Aufgaben zur Vorlesung

# Algebraische Topologie I

Blatt 5 W. Lück/H. Reich
WS 2005/06 Abgabe: Montag, 21.11.2005, 9:15 Uhr

---

**Aufgabe 17**
Seien $b\colon A \to B$ und $c\colon A \to C$ stetige Abbildungen. Zeigen Sie, dass ein topologischer Raum $X$ zusammen mit stetigen Abbildungen $h\colon B \to X$ und $k\colon C \to X$ existiert, so dass das Diagramm

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "b"] \arrow[d, "c"'] & B \arrow[d, "h"] \\ C \arrow[r, "k"'] & X \end{tikzcd}$$

kommutiert und ein Pushout Diagramm ist. Hinweis: Der gesuchte Raum kann als Quotient von $B \coprod C$ konstruiert werden.

**Aufgabe 18**
Beweisen oder widerlegen Sie, dass die Teilmenge des $\mathbb{R}^2$

$$W = \{(x, \sin(2\pi/x)) \mid x \in (0,1]\} \cup \{(0,y) \mid y \in [-1,1]\}$$

versehen mit der Teilraumtopologie ein $CW$-Komplex ist.

**Aufgabe 19**
Zeigen Sie, dass für einen $CW$-Komplex $X$ folgende Aussagen äquivalent sind:

(i) Für jedes $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 0$ läßt sich jede Abbildung $S^{n-1} \to X$ zu einer Abbildung $D^n \to X$ fortsetzen.

(ii) Für jedes $CW$-Paar $(Y,B)$ und jede Abbildung $f\colon B \to X$ gibt es eine Fortsetzung $F\colon Y \to X$.

(iii) Jede Abbildung $Y \to X$ eines $CW$-Komplexes $Y$ nach $X$ ist homotop zu einer konstanten Abbildung.

(iv) $X$ ist zusammenziehbar.

(v) Jede Abbildung $Z \to X$ eines topologischen Raumes $Z$ nach $X$ ist homotop zu einer konstanten Abbildung.

**Aufgabe 20**
Sei $f\colon X \to Y$ eine Homotopieäquivalenz. Beweisen oder widerlegen Sie: $X$ ist genau dann wegweise zusammenhängend, wenn $Y$ wegweise zusammenhängend ist.