zeigt die Kurve für a =1.





Eine Umkehrung der durchhängenden Kette können Besucher der USA in St. Louis bewundern: den Gateway Arch. Er ist 192 m hoch und wurde 1965 am Ufer des Mississippi errichtet. Aber auch Brückenbögen und alle Hängebrücken sind statisch nach dem Prinzip der Seil- oder Kettenlinie berechnet.
(aus: Eli Maor: „e“ The Story of a Number; Princeton, New Jersey, 1994)

Logarithmen in der Musik



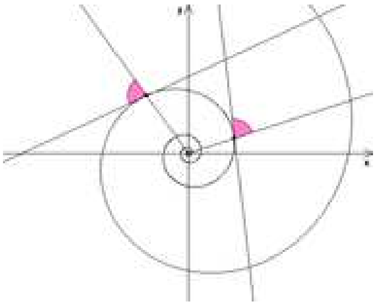
Natürlich müssen Musikschüler nicht erst Logarithmen beherrschen, bevor sie ans Klavier gelassen werden. Aber es ist doch interessant zu sehen, dass auch die Töne nach logarithmischen Gesetzen aufgebaut sind. David Rance und insbesondere Dr. Klaus Kühn haben uns das in Vorträgen und Beiträgen erläutert. Das nebenstehende Bild ist dem Buch von Dr. Klaus Kühn und Rodger Shepherd CALCULATING WITH TONES; THE LOGARITHMIC LOGIC OF MUSIC entnommen. (The Oughtred Society, 2009)

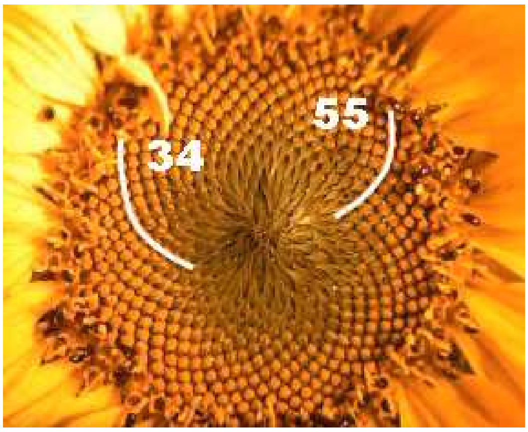
Die logarithmische Spirale

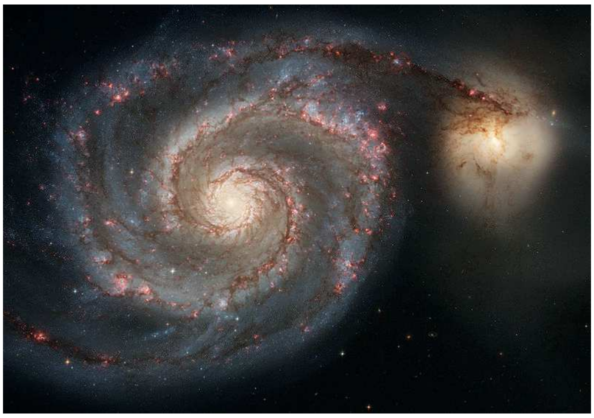
Die Abbildung unten zeigt eine logarithmische Spirale. Bei ihr vergrößert sich der Abstand vom Mittelpunkt mit jeder Umdrehung um den gleichen Faktor. Eine weitere Eigenschaft ist, dass jede Gerade durch den Pol (Mittelpunkt) die logarithmische Spirale im gleichen Winkel schneidet. Zahlreich sind Beispiele aus der belebten Natur, z. B. das Gehäuse der Nautilusschnecke, ein Tiefdruckwirbel oder auch die Anordnung der Sonnenblumenkerne. Auch im Weltall „gehorchen“ Spiralgalaxien logarithmischen Gesetzen. Wunderschöne Spiralen finden sich auch im Apfelmännchen-Fraktal (Mandelbrot).

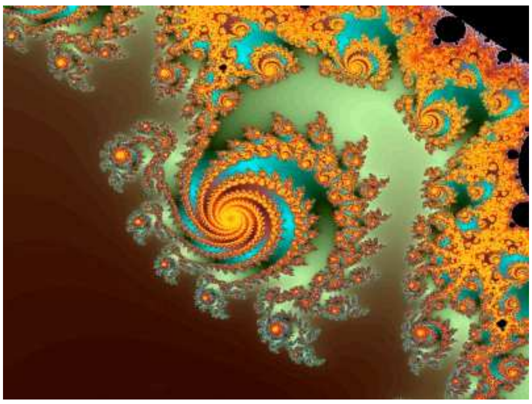
Im Internet gibt es eine Fülle weiterer interessanter Beispiele.

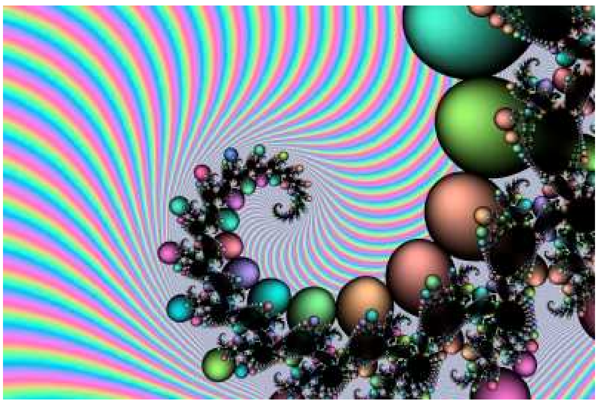
Etwas anderes sind Rechenscheiben, auf denen Logarithmen spiralförmig angeordnet sind, um die Skalenlänge zu vergrößern.











Logarithmen im Internet

Nahezu unendlich viele Einträge findet man unter diesem Suchbegriff, manches neu, vieles interessant, teils wissenschaftlich, teils trivial. Einige Sammler haben folgende Seiten besonders empfohlen:

http://de.wikipedia.org/wiki/Raketengrundgleichung

http://de.wikipedia.org/wiki/Logarithmus

www.spiegel.de/wissenschaft

http://www.agenda21-treffpunkt.de/lexikon/Richter-Skala

www.wapedia.mobi/de/Logarithmus

http://www.info.global-scaling-verein.de Scaling-Theorie

Logarithmen sind nicht tot

In der Vergangenheit haben Logarithmen unendliche Erleichterungen und Zeitersparnis bei langwierigen Rechnungen gebracht (*sie haben das Leben der Astronomen verdoppelt*). Rechenstäbe waren über 100 Jahre (in England über 300 Jahre) nicht aus dem Leben von Ingenieuren und Wissenschaftlern wegzudenken. Sie haben heute ausgedient.

Aber unverzichtbar sind Logarithmen nach wie vor zum Verständnis der Zusammenhänge in Naturwissenschaft und Technik. Deswegen brauchen sie keinen Grabstein, aber viele Denkmäler. Vor allem aber hätten es Logarithmen und Rechenstäbe längst verdient, in die Weltkulturerbe-Liste der UNESCO aufgenommen zu werden.

Dank

Ich danke den Damen Dr. Gerlinde Faustmann und Dr. Claudia Seger-Thomschitz, den Herren Ralf Bülow, Guus Craenen, Dr. Franz Felberbauer, Professor Dr. Christian Hamann, Rainer Heer, Peter Holland, Professor Dr. Jens Kirchhoff, Hanns-Georg Krenhuber, Dr. Klaus Kühn, Professor Eli Maor, Dieter von Jezierski und Stefan Weiss für die Beispiele, Hinweise und kritischen Kommentare.