



## Theoretische Informatik und Logik

### Musterlösung zu Übungsblatt 10

Sommersemester 2017

#### Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass Allgemeingültigkeit von Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe in Skolemform entscheidbar ist.

*Lösung:* Es sei  $F$  eine quantorenfreie Formel mit Variablen  $x_1, \dots, x_n$ . Dann gilt

$$\begin{aligned}\forall x_1, \dots, x_n. F \text{ ist allgemeingültig} &\iff \exists x_1, \dots, x_n. \neg F \text{ ist unerfüllbar} \\ &\iff \neg F[x_1/a_1, \dots, x_n/a_n] \text{ ist unerfüllbar} \\ &\quad (\text{Skolemisierung mit Konstanten } a_1, \dots, a_n).\end{aligned}$$

Es ist also  $\forall x_1, \dots, x_n. F$  allgemeingültig genau dann, wenn  $\neg F[x_1/a_1, \dots, x_n/a_n]$  unerfüllbar ist. Letzteres ist aber essentiell eine aussagenlogische Formel, und deren Erfüllbarkeit ist entscheidbar.