

# Bemessung von Steingrößen in geschütteten Deckwerken

Prof. Dr.-Ing. habil. Harold Wagner, TU Dresden

## Einleitung

Steinschüttungen sind seit altersher als zweckmäßige Maßnahme zum Schutz von Ufer und exponierter Küstenabschnitte bekannt. An solchen im Detail stark gegliederten, relativ flexiblen, durchlässigen und schluckfähigen mineralischen Haufwerken können Wellen schadlos branden und ihre Energie durch turbulente Diffusion umwandeln. Auf Grund ihrer zahlreichen Vorteile gegenüber starren Bauweisen gehören Stein- und Massivschüttungen auch heute zu den bevorzugten Varianten zur Gestaltung von Wellenschutzmaßnahmen. Zu den Vorteilen von Steinschüttungen gehören:

- die einfache Technologie der Baudurchführung,
- die Robustheit solcher Bauwerke gegen physikalische, chemische und thermische Belastungen,
- die graduale Überlastbarkeit ohne Zerstörung des gesamten Bauwerkes,
- die Unempfindlichkeit gegenüber Setzungen,
- die geringe Erosionsbelastung der Seesohle vor dem Bauwerk,
- die relativ geringen Kronenhöhen der Bauwerke,
- die Schaffung von Lebensraum für Kleintiere und die nicht unbedeutende Wasserbelüftung bei Brandungsvorgängen
- und schließlich, die zumindest augenblicklich außerordentlich günstige Preissituation bei der Verfügbarkeit von Natursteinen.

## Ergebnisse durchgeführter Untersuchungen

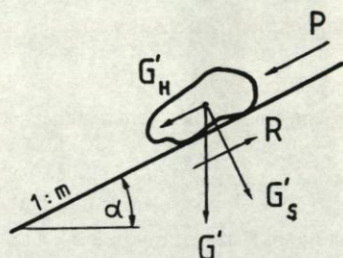
Die ersten systematischen Überlegungen und Untersuchungen zur Bemessung von Steingrößen im Wellenangriff stammen von **Iribarren** [2]. Er betrachtet (siehe *Tafel 1*) das Gleichgewicht eines einzelnen auf einer Böschung liegenden Steines und leitet daraus eine Bestimmungsformel für das Steingewicht ab. Leider stellte **Hudson** [1] in umfangreichen Modellversuchen fest, daß vor allen Dingen der Faktor  $K$  in der Iribarrenformel nicht konstant sondern stark von der Böschungsneigung abhängig ist. **Hudsons** rein empirischer, auf den Modellversuchen beruhender Gewichtsansatz für Steinschüttungen unter Wellenbelastung (siehe *Tafel 2*) berücksichtigte außerdem erstmalig die Stabilität in direkter Beziehung zu partiellen Schadensgröße.

In der Folgezeit wurden zahlreiche Modellversuche durchgeführt und darauf aufbauend Bemessungsformeln entwickelt. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, sind in *Tafel 3* einige Beziehungen davon in der Form eines wirksamen Vergleichsvolumens dargestellt. Dabei werden die in allen Formeln vorhandenen gleichen Funktionsgrößen zu einer einheitlichen zusammengefaßt, um damit dann

die Unterschiede klar herauszustellen. Diese Unterschiede sind, wie es *Tafel 3* belegt, erheblich. Sie betreffen sowohl die absoluten Größen der dargestellten Werte, wie auch deren Struktur und Funktionsabhängigkeiten.

Tafel 1

**Berechnungsansatz Iribarren (1938)**



$$P \sim \rho \cdot D^2 \cdot v^2 \sim \rho \cdot D^2 \cdot g \cdot H$$

$$G' \sim (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot D^3$$

$$G'_H = G' \cdot \sin \alpha; G'_S = G' \cdot \cos \alpha$$

$$R = G'_S \cdot \mu = G'_S \cdot \tan \alpha_K$$

GLEICHGEWICHTSANSATZ: Summe der Horizontalkräfte gleich Null

$$P = R - G'_H = G' \cdot (\cos \alpha \cdot \tan \alpha_K - \sin \alpha)$$

$$g \cdot D^2 \cdot H \sim (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot D^3 \cdot (\cos \alpha \cdot \tan \alpha_K - \sin \alpha)$$

$$D \sim \frac{H}{(\rho_s / \rho - 1)} \cdot \frac{1}{(\cos \alpha \cdot \tan \alpha_K - \sin \alpha)}$$

$$G = \rho_s \cdot g \cdot K \cdot D^3 = K \cdot \frac{\rho_s \cdot g}{(\rho_s / \rho - 1)^3} \cdot H^3 \cdot \frac{1}{(\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha)^3}$$

G	-	Steingewicht	H	-	Wellenhöhe
$\rho_s$	-	Dichte des Steinmaterials	K	-	Faktor
$\rho$	-	Dichte des Wassers	$\alpha$	-	Böschungswinkel
g	-	Erdbeschleunigung	$\mu$	-	Reibungsbeiwert
D	-	Steindurchmesser	$\alpha_K$	-	Reibungswinkel

Tafel 2

**Berechnungsansatz Hudson (1959)**

$$G = \frac{1}{K} \cdot \frac{g \cdot \rho_s \cdot H_{1/3}^3}{(\rho_s / \rho - 1)^3 \cdot m} \quad ; \quad D = c_K \cdot (G / g \cdot \rho_s)^{1/3}$$

- K - Stabilitätsfaktor, abhängig von der Steinform und vom Verlust (Risiko)
- $H_{1/3}$  - Wellenhöhe als Mittelwert des höchsten Drittels der einzelnen Wellen
- D - maßgebende Dimension des Schüttsteines

**VERSUCHSBEDINGUNGEN:**

(Versuche wurden durchgeführt in der US Army Engr. Waterways Station, Vicksburg, Miss.)

H	=	0,08 m	bis	0,21 m	Modellwellenhöhe
H / $\lambda$	=	0,015	bis	0,128	Modellwellensteilheit
h / $\lambda$	=	0,100	bis	0,500	rel. Wassertiefe
m	=	1,25	bis	5,00	Böschungsneigung $m = \cot \alpha$

**Versuchsergebnisse für Bruchsteinschüttungen:**

V %	0 ÷ 1	1 ÷ 5	5 ÷ 15	10 ÷ 20	15 ÷ 40	30 ÷ 60
H / H	1,00	1,18	1,33	1,45	1,60	1,72
K	3,2	5,1	7,2	9,5	12,8	15,9

## Tafel 3

**Aus Modellversuchen abgeleitete Beziehungen zur Bestimmung der  
Minimalgewichte standsicherer Natursteinschüttungen bei Wellenbelastung**

$$\frac{G \cdot (\rho_s / \rho - 1)^3}{\rho_s \cdot g \cdot H^3} = \left( \frac{D_n \cdot \rho'}{H} \right)^3 = V_s \quad \begin{array}{l} \text{- auf die Wellenhöhe bezogenes unter} \\ \text{Wasser} \\ \text{wirksames Steinvolumen} \end{array}$$

IRIBARRE  
N

$$V_s = \frac{0,015}{(\cos \alpha \sin \alpha)^3}$$

OFIZEROV

$$V_s = \frac{0,51}{m^{3/2}}$$

CASTRO

$$V_s = \frac{0,704}{(m+1)^2 (m-2 \cdot \rho/\rho_s)^{1/2}}$$

RYBCEVSKIJ

$$V_s = \frac{0,015 \cdot \lambda/H}{m^{2/3} \cdot \cos^3 \alpha}$$

BOZIC

$$V_s = \frac{0,04}{\cos^3 \alpha}$$

SVEE

$$V_s = \frac{0,12}{\cos^3 \alpha}$$

RODOLPH

$$V_s = \frac{0,0162 \cdot T}{\tan^3(45^\circ - \alpha/2)}$$

METELIZYNA

$$V_s = \frac{0,025}{\cos^3(23^\circ + \alpha)}$$

LARRAS

$$V_s = \frac{0,054 (\pi h/\lambda)^3}{\left[ \sin(45^\circ - \alpha) \cdot \sinh \frac{\pi \cdot h}{\lambda} \right]^3}$$

SANKIN

$$V_s = \frac{8(m^2 + 1)^{3/2}}{(m^2 + 2 \cdot m)^3}$$

HUDSON

$$V_s = \frac{0,31}{m}$$

BEAUDVIN

$$V_s = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{m-0,8} - \frac{3}{20} \right)$$

HEDAR

$$V_s = \frac{0,015}{(\cos \alpha + \sin \alpha)^3}$$

GOLDSTEIN

$$V_s = \frac{0,42}{m^{1,83}}$$

PYSKIN

$$V_s = \frac{0,016}{\cos^3 \alpha}$$

ZAJZEV

$$V_s = \frac{0,025 \cdot \lambda/H}{(m^3 + 1)^{1/2}}$$

$$\text{v.d. MEER} \quad V_s = \frac{(0,026 \div 0,049)}{m^{3/2} \cdot (H/\lambda)^{3/4}}$$

Als Ursachen für die auftretenden Differenzen sind zu nennen:

- unterschiedliche Definitionen der maßgebenden Wellenhöhe,
- unterschiedliche Definitionen der Standsicherheit und der Verluste,
- unterschiedliche und teilweise unzureichende Variationsbreite der Versuche,
- Nichtbeachtung von Maßstabs- und Reflexionseffekten,
- unterschiedliche Deckschichtstärken, unterschiedlicher Unterbau, unterschiedliche Herstellungstechnologien (verschiedene Lagerungsbedingungen).

Insgesamt fehlt allen Beziehungen eine klar fundierte Modellvorstellung, in die die unterschiedlichen Einflußfaktoren ihrer Wirkung nach eingeordnet und bestimmt werden können.

### Anforderungen an die Bestimmungsgleichung

Eine brauchbare Beziehung zur Bestimmung der Steingewichte  $G$  von Wellenschutzbauten sollte übersichtlich, klar strukturiert sein und mindestens die Abhängigkeiten von folgenden Einflußgrößen enthalten:

- Wellenhöhe  $H$
- Wellenperiode  $T$  (oder äquivalent Wellenlänge  $\lambda$ )
- Belastungszeit  $t_D$
- Wassertiefe  $h$
- Dichte des Wassers  $\rho_W$
- Dichte des Steinmaterials  $\rho_S$
- Böschungsneigung  $m = \cot \alpha$
- in Rechnung gestellte, verträgliche Verluste  $V$  (Risikobemessung)
- Krümmungsradius des Bauwerkes  $R$
- Kennzeichnung der Steinform und Materialzusammensetzung der Deckschichtschüttung

Weiterhin sollen Spezifizierungen der Deckschichtstärke, des Unterbaus, der Platzierung in der Böschung (z.B. Kronenlage) ebenso ermöglicht werden, wie Auswirkungen von Unterschieden in der Herstellungstechnologie.

Es ist insgesamt anzustreben, ein Bestimmungssystem zu entwickeln, mit dem eine Optimierung von Böschungsbefestigungen durchgeführt werden kann.

Bei Bezugnahme auf die Einflußgrößen der Belastungswellen sind vorrangig die aus der Prognose verfügbaren Wellendimensionen zu benutzen, d.h. die signifikante Wellenhöhe  $H_s$  und die Peakperiode  $T_p$ .

---

## Grundkonzeption

Bei der aufgezeigten Vielzahl der veränderlichen Einflußfaktoren, ihrer bekanntermaßen komplizierten gegenseitigen Verknüpfungsstruktur und der notwendigen Breite der Variationsbereiche ist eine rein empirische Bearbeitung der Problematik, ausschließlich basierend auf Versuchswerten, von vornherein aussichtslos.

Erfolgversprechend kann nur eine solche Konzeption sein, die einen theoretischen, physikalisch fundierten Grundansatz beinhaltet, in dem einerseits detailliert die Funktionsbeziehungen zwischen den wirkenden Kräften aus der Wellenbelastung und andererseits die Hauptabhängigkeiten der Stabilitätsbedingungen der Steinelemente in der Schüttung ausgewiesen werden.

Im Ergebnis der Untersuchungen sollte nach Möglichkeit an die bisher meist gebrauchte **Hudsonformel** angeknüpft werden, um die damit verbundenen zahlreichen Labor- und Naturuntersuchungen weiterhin nutzbringend verwenden zu können.

Die nachfolgenden Darlegungen wurden in ihrem Grundkonzept erstmals in [4] entwickelt.

## Wellenbelastung

Zunächst ist es notwendig, die maßgebende Belastungssituation zu bestimmen und zu definieren. Bekannt ist, daß der Schadensbeginn in der Vielzahl der Fälle im Bereich um den Ruhewasserspiegel, meist kurz darunter, einsetzt.

Nachweisbar ist ebenfalls, daß brechende Wellen wesentlich stärker die Standfestigkeit der einzelnen Böschungselemente belasten, als schwingendes Wellenverhalten am Bauwerk.

Es ist deshalb naheliegend, die kritische Belastungssituation da zu suchen, wo der Brecherstrahl auf die Böschung trifft.

Unter der Stoßwirkung der Stirn des Brecherstrahles entstehen kurzzeitig sehr hohe Primärdrücke. Jeweils gebunden an die spezielle Geometrie und Elastizität des Stoßgebietes entstehen zwangsläufig und gleichlaufend mit der Stoßdruckeintragung auch sehr große Reaktionsdrücke, die in Abhängigkeit vom Unterbau, im Zusammenwirken mit anderen Kräften Steine der Decklage aus ihrem Verband lösen können.

Die idealisierte Belastungsstruktur ist in Abb. 1 graphisch dargestellt.

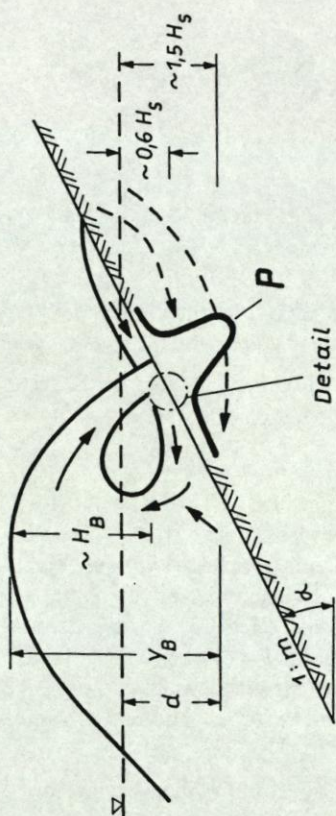
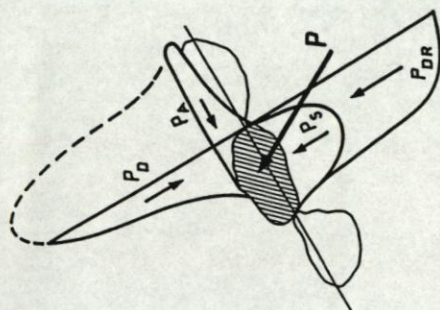


Abb. 1 maßgebende Belastungssituation

Auf ein im Aufschlagbereich des Brecherstrahles liegendes Steinelement wirken dann die anteilige Stoßkraft des Brecherstrahles  $P_D$ , die Reaktionskraft aus dem wassergesättigten Unterbau  $P_{DR}$ , die Strömungskraft aus dem Ablauf des Wassers auf der Böschung  $P_A$  sowie die Sickerwasserströmungskraft  $P_S$ .

Im einzelnen gelten dafür folgende Hauptfunktionsabhängigkeiten:

Kraft des Druckschlages:

$$P_D = f(\rho_w \cdot g \cdot H, \tan \alpha, D^2, \text{Elastizität der Aufschlagfläche und der Schüttung, Schluckfähigkeit der Schüttung, ...})$$

Reaktionskraft:

$$P_{DR} = f(P_D, \text{Durchlässigkeit, } H/D, \text{Schichtstärke, Wasserfüllung des Unterbaues, ...})$$

Druckkraft des Ablaufwassers:

$$P_A = f\left(k_D \cdot k_R \cdot H \sqrt{\frac{\lambda}{H} \coth \frac{2\pi h}{\lambda}} \cdot \sin \alpha, \rho_w g, D^2, \zeta, \dots\right)$$

Sickerströmungskraft:

$$P_S = f\left(P_A, \text{Unterbau, } \frac{k_D \cdot T}{n_s \cdot H_A}, \text{Porengröße, Schichtstärke, ...}\right)$$

Die sich aus diesen Einzelkomponenten zusammensetzende Resultierende der angreifenden Kräfte  $P$  läßt sich damit ausdrücken als:

$$P = \rho_w \cdot g \cdot D^2 \cdot f_1\left(\alpha, \lambda/H, h/\lambda, \text{Schluckfähigkeit der Böschung, } \right. \\ \left. \text{Elastizität der Aufschlagfläche, ...}\right)$$

**Stabilitätsansatz**

Zum Stabilitätsnachweis ist Gleichgewicht (oder eine definierte Überschreitung dieses Gleichgewichtes) nachzuweisen. Das kann sowohl mit einem Momentenansatz oder auch mit dem Gleichgewicht der böschungsparellen Kraftkomponente geschehen. Beide Nachweisvarianten liefern das gleiche Ergebnis (Proportionalität), weil die Hebelarme der Kräfte jeweils dem Steindurchmesser proportional gesetzt werden. Nachfolgend wird als Berechnungsansatz das Momentengleichgewicht zur Ableitung der Bestimmungsgleichung des unter Welleneinwirkung standsicheren Steingewichtes gewählt.

Abb. 2 ist die Systemskizze aller am ausgewählten Steinelement angreifenden Kräfte. Es sind im einzelnen die Gewichtskraft  $G'$  (Unterwassergewicht), die Resultierende der hydrodynamischen Belastung  $P$  und die Zwängungskraft  $Z$ . Die letztgenannte Kraft beinhaltet die Stützwirkung des untersuchten, exponierten



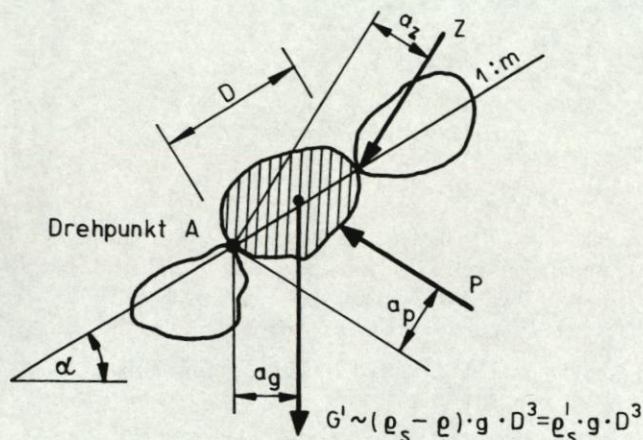


Abb. 2: Systemskizze

Steinelementes durch seine Umgebung. Diese Stützwirkung oder Verklammerung wird durch die Körperform, durch das Steingewicht, durch den Neigungswinkel und später separat behandelt, durch den Krümmungsradius und durch die Lage in der Böschung bestimmt.

Gemäß Abb. 2 existieren als Momente um den Punkt A ( $a_i$  - Hebelarm der Kräfte):

Belastungsmoment:

$$a_p \cdot P \sim D \cdot P \sim \rho_w \cdot g \cdot D^3 \cdot H \cdot f_1(a, \lambda/H, h/\lambda, \dots)$$

Gewichtsmoment:

$$\begin{aligned} a_G \cdot G' &= a_s \cdot G' \cdot \cos \alpha - a_H \cdot G' \cdot \sin \alpha \\ &\sim D \cdot G' \left( \frac{a_s}{a_H} \cos \alpha - \sin \alpha \right) = D \cdot G' (\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) \\ &\sim D \cdot G' \cdot f_2(\alpha) \end{aligned}$$

Zwängungsmoment:

$$\begin{aligned} a_z \cdot G' &\sim D \cdot G' \cdot f_3(\alpha) \\ \text{mit } G' &\sim (\rho_s - \rho_w) \cdot g \cdot D^3 \end{aligned}$$

Als Momentengleichgewicht ergibt sich

$$D \cdot \underbrace{\rho_w \cdot g \cdot D^2 \cdot H \cdot f_1}_{\text{Strömungskraft } P} \sim D \cdot \underbrace{(\rho_s - \rho_w) \cdot g \cdot D^3}_{\text{Unterwassergewicht } G} \cdot \underbrace{(f_2 + f_3)}_{\text{Lagerungsbedingungen}} \quad (1)$$

d.h.:

$$D \sim \frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w} \cdot \frac{f_1}{f_2 + f_3} \cdot H$$

und

$$G = \frac{1}{K} \cdot \frac{\rho_s \cdot g}{(\rho_s/\rho_w - 1)^3} \cdot \frac{f_1^3}{(f_2 + f_3)^3} \cdot H^3 \quad (2)$$

Mit der Konstanten K werden die vorhergehenden Proportionalitäten zur Gleichung zusammengefügt. Sie beinhaltet alle strukturellen Abhängigkeiten, die nicht durch die Dichteverhältnisse, die Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  und das Wellenhöhensymbol H erfaßt werden.

Mit einem Produktansatz für K wird diese Größe definiert als:

$$K = K_0 \cdot K_v \cdot K_s \cdot K_{R/D} \cdot K_i \quad (3)$$

$K_0$  - Strukturbeiwert (Kennzeichnung der Steinform und der Herstellungstechnologie der Schüttung)

$K_v$  - Verlustbeiwert, Risikoansatz ( $K_v \geq 1$ )

$K_s$  - Schluckfähigkeitsbeiwert der Schüttung

$K_{R/D}$  - Krümmungsbeiwert

$K_i$  - Beiwerte für weitere Abhängigkeiten

Das Wellenhöhensymbol H muß als maßgebende Wellenhöhe gedeutet werden, die für einen vorgegebenen Spektrentyp, als Funktion einer kennzeichnenden Wellenhöhe (z.B.  $H_s$  - signifikante Wellenhöhe) und der Belastungszahl  $N = t_D/T_{\text{mitt}}$  angesehen werden kann. Damit gilt:

$$H = H_{\text{maB}} = H_s \cdot f_4(t_D/T_{\text{mitt}}) \quad (4)$$

$t_D$  - Belastungszeit

$T_{\text{mitt}}$  - mittlere Wellenperiode

Mit Gl. (4) kann Gl. (2) folgendermaßen geschrieben werden:

$$G = \frac{f_1^3 (\alpha; \lambda/H; h/H)}{K_0 \cdot K_s} \cdot \frac{1}{K_v} \cdot \frac{f_4^3(t_D/T_{\text{mitt}})}{(f_2 + f_3)^3 \cdot K_{R/D} \cdot K_i} \cdot \frac{\rho_s \cdot g \cdot H_s^3}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1\right)^3} \quad (5)$$

Gegenüber der Hudson-Formel detailliert diese Beziehung nicht nur formal die dort unerfaßten Einflüsse. Sie bietet darüber hinaus eine gute Möglichkeit zur selektiven Behandlung der zahlreichen unterschiedlichen Einflußgrößen. Dabei stellt der Term

$$\rho_s \cdot g \cdot H_s^3 \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1\right)^{-3}$$

eine Größe dar, bei der alle Details bekannt sind. Sie braucht deshalb nicht weiter untersucht werden.

### Mechanische Untersuchungen

Der Ausdruck 
$$\frac{1}{(f_2 + f_3)^3 \cdot K_{R/D} \cdot K_i} \quad (6)$$

ist demgegenüber eine experimentell zu bestimmende Größe. Sie ist ausschließlich von geometrischen und erdstofflichen Gegebenheiten und nicht von hydraulischen Faktoren bestimmt. Diese Tatsache läßt eine einfache experimentelle mechanische Erfassung zu, wobei die hydromechanische Kraft  $P$  durch eine Zugkraft  $P_z$  als voll aussagefähiges Analogiemodell ersetzt werden kann.

Von der komplexen Einflußgröße nach Gl. (6) ist zunächst bekannt, daß für Standardbedingungen (im Grundriß gerade Linienführung des Bauwerkes, Platzierung des Steinelementes inmitten der Außenlage der Schüttung usw.) das Produkt

$K_{R/D} \cdot K_i$  gleich 1 gesetzt werden kann.

Aus der Kenntnis des Funktionsanteils  $f_2 = \mu \cos \alpha - \sin \alpha$  kann vorerst kein Nutzen gezogen werden, weil nach der Summenfunktion gefragt wird, die auch die stabilisierenden Zwängungskräfte beinhaltet. Von diesem Funktionsausdruck ( $f_1 + f_2$ ) ist nur als Grenzbedingung bekannt, daß er bei der kritischen Neigung  $\cot \alpha_{gr}$  den Wert Null einnehmen muß. Die Daten  $\alpha_{gr}$  sind experimentell durch Kippversuche im Zusammenhang mit einer zweckmäßigen Verlustdefinition (Zerstörungsgrad, Risikoansatz) zu bestimmen.

Als „Verlust“ wird dabei grundsätzlich ein Vorgang angesehen, bei dem sich durch Einwirkung äußere Kräfte (hier zunächst ausschließlich die Gewichtskraft) ein oder mehrere Steine jeweils um eine Distanz größer als der Steindurchmesser vom Einbauort fortbewegen. Als Bezugsgröße für die Prozentangabe des Verlustes  $V$  wurde eine zweilagige Deckschicht mit einer Böschungslänge von 15  $D$  gewählt. Diese Böschungslänge entspricht bei den üblichen Neigungen etwa einer senkrechten Lamellenhöhe von  $2 H_S$  und damit einem Böschungsabschnitt, der um den Wasserspiegel herum, als Hauptbelastungszone der Wellenwirkung angesehen werden kann.

Zu den Kippversuchen ist das Bruchsteinmaterial mit einer Ausgangsneigung von  $1:m = 1:\cot \alpha = 1:2$  zweilagig in den Kasten des Kippapparates eingebaut worden. Danach wurde die Neigung kontinuierlich so lange vergrößert, bis der erste Stein als Verlust verzeichnet werden konnte. Anschließend wurden jeweils die geradzahlgigen, sich vergrößern Winkelwerte eingestellt, die jeweiligen Verluste registriert und die eingebaute Decklage bis zum Bruch belastet. Die

Ergebnisse von einhundert derartigen Versuchswiederholungen sind in Abb. 3 dargestellt.

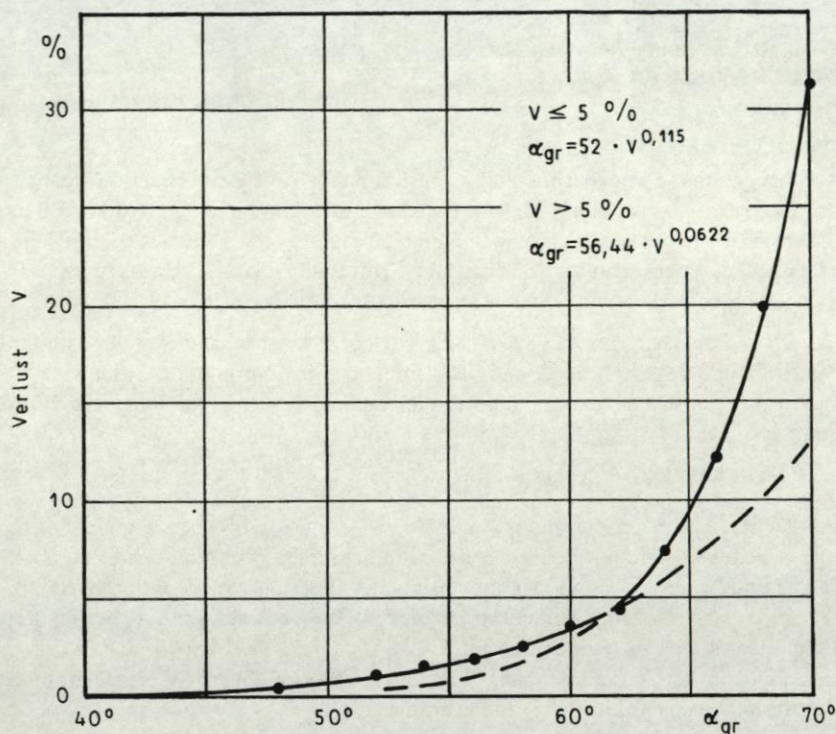


Abb. 3: Ergebnisse der Kippversuche mit Bruchsteinen

Es ergibt sich dabei ein eindeutiger Kurvenverlauf mit einer Unstetigkeit im Anstieg bei etwa  $V = 5 \text{ ‰}$ . Der Kurvenverlauf unterhalb dieser Grenze kann recht gut mit

$$\alpha_{gr} = 52 \cdot V^{0,115} \text{ für } V \leq 5 \text{ ‰} \quad (7a)$$

und der Anteil über  $V = 5 \text{ ‰}$  mit

$$\alpha_{gr} = 56,44 \cdot V^{0,0622} \quad (7b)$$

beschrieben werden. Wesentlich für die weiteren Untersuchungen ist die Beziehung (7a), die praxisrelevante Verlustraten bzw. Risikoansätze für eine auf Wirtschaftlichkeit orientierte Bemessung widerspiegelt.

Mit den Gleichungen (7a) und (7b) ist nun für die gesuchte Funktion der „Lagerungsbedingungen“ der Stabilitätsgrenzwert mit

$$(f_2 + f_3)_{\alpha = \alpha_{gr}} = 0$$

bekannt.

Aus Gl.(1) kann weiterhin nachfolgende Proportionalität abgelesen werden.

$$(f_2 + f_3) \sim \frac{\rho_w \cdot g \cdot D^2 \cdot H \cdot f_1}{(\rho_s - \rho_w) \cdot g \cdot D^3} \sim \frac{P}{G'} \quad (8a)$$

Wird nun die hydromechanische Kraft  $P$  durch eine mechanische Zugkraft  $P_Z$  und das Unterwassergewicht  $G'$  durch das Normalgewicht  $G$  ersetzt, so verändert sich nichts am gegebenen Proportionalitätsverhalten.

Für die mechanischen Versuche gilt damit:

$$(f_2 + f_3) = f(\alpha) \sim \frac{P_{Z\alpha}}{G} \quad (8b)$$

$P_{Z\alpha}$  ist dabei die Zugkraft, die bei vorgegebenem Böschungswinkel  $\alpha$  gerade im Stande ist, das Steinelement vom Standort zu entfernen. Die Zugkraft  $P_{Z\alpha}$  geht in ihrer Wirkungslinie durch den Schwerpunkt des Steines und ist senkrecht zur Böschungsoberfläche orientiert (siehe Abb. 4)

Da der gesuchte Funktionsausdruck herleitungsgemäß eine reine Funktion vom Böschungswinkel darstellt, der natürlich für einen vorgegebenen Böschungswinkel eine Konstante darstellt, kann Gl. (8b) auch geschrieben werden als:

$$(f_2 + f_3) = f(\alpha) \sim \frac{P_{Z\alpha}}{G} \sim \frac{P_{Z\alpha}/G}{P_{Z\alpha 0^\circ}/G} = \frac{P_{Z\alpha}}{P_{Z\alpha 0^\circ}} \quad (8c)$$

$(f_2 + f_3)$  wird damit dargestellt durch das Verhältnis der bei einem beliebigen Winkel  $\alpha$  notwendigen Zugkraft  $P_{Z\alpha}$  zur Zugkraft  $P_{Z\alpha=0}$ . Die Bezugsgröße  $P_{Z\alpha=0}$  ist die Kraft, die bei einem Neigungswinkel von  $\alpha = 0^\circ$  notwendig ist, um das betreffende Steinelement auch gegen die beteiligten Zwängungskräfte der Nachbarsteine senkrecht anzuheben. Zur Ausdeutung der unbekanntenen Funktionsabhängigkeit sind mechanische Versuche mit jeweils 99 Wiederholungen für Böschungswinkel von  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $60^\circ$  durchgeführt worden. Die daraus erzielten Ergebnisse sind in Abb. 4 und Abb. 5 in Abhängigkeit von  $\alpha/\alpha_{gr}$  dargestellt. Auch hier ist ähnlich wie bei den Kippversuchen ein tendenzmäßig unterschiedliches Verhalten für Verlustraten größer und kleiner als  $V = 5\%$  nachweisbar.

Bei Verlusten über 20 % ist eine Vergrößerung des Widerstandsverhaltens um etwa 10 % (für  $\alpha/\alpha_{gr} = 2/3$ ) über den Ausgangslevel bei geringen Neigungen zu registrieren.

Für  $V \leq 5\%$  bleibt die gesuchte Abhängigkeit  $(f_2 + f_3) \approx P_{Z\alpha} / P_{Z\alpha=0} \approx P/G' \approx f(\alpha)$  im Bereich  $\alpha/\alpha_{gr} \leq 0,6$  konstant und etwa gleich eins. Für Relationen größer als  $\alpha/\alpha_{gr} \geq 0,6$  geht der Trend der Versuchsdaten auf den Grenzwert Null bei  $\alpha/\alpha_{gr} = 1$  zurück.

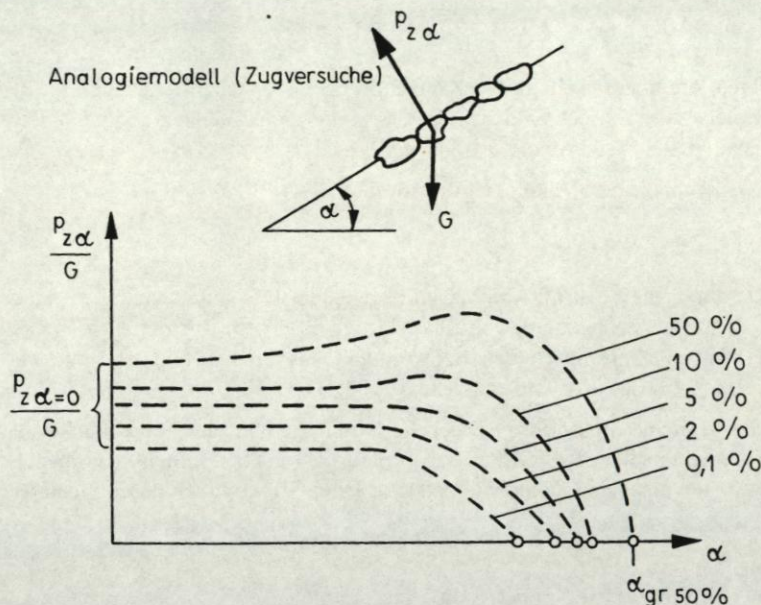


Abb. 4: Ergebnisse der Zugversuche (Analogiemodell)

Der Funktionsverlauf für Verhältnisse  $V \leq 5\%$  lässt sich sehr präzise durch:

$$(f_2 + f_3) \sim P_{Z\alpha} / P_{Z\alpha=0} \sim P/G' \sim \tanh 6(1 - \alpha/\alpha_{gr}) \quad (9)$$

$$\text{mit } \alpha_{gr} = 52 \cdot V^{0,115} \quad (7a)$$

wiedergeben. Danach sind die Lagerungsbedingungen in Abhängigkeit von Risiko- bzw. Verlustansatz  $V$  für Neigungsverhältnisse

- $m = \cot \alpha \geq 1,30$  für  $V = 5\%$
- $m = \cot \alpha \geq 1,50$  für  $V = 2\%$
- $m = \cot \alpha \geq 1,65$  für  $V = 1\%$
- $m = \cot \alpha \geq 2,25$  für  $V = 0,1\%$

konstant und unabhängig von Böschungswinkel  $\alpha$ . Es lässt sich nachweisen, daß diese Angaben gleichzeitig die Anwendungsgrenzen für die bekannte **Hudson**-Formel bei Anwendung auf Bruchsteine darstellen.

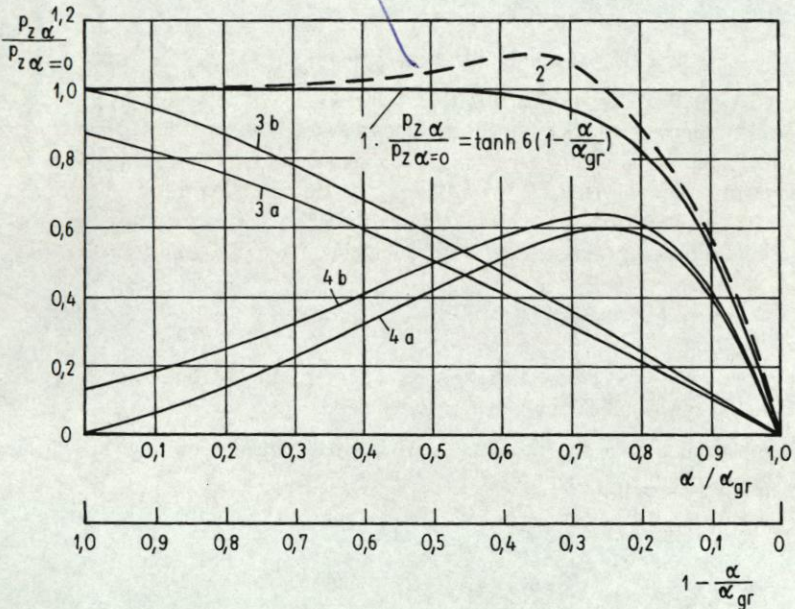


Abb. 5: Widerstandsvermögen in Abhängigkeit vom Böschungswinkel

Zur weiteren Verdeutlichung der inneren Zusammenhänge sind zusätzlich in Abb. 5 die Kennlinien für den Reibungsanteil an der unteren Auflageschicht (Irrbarrenanteil - Kurven 3a und 3b) und die Zwängungs- oder Verklammerungsfunktion für  $V = 1\%$  (Kurve 4a) und  $V = 5\%$  (Kurve 4b) dargestellt. Deutlich ist zu erkennen, daß die Abnahme des Reibungswiderstandes (nach den Kurven 3) zunächst durch das Anwachsen der Zwängungskräfte (Kurven 4) vollständig kompensiert wird. Mit steiler werdender Neigung verringern sich dann die Stabilitätsreserven der weniger belasteten Nachbarlemente und damit auch die Größen der Zwängungs- bzw. Verklammerungsfunktion.

Mit der gleichen Verfahrensweise wie vorstehend beschrieben, wurden auch die Lagerungsbedingungen in Krümmungen untersucht.

Wird mit  $R$  der Krümmungsradius bezeichnet, der in einer konvexen Krümmung (Molensituation) als positiv definiert ist, so folgt aus den durchgeführten Untersuchungen

$$K_{R/D} = (1 - 0,4 D/R)^3 \quad (10)$$

Gl. (10) ist versuchsmäßig belegt für den Bereich

$$-0,3 \leq D/R = \text{Steindurchmesser/Krümmungsradius} \leq +0,3$$

Aus Gl. (10) im Zusammenhang mit Gl. (2) und (3) geht hervor, daß Steinmaterial in Außenkrümmungen (Konvexkrümmungen, Molenkopfsituation) leichter gelöst werden kann, als in einem geradlinigen Bereich. Für eine Molenkopfsituation bei einer Kopfbreite von 10 m ( $R = 5$  m) und einem mittleren Steindurchmesser von  $D = 0,50$  m beträgt beispielsweise die notwendige Gewichtsvergrößerung lagestabiler Steine gegenüber dem Einbau in einem geradlinigen Bereich:

$$\left( \frac{1}{K_{R/D}} - 1 \right) \cdot 100 = \left[ \left( 1 - 0,4 \cdot \frac{0,5}{5} \right)^{-3} - 1 \right] \cdot 100 = 13\%$$

Umgekehrt wirkt eine Lagerung in einer Innenkrümmung (negativer Krümmungsradius, Kehlenbereich) stabilisierend.

Mit den Ergebnissen der mechanischen Untersuchungen kann Gl. (5) folgendermaßen geschrieben werden:

$$G = \frac{f_1^3}{K_0 \cdot K_v \cdot K_s} \cdot f_4^3 \cdot \frac{\rho_s \cdot g \cdot H_s^3}{\left( \frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right)^3 \cdot \left[ \tanh 6 \left( 1 - \alpha/\alpha_{gr} \right) \right]^3 \cdot K_i} \quad (5a)$$

Unbekannt sind damit noch 2 Fragenkomplexe, die durch Versuche mit regelmäßigen Wellen und durch Experimente mit Wellenspektren geklärt und gelöst werden müssen.

### Untersuchungen mit regelmäßigen Wellen

Für die Untersuchungen mit regelmäßigen Wellen gilt gemäß Gl.(5a)  $f_4 = 1$  und  $H_s = H_{\text{mitt}} = H$ . Zu recherchieren sind damit die Abhängigkeiten

$$\frac{f_1^3}{K_0 \cdot K_v \cdot K_s} = \frac{G \cdot \left( \frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right)^3 \cdot \left[ \tanh 6 \left( 1 - \alpha/\alpha_{gr} \right) \right]^3}{\rho_s \cdot g \cdot H^3} \quad (11)$$

Beschränkt man sich auf den Bereich  $\alpha/\alpha_{gr} < 0,6$  und setzt eine zweilagige Deckschicht auf einem abgestuften Filter als Standardsituation an ( $K_s = 1$ ), so vereinfacht sich Gl. (11) zu

$$\frac{f_1^3}{K_0 \cdot K_v} = \frac{G}{\rho_s \cdot g \cdot H^3} \cdot \left( \frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right)^3 \quad (11a)$$

Mit Gl. (11a) sind die hydraulischen Versuche mit regelmäßigen Wellen ausgewertet worden. Als detailliertes Beispiel sind in Abb. 6 die Versuchsergebnisse mit Bruchsteinschüttungen für eine Böschungneigung von  $m = \cot \alpha = 2$  dargestellt.



Zu sehen ist ein relativ breitgefächerter Punkthaufen, wobei die Versuchsergebnisse mit relativ großen Werten  $\lambda/H$  am unteren Rand eine fast geschlossene Kurve bilden.

Zunächst wurden an die Ergebnisse der jeweiligen Versuchsgruppe eine untere Tangentenkurve gezogen (siehe *Abb. 6*). Sie repräsentieren die für die Bemessung ungünstigsten Verhältnisse.

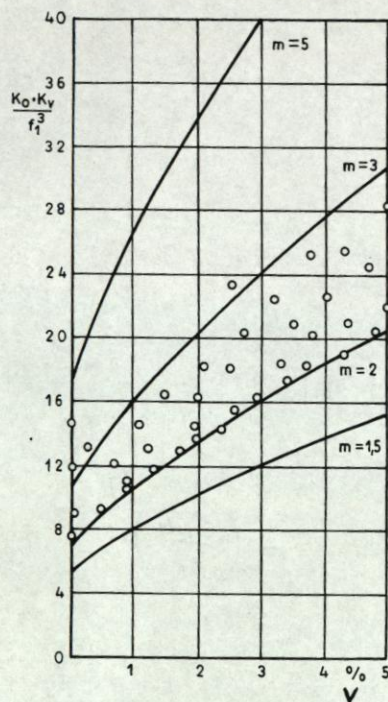


Abb. 6: Versuchsergebnisse von  
Bruchsteinschüttungen bei  
 $m = \cot \alpha = 2$

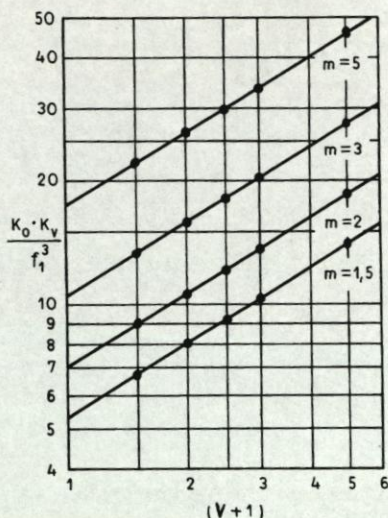


Abb. 7: Verlustabhängigkeit

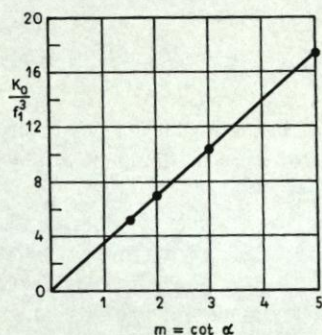


Abb. 8

Die Auswertung der Kurven für Böschungsneigungen von  $m = 1,5; 2; 3$  und  $5$  ist in *Abb. 7* gegeben.

Die Geradendarstellung im doppellogarithmischen Maßstab zeigt, daß die Abhängigkeit der Steingewichte von den Verlustwerten als Potenzfunktion bestimmbar ist. Die Auswertung ergab:

$$\frac{K_0}{f_1^3} \cdot K_v = \frac{K_0}{f_1^3} \cdot (1+V)^{0,6} \quad (12)$$

Werden nun weiterhin (siehe Abb. 8) die Werte  $k_0/f_1^3$  über  $m = \cot \alpha$  aufgetragen, so ist ausweisbar

$$\frac{K_0}{f_1^3} = 3,5 \cdot m \quad (13)$$

$$\text{d.h. } K_0 = 3,5 \text{ (Strukturbeiwert)} \quad (14)$$

$$\text{und } f_1^3(\alpha) = m = \cot \alpha = 1/\tan \alpha \quad (15)$$

Die Funktion  $f_1$  ist aber nach Gl. (5) nicht nur abhängig von  $\alpha$ , sondern auch von  $H$  (bzw. von  $\frac{\lambda}{H} \coth 2\pi h$ ) ist. Die vorhandenen Meßwerte wurden deshalb einer Auswertung nach

$$f_1^3(\lambda/H) = \frac{G \left( \frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right)^3}{g \cdot \rho_s H_s^3} \cdot 3,5 \cdot (1+V)^{0,6} \cdot \cot \alpha$$

unterzogen. Die Analyse ergab

$$f_1^3(\lambda/H) = 0,078 \cdot (\lambda/H)^{0,75} = \frac{(\lambda/H)^{0,75}}{12,82} = \left( \frac{\lambda/H}{30} \right)^{0,75} \quad (16)$$

für Verhältniswerte  $\lambda/H \leq 30$ .

Für Relationen  $\lambda/H > 30$  ist für baupraktische Anwendungen (siehe Abb. 9)

$$f_1^3(\lambda/H) = \text{const} = 1.$$

Weiterhin läßt sich auf der Basis der Versuchsergebnisse das Schluckvermögen der Böschung im direkten Anschluß an diese Untersuchungen charakterisieren. Es ist danach

$K_s = 1$  für eine zweilagige Bruchsteindeckschicht auf einem abgestuften Erdstofffilter und einem durchlässigen Baukörper

$K_s = 0,6$  für eine zweilagige Bruchsteindeckschicht, aufgelegt auf eine undurchlässige Böschungsoberfläche

Mit den Ergebnissen nach Gln. (12) bis (16) kann Gl. (5a) weiter vervollständigt werden. Es ist

$$G = \underbrace{\frac{1}{3,5}}_{1/\overline{K_0}} \cdot \underbrace{\frac{(\lambda/H)^{3/4}}{12,82 \cdot m}}_{\overline{f_1}} \cdot \underbrace{\frac{1}{(1+V)^{0,6}}}_{1/\overline{K_v}} \cdot \frac{f_4^3}{K_s \cdot K_i} \cdot \underbrace{\frac{\rho_s}{(\rho_s/\rho_w - 1)^3} \cdot g \cdot H_s^3}_{(\overline{f_2 + f_3})^3} \quad (5b)$$

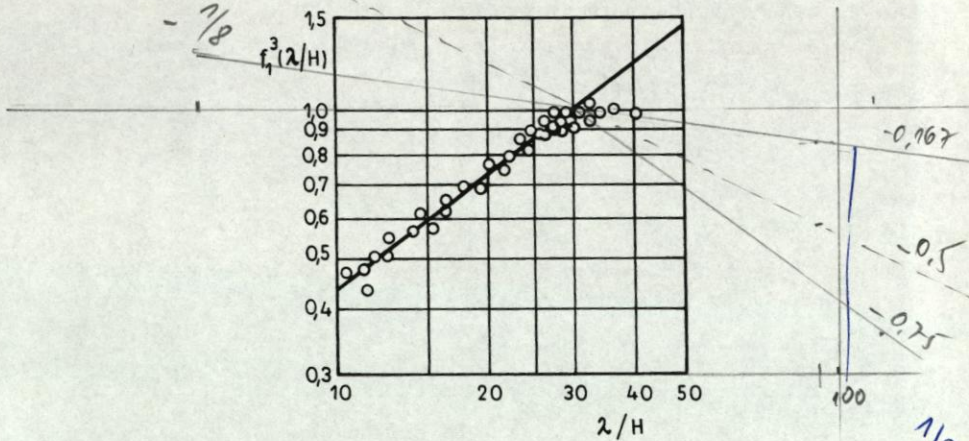


Abb. 9: Abhängigkeit der Steingrößen von der Wellensteilheit

### Hydraulische Untersuchungen mit unregelmäßigen Wellen

Zur Kennzeichnung der bisher unbekanntnen Funktion  $f_4$  wurden in Ermangelung eigener Versuche mit unregelmäßigen Wellen die Beobachtungsergebnisse von Tenaud (Jonswap-Spektren) herangezogen. In Anlehnung an die Bestimmung der maximalen Welle in einem Rayleigh-verteilten Seegangereignis wurde zur Auswertung der Ansatz

$$f_4 = a \left[ \ln(1 + t_D/T_p) \right]^b$$

gewählt. Dabei bezeichnen  $t_D$  die Belastungsdauer sowie  $T_p$  die Peakperiode.  $a$  und  $b$  sind die durch die Versuche zu bestimmenden unbekanntnen Konstanten.

Zunächst weisen die beiden Reihen vergleichbarer Versuchsergebnisse direkt und sehr eindeutig

$$f_4 \sim \ln(1 + t_D/T_p)$$

$$f_1^3 = a \cdot \left( \frac{\lambda}{H} \right)^{-1/8}$$

$$1 = \frac{a}{30^{1/8}} = \frac{a}{1.76}$$

d.h.  $b = 1$  aus.

Dieses Ergebnis war überraschend.

In Analogie zur Definition einer maßgebenden, maximalen Wellenhöhe nach **Longuet-Higgins** war ein Exponent von etwa  $b = 0,5$  erwartet worden. Die zweifelsfrei feststellbare markante Änderung zeigt, daß zu Stabilitätsuntersuchungen nicht nur eine hohe Welle in Ansatz gebracht werden muß, sondern daß auch Wiederholungs- bzw. Gruppeneffekte eine maßgebende Rolle spielen. Aus der weiteren Ausdeutung der Versuchsergebnisse folgte

$$1/a = 5,493 \quad \text{bzw.} \quad a = 0,182.$$

Damit ergibt sich für Gl.(5a):

$$f_4 = 0,182 \ln(1 + t_D/t_p) = 0,182 \ln(1 + N) \quad (17)$$

### Gesamtergebnis

Mit Gl.(17) kann das Gesamtergebnis als minimal notwendige Gewichtskraft  $G$  von durch Wellen belasteten Steinschüttungen folgendermaßen geschrieben werden:

$$\frac{G}{H_s^2} = \underbrace{\frac{1}{K_0}}_{\text{Steinform u. Schluckfähigkeit}} \cdot \underbrace{\frac{1}{K_s}}_{\text{Verluste}} \cdot \frac{1}{(1+V)^{0,6}} \cdot \underbrace{\frac{\rho_s \cdot g}{(\rho_s/\rho-1)^3}}_{\text{Dichte- verhältnisse}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\lambda_m/H_m}{12,82}\right)^{3/4}}_{\text{Wellen- steilheit}} \cdot \underbrace{\frac{\tan \alpha}{\tanh^3 6 \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_{gr}}\right)}}_{\text{Böschungsneigung}} \cdot \underbrace{\frac{1}{(1-AD/R)^3}}_{\text{Krümmung}} \cdot \underbrace{\left[\frac{\ln(1+t_D/T_m)}{5,5}\right]^3}_{\text{Belastungsdauer}} \cdot \cos \beta \quad (18)$$

Diese Beziehung ist klar strukturiert und beinhaltet alle maßgebenden Abhängigkeiten. Dazu gehören die Steinform, die Schluckfähigkeit, die Risikobemessung, die Dichteverhältnisse, die Wellensteilheit, die Böschungsneigung, die Bauwerkskrümmung sowie die Belastungsdauer, die Gruppeneffekte mit einschließt.

Der Übergang vom Gewicht zum mittleren Steindurchmesser  $D_m$  kann über

$$D_m \approx 1,14 D_n = 1,14 \left(\frac{G}{\rho_s \cdot g}\right)^{1/3} \quad (19)$$

vollzogen werden. Nach den Versuchsergebnissen gilt dabei für das untersuchte Bruchsteinmaterial:

- |             |  |
|-------------|--|
| $K_0 = 3,5$ | Strukturbeiwert  |
| $K_s = 1$   | für eine zweilagige Deckschicht auf einem Erdstofffilter und durchlässigen Baukörper |
| $K_s = 0,6$ | für eine zweilagige Deckschicht auf einer undurchlässigen,                           |

---

	nicht schluckfähigen Unterlage
$A = 0,4$	Krümmungsverbundwert
$\alpha_{gr} = 52^\circ \cdot V^{0,115}$	verlustabhängiger Neigungswinkel

Es wird empfohlen, die Bemessung mit einem Risikoansatz von  $V = 2 \%$  durchzuführen. Für  $V > 9 \%$  besteht durch Versagen der Deckschicht Gefahr, daß das ganze Bauwerk zerstört wird.

Mit Gl.(18) ist ein Bestimmungssystem entstanden, in dem alle maßgebenden Einflußparameter enthalten sind, das über den gesamten Neigungsbereich anwendbar und damit auch für eine Optimierung gebrauchsfähig ist.

---

## Literaturverzeichnis

- [1] Hudson, R.J.: Laboratory Investigations of Rubble Mount Breakwaters.  
Proc. ASCE, WW3, Vol. 85, Paper No. 2171, 1959
- [2] Iribarren, R.C.: Una formula para el calcula de losdiques de escollera.  
Revista de Obras Publicas, Madrid 1938
- [3] v.d. Meer, J.W.: Rock Slopes and Gravel Beaches under Wave Attack.  
Publications delft hydraulics, no. 396, 1988
- [4] Wagner, H.: Strukturbeiwerte, Untersuchungen zum Objekt Eisenbahnförderverbindung DDR - UdSSR.  
Teilbericht 15, Forschungsbericht FAS, Berlin 1984

Anschrift des Verfassers:

Prof.Dr.-Ing.habil. Harold Wagner  
TU Dresden  
Fakultät für Bauingenieurwesen  
Institut für Wasserbau und Technische Hydromechanik  
D-01062 Dresden