

Zur Beschreibung der rheologischen Eigenschaften von Flüssigschlick

Von ANDREAS MALCHEREK

Zusammenfassung

Die Bewältigung der zunehmenden Verschickungsprobleme in den deutschen Küstengewässern erfordert einen vermehrten Einsatz numerischer Modelle. Die Simulation der Dynamik von Flüssigschlick benötigt zunächst aber eine quantitative und nicht nur qualitative Beschreibung der rheologischen Eigenschaften dieser besonderen Fluide. Um die prinzipielle Form eines solchen Gesetzes zu finden, werden zunächst die Ergebnisse einer eingehenden Literaturrecherche vorgestellt, die dann durch theoretische Entwicklungen zu einem analytischen Modell der Flüssigschlickrheologie erweitert werden. Der so entstandene Ansatz wird dadurch validiert, dass die Rheologie von mit Sedimenten aus Ems und Weser hergestellten Flüssigschlick reproduziert wird.

Schlagwörter

Flüssigschlick, Rheologie, Viskosität, Weser, Ems, Fließgrenze, Nautische Sohle

Summary

In order to handle the immense fluid mud problems in German coastal waters the applicability of numerical models needs to be enhanced. Here not only a qualitative but also quantitative description for the rheological behavior of fluid mud is crucial. Therefore a literature review is presented and the outcoming approaches are combined with new theoretical approaches to form an analytical model describing the rheology of fluid mud. This approach is validated taking sediment samples from the Ems and the Weser estuary and using them to mix fluid mud of different water contents. The rheological behavior is measured and the results are fitted with the new fluid mud rheological law.

Keywords

Fluid mud, rheology, Ems estuary, Weser estuary, viscosity, yield stress, nautical depth

Inhalt

1. Einleitung	136
2. Grundlagen der deskriptiven Rheologie	138
2.1 Das viskose Verhalten der Flüssigkeiten	139
2.2 Strukturviskosität	141
2.3 Shear Thickening	143
2.4 Die Fließgrenze	144
2.4.1 Das Herschel-Bulkley-Modell (1926)	145
2.4.2 Bestimmung der Fließgrenze	146

2.5	Thixotropie	146
2.5.1	Das Moore-Modell (1959)	147
2.5.2	Das Worrall-Tuliani-Modell (1964)	147
3.	Die Rheologie granularer Suspensionen	149
3.1	Der Einfluss des Feststoffgehalts	150
3.1.1	Ein einfaches mechanisches Modell	150
3.1.2	Die Arbeit von A. Einstein (1906)	152
3.2	Partikel-Partikel-Interaktionen	153
3.3	Nichtsphärische Partikel	153
3.4	Der Einfluss der Korngröße	155
4.	Sedimentologische und rheologische Eigenschaften der Ems- und Weserschlick	157
4.1	Der mikroskopische Eindruck	159
4.2	Korngrößenverteilungen, Glühverlust und Trockendichte	162
4.3	Rheometrie der Schlickproben	164
5.	Rheologische Modellierung der Schlickproben	167
5.1	Surface Fitting mit MATLAB	167
5.2	Weiterentwicklung des Worrall-Tuliani-Modells zur Beschreibung von Flüssigschlick	167
5.2.1	Die Fließgrenze von Schlick	168
5.2.2	Die strukturabhängige Viskosität	168
5.2.3	Die Flockendynamik	169
5.2.4	Parameterfitting für das erweiterte Worrall-Tuliani-Modell	169
5.2.5	Validierung der Worrall-Tuliani-Funktion für Schlick	170
5.3	Verifikation des korngrößenabhängigen rheologischen Modells	170
6.	Die rheologische Definition der nautischen Sohle	171
7.	Der Transport von Flüssigschlick in Rohren	173
8.	Zusammenfassung und Empfehlungen	175
9.	Danksagung	175
10.	Verzeichnis der verwendeten Symbole (nach Reihenfolge)	176
11.	Schriftenverzeichnis	177

1. Einleitung

Eine der größten Herausforderungen im heutigen Küsteningenieurwesen stellt die erhebliche Zunahme der Verschlickung der Küstengewässer dar: Dass Häfen als strömungsberuhigte Zonen ganz natürlich zur Verschlickung neigen, ist hinlänglich bekannt (NASNER, 1997). Mit der Tideeems verschlickt nun aber auch ein ganzes Ästuar, welches in keiner Weise eine strömungsberuhigte Zone darstellt. Die Frage, ob diese Verschlickung ursächlich durch die zunehmenden Vertiefungen ausgelöst wurde, wird somit auch zur Schicksalsfrage für weitere Fahrrinnenvertiefungen in den anderen deutschen Ästuaren.

Das Phänomen Verschlickung ist eng mit den grundlegenden Prozessen des Feststofftransports verbunden: Durch die strömungsinduzierte Turbulenz werden Feststoffe mit einer Dichte größer als die des Wassers in Schwebelagerung transportiert. In strömungs- und turbulenzberuhigten Zonen verliert das Wasser die Fähigkeit, Feststoffe in Suspension zu halten, womit diese zu Boden absinken und dort eine hochkonzentrierte, aber fließfähige Schicht bilden, den Flüssigschlick. Wird dieses Material nicht wieder suspendiert, konsolidiert es schließlich zu festem Boden. Ist ein konsolidierter Endzustand erreicht, müssen solche Materialakkumulationen sehr aufwendig abgetragen bzw. durch in situ Conditioning soweit wieder verflüssigt werden, dass diese durch die Strömung oder gravitationelle Effekte abtransportiert werden können (WURPTS, 2005). Vor Erreichen des konsolidierten Zustands haben diese hochkonzentrierten Schichten die Eigenschaften einer Flüssigkeit, die sich aber

erheblich von denen eines Newtonschen Fluids unterscheiden. Man bezeichnet diese Flüssigschlickschichten englisch als Hyperconcentrated Benthic Layers (HBL) oder Fluid Mud.

Flüssigschlickschichten können sich auch zeitweise in strömungsberuhigten Phasen wie der Stromkenterung in der tiefen Rinne eines Ästuars entwickeln. Hier sind sie aber oftmals nur eine flüchtige Erscheinung, da sie im Zuge des kommenden Tidedestiegs oder -falls zumeist wieder in die Trübungszone (MALCHEREK, 1995) remobilisiert werden. Eine Anführung der Baggerkosten aus dem Jahresbericht für Nassbaggerunterhaltungsarbeiten im Küstenbereich (Arbeitskreis Nassbaggerei, 2004) infolge Verschlickung in den Ästuaren Ems, Weser und Elbe verdeutlicht den hohen Kostenaufwand durch Flüssigschlick. An der Ems entstanden im Jahre 2003 allein durch Verschlickung Baggerungskosten von 16 Mio. EUR. Im selben Zeitraum sind an der Weser Baggerkosten von 0,22 Mio. EUR und an der Elbe 3,5 Mio. EUR für die Baggerung von Schlick ausgegeben worden. Die Kosten für Baggerung und Verbringung des entnommenen Materials sind stark von lokalen und regionalen Gegebenheiten abhängig und beziehen sich nur auf Baggerarbeiten der Wasser- und Schifffahrtsämter.

Entwickeln sich Flüssigschlickschichten dauerhaft in der tiefen Rinne eines Ästuars, so kann es zu einer erheblichen Änderung der Tidedynamik kommen, die sich aus den Prozessen des Eindringens der Tidewelle, der Dämpfung und deren Reflektion zusammensetzt (siehe z. B. MALCHEREK, 2010). So kann der Schlick in der Wassersäule die Strömung laminarisieren, wodurch die Dämpfung der Tidewelle wesentlich geringer ausfällt als bei einer turbulenten Strömung. Dieser Effekt ist dann mit einer Tidehuberhöhung im Vergleich zu schlickfreien Ästuaren verbunden.

Die Bildung von Flüssigschlickschichten ist allerdings nicht nur für die Unterhaltung von Wasserstraßen und Häfen von Bedeutung. Sammeln sich Schlickschichten an Stränden an, so werden Wellen fast vollständig gedämpft. Hierdurch können weitere Feinsedimente am Strand angelagert werden, da die säubernde Wirkung des Seegangs verlorengegangen ist, wodurch die Verschlickung noch verstärkt wird. Dieser Effekt hat eine besondere wissenschaftliche Aufmerksamkeit am Casino Beach im Süden Brasiliens erlangt, dessen Schlickaufkommen aus der Patoslagune kommt, die in einem anderen BMBF-Projekt (PUTZAR, 2010) untersucht wurde. Hier entstehen Lücken mit sehr ruhiger Wasseroberfläche von nur wenigen hundert Metern in der sonst sehr starken Brandung einzig durch Schlickablagerungen.



Abb. 1: Die Verschlickung der Kutterhäfen im Land Wursten (hier Dorum) bereitet große Probleme

Die Erforschung

- der rheologischen Eigenschaften der Flüssigschlicke,
- der diese Eigenschaften bestimmenden Parameter und
- der Methoden zur numerischen Simulation der Dynamik von Flüssigschlickten

sind vordringliche Aufgaben, um einerseits die Morphodynamik der Küstengewässer grundlegend zu verstehen und andererseits die mit der Fahrwasser- und Hafenschlickung verbundenen Unterhaltungskosten zu reduzieren.

Dieser Artikel soll mit den wesentlichen Ergebnissen des KFKI-Projekts MudSimA (03KIS066) das fachliche Rüstzeug bereitstellen, welches zur Beschreibung der Rheologie von Flüssigschlickten als ein erster Schritt im Rahmen einer Lösungsstrategie erforderlich ist. Ein detaillierter Projektbericht ist in MALCHEREK (2011) veröffentlicht. Dazu werden im folgenden Abschnitt als Datenbasis die Ergebnisse der sedimentologischen und rheologischen Analysen von Schlickten aus Ems und Weser vorgestellt. Da das rheologische Fachwissen nicht nur Spezialisten vorbehalten sein sollte, sondern durch KfKI-Projekte auch in die Ämter vor Ort getragen werden soll, werden in den darauf folgenden Abschnitten die Grundlagen dargestellt, wie rheologisches Verhalten beschrieben wird. Theoretische Ansätze aus der Rheologie granularer Suspensionen werden dann eingehender diskutiert, sofern sie für die Rheologie von Flüssigschlickten benötigt werden.

Hierauf aufbauend wird ein neues Modell entwickelt, welches die Rheologie der Flüssigschlicke als Funktion des Feststoffgehalts und der Scherrate beschreibt. Zudem wird hierzu ein Messverfahren und der Auswertalgorithmus für die gewässerkundliche Praxis vorgestellt. Der Artikel schließt mit Beispielen der Anwendung der rheologischen Erkenntnisse.

2. Grundlagen der deskriptiven Rheologie

Die Rheologie beschäftigt sich mit dem Verhalten von allen Materialien, die fließfähig sind, d. h. auch Flüssigschlickten. Während man z. B. bei der Verhaltensforschung an leidensfähigen Wesen vor allem passive Methoden, d. h. die Beobachtung anwendet, kann die Rheologie sich gleich auf die aktiven Methoden stürzen: Sie erzwingt vom Probanden, d. h. dem fließfähigen Stoff, durch eine von außen aufgebrachte Belastung ein gewisses Verhalten, d. h. eine Bewegung. Die deskriptive Rheologie versucht dabei, den Zusammenhang zwischen äußerer Belastung und der Bewegung als Reaktion zunächst einmal qualitativ und quantitativ zu beschreiben. Hiernach setzt dann die theoretische oder Mikrorheologie an, die das beobachtete Verhalten durch theoretische Modelle von dem, was in dem Fluid passiert, erklären möchte. Solche mikrorheologischen Modelle beschäftigen sich dann z. B. mit dem Geschehen in granularen Suspensionen, denen wir uns noch zuwenden werden.

Die äußere Belastung wird in rheologischen Verhaltensexperimenten durch eine Scherspannung aufgebracht. Auf diese reagiert ein Fluid mit einer kontinuierlichen Ausweichbewegung, die mit einer relativen Bewegung der Fluidschichten untereinander verbunden ist, wodurch sich diese aneinander reiben. Zur Überwindung dieser als Viskosität bezeichneten inneren Reibung ist Energie erforderlich, die dem Mechanismus der äußeren Belastung natürlich entzogen wird, wodurch er müde werden und aufgeben soll.

Eine Flüssigkeit wendet im Bild der Verhaltensforschung bleibend also die Strategie der Zermürbung an, um äußeren Belastungen sicher nicht im ersten Moment, aber langfristig zu widerstehen und wieder zur Ruhe zu kommen.

Ganz anders verhält sich da ein Festkörper: Er reagiert auf eine äußere Belastung wie eine Scherspannung durch eine kurzfristige Verformung, die allerdings nicht dauerhaft anhält, sondern innere Widerstände mobilisiert und so der äußeren Belastung standhält. Hier würde der Verhaltensforscher also lediglich eine Verformung bzw. Deformation beobachten, nicht aber eine kontinuierliche Ausweichbewegung.

Beim ideal-elastischen Festkörper ist diese Deformation proportional zur belastenden Spannung: Dies bedeutet dann natürlich auch, dass die Deformation sich vollständig zurückbildet, sobald die Belastung verschwindet. Damit entzieht der Festkörper in einem Scharmützel aus Be- und Entlastung dem belastenden System keine Energie: Der elastische Festkörper ist damit strategisch weniger erfolgreich als die Flüssigkeit, wenn es darum geht, den Belaster zur Aufgabe zu zwingen.

Diese Strategie ist allerdings auch für einen Festkörper nicht immer erfolgreich: Ist die äußere Belastung so groß, dass die inneren Widerstände dieser nicht mehr standhalten können, dann muss auch der Festkörper kapitulieren, er beginnt sich plastisch zu verformen.

Das trennende Bild von den viskosen Flüssigkeiten auf der einen und den elastischen Festkörpern auf der anderen Seite wird in der heutigen Materialwissenschaften allerdings nicht mehr vertreten: So weiß man, dass Flüssigkeiten auf der molekularen Ebene aus Bereichen mit Festkörperstrukturen aufgebaut sind, sich also auch wie solche verhalten. Aber auch Festkörper reagieren schon bei geringen Belastungen mit dauerhaften Deformationen. Auf der Landkarte der Materialien gibt es also eine ‚Straße der Rheologie‘, die Flüssigkeiten und Festkörper kontinuierlich miteinander verbindet und deren Stoffeigenschaften als viskoelastisch bezeichnet werden.

In der Hydromechanik spielt die Rheologie keine große Rolle, da die molekulare Viskosität des Wassers durch turbulente Effekte überdeckt wird. Die Beschreibung der chaotischen Geschwindigkeitsschwankungen durch Turbulenzmodellierung nimmt hier also die Rolle ein, die die Rheologie bei zähfließenden Fluiden inne hat. Bei den zähfließenden Fluiden werden die Mechanismen, wie ein Stoff eigentlich fließt, nicht mehr durch turbulente Effekte überlagert. Man muss sich daher auch mit der inneren Struktur eines Fluids beschäftigen. Und damit kommen mikromechanische, elektrochemische oder sogar biologische Eigenschaften mit ins Spiel.

2.1 Das viskose Verhalten der Flüssigkeiten

Das grundlegende Verhaltensexperiment zur Beschreibung von Flüssigkeiten ist der sogenannte Couetteversuch, welcher in der Abb. 2 skizziert ist. Eine Testflüssigkeit befindet sich dabei zwischen zwei Platten, von denen die untere ruht und die obere sich mit der Geschwindigkeit u_0 bewegt. Der Spaltabstand ist dabei so klein, dass sich ein lineares Geschwindigkeitsprofil (Couetteströmung) einstellt.

Um diese Bewegung aufrecht zu erhalten, ist eine Kraft F_x erforderlich, die auf das Fluid als Scherspannung

$$\tau = \frac{F_x}{A_z}$$

wirkt.

Werden die Versuchsbedingungen so eingestellt, dass sich zwischen den zwei Platten eine laminare Strömung einstellt, dann steigt die Fließgeschwindigkeit zwischen der unteren und der oberen Platte linear an und man definiert den Quotienten

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_0}{h}$$

als Scherrate.

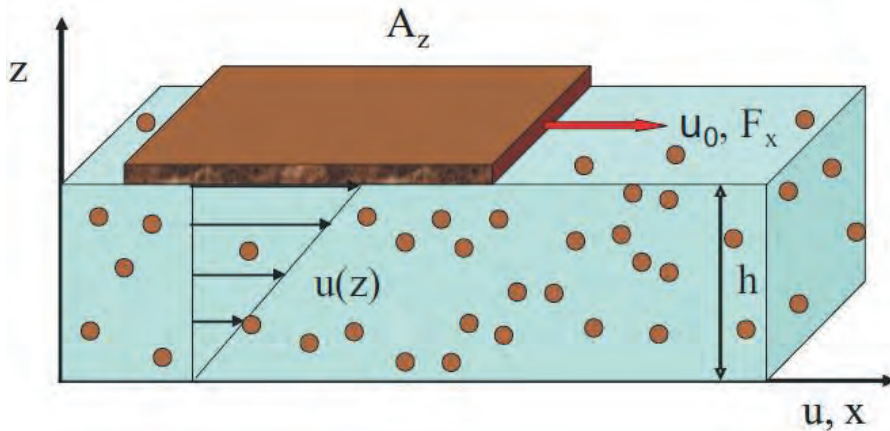


Abb. 2: Zur Definition der rheologischen Grundgrößen: Die Scherrate ist die sich über die Flüssigkeitssäule einstellende Geschwindigkeitssteigung

$$\dot{\gamma} = \frac{u_0}{h},$$

die Scherspannung ist die zur Aufrechterhaltung der Bewegung erforderliche Kraft pro Grundfläche

$$\tau = \frac{F_x}{A_z}.$$

Das Ergebnis dieses Versuchs lässt sich durch die graphische Auftragung der Scherspannung über die Scherrate darstellen, man bezeichnet die sich ergebende Funktion als **Fließkurve**.

Da die Schubspannung immer aber mit der Scherrate steigen sollte, ist auch der Quotient dieser beiden Größen interessant. Man bezeichnet ihn als scheinbare dynamische Viskosität

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

und die sich ergebende Auftragung dieser Größe über die Scherrate als **Viskositätskurve**. In der Literatur taucht manchmal auch der Begriff ‚wahre Viskosität‘ auf. Sie ist als

$$\mu = \frac{\partial \tau}{\partial \dot{\gamma}}$$

definiert und beschreibt die Zunahme der Scherspannung mit der Scherrate.

Die Viskosität ist also ein Maß dafür, welche Spannung bzw. welcher Impulsfluss erforderlich ist, um eine Scherströmung aufrechtzuerhalten. Sie hängt natürlich von vielen Parametern wie dem Fluid und dessen Inhaltsstoffen oder der Temperatur ab.

Ist die Viskosität nicht von der Deformations- oder Scherrate abhängig, dann spricht man von einem Newtonschen Fluid. Das wichtigste Newtonsche Fluid ist Wasser. Es hat eine Viskosität von etwa $\mu = 0.001 \text{ Pa s}$ bei Zimmertemperatur.

In der Fließkurve eines Newtonschen Fluids steigt die erforderliche Scherspannung linear mit der Scherrate (Abb. 3). Noch langweiliger ist die Viskositätskurve, denn sie ist für alle Scherraten eine Konstante.

Die Konstanz der Viskosität bezieht sich allerdings nur auf die Abhängigkeit von der Scherrate, da die Viskosität z. B. immer temperaturabhängig ist.

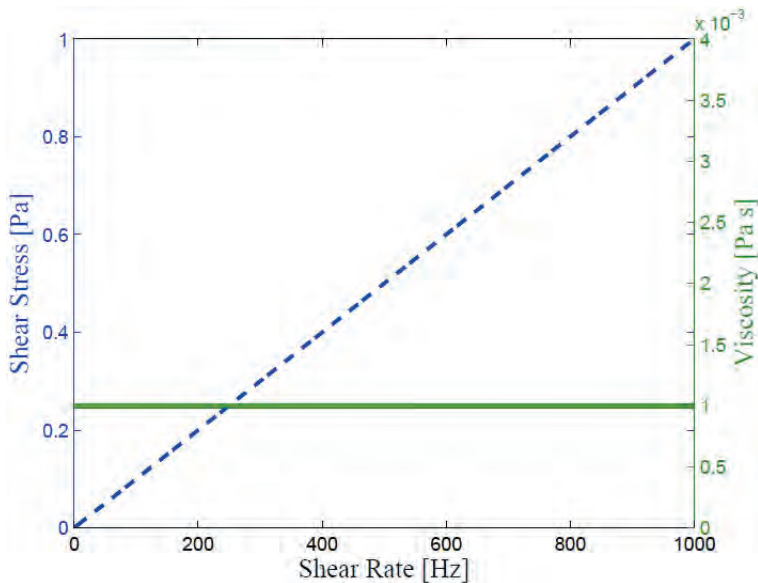


Abb. 3: Die Fließkurve eines Newtonschen Fluids steigt linear mit der Scherrate an, während die Viskositätskurve einen konstanten Wert (hier $\mu = 0.001 \text{ Pa s}$ für Wasser) annimmt

2.2 Strukturviskosität

Im Unterschied zu einem Newtonschen Fluid nimmt die Viskosität von Flüssigschlitten bei zunehmenden Scherraten (WIT, 1995) ab. Diesen Effekt bezeichnet man als Strukturviskosität oder scherverdünnendes Verhalten, da sich die strukturellen Eigenschaften des Inhaltsstoffes mit den wirkenden Scherspannungen ändern. Die Abb. 4 erläutert, was man dabei unter strukturellen Eigenschaften zu verstehen hat. Sie zeigt die vier wichtigsten Ursachen von strukturviskosem Verhalten auf, die im Folgenden vorgestellt werden sollen.

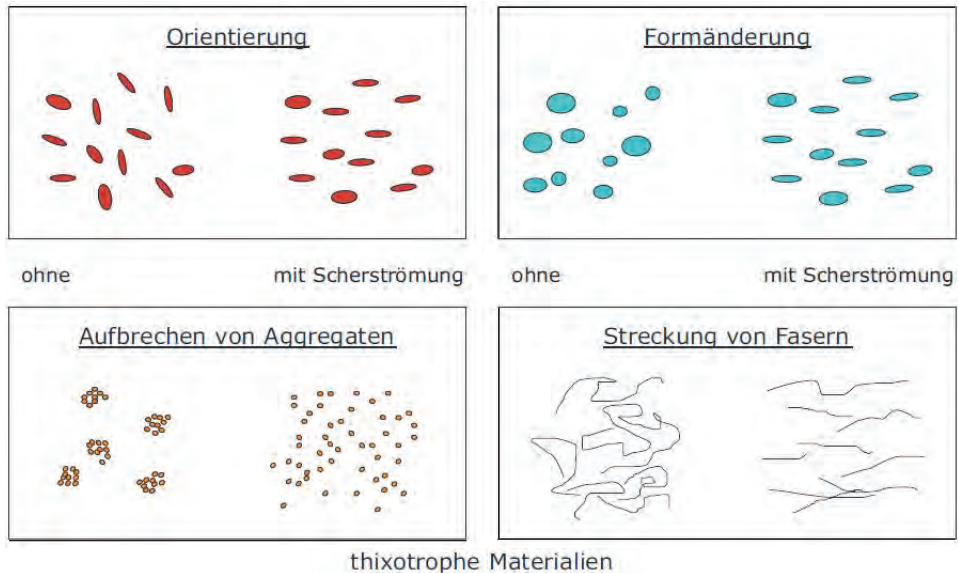


Abb. 4: Ursachen von Strukturviskosität

In einer granularen Suspension nicht-sphärischer Partikel ist der Strömungswiderstand des Einzelpartikels umso größer, je größer die Angriffsfläche des Partikels ist. Nicht-sphärische Partikel ordnen sich in einer Scherströmung so, dass die längste Achse sich parallel zur Geschwindigkeit orientiert. In diesem Fall ist auch die Angriffsfläche und damit auch der Strömungswiderstand am kleinsten. Durch die Ausrichtung nicht-sphärischer Partikel im Geschwindigkeitsfeld reduziert sich also die scheinbare Viskosität des Fluids. Um den Einfluss dieses Effektes abzuschätzen, sollten Flüssigschlickproben auch mikroskopisch analysiert werden. In der Regel weicht die Form der Partikel allerdings nur wenig von der Sphärizität ab.

Derselbe Effekt kann natürlich bei Gasblasen auftreten, auch wenn diese im unbelasteten Zustand sphärisch sind. Dieser Effekt spielt in der Flüssigschlickrheologie allerdings keine Rolle.

Sind in einem Fluid fadenartige Strukturen biologischen Ursprungs eingebunden, so werden diese in einer Scherströmung auseinandergezogen und ausgerichtet. Auch hierdurch wird die scheinbare Viskosität des Fluids reduziert.

Aggregate aus kleineren Partikeln und Flocken halten nur einer gewissen Scherspannung stand, bevor sie zerbrechen. Da die vielen kleineren Partikel einen geringeren Strömungswiderstand als die großen Aggregate haben, wird so auch die Viskosität verringert. Der Effekt der Flockenbildung, auch Koagulation oder Flockulation genannt, spielt bei kohäsiven Sedimenten und damit in der Flüssigschlickdynamik eine entscheidende Rolle (BURBAN, 1989), (VAN LEUSSEN, 1988, 1994), (LICK, 1992, 1993a, 1993b).

Das rheologische Verhalten von strukturviskosen Fluiden wird im einfachsten Fall durch das Gesetz von Ostwald-de-Waele beschrieben, welches

$$\tau = K\dot{\gamma}^n$$

lautet. Die Abnahme der Viskosität wird darin durch eine gebrochene Potenz kleiner als eins modelliert. Dieses Gesetz ist allerdings deshalb physikalisch nicht sinnvoll, da die scheinbare Viskosität

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = K\dot{\gamma}^{n-1}$$

mit zunehmender Scherrate gegen null geht, man dann also immer weniger Energie aufwenden muss, um das Fluid weiter zu scheren (siehe Abb. 5).

Das Gesetz befriedigt zudem deshalb nicht, weil die Dimension des Parameters K von der Potenz n abhängt.

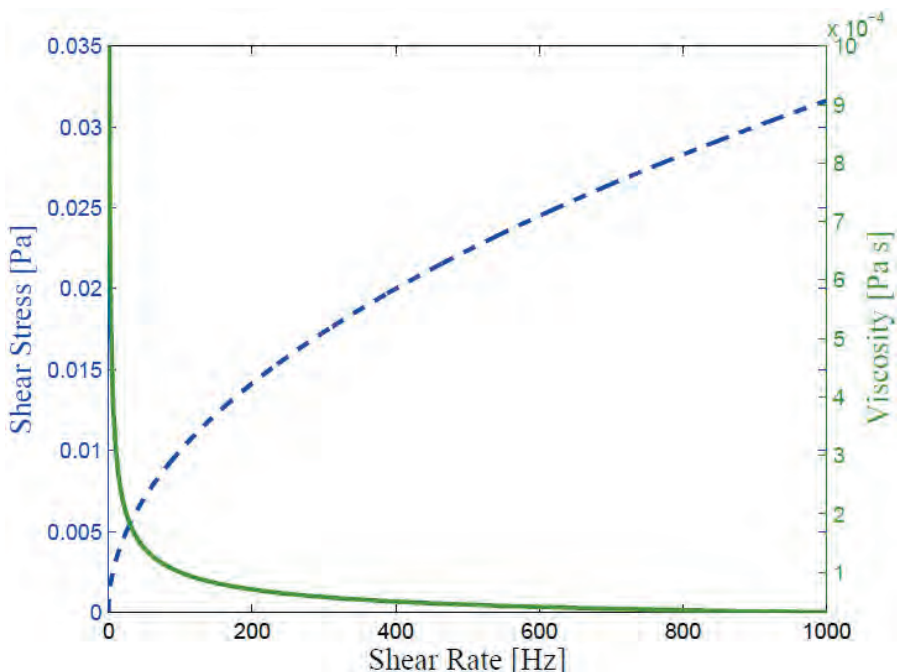


Abb. 5: Viskositäts- und Fließkurve nach dem Gesetz von Ostwald-de-Waele für $K = 0.001 \text{ (Pa s)}^2$ und $n = 0,5$. In einer doppelt-logarithmischen Darstellung würden sich beide Kurven zu Geraden verformen. Ein solches strukturviskoses Verhalten ist also nur mit linearen Achsen sofort erkennbar

2.3 Shear Thickening

Der zur Strukturviskosität gegenteilige Effekt bezeichnet man als Shear Thickening, d. h. die Zunahme der Viskosität mit zunehmender Scherrate. Shear Thickening setzt ab einer gewissen kritischen Scherrate $\dot{\gamma}_{crit}$ ein. Diese nimmt nach Barnes (BARNES, 1989) mit abnehmendem Partikeldurchmesser zu. Je größer der Feststoffgehalt in der Suspension, desto später setzt Shear Thickening ein.

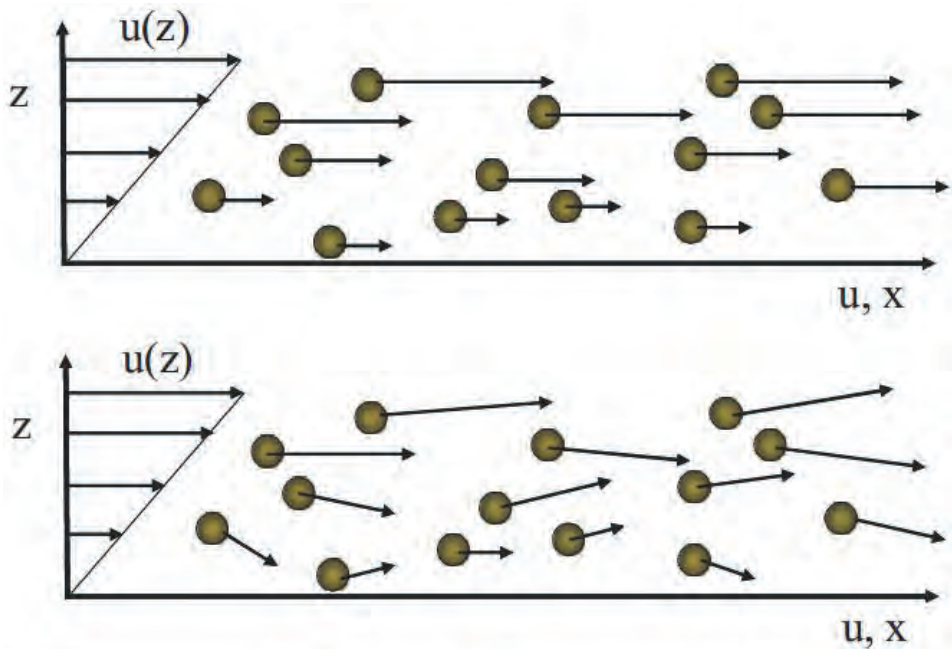


Abb. 6: In einer granularen Suspension ohne Shear Thickening bewegen sich die Partikel laminar in Richtung der Hauptströmung. Ist die Turbulenz im Trägerfluid zwischen den Partikeln hinreichend groß, so beginnen auch diese sich senkrecht zur Hauptströmungsrichtung fluktuierend zu bewegen, wodurch der Impulsaustausch und damit die Viskosität erhöht wird

Als Ursache des Shear Thickenings wird in der Regel das Einsetzen der Turbulenz zwischen den Partikeln angesehen. Diese führt dazu, dass auch die Partikel, die bei kleinen Scherraten den mittleren Geschwindigkeiten folgen, sich also in einer Geschwindigkeitslamelle bewegen, nun auch fluktuierende Geschwindigkeitsanteile senkrecht zur Hauptströmung bekommen. Hierdurch erhöht sich der Impulsaustausch in Richtung des Geschwindigkeitsgradienten und damit die Viskosität.

2.4 Die Fließgrenze

Belastet man einen Festkörper wie im Couetteversuch durch eine Scherspannung, so verformt er sich elastisch und verbleibt dann in dieser neuen Position. Erhöht man die Scherspannung zunehmend, dann wird eine Grenze erreicht, ab der der Stoff sich irreversibel verformt. Dabei können verschiedene Verhaltensfälle auftreten: Bei einer plastischen Verformung zerbricht der Körper an Bruchkanten, die sich dann so verkeilen, dass der Körper der Belastung nun widerstehen kann. In anderen Fällen wird Material von der Oberfläche des Körpers abgelöst, welches durch die Scherspannung forttransportiert wird. Man spricht in diesem Fall von Erosion oder Abrasion. Beim Fließen stellt sich ein Bewegungsbild wie in Abb. 2 ein, d. h. alle Bereiche des Körpers beginnen sich untereinander gleichmäßig zu verformen.

In der Rheologie der Flüssigschlicke betrachtet man nur dieses Verhalten, wobei die

Fließgrenze mit τ_y (y für engl. yield stress) bezeichnet wird. Sie kann prinzipiell in jedes explizite rheologische Gesetz der Form $\tau = f(\dot{\gamma})$ durch

$$\tau = \tau_y + f(\dot{\gamma})$$

eingebraucht werden.

Im Gesetz von Bingham (BINGHAM, 1916) wird ein Stoff nach dem Überschreiten der Fließgrenze zu einem Newtonschen Fluid. Die inneren Spannungen in einem Bingham'schen Fluid berechnen sich also nach:

$$\tau = \mu_B \dot{\gamma} + \tau_y$$

Unterhalb der Fließgrenze τ_y ist ein Bingham'sches Fluid kein Fluid, sondern verhält sich wie ein elastischer Festkörper, der auf die äußeren Belastungen mit reversiblen Verformungen reagiert.

Die Viskosität eines Fluids mit Fließgrenze ist wieder der Quotient aus Scherspannung und Scherrate, hier also:

$$\mu = \mu_B + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}}$$

Sie darf nicht mit der Binghamviskosität μ_B verwechselt werden, die nur ein Parameter des Binghamgesetzes ist. Im elastischen Bereich unterhalb der Fließgrenze ist die Scherrate null und damit die Viskosität eines elastischen Körpers unendlich groß.

Die Fließgrenze ist sicherlich eine Funktion der Feststoffkonzentration im Fluid. Bingham nahm dabei eine lineare Beziehung zwischen Konzentration und Fließgrenze an, er hat ein solches Verhalten für Mischungen von Lithoponen in Leinöl bei Konzentrationen über 50 % gemessen.

Das Bingham'sche Modell ist heute sehr kritisch zu betrachten und sollte auch nicht verwendet werden, obwohl es einen historischen Meilenstein in der Rheologie gesetzt hat. Das größte Problem besteht in der Unstetigkeit des prognostizierten Verhaltens eines Stoffes, der bei Belastungen unterhalb der Fließgrenze sich wie ein Festkörper verhält und dann beim Erreichen dieses Grenzwerts sehr abrupt zu einem Fluid wird.

2.4.1 Das Herschel-Bulkley-Modell (1926)

W. H. Herschel und R. Bulkley haben 1926 später in einem Aufsatz die Konsistenz einer Lösung von Gummi in Benzol untersucht. Verwendet haben sie dabei die Kapillarröhrenmethode zur Messung der Viskosität. Hier wird das Fluid über einen Trichter durch eine Kapillare gegossen. Gemessen wird dabei die Ausflusszeit in Abhängigkeit von der Füllhöhe über dem Trichter. Hieraus wird dann mit dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz die Viskosität bestimmt.

Das Herschel-Bulkley-Modell (HERSCHEL, 1926) geht wie das Bingham'sche Modell von einer Schwelle für die Schubspannung aus, ab der sich das Fluid zu bewegen beginnt. Danach steigt die erforderliche Schubspannung allerdings nicht linear, sondern gebrochen rational mit der Deformationsrate:

$$\tau = \tau_y + q\dot{\gamma}^\alpha$$

Für den Zusammenhang zwischen der Gummikonzentration im Lösungsmittel Benzol

und dem Schermodul bekommen die Autoren nichtlinearen, eher quadratischen Zusammenhang heraus.

Auch wenn das Herschel-Bulkley-Modell verschiedentlich zur Beschreibung der rheologischen Eigenschaften von Flüssigschlick angewendet wurde (WIT, 1995), gelten dieselben Vorbehalte wie für das Ostwald-de-Waele-Gesetz: Die Parameter sind nicht einheitenkonform, und die Viskosität konvergiert für große Scherraten gegen null.

2.4.2 Bestimmung der Fließgrenze

Die Fließgrenze ist experimentell schwierig zu bestimmen, da es laut Definition die Scherspannung bei gegen null gehender Scherrate bedeutet. Daher hängen die Ergebnisse oft von der Art der rheologischen Messung ab (NGUYEN, 1992).

Grundsätzlich wird in einem Rheometer der Zusammenhang zwischen Scherspannung und Scherrate gemessen. Dabei ist es hier aber entscheidend, ob man die Scherspannung als Funktion der Scherrate oder umgekehrt misst.

Im ersten Fall spricht man von einem **CSR-Rheometer** (CSR – Controlled Shear Rate). Hier wird eine Scherrate eingestellt und die dazu erforderliche Scherspannung gemessen. Dieses Prinzip ist aber für Bingham'sche Fluide ungeeignet, da man hier die für eine Bewegung erforderliche Scherspannung ja erst bestimmen will.

Bei einem **CSS-Rheometer** (CSS – Controlled Shear Stress) wird eine Scherspannung eingestellt und die dadurch produzierte Scherrate bestimmt. Nur bei diesem Messprinzip stellt sich bei Scherspannungen unterhalb der Fließgrenze keine Scherung d. h. Rotation ein.

Bei den indirekten Methoden werden die rheometrischen Daten zur Scherrate null extrapoliert. Ein besseres Verfahren besteht darin, die Gültigkeit eines rheologischen Modells anzunehmen und die Fließgrenze dann durch Curve Fitting zu bestimmen. In einigen Experimenten bekommt man auch eine direkte Messung der Fließgrenze.

Für die gewässerkundliche Erfassung der Schlickrheologie wird daher dringend empfohlen, die Fließgrenze mit einem Rheometer im CSS-Modus zu bestimmen.

2.5 Thixotropie

Durch die zunehmende Belastung eines scherverdünnenden Fluids mit einer Scherspannung werden innere Strukturen desselben zerstört: So zerbrechen Flocken im Fluid, oder es reißen Fasern. Der Wiederaufbau dieser Strukturen durch elektrochemische oder biologische Prozesse braucht, wie jede Heilung von Wunden, Zeit.

Wird die Scherrate in einem Rheometer von ihrem höchsten Wert wieder heruntergefahren, dann wird die so gemessene Kurve nicht mit der bei Belastungszunahme übereinstimmen, da die Strukturen nun ja zerstört sind. Wird die Scherrate dann reduziert, so ist zur Aufrechterhaltung dieses Zustandes nun eine geringere Scherspannung erforderlich, da viele Bindungen schon gebrochen sind. Als Thixotropie bezeichnet man die dadurch entstehende Hysterese in der rheologischen Kurve eines Fluids.

Es erfordert dann eine gewisse Zeit als auch eine Freiheit von Scherbelastung, dass die strukturellen Bindungen wiederhergestellt werden.

2.5.1 Das Moore-Modell (1959)

Eine Erweiterung des Bingham'schen rheologischen Modells ist das Moore-Modell (MOORE, 1959). Es nimmt eine Abhängigkeit der kritischen Schubspannung und der Viskosität von der inneren Struktur des Fluids an. Dabei wird davon ausgegangen, dass sowohl die Viskosität als auch die kritische Spannung gemeinsam mit zunehmender Festigkeit wachsen oder mit abnehmender Festigkeit fallen.

Moore führte dazu einen Strukturparameter $\lambda_s \in [0, 1]$, der eins ist, wenn alle Partikel sich zu den größtmöglichen Flocken verbunden haben, die Strukturbildung also maximal ist. Für $\lambda_s = 0$ haben sich im Fluid keine Kornaggregate wie Flocken gebildet.

Moore und Davies nehmen nun an, dass sich sowohl das Schermodul als auch die Viskosität als lineare Interpolation des Strukturparameters in der Form

$$\tau = (\tau_y + \lambda_S \tau'_y) + (\mu_\infty + \lambda_S \mu') \dot{\gamma}$$

darstellen lassen.

2.5.2 Das Worrall-Tuliani-Modell (1964)

W. E. Worrall und S. Tuliani (WORRALL, 1964) entwickelten das Modell von Moore und Davis so weiter, dass sie der Änderung einer Struktur dargestellt durch den Parameter λ_s auch eine gewisse Zeit zusprachen. Ähnlich wie im Moore-Modell nehmen sie an, dass man die Schubspannung aus drei Anteilen bestimmen muss:

$$\tau = \tau_y + \mu_\infty \dot{\gamma} + \Delta\mu \dot{\gamma} \lambda_S$$

Somit hat die Viskosität den Wert μ_∞ , wenn alle inneren Strukturen gebrochen sind, und den Wert $\mu_\infty + \Delta\mu$, wenn alle inneren Bindungen aufgebaut sind.

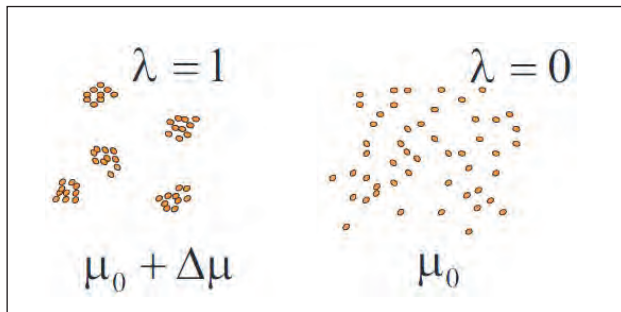


Abb. 7: Das Moore- und das Worrall-Tuliani-Modell kennen zwei Zustände eines Schlicks: Für $\lambda = 0$ sind alle Aggregate zerbrochen, für $\lambda = 1$ liegen alle Aggregate in ihrer maximalen Flockengröße vor

Für die zeitliche Änderungen des Strukturanteils nehmen sie nun eine dynamische Gleichung der Form

$$\frac{d\lambda_S}{dt} = b_{floc}(1 - \lambda_S) - \alpha_{break} \dot{\gamma} \lambda_S$$

an. Darin stellt der erste Term auf der rechten Seite das Wachstum von Bindungen, der zweite Term die Zerstörung durch die Scherrate dar.

Somit ist die Gleichgewichtsrates von Bindungen bei einer gegebenen Scherrate

$$\frac{d\lambda_S}{dt} = 0 \Rightarrow \lambda_S = \frac{b_{floc}}{\alpha_{break} \dot{\gamma} + b_{floc}}$$

Erhöht man die Scherrate in einer rheologischen Messung nur hinreichend langsam, so dass der Anteil der inneren Bindungen immer im Gleichgewicht mit der Scherrate ist, dann ergibt sich für die erforderliche Scherspannung:

$$\tau = \tau_y + \mu_{\infty} \dot{\gamma} + \frac{\Delta\mu b_{floc} \dot{\gamma}}{\alpha_{break} \dot{\gamma} + b_{floc}}$$

Das Worrall-Tuliani-Modell beschreibt die rheologischen Eigenschaften eines Fluids durch insgesamt vier Parameter. Es nimmt einen starken linearen Anstieg der erforderlichen Schubspannung bei kleinen Deformationsraten und einen geringeren, aber linearen Anstieg bei größeren Deformationsraten an. Zwischen diesen beiden Bereichen der Deformationsrate findet ein nichtlinearer Übergang statt (siehe Abb. 8).

Worrall und Tuliani entwickelten ihr Modell für Tonsuspensionen in der Keramikindustrie. Sie bekamen für das Verhältnis der Parameter:

$$\frac{b_{floc}}{\alpha_{break}} \cong 25 \dots 80 \text{ Hz}$$

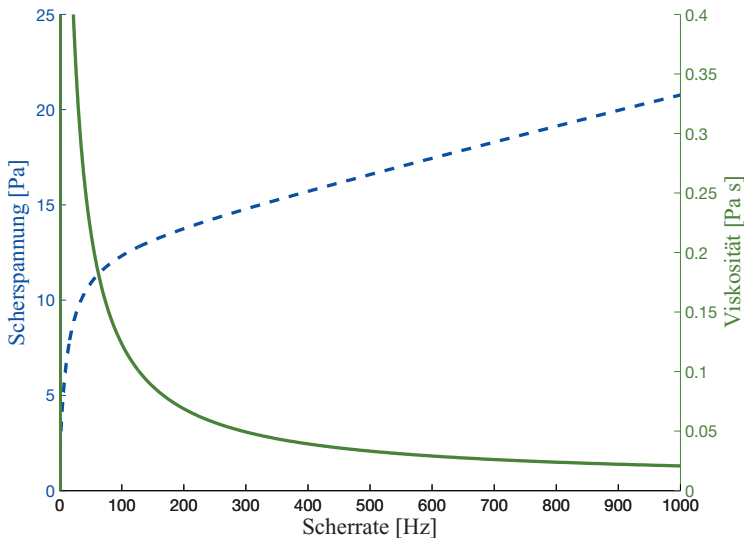


Abb. 8: Viskositäts- und Fließkurve nach dem Gesetz von Worrall-Tuliani. Die Scherrate wird so langsam erhöht, dass der Strukturparameter sich im Gleichgewicht befindet

Zusammenfassend scheint das Worrall-Tuliani-Modell also die besten Voraussetzungen zu haben, die rheologischen Eigenschaften von Flüssigschlick zu beschreiben, da es die Prozesse

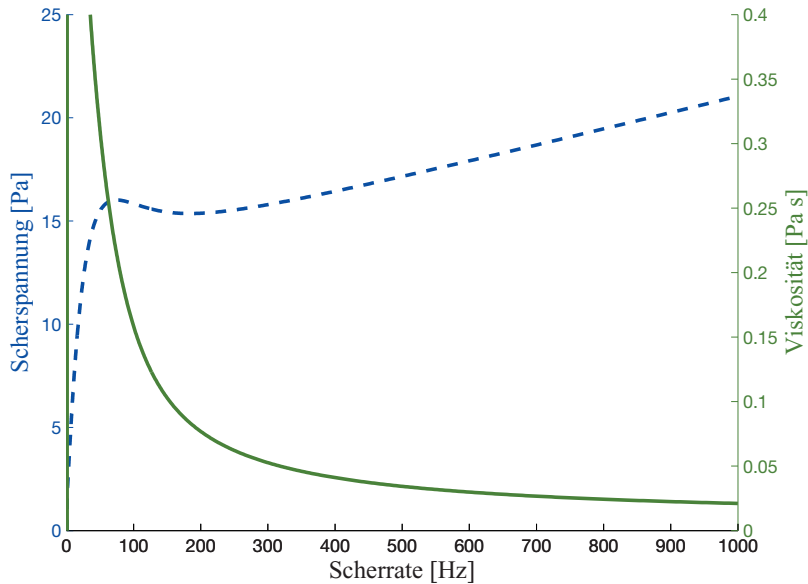


Abb. 9: Viskositäts- und Fließkurve nach dem Gesetz von Worrall-Tuliani. Die Scherrate wird so schnell erhöht, dass der Strukturparameter sich nicht mehr im Gleichgewicht befindet

- der Fließgrenze
- der Strukturviskosität
- und der Thixotropie

berücksichtigt.

Alle diese rheologischen Modelle machen aber keine Aussage über die Rolle des Feststoffgehalts, der natürlich entscheidend die Eigenschaften eines Flüssigschlicks bestimmt.

3. Die Rheologie granularer Suspensionen

Nach der rein phänomenologisch-rheologischen Beschreibung wollen wir uns nun der einfachsten physikalischen Modellvorstellung zu den Fließvorgängen in einem Schlick zuwenden: der granularen Suspension. Danach besteht ein Flüssigschlick zum großen Teil aus Wasser und einer granularen festen Phase. Die rheologischen Eigenschaften einer solchen granularen Suspension hängen also von

- der inneren Reibung im Trägerfluid Wasser selbst, beschrieben durch dessen Viskosität μ_0 ,
- dem Strömungswiderstand des Trägerfluids an den suspendierten Partikeln,
- und bei größeren Partikelkonzentrationen der Kontaktreibung zwischen den Partikeln

ab.

In diesem Kapitel soll zunächst basierend auf der bahnbrechenden Arbeit von Einstein von der Umströmung eines Einzelpartikels auf die rheologischen Eigenschaften einer Gesamtheit von Partikeln geschlossen werden. Hierauf aufbauend werden die Partikel-Partikel-Interaktionen, Elliptizität und die Paarbildung als mögliche Ursachen der Abweichung von den Einsteinschen Ergebnissen vorgestellt.

3.1 Der Einfluss des Feststoffgehalts

Die wichtigste Kenngröße einer granularen Suspension charakterisiert das Verhältnis von Wasser zu suspendiertem, in Schwebelage befindlichem Feststoff, dargestellt durch den volumetrischen Feststoffanteil ϕ . Seinem Einfluss auf die Rheologie soll dieser Abschnitt gewidmet sein.

3.1.1 Ein einfaches mechanisches Modell

Wir betrachten dazu die in Abb. 2 dargestellte Scherströmung in einer Suspension aus sphärischen Partikeln. Man kann nun in einer ersten Näherung annehmen, dass sich die zur Bewegung der Platte erforderliche Kraft aus der viskosen Kraft des Trägerfluids und den Strömungswiderstandskräften an den N in der Suspension gelösten Partikeln zusammensetzt. Die dabei zu verrichtende Arbeit ist das Produkt aus Widerstandskraft und Geschwindigkeit:

$$W = F_x u_0 = \tau_{xz} A_z u_0 = \mu \dot{\gamma} A_z u_0$$

Die Arbeit, die mit der Überwindung des Strömungswiderstands der Flüssigkeit an den Partikeln verbunden ist, bekommt man aus der Widerstandsformel für Kugeln bei kleinen Reynoldszahlen nach Stokes

$$F_W = 3\pi\mu_0 du_r$$

wobei u_r die relative Anströmgeschwindigkeit des Partikels ist.

Ist n die Partikeldichte pro Volumen $A_z h$ der Couette-Strömung, dann ist die zur Überwindung des Strömungswiderstandes an allen Partikeln erforderliche Arbeit:

$$W_W = N F_W u_r = n A_z h 3\pi\mu_0 du_r^2$$

Bleibt zu beantworten, wie groß die Relativgeschwindigkeit des Partikels in der Scherströmung ist. Dazu betrachten wir die Anströmung eines Partikels durch die lineare Scherströmung in Abb. 10. Das Partikel bewegt sich mit der auf es treffenden mittleren Anströmgeschwindigkeit fort, daher ist die Relativgeschwindigkeit von Partikel und Strömung in dessen Zentrum null, nicht aber an dessen Rändern. Auf der oberen Partikelsphäre wird im

Mittel die Relativgeschwindigkeit $\frac{d}{4} \frac{\partial u}{\partial z}$ vorherrschen, auf der unteren Partikelhälfte $-\frac{d}{4} \frac{\partial u}{\partial z}$.

Für die energetischen Betrachtungen können wir also eine Relativgeschwindigkeit ansetzen, die sich aus den beiden Beträgen in oberer und unterer Kugelhälfte ergibt:

$$u_r = \frac{d}{2} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{d}{2} \dot{\gamma}$$

In der Gesamtarbeit ist nun noch der viskose Widerstand der Trägerflüssigkeit zu berücksichtigen:

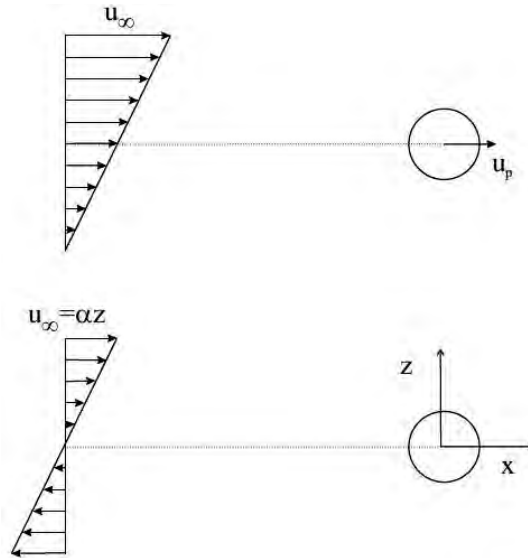


Abb. 10: Ein Partikel in einer Scherströmung (oben) bewegt sich mit der mittleren Anströmgeschwindigkeit. Im rechten Bildteil ist die Anströmung in einem Bezugssystem dargestellt, welches sich mit dem Partikel bewegt

$$W_{\text{ges}} = \mu_0 \dot{\gamma} A u_0 + n A h 3 \pi \mu_0 d \frac{d^2}{4} (\dot{\gamma})^2 = \mu_0 \dot{\gamma} A u_0 + n A h 3 \pi \mu_0 d \frac{d^2}{4} \dot{\gamma} \frac{u}{h}$$

Im letzten Term wurde der Geschwindigkeitsgradient durch das lineare Geschwindigkeitsprofil ersetzt. Klammert man nun gemeinsame Größen aus, dann bekommt man:

$$W_{\text{ges}} = A u_0 \mu_0 \dot{\gamma} \left(1 + n h 3 \pi d \frac{d^2}{4} \frac{1}{h} \right)$$

Ersetzt man die Teilchenzahldichte durch den Feststoffanteil $\phi = n \frac{\pi}{6} d^3$ ein, so ergibt sich:

$$W_{\text{ges}} = A u_0 \mu_0 \dot{\gamma} \left(1 + \frac{9}{2} \phi \right)$$

bzw. für die Viskosität einer granularen Suspension:

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{9}{2} \phi \right)$$

Die Viskosität der Suspension steigt also linear mit der Konzentration der suspendierten Partikel. Sie ist nach diesem Ergebnis nicht abhängig von der Partikelgröße oder deren Verteilung, der Partikelform oder Art des Dispergierzustands.

3.1.2 Die Arbeit von A. Einstein (1906)

Der große Nachteil der vorgestellten elementaren mechanistischen Betrachtungsweise ist die Unkenntnis der Relativgeschwindigkeit zwischen Fluid und Partikel und damit die Abschätzung des Strömungswiderstandes am Einzelpartikel. Genau diesen Anteil hat Einstein untersucht, indem er eine reine Scherströmung am Partikel angenommen hat.

Betrachten wir nun ein Partikel in einer Scherströmung, welches sich aber mit dem mittleren Geschwindigkeitsfeld fortbewegt. Die Situation ist in Abb. 10 skizziert. Das Partikel wird sich mit der mittleren auf es wirkenden Geschwindigkeit fortbewegen, die genau im Mittelpunkt der Kugel angenommen wird. Damit wirkt auf das sich mitbewegende Partikel nur eine reine Scherströmung, wie im unteren Teil des Bildes dargestellt.

Albert Einstein (EINSTEIN, 1906) hat für diese Art von Partikelumströmung für den Spezialfall einer sogenannten schleichenden Strömung eine analytische Lösung gefunden, deren graphische Darstellung in Abb. 10 zu sehen ist. Eine schleichende Strömung hat sehr kleine, gegen null gehende Reynoldszahlen. Für sie kann man in den Navier-Stokes-Gleichungen die nichtlinearen, advektiven Terme vernachlässigen (MALCHEREK, 2001).

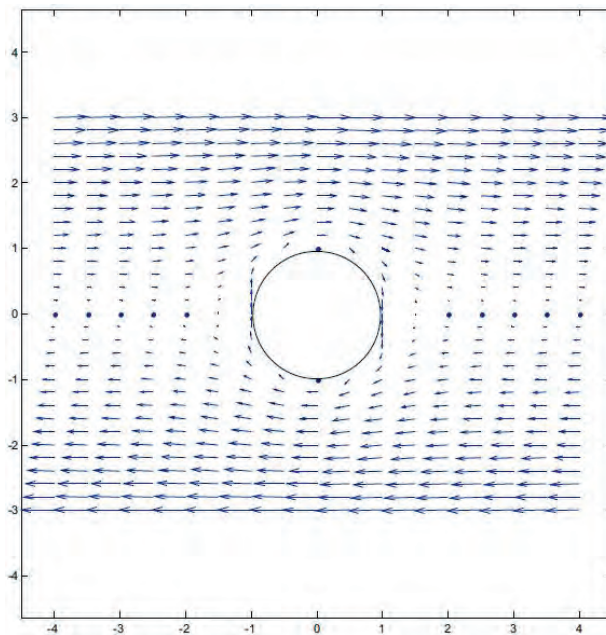


Abb. 11: Schleichende Umströmung eines Partikels in einer Scherströmung nach der analytischen Lösung von EINSTEIN (1906)

Dieses Geschwindigkeitsfeld kann man nun bezüglich seines Impulsflusses (der die Viskosität beinhaltet) mit dem originären Geschwindigkeitsfeld ohne sphärischem Partikel vergleichen. Fügt man nun eine Suspension aus Partikeln zusammen, die das Strömungsfeld beeinflussen, bekommt man mit der Einsteinsche Lösung den Strömungswiderstand auf das Partikel und für die Viskosität der Suspension:

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{5}{2} \phi \right) \text{ für } \phi < 0.04$$

Man bezeichnet den Faktor $A = 5/2$ hierin auch als **intrinsic Viskosität**. Man beachte, dass unsere einfache, vielleicht noch nachvollziehbare mechanische Herleitung ein ähnliches Ergebnis erbracht hat wie die Einsteinsche Vorgehensweise.

Es hat sich gezeigt, dass mit den Einsteinschen Ansätzen bei Suspensionen mit breiten Partikelgrößenverteilungen meist zu niedrige Viskositäten berechnet werden.

3.2 Partikel-Partikel-Interaktionen

Die Arbeit von Einstein legen die Umströmung eines einzigen Partikels zugrunde. Die Viskosität der granularen Suspension wird aus der Multiplikation der Einzelpartikeleffekte auf die entsprechende Teilchenzahldichte hochgerechnet. Dies kann natürlich nur für kleine Teilchenzahlkonzentrationen richtig sein, da hier noch keine Wechselwirkungen zwischen den Partikeln stattfinden.

Diese Wechselwirkungen zwischen den Partikeln beginnen nicht erst mit dem Zusammenstoß zweier Partikel, sondern schon dort, wo das durch das eine Partikel gestörte Geschwindigkeitsfeld auf ein zweites Partikel wirkt.

Für diesen Fall haben BACHELOR und GREEN (1972) die theoretische Lösung

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{5}{2} \phi + 7,6 \phi^2 \right)$$

für die Viskosität der granularen Suspension angegeben.

Bei noch größeren Feststoffanteilen geht das Fluid in einen festen Stoff über; die scheinbare Viskosität nimmt dann beliebig hohe Werte an, so dass kein Fließen mehr möglich ist.

Eine Realisierung dieser Idee ist der pragmatische Ansatz von EILERS (EILERS, 1941):

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{A\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_{\max}}} \right) \text{ mit } A = \frac{5}{2}$$

Er liefert für $\phi = \phi_{\max}$ eine unendlich hohe Viskosität, ϕ_{\max} ist also die Volumenkonzentration, bei der die Suspension zu einem festen Stoff wird. Eilers hat für ϕ_{\max} den Wert 0,74 angenommen.

Auch wenn Eilers und Einstein der Form nach sehr unterschiedlich sind, geht der Ansatz von Eilers in den von Einstein über, wenn ϕ gegen null geht.

3.3 Nichtsphärische Partikel

Die ideale Form der Kugel wird in einem Schlick von keinem Partikel angenommen. Natürlich ist es unmöglich, den Einfluss der unendlich vielen Abweichungen von der Sphärizität auf die Rheologie granularer Suspensionen zu untersuchen. Wichtig ist es dennoch, die möglichen Effekte der Nichtsphärizität zu kennen.

Weicht deren Gestalt von der Kugelförmigkeit ab, dann sind die Partikel in einem ruhenden Fluid in keiner Weise bezüglich ihrer Orientierung geordnet. Mit dem Aufbau einer Scherströmung beginnen sich die Partikel so im Geschwindigkeitsfeld zu orientieren, dass sich ihre lange Achse in Strömungsrichtung ausrichtet, so dass ihr Strömungswiderstand minimiert wird. Die Viskosität des Fluids nimmt damit so lange ab, bis alle Partikel sich im Strömungsfeld vollständig ausgerichtet haben.

Der erste Schritt der Lösung dieses komplizierten Problems bestand in der Untersuchung des Geschwindigkeitsfeldes um ein rotationsellipsoidales Partikel. Dieses Problem ist für eine schleichende Scherströmung 1922 von Jeffery (JEFFERY, 1922) für die schleichende Strömung gelöst worden. Die ausgeschriebene Darstellung der Lösung nimmt auch unter Zuhilfenahme vieler Abkürzungen drei Papierseiten ein.

Dabei wird vom Partikel angenommen, dass dieses im Äquatorialschnitt kreisförmig (Radius a) ist und die senkrecht dazu liegende Achse (Radius b) einen anderen Wert haben

kann. Der Wert $p = \frac{a}{b}$ gibt dann das Verhältnis der beiden Achsen zueinander an. Für **prolate**

Partikel (pfeifenförmig) ist $p > 1$ und für **oblate Partikel** (scheibenförmig) ist $p < 1$. Der Zusammenhang mit dem bekannten Corey-Shape-Faktor ist:

$$\text{CSF} = \frac{1}{\sqrt{p}}$$

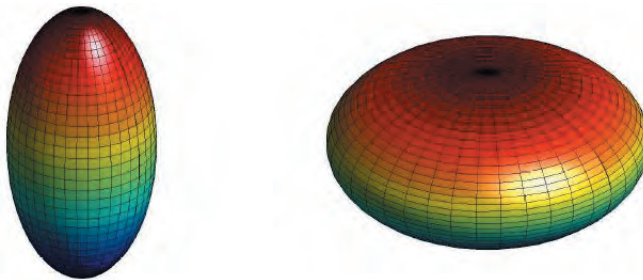


Abb. 12: Beispiel eines prolaten (links) und eines oblaten (rechts) Rotationsellipsoids

Im sogenannten Jeffery-Peterlin-Saito-Ansatz (SCHERAGA, 1955) wird dann auch die Ausrichtung zur Strömungsrichtung berücksichtigt. Sie wird durch eine Verteilungsfunktion $F(\theta, \phi, t)$ beschrieben. Die zeitliche Entwicklung dieser Verteilungsfunktion wird durch zwei Prozesse bestimmt: Zunächst werden die Partikel durch die angreifenden Strömungskräfte gedreht, d. h. sie erhalten eine Rotationsgeschwindigkeit $\vec{\omega}$. Gleichzeitig treiben aber durch die Brownsche Molekularbewegung ausgelöste diffusive Kräfte die Partikel wieder in die Gleichverteilung der Richtungen zurück. Dieser Prozess sei durch eine Winkeldiffusionskonstante Θ beschrieben. Die Winkelverteilungsfunktion der einzelnen Partikel ergibt sich also durch die Lösung der Transportgleichung:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \text{div}(\vec{\omega}F - \Theta \text{grad}F) = 0$$

Kennt man daraufhin die Verteilung der Ausrichtung der Partikel im Geschwindigkeitsfeld, können die hydromechanischen Kräfte auf das Partikel bestimmt werden.

Eine solche Theorie ist natürlich nicht mehr analytisch lösbar. Hier wurde die Lösung auf verschiedene Integrale zurückgeführt, die dann numerisch lösbar sind. Deren Lösung wurde 1954 auf dem 35 Tonnen schweren Mark-I-Computer des Harvard Computation Laboratory durchgeführt, wodurch die in Abbildung 13 dargestellten Werte für die intrinsische Viskosität prolater Partikel als Funktion des Verhältnisses von Scherrate $\dot{\gamma}$ zu Winkel-diffusionskoeffizient Θ ergeben.

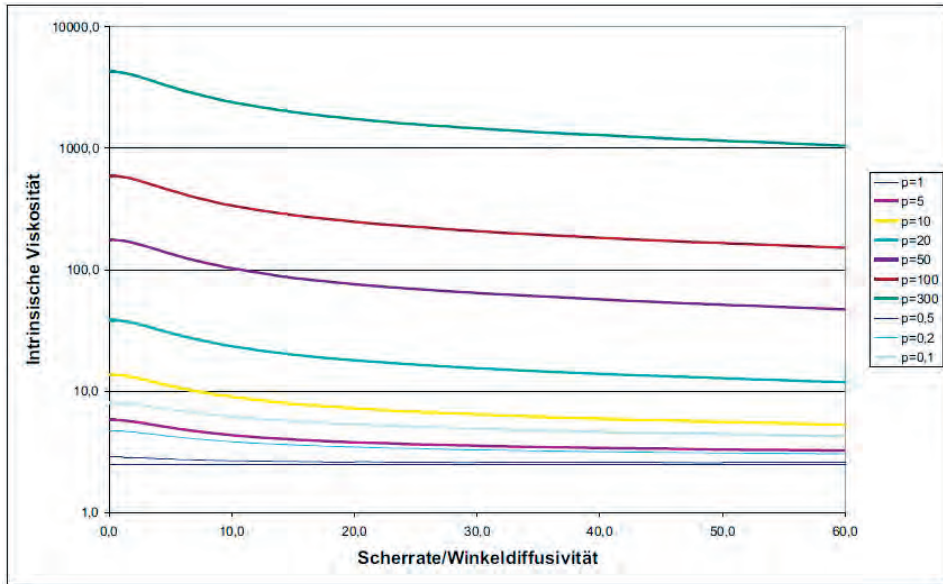


Abb. 13: Intrinsische Viskosität A von Rotationsellipsoiden kann je nach Abweichung von der Kugelform sehr hoch werden. Sie ist zudem von der Scherrate abhängig.

Die Ergebnisse zur intrinsischen Viskosität von Rotationsellipsoiden zeigen,

1. dass die Kornform einen erhebliche Einfluss auf die intrinsische Viskosität hat.
2. dass eine Abweichung von der sphärischen Gestalt immer mit scherverdünnendem Verhalten verbunden ist. Die intrinsische Viskosität nimmt dabei allerhöchstens um einen Faktor vier bei zunehmender Scherrate ab.

Zu jeder rheologischen Untersuchung eines Schlicks sollten daher mikroskopische Analysen gehören, um eine Aussage über die Kornform zu machen.

3.4 Der Einfluss der Korngröße

Der fundamentalen Bedeutung des Strömungswiderstand einer Kugel gerecht werdend, wurden in der Geschichte der Hydromechanik Verbesserungen des Stokesschen Ansatzes gesucht, die auch für größere Reynoldszahlen gelten. Die wichtigste analytische Verbesse-

nung für die Umströmung einer Kugel wurde dabei von OSEEN (1927) veröffentlicht. Hier- nach bekommt der Strömungswiderstand die Form:

$$F_w = 3\pi\mu_0 du_r \left(1 + \frac{3}{16} \frac{du_r \rho_0}{\mu_0} \right)$$

Diese Gleichung bleibt bis zu Reynoldszahlen von etwa fünf gültig. Im Unterschied zu Stokes steigt der Widerstand zunächst linear, dann aber quadratisch mit der Anström- geschwindigkeit.

Wir wollen diese Formel erstmalig dazu verwenden, die Viskosität einer granularen Sus- pension zu bestimmen. Dazu betrachten wir wieder die Energie, die erforderlich ist, eine Suspension mit $N = nAh$ Partikeln zu scheren

$$W_w = NF_w u_r = nAh3\pi\mu_0 du_r \left(1 + \frac{3}{16} \frac{du_r \rho_0}{\mu_0} \right) u_r$$

und ersetzen hier wieder die Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid u_r durch die grobe Abschätzung $\frac{\dot{\gamma}d}{2}$:

$$W_w = nAh3\pi\mu_0 \frac{d^3}{4} \dot{\gamma}^2 \left(1 + \frac{3}{32} \frac{d^2 \dot{\gamma} \rho_0}{\mu_0} \right)$$

Zu dieser Arbeit muss wieder die Arbeit zur Überwindung der viskosen Kräfte im Trä- gerfluid addiert werden:

$$W_{ges} = \mu_0 \frac{\partial u}{\partial z} Au_0 + nAh3\pi\mu_0 \frac{d^3}{4} \dot{\gamma}^2 \left(1 + \frac{3}{32} \frac{d^2 \dot{\gamma} \rho_0}{\mu_0} \right)$$

Das Ausklammern gemeinsamer Terme liefert

$$W_{ges} = A\mu_0 u_0 \frac{\partial u}{\partial z} \left(1 + n3\pi \frac{d^3}{4} \left(1 + \frac{3}{32} \frac{d^2 \dot{\gamma} \rho_0}{\mu_0} \right) \right)$$

und somit für die Viskosität einer granularen Suspension:

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{9}{2} \phi \left(1 + \frac{3}{32} \frac{\rho_0}{\mu_0} d^2 \dot{\gamma} \right) \right)$$

Dieser neue Ansatz prognostiziert verschiedene Effekte:

1. Ein Shear Thickening, welches aus dem quadratischen Wachsen des Strömungswider- stands mit der Relativgeschwindigkeit und somit der Scherrate resultiert.
2. Bei gleicher Feststoffkonzentration steigt die Viskosität quadratisch mit dem Korn- durchmesser.
3. Er bietet mit dem Korndurchmesser damit auch eine Ausgangsbasis zur Entwicklung von Modellen zur Beschreibung von Strukturviskosität.

Wir wollen diesen Ansatz so erweitern, dass er auch die anderen Effekte der Flüssig-schlickrheologie berücksichtigt:

1. Es wird eine Fließgrenze τ_y eingeführt.
2. Weichen Partikel von der Kugelförmigkeit ab, dann muss der Vorfaktor 9/2 durch die intrinsische Viskosität A beschrieben werden.
3. Zur Berücksichtigung von Partikel-Partikel-Interaktionen nach Batchelor wird der intrinsischen Viskosität ein im Feststoffgehalt quadratischer Term $B\phi^2$ hinzugefügt.
4. Ferner wollen wir annehmen, dass thixotrope Effekte im Flüssig-schlick vor allem auf die Bildung und Zerstörung von Flocken zurückzuführen sind. Dazu führen wir einen variablen Flockendurchmesser d ein, der mit dem Strukturparameter λ_s in der Form

$$d = d_0 + \lambda_s \Delta d = d_0 + \frac{b_{\text{floc}}}{\alpha_{\text{break}} \dot{\gamma} + b_{\text{floc}}} \Delta d = d_0 + \frac{1}{\alpha_{\text{struk}} \dot{\gamma} + 1} \Delta d$$

beschrieben wird. Damit nimmt man eine maximale Flockengröße $d_0 + \delta d$ an.

Damit bekommt man das rheologische Gesetz:

$$\mu = \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} + \mu_0 \left(1 + (A\phi + B\phi^2) \left(1 + \frac{3}{32} \frac{\rho_0}{\mu_0} \left(d_0 + \frac{1}{\alpha_{\text{struk}} \dot{\gamma} + 1} \Delta d \right)^2 \dot{\gamma} \right) \right)$$

Es enthält zur Beschreibung der rheologischen Eigenschaften von Flüssig-schlick folgende wohl definierte Parameter:

1. Die Fließgrenze τ_y , die natürlich ebenfalls eine Funktion des Feststoffgehalts ist.
2. Die Viskosität $\mu_0 = 0.001$ Pas und die Dichte $\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ von Wasser.
3. Die intrinsische Viskosität A und den Batchelorfaktor B , die durch einen Fit an die rheometrischen Daten des Schlicks bestimmt werden müssen.
4. Der Korndurchmesser des schlickbildenden Feststoffs. Dieser kann als Mittel- oder Medianwert aus der Korngrößenverteilung gewonnen werden.
5. Die maximale Flockengröße Δd , die ebenfalls durch Fit an die rheologischen Daten bestimmt werden kann.

Natürlich ist davon auszugehen, dass die komplexen rheologischen Eigenschaften eines realen Schlicks mit den komplexen biologischen Prozessen mit diesem Ansatz nur näherungsweise beschrieben werden. Die tatsächliche Anwendbarkeit ist also im Folgenden noch zu validieren.

4. Sedimentologische und rheologische Eigenschaften der Ems- und Weserschlicke

Um das rheologische Verhalten der Flüssig-schlicke auch quantitativ zu beschreiben, wurden während einer Messkampagne im Zeitraum vom 27. August bis zum 11. September 2008 Proben an der Ems (Abb. 14) und an der Weser (Abb. 15) mit einem Van-Fehn-Greifer gezogen. Dabei sei angemerkt, dass dieses Gerät ungeeignet ist, um echte Flüssig-schlickproben zu ziehen. Im Rahmen der Vorgehensweise in diesem Projekt geht es aber darum, Sedimentmaterial zu sammeln, um dieses im Labor zu wohldefinierten Flüssig-schlick zu verdünnen.

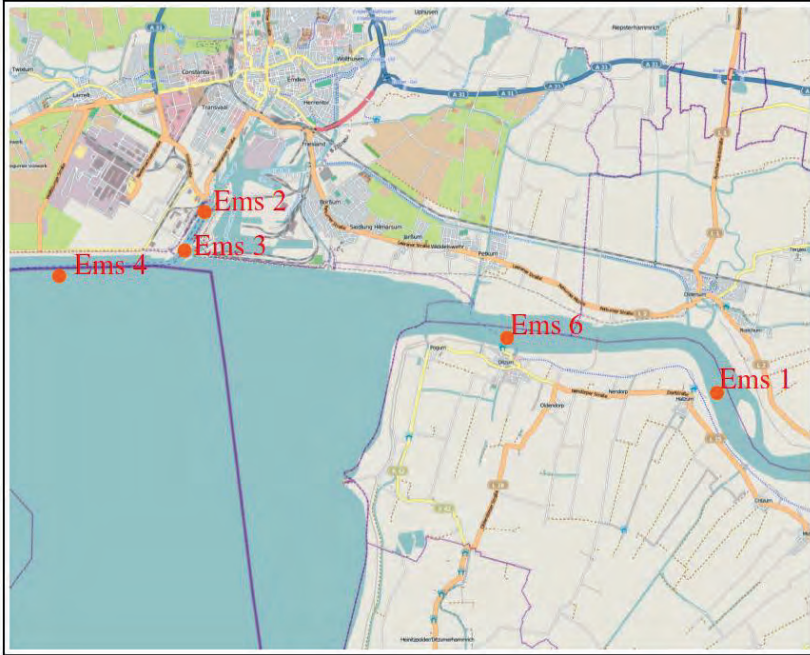


Abb. 14: Lage der Probennahmestellen in der Ems



Abb. 15: Lage der Probennahmestellen in der Weser

Die Probennahme konnte aus Gründen der nautischen Sicherheit nur in den Randbereichen der Fahrrinnen und in einzelnen Hafengebieten der Ems und der Weser erfolgen.

Die Messstellen, die Probennummern, das Datum und die Uhrzeit der Probennahmen sind in der folgenden Tab. 1 wiedergegeben.

Tab. 1: Geographische Koordinaten (durch GPS ermittelt) und Zeitpunkte der Probennahmeorte in Ems und Weser

Kennung	Breite	Länge	Datum	Gefäße
Ems 1	53° 18' 36,28"	7° 20' 31,26"	28.8.2008 11:30	E10, E11, E12
Ems 2	53° 20' 30,92"	7° 11' 18,18"	27.8.2008 11:30–12:30	E1, E2
Ems 3	53° 20' 10,82"	7° 11' 1,72"	28.8.2008 9:00	E6, E7, E8, E9
Ems 4	53° 19' 46,98"	7° 8' 44,19"	27.8.2008 17:00	E3
Ems 6	53° 19' 10,77"	7° 16' 46,18"	27.8.2008 17:00	E5
Weser 1	53° 33' 59,01"	8° 32' 55,43"	11.9.2008 8:00–13:00	W1, W2
Weser 2	53° 36' 18,96"	8° 30' 30,82"	11.9.2008 8:00–13:00	W3–W7
Weser 3	53° 32' 27,26"	8° 34' 43,32"	11.9.2008 8:00–13:00	W8–W17
Weser 4	53° 32' 12,38"	8° 34' 42,42"	11.9.2008 8:00–13:00	W18–W27
Weser 5	53° 29' 44,51"	8° 30' 2,18"	11.9.2008 8:00–13:00	W32–W35

Alle Proben wurden im Labor für Hydromechanik für Wasserbau der Universität der Bundeswehr in München einheitlich nach dem im Folgenden beschriebenen Modell zum Vorgehen analysiert.

Die in den Ästuaren gewonnenen Proben bestanden zum großen Teil aus Schllick, der mehr oder weniger große Anteile an Sand enthielt. In den Proben waren zudem Schnecken und Muscheln und manchmal anthropogene Kleinteile zu finden. Eine rheologische Analyse der originären Proben war daher nicht möglich.

Im Rahmen dieses Projektes wurde sich daher auf die Feinsedimente vom Schluffkorn abwärts beschränkt. Dabei sollte der darin enthaltene Mikrozoobenthos und Mikrophyto-benthos weitgehend erhalten bleiben.

Daher wurden alle Proben durch ein 0.063 mm Sieb gesiebt und anschließend durch Papierfilter filtriert. Lediglich das Filtrat wurde dann weiter analysiert.

4.1 Der mikroskopische Eindruck

Bevor die Proben den quantitativen Messverfahren unterworfen wurden, sollte zunächst erst einmal ein qualitativer mikroskopischer Eindruck gewonnen werden. Dabei stehen insbesondere Aussagen über die Kornform sowie über (verbleibende) biologische Aktivitäten im Vordergrund.

In Abb. 16 stehen die Partikel der verbleibenden Grobschlufffraktion im Vordergrund. Diese lichtdurchlässigen Körner mineralischen Ursprungs erscheinen hell im Mikroskopbild. Ihre Kornform ist prolat, die Längsachse ist etwa doppelt so lang wie die Querachse ($p \cong 2$).

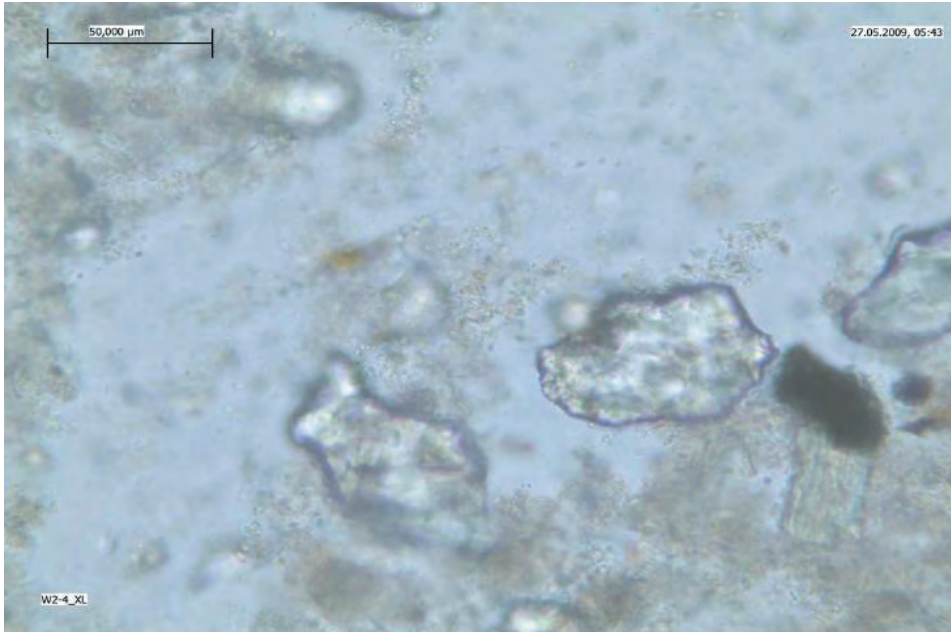


Abb. 16: Mikroskopische Aufnahme der Probe Weser 2

In Abb. 17 sind dagegen immer wieder Partikel der Feinschlufffraktion im Bereich von etwa $10\ \mu\text{m}$ zu finden. Sie erscheinen fast sphärisch ($p < 1.5$).

In Abb. 18: In der mikroskopischen Aufnahme der Probe Ems 3 ist ein Bakterienhaufen zu erkennen. Bakterien sind etwa 0.5 bis $5\ \mu\text{m}$ große Einzeller, die zusammen mit den Blaualgen die Gruppe der Prokaryonten bilden, die keinen Zellkern besitzen. Bakterien können extrazelluläre polymere Substanzen, d. h. Schleim (sogenannte extrazelluläre polymere Substanzen – EPS) bilden. In diesem werden Substanzen zur Nährstoffaufnahme gespeichert und gespalten. Im EPS werden aber auch andere Partikel wie mineralische Tone gebunden, wodurch sich Flocken bilden. Normalerweise sind die Bakterienhaufen kugelförmig. Bei geringem Nährstoffangebot bilden sie fadenartige Strukturen aus, die Geflechte und Gerüste formen. Mit dieser Überlebensstrategie vergrößern sie ihre Oberfläche zum Einfangen von Nährstoffen.

Als einzellige Tiere mit sehr verschiedenartigen Organellen ernähren sich die Protozoen (Urtierchen) von den Bakterien. Sie sind einige $10\ \mu\text{m}$ groß. In der rechten unteren Ecke des Bakterienhaufens ist etwas dunkler ein solches Urtierchen zu erkennen.

Bakterien ernähren sich autotroph durch Photosynthese, verwerten organische Materialien (z. B. Fäulnisbakterien) oder oxidieren anorganische Materialien (z. B. Eisen, Stickstoff, Schwefelwasserstoff). So zeigt die Abb. 18 im Zentrum ein solches Pflanzenrestteilchen, welches den Bakterien als Nahrung dient. Die braunen, unscharfen Flocken im Hintergrund sind wieder Bakterienansammlungen.

Zusammenfassend zeigt die Abb. 19 das Spektrum der mineralischen Fraktionen vom Grob- zum Feinschluff sowie durch EPS zusammengefügte Bakteriengeflechte.



Abb. 17: Weitere mikroskopische Aufnahme der Probe Weser 2

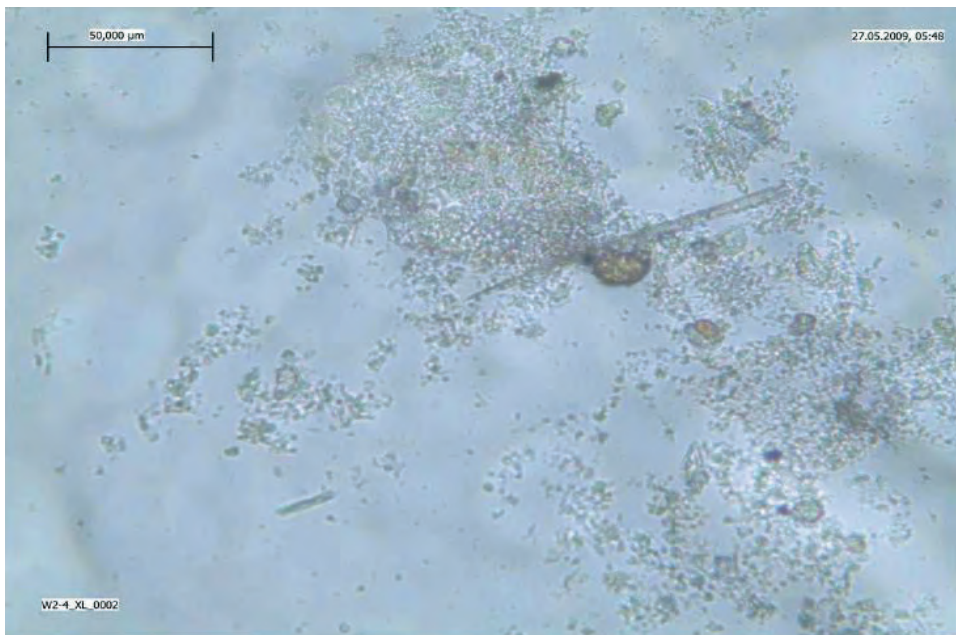


Abb. 18: Mikroskopische Aufnahme der Probe Ems 3

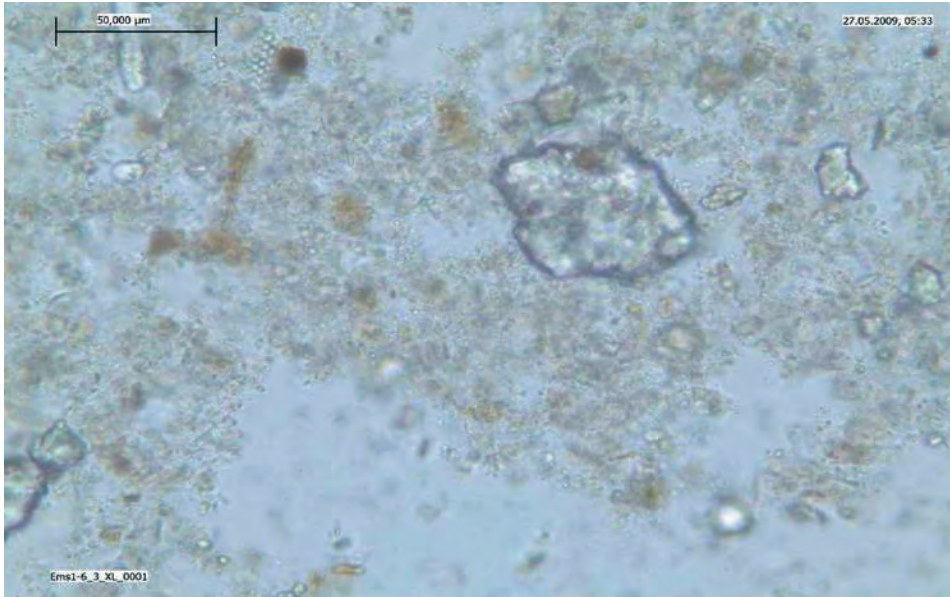


Abb. 19: Mikroskopische Aufnahme der Probe Ems 6

4.2 Korngrößenverteilungen, Glühverlust und Trockendichte

Darauf folgend wurden die Korngrößenverteilungen der Nassproben mit einem Laser-Streulichtspektrometer, dem Partikelanalysator HORIBA LA-950 bestimmt. Das Gerät arbeitet auf der Grundlage der statischen Laserlichtstreuung (gemäß DIN/ISO 13320); es kann die Proben im gesamten Messbereich von $0,01 \mu\text{m}$ bis $3000 \mu\text{m}$ ohne Umstellungen am Gerät analysieren (Single Range).

Die Messergebnisse der Korngrößenverteilungen der Proben aus Ems und Weser sind in Abb. 20 dargestellt.

Fast alle Kurven zeigen die typische Form der Gauss'schen Normalverteilung, wenn man die Korngrößenachse logarithmisch darstellt. Alle Verteilungen weisen ferner fast keinen Anteil unter einem μm auf, der Tonanteil liegt in allen Proben (außer Weser 1 und Weser 2) unter zwei Prozent. Da die Ergebnisse auf den ersten Blick sehr ähnlich zu sein scheinen, sind die Kennwerte der Korngrößenverteilungen in der Tab. 2 genauer beschrieben. Aus dieser Tabelle ist erkennbar, dass auch die Medianwerte der Korngröße aller Proben ähnlich sind.

Alle Proben lassen sich nach Median- und Mittelwert als Mittelschluff (mU) bezeichnen.

Zur weiteren Analyse wurde die Ungleichförmigkeitszahl C_u untersucht. Der Wert der Ungleichförmigkeitszahl lässt folgende Aussagen über die Proben zu:

- $C_u < 5$: gleichförmige Probe
- $C_u = 5-15$: ungleichförmige Probe
- $C_u > 15$: sehr ungleichförmige Probe

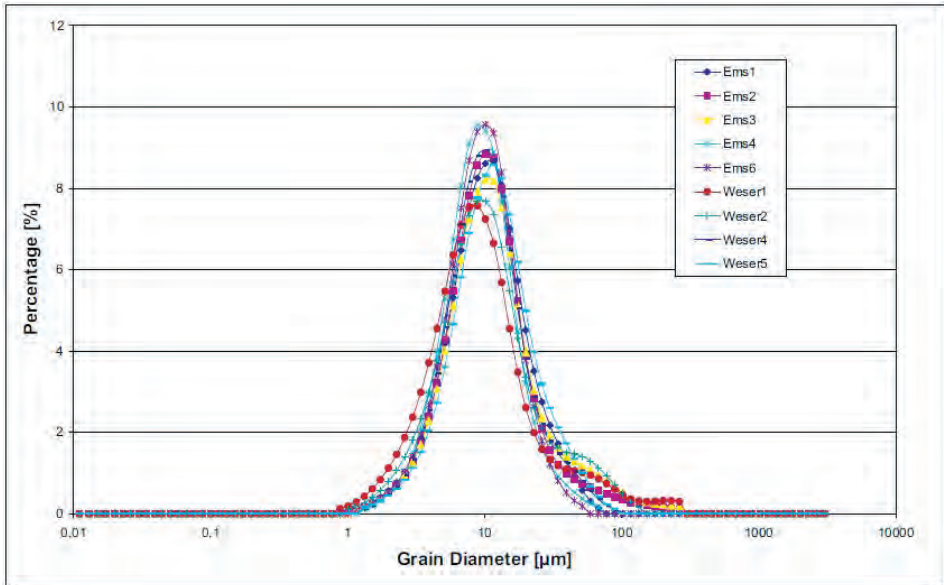


Abb. 20: Zusammenstellung aller Sieblinien der Proben aus Ems und Weser

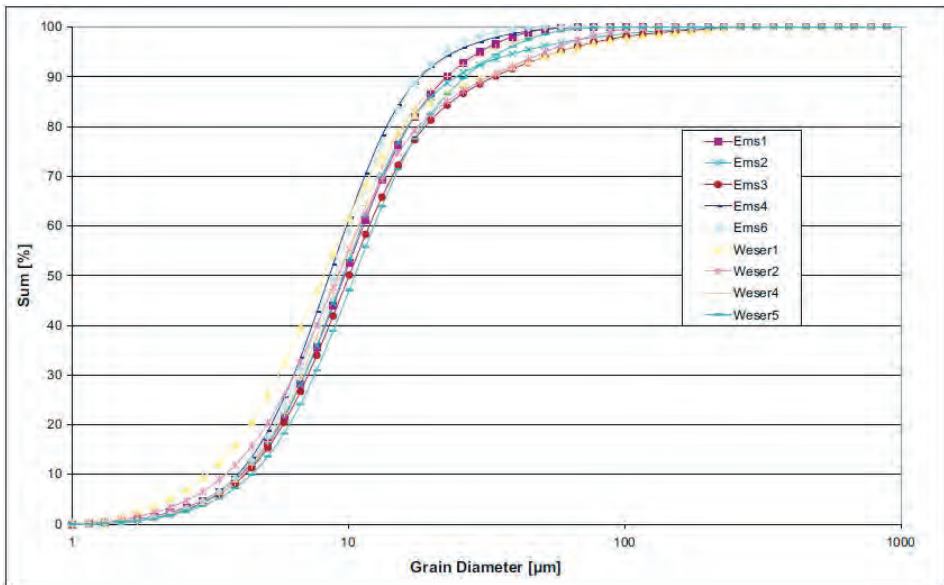


Abb. 21: Zusammenstellung aller Summenkurven der Korngrößen der Proben aus Ems und Weser

Laut Tab. 2 sind alle Proben demnach gleichförmig, am ehesten geht die Probe Weser 1 in Richtung Ungleichförmigkeit.

Tab. 2: Analyse der Korngrößenverteilung sowie Glühverlust und Trockendichte der Proben aus Ems und Weser

Probe	d_{50} [μm]	d_m [μm]	d_{10} [μm]	d_{90} [μm]	$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}}$	GV %	Trocken- dichte $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Ems 1	9,69	12,00	4,07	11,34	2,79	6,13	2606,18
Ems 2	9,68	16,33	4,24	11,30	2,67	7,21	2524,35
Ems 3	10,08	17,15	4,21	11,93	2,83	9,48	2525,01
Ems 4	8,54	10,42	3,98	9,86	2,48	6,29	2625,74
Ems 6	8,90	10,34	4,02	10,26	2,55	6,48	2602,46
Weser 1	8,11	15,83	3,06	9,75	3,19	5,14	2587,86
Weser 2	9,18	14,63	3,58	10,99	3,07	7,92	2595,82
Weser 3	9,30	12,07	4,14	10,84	2,62	8,27	2542,13
Weser 4	10,64	18,48	4,29	12,76	2,97	7,41	2585,80
Weser 5	10,56	13,60	4,46	12,40	2,78	9,22	2561,53

Zusammenfassend lässt sich kein eindeutig quantifizierbarer Unterschied in den einzelnen Proben feststellen, womit auch die Abhängigkeit der rheologischen Ergebnisse von der Korngröße nicht quantifizierbar sein wird.

Zur Bestimmung des organischen Anteils wird für einen Teil der Trockenprobe der Glühverlust (GV) nach DIN 18128 bestimmt. Die Probe wird bei Temperaturen von über 500 °C in einem Muffelofen so lange geglüht, bis keine Gewichtsabnahme mehr festzustellen ist. Die Ergebnisse sind ebenfalls in der Tabelle 2 zusammengefasst.

Zur Bestimmung der Trockendichte wurde ein Teil der Nassprobe in einem Trockenofen bei 105 °C getrocknet und dann gemahlen. Das hier verwendete Dichtemessgerät Pycnomatic ATC verwendet Helium zur Volumenbestimmung der Proben. Die Gasteilchen sind klein genug, um selbst in kleinste Porenräume (Porenweite 10^{-10} m) vorzudringen und diese in die Bemessung einbeziehen zu können. In diesem Pyknometer wird die Probe in eine Kammer eingebracht, aus der dann die Luft gepumpt wird. Aus einer zweiten mit einem Edelgas gefüllten Kammer wird nun das Edelgas in das Vakuum der Probenkammer gefüllt. Aus dem Druckverlust schließt die Software dieses Messgeräts auf das Volumen der eingebrachten Probe. Über deren Gewicht und die Beziehung $\rho = \frac{M}{V}$ lässt sich schließlich die Trockendichte ohne Hohlräume bestimmen.

4.3 Rheometrie der Schlickproben

Das wichtigste Ziel der rheologischen Untersuchungen besteht darin, die Abhängigkeit der Viskosität nicht nur von der Scherrate, sondern auch vom Feststoffanteil qualitativ und quantitativ zu bestimmen. Hierzu wurden alle Proben mit Wasser verdünnt, dass sich Feststoffvolumenkonzentrationen von jeweils 5.5 %, 7 %, 8.5 % und 10 % einstellen. Alle Mes-

sungen wurden bei einer konstanten Temperatur von 20 °C mit einem MCR 51-Rheometer der Firma Anton Paar im CSS-Modus (Controlled shear stress) durchgeführt. Die Ergebnisse sind in den Abb. 22 bis 25 dargestellt. Links ist dabei immer die Fließkurve und rechts die Viskositätskurve zu sehen. Folgende qualitative Beobachtungen lassen sich machen:

- **Abhängigkeit vom Feststoffvolumenkonzentration:** Wie es nach den Modellen von Einstein oder Batchelor vorhergesagt wird, steigt die Viskosität in allen Proben mit der Feststoffvolumenkonzentration ϕ . Die unterste Kurve ist immer die mit 5.5 %, gefolgt von 7 %, 8.5 %, und schließlich ist die oberste Kurve das Ergebnis für eine Konzentration von 10 %.
- **Strukturviskosität:** In allen Proben sinkt die Viskosität mit zunehmender Scherrate, steigt dann über einen kleinen Scherratenbereich an und fällt dann weiter kontinuierlich ab. Die Proben verhalten sich also grundsätzlich strukturviskos.
- **Fließgrenze:** Fast immer erkennt man in den Fließkurven eine Fließgrenze, die mit zunehmender Feststoffkonzentration überproportional ansteigt. Lediglich bei 5.5 % Feststoffkonzentration ist manchmal eine Fließgrenze nicht zu erkennen.

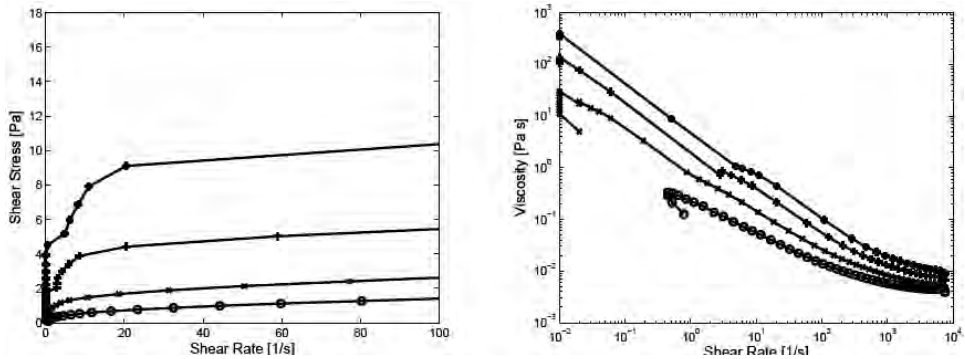


Abb. 22: Fließ- und Viskositätskurve der Probe Ems 1 ($d_m = 12 \mu m$, GV: 6.13 %). Dargestellt sind von unten nach oben Suspensionen mit Feststoffanteilen 5.5, 7.0, 8.5 und 10.0 %

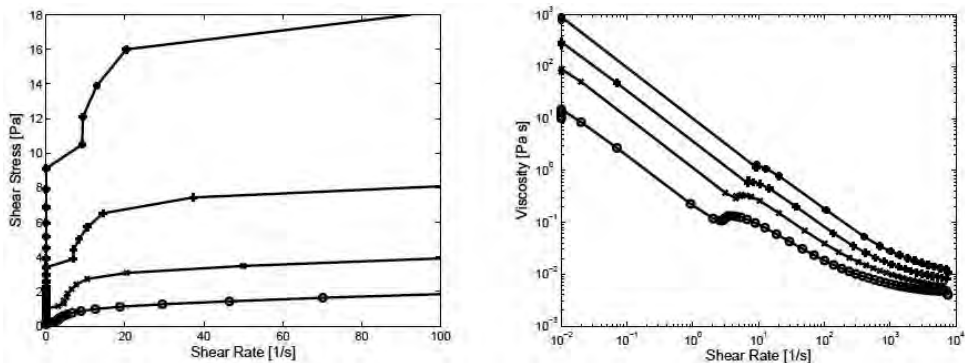


Abb. 23: Fließ- und Viskositätskurve der Probe Ems 2 ($d_m = 16.3 \mu m$, GV: 7.21 %). Dargestellt sind von unten nach oben Suspensionen mit Feststoffanteilen 5.5, 7.0, 8.5 und 10.0 %

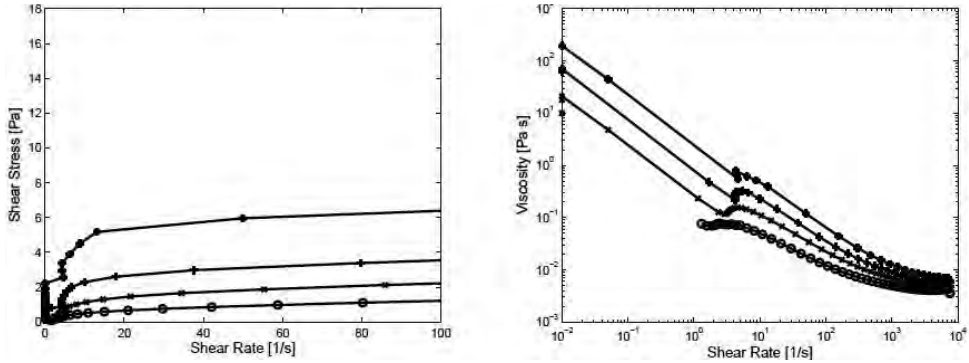


Abb. 24: Fließ- und Viskositätskurve der Probe Weser 1 ($d_p = 15.88 \mu m$, GV: 5.14 %). Dargestellt sind von unten nach oben Suspensionen mit Feststoffanteilen 5.5, 7.0, 8.5 und 10.0 %

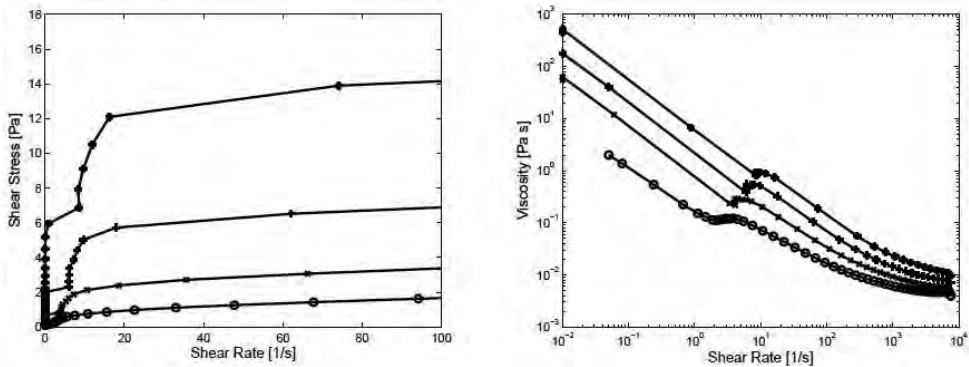


Abb. 25: Fließ- und Viskositätskurve der Probe Weser 3 ($d_p = 12.07 \mu m$, GV: 8.27 %). Dargestellt sind von unten nach oben Suspensionen mit Feststoffanteilen 5.5, 7.0, 8.5 und 10.0 %

- **Anspringeffekt:** Ist die Fließgrenze erst einmal überschritten, dann springt die Scher rate auf einen gewissen Wert. Der Effekt ist besonders gut bei der Probe Weser 3 zu erkennen. Dieses Verhalten ist vergleichbar mit dem einer leicht eingerosteten Schraube oder einem fest auf einem Konservenglas verschraubten Deckel, die, wenn erst einmal durch ein starkes Moment gelöst, dann aber ruckartig viel zu schnell drehen. Ein entsprechendes ruckartiges Anspringen der Bewegung ist auch bei einem Feststoffgehalt von 8.5 %, weniger bei 7 % und 5.5 % zu erkennen.
- **Kein Korngrößeneinfluss:** Zur einfacheren Interpretation wurden die gemessenen mittleren Korngrößen in die Bildunterschrift übernommen. Ein Zusammenhang zwischen Korngröße und rheologischem Verhalten ist hier allerdings nicht zu erkennen.
- **Kein Einfluss des Glühverlusts:** Ein Zusammenhang zwischen Glühverlust und Lage der Kurven in den verschiedenen Kurven ist ebenfalls nicht zu erkennen.
- **Variabilität der Ergebnisse:** Bringt man alle Ergebnisse in eine einzige Graphik, so ist die Variabilität der Kurvenverläufe umso größer, je größer die Feststoffkonzentration ist.

- **Extremwerte:** Vergleichen wir die einzelnen Proben untereinander, so zeigt die Probe Ems 2 die höchsten und die Probe Weser 1 die niedrigsten Scherspannungen. Entsprechende Verhaltensauffälligkeiten sind für die Probe Ems 2 weder in der Korngrößenverteilung, noch in der Trockendichte oder dem Glühverlust zu erkennen. Die Probe Weser 1 hat allerdings auch den geringsten Glühverlust und den größten Tonanteil.

5. Rheologische Modellierung der Schlickproben

Fassen wir den Stand der Entwicklung an dieser Stelle zunächst einmal zusammen: In der deskriptiven Rheologie wurden zunächst die Abhängigkeit der Viskosität von der Scherrate als die die Rheologie definierende Grundabhängigkeit vorgestellt. Die rheometrischen Messungen der Flüssigschlickproben zeigen strukturviskoses Verhalten, welches in Abhängigkeit vom Feststoffgehalt mehr oder weniger stark ausgeprägt ist. Wir haben damit in der Flüssigschlickrheologie den Feststoffgehalt ϕ als zweite Variable neben der Scherrate $\dot{\gamma}$ zu berücksichtigen. Die Vorlage, wie diese Modellgesetze aussehen könnten, wurde im vorangegangenen Kapitel erarbeitet.

5.1 Surface Fitting mit MATLAB

Um eine Funktion mit zwei Variablen an einen gegebenen Datensatz anzupassen, benötigt man ein entsprechendes Programm, welches ohne Kenntnisse aus der numerischen Mathematik nicht einfach zu schreiben ist. Durch den Einsatz der Software MATLAB in den verschiedenen Fachbehörden steht mittlerweile ein Instrumentarium zur Auswertung und Visualisierung zur Verfügung, welches ein erhebliches Aufgabenspektrum im Küsteningenieurwesen bewältigen kann. Ich möchte hier nur das komfortable Surface-Fitting-Tool `sftool` vorstellen, welches über einfache graphische Oberflächen Funktionen mit zwei Variablen an beliebige Datensätze anpassen kann. Hier hat man neben verschiedenen Standardfunktionen auch die Möglichkeit, eigene Fitfunktionen („Custom Equation“) zu spezifizieren. Das `sftool` ist die Weiterentwicklung des Curve Fitting Tools `cftool`, mit welchem man z. B. logarithmische Geschwindigkeitsprofile oder auch Partialtiden an gegebene Geschwindigkeits- oder Wasserstandsdaten fitten kann.

5.2 Weiterentwicklung des Worrall-Tuliani-Modells zur Beschreibung von Flüssigschlick

Das Worrall-Tuliani-Modell

$$\tau = \tau_y + \mu_\infty \dot{\gamma} + \frac{\Delta\mu b_{\text{floc}} \dot{\gamma}}{\alpha_{\text{break}} \dot{\gamma} + b_{\text{floc}}}$$

ist deshalb noch nicht für die rheologische Modellierung von Flüssigschlick geeignet, weil der Feststoffanteil hier noch nicht auftaucht. Für dieses rheologischen Modell sind also insgesamt fünf Parameter als Funktion des Feststoffanteils ϕ zu parametrisieren.

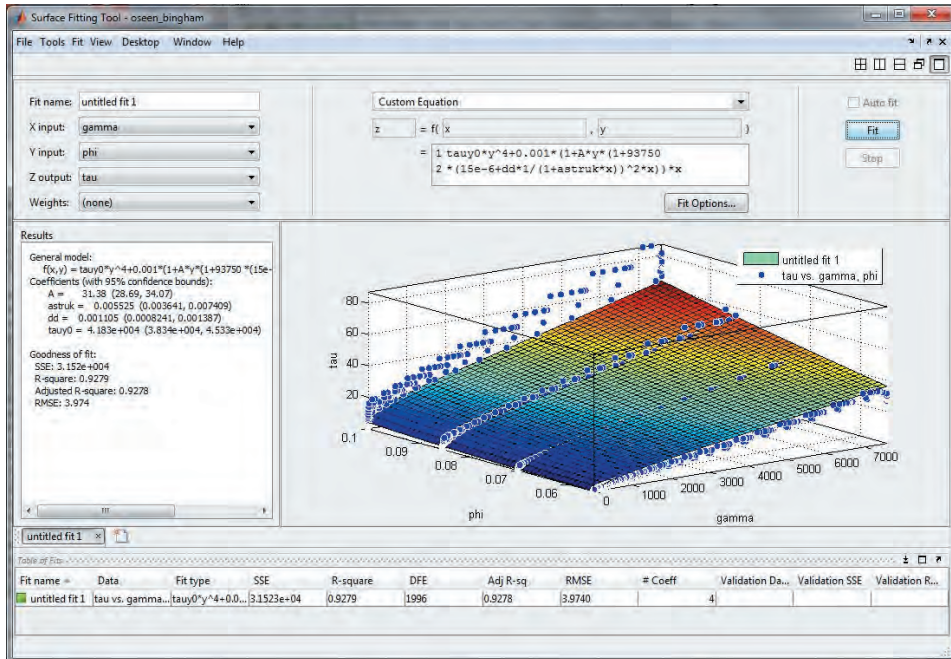


Abb. 26: Die graphische Oberfläche des Surface Fitting Tools von Matlab. Links oben ist der Dateneingabebereich mit X input etc. zu sehen, rechts oben das Auswahlfeld mit dem Modus Custom Equation, darunter das Feld mit der selbst einzugebenden Fitfunktion. Links mittig sind die Ergebnisse für die Fitparameter dargestellt

5.2.1 Die Fließgrenze von Schlick

Die Fließgrenze hängt für Schlicke vom Feststoffgehalt ϕ im Fluid ab. Nach Migniot (MIGNIOT, 1968) (Extrapolation der Ergebnisse eines Rotationsviskosimeters) steigt sie mit diesem in der Form:

$$\tau = \tau_{y,0} \phi^n$$

Die Potenz liegt dabei sehr nahe an der 4, die Migniot 1968 vorgeschlagen hat. 1989 gibt er für die Potenz drei Fälle an. In der fluidischen Phase ist sie 3, während sie in der plastischen und der festen Phase 6 ist. Die Vorfaktoren sind dabei natürlich jeweils unterschiedlich. Somit sollten wir die Potenz n als Fitparameter freihalten.

5.2.2 Die strukturabhängige Viskosität

Die Viskosität μ_∞ wird definitionsgemäß für sehr hohe Scherraten angenommen, bei denen alle Strukturen wie Flocken zerstört sind. Aber auch diese deflockulierte Viskosität ist immer noch vom Feststoffanteil ϕ abhängig. Bei einem Feststoffanteil ϕ von null soll sie der

Viskosität des Wassers μ_0 entsprechen. Mit zunehmendem Feststoffanteil nimmt die Viskosität nach Einstein linear und nach Batchelor und Green quadratisch mit ϕ zu. Diese Funktionen wurden in den Vorarbeiten dazu verwendet, um die rheologischen Daten zu fitten. Wesentlich besser eignete sich aber ein Exponentialansatz in der Form

$$\mu_\infty = \mu_0 \exp(a_1 \phi) \text{ mit } \mu_0 = 0.001 \text{ Pa s}$$

den man auch als Verallgemeinerung einer Potenzreihe verstehen kann.

Ferner ist die Differenzviskosität durch Flockenbildung zu erfassen. Bei reinem Wasser mit einem Feststoffanteil $\phi = 0$ sollte die Differenzviskosität durch Flokkulation ebenfalls Null sein. Wir nehmen eine lineare Zunahme mit dem Feststoffgehalt an:

$$\Delta\mu = b_2 \phi$$

Dieser Ansatz ist ebenfalls pragmatisch gewählt worden. Hier haben quadratische und Exponentialfunktionen zu schlechteren Ergebnissen in der Anpassung geführt.

5.2.3 Die Flockendynamik

Auch der Parameter des Wachstums von Bindungen b_{floc} sollte stark, d. h. u. U. nicht-linear mit dem Feststoffgehalt steigen:

$$b_{\text{floc}} = a_2 \phi^{b_3}$$

Die Zerstörung von Flocken durch die Scherung des Fluids sollte unabhängig vom Feststoffgehalt sein. Der Parameter α_{break} wird daher nicht weiter modelliert.

5.2.4 Parameteranpassung für das erweiterte Worall-Tuliani-Modell

Insgesamt ergibt sich eine Anpassungsfunktion der Form

$$\tau(\phi, \dot{\gamma}) = \tau_{y,0} \phi^n + \mu_0 \exp(a_1 \phi) \dot{\gamma} + \frac{a_2 \phi^{b_3} b_2 \phi \dot{\gamma}}{\alpha_{\text{break}} \dot{\gamma} + a_2 \phi^{b_3}}$$

die nur noch von der Scherrate $\dot{\gamma}$ und dem Feststoffanteil ϕ abhängig ist und vier empirischen Konstanten $\tau_{y,0}$, n , α_{break} , a_1 und a_2 .

Zur Validierung des entwickelten Ansatzes wurden alle rheologischen Daten aus Weser und Ems zu einem einzigen Datensatz kompiliert, da im Rahmen dieses Projekts das vorrangige Ziel verfolgt wurde, ein numerisches Modell für die Dynamik von Flüssigschlick in den Ästuaren der deutschen Nordseeküste zu entwickeln. Dadurch weisen die Einzeldaten bei gleicher Scherrate und Feststoffgehalt schon eine nicht unerhebliche Streuung auf, wie in Abb. 26 zu erkennen ist.

So wurden die folgenden Abhängigkeiten gefunden:

- Die Fließgrenze lässt sich durch

$$\tau_y = 6980 \text{ Pa } \phi^{3,638}$$

parametrisieren.

- Für die Endviskosität μ_∞ erhält man

$$\mu_\infty = \mu_0 \exp(20,92 \phi)$$

wobei μ_0 wieder die Viskosität des Klarwassers ist.

- Die Differenzviskosität durch Flockulation ist $\Delta\mu = 8,439 \text{ Pa s } \phi$
- Der Parameter α_{break} steuert das Zerbrechen von Flocken durch die Scherrate. Er ist $\alpha_{\text{break}} = 0,2619$.
- Der Parameter b_{floc} steuert das Flockenwachstum. Er ist: $b_{\text{floc}} = 88,1 \text{ Hz } \phi^{1,403}$

5.2.5 Validierung der Worrall-Tuliani-Funktion für Schlick

Obwohl die Korrelation der so konstruierten Anpassungsfunktion nach Worrall-Tuliani mit den verwendeten Daten rund 95 % beträgt, muss ihre Güte durch den Vergleich mit einzelnen Datensätzen validiert werden. In Abb. 27 werden dazu die für den Datensatz Ems 5 gemessenen Schubspannungen mit der Anpassungsfunktion verglichen, die ja für alle Daten gewonnen wurde. Die qualitative Übereinstimmung, d.h. der Verlauf der Schubspannung mit steigender Scherrate und die Zunahme mit steigendem Feststoffgehalt ist dabei sehr gut. In den absoluten Werten zeigen sich an manchen Stellen aber Abweichungen von bis 50 %. Dennoch ist dieses Ergebnis zur quantitativen Erfassung der Rheologie eines Schlickes als sehr gut zu bezeichnen.

In Abb. 27 sind die gemessenen im Vergleich zu den modellierten Viskositäten dargestellt. Auch hier wird das Verhalten qualitativ recht gut erfasst, wenn auch der Buckel zwischen 1 Hz und 10 Hz in den Messergebnissen nicht so detailliert wiedergegeben wird. Dieses Fehlverhalten kann aber darauf zurückgeführt werden, dass während der rheologischen Messungen kein Flockulationsgleichgewicht erreicht wurde.

5.3 Verifikation des korngößenabhängigen rheologischen Modells

Im Unterschied zu dem Ansatz von Worrall-Tuliani müssen beim korngößenabhängigen rheologischen Modell

$$\mu = \frac{\tau_{y,0} \phi^4}{\dot{\gamma}} + \mu_0 \left(1 + (A\phi + B\phi^2) \left(1 + \frac{3}{32} \frac{\rho_0}{\mu_0} \left(d_0 + \frac{1}{\alpha_{\text{struk}} \dot{\gamma} + 1} \Delta d \right)^2 \dot{\gamma} \right) \right)$$

neben der Fließgrenze, die hier schon nach Migniot eingesetzt wurde, keine weiteren Parameter modelliert werden. Der Bestanpassung mit dem sftool ergibt die folgenden Parameter:

1. Die Feststofffließgrenze ist $\tau_{y,0} = 15350 \text{ Pa}$.
2. Die intrinsische Viskosität ist $A = 26.43$.

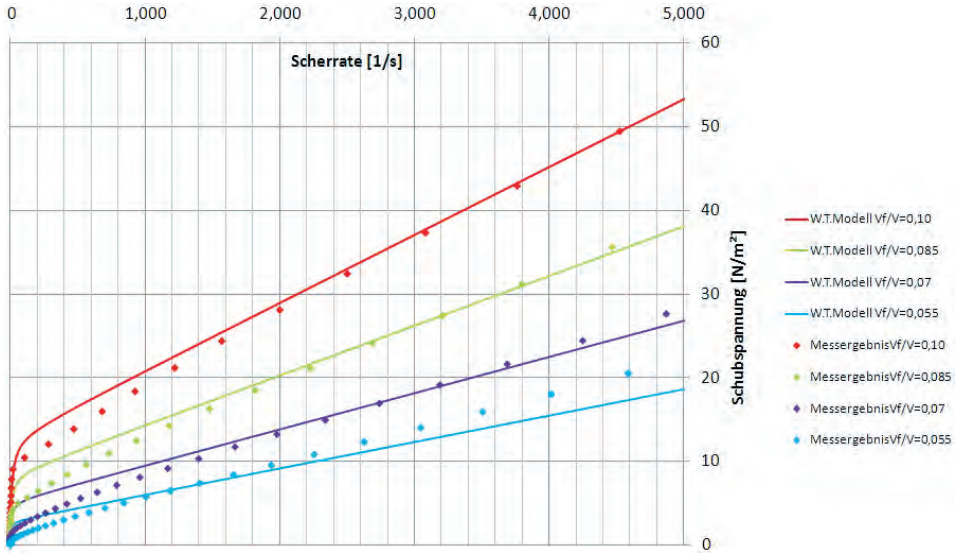


Abb. 27: Die Fließkurven nach dem Worrall-Tuliani-Modell (durchgezogen) im Vergleich zu den CSS-Messergebnissen für die Probe Ems 5

3. Der Batchelorfaktor ist $B = 621.3$ ist größenordnungsmäßig tatsächlich etwa das Quadrat der intrinsischen Viskosität.
4. Der minimale Korndurchmesser ist mit $d_0 = 5.325 \mu m$ in der Größenordnung, aber etwas kleiner als die gemessenen Korndurchmesser.
5. Die maximale Korngrößenzunahme durch Flockenbildung mit ist $\Delta d = 4.167 \text{ cm}$ sicherlich größer, als man erwarten würde.
6. Der Strukturparameter $\alpha_{struk} = 0.5 \text{ s}$.

Die Abb. 29 belegt eine gute Übereinstimmung der berechneten Fließkurve mit den gemessenen Daten.

6. Die rheologische Definition der nautischen Sohle

Die nautische Sohle bestimmt die Tiefe, bis zu der ein Gewässer noch schiffbar ist. Von der PIANC wurde 1978 eine Dichte von $1200 \frac{kg}{m^3}$ empfohlen. Wurpts (WURPTS, 2005)

schlägt hier allerdings alternativ eine auf die Fließgrenze des anstehenden Schlicks bezogene Definition der nautischen Tiefe von 70 Pa vor. Hydromechanisch kann man die zweite Alternative durch einen Blick auf die exakte Formulierung für den Strömungswiderstand eines Schiffes unterstützen:

$$\vec{F}_w = \underbrace{\oint_{\partial\Omega} p \vec{n} dA}_{\text{Druckwiderstand}} \quad - \quad \underbrace{\oint_{\partial\Omega} \tau \vec{n} dA}_{\text{Reibungswiderstand}}$$

Dieser setzt sich aus einem Druckanteil 1. Term und dem Reibungswiderstand 2. Term zusammen. Der Tensor τ beschreibt dabei die viskosen Spannungen, die mit der Reibung des Fluids am Schiff verbunden sind.

Den unter dem Integral auftauchenden Druck kann man recht einfach aus der Bernoulli-gleichung abschätzen, wenn man annimmt, dass die Schiffsgeschwindigkeit (als Anströmgeschwindigkeit) u_∞ vollständig am Körper gestaut und dort in einen **Staudruck** umgewandelt wird:

$$\frac{u_\infty^2}{2} = \frac{P_{\text{stau}}}{\rho}$$

Hat der Körper die Anströmfläche A , dann gilt für den Druckwiderstand

$$F_p = c_p A \frac{\rho u_\infty^2}{2}$$

wobei der Beiwert c_p alle Unzulänglichkeiten der vereinfachten Herleitung kompensiert. Für den Gesamtwiderstand folgt somit:

$$\vec{F}_W = c_p A \frac{\rho u_\infty}{2} \vec{u}_s - \oint_{\partial\Omega} \tau \vec{n} dA$$

Da ein anfahrendes Schiff zunächst die Geschwindigkeit $u_\infty = 0$ hat, sind neben seinen eigenen Trägheitskräften nur die Fließgrenze τ_y des umgebenden Fluids zu überwinden. Damit ein Schiff der Masse m_s also die Anfangsbeschleunigung a erfährt, muss die Schubkraft T mindestens

$$T \geq m_s a + c_v \tau_y A$$

betragen. Darin ist A nun die benetzte Schiffsaußenhaut und $c_v \cong 1$ ein Beiwert, der die Ungenauigkeiten dieser Betrachtung berücksichtigt.

Diese Herleitung zeigt, dass die Schiffbarkeit eines schlickhaltigen Gewässers tatsächlich durch die Fließgrenze und nicht durch die Flüssigkeitsdichte bestimmt ist. Dabei würde sich bei dem von Wurpts vorgeschlagenen Grenzwert und der in diesem Projekt gewonnenen Parametrisierung der Fließgrenze

$$\tau_y = 70 \text{ Pa} = 6980 \text{ Pa} \phi^{3,638}$$

ein Feststoffgehalt von $\phi = 0,2822$ bzw. eine Dichte von etwa $1450 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ als nautische Sohle ergeben.

Natürlich muss hier noch experimentell bestätigt werden, wie sich die eingeführten Beiwerte bei verschiedenen Schiffsgrößen tatsächlich verhalten.

Die gewonnenen Erkenntnisse machen es somit also möglich, einen Zusammenhang zwischen dem aktuellen Feststoffgehalt bzw. der Dichte auf der einen und der erforderlichen Schubkraft des Schiffs auf der anderen Seite herzustellen. Damit führt die hier präsentierte theoretische Analyse die von Wurpts vorgeschlagene Vorgehensweise, die nautische Sohle über die Viskosität zu definieren, mit der klassischen Definition über die Dichte zusammen.

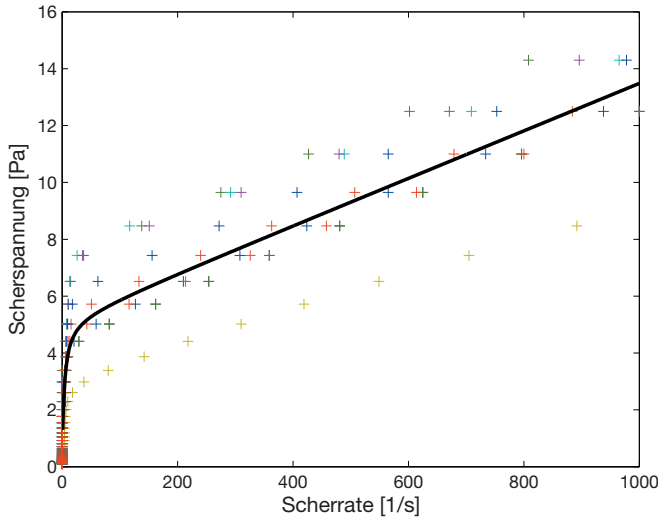


Abb. 28: Vergleich der mit dem korngößenabhängigen rheologischen Modell berechneten Fließkurve mit allen in Ems und Weser gewonnenen Proben (CSS-Verfahren) bei einem Feststoffgehalt von 8.5 %

7. Der Transport von Flüssigschlick in Rohren

Als zweite Anwendungsmöglichkeit der in diesem Aufsatz vorgestellten rheologischen Analysen sei die Bemessung von Rohrströmungen mit Flüssigschlick vorgestellt, so wie sie im Hafen Leer für den Abtransport von Schlick eingesetzt werden.

Das Grundproblem einer jeden Rohrströmung ist die Bemessung einer hinreichenden Pumpe. Dazu muss man für gegebene Rohrabmessungen (Länge und Durchmesser) den Energieverlust bei einem gewissen Durchfluss Q kennen. Dieser ist im Wesentlichen von dem sich über den Rohrquerschnitt einstellenden Geschwindigkeitsprofil abhängig.

Um die besonderen geometrischen Symmetrien eines Rohres bei der Lösung der Bewegungsgleichungen zu berücksichtigen, ist es notwendig, diese in Zylinderkoordinaten zu transformieren. Die Mathematik dieser Transformation wird ausführlich in Malcherek, 2001 beschrieben. Liegt die x -Koordinate auf der Rohrachse und bezeichnet man die Geschwindigkeit in diese Hauptstromrichtung mit u , dann bleibt von der Impulsgleichung in einem Rohr:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau r}{\partial r}$$

In diese Differentialgleichung lässt sich nun eines der gewonnenen Fließgesetze (z.B. Formel (1)) oder einsetzen, wobei die Scherrate in einer Rohrströmung $\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial r}$ ist. Das

Gesamtsystem kann nun numerisch z.B. mit der MATLAB-Funktion `pdepe` gelöst werden.

Abb. 29 zeigt das Geschwindigkeitsprofil, welches sich für einen Worrall-Tuliani-Schlick in einem Rohr bei einem Druckgefälle von 60 Pa/m ergibt. Nahe der Rohrachse bildet sich

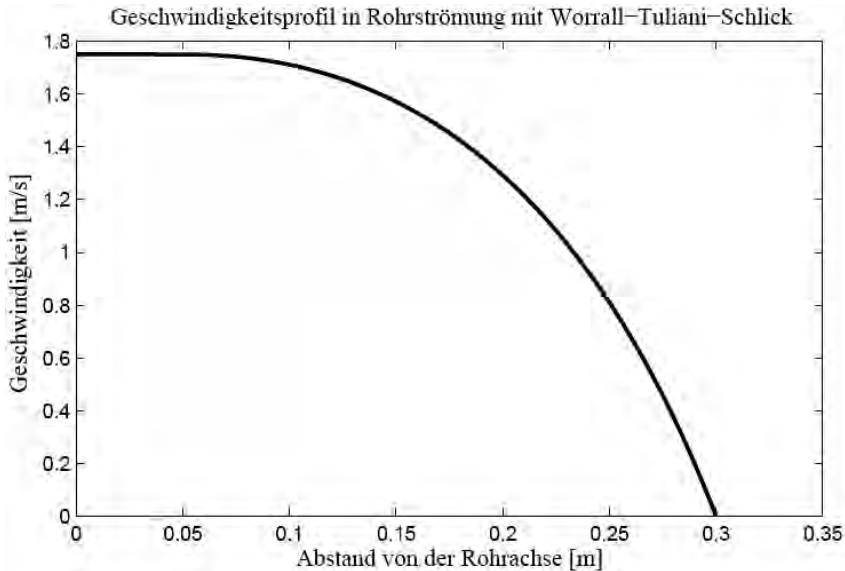


Abb. 29: Geschwindigkeitsprofil in einer Rohrströmung mit einem Schlick, dessen Rheologie nach dem Worrall-Tuliani-Gesetz beschrieben wird. Der Durchfluss ist $0,31 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$, hierfür benötigt man bei einer Rohrlänge von 350 m eine Leistung von 6,525 kW

eine sogenannte **Propfenströmung** aus, d.h. hier bewegt sich der Schlick mit einer konstanten Geschwindigkeit und damit ohne laminare Reibung.

Um die durch eine Pumpe zu gewährleistende Energiehöhe zu bestimmen, integriert man das erhaltene Geschwindigkeitsprofil zunächst über den Rohrquerschnitt, womit man den Durchfluss Q erhält:

$$Q = 2\pi \int_0^r u(r)rdr$$

Man kann nun in dem oben vorgestellten MATLAB-Berechnungsverfahren die Druckdifferenz so weit erhöhen, bis sich der gewünschte Durchfluss einstellt. Die Angaben zum Hafen Leer belaufen sich dabei auf eine Volumenleistung von 4200 m^3 Schlick in 4 Stunden Pumpzeit (WURPTS, 2005), was einem Durchfluss von $0,2917 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ entspricht.

Dann berechnet man die aufrechtzuerhaltende Energiehöhe als

$$h_E = \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x} L$$

wenn man einmal annimmt, dass der Druckabfall über die Rohrlänge $L = 350 \text{ m}$ konstant ist.

In den oben genannten beiden Fällen würde man für einen Worrall-Tuliani-Schlick eine Pumpleistung von 6.5 kW benötigen. In den vorangegangenen Betrachtungen wurde allerdings der Übergang zur turbulenten Strömung bisher nicht berücksichtigt.

8. Zusammenfassung und Empfehlungen

Zur Beschreibung der rheologischen Eigenschaften von Flüssigschlickten wurde in einer Literaturrecherche das Modellgesetz von Worall-Tuliani als am geeignetsten identifiziert, weil es sowohl strukturviskose als auch thixotrophe Eigenschaften berücksichtigen kann. Es beinhaltet aber keine Aussagen über den Einfluss des Feststoffgehalts auf das rheologische Verhalten.

Die Beschreibung des mikrorheologischen Verhaltens von granularen Suspensionen mit strömungsmechanischen Modellen liefert dagegen erstmals einen Ansatz für die Flüssigschlickviskosität, der sowohl die Partikelgröße als auch den Feststoffgehalt berücksichtigt. Durch die Kombination mit dem Moore- bzw. Worall-Tuliani-Ansatz zur Strukturviskosität können alle genannten Phänomene gemeinsam beschrieben werden.

Um diese rheologischen Gesetze zu validieren, wurden Sedimentproben in Ems und Weser gezogen, mit diesem Material Flüssigschlicke durch Verdünnung erzeugt und deren rheologisches Verhalten analysiert. Die Anpassung der entwickelten rheologischen Modelle zeigt eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Daten.

Ferner wird ein Vorgehenmodell zur rheologischen Analyse von Flüssigschlickten empfohlen. Dieses besteht aus den folgenden Arbeitsschritten:

1. Probenahme
2. Bestimmung der Korngrößenverteilung
3. Bestimmung der Sedimentdichte
4. Aussiebung des Anteils $> 63 \mu\text{m}$
5. Rheologische Analyse mit CSS-Messung für verschiedene Verdünnungen
6. Surface-Fitting eines erweiterten Worrall-Tuliani-Modells.

Die so gewonnenen Analysen können

- zur Bestimmung der nautischen Sohle
- zur Dimensionierung von Rohrströmungen und Pumpen für solche Schlicke
- zur Bestimmung der Neigung von Hafenbeckensohlen zum Abtransport des Materials
- für die numerische Simulation (KNOCH und MALCHEREK, 2010]

verwendet werden.

Die gewonnenen rheologischen Modelle sind derzeit noch nicht in der Lage, den Übergang zur freien Turbulenz bei abnehmendem Feststoffgehalt gleitend zu beschreiben. Hier besteht noch erheblicher Forschungsbedarf, da integrierte Ästuarmodelle in Zukunft sowohl das Verhalten der turbulenten Wassersäule als auch die bodennahen Flüssigschlickschichten richtig beschreiben sollen.

Durch die Trennung des Feinkorns (Schluff und Ton) von den größeren Kornfraktionen im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen sind die Modelle ferner nicht in der Lage, die Rheologie von Schlicksanden zu beschreiben. Wie dies zu geschehen hat, ist ebenfalls noch zu untersuchen.

9. Danksagung

Das vom Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI) unterstützte und durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) unter dem Kennzeichen 03KIS066 geförderte Projekt MudSimA hat eine wissenschaftliche Mitarbeiterstelle über drei Jahre gefördert. Dafür danke ich und hoffe, dass als Gegenleistung alles, was in der

Praxis der mit Schlick beschäftigten Gewässerkunde nützlich sein kann, in einer nachvollziehbaren Handlungsempfehlung verwertbar dargestellt wurde. Sollten Fragen zu dem Inhalt dieser Publikation offen geblieben sein, ist der Autor bei der Beantwortung gerne behilflich.

Die Proben in der Ems wurden mit Unterstützung der WSA Emden genommen. An der Weser wären wir ohne Hilfe von Bremenports mit unserem für bayerische Gewässer entworfenen Messboot wohl kläglich untergegangen.

10. Verzeichnis der verwendeten Symbole (nach Reihenfolge)

Symbol	Bedeutung
τ	Scherspannung
F_x	Kraftkomponente in x-Richtung
A_z	Fläche mit Normaleneinheitsvektor in z-Richtung
$\dot{\gamma}$	Scherrate
u, u_x, U	Geschwindigkeit in x-Richtung, Anströmgeschwindigkeit
t	Zeit
m	Dynamische Viskosität
K	Vorfaktor im Ostwald-de-Waele-Gesetz
n	Potenz im Ostwald-de-Waele-Gesetz, Teilchenzahldichte
τ_y	Fließgrenze [Pa]
λ_s	Strukturparameter
μ_∞	Viskosität bei vollständiger Deflockulation
$\Delta\mu$	Viskositätszunahme bei vollständiger Flockenbildung
b_{floc}	Parameter zur Beschreibung der Flockenbildung
α_{break}	Parameter zur Beschreibung des Flockenzerbrechens
d	Partikeldurchmesser
u_r	Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid
ρ_0	Dichte des Trägerfluids
N	Teilchenzahl
h	Höhe
W_{ges}, W_w	Gesamtarbeit, Widerstandsarbeit
α_{struc}	Verhältnis von Flockenbildung zu -zerstörung
ϕ	Feststoffvolumenanteil
A, B	Flächeninhalt, Allgemeine Konstanten
p, p_{stat}	Druck, Staudruck
\vec{n}	Normaleinheitsvektor

$\partial\Omega$	Rand eines Gebiets
c_p	Druckwiderstandsbeiwert
T	Schubkraft
m_s	Schiffsmasse
c_v	Reibungswiderstandsbeiwert
Q	Durchfluss
h_E	Energiehöhe
L	Länge, Rohrlänge

11. Schriftenverzeichnis

- Arbeitskreis Nassbaggerei Küste der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes: Nassbaggerunterhaltungsarbeiten im Küstenbereich. Jahresbericht 2003, Baggerbüro Küste, Bremerhaven, 2004.
- BARNES, H. A.: Shear-Thickening ("Dilatancy") in Suspensions of Nonaggregating Solid Particles Dispersed in Newtonian Liquids. *J. Rheology*, 33 (2), 329–366, 1989.
- BATCHELOR, G. K. and GREEN, J. T.: The Determination of the Bulk Stress in a Suspension of Spherical Particles to Order c^2 . *J. Fluid Mech.*, 56 (3), 401–427, 1972.
- BINGHAM, E. C.: An Investigation on the Laws of Plastic Flows. Technical Report, U.S. Bureau of Standards, 1916.
- BURBAN, P.-Y.; LICK, W. and LICK, J.: The Flocculation of Fine-Grained Sediments in Estuarine Waters. *J. Geophys. Res.*, 94, 8323–8330, 1989.
- EILERS, H.: Die Viskosität von Emulsionen hochviskoser Stoffe als Funktion der Konzentration. *Kolloid-Zeitschrift*, 97 (3), 313–321, 1941.
- EINSTEIN, A.: Eine neue Bestimmung der Moleküldimension. *Ann. Physik*, 1906.
- HERSCHEL, W. H. and BULKLEY, R.: Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollösungen. *Colloid and Polymer Science*, 39 (4), 291–300, 1926.
- JEFFERY, G. B.: The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid. *Proc. Roy. Soc. A*, 102, 161–179, 1922.
- KNOCH, D. and MALCHEREK, A.: A numerical model for the simulation of fluid mud with different rheological behavior. *Ocean Dynamics*, 60, 2010.
- LEUSSEN, W. VAN: Aggregation of Particles, Settling Velocities of Mud Floccs. A Review. In: Dronkers, J., van Leussen, W. (ed.): *Physical Processes in Estuaries*, 347–403. Berlin, Heidelberg, 1988.
- LEUSSEN, W. VAN: Estuarine Macroflocs and their Role in Fine-Grained Sediment Transport. PhD thesis, University of Utrecht, Netherlands, Utrecht, 1994.
- LICK, W.; HUANG, H. and JEPSEN, R.: Flocculation of Fine-Grained Sediments Due to Differential Settling. *J. Geophys. Res.*, 98, 10279–10288, 1993.
- LICK, W.; LICK, J. and ZIEGLER, C. K.: Flocculation and its Effect on the Vertical Transport of Fine-Grained Sediments. *Hydrobiologia*, 235/236, 1–16, 1992.
- LICK, W.; LICK, J.; ZIEGLER, C. K. and JOSHI, A.: Effects of Flocculation on Particle Transport. In: Spalding, M. L., Cheng, R. T., Bedford, K., Blumberg, A., Swanson, C. (ed.), *Estuarine and Coastal Modeling*, Proceedings of the 3th International Conference in Chicago 1993, ASCE, 1993.
- MALCHEREK, A.: Mathematische Modellierung von Strömungen und Stofftransportprozessen in Ästuaren. Bericht Nr. 44, Institut für Strömungsmechanik und Elektron. Rechnen im Bauwesen der Universität Hannover, 1995.
- MALCHEREK, A.: Hydromechanik der Fließgewässer. Bericht Nr. 61, Institut für Strömungsmechanik und Elektron. Rechnen im Bauwesen der Universität Hannover, 2001.
- MALCHEREK, A.: Gezeiten und Wellen – Die Hydromechanik der Küstengewässer. PRAXIS. Wiesbaden, 2010.

- MALCHEREK, A. u. CHA, H.: Zur Rheologie von Flüssigschlickten: Experimentelle Untersuchungen und theoretische Ansätze. Mitteilungen des Instituts für Wasserwesen der Universität der Bundeswehr München 111/2011. Aachen, 2011.
- MIGNIOT, C.: Étude des propriétés physiques de différents sédiments très fins et de leur comportement sous des actions hydrodynamiques. *La Houille Blanche*, 7, 591–620, 1968.
- MOORE, F.: The Rheology of Ceramic Slips and Bodies. *Trans. Brit. Ceramic Soc.*, 28(58(7/8)), 470–494, 1959.
- NASNER, H.: Sedimentation in Tidehäfen, Phase 2. *Die Küste*, 59, 63–114, 1997.
- NGUYEN, Q. D. and BOGER, D. V.: Measuring the Flow Properties of Yield Stress Fluids. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 24, 47–88, 1992.
- OSEEN, C. W.: *Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik*. Leipzig, 1927.
- PUTZAR, B.; MARQUES, W.; FERNANDES, E. and MALCHEREK, A.: An Integrated Modeling System for the Patos Lagoon in Brasil. Mitteilungen des Instituts für Wasserwesen der Universität der Bundeswehr München 108/2010. Aachen, 2010.
- SCHERAGA, H. A.: Non-Newtonian Viscosity of Solutions of Ellipsoidal Particles. *J. Chem. Phys.*, 23, 1526–1532, 1955.
- WIT, P. J. DE: Liquefaction of Cohesive Sediments caused by Waves. PhD thesis, Technische Universiteit Delft, Delft, 1995.
- WORRAL, W. E. and TULIANI, S.: Viscosity changes during the ageing of clay-water suspensions. *Trans. British Ceramic Society*, 63, 167–185, 1964.
- WURPTS, R.: Hyperconcentrated Flow. *HANSA International Maritime Journal*, 142 (09), 75–88, 2005.