

Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

*PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
29.11.2019 + 06.12.2019*

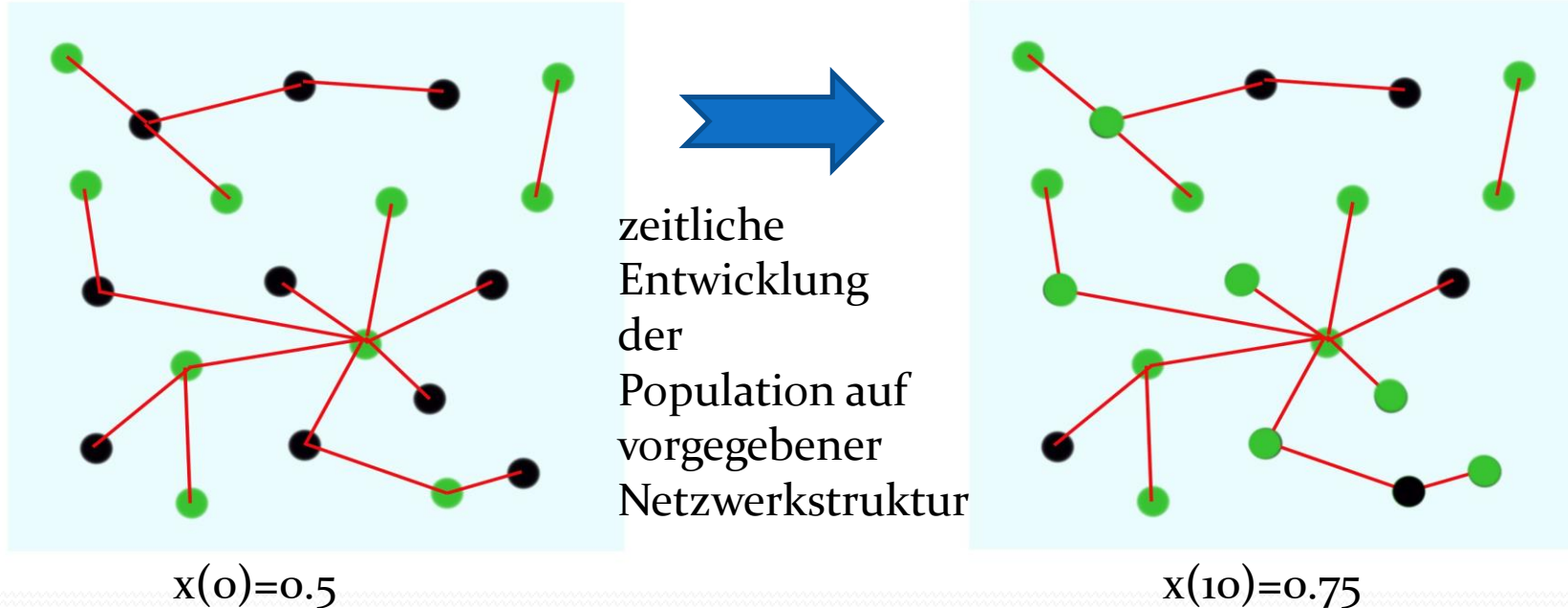
MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

7.+ 8. Vorlesung

Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

Viele in der Realität vorkommende evolutionäre Spiele werden auf einer definierten Netzwerkstruktur (Topologie) gespielt. Die Spieler der betrachteten Population sind hierbei nicht gleichwertig, sondern wählen als Spielpartner nur mit ihnen durch das Netzwerk verlinkte (verbundene) Partner aus.



Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.
Die roten Verbindungslinien beschreiben die möglichen Spielpartner des Spielers

Theorie der komplexen Netzwerke (III)

(Beispiele unterschiedlicher komplexer Netzwerke)

- a) Nicht gerichtetes und ungewichtetes Netzwerk einer einzigen Knotenart.
- b) Nicht gerichtetes und ungewichtetes Netzwerk dreier verschiedener Knotenarten, wobei zusätzlich drei verschiedene Kantenarten existieren.
- c) Nicht gerichtetes aber gewichtetes Netzwerk. Sowohl die Knoten als auch die Kanten des Netzwerks besitzen zahlenmäßige Gewichtungen.
- d) Gerichtetes aber nicht gewichtetes Netzwerk. Es existiert nur eine Knoten- und gerichtete Kantenart.

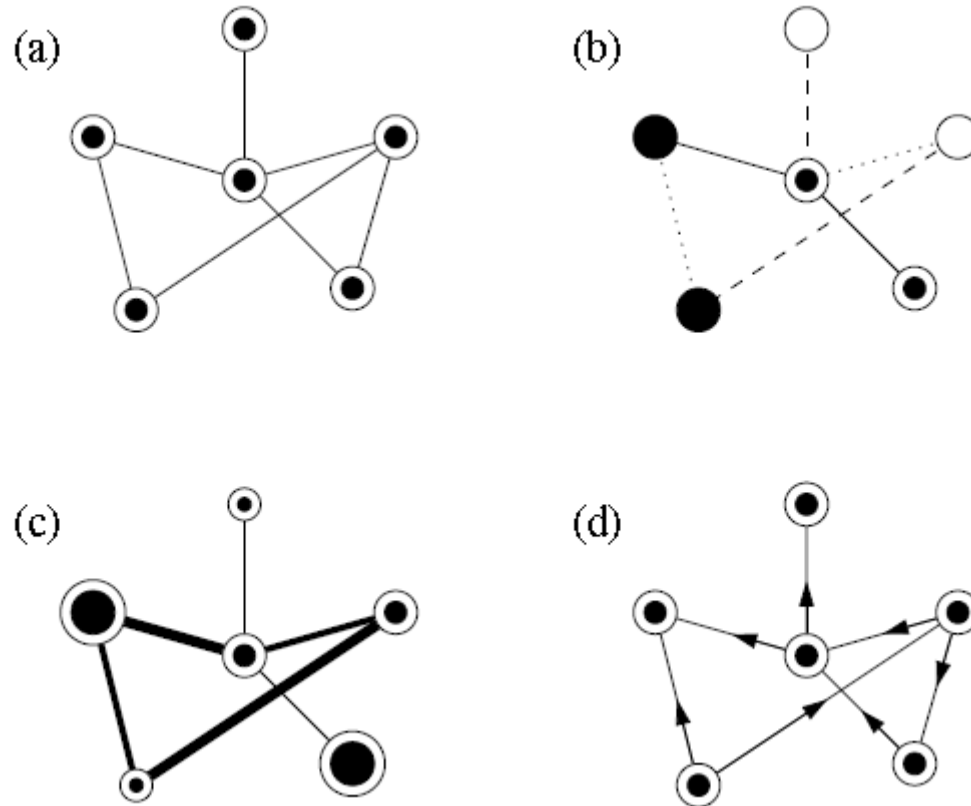


Abbildung: Unterschiedliche Netzwerktypen
Die Abbildung ist dem folgenden Artikel entnommen:
M. E. J. Newman,
„The structure and function of complex networks”

The Structure and Function of Complex Networks*

M. E. J. Newman[†]

Netzwerkstrukturen in unterschiedlichsten Systemen

	Network	Type	n	m
Social	film actors	undirected	449 913	25 516 482
	company directors	undirected	7 673	55 392
	math coauthorship	undirected	253 339	496 489
	physics coauthorship	undirected	52 909	245 300
	biology coauthorship	undirected	1 520 251	11 803 064
	telephone call graph	undirected	47 000 000	80 000 000
	email messages	directed	59 912	86 300
	email address books	directed	16 881	57 029
	student relationships	undirected	573	477
	sexual contacts	undirected	2 810	
Information	WWW nd.edu	directed	269 504	1 497 135
	WWW Altavista	directed	203 549 046	2 130 000 000
	citation network	directed	783 339	6 716 198
	Roget's Thesaurus	directed	1 022	5 103
	word co-occurrence	undirected	460 902	17 000 000
Technological	Internet	undirected	10 697	31 992
	power grid	undirected	4 941	6 594
	train routes	undirected	587	19 603
	software packages	directed	1 439	1 723
	software classes	directed	1 377	2 213
	electronic circuits	undirected	24 097	53 248
	peer-to-peer network	undirected	880	1 296
Biological	metabolic network	undirected	765	3 686
	protein interactions	undirected	2 115	2 240
	marine food web	directed	135	598
	freshwater food web	directed	92	997
	neural network	directed	307	2 359

Network Science

DPG-Fachverband: Physik sozio-ökonomischer Systeme

SOE 16: Plenary Talk Barabasi

Time: Thursday 8:30–9:15

Plenary Talk SOE 16.1 Thu 8:30 H1
Complex Networks: From Statistical Physics to the Cell
 — ●ALBERT-LASZLO BARABASI — Northeastern University/Harvard Medical School

Highly interconnected networks with amazingly complex structure describe systems as diverse as the World Wide Web, our cells, social systems or the economy. In the past decade we learned that most of these networks are the result of self-organizing processes governed by simple but generic laws, resulting in architectural features that makes them much more similar to each other than one would have expected

by chance. I will discuss the statistical mechanics of our interconnected world and its implications to network robustness and spreading processes. Much of these advances were inspired by maps of real networks, informing the modeling and analytical efforts. Yet, in the past few years the richness of data has improved considerably, allowing us to look deeper into the role of the nodes and links that shape the network topology and function. My goal is to move beyond the topology and to potentially review a few recent results, from the role of distance in shaping our social networks to controllability in biological and technological networks.

Evolutionary Quantum Game Theory — ●MATTHIAS HANAUSKE¹ and JENNIFER KUNZ² — ¹Institute of Information Systems — ²Chair of Controlling and Auditing, Goethe-University, Frankfurt/M.

Quantum game theory is a mathematical and conceptual amplification of classical game theory. The space of all conceivable decision paths is extended from the purely rational, measurable space in the Hilbertspace of complex numbers. Trough the concept of a potential entanglement of the imaginary quantum strategy parts, it is possible to include corporate decision path, caused by cultural or moral standards. If this strategy entanglement is large enough, then, additional Nash-equilibria can occur and previously present dominant strategies could become nonexistent. The main equation of evolutionary game theory, the Replicator equation, gets a more complex structure and other evolutionary stable strategies can appear. In addition to a detailed introduction in evolutionary quantum game theory several examples of applications will be presented during this talk. The current financial crisis will be discussed using a quantum extension of an anti-coordination game, the different publication patterns of scientist will be studied and the evolution of social norms in firms will be explained using a quantum coordination game.

(<http://evolution.wiwi.uni-frankfurt.de/Lyon2009/>,
 0904.2113, arXiv: physics/0612234)

ArXiv:

SOE 9: Social Systems, Opinion and Group Dynamics I

Friday 12:30–13:30

SOE 9.1 Tue 12:30 H44
Imulating the Foundations of Society - A Multi-Theoretical Approach — ●DIRK HELBING and ANSSON — ETH Zurich, Swiss Federal Institute of Technology

social interactions, we propose an agent-based model with actions that can be analytically treated within a evolutionary-theoretical framework. In order to understand social mechanisms such as the circumstances under which individuals start cooperating or developing shared behavior and culture. In this connection, it is important to study social mechanisms such as repeated interactions, group formation, costly punishment and group pressure, and how to transform social dilemmas into interactive situations of the social system. Furthermore, it is interesting to study social inequality, the protection of private property, or globalization play for the resulting "character" of a social narrative or not. It is well-known that social cooperation breaks down, giving rise to poverty or conflict. The developments and the outbreak of civil wars or revolutions are examples. The more surprising is it that one can develop

Ein neues interdisziplinäres Fachgebiet innerhalb der Physik

an integrated, analytical game-theoretical description of phenomena as different as the outbreak and breakdown of cooperation, the formation of norms or subcultures, and the occurrence of social polarization.

SOE 9.2 Tue 13:00 H44
Agent-based modelling of nest-site choice by honeybee swarms — ●TOBIAS GALLA — Theoretical Physics, School of Physics and Astronomy, University of Manchester, Manchester M13 9PL, UK

In a recent paper List, Elsholtz and Seeley [Phil. Trans. Roy. Soc. B 364 (2009) 755] devised an agent-based model of the nest-choice dynamics in swarms of honeybees. Using tools from statistical physics we here present a simplified version of their model, and confirm analytically that both interdependence and independence are needed for the bees to reach a consensus on the best nest site. Based on our analytical theory it is possible to characterize the co-ordination outcome exactly on the deterministic level, and to a good approximation if stochastic effects are taken into account. The model applies more generally to decision making processes in humans, and can be used to address questions of consensus formation in committees or groups.
 Reference: Tobias Galla, Journal of Theoretical Biology Volume 262 (2010) 186-196

Invited Talks

SOE 2.1 Mon 9:30–10:15 H44
 SOE 7.1 Tue 9:30–10:00 H44
 SOE 12.1 Wed 9:30–10:15 H44
 SOE 17.1 Thu 9:30–10:15 H44
 SOE 22.1 Fri 9:30–10:15 H44

Focus Session: Science of Science

Location: H44

Time: Monday 13:30–15:45

Location: H44

Invited Talk SOE 4.1 Mon 13:30 H44
Following the actors: individual and collective behavior in epistemic landscapes — ●ANDREA SCHARNHORST — The Virtual Knowledge Studio for the Humanities and Social Sciences, Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences (KNAW), Cruquiusweg 31, 1019AT Amsterdam, The Netherlands

Models of science can take very different forms from conceptual models based on historical and ethnographic observations to mathematical descriptions of measurable phenomena. In these models, scholars and science itself become 'research objects'. [1]

All decades have seen their 'models of science'. At the interface between mathematics, physics and a "science of science" we see traces of stochastic models, epidemic models, system dynamics models and complex network models applied to scholarly activity.

Referring to more recent encounters between information science and complexity research this paper present a specific model of (re-)searchers in "epistemic landscapes" based on insights from evolutionary theories.

Departing from this specific model we show how models can be linked to data gathering, to qualitative observations, and to new ways of visualization beyond the narrow cycle of validation and prediction.

[1] Boerner, Katy, and Andrea Scharnhorst. 2009. Editorial: Visual conceptualizations and models of science. Journal of Informetrics: 'Science of Science: Conceptualizations and Models of Science' (special issue) 3 (3): 161-172.

Invited Talk SOE 4.2 Mon 14:00 H44
Tracking science in real-time from large-scale usage data. — ●JOHAN BOLLEN — Indiana University, Bloomington, USA

Science is of significant importance to our society, but we understand very little of the processes that lead to scientific innovation. In this presentation I will provide an overview of our work on large-scale usage data as an early indicator of scientific activity. The MESUR project has in the past 2 years collected a large-scale collection of the usage data recorded by some of the world's most significant publishers,

aggregators and institutional consortia. The resulting data set has been analyzed to reveal the structural properties of scientific activity in real-time. I will highlight some of our recent work on producing detailed maps of science that reveal how scientists navigate between online scholarly resources. The results indicate that it may be possible to detect or predict the emergence of innovation from temporal changes in the structure of scientific activity. This work underpins efforts to arrive at a more accurate, pro-active evaluation of scientific impact.

15 min. break

Invited Talk SOE 4.3 Mon 14:45 H44
Mapping change in science — ●MARTIN ROSVALL¹ and CARL BERGSTROM² — ¹Umeå University, Sweden — ²University of Washington, USA

Change is a fundamental ingredient of interaction patterns in biology, technology, the economy, and science itself: Interactions within and between organisms change; transportation patterns by air, land, and sea all change; the global financial flow changes; and the frontiers of scientific research change. Networks and clustering methods have become important tools to connect and cluster instances of these large-scale structures, but without methods to distinguish between real trends and noisy data, these approaches are not useful for studying how networks change. Only if we can assign significance to the partitioning of single networks can we distinguish meaningful structural changes from random fluctuations. Here we show that bootstrap resampling accompanied by significance clustering provides a solution to this problem. To connect changing structures with the changing function of networks, we highlight and summarize the significant structural changes with alluvial diagrams and realize de Solla Price's vision of mapping change in science: studying the citation pattern between about 7000 scientific journals over the past decade, we find that neuroscience has transformed from an interdisciplinary specialty to a mature and stand-alone discipline.

Other Talks related to

Thu 8:30– 9:15 H10
 Sun 16:00–18:00 H10

Time Series Analysis in Sociophysics and Econophysics — ●JOHANNES J. SCHNEIDER, ●TOBIAS PREIS

Don't panic! - The physics of pedestrian dynamics and evacuation processes — ●ANDREAS SCHAUSCHNEIDER
Humans playing spatial games — ●ARNE TRAUlsen
The hidden complexity of open source software — ●FRANK SCHWEITZER
Wave localization in complex networks — ●JAN W. KANTELHARDT
Hypergraphs and social systems — ●GUIDO CALDARELLI

Award for Socio- and Econophysics

00–16:45 H44 **Tying the double knot: Robustness of interconnected networks** — ●SHLOMO HAVLIN
 00–17:45 H44 **Unveiling the patterns of human mobility and global disease dynamics** — ●DIRK BROCKMANN

Wichtige Netzwerk charakterisierende Größen

Teil II.2 Einführung in die Theorie der komplexe Netzwerke - Mozilla Firefox

Teil II.2 Einführung in die T x +



https://itp.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VPSOC/T2/II-2.html

170%



Meistbesucht Getting Started

- **Der Knotengrad k_i**

Der Knotengrad des Knotens i ist gleich der Anzahl der Kanten die der Knoten i besitzt. Bei gerichteten Netzwerken unterscheidet man zwischen dem eingehenden k_i^{in} und ausgehenden Knotengrad k_i^{out} . Bei gewichteten Netzwerken summiert man über die Zahlenfaktoren der gewichteten Kanten.

- **Der durchschnittliche Knotengrad $\langle k \rangle$**

Der durchschnittliche Knotengrad eines ungerichteten Netzwerks $\langle k \rangle$ ist gegeben durch

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2L}{N}, \text{ wobei } L = \text{die gesamte Anzahl der Links (Kanten) des Netzwerks ist.}$$

- **Die Nachbarschaftsmatrix (Adjazenzmatrix) A_{ij}**

Die Nachbarschaftsmatrix des Netzwerkes beschreibt, welche Knoten des Graphen durch eine Kante verbunden sind. Zeigt eine Kante von Knoten j auf den Knoten i , dann ist der zugehörige Matrixwert $A_{ij} = 1$, wohingegen ein Eintrag $A_{ij} = 0$ bedeutet, dass keine Kante von j nach i zeigt. Bei ungerichteten Netzwerken ist die Nachbarschaftsmatrix symmetrisch. Der Knotengrad k_i des Knotens i

(bzw. k_i^{in} und k_i^{out} bei gerichteten Graphen) lässt sich mittels der Nachbarschaftsmatrix wie folgt bestimmen: $k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij}$ ($k_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^N A_{ij}$ und $k_i^{\text{out}} = \sum_{j=1}^N A_{ji}$ bei gerichteten Graphen), wobei

die gesamte Anzahl der Kanten sich wie folgt bestimmen lässt: $L = \sum_{i,j=1}^N A_{ij}/2$ und die Größe N die Anzahl der Knoten des Netzwerkes bezeichnet. In gewichteten Netzwerken sind die Einträge der Nachbarschaftsmatrix nicht mehr auf Null und Eins beschränkt $A_{ij} = w_{ij}$.

- **Die Verteilungsfunktion der Knotengrade $P(k) = N(k)/N$**

Nachbarschaftsmatrix nicht mehr auf Null und Eins beschränkt $A_{ij} = w_{ij}$.

- **Die Verteilungsfunktion der Knotengrade** $P(k) = N(k)/N$

Die Verteilungsfunktion der Knotengrade $P(k)$ (bzw. $N(k)$) ist eine wichtige das Netzwerk charakterisierende Größe. Sie gibt an, wie groß der Anteil an Netzwerkknoten mit Knotengrad k ist. Bei realen (endlichen) Netzwerken ist diese Funktion keine kontinuierliche, sondern eine diskrete Funktion $P(k) \approx P_k$. Bezeichnen wir mit N_k die Anzahl der Knoten mit Knotengrad k , so gilt $P_k = \frac{N_k}{N}$. Es gilt $\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1$ und der durchschnittliche Knotengrad berechnet sich wie folgt $\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k P_k$.

- **Die maximale Anzahl möglicher Kanten** L_{max}

Die maximale Anzahl möglicher Kanten in einem ungerichteten Netzwerk (ein sogenannter 'complete graph') besitzt $L_{max} = \frac{N(N-1)}{2}$ Kanten. Viele real existierende Netzwerke sind dünnbesetzt ($L \ll L_{max}$).

- **Die kürzeste Verbindungstrecke zwischen zwei Knoten** d_{ij}

Die Anzahl der Kanten die in einem Verbindungsweg von Knoten i zum Knoten j durchlaufen wird hängt vom gewählten Pfad ab. Die kürzeste Verbindungstrecke d_{ij} kann hierbei im allgemeinen auf unterschiedlichen Wegen realisiert sein, wobei der Pfad keine Schleifen enthalten darf und sich nicht kreuzen darf. Die Anzahl der kürzeste Verbindungswege N_{ij} lässt sich mittels der Nachbarschaftsmatrix berechnen. Existieren z.B. Verbindungswege vom Knoten i zum Knoten j mit $d_{ij} = 2$, so muss die Anzahl der kürzeste Verbindungswege $N_{ij} = \sum_{l=1}^N A_{il} A_{jl} \geq 1$ sein.

- **Der Clusterkoeffizient** C_i bzw. C

Der Clusterkoeffizient gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass zwei nächste Nachbarn eines Knotens

berechnen. Existieren z.B. Verbindungswege vom Knoten i zum Knoten j mit $w_{ij} = 1$, so muss die Anzahl der kürzeste Verbindungswege $N_{ij} = \sum_{l=1}^N A_{il}A_{jl} \geq 1$ sein.

- **Der Clusterkoeffizient C_i bzw. C**

Der Clusterkoeffizient gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass zwei nächste Nachbarn eines Knotens ebenfalls nächste Nachbarn untereinander sind. Für einen speziellen Knoten i berechnet er sich mittels:

$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i-1)}$, wobei L_i die Anzahl der Kanten darstellt, die die nächsten Nachbarn des Knoten i

miteinander verbinden. Der globale Wert C des Clusterkoeffizienten ist der Mittelwert aller C_i 's ($C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$) und stellt demnach eine Art von der Enge der Nachbarschaftsbeziehungen des

Netzwerks dar.

- **Durchschnittliche Anzahl der m -nächsten Nachbarn z_m**

z_1 stellt hierbei den Wert der mittleren Knotenzahl des Netzwerkes dar ($z_1 = \langle k \rangle$) und z_2 die mittlere Anzahl zweiter-nächster Nachbarn ($z_2 = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle$), siehe z.B. [Claudius Gros, "Complex and Adaptive Dynamical Systems, a Primer", S:18](#)).

- **Durchmesser des Netzwerks l**

Der Durchmesser des Netzwerks gibt die maximale kürzeste Kantenlänge zwischen zwei beliebigen Knoten des Netzwerkes an: $l = \log(N/z_1)/\log(z_2/z_1) + 1$, wobei N die Anzahl der Knoten des Netzwerkes darstellt (siehe z.B. [Claudius Gros, "Complex and Adaptive Dynamical Systems, a Primer", S:20](#)). Der Wert l wird auch in einigen Lehrbüchern als d_{\max} bezeichnet (siehe [Albert-Laszlo Barabasi, Network science, Chapter 2 Graph Theory](#)).

- **Größter verbundener Knotenclusters N_G (Giant component, Hub)**

Die Anzahl der Knoten im größten verbundener Knotencluster des Netzwerkes ist mit N

miteinander verbinden. Der globale Wert C des Clusterkoeffizienten ist der Mittelwert aller C_i 's ($C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$) und stellt demnach eine Art von der Enge der Nachbarschaftsbeziehungen des Netzwerks dar.

- **Durchschnittliche Anzahl der m -nächsten Nachbarn z_m**

z_1 stellt hierbei den Wert der mittleren Knotenzahl des Netzwerkes dar ($z_1 = \langle k \rangle$) und z_2 die mittlere Anzahl zweiter-nächster Nachbarn ($z_2 = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle$, siehe z.B. [Claudius Gros, "Complex and Adaptive Dynamical Systems, a Primer", S:18](#)).

- **Durchmesser des Netzwerks l**

Der Durchmesser des Netzwerks gibt die maximale kürzeste Kantenlänge zwischen zwei beliebigen Knoten des Netzwerkes an: $l = \log(N/z_1)/\log(z_2/z_1) + 1$, wobei N die Anzahl der Knoten des Netzwerkes darstellt (siehe z.B. [Claudius Gros, "Complex and Adaptive Dynamical Systems, a Primer", S:20](#)). Der Wert l wird auch in einigen Lehrbüchern als d_{\max} bezeichnet (siehe [Albert-Laszlo Barabasi, Network science, Chapter 2 Graph Theory](#)).

- **Größter verbundener Knotenclusters N_G (Giant component, Hub)**

Die Anzahl der Knoten im größten verbundenen Knotenclusters des Netzwerkes wird mit N_G bezeichnet.

Diese und weitere graphentheoretischen Größen (Number of Shortest Paths Between Two Nodes, Shortest Path, Average Path Length, ...) sind in [Albert-Laszlo Barabasi, Network science, Chapter 2 Graph Theory](#) zu finden.

Wichtige Netzwerk charakterisierende Größen

- **Durchmesser des Netzwerks l**

Der Durchmesser des Netzwerks gibt die maximale kürzeste Kantenlänge zwischen zwei beliebigen Knoten des Netzwerkes an: $l = \log(N/z_1)/\log(z_2/z_1) + 1$, wobei N die Anzahl der Knoten des Netzwerkes darstellt (siehe z.B. Claudius Gros, "Complex and Adaptive Dynamical Systems, a Primer", S:20). Der Wert l wird auch in einigen Lehrbüchern als d_{\max} bezeichnet (siehe Albert-Laszlo Barabasi, Network science, Chapter 2 Graph Theory).

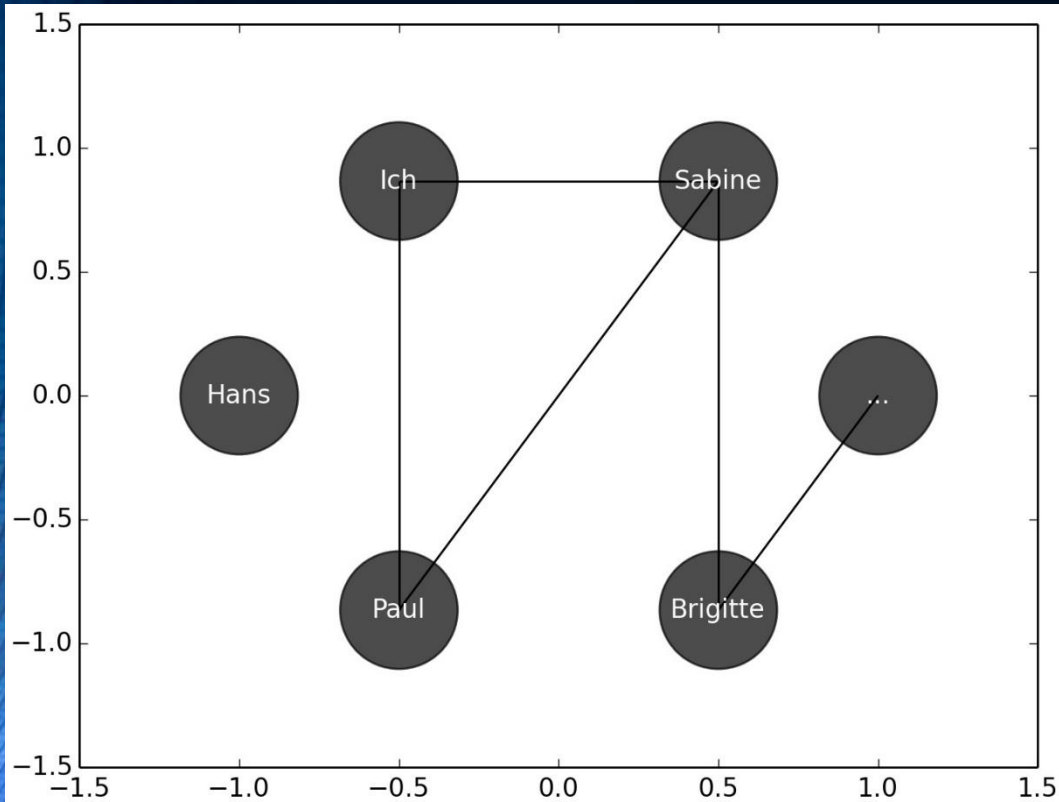
- **Größter verbundener Knotenclusters N_G (Giant component, Hub)**

Die Anzahl der Knoten im größten verbundenen Knotenclusters des Netzwerkes wird mit N_G bezeichnet.

Diese und weitere graphentheoretischen Größen (Number of Shortest Paths Between Two Nodes, Shortest Path, Average Path Length, ...) sind in Albert-Laszlo Barabasi, Network science, Chapter 2 Graph Theory zu finden.

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Eigenschaften unterscheidet man die folgenden Netzwerk-Klassen: Zufällige Netzwerke (Random Networks: Die einzelnen Kanten bei zufälligen Netzwerke werden von den Knoten (Spielern) nach einem rein zufälligen Muster ausgewählt), Kleine Welt-Netzwerke (Small World Networks, Kleine Welt-Netzwerke zeichnen sich durch einen kleinen Wert der durchschnittlichen kürzesten Verbindung zwischen den Knoten des Netzwerkes und einem großen Wert des Clusterkoeffizienten aus), Exponentielle Netzwerke (Exponential Networks) und Skalenfreie Netzwerke (Scale-Free Networks).

Simulation und Darstellung von komplexen Netzwerken mit Python (Teil II)



```
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
G=nx.Graph()
```

```
#Hinzufuegen von Knoten zum Netzwerk
```

```
G.add_nodes_from(["Ich", "Paul", "Brigitte", "Sabine", "Hans", "..."])
```

```
G.add_edge("Ich", "Paul")
```

```
G.add_edge("Ich", "Sabine")
```

```
G.add_edge("Sabine", "Brigitte")
```

```
G.add_edge("Sabine", "Paul")
```

```
G.add_edge("Paul", "Sabine")
```

```
G.add_edge("Brigitte", "...")
```

```
#Erzeugung des Netzwerk-Bildes
```

```
graph_pos=nx.shell_layout(G)
```

```
#graph_pos=nx.shell_layout(G)
```

```
#graph_pos=nx.spring_layout(G)
```

```
nx.draw_networkx_nodes(G, graph_pos, node_size=3000, alpha=0.7, node_color="black")
```

```
nx.draw_networkx_edges(G, graph_pos)
```

```
nx.draw_networkx_labels(G, graph_pos, font_color="white")
```

```
#Speicherung des Bildes als .jpg
```

```
saveFig="./Netzwerk.jpg"
```

```
plt.savefig(saveFig, dpi=200, bbox_inches="tight", pad_inches=0.05, format="jpg")
```

```
plt.show()
```


Netzwerk-Klassen

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Eigenschaften unterscheidet man die folgenden Netzwerk-Klassen:

i. Zufällige Netzwerke

Die einzelnen Kanten bei *zufälligen Netzwerke* werden von den Knoten (Spielern) nach einem rein zufälligen Muster ausgewählt.

ii. „Kleine Welt“-Netzwerke (small-world networks)

i. „Kleine Welt“-Netzwerke zeichnen sich durch einen kleinen Wert der durchschnittlichen kürzesten Verbindung zwischen den Knoten des Netzwerkes und einem großen Wert des Clusterkoeffizienten aus.

iii. Exponentielle Netzwerke

iv. Skalenfreie Netzwerke

Section 3.2

The Random Network Model

Wie erzeugt man mittels eines mathematischen Algorithmus ein zufälliges Netzwerk (siehe Box 3.1)

Section 3.4

Degree Distribution

Wie sieht die Verteilungsfunktion der Knotengrade in zufälligen Netzwerken aus (siehe Image 3.4 Binomial vs. Poisson Degree Distribution)

Section 3.5

Real Networks are Not Poisson

Vergleich: Real existierende Netzwerke \leftrightarrow Zufällige Netzwerke (siehe Image 3.6 Degree Distribution of Real Networks)

Section 3.6

The Evolution of a Random Network

Relativen Größe des Hubs (grösster verbundener Knotencluster) hängt von dem durchschnittlichen Knotengrad des Netzwerkes ab.
Definition von unterschiedlichen Regimen in zufälligen Netzwerken (subcritical, supercritical, fully connected) (siehe Image 3.7 Evolution of a Random Network)

Section 3.7

Real Networks are Supercritical

Sind real existierende Netzwerke subcritical, supercritical oder fully connected? (siehe Table 3.1 Are Real Networks Connected? und Image 3.9 Most Real Networks are Supercritical)

Section 3.8

Small Worlds

Definition der kleinen Welt Eigenschaft in komplexen Netzwerken "In the language of network science the small world phenomenon implies that the distance between two randomly chosen nodes in a network is short." Mittlerer Abstand zwischen zwei Knoten im Netzwerk $\langle d \rangle$ bestimmt die Eigenschaft von kleinen Welt Netzwerken (siehe Image 3.10 Six Degree of Separation and Image 3.11 Why are Small Worlds Surprising? und Table 3.2 Six Degrees of Separation)

Section 3.9

Clustering Coefficient

Der Clusterkoeffizient in real existierenden und zufälligen Netzwerken (siehe Image 3.13 Clustering in Real Networks und Box 3.9 Watts-Strogatz Model)

Zufällige Netzwerke

Verteilungsfunktion
der Knotengrade

$$P(k)$$

bzw. $N(k) := N * P(k)$

VI. CLASSICAL RANDOM GRAPHS, THE ERDÖS-RÉNYI MODEL

The simplest and most studied network with undirected edges was introduced by Erdős and Rényi (ER model) [77,78]. In this network:

- (i) the total number of vertices, N , is fixed;
- (ii) the probability that two arbitrary vertices are connected equals p .

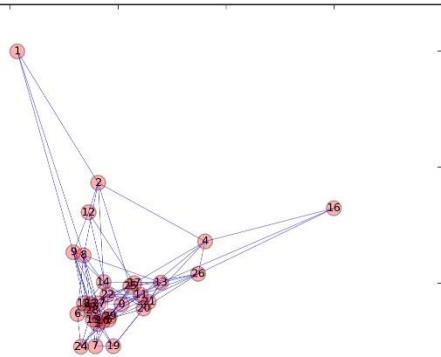
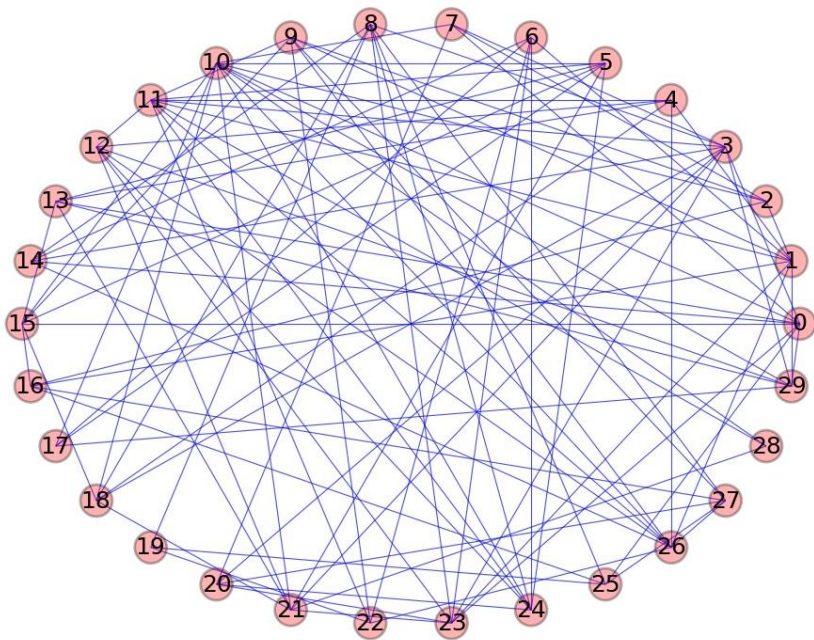
One sees that, on average, the network contains $pN(N-1)/2$ edges. The degree distribution is binomial,

$$P(k) = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k}, \quad (4)$$

so the average degree is $\bar{k} = p(N-1)$. For large N , the distribution, Eq. (4) takes the Poisson form,

$$P(k) = e^{-\bar{k}} \bar{k}^k / k!. \quad (5)$$

Python (Version 2)



0.5 1.0

```
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
from random import randint
from random import uniform

G=nx.Graph()

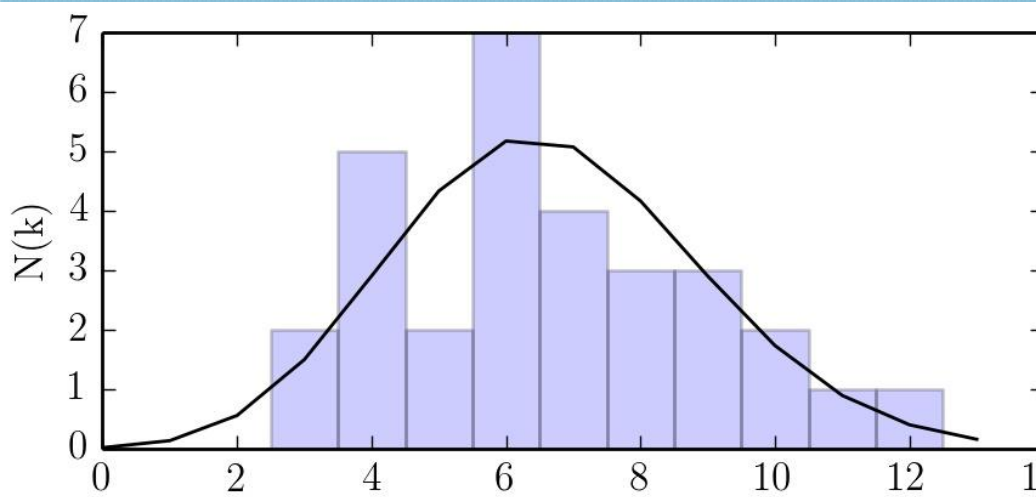
#Allgemeine Festlegungen des Netzwerks
NKn =30 #Anzahl der Knoten (vertices)
anzedges=100 #Gesamte Anzahl der im Netzwerk bestehenden Kanten (links, connections)

#Hinzufuegen der Knoten zum Netzwerk
G.add_nodes_from(range(0,NKn,1))

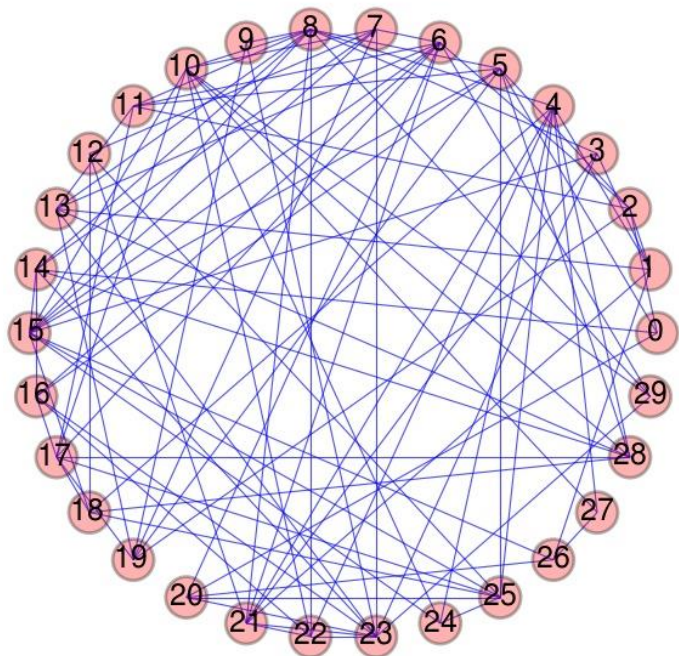
#Erzeugung der Kanten des Netzwerkes (zufaellig anzedges-Kanten zwischen den NKn-Knoten erzeugen)
links=0
while links < anzedges:
    KnA = randint(0, NKn-1)
    KnB = randint(0, NKn-1)
    if KnA != KnB and list(G.edges()).count((KnA,KnB))==0 and list(G.edges()).count((KnB,KnA))==0:
        G.add_edge(KnA,KnB)
        links=links+1

#Erzeugung des Netzwerk-Bildes
node_size=150|
node_alpha=0.3
node_color="red"
edge_tickness=0.4
edge_alpha=0.7
edge_color="blue"
node_text_size=9
text_font="sans-serif"
graph_pos=nx.shell_layout(G)
#graph_pos=nx.spectral_layout(G)
#graph_pos=nx.spring_layout(G)
nx.draw_networkx_nodes(G,graph_pos,node_size=node_size,alpha=node_alpha,node_color=node_color)
nx.draw_networkx_edges(G,graph_pos,width=edge_tickness,alpha=edge_alpha,edge_color=edge_color)
nx.draw_networkx_labels(G,graph_pos,font_size=node_text_size,font_family=text_font)

#Speicherung des Bildes als .jpg und .pdf Datei
saveFig="./Netzwerk.jpg"
```



$$N(k) = N \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k}$$



$$N = 30, p = 0.2299, m = 100$$

```

import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
from random import randint
from random import uniform
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.gridspec as gridspec
from matplotlib.ticker import NullFormatter

nullfmt = NullFormatter() # Keine Labels im Netzwerkplot

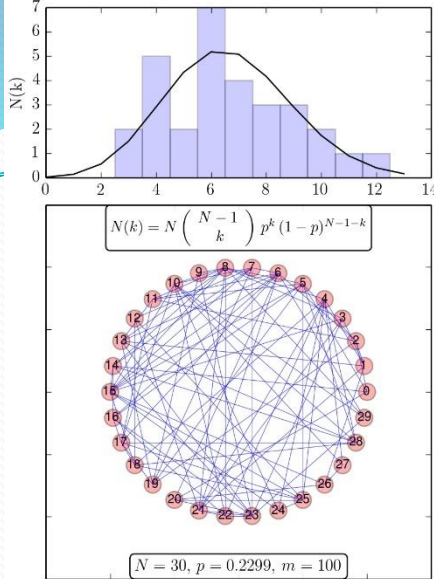
#Von https://de.wikibooks.org/wiki/Algorithmensammlung:_Statistik:_Binomialkoeffizient
def binomialkoeffizient(n, k):
    if k == 0: return 1
    if 2*k > n:
        ergebnis = binomialkoeffizient(n, n-k)
    else:
        ergebnis = n-k+1
        for i in range(2, k+1): # i in [2; k]
            ergebnis *= (n-k+i) # Selbstmultiplikation
            ergebnis /= i # Achtung: Ergebnis ist eine Kommazahl!
    return int(ergebnis)]

#Analytische Verteilungsfunktion eines zufaelligen Netzwerkes
def P(n, kmin, kmax, p):
    ergebnis=[]
    for k in range(kmin, kmax, 1):
        ergebnis.append(binomialkoeffizient(n-1, k)*p**k*(1-p)**(n-1-k))
    return ergebnis

#plot settings
params = {
    'figure.figsize' : [5, 7.2],
    'text.usetex' : True,
}
matplotlib.rcParams.update(params)

#Grid
plt.figure(0)
gs = gridspec.GridSpec(2, 1, height_ratios=[1,2.2], hspace=0.1)
ax1 = plt.subplot(gs[0])
ax2 = plt.subplot(gs[1])

```



```
#####  
#Beginn des eigentlichen Python Programms "Zufaelliches Netzwerk"  
G=nx.Graph()  
#Allgemeine Festlegungen des Netzwerks  
NKn =30 #Anzahl der Knoten (vertices)  
anzedges=100 #Gesamte Anzahl der im Netzwerk bestehenden Kanten (links, connections)  
  
#Hinzufuegen der Knoten zum Netzwerk  
G.add_nodes_from(range(0,NKn,1))  
  
#Erzeugung der Kanten des Netzwerkes (zufaellich anzedges-Kanten zwischen den NKn-Knoten erzeugen)  
links=0  
while links < anzedges:  
    KnA = randint(0, NKn-1)  
    KnB = randint(0, NKn-1)  
    if KnA != KnB and list(G.edges()).count((KnA,KnB))==0 and list(G.edges()).count((KnB,KnA))==0:  
        G.add_edge(KnA,KnB)  
        links=links+1  
  
#Liste der Knotengrade  
degree_sequence=sorted([d for n,d in G.degree()],reverse=True) # degree sequence  
maxk=np.max(degree_sequence)  
  
#Berechnung der Wahrscheinlichkeit das Knoten KnA mit KnB verbunden ist  
p=(2*anzedges/float(NKn*(NKn-1)))  
  
#Erzeugung des Bildes der Verteilungsfunktion der Knotengrade N(k) (analytisch,simulativ)  
ax1.plot(range(0,int(maxk+2),1),np.array(P(NKn,0,int(maxk+2),p))*NKn, linewidth=1, linestyle='-', c="black")  
ax1.hist(degree_sequence,bins=range(0,int(maxk+2),1), align="left", histtype='bar', color="blue", alpha=0.2)  
  
#Achsenbeschriftung  
ax1.set_ylabel(r'$\rm N(k)$')  
ax2.yaxis.set_major_formatter(nullfmt)  
ax2.xaxis.set_major_formatter(nullfmt)
```

```
#Erzeugung des Netzwerk-Bildes
```

```
node_size=150  
node_alpha=0.3  
node_color="red"  
edge_tickness=0.4  
edge_alpha=0.7  
edge_color="blue"  
node_text_size=9  
text_font="sans-serif"  
graph_pos=nx.shell_layout(G)  
nx.draw_networkx_nodes(G,graph_pos,node_size=node_size,alpha=node_alpha, node_color=node_color)  
nx.draw_networkx_edges(G,graph_pos,width=edge_tickness, alpha=edge_alpha,edge_color=edge_color)  
nx.draw_networkx_labels(G, graph_pos,font_size=node_text_size,font_family=text_font)
```

```
# Plotten der Netzwerkeigenschaften in das Bild
```

```
roundp="%.4f"%p  
textstr1=r'$N(k) = N \left( \begin{array}{c} N-1 \\ k \end{array} \right) p^k (1-p)^{N-1-k}$'  
textstr2=r'$N='+str(NKn)+' , p='+roundp+' , m='+str(anzedges)+'$'  
props = dict(boxstyle='round', facecolor='white', alpha=0.92)  
plt.text(0, 1.46, textstr1, fontsize=11, verticalalignment='top', horizontalalignment='center', bbox=props)  
plt.text(0, -1.46, textstr2, fontsize=12, verticalalignment='bottom', horizontalalignment='center', bbox=props)
```

```
#Speicherung des Bildes als .jpg und .pdf Datei
```

```
saveFig="./Netzwerk.jpg"  
plt.savefig(saveFig, dpi=200,bbox_inches="tight",pad_inches=0.05,format="jpg")  
saveFig="./Netzwerk.pdf"  
plt.savefig(saveFig,bbox_inches="tight",pad_inches=0.05,format="pdf")  
plt.show()
```

Python (Version 3)

Network Science

by Albert-László Barabási

Personal Introduction

1. Introduction
2. Graph Theory
3. Random Networks
4. The Scale-Free Property
5. The Barabási-Albert Model

6. Evolving Networks

7. Degree Correlations
 8. Network Robustness
 9. Communities
 10. Spreading Phenomena
- Preface

Start Reading

English

Русский

Magyar

فارسی

日本語

Image 4.2

Die Verteilungsfunktion der Knotengrade des Internets (WWW, links zwischen Internetseiten, gerichtetes Netzwerk) wird mathematisch durch eine „power-law distribution“ beschrieben.

Image 4.4 und 4.5

In skalenfreien Netzwerken entstehen sehr große Hubs (Hauptunterschied zu zufälligen Netzwerken)

Section 4.4:

Was bedeutet „skalenfrei“?

Tabelle 4.1, Image 4.7 und 4.8:

Skalenfreie Netzwerke mit $\gamma < 3$ besitzen keine sinnvolle interne Knotengradskala. Greift man zufällig einen Knoten aus dem Netzwerk, so kann man seinen Knotengrad nicht vorher einschränken; er kann sehr klein oder sehr sehr groß sein. Die Standardabweichung der Knotengrade divergiert sogar für $N \rightarrow \infty$.

Universality Section 4.5, Box 4.2:

Man beobachtet die skalenfreie Eigenschaft in vielen unterschiedlichen real existierenden komplexen Netzwerken

Section 4.6:

Ultra small world Eigenschaft in realen Netzwerken (abhängig vom Exponenten γ)

Box 4.5:

Auswirkung und unterschiedliche Regime in Abhängigkeit vom Exponenten γ .

Box 4.6:

Warum gibt es keine realen Netzwerke mit $\gamma < 2$?

Box 4.9:

Zusammenfassung der mathematischen Eigenschaften von skalenfreie Netzwerken

Das Barabasi-Albert Model der skalenfreien Netzwerke (Section 5)

<http://networksciencebook.com/chapter/5>

Im BA-Model werden die folgenden Prinzipien bei der Konstruktion des skalenfreien Netzwerkes benutzt:

- a) Zeitliches Anwachsen der Knoten und Kanten
- b) Preferential Attachement (Section 5.2, Image 5.2)

Section 5.1:

Konstruktion eines skalenfreien Netzwerkes mit dem Barabasi-Albert Model

Section 5.6:

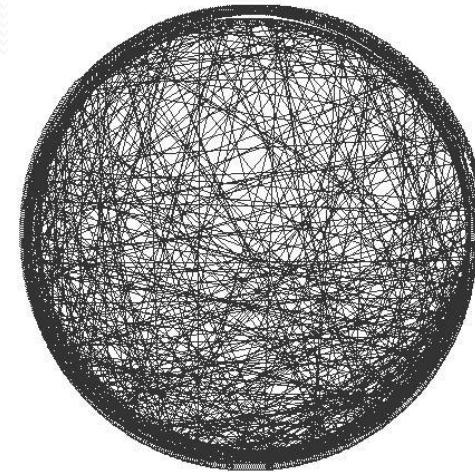
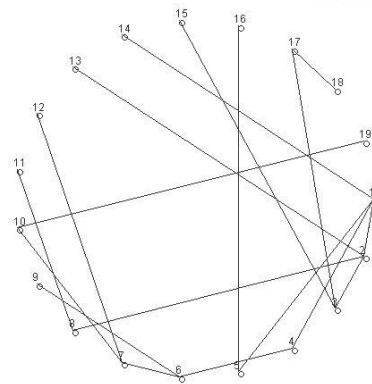
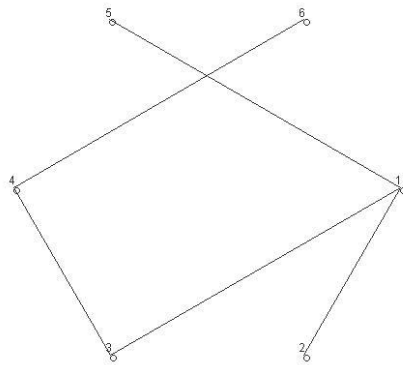
Vergleich: Exponentielle Netzwerke \leftrightarrow skalenfreie Netzwerke

Box 5.4:

Zusammenfassung der mathematischen Eigenschaften von skalenfreie Netzwerken

Exponentielle und Skalenfreie Netzwerke

- Bei exponentiellen und Skalenfreien Netzwerken besitzen viele Knoten wenig Kanten und einige wenige Knoten sehr viele Kanten.
- Im folgenden wollen wir die Konstruktion eines solchen Netzwerks mittels einer Computersimulation betrachten:



Konstruktion eines Skalenfreien Netzwerks

Das im folgenden konstruierte skalenfreie Netzwerk besitzt zwei wesentliche Eigenschaften:

- Zeitliches Anwachsen der Knoten
- Die Kantenwahl eines neu in das Netzwerk hinzukommenden Knotens erfolgt nach dem Prinzip des „Preferential Attachment“ (Die Knoten die schon viele Kanten haben bekommen mit einer höheren Wahrscheinlichkeit eine neue Kante, als die Knoten die bisher keinen, oder wenige Kanten aufweisen können)

Das Java-Applet der Netzwerksimulation

Meistbesuchte Seiten Erste Schritte Aktuelle Nachrichten

Thread counter t = 645

Erscheinung

Anz. Zitate pro Periode (z)

Anz. Papers pro Periode (M)

Anfangszitate (k0)

N(0) = 336	log(N(0)) = 5.817111159963204
N(1) = 150	log(N(1)) = 5.0106352940962555
N(2) = 75	log(N(2)) = 4.31748811353631
N(3) = 42	log(N(3)) = 3.7376696182832684
N(4) = 12	log(N(4)) = 2.4849066497880004
N(5) = 18	log(N(5)) = 2.8903717578961645
N(6) = 5	log(N(6)) = 1.6094379124341003
N(7) = 6	log(N(7)) = 1.791759469228055
N(8) = 0	log(N(8)) = -Infinity
N(9) = 1	log(N(9)) = 0.0
N(10) = 0	log(N(10)) = -Infinity
N(11) = 0	log(N(11)) = -Infinity

(0,0,338,0) N(k) (11,0,338,0)

(0,0,5,823) ln(N(k)) (11,0,5,823)

(0,0,5,823) ln(N(ln(k))) (2,398,0,0)

(0,0,432,0) N(k) (11,0,432,0)

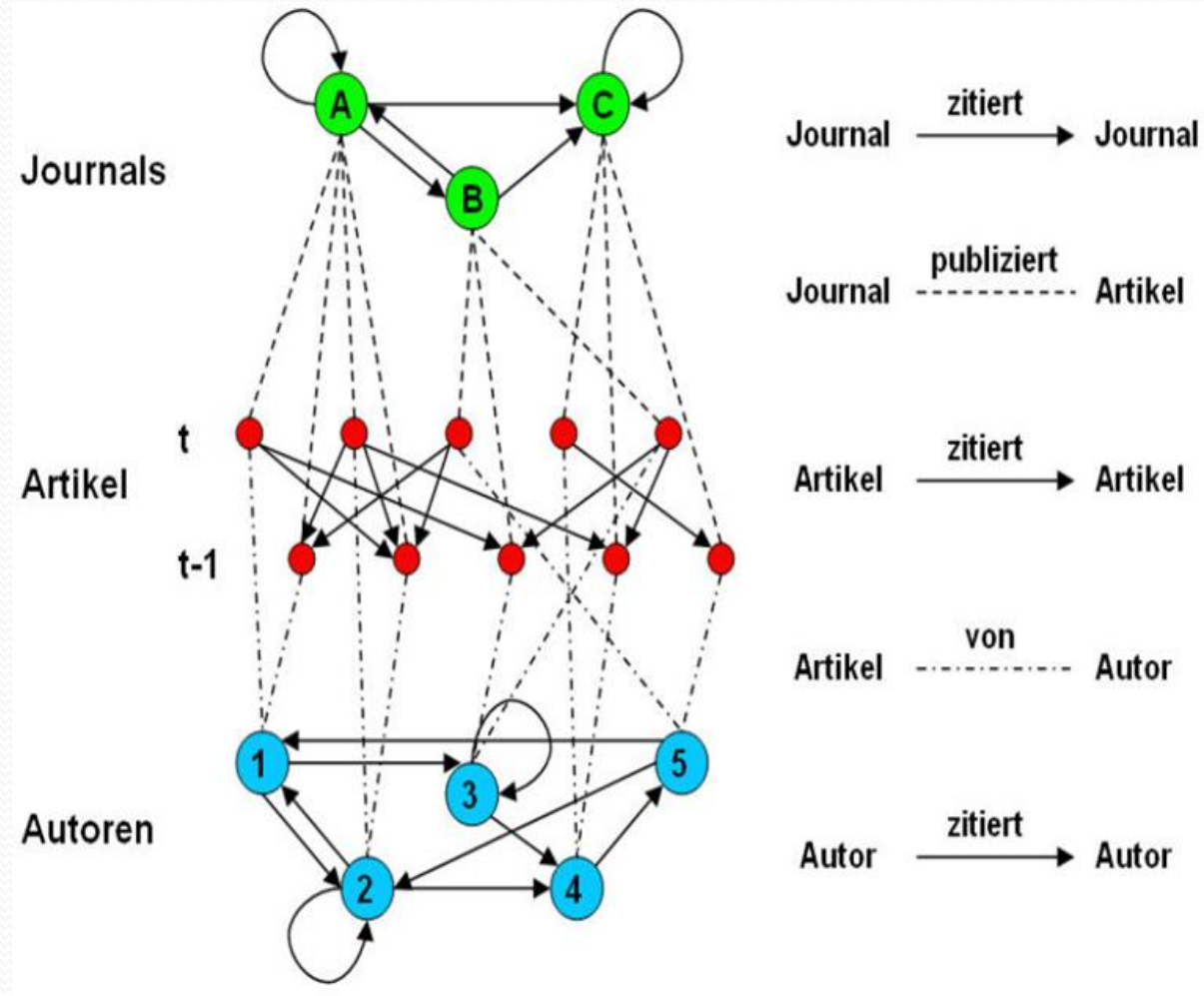
(0,0,6,068) ln(N(k)) (11,0,6,068)

(0,0,6,068) ln(N(ln(k))) (2,398,0,0)

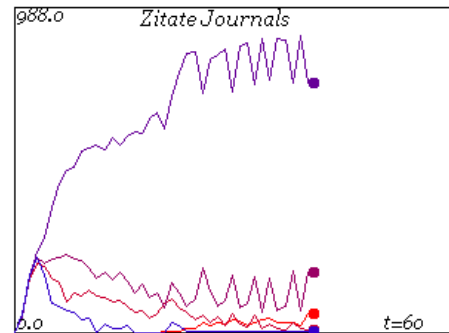
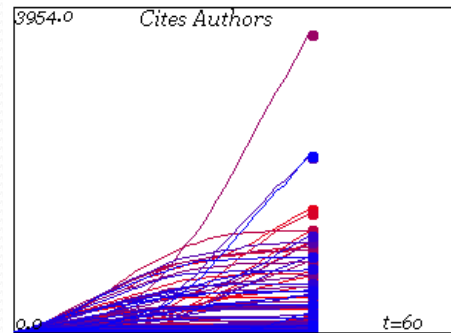
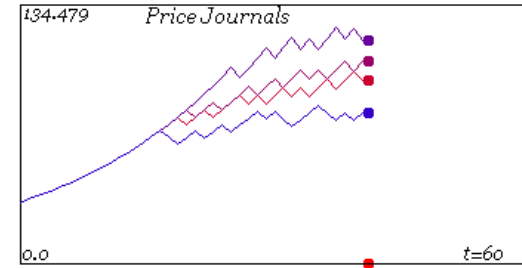
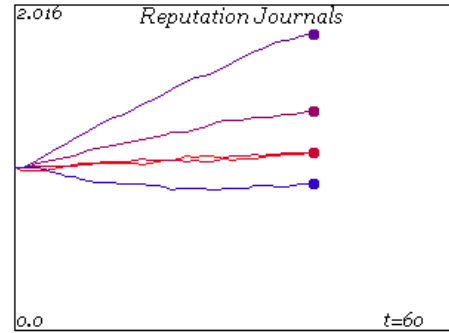
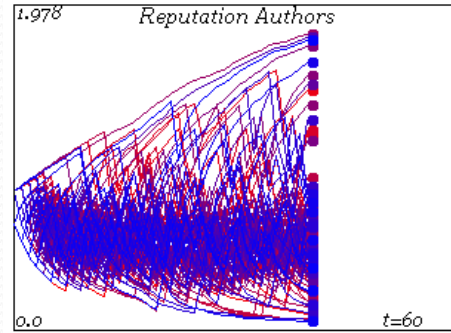
Applet Netzwerk3 started

new vis Java Lyon_20.11.2009 Nobelpreis für Wirts... Mozilla Firefox

Schematische Darstellung des implementierten Zitationsnetzwerks



Das Java Simulationsapplet

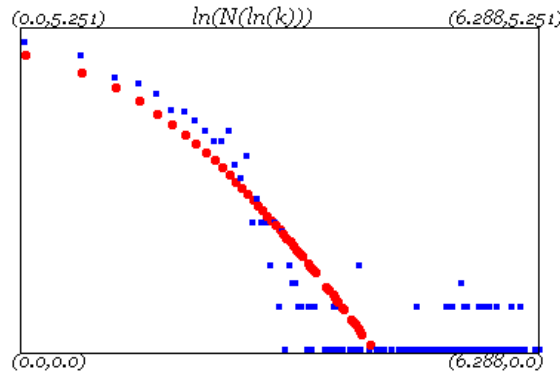
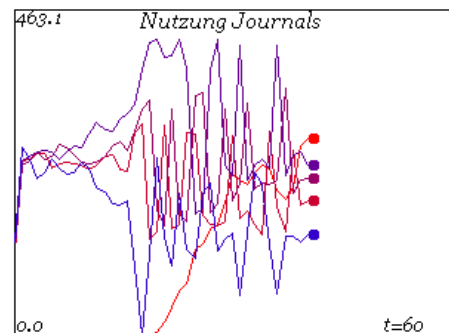
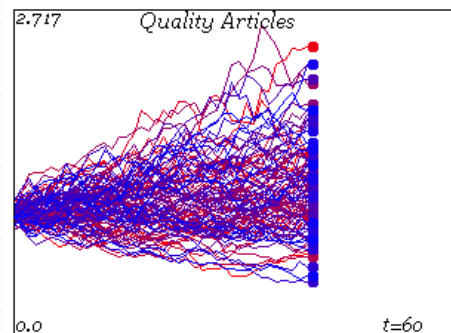


Starting: All Equal Pricing: auch runter

Start Stop

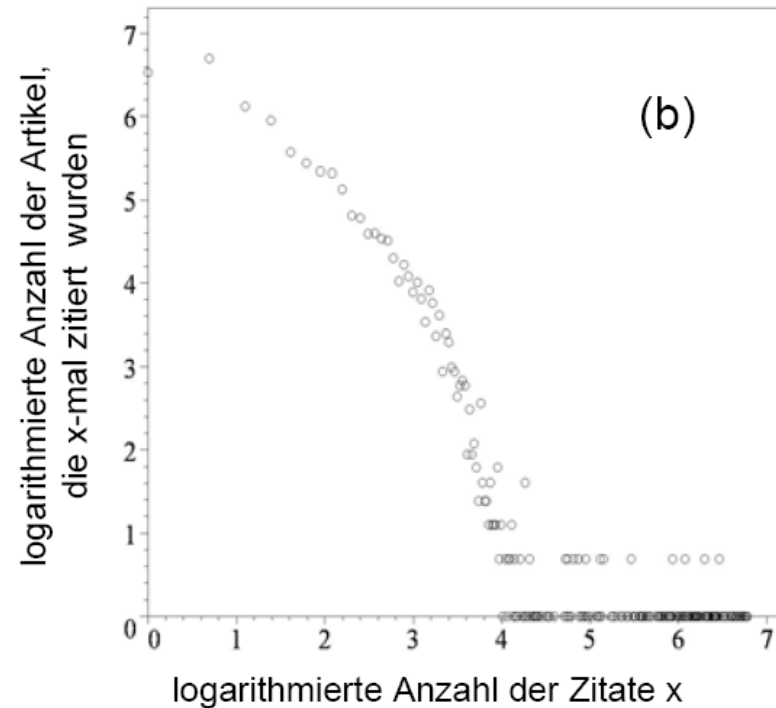
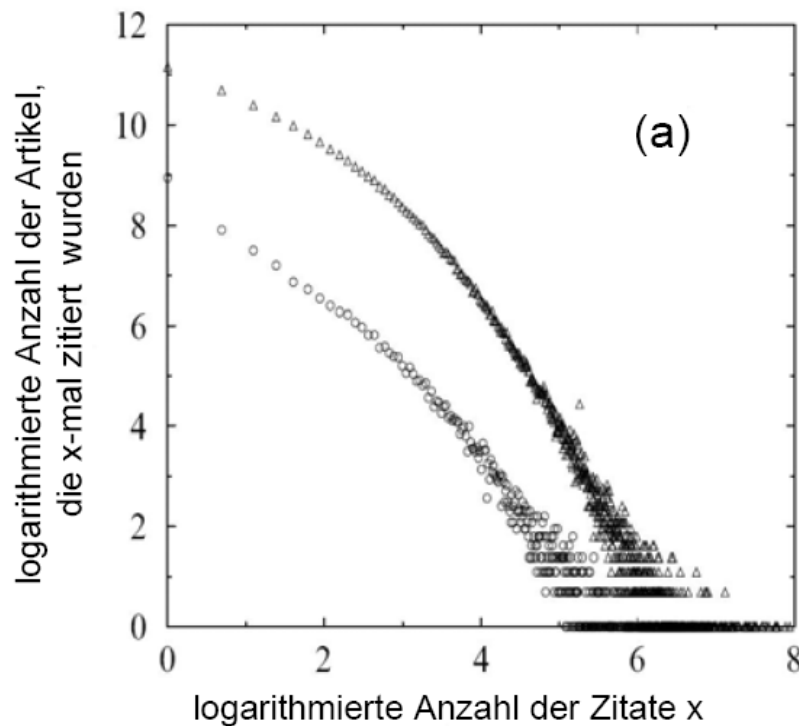
WiAP Wissenschaftliche Informationsversorgung und alternative Preisbildungsmechanismen

Periods	Cites New	FT	sigma	oa Anz
60	2	20	0.05	25
Authors	Cites Old	Read Papers	Bibs	oa Start
100	8	5	3	20
Journals	alpha 1	Pub.Articles	Staat	Lesevers
5	1	12	800	3
Forgetrange	alpha 2	mu	Staatd	
30	1.2	0.005	1	



Vergleich des simulierten Artikelnetzwerks mit empirischen Daten

Das auf der Artikelebene simulierte Zitationsnetzwerk (Abbildung b) stimmt gut mit der in Realität beobachteten Netzwerkstruktur (Abbildung a) überein. In Abbildung a sind die Zitationsnetzwerke der Zeitschrift *Physical Review D* und der Datenbank *ISI (Institute of scientific Information)* aufgetragen.



Formation von „Communities“

<http://networksciencebook.com/chapter/9>

Defining Communities

Our sense of communities rests on a second hypothesis (Image 9.4):

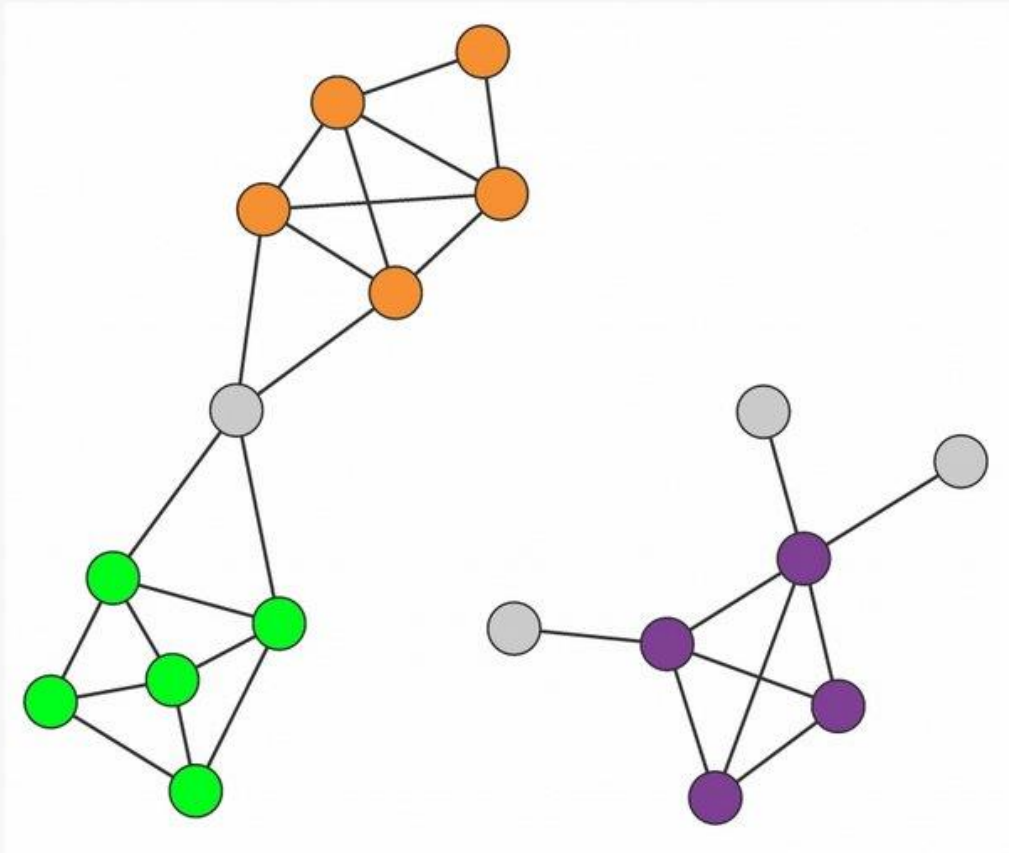


Image 9.4

Connectedness and Density Hypothesis

Communities are locally dense connected subgraphs in a network. This expectation relies on two distinct hypotheses:

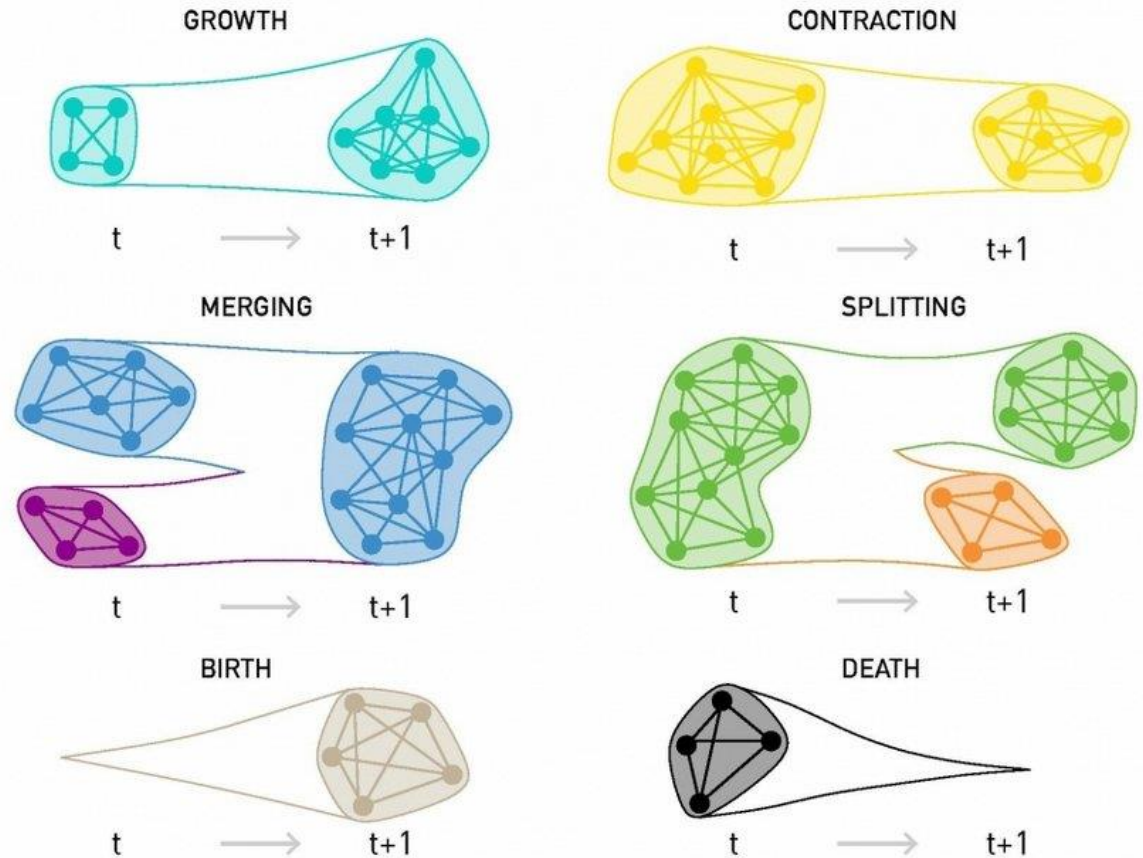


Image 9.31

Evolving Communities

When networks evolve in time, so does the underlying community structure. All changes in community structure are the result of six elementary events in the life of a community, illustrated in the figure: a community can grow or contract; communities can merge or may split; new communities are born while others may disappear. After [50].

Netzwerke in der Biologie

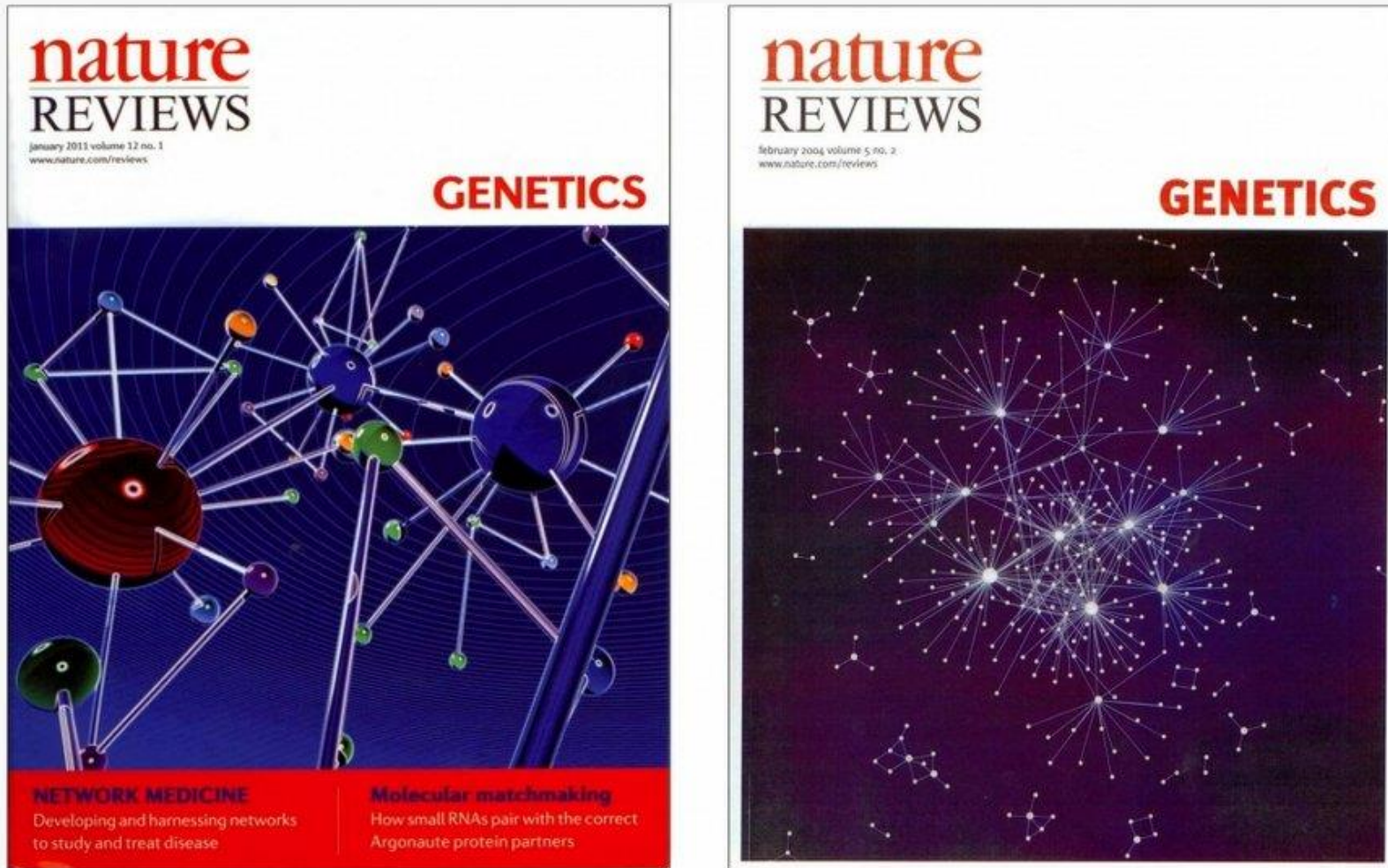


Image 1.5

Network Biology and Medicine

The cover of two issues of *Nature Reviews Genetics*, the leading review journal in genetics. The journal has devoted exceptional attention to the impact of networks: the 2004 cover focuses on *network biology* [8] (top), the 2011 cover discusses *network medicine* [9] (bottom).

Ausfall von einzelnen Knoten

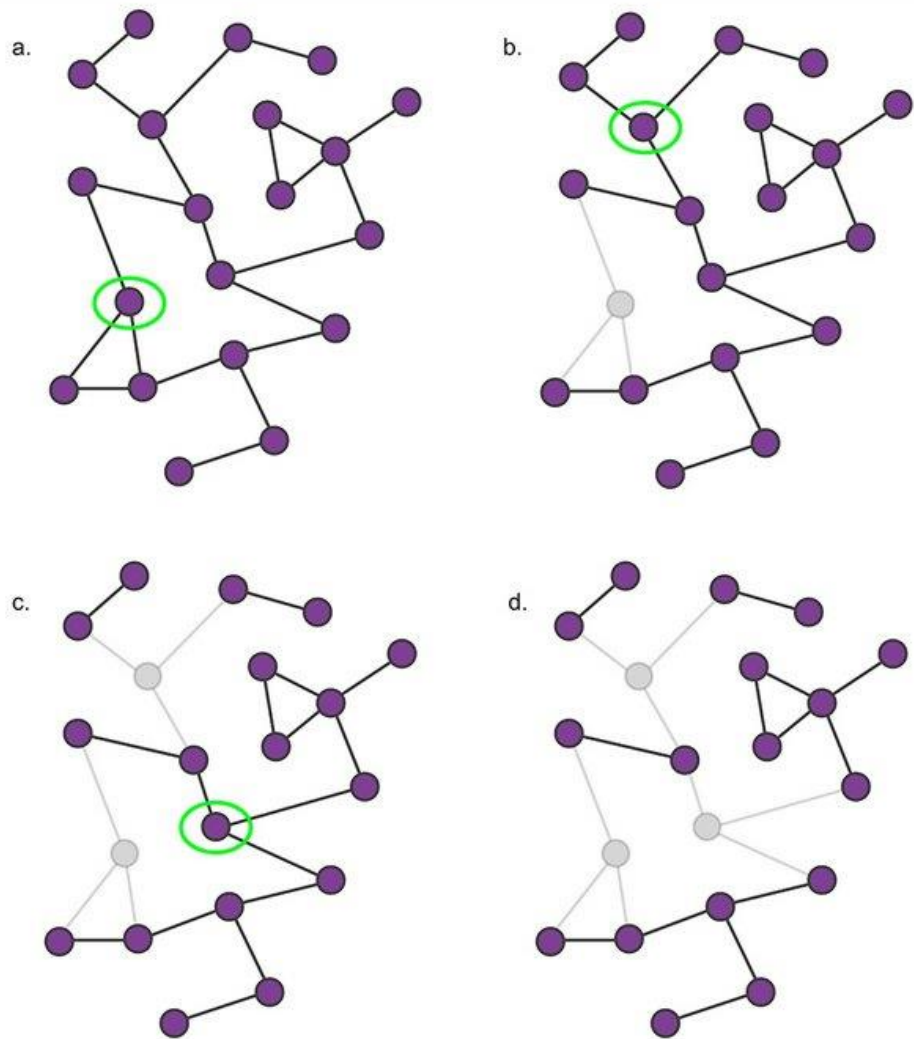


Image 8.3

The Impact of Node Removal

The gradual fragmentation of a small network following the breakdown of its nodes. In each panel we remove a different node (highlighted with a green circle), together with its links. While the removal of the first node has only limited impact on the network's integrity, the removal of the second node isolates two small clusters from the rest of the network. Finally, the removal of the third node fragments the network, breaking it into five non-communicating clusters of sizes $s = 2, 2, 2, 5, 6$.



Achilles' heel of the Internet

<http://networksciencebook.com/chapter/8>