

# Anomale Dispersion zur Darstellung der küstennahen Wellenverformung

Von Fritz Büsching

## Zusammenfassung

Die vorliegenden Untersuchungen basieren auf Wellenmessungen, die in einem küstennormalen Profil vor der Insel Sylt/Nordsee seit 1971 vom Lehrstuhl für Hydromechanik und Küstengewässerbau der Technischen Universität Braunschweig durchgeführt wurden. Während im ersten Teil die Analyse der Wellenverformung mit Hilfe des auf Analogaufzeichnungen angewandten „Nulldurchgangsverfahrens“ (Zero-up-crossing) behandelt wird, besteht der zweite Teil aus einem Erklärungsversuch der signifikanten Verformungserscheinungen unter Verwendung von spektralen Auswertmethoden.

Als Ergebnis ist festzustellen, daß die durch eine Vielzahl von Analogauswertungen belegte Wellenperiodenzunahme bei abnehmender Wassertiefe sowie andere Wellenverformungen mit anomaler Dispersion der Phasengeschwindigkeiten der beteiligten FOURIER-Komponenten erklärt werden kann. Demnach ist zu vermuten, daß das Auftreten anomaler Dispersion – wie bekanntlich bei der Absorption von elektromagnetischen Wellen – auch bei Schwerewellen eine Begleiterscheinung der Energieumwandlung darstellt, wenn sich auch die betreffenden Mechanismen grundsätzlich voneinander unterscheiden.

## Summary

*Water level deflexions  $\eta(t)$  have been measured synchronously at some positions in a beach profile on the isle of Sylt/North Sea during severe storm surge conditions as well as at attenuating wave action. A steadily increasing wave period  $\bar{T}_z$  in the upbeach direction, turning out from strip chart evaluations, is in accordance with the result of FOURIER syntheses. Near shore wave deformation is explained by anomalous dispersion of the frequency components.*

## Inhalt

1. Einleitung . . . . .	159
2. Wellenparameter im Flachwasserbereich . . . . .	160
3. Spektralfunktionen . . . . .	165
4. Schlußfolgerungen . . . . .	179
5. Schriftenverzeichnis . . . . .	182

### 1. Einleitung

Wegen der bekannten Vorbehalte bezüglich der Darstellung von Brandungsprozessen in hydraulischen (und mathematischen) Modellen (FÜHRBÖTER, 1970 und 1971) sind seit 1971 im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Forschungsprogramms „Energieumwandlungen in Brandungszonen“ umfangreiche Naturuntersuchungen auf der Insel Sylt vom Leichtweiß-Institut der TU Braunschweig durchgeführt worden.

Insbesondere wurde die Energieumwandlung auf dem Strand zunächst von FÜHRBÖTER (1974) auf der Grundlage der Theorie erster Ordnung (AIRY) und der Auswertung von

Analogaufzeichnungen behandelt. Später wurden vom Verfasser auch Analysemethoden im Frequenzbereich verwendet (BÜSCHING, 1974, 1975, 1976 und 1978).

Die vorliegenden Untersuchungen beziehen sich auf beide Auswertmethoden. Während im ersten Teil für die Beschreibung der küstennahen Wellenverformung das Nulldurchgangsverfahren (Zero-up-crossing) angewandt wird, besteht der zweite Teil aus einer Analyse der Verformungsprozesse mit Hilfe von spektralen Auswertmethoden.

## 2. Wellenparameter im Flachwasserbereich

Die herkömmliche Betrachtungsweise der küstenwärtigen Wellenverformung ist im wesentlichen durch die Annahme einer konstanten Wellenperiode gekennzeichnet mit der

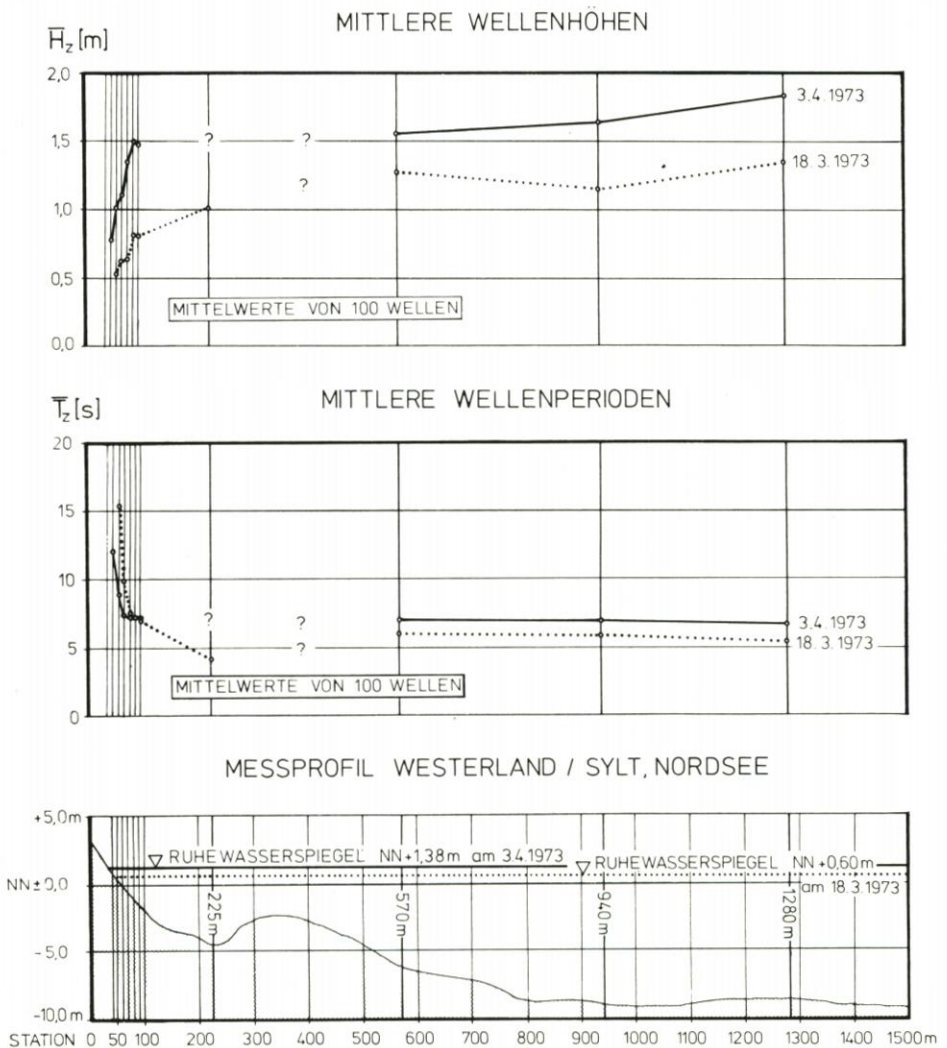


Abb. 1. Mittlere Wellenhöhen und -perioden im Meßprofil auf der Insel Sylt vor Westerland

Folge, daß mit der durch Refraktion bedingten Abnahme der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit  $c$  auch die Wellenlänge abnimmt. Darüber hinaus wird die kontinuierliche Wellenverformung einmal durch die verschiedensten Wellenasymmetrien (BIESEL, 1951; PATRICK und WIEGEL, 1956; ADEYMO, 1968; IWAGAKI, SAKAI und KAWASHIMA, 1973; FÜHRBÖTER, 1974) und andererseits durch den sogenannten „Zerfall“ (decomposition) der ursprünglichen Wellen in mehrere kleinere Wellen (Solitonen; engl. solitons) charakterisiert (MULTER und GALVIN, 1967; MADSEN und MEI, 1969; ZABUSKY und GALVIN, 1971; GALVIN, 1972). Da die letztere Erscheinung (Solitonen) mit Hilfe des Nulldurchgangsverfahrens oder ähnlicher Auswertetechniken nicht beschrieben werden kann, erscheint die Anwendung derartiger Methoden insbesondere in Flachwassergebieten zweifelhaft. Im Hinblick darauf werden im folgenden die Ergebnisse zweier Messungen vom 18. März und 3. April 1973 bei Wasserständen NN + 0,66 m bzw. NN + 1,38 m erörtert. Abb. 1 zeigt die Entwicklung der mittleren Wellenhöhen  $\bar{H}_z$  und mittleren Wellenperioden  $\bar{T}_z$  auf der Grundlage von Synchronmessungen der Wasserspiegelauslenkungen wie sie von FAHRENTHOLZ-Echolotpegeln (an den Positionen 1280 m, 940 m, 570 m und 225 m) bzw. von Flüssigkeitsdruckaufnehmern an den Strandmeßpositionen (100, 90, 80, 70, 60, 50 und 40 m) im Meßprofil des Amtes für Land- und Wasserwirtschaft Husum auf der Insel Sylt vor Westerland aufgenommen wurden.

Die eingehende Beschreibung der Meßinstrumente ist zu finden bei FÜHRBÖTER und BÜSCHING (1974); es soll an dieser Stelle nur darauf hingewiesen werden, daß Wasserspiegelauslenkungen recht gut durch Druckmessungen angenähert werden können, wenn diese nicht zu weit vom mittleren Wasserspiegel entfernt vorgenommen werden.

Wegen fehlender Messungen auf dem Riff (vgl. Abb. 1) ist man hier bezüglich der Veränderungen der Wellenparameter auf Vermutungen angewiesen. Dementsprechend wurden die betreffenden Kurven für  $\bar{H}_z$  und  $\bar{T}_z$  nicht durchverbunden; darüber hinaus erscheint es vernünftig, die Interpretation der Messungen auf die unterschiedlichen Bedingungen auf dem seewärtigen Riffhang, auf dem Riff selbst, in der Rinne und auf dem Strand zu beziehen:

Auf dem seewärtigen Riffhang ergeben beide Messungen leicht anwachsende Wellenperioden, während die erwartete Wellenhöhenabnahme sich nur bei ausreichender Wassertiefe (am 3. 4. 1973) einstellt. Offenbar führt partielle Reflexion bei dem niedrigeren Wasserstand (am 18. 3. 1973) bei Position 570 m wieder zu höheren Wellen. Werden die Wellenhöhen an den Positionen 570 m und 100 m miteinander verglichen, so stellt sich die Abnahme am 18. 3. 1973 als wesentlich stärker als am 3. 4. 1973 heraus. Hierdurch wird die Abhängigkeit der Energieumwandlung durch vorgelagerte Riffe von der vorliegenden Wassertiefe bestätigt (vgl. auch FÜHRBÖTER, 1974 und WANG u. YANG, 1976/77).

Was die Wellenperioden in der Rinne anbelangt, so deutet die starke Abnahme am 18. 3. 1973 darauf hin, daß durch Riffbrandung hier neue kürzere Wellen entstanden sind. Andererseits hat es den Anschein, daß am 3. 4. 1973 der Riffeinfluß auf die Wellenperioden genauso gering war wie auf die Wellenhöhenentwicklung.

Bei den Messungen auf dem Strand konnten zusätzlich zu den Wellenhöhen und -perioden aus den Phasendifferenzen der betreffenden Wellenaufzeichnungen die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit und weitere darauf basierende Wellenparameter – insbesondere die Wellenlänge  $\bar{L}$  und -steilheit  $\bar{H}_z/\bar{L}$  ermittelt werden. Eine Übersicht über die Entwicklung dieser Parameter im Meßprofil ist für beide Messungen in Abb. 2 gegeben, während darüber hinaus weitere Verformungsparameter in Abhängigkeit von der Wassertiefe  $d$ , der Periode  $\bar{T}_z$  und der Wellenlänge  $\bar{L}_z$  auch in numerischer Darstellung an anderer Stelle (BÜSCHING, 1978 b) mitgeteilt wurden.

Für beide Messungen stellt sich die Entwicklung der genannten Parameter in küstenwärtiger Richtung etwa ähnlich dar:



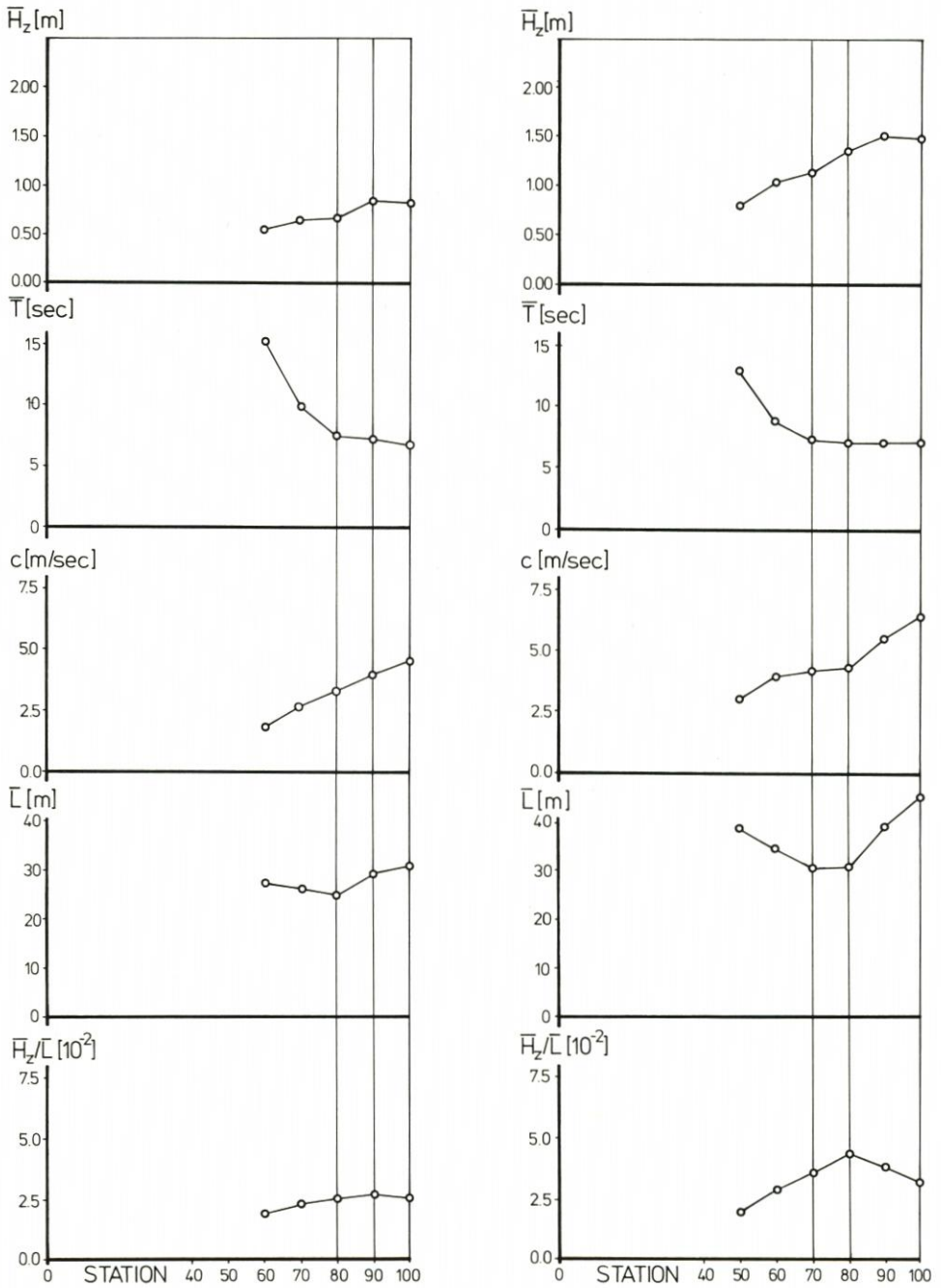


Abb. 2. Änderung der Wellenparameter auf dem Strand. Messungen am 18. 3. und 3. 4. 1973

- a) Nach anfänglicher, geringfügiger Zunahme nehmen die mittleren Wellenhöhen  $\bar{H}_z$  kontinuierlich ab.
- b) Die mittleren Wellenperioden nehmen erst geringfügig und nach dem Wellenbrechen signifikant zu.
- c) Die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit  $\bar{c}$  nimmt mehr oder weniger kontinuierlich ab, und in Verbindung mit b) folgt hieraus, daß
- d) die Wellenlänge  $\bar{L}_z$  im Meßprofil auf ein Minimum abnimmt, um dann wieder anzuwachsen und
- e) die Wellensteilheit  $\bar{H}_z/\bar{L}_z$  ein Maximum erreicht, das nicht unbedingt mit der Position der höchsten Wellen zusammenfällt.

Da sich die Wassertiefenverhältnisse im Meßprofil relativ schnell ändern, muß an dieser Stelle hinzugefügt werden, daß die oben dargestellte Entwicklung nicht notwendigerweise mit einer kontinuierlichen Abnahme der Wassertiefe verbunden sein muß.

Andererseits kann aber bezüglich der Qualität der zugehörigen Wassertiefenmessungen festgestellt werden, daß sich die aus den Messungen erhaltenen Maximalwerte für die Wellensteilheit

$$\begin{aligned} \bar{H}_z/\bar{L}_z &= 0,028 \text{ am } 18. 3. 1973 \\ \bar{H}_z/\bar{L}_z &= 0,044 \text{ am } 3. 4. 1973 \end{aligned}$$

in vernünftiger Übereinstimmung mit der MICHE-Formel für die Brechersteilheit

$$H_b/L_b = 0,140 \tanh [2\pi d_b/L_b]$$

befinden.

Wenn Abweichungen hiervon auf fehlerhafte Wassertiefenangaben zurückgeführt werden, dann liegen diese jedoch nur in der Größenordnung von 5 bzw. 10 cm.

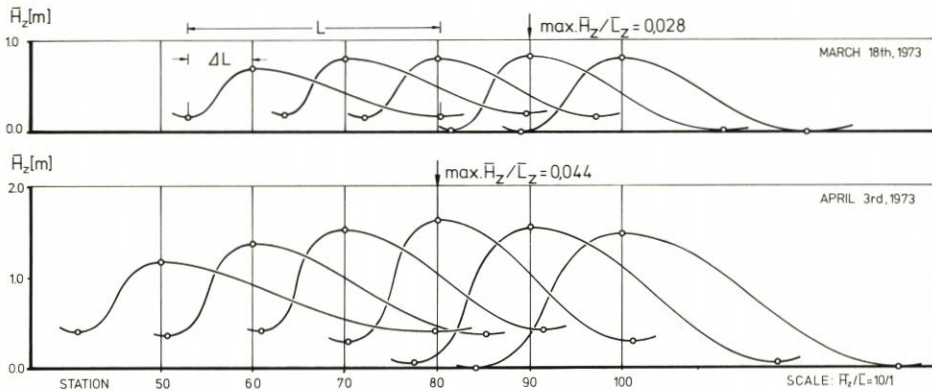


Abb. 3. Durchschnittswellenverformungen

Zur Demonstration der Auswirkungen der gleichzeitigen Veränderung von Wellenhöhen  $\bar{H}_z$  und Wellenlängen  $\bar{L}_z$  wurde in Abb. 3 unter Hinzunahme des Symmetriefaktors  $\alpha = \Delta L/L$  (nach FÜHRBÖTER, 1974) die Durchschnittswellenverformung für beide Messungen aufgetragen.

Hierbei wurde darüber hinaus das Gesetz von der Erhaltung der Masse (Kontinuitätsbedingung) in der Art berücksichtigt, daß das an Position 100 m anfänglich unter der Wellen-

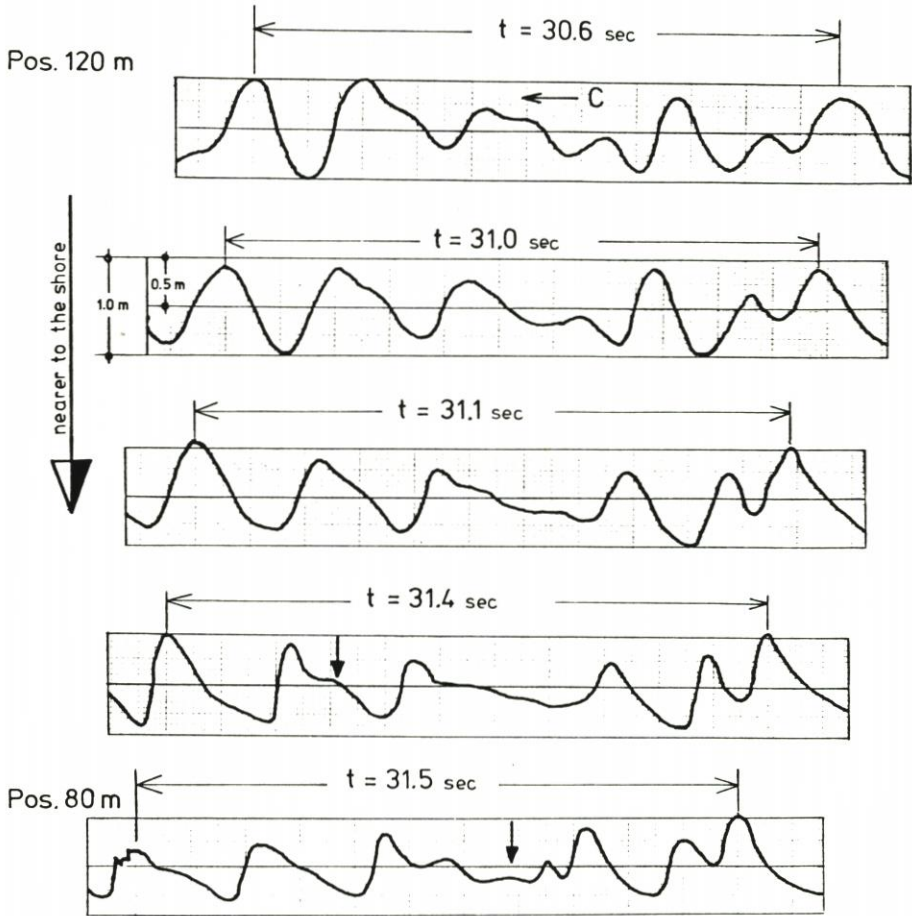


Abb. 4. Wellenverformung im Meßprofil zwischen den Positionen 120 m und 80 m

kontur vorhandene Wasservolumen auch unter den küstenwärtig verformten Profilen vorhanden bleibt – mit der Folge eines ansteigenden mittleren Wasserstandes. Da die Konstruktion des Wellenprofils hier aber jeweils nur auf drei Punkten beruht, kann ein solches Verfahren nur eine grobe Abschätzung eines „Brandungsstaues“ liefern.

Im Gegensatz dazu enthält Abb. 4 ein Beispiel für die wirkliche Wellenverformung zwischen den Positionen 120 m und 80 m.

In Übereinstimmung mit den oben behandelten Messungen (Auswertungen) kann auch hier im Durchschnitt eine Zunahme der „Wellenperioden“ beobachtet werden. Wird jedoch beispielsweise die Verformung der markierten einzelnen Wasserspiegelauslenkungen betrachtet, so stellt sich manchmal ein gegenteiliges Verhalten heraus.

In diesem Zusammenhang sei nochmals hingewiesen einerseits auf die Einflüsse der sich ständig ändernden örtlichen Wassertiefe und/oder Windverhältnisse mit ihren Auswirkungen auf die Erzeugung nichtlinearer Störungen und andererseits auf den Zerfall der ursprünglichen Wellen in sogenannte Solitonen.

Dementsprechend ist a u c h vorstellbar, daß die küstenwärtige Entwicklung der Wellenperioden  $\bar{T}_z$  und der Fortschrittsgeschwindigkeiten  $\bar{c}$  und – daraus folgend – die Entwick-



lung der Wellenlängen  $\bar{L}$  mehr oder weniger signifikant von denjenigen der Abb. 3 abweichen können.

Was den „Brandungsstau“ anbelangt, so können hierfür aus der Abb. 4 keine Angaben gemacht werden, da in diesem Falle der jeweilige Bezug der eingetragenen Nulllinien zur tatsächlich vorhandenen Wassertiefe unbekannt ist.

### 3. Spektralfunktionen

Wegen der oben gezeigten Unsicherheiten bei der Interpretation von Analogaufzeichnungen hat bereits HARRIS (1972) – wie auch andere – die Auswertmethode nach dem Nulldurchgangsverfahren kritisiert. Darüber hinaus wird vom Verfasser vermutet, daß das Auftreten von Solitonen die Ursache dafür war, weshalb eine brauchbare Korrelation zwischen der signifikanten Wellenperiode  $\bar{T}_{z,1/3}$  (nach dem Nulldurchgangsverfahren) und der spektralen Peak-Periode  $T_p$  nicht erhalten werden konnte (BÜSCHING, 1974), obwohl sich die mit abnehmenden Wasserständen verbundene spektrale Peak-Verschiebung zu niedrigeren Frequenzen (vgl. Abb. 5) (red shift; auch bei SONU, PETTIGREW und FREDERICKS, 1974) offensichtlich in Übereinstimmung mit der oben gezeigten küstenwärtigen Zunahme der Wellenperiode  $\bar{T}_z$  befindet.

Da eine Erklärung der betreffenden Verformungsprozesse im Zeitbereich schwerfällt, wird im folgenden ein Erklärungsversuch im Frequenzbereich unter Verwendung der früher bereits analysierten Sturmflutdaten vom 13./14. Dezember 1973 und zusätzlicher Messungen bei abgeschwächter Wellenintensität vorgenommen.

Nachdem diese Untersuchungen zunächst mit der Analyse der in Abb. 5 dargestellten, synchron an den Meßpositionen 100 m und 85 m seewärts des Dünenfußes aufgezeichneten Energiespektren begonnen wurden (BÜSCHING, 1975 und 1976), werden hier die über Kreuzspektren ermittelten Übertragungsfunktionen und Kohärenzfunktionen analysiert.

Wegen des begrenzten Raumes ist es nicht möglich, im Detail auf die Spektralanalyse einzugehen. Die grundlegenden Parameter sowie die Darstellungen der betreffenden Funktionen wurden aber bereits an anderer Stelle (BÜSCHING, 1974 bzw. 1978b) mitgeteilt.

Bekanntlich liefert die komplexe Übertragungsfunktion die Beziehung zweier Signale (für diskrete Frequenzen) nach relativer Phase und Amplitudenverhältnis. Werden die betreffenden Meßsignale durch die Wasserspiegelauslenkungen  $\eta_{100}(t)$  an der Position 100 m und  $\eta_{85}(t)$  an der Position 85 m repräsentiert, lautet die Übertragungsfunktion im vorliegenden Falle:

$$H_{\eta_{85}, \eta_{100}}(f) = \frac{S_{\eta_{100} \eta_{85}}}{S_{\eta_{85} \eta_{85}}}$$

mit  $S_{\eta_{100} \eta_{85}}(f) =$  Kreuzspektrum der Wasserspiegelauslenkungen an Pos. 100 m und an Pos. 85 m

und  $S_{\eta_{85} \eta_{85}}(f) =$  Energiespektrum an Pos. 85 m

Die Kohärenzfunktion wird bei der Spektralanalyse dazu verwendet, die Übertragungsfunktion auf ihre Gültigkeit zu untersuchen, d. h. festzustellen, ob die Vertrauenswürdigkeit der Übertragungsfunktion durch Rauschvorgänge oder nichtlineare Störungen beeinflusst wurde. Wenn das Übertragungssystem linear ist (und Rauschvorgänge keine Rolle spielen), muß die Kohärenz  $\bar{\gamma}^2 = 1$  sein (BENDAT und PIERSOL, 1968). Im vorliegenden Fall wurde wegen der

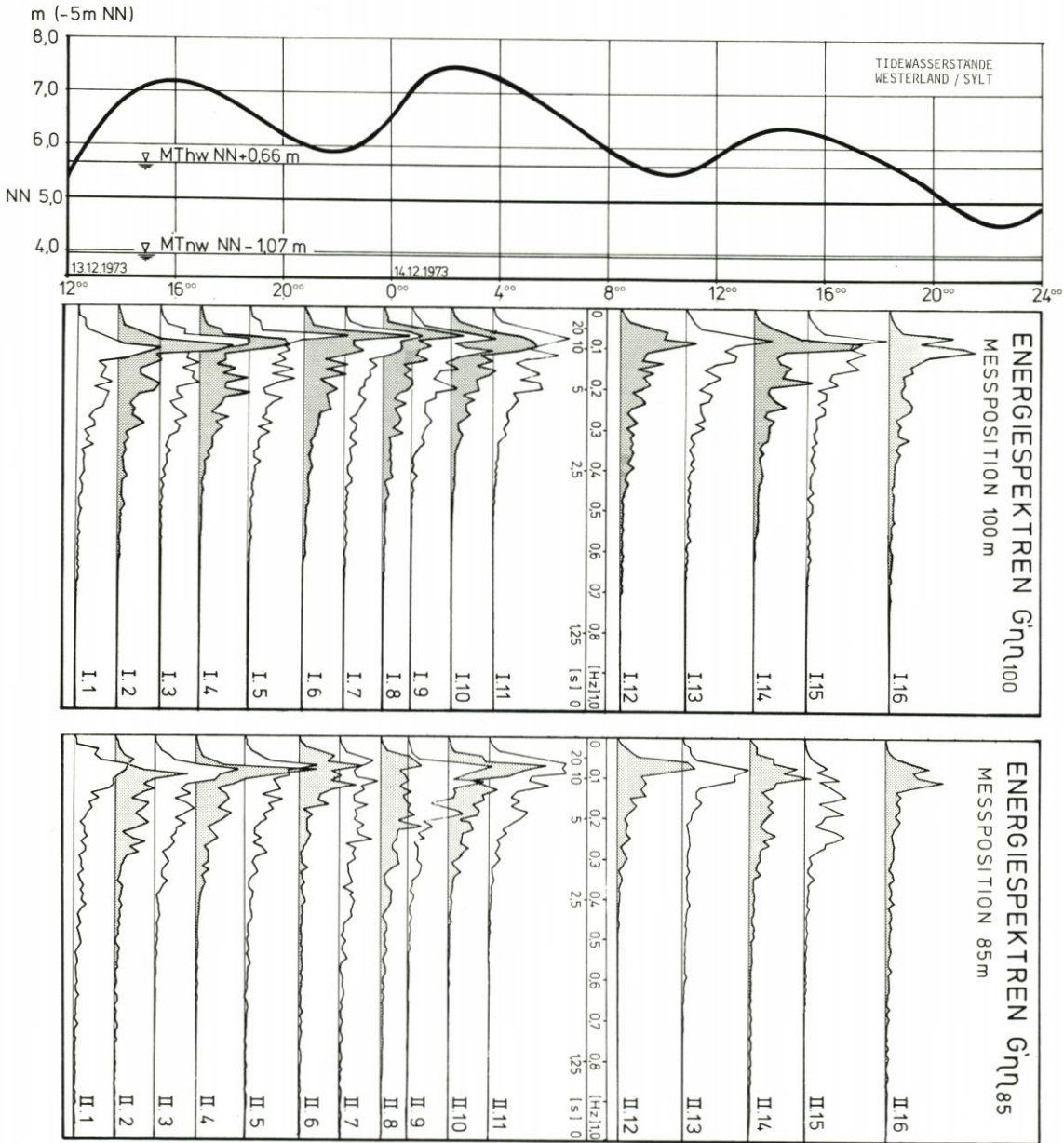


Abb. 5. Normalisierte Energiespektren während der Sturmflutenkette vom 13./14. Dezember 1973

Gestalt der Kohärenzfunktion die Auswertung auf den energiereichen Frequenzbereich  $0 < f \leq 0,36$  Hz beschränkt.

Als Beispiel enthält Abb. 6 stellvertretend für den höchsten Sturmflutwasserstand (mittlere Meßintervall-Wassertiefe  $z_3 = 3,1$  m) alle hier interessierenden Spektralfunktionen. Im oberen Teil der Abbildung sind die betreffenden Energiespektren dargestellt, während sich die



Kohärenzfunktion und die Übertragungsfunktion – nach Betrag und Phase aufgespalten – darunter befinden.

Beispielsweise hat bei der Frequenz maximaler Energiedichte ( $f_p = 0,073$  Hz) die Kohärenz ebenfalls ein Maximum, und der Betrag der Übertragungsfunktion ist größer als  $|H| = 1$ .

Dies bedeutet, daß – wie erwartet – bei dieser Frequenz die Amplitude der betreffenden Frequenzkomponente an Pos. 100 m größer ist als an Pos. 85 m und andererseits – entsprechend der Funktion  $\varnothing(f)$  – die Phasendifferenz  $\varnothing \approx 80^\circ$  beträgt.

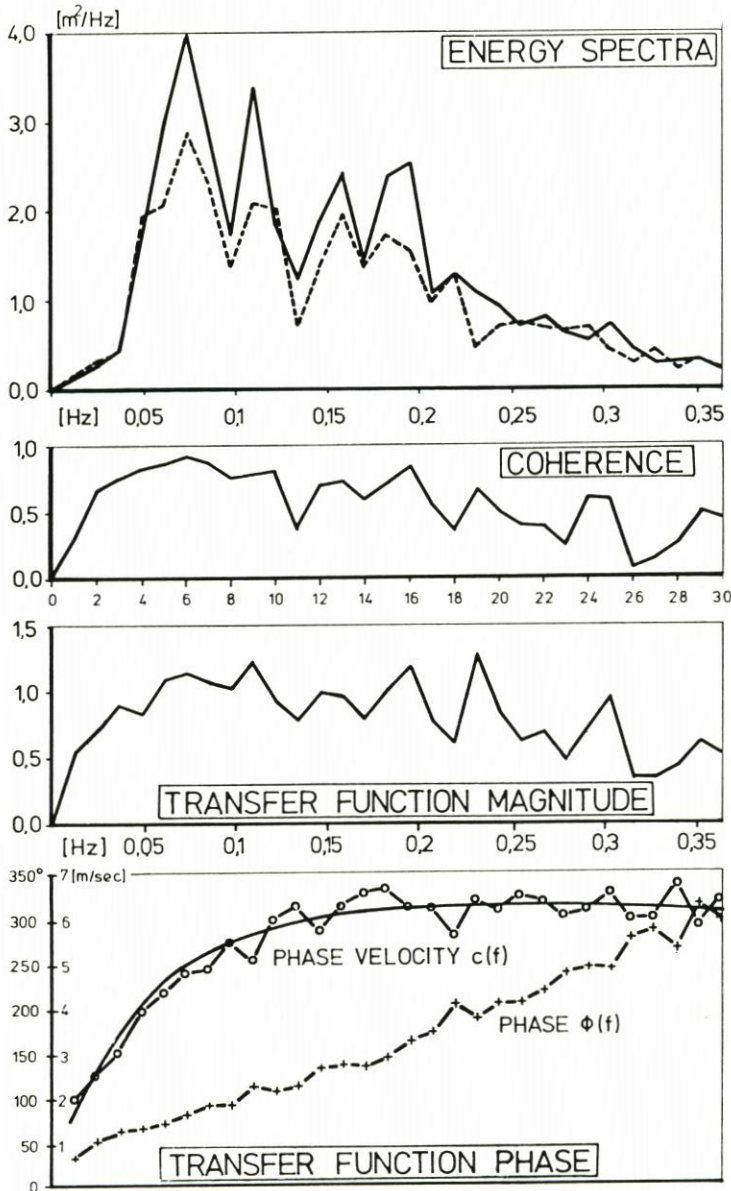


Abb. 6. Spektralfunktionen von Wasserspiegelauslenkungen an Pos. 100 m und Pos. 85 m am 12. 12. 1973

Da die Entfernung  $x$  [m] der betreffenden Meßgeräte bekannt ist, kann die Phaseninformation  $\varnothing$  (f)[°] der Übertragungsfunktion leicht in die Funktion der Phasengeschwindigkeit  $c$ (f)[m/s] umgewandelt werden:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varnothing}{360^\circ} &= \frac{x}{L} \\ c &= \frac{L}{T} = L \cdot f \end{aligned} \right\} c = \frac{x \cdot 360}{\varnothing} \cdot f \text{ [m/s]}$$

mit

$$f = \frac{1}{T} = \text{Frequenz}$$

$L$  = Länge,  $T$  = Periode der Frequenzkomponente

Diese Kurve ist ebenfalls im unteren Teil der Abb. 6 aufgetragen. Hier muß erwähnt werden, daß die betreffende Umwandlung der Phaseninformation  $\varnothing$ (f), die nur für den Bereich  $-180^\circ \leq \varnothing \leq 180^\circ$  vorliegt, auf der Annahme beruht, daß die Phasengeschwindigkeiten der dominierenden Frequenzkomponenten (in der Nähe des Energiemaximums) auch durch die Dispersionsformel in der Größenordnung richtig wiedergegeben werden. Wenn anderenfalls Phasenunterschiede  $\varnothing \pm 360^\circ$  für die Umwandlung verwendet worden wären, wären ganz unrealistische Phasengeschwindigkeiten im vorliegenden Fall erhalten worden.

Während der Sturmzeiten von etwa 30 Stunden Dauer sind insgesamt 16 Analysen in der in Abb. 6 dargestellten Art durchgeführt worden. Die Ergebnisse sind in der Form von Mittelwerten der Kohärenz, des Betrages der Übertragungsfunktion und der Phasengeschwindigkeit in Abb. 7 zusammen mit dem Tideverlauf dargestellt. Die Beziehung der Mittelwerte zu den jeweiligen Frequenzbereichen ist in der Abbildung ebenfalls enthalten.

Wenn die Mittelwerte des kleinsten untersuchten Frequenzbereiches ⑦  $0 < f \leq 0,06$  Hz, der zugleich auch nur die niedrigsten Frequenzen enthält, wegen nicht hinreichender Vertrauenswürdigkeit unberücksichtigt bleiben, wird als Ergebnis erhalten, daß die Mittelwerte der Kohärenz  $\bar{\gamma}^2$  und der Betrag der Übertragungsfunktion  $|H|$  mit der Hinzunahme höherer Frequenzen (von Kurve ⑥ nach Kurve ②) abnehmen, während die Mittelwerte der Phasengeschwindigkeiten zunehmen. Dies bedeutet einerseits, daß erwartungsgemäß ein linearer Zusammenhang eher bei den energiereichen (relativ niedrigen) Frequenzkomponenten und insbesondere bei höheren Wasserständen (vgl. Abb. 7) vorliegt. Im Gegensatz dazu pflanzen sich aber die höheren Frequenzkomponenten schneller fort als die niedrigen.

Dieses auffällig im Widerspruch zur Theorie stehende Ergebnis wird nachfolgend näher untersucht.

Abb. 8 enthält zwei verschiedene Kurvenscharen im betreffenden Frequenzband  $0 < f \leq 0,36$  Hz:

- a) die Parameterdarstellung der bekannten Dispersionbeziehung für die Phasengeschwindigkeit  $c$

$$c = \frac{L}{T} = L \cdot f = \left( \frac{g \cdot L}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L} \right)^{1/2}$$

(mit Wassertiefenangaben jeweils auf der linken Seite)

und

- b) die Schar der geglätteten Phasengeschwindigkeitskurven, wie sie aus den Sturmflutmessungen erhalten wurden.

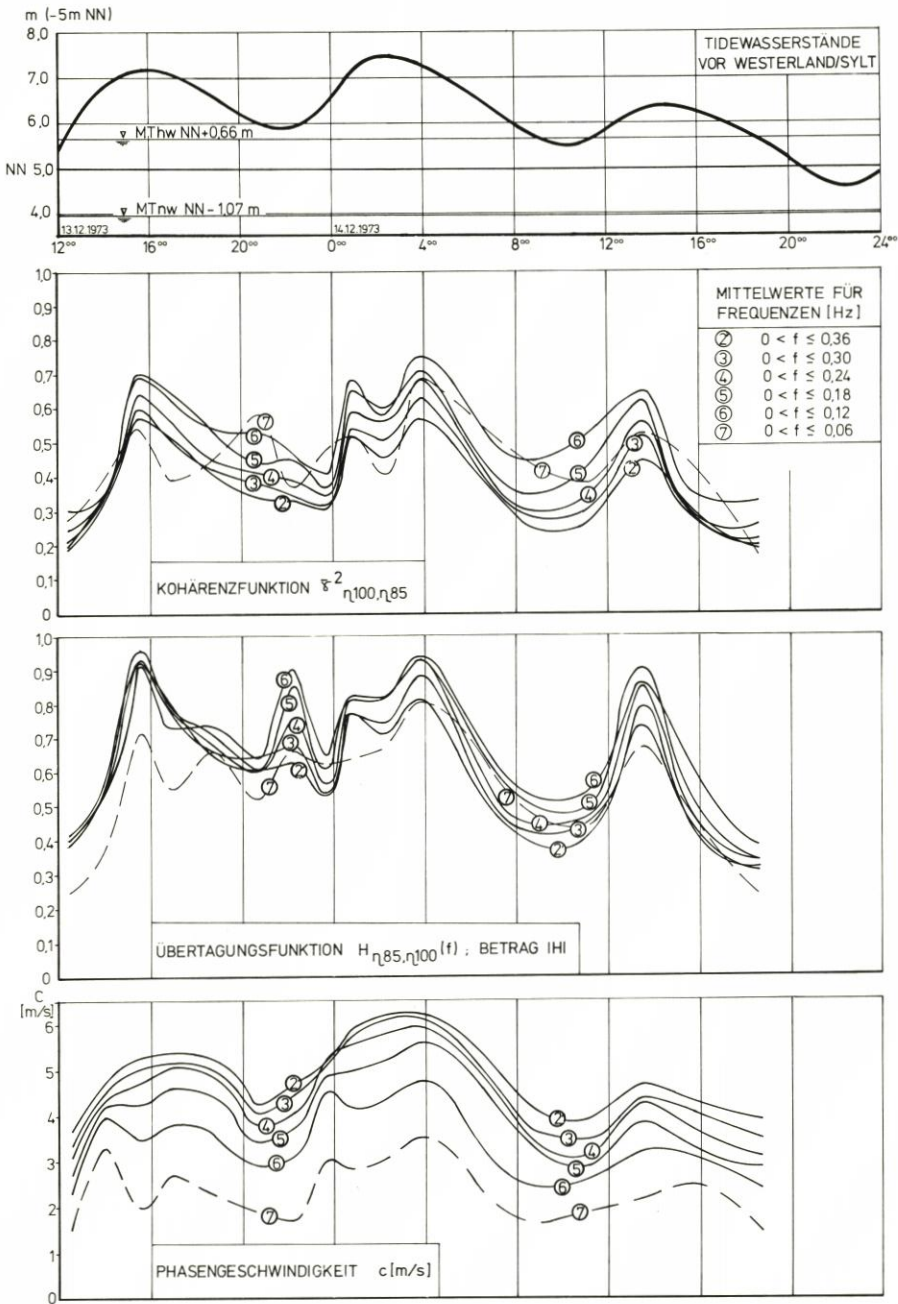


Abb. 7. Mittelwerte der Spektralfunktion am 13./14. 12. 1973



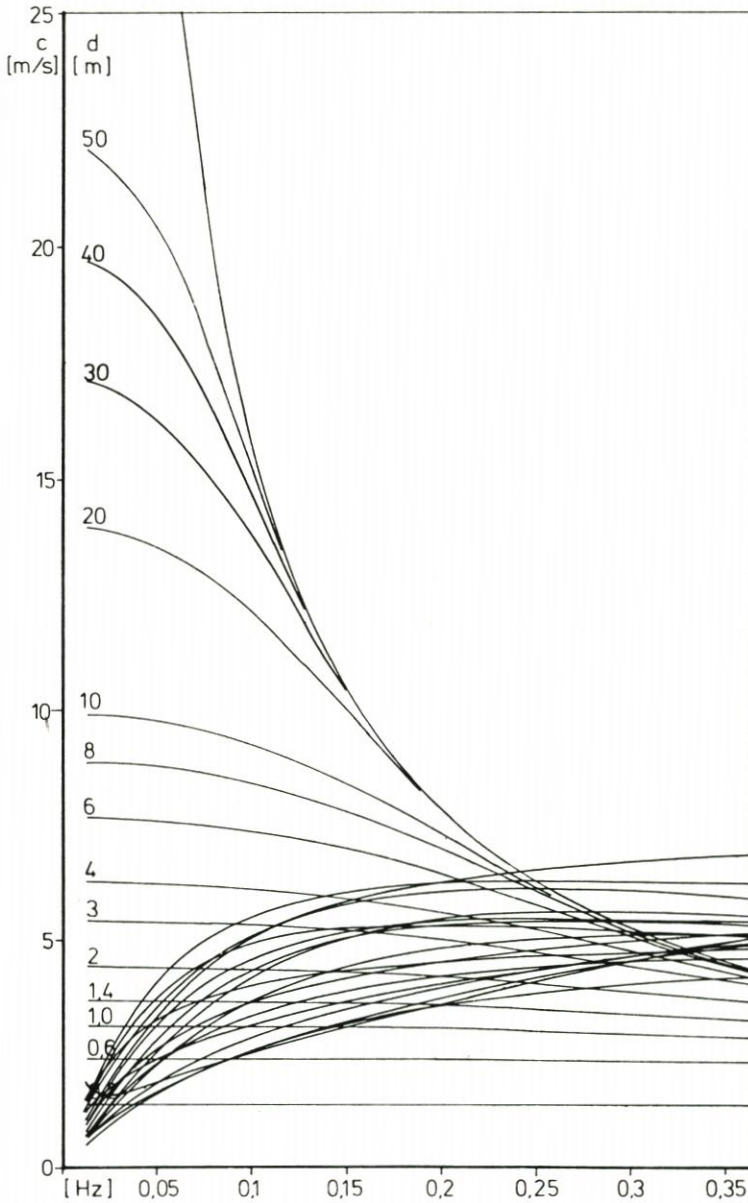


Abb. 8. Theoretische und gemessene Dispersion der Phasengeschwindigkeiten

Bekanntlich beschreibt die obengenannte Formel nach der RAYLEIGH-Beziehung für die Gruppengeschwindigkeiten

$$c_G = c - L \cdot \frac{dc}{dL}$$

für Tiefwasser mit  $\frac{dc}{dL} > 0$  eine sogenannte normale Dispersion, und mit abnehmender Wassertiefe wird mit der Annäherung an den Grenzwert  $c = \sqrt{gd}$  asymptotisch die Dispersion  $\frac{dc}{dL} = 0$  erreicht.

Wegen des gemäß

$$c = L \cdot f$$

reziproken Verhältnisses von Wellenlänge  $L$  und Frequenz  $f$  lautet die Dispersion, bezogen auf den Frequenzbereich, demnach

$$\frac{dc}{df} \leq 0$$

vgl. auch Abb. 8.

Wie oben erwähnt, wird dieses Verhalten durch die betreffenden Sturmflutmessungen im küstennahen Bereich aber nicht bestätigt. Hier stellt sich für das untersuchte Frequenzband eine *anomale Dispersion* ( $\frac{dc}{dL} \leq 0$  bzw.  $\frac{dc}{df} \geq 0$ ) heraus.

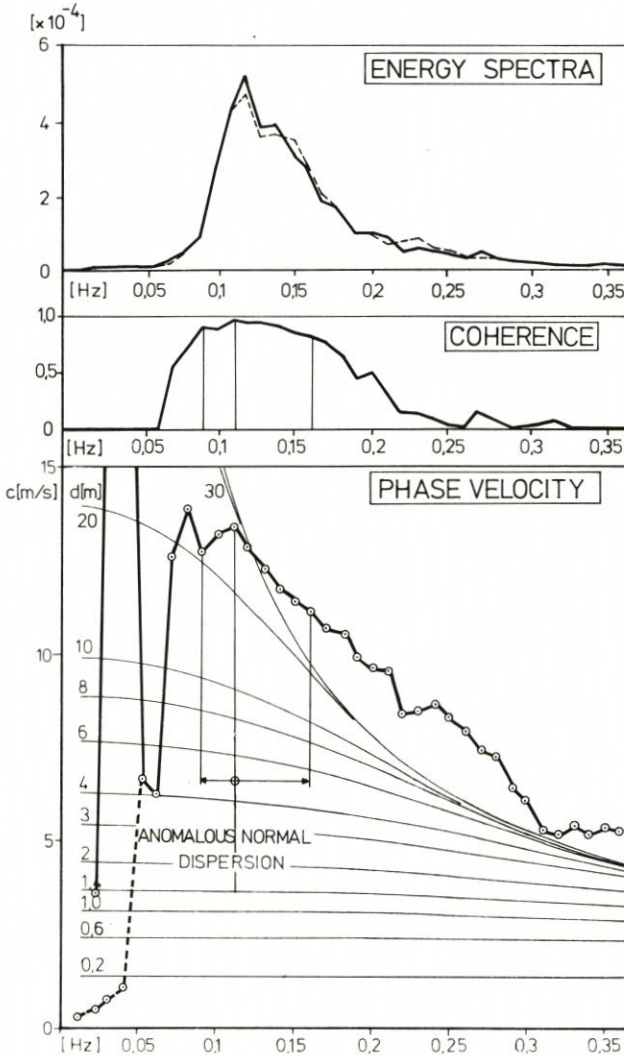


Abb. 9. Spektralfunktionen von Wasserspiegelauslenkungen an der Forschungsplattform NORDSEE am 22. 11. 1975

Auch wenn im Beispiel von Abb. 6 nur der Frequenzbereich  $0,05 \leq f \leq 0,08$  Hz höchster Kohärenz ( $\bar{\gamma}^2 \geq 0,8$ ) als vertrauenswürdig angesehen wird, bleibt diese Aussage stichhaltig. Darüber hinaus wird dieses Ergebnis noch dadurch untermauert, daß sich die Frequenzpunkte in diesem Bereich zu einer glatten Kurve aneinanderreihen. Demnach können diese Komponenten möglicherweise als irgendwie gekoppelte Komponenten dominierender Wellensysteme betrachtet werden, die sich mehr oder weniger normal auf die Küste zu bewegen.

Demgegenüber weisen die Frequenzpunkte bei sehr niedrigen und andererseits bei höheren Frequenzen mit abnehmender Wassertiefe zunehmende Streuung auf. Wegen der geringen Kohärenzwerte ist auf dieser Grundlage eine weitergehende Analyse hier nicht sinnvoll.

Nach ähnlichen Messungen auf der Forschungsplattform NORDSEE ergibt sich auch für diese Position (etwa 100 km westlich von SYLT) bei einer Wassertiefe von etwa  $d = 30$  m eine signifikante Abweichung von der konventionellen Dispersionsformel.

Wie aus Abb. 9 ersichtlich, die eine Dünungsmessung (mit einer Wellenhöhe  $2,0 \leq H \leq 2,5$  m am 22. 11. 1975) wiedergibt, existiert eine ausgeprägte *n o r m a l e D i s p e r s i o n* nur für Frequenzen  $f \geq 0,12$  Hz. Bei kleineren Frequenzen ist hier aber durchaus eine Tendenz für eine *a n o m a l e D i s p e r s i o n* vorhanden, die zumindest im Bereich hoher Kohärenzwerte in der Nähe maximaler Energiedichte vertrauenswürdig erscheint. Bei kleineren Frequenzen ist jedoch auch hier eine erhebliche Streuung zu verzeichnen, die mit niedriger Kohärenz und unsicher zu bestimmenden Phasenwinkeln einhergeht.

Im Vergleich mit der Dispersionsformel stellt sich heraus, daß vorzugsweise nur die Phasengeschwindigkeit sehr nahe der spektralen Peakfrequenz  $f_p$  etwa mit der nach der Dispersionsformel bestimmten übereinstimmt. Rechts davon sind die Phasengeschwindigkeiten höher und links davon geringer.

Wenn hinreichend hochfrequente Komponenten als Tiefwasserkomponenten betrachtet werden können, die durch den Boden nicht beeinflusst werden, und andererseits die Wassertiefe als der dominierende Parameter für eine kritische Frequenz  $f_{crit.}$  angesehen wird, bei der der Übergang von normaler Dispersion zu anomaler Dispersion erfolgt, dann kann aus dieser Abbildung ersehen werden, daß diese kritische Frequenz beträchtlich geringer ist als diejenige, die sich aus der Bedingung  $d = L/2$  nach der Theorie ergibt.

Im vorliegenden Falle ist

$$f_{crit.} = 0,11 \text{ Hz} < f_{(d=L/2)} = 0,16 \text{ Hz}$$

Im folgenden soll aus dieser Sicht das Verhalten der Frequenzkomponenten in Küstennähe nochmals betrachtet werden. Zur besseren Übersicht sind stellvertretend für die Sturmflutmessungen im unteren Teil der Abb. 10a nur die zu den Wassertiefen  $z_3 = 3,1$  m,  $z_3 = 1,65$  m und  $z_3 = 1,40$  m gehörenden Phasengeschwindigkeitskurven dargestellt.

Was den fast horizontalen Abschnitt der zur maximalen Wassertiefe  $z_3 = 3,1$  m gehörenden Phasengeschwindigkeitskurve anbetrifft, so wird hierdurch minimale Dispersion für Frequenzen  $f \geq 0,2$  Hz ausgedrückt. Andererseits kann dieser Frequenzbereich auch als derjenige gedeutet werden, in dem der Übergang von normaler zu anomaler Dispersion stattfindet. Die betreffende kritische Frequenz  $f_{crit.}$  ist noch in dem gezeigten Frequenzbereich enthalten, während die durch  $d = L/2$  gekennzeichnete bereits außerhalb liegt.

$$0,25 < f_{crit.} < 0,30 \text{ Hz} < f_{(d=L/2)} = 0,5 \text{ Hz}$$

In Übereinstimmung mit den noch höheren kritischen Frequenzen  $f_{(d=L/2)} = 0,69$  Hz und  $f_{(d=L/2)} = 0,75$  Hz, entsprechend den Wassertiefen  $z_3 = 1,65$  m bzw.  $z_3 = 1,40$  m, sind



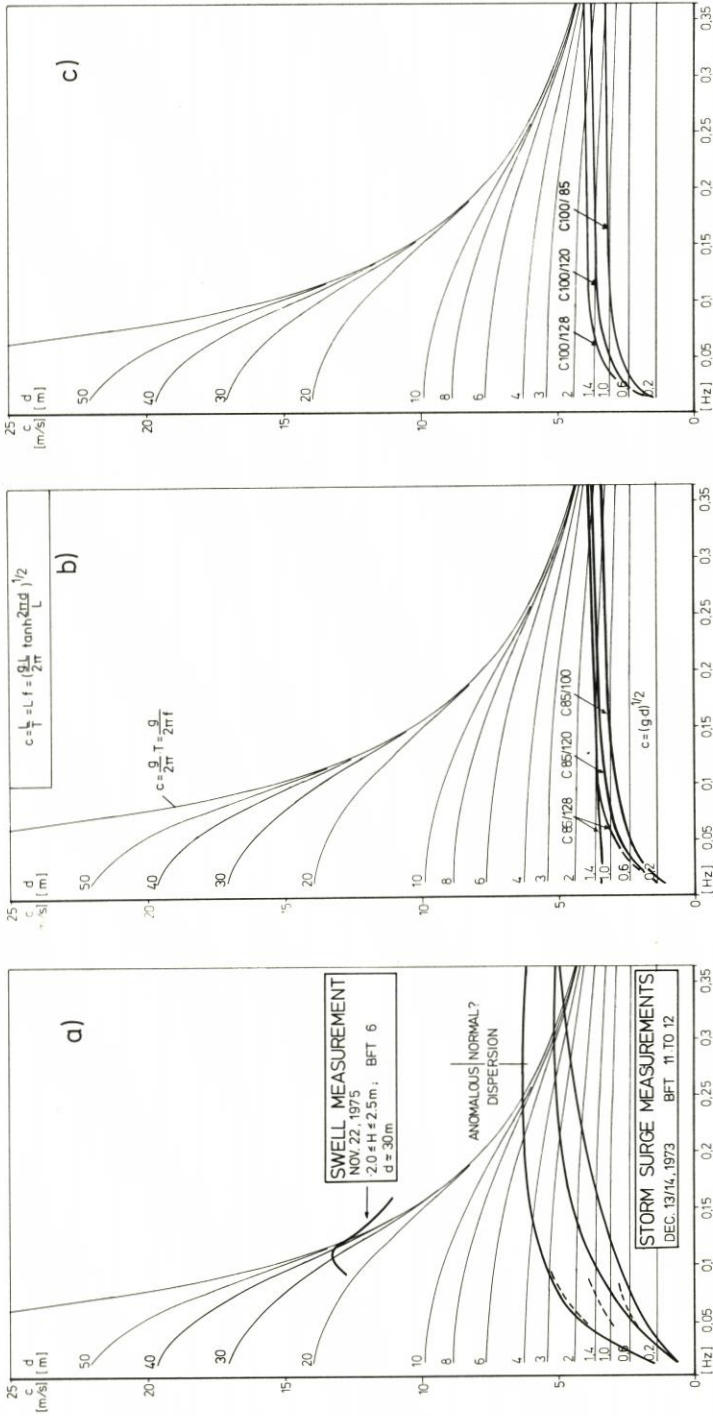


Abb. 10. Dispersion der Phasengeschwindigkeiten a) am 13./14. 12. 1973 bzw. 22. 11. 1975, b) am 20. 1. 1974, c) am 23. 1. 1974

diese Kurven noch steiler. Demnach wird die anomale Dispersion in diesem Frequenzband mit abnehmender Wassertiefe zunehmend deutlicher.

Die gleiche Tendenz ergibt sich aus den gestrichelten Kurvenästen, die jeweils den Bereich höchster Kohärenz repräsentieren. Andererseits ist nach dieser Darstellung auch eine Position seawärts der Brecher vorstellbar, wo die Dispersion noch geringer wird. Wahrscheinlich hängt die Lage solch einer Position vom aktuellen Verhältnis  $H/d$  ab. Tatsächlich hat sich eine derartige Phasenkopplung (mit  $\frac{dc}{df} \approx 0$ ) bei den Messungen von THORNTON, GALVIN, BUB und RICHARDSON (1976) herausgestellt, und sie kann auch mehr oder weniger deutlich aus den Profilmessungen am 20. 1. und 23. 1. 1974 abgelesen werden, vgl. Abb. 10b und 10c.

Die drei Kurven der Abb. 10b stammen von Synchronmessungen an den Meßpositionen 128 m, 120 m und 100 m, bezogen auf Position 85 m. Demnach können diese Kurven den Positionen 106,5 m, 102,5 m und 92,5 m zugeordnet werden.

Im Vergleich mit den Sturmflutmessungen ist die Dispersion über den gesamten Frequenzbereich an Position 106,5 m minimal. Dasselbe gilt auch für die geringeren Wassertiefen (an Pos. 102,5 m und 92,5 m) für Frequenzen  $f > 0,1$  Hz, wo bei diesen Messungen der

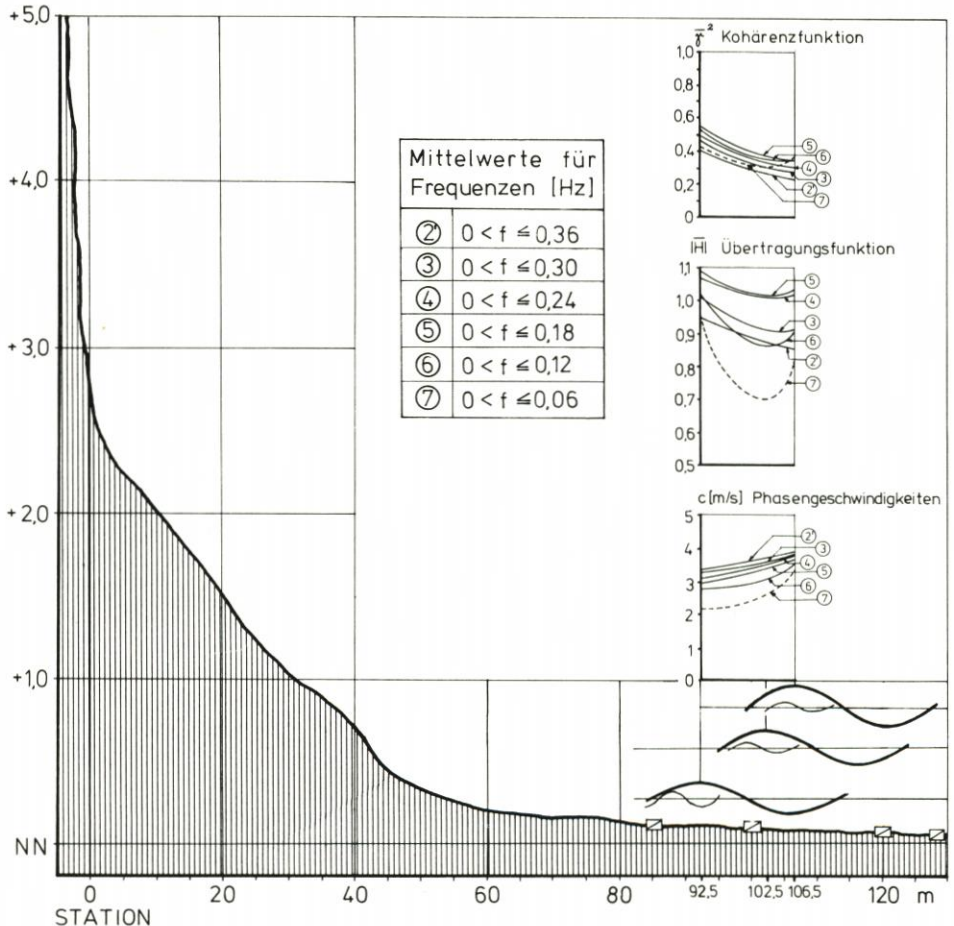
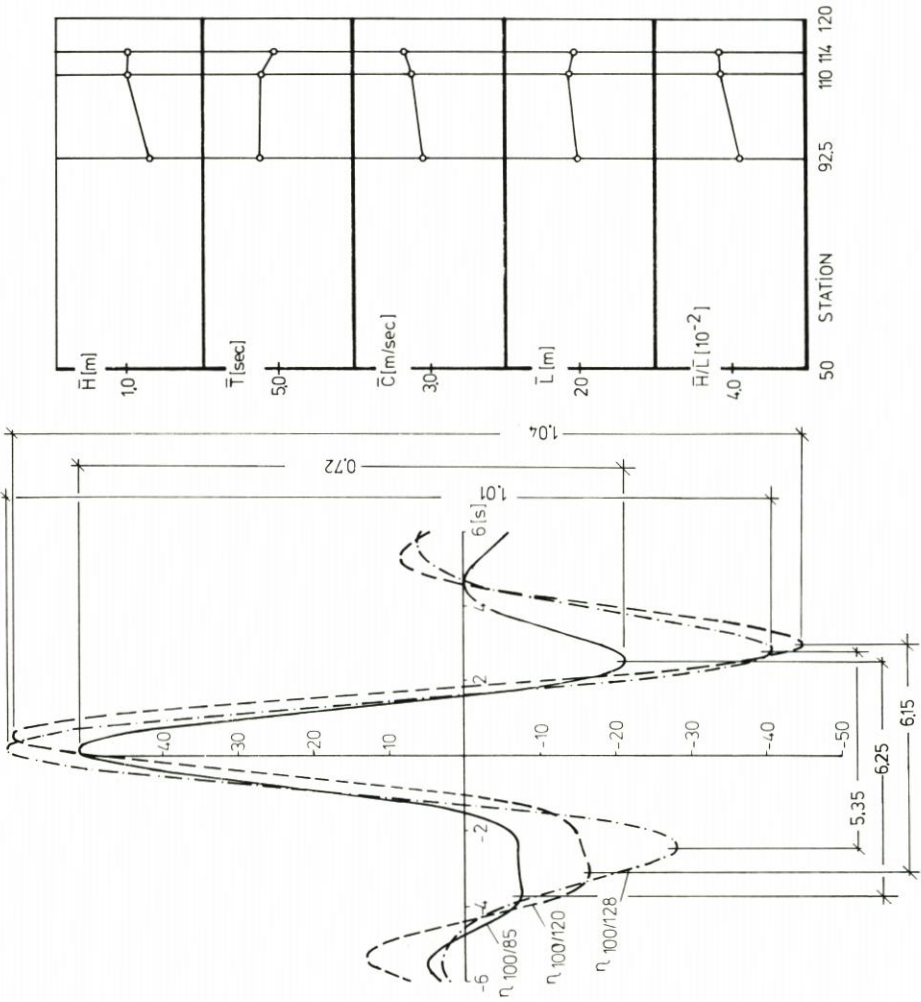


Abb. 11. Relatives Verhalten der Frequenzkomponenten 0,1 Hz und 0,3 Hz im Meßprofil am 20. 1. 1974







JANUARY 23, 1974

	POSITION		
	92.5 m	110.0 m	114.0 m
$\eta$	100/85	100/120	100/128
$\bar{H}$ [m]	0.72	1.04	1.01
$\bar{T}$ [sec]	6.25	6.15	5.35
$\bar{C}$ [m/s]	3.28	3.71	4.02
$\bar{L}$ [m]	20.5	22.82	21.51
$\frac{\bar{H}}{\bar{L}}$ [ $10^{-2}$ ]	3.51	4.56	4.70

Abb. 13. Durchschnittswellenverformung am 23. 1. 1974

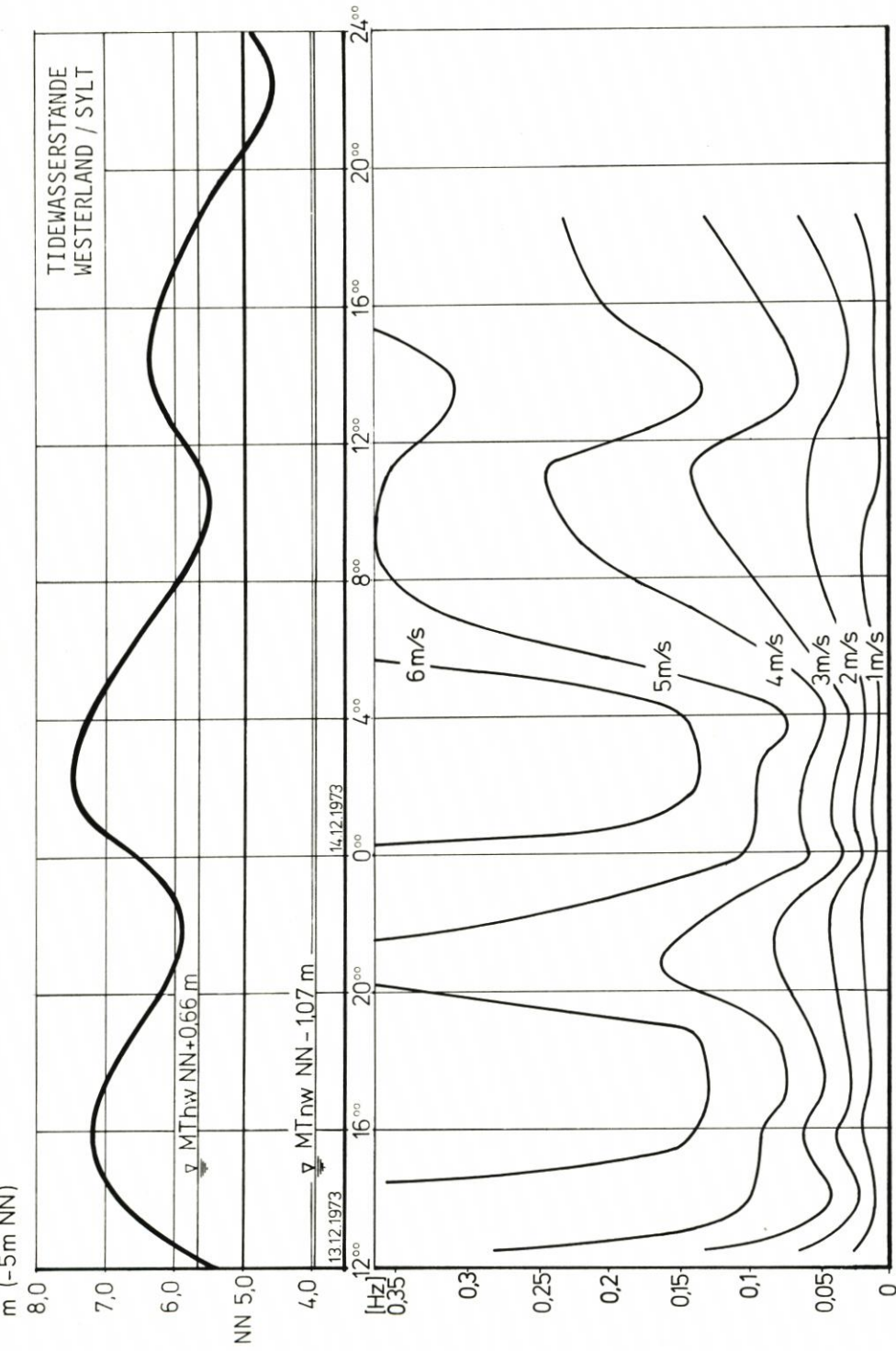


Abb. 14. Linien gleicher Phasengeschwindigkeit während der Messungen am 13./14. Dezember 1973

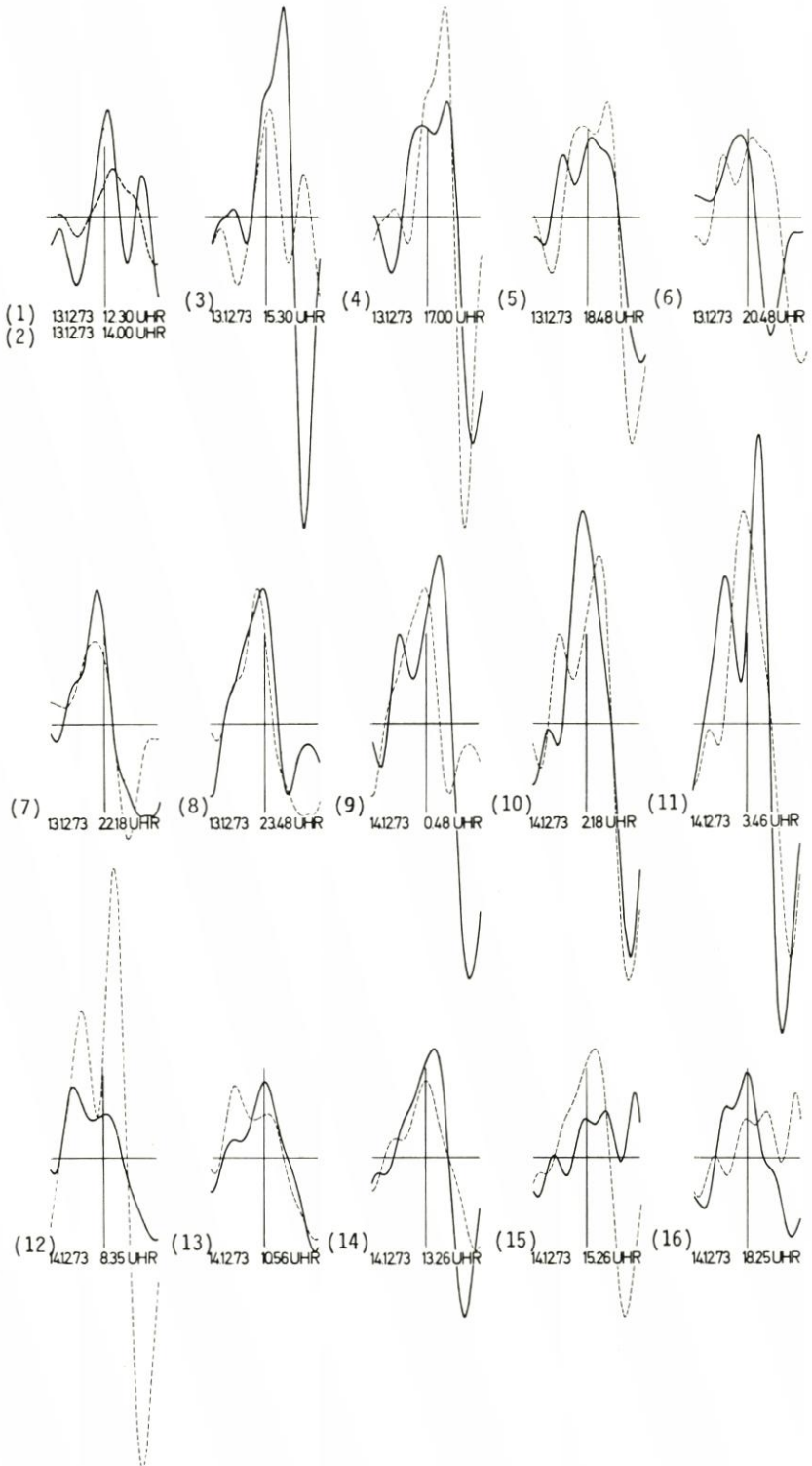


Abb. 15. Durchschnittswellenverformungen am 13./14. 12. 1973



Bereich nennenswerter Energiedichten liegt, vgl. BÜSCHING (1976). Zur Demonstration der sogenannten anomalen Dispersion mit ihren Auswirkungen auf die Wellenformung bezieht sich die Abb. 11 auf die Profilmessung vom 20. 01. 1974 mit einer schwachen Dispersion:

Wird davon ausgegangen, daß sich an einer bestimmten Position noch außerhalb des gezeigten Profils alle Komponenten in Phase befinden und von diesem Zeitpunkt an sich alle mit ihren eigenen unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten fortbewegen, so kann eine FOURIER-Synthese nach einer bestimmten Zeit vorgenommen werden. Hier wurden 10 s gewählt.

Zur Verdeutlichung ist beispielhaft die 0,1 Hz-Komponente an den drei oben erwähnten Positionen in Abb. 11 eingezeichnet. Relativ dazu ist nur die 0,3 Hz-Komponente dargestellt. Demnach eilt die 0,3 Hz-Komponente bereits an Pos. 106,5 m der 0,1 Hz-Komponente voraus, und die relative Position der 0,3 Hz-Komponente verschiebt sich immer mehr in küstenwärtiger Richtung.

Die vollständige FOURIER-Synthese, die aus der Superposition von 30 Frequenzkomponenten (entsprechend dem Frequenzbereich  $0 < f \leq 0,36$  Hz) besteht, liefert die Durchschnittsverformung im Zeitbereich, vgl. mittleren Teil der Abb. 12.

Rechts und links davon sind die sich ändernden Parameter aufgetragen. Hierfür wurden die Wellenhöhen und -perioden aus der Darstellung der resultierenden Wellen abgegriffen, während die Änderung der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit gleich der Änderung der Phasengeschwindigkeit der Peakfrequenzkomponente angesehen wurde. Demnach konnte die Wellenlänge und -steilheit ebenfalls berechnet werden.

Für die Auswertung der Messung vom 23. 1. 1974 wurde das gleiche Verfahren gewählt, jedoch mit der Bezugsposition 100 m. Dementsprechend gehören die betreffenden Kurven der Abb. 10 c und 13 zu den Positionen 114 m, 110 m und 92,5 m.

In Übereinstimmung mit der hier fast vollständig fehlenden Dispersion ist die Verformung der Durchschnittswelle wesentlich schwächer ausgeprägt.

Schließlich enthält Abb. 14 für die oben erwähnte Sturmflutmessung Linien gleicher Phasengeschwindigkeit im betrachteten Frequenzband.

Hieraus kann unmittelbar entnommen werden, daß die anomale Dispersion abhängig vom Tidewasserstand stärker oder schwächer ausgeprägt ist. Dementsprechend ergeben sich auch in Abb. 15 unterschiedliche Durchschnittswellen, die in diesem Falle der Pos. 92,5 m zuzuordnen sind.

Der Zusammenhang zwischen Sturmflutwasserstand und Wellenhöhe tritt jedoch deutlich hervor.

#### 4. S c h l u ß f o l g e r u n g e n

Werden die Ergebnisse der im Zeitbereich vorgenommenen Wellenanalyse (Messungen vom 18. 3. und 3. 4. 1973, vgl. Abb. 2) mit denjenigen der unter Berücksichtigung anomaler Dispersion durchgeführten FOURIER-Synthese (Messungen am 20. 1. 1974, Abb. 12) verglichen, so stellt sich die Entwicklung der Wellenparameter bei küstenwärtig abnehmender Wassertiefe ähnlich dar:

- a) Nach anfänglicher Zunahme nehmen die mittleren Wellenhöhen  $\bar{H}$  kontinuierlich ab.
- b) Die mittleren Wellenperioden  $\bar{T}$  nehmen zu.

- c) Die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit  $\bar{c}$  nimmt ab, und in Verbindung mit b) folgt hieraus, daß
- d) die Wellenlänge  $\bar{L}$  im Meßprofil auf ein Minimum abnimmt, um dann wieder anzuwachsen, und
- e) die Wellensteilheit  $\bar{H}/\bar{L}$  ein Maximum erreicht.

Während sich die Ergebnisse nach a), c) und e) in Übereinstimmung mit der konventionellen Betrachtungsweise der küstennahen Wellenverformung befinden, steht die zunehmende Wellenperiode (nach b)) mit ihrer Auswirkung auf die Entwicklung der Wellenlänge dazu im Gegensatz.

Diese Diskrepanz wird im folgenden wiederum aus spektraler Sicht zu erklären versucht: Wird davon ausgegangen, daß sich eine Dünung (im Tiefwasser) unter i d e a l e n Bedingungen (mit normaler Dispersion  $\frac{dc}{dL} > 0$ ) in Richtung Küste bewegt, so nimmt ihr Gehalt an höheren Frequenzkomponenten vorerst ständig ab. Verringert sich dann aber die Wassertiefe auf die Größenordnung etwa der halben Wellenlänge, so wird hierdurch zuerst die langperiodischste Komponente derart beeinflußt, daß ihre Phasengeschwindigkeit abnimmt. Mit weiterer Verringerung der Wassertiefe werden immer kurzperiodischere Komponenten betroffen, während der jeweilige Rest als Tiefwasserkomponenten seine Phasengeschwindigkeit beibehält. Auf diese Weise findet zunächst eine Angleichung der Phasengeschwindigkeiten statt, wenn nicht sogar die Dispersion  $\frac{dc}{df} = 0$  wird.

(Sehr hohe Frequenzkomponenten aus dem Erzeugungsgebiet werden dabei zwar ihren geringen Energiegehalt relativ schnell verloren haben; solche ggf. trotzdem vorhandenen Komponenten werden dann auf die örtlichen Verhältnisse [Wind, Unebenheiten am Boden etc.] zurückzuführen sein.)

Der oben beschriebene Mechanismus, der sich qualitativ auch in Übereinstimmung mit der Dispersionsformel befindet, bewirkt mit dem zunehmenden Bodeneinfluß zunächst eine Abnahme der Wellenlänge; und schließlich führt die fast vollständige Abwesenheit der Dispersion zu hohen und steilen Wellen, wenn sich energiereiche Frequenz-Komponenten in Phase befinden, vgl. auch Abb. 2. Solche (resultierenden) Wellen würden ihre Form nur noch wenig verändern, wenn der Boden weiterhin horizontal bleiben würde. Mit weiterer Abnahme der Wassertiefe bleiben jedoch die längerperiodischen Komponenten hinter den höherfrequenten zurück ( $\frac{dc}{dL} < 0$ ), und das Wellenbrechen ereignet sich in Abhängigkeit von den Energiegehalten der betreffenden beteiligten Frequenzkomponenten.

An dieser Stelle ist auf die Entstehung von doppelkämmigen Wellen hinzuweisen, deren Auftreten vom Verfasser bereits früher oft als eine Vorstufe des Wellenbrechens erkannt wurde (BÜSCHING, 1974). Diese Erscheinung kann auch aus Abb. 15 abgelesen werden, insbesondere bei den Durchschnittswellen (9) und (11), die beide zu Energiespektren mit Doppelmaxima im langperiodischen Bereich gehören, vgl. Abb. 5. Gerade wegen dieser tatsächlich in der Natur zu beobachtenden Erscheinungen wäre zu vermuten, daß abhängig vom Phasenverhältnis bei der Überlagerung sowohl länger- als auch kürzerperiodische resultierende Wellenformen entstehen können. Aus der Anwendung des Nulldurchgangsverfahrens auf die o. g. Messungen haben sich demgegenüber aber immer bei küstenwärts ausgeprägter anomaler Dispersion längerperiodische resultierende Wellen ergeben.

Zur weiteren Klärung kann hier nur auf Folgeuntersuchungen hingewiesen werden, insbesondere wenn gleichzeitig Frequenzbereiche mit normaler und anomaler Dispersion, wie in Abb. 6, zu berücksichtigen sind.



Was den Brechvorgang selbst angeht, so sind anscheinend die Phasendifferenzen zwischen niedriger- und höherfrequenten Komponenten und die Überlagerung der betreffenden Amplituden derart, daß eine kontinuierliche, zunehmend verformte Wellenform nicht länger aufrechterhalten werden kann. Die aus den Darstellungen zu entnehmende kontinuierliche Verzögerung der langperiodischen Komponenten könnte einerseits als Ergebnis partieller Reflexion gedeutet werden, andererseits ist aber auch vorstellbar, daß dabei kinetische Energie allmählich in potentielle Energie umgewandelt und auf diese Art und Weise eine Wasserspiegelhebung (wie in Abb. 3) erzeugt wird.

Bezüglich der durch den Boden noch unbeeinflussten höherfrequenten Komponenten kann entsprechend einer bereits von SCHULEJKIN (1956) durchgeführten Untersuchung festgestellt werden, daß deren Energie einerseits zunächst für die Darstellung der zunehmenden Wellenverformung benötigt wird. Andererseits kann der Energieanteil dieser Komponenten nach dem Einsetzen des Brechvorganges den Durchmischungsvorgängen beim Ausbranden zugeordnet werden. Eine derartige Erklärung würde mit der bereits früher mitgeteilten küstenwärtigen Zunahme der Energiedichten bei höheren Frequenzen auf Kosten der Energiedichten niedrigerfrequenter FOURIER-Komponenten in Übereinstimmung stehen (BÜSCHING, 1976).

Zu der Verwendung spektraler Auswertmethoden kann darüber hinaus mit Bezug auf Abb. 12 allgemein festgestellt werden, daß mit der FOURIER-Synthese die küstennahe Wellenverformung zumindest besser als mit den aus dem Nulldurchgangsverfahren abgeleiteten Parametern (vgl. Abb. 2) beschrieben werden kann. Beispielsweise stellt sich klar heraus, daß die maximale Steilheit nicht notwendigerweise zusammen mit der maximalen Asymmetrie auftritt, die in diesem Falle durch einen kontinuierlich steiler werdenden Vorderhang charakterisiert wird (Abb. 12). Darüber hinaus existiert schließlich ein Sattel (Höcker) auf dem seewärtigen Hang, der wiederum als „Soliton“ gedeutet werden kann. In diesem Zusammenhang muß erwähnt werden, daß das Auftreten anomaler Dispersion nicht notwendigerweise einen Widerspruch zu GALVINS (1972) Wellenkanaluntersuchungen darstellt, bei denen festgestellt wurde, daß anfänglich sinusförmige Wellen in zwei oder mehr Wellen (solitons) „zerfallen“, die dann mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten in der Art weiterlaufen, daß die „größeren“ schneller als die „kleineren“ sind und dabei die Höhe des Kammes der größeren noch anwächst.

Unter spektralen Gesichtspunkten beinhaltet eine derartige „Wellenverformung“ zumindest Dispersionseigenschaften, und es hängt vom augenblicklichen Verhältnis der beteiligten Frequenzkomponenten zur Wassertiefe ab, ob normale, anomale oder überhaupt keine Dispersion zu beobachten ist. Darüber hinaus ist in dieser Beziehung eine Definition zwischen „größeren“ und „kleineren“ Wellen erforderlich, da in den betreffenden Spektren oft zwei oder sogar mehrere etwa gleichgroße Energiedichtemaxima auftreten (vgl. Abb. 5).

Abschließend soll betont werden, daß das – wenn auch mit Hilfe einer linearen Analyseermethode – erhaltene Ergebnis (anomale Dispersion) als hinreichend vertrauenswürdig angesehen werden kann, zumal durch seine Anwendung die genannten signifikanten Erscheinungen des Flachwasserseeganges und brechender Wellen reproduziert werden können.

Schließlich ist noch auf einige wichtige Konsequenzen der mit anomaler Dispersion verbundenen Energieumwandlung, die eine allgemeine Erscheinung in der Physik darstellt, hinzuweisen:

1. Wie von Kapillarwellen bekannt, ist die Phasengeschwindigkeit sich anomal fortpflanzen-der Wellen nach der RAYLEIGH-Beziehung

$$c = c_G + L \frac{dc}{dL}$$



mit  $\frac{dc}{dL} < 0$  geringer als die Gruppengeschwindigkeit  $c_G$ . Demnach pflanzt sich die Energie schneller als die einzelnen Frequenzkomponenten eines Wellenpaketes fort. Im Falle der Schwerewellen könnte dies ein Anzeichen dafür sein, weshalb die Energieübertragung insbesondere bei Sturzbrechern so schnell vor sich geht. Möglicherweise kann dieser Prozeß einerseits mit der rapiden Dämpfung von Kapillarwellen und andererseits mit der Absorption von elektromagnetischen Wellen verglichen werden, wenn auch die Mechanismen – außer anomaler Dispersion – vollständig andere sind.

2. In einem dispersen System bewegen sich nichtlineare Störungen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten mit der Folge, daß eine Akkumulation mehr oder weniger verhindert wird (LIGHTHILL, 1978). Demnach ist zur Zeit die Frage bezüglich der Anteile nichtlinearer und disperser Eigenschaften an der resultierenden Wellenverformung noch offen.

## 5. Schriftenverzeichnis

- ADEYMO, M. D.: Effect of Beach Slope and Shoaling on Wave Asymmetry. Proc. Eleventh Conf. Coastal Eng., London, 1968.
- BENDAT, J. S. u. PIERSON, A. G.: Measurements and Analysis of Random Data. John Wiley and Sons, 1966.
- BIESEL, F.: Study of Wave Propagation in Water of Gradually Varying Depth. Gravity Waves Circular No. 521, Nat. Bureau of Standards, Washington, D.C., 1951.
- BÜSCHING, F.: Über Orbitalgeschwindigkeiten irregulärer Brandungswellen. Mitt. des Leichtweiß-Inst. der Techn. Univ. Braunschweig, H. 42, 1974.
- BÜSCHING, F.: Über die Änderungen von Wellenperioden im Brandungsbereich. Mitt. des Leichtweiß-Inst. der Techn. Univ. Braunschweig, H. 47, 1975.
- BÜSCHING, F.: On Energy Spectra of Irregular Surf Waves. Proc. 15th Int. Conf. Coastal Eng. Honolulu, 1976.
- BÜSCHING, F.: Anomalous Dispersion of Fourier Components of Surface Gravity Waves in the Near Shore Area. Proc. 16th Int. Conf. Coastal Eng. Hamburg, 1978 (a).
- BÜSCHING, F.: Wave Deformation due to Decreasing Water Depth. Mitt. des Leichtweiß-Inst. der TU Braunschweig, H. 63, 1978 (b).
- FÜHRBÖTER, A.: Air-Entrainment and Energy Dissipation in Breakers. Proc. 12th Int. Conf. Coastal Eng., Washington, 1970.
- FÜHRBÖTER, A.: Über die Bedeutung des Lufteinschlages für die Energieumwandlung in Brecherzonen. Mitt. Franzius-Institut der Techn. Univ. Hannover, H. 35, 1971 und Die Küste, H. 21, 1971.
- FÜHRBÖTER, A.: Einige Ergebnisse aus Naturuntersuchungen in Brandungszonen. Mitt. des Leichtweiß-Inst. der Techn. Univ. Braunschweig, H. 40, 1974.
- FÜHRBÖTER, A. u. BÜSCHING, F.: Wave Measuring Instrumentation for Field Investigations on Breakers. Ocean Wave Measuring and Analysis, Vol. 1, New Orleans, USA, published by ASCE New York, 1974.
- GALVIN, C. J.: Wave Breaking in Shallow Water in "Waves on Beaches". Edited by R. E. Meyer, Academic Press, Inc. New York and London, 1972.
- HARRIS, D. L.: Characteristics of Wave Records in the Coastal Zone. In "Waves on Beaches", edited by R. E. Meyer, Academic Press, Inc. New York and London, 1972.
- IWAGAKI, Y., SAKAI, T. u. KAWASHIMA, I.: On the Vertical Distribution of Water Particle Velocity Induced by Waves on Beach. Coastal Engineering in Japan, 1973.
- LIGHTHILL, J.: Waves in Fluids. Cambridge University Press, Cambridge, London, New York, Melbourne, 1978.
- MADSEN, O. S. u. MEI, C. C.: The Transformation of a Solitary Wave Over an Uneven Bottom. J. Fluid Mech. 39, 1969.
- MULTER, R. H. u. GALVIN, C. J.: Periodic Waves of Non-permanent Form (abstract) Trans. Am. Geophys. Union, 48, 1967.

- PATRICK, D. A. u. WIEGEL, R. L.: Amphibian Tractors in the Surf. Proc. First Conf. on Ships and Waves, The Engineering Foundation Council on Wave Research and the American Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1955.
- SCHULEJKIN, W. W.: Theorie der Meereswellen. Akademie-Verlag, Berlin, 1960.
- SONU, C. J., PETTINGREW, N. u. FREDERICKS, R. G.: Measurement of Swash Profile and Orbital Motion on the Beach. Proc. Intern. Symp. Ocean Wave Measurement and Analysis, New Orleans, 1974.
- THORNTON, E. B., GALVIN, J. J., BUB, F. L. u. RICHARDSON, D. P.: Kinematics of Breaking Waves. Proc. 15th Int. Conf. Coastal Eng. Honolulu, 1976.
- WANG, H. u. YANG, W. C.: Measurements and Computation of Wave Spectral Transformation at Island of Sylt, North Sea. Mitt. des Leichtweiß-Inst. der Techn. Univ. Braunschweig, H. 52, 1976.
- ZABUSKY, N. J. u. GALVIN, C. J.: Shallow Water Waves. The Korteweg – De Vries Equations and Solitons, J. Fluid Mech. 47, 1971.