

ZUR THEORIE DER DRUCKVERTEILUNG IM BAUGRUND¹.

Von Ing. Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

DK 624.131.522

Übersicht: Es wird in der Hauptsache das Problem der Druckverteilung unter Einzel- und Linienlasten behandelt: Bekannte genaue Lösungen für den gleichmäßig-elastischen Halbraum und Formeln von Strohscneider und Fröhlich. Zusammendrückungsgesetz des Bodens bei wachsender Belastung und Auswirkung auf die Druckverteilung. Formeln für waagerechte Belastung. Einfluß eines starren Untergrundes in gewisser Tiefe und Deutung der Versuchsergebnisse. Differentialgleichung für genauere Berechnungen und bemerkenswerte Sonderlösung. Formeln für den Einfluß einer Rechteckbelastung.

Bei vielen erdbaustatischen Aufgaben muß die Frage nach den Formänderungen des Baugrundes beantwortet werden. Es braucht nur an die oft unvermutet auftretenden Setzungen der Gründungsbauwerke erinnert zu werden, deren zuverlässige Voraussage mit der Zeit immer dringlicher wird.

Die Berechnung der Formänderungen eines Erdkörpers oder des Untergrundes ist nur möglich, wenn man die wirksamen Spannungen kennt. Nun hängen aber andererseits diese Spannungen wieder von den Formänderungseigenschaften ab, so daß man es mit einer statisch unbestimmten Aufgabe zu tun hat, die im strengen Sinne nur durch eine Verknüpfung von Spannungen und Formänderungen gelöst werden kann.

Die baupraktischen Aufgaben dieser Art sind allerdings im allgemeinen so vielgestaltig, daß man nicht daran denken kann, sie „genau“ zu lösen, schon deswegen nicht, weil über die Formänderungsgesetze des Untergrundes noch nicht soviel bekannt ist, wie es wünschenswert wäre.

Die grundlegende Annahme bei der Berechnung der Druckverteilung im Untergrund ist bekanntlich die Annahme linearer Überlagerung der Spannungen, die allerdings bei kleinen Belastungen auch erfüllt ist, wie Versuche gezeigt haben. Nur bei relativ größerer Baugrundbelastung treten in der Nähe der Lastfläche Abweichungen auf, die aber im Rahmen der überhaupt möglichen Genauigkeit vielfach auch noch vernachlässigt werden können.

Bei Gültigkeit des linearen Überlagerungsgesetzes sind die zusätzlichen Spannungen im Untergrund für eine beliebige Belastung durch ein Grundbauwerk leicht zu berechnen, wenn die Spannungsverteilung unter einer Einzellast bekannt ist. Denn man kann sich jede Sohldruckverteilung in viele kleine Einzellasten aufgeteilt denken, deren Wirkung dann einzeln berechnet und schließlich addiert werden kann, um die Gesamtwirkung zu erhalten.

Sehr oft liegt eine ebene Aufgabe vor. Dann ist nicht der Ein-

fluß einer Einzellast, sondern der einer (unendlich langen) Linienlast zu ermitteln².

Der vorliegende Aufsatz behandelt zur Hauptsache nur die nach den vorstehenden Ausführungen grundlegende Aufgabe der Druckverteilung unter einer Einzel- und Linienlast. Um die ungefähre Verteilung der durch eine lotrechte Einzel- bzw. Linienlast verursachten zusätzlichen Spannungen in einer bestimmten Tiefe des Untergrundes zu veranschaulichen, ist in Abb. 1 ein Viertel des „Halbraumes“ herausgeschnitten gezeichnet.

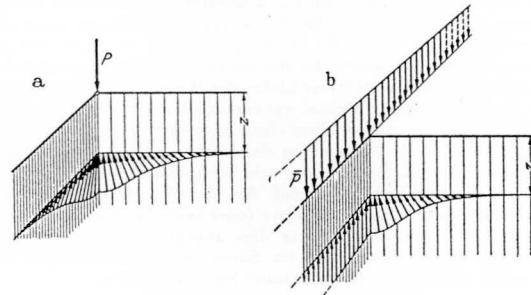


Abb. 1. Druckverteilung unter einer Einzellast und einer Linienlast.

Bekannte genaue Lösungen.

Die ersten Formeln für die Druckverteilung unter einer lotrechten Einzellast hat Boussinesq angegeben (Paris 1885). Sie sind die genaue Lösung für eine gleichbleibende Federungszahl (Elastizitätsmodul) E und für gleichbleibende Querdehnungszahl m sowie für einen nach unten hin unendlich ausgedehnten Körper und lauten mit den Bezeichnungen der Abb. 2:

$$(1) \begin{cases} \sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^5 \varphi \\ \sigma_r = \frac{P}{2\pi z^2} \cos^2 \varphi \left[3 \sin^2 \varphi \cos \varphi - \frac{m-2}{m} \cdot \frac{1}{1+\cos \varphi} \right] \\ \sigma_t = -\frac{m-2}{m} \cdot \frac{P}{2\pi z^2} \cos^2 \varphi \left[\cos \varphi - \frac{1}{1+\cos \varphi} \right] \\ \tau = \frac{3P}{2\pi z^2} \sin \varphi \cos^4 \varphi. \end{cases}$$

¹ Mitteilung der Erdbaubteilung der Preuß. Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Berlin.

² Die Verteilungslinien der Spannungen unter einer Einzel- bzw. Linienlast sind sozusagen die „Einflußlinien“ für jede beliebige Belastung.

Der Boussinesqschen Lösung entsprechend hat Cerrutti die Druckverteilung für eine waagerechte (also in der Oberfläche liegende) Einzellkraft W angegeben (Rom 1888). Seine Gleichungen lauten³ mit den Bezeichnungen nach Abb. 3:

$$(2) \left\{ \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3W}{2\pi z^2} \cdot \cos \psi \sin \varphi \cos^4 \varphi \\ \sigma_x &= \frac{W}{2\pi z^2} \cos \psi \sin \varphi \cos^2 \varphi \left[3 \cos^2 \psi \sin^2 \varphi - \frac{m-2}{m} \left(1 - \frac{3}{(1+\cos \varphi)^2} + \frac{\cos^2 \psi \sin^2 \varphi (3+\cos \varphi)}{(1+\cos \varphi)^3} \right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{W}{2\pi z^2} \cos \psi \sin \varphi \cos^2 \varphi \left[3 \sin^2 \psi \sin^2 \varphi - \frac{m-2}{m} \left(1 - \frac{1}{(1+\cos \varphi)^2} + \frac{\sin^2 \psi \sin^2 \varphi (3+\cos \varphi)}{(1+\cos \varphi)^3} \right) \right] \\ \tau_{zx} &= \frac{3W}{2\pi z^2} \cos^2 \psi \sin^2 \varphi \cos^3 \varphi \\ \tau_{zy} &= \frac{3W}{2\pi z^2} \cos \psi \sin \psi \sin^2 \varphi \cos^3 \varphi \\ \tau_{xy} &= \frac{W}{2\pi z^2} \sin \psi \sin \varphi \cos^2 \varphi \left[3 \cos^2 \psi \sin^2 \varphi + \frac{m-2}{m} \cdot \frac{1}{(1+\cos \varphi)^2} \left(1 - \cos^2 \psi \sin^2 \varphi \frac{3+\cos \varphi}{1+\cos \varphi} \right) \right] \end{aligned} \right.$$

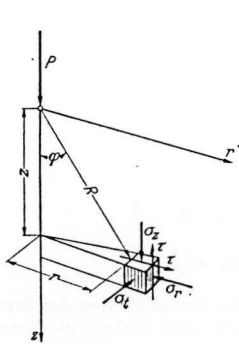


Abb. 2.

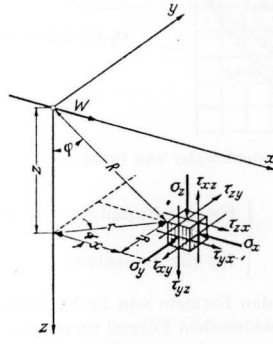


Abb. 3.

wenn ψ den Grundrißwinkel mit der Krafrichtung (X-Achse) angibt.

Für eine lotrechte, in Richtung Y verlaufende Linienbelastung, also für die ebene Aufgabe, gilt nach Michell (London 1900), wenn \bar{p} die Belastung je Längeneinheit der Y-Achse bedeutet:

$$(3) \left\{ \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{2\bar{p}}{\pi z} \cos^4 \varphi \\ \sigma_x &= \frac{2\bar{p}}{\pi z} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \\ \tau &= \frac{2\bar{p}}{\pi z} \sin \varphi \cos^3 \varphi, \end{aligned} \right.$$

und für eine entsprechende waagerechte Linienbelastung mit Krafrichtungen quer zur Y-Achse:

$$(4) \left\{ \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{2W}{\pi z^2} \sin \varphi \cos^3 \varphi \\ \sigma_x &= \frac{2W}{\pi z} \sin^3 \varphi \cos \varphi \\ \tau &= \frac{2W}{\pi z} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi. \end{aligned} \right.$$

In den Gl. (3) und (4) ist die Querdehnungszahl m nicht mehr enthalten, so daß für jeden m -Wert die gleiche Druckverteilung erhalten wird. Dieses Ergebnis ist m. E. nicht richtig. Wie im Ver-

³ Vogt, Fredrik: Über die Berechnung der Fundamentdeformation. Oslo: J. Dybwad 1925. S. 21.

laufe dieses Aufsatzes noch nachgewiesen wird, darf man die Gl. (3) und (4) — wenigstens als genaue Lösung — nur für $m = 2$ gelten lassen.

Versuchsmessungen

und die Formeln von Strohschneider und Fröhlich.

Obwohl die Voraussetzungen der bisherigen Gleichungen — gleichbleibende Federungszahlen und sehr weit ausgedehnter Halbraum — beim Baugrund nur selten hinreichend erfüllt sind, so hat man sich doch gefragt, ob man die Formeln nicht trotzdem näherungsweise auch beim Baugrund anwenden dürfe. Es sind daraufhin in den letzten 30 Jahren viele Versuche mit im Boden eingebauten Meßdosens durchgeführt worden, um die durch eine lotrechte Belastung in einer bestimmten Tiefe erzeugten zusätzlichen Bodenspannungen unmittelbar zu messen. Diese Versuche, die allerdings größtenteils nur mit Sand durchgeführt wurden⁴, haben ausnahmslos gezeigt, daß die durch eine lotrechte Last hervorgerufenen Bodenspannungen in der Nähe der Belastungslotrechten bedeutend größer und in größerem seitlichen Abstand von dieser Lotrechten kleiner sind als nach der Boussinesqschen Formel für σ_z . Die seitliche Verteilung einer Belastung ist danach nicht so groß als nach Boussinesq.

Strohschneider hat daraufhin folgende empirische Formel aufgestellt:

$$(5) \quad \sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \cdot \frac{1}{1 - \cos \varphi_0} \cdot (\cos \varphi - \cotg \varphi_0 \sin \varphi) \cos^4 \varphi,$$

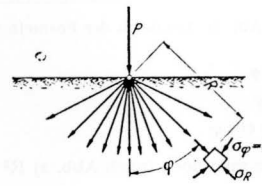


Abb. 4. Geradlinige Druckausbreitung.

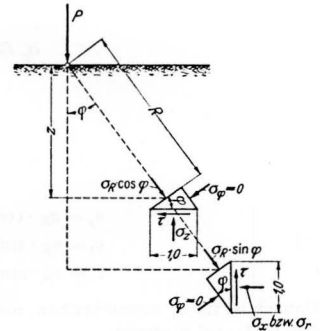


Abb. 5.

die durch die Wahl des „Grenzwinkels“ φ_0 den Versuchsergebnissen angepaßt werden kann und nur für $\varphi < \varphi_0$ gilt. Für $\varphi = \varphi_0$ erhält man aus dieser Formel: $\sigma_z = 0$. Der Grenzfall $\varphi_0 = \pi/2$ liefert die Boussinesqsche Formel für σ_z .

Für eine Linienlast geben Kögler und Scheidig die entsprechende Formel an zu⁵

$$(5a) \quad \sigma_z = \frac{\bar{p}}{z \varphi_0} (\cos \varphi - \cotg \varphi_0 \sin \varphi) \cos^3 \varphi.$$

Vom Standpunkt der mathematischen Elastizitätslehre aus ist zu diesen Formeln zu sagen, daß sie für $\varphi = 0$ und $\varphi = \varphi_0$ Unstetigkeitsstellen besitzen und schon deshalb nicht einen widerspruchsfreien Spannungszustand angeben.

Besonders die Unstetigkeitsstelle für $\varphi = 0$, also lotrecht unter der Last — die Verteilungslinie besitzt dort einen Knick — ist in keiner Hinsicht zu erklären.

Eine wesentliche Erweiterung unserer Erkenntnis brachte die von O. K. Fröhlich aufgestellte Druckverteilungstheorie⁶, die auf dem Prinzip der geradlinigen Druckausbreitung (Abb. 4) aufgebaut ist und in gewissem Sinne eine Erweiterung der von Boussinesq und Michell aufgestellten Gleichungen darstellt. Fröh-

⁴ Es sei hier nur auf die in Deutschland durchgeführten Versuche von Strohschneider (Sitzungsber. d. kaiserl. Akademie d. Wissensch. Wien 1912, math.-naturwiss. Kl. IIa, S. 306); — Kögler und Scheidig: Bautechn. 5 (1927) S. 445 und Press: Bauing. 10 (1929) S. 559 hingewiesen.

⁵ Bautechn. (1929) S. 270.

⁶ Fröhlich: Druckverteilung in bouwgrond. De Ingenieur 47 (1933) S. B 51 und Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934.

lich geht davon aus, daß die Boussinesqschen Gleichungen für $m = 2$ (d. h. für raumbeständigen Stoff) eine geradlinige Druckausbreitung liefern. Sämtliche durch den Lastpunkt gehenden Strahlen sind dann Hauptspannungsrichtungen, in denen die Spannungen

$$(6) \quad \sigma_R = \frac{3P}{2\pi R^2} \cos \varphi$$

wirken ($R = \sqrt{z^2 + r^2} =$ Abstand vom Lastpunkte); die beiden anderen Hauptspannungen ergeben sich überall zu Null. Um nun eine größere Konzentration der Spannungen um die Lastenrechte herum zu erreichen, erweitert Fröhlich die Gl. (6), indem er

$$3 \cos \varphi \quad \text{durch} \quad C \cos^{\nu-2} \varphi$$

ersetzt. Für geradlinige Druckausbreitung liefern die Gleichgewichtsbedingungen kleiner Elemente nach Abb 5 folgende Formeln:

mit

$$(9c) \quad \frac{I}{C} = 2 \int_0^{\pi/2} \cos^{\nu-1} \varphi \, d\varphi;$$

z. B. für

$\nu =$	2	3	4	5	6
$C =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{8}{3\pi}$	$\frac{15}{16}$

Die Formeln von Fröhlich beschreiben — von den Formänderungsbedingungen abgesehen — einen möglichen und deshalb statisch einwandfreien Spannungszustand. Inwieweit auch die Formänderungsbedingungen erfüllt sind, werde ich noch untersuchen. — In Abb. 6 ist für $\nu = 4$ und $\nu = 6$ ein Vergleich der Formeln von Strohschneider und Fröhlich durchgeführt. Die Größtwerte der Spannungen (d. h. die σ_z für $\varphi = 0$) sind dabei jedesmal einander gleichgesetzt. Man erhält unter dieser Annahme aus dem Vergleich der Gl. (5) und (8b) bzw. (5a) und (9b)⁷:

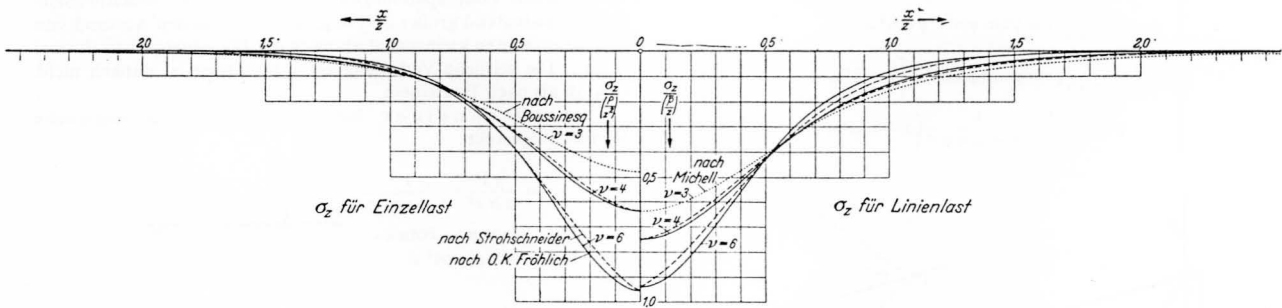


Abb. 6. Vergleich der Formeln von Strohschneider und Fröhlich.

$$(7) \quad \begin{cases} \sigma_z = \sigma_R \cdot \cos^2 \varphi \\ \sigma_r = \sigma_R \cdot \sin^2 \varphi \\ \tau = \sigma_R \cdot \sin \varphi \cos \varphi \end{cases}$$

Danach ist für σ_z anzuschreiben, wenn man noch (nach Abb. 2) R^2 durch $z^2 : \cos^2 \varphi$ ersetzt:

$$\sigma_z = \frac{C P}{2\pi z^2} \cos^{\nu+2} \varphi.$$

Die Bedingung, daß der Inhalt des σ_z -Spannungskörpers ($\iint \sigma_z \, dx \, dy$) gleich der aufgetragenen Last sein muß, liefert die Konstante C zu:

$$C = \nu.$$

Damit gilt dann schließlich:

$$(8a) \quad \sigma_r = \frac{\nu P}{2\pi R^2} \cdot \cos^{\nu-2} \varphi.$$

$$(8b) \quad \begin{cases} \sigma_z = \frac{\nu P}{2\pi z^2} \cdot \cos^{\nu+2} \varphi \\ \sigma_r = \frac{\nu P}{2\pi z^2} \cdot \sin^2 \varphi \cos^{\nu} \varphi \\ \tau = \frac{\nu P}{2\pi z^2} \cdot \sin \varphi \cos^{\nu+1} \varphi \end{cases}$$

Setzt man in diesen Formeln $\nu = 3$, so erhält man die Gleichungen von Boussinesq für $m = 2$. — Für die ebene Aufgabe, also für Linienlast, erhält Fröhlich auf dieselbe Art und Weise:

$$(9a) \quad \sigma_R = C \frac{P}{r} \cdot \cos^{\nu-2} \varphi.$$

$$(9b) \quad \begin{cases} \sigma_z = C \frac{P}{z} \cdot \cos^{\nu+1} \varphi \\ \sigma_x = C \frac{P}{z} \cdot \sin^2 \varphi \cos^{\nu-1} \varphi \\ \tau = C \frac{P}{z} \cdot \sin \varphi \cos^{\nu} \varphi \end{cases}$$

$$(10) \quad \begin{cases} \text{für eine Einzellast:} & \cos \varphi_0 = 1 - \frac{3}{\nu} \\ \text{für eine Linienlast:} & \varphi_0 = \frac{1}{C} \end{cases}$$

Bei den Formeln von Fröhlich sind die Unstetigkeiten der Strohschneiderschen Formel vermieden. Man sollte deshalb die Formel von Strohschneider nicht mehr benutzen; sie kann nur solange ein Behelf sein, als man keine bessere Formel kennt. Daß man damit auch die Vorstellung von einem gewissen Grenzwinkel φ_0 fallen lassen muß, widerspricht keineswegs den Versuchsergebnissen. Dieser Grenzwinkel wurde eben dort angenommen, wo der von der Belastung herrührende Bodendruck so klein war, daß man ihn nicht mehr messen konnte. Auch nach der Fröhlichschen Formel nehmen die lotrechten Spannungen mit wachsendem Abstand von der Belastungslotrechten bald so kleine Werte an, daß sie praktisch gleich Null sind (Abb. 6). Und schließlich können die sehr kleinen Drücke in der Nähe des vermeintlichen „Grenzwinkels“ nicht die Wahl von φ_0 bestimmen, da es darauf ankommt, die großen Spannungen in der Nähe der Belastungslotrechten möglichst richtig wiederzugeben. Diese Überlegungen führen dazu, φ_0 nur als Konstante der Strohschneiderformel zu betrachten, nicht aber als einen wirklich vorhandenen Grenzwinkel⁸.

Der Wert der Fröhlichschen Druckverteilungstheorie liegt nun nicht nur in seinen bequemen und widerspruchsfreien Formeln — damit wäre gegenüber der Strohschneiderformel noch kein allzu großer Fortschritt erreicht — sondern u. a. auch darin, daß bestimmte Zusammenhänge zwischen dem Formänderungsgesetz des Untergrundes und der sog. „Ordnungszahl“ ν aufgezeigt werden. Fröhlich weist nämlich nach, daß sich der Kleinstwert der Formänderungsarbeit bei gleichbleibender Federungszahl E für $\nu = 3$ und bei linear mit der Tiefe unter Lastplatte zunehmender Federungszahl ($E = \text{Konst.} \cdot z$) für $\nu = 4$ ergibt. Die Voraussetzung gleichbleibenden E-Wertes liegt auch den Lösungen von Bous-

⁷ Soweit ich mich erinnere, sind die Gl. (10) schon von anderer Seite her angegeben worden.

⁸ Vgl. auch die Bemerkungen auf S. 9 des Buches von Fröhlich.

sinesq und Michell zugrunde. In der Tat stimmen die sich für $\nu = 3$ aus den Gl. (8) und (9) ergebenden Werte mit den Gl. (1) und (3) für $m = 2$ überein, wie oben bereits bemerkt wurde.

Der aufgezeigte Zusammenhang kann noch allgemeiner gefaßt werden, wozu einiges über das Formänderungsgesetz des Bodens vorausgeschickt werden möge. Zunächst sei darauf hingewiesen (schon Boussinesq hat ähnliches bemerkt), daß alle Druckverteilungsformeln nicht nur für rein elastische Stoffe gelten, sondern auch für Stoffe, deren Formänderungen bleibender Natur sind, sofern nur die gesamten Formänderungen dem zugrunde gelegten Gesetz folgen und die Belastung einsinnig steigt (d. h. keine Entlastung auftritt). Man kann also ohne weiteres von den gesamten Formänderungen ausgehen. — Um uns die Aufgabe nicht von vornherein unnötig zu erschweren, beschränken wir uns auf den Fall, daß auf den Boden keine Vorbelastung gewirkt hat (oder daß die Vorbelastung von den gesamten Bodenspannungen nicht erreicht wird), so daß die Zusammendrückungskurve des Bodens bei veränderter Seitenausdehnung einem einheitlichen Gesetz folgt, dem Gesetz der „Erstbelastung“ (im Gegensatz zu den verwickelteren Gesetzmäßigkeiten bei einer Entlastung und darauf folgender Wiederbelastung). Für die Erstbelastungskurve eines Bodens (von Terzaghi als „Hauptast des Druck-Porenzifferdiagrammes“ bezeichnet) gibt Terzaghi auf Grund seiner (von ihm erstmals durchgeführten) Versuche die allgemeine Gleichung an⁹:

$$(11) \quad \epsilon = -\alpha \ln(p + p_c) - \beta(p + p_c) - \gamma p + c,$$

wenn ϵ die Porenzahl (= Porenraum, geteilt durch den Raum der festen Stoffe), p die Belastung und $\alpha, \beta, \gamma, p_c$ und c Bodenfestwerte bedeuten. Da das Produkt $\beta \cdot p_c$ ebenfalls einen Festwert angibt, kann man die Gl. (11) auch in der Form schreiben:

$$(11a) \quad \epsilon = -\alpha \ln(p + p_c) - \delta \cdot p + d$$

mit

$$\delta = \beta + \gamma \quad \text{und} \quad d = c - \beta p_c.$$

Wir führen folgende Bezeichnungen ein:

$$(12a) \quad V_\epsilon = -\frac{dp}{d\epsilon} \quad \text{und} \quad V = -\frac{dp}{\left(\frac{dl}{l}\right)},$$

wobei $d\epsilon$ und dl die Änderung von Porenzahl ϵ und Schichtdicke infolge der sehr kleinen Belastungsänderung dp angeben. Der Wert V sei als „Verdichtungszahl“ bezeichnet. Er bedeutet für die gesamten (federnden und bleibenden) Formänderungen des Bodens dasselbe wie die Federungszahl E für die festen Körper, nur mit dem Unterschied, daß E für die Längenänderung bei unbehinderter Seitenausdehnung, V dagegen für die Zusammendrückung bei veränderter Seitendehnung gilt. Da sich dl/l wie $\frac{d\epsilon}{1 + \epsilon}$ verhält, so kann man auch anschreiben:

$$(12b) \quad V = -\frac{dp}{d\epsilon} (1 + \epsilon) = V_\epsilon (1 + \epsilon).$$

Durch Differenzieren der Gl. (11a) erhält man:

$$\frac{d\epsilon}{dp} = -\frac{\alpha}{p + p_c} - \delta,$$

und damit nach den Gl. (12):

$$(13) \quad V_\epsilon = \frac{1}{\frac{\alpha}{p + p_c} + \delta}; \quad V = \frac{1 + d - \alpha \ln(p + p_c) - \delta \cdot p}{\frac{\alpha}{p + p_c} + \delta}.$$

Diese Gleichung für V ist für rein mathematische Untersuchungen wohl zu umständlich.

Ich habe seit nunmehr etwa acht Jahren als Mitarbeiter der Berliner Versuchsanstalt sehr viele sowohl im Gerät von Terzaghi als auch in den Geräten der Versuchsanstalt durchgeführte Zusammendrückungsversuche ausgewertet, wobei ich stets bemüht

⁹ Terzaghi, K. v.: Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925.

war, einerseits die Gl. (11) von Terzaghi nachzuprüfen, andererseits ein möglichst allgemeines und obendrein einfaches Formänderungsgesetz herauszufinden. Das bisherige Ergebnis dieser Bemühungen kann ich wie folgt zusammenfassen:

1. Die von Terzaghi aufgestellte Gl. (11) gilt zwar für viele, aber nicht für alle Böden¹⁰.

2. Als allgemeines Gesetz der Zusammendrückung bei veränderter Seitenausdehnung kann man die beiden Formeln

$$(14) \quad V = v \cdot p^w$$

$$(15) \quad \frac{1}{V} = \frac{1}{v_1 \cdot p} + \frac{1}{v_2 \sqrt{p}}$$

(v, v_1, v_2 und $w =$ Bodenfestwerte)

anschreiben, die auch in den Fällen nicht versagen, wo Gl. (11) den Verlauf der Zusammendrückungskurve nicht befriedigend wiedergibt.

3. Für bindigen, tonreichen Boden sowie für Torf und Faulschlamm ohne Sandgehalt ist $w \approx 1,0$ und $v_2 \approx \infty$, d. h. für solche Böden kommt das zweite Glied in Gl. (15) in Fortfall und es gilt das Gesetz:

$$(16) \quad V = v \cdot p.$$

Für reinen Sand hat dagegen das zweite Glied der Gl. (15) den größeren Einfluß; die Potenz w schwankt bei gewöhnlichem Sand etwa zwischen 0,60 und 0,65 (bei Feinsand etwa bis 0,70)¹¹.

Für Tonboden ($w = 1$) erhält man durch Verbindung der Gl. (16) und (12b) für die Porenzahl die Gleichung:

$$(16a) \quad 1 + \epsilon = (1 + \epsilon_{1,0}) \cdot p^{-\frac{1}{v}}$$

($\epsilon_{1,0} = \epsilon$ für $p = 1,0$),

also eine einfache Potenzgleichung für $1 + \epsilon$, die bekanntlich auf doppelt-logarithmisches geteiltes Papier (Potenzpapier) eine gerade Linie ergibt.

Von den beiden Gl. (14) und (15) ist Gl. (15) die genauere und verdient darum, als allgemeines Gesetz für die Zusammendrückung des Bodens bei der Erstbelastung bezeichnet zu werden. Die Unterschiede zwischen den beiden Gleichungen sind aber nur sehr gering, so daß auch die Gl. (14) noch in jedem Falle vollauf befriedigt. Da sie in mathematischer Hinsicht die einfachere ist, wollen wir sie bei den folgenden Untersuchungen ausschließlich verwenden. Setzt man näherungsweise das Raumgewicht des Bodens als konstant voraus, so gilt die Gl. (14) auch für die Abhängigkeit der Werte V von der Tiefe z , so daß man anschreiben kann¹²:

$$(17) \quad V = v_z \cdot z^w$$

mit

$$v_z = (v \cdot \gamma^w).$$

Diese Gleichung schließt den Grenzfall gleichbleibender Verdichtungszahl (Boussinesq) mit ein ($w = 0$), andererseits auch den von Fröhlich besonders untersuchten Fall $w = 1$.

Mit Hilfe der Gl. (17) wird es jetzt möglich, den von Fröhlich nachgewiesenen Zusammenhang zwischen der Ordnungszahl ν und der Veränderlichkeit der Verdichtungszahlen im Untergrund allgemeiner zu fassen. Dazu berechnen wir in derselben Weise, wie Fröhlich es getan hat, die Formänderungsarbeit A für den Bodenteil zwischen den Halbkugelflächen R_1 und R_2 . Für ein ringförmiges Element dieses Bodenteiles hat man den Rauminhalt

$$dJ = 2\pi R^2 \sin \varphi \, dR \, d\varphi,$$

so daß die Gleichung für die Formänderungsarbeit lautet:

¹⁰ Terzaghi hatte offenbar bei der Niederschrift seines Buches (1923) noch nicht eine genügend große Anzahl von Versuchen mit den verschiedensten Bodenarten durchgeführt.

¹¹ Auf die Begründung dieser Ergebnisse wird noch ausführlicher zurückzukommen sein.

¹² Man könnte ohne größere Schwierigkeiten auch die Veränderlichkeit von γ berücksichtigen. Die Potenz w in Gl. (17) würde dann ein wenig höher sein als das w nach Gl. (14).

$$A = \frac{1}{2} \int \frac{\sigma_R^2}{V} dJ = \pi \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{\pi/2} \frac{\sigma_R^2}{V} R^2 \sin \varphi dR d\varphi.$$

Setzt man die Werte von σ_R und V nach Gl. (8a) und (17) ein, so ergibt sich

$$A = \frac{\nu^2 P^2}{4\pi v_z} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{\pi/2} \frac{dR}{R^{2+w}} \cdot \sin \varphi \cos^{2\nu-4-w} \varphi d\varphi$$

oder nach Integration:

$$A = \frac{P^2}{4\pi v_z} \cdot \frac{1}{1+w} \left(\frac{1}{R_1^{1+w}} - \frac{1}{R_2^{1+w}} \right) \frac{\nu^2}{2\nu-3-w}.$$

Für veränderliches ν ergibt sich der Kleinstwert von A , wenn der Ausdruck

$$\frac{\nu^2}{2\nu-3-w}$$

seinen Kleinstwert annimmt. Aus der Bedingung

$$\frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{\nu^2}{2\nu-3-w} \right) = \frac{2\nu(2\nu-3-w) - 2\nu^2}{(2\nu-3-w)^2} = 0$$

erhält man

$$(18) \quad \nu = 3 + w.$$

Diese einfache Beziehung läßt ohne weiteres die von Fröhlich erhaltenen Sonderergebnisse: $\nu = 3$ für $w = 0$ ($V = \text{konst.}$) und $\nu = 4$ für $w = 1,0$ ($V = \nu \cdot z$) erkennen.

In seinem Buch „Druckverteilung im Baugrunde“ gibt Fröhlich unter der Voraussetzung geradliniger Kraftausstrahlung auch für die Auswirkung einer waagerechten Belastung die entsprechenden Formeln an, und zwar

für eine waagerechte Einzellast W :

$$(19) \quad \sigma_R = \frac{\nu W}{2\pi R^2} \sin^{\nu-2} \varphi$$

und für die waagerechte Linienlast \bar{w} je Längeneinheit der Y -Achse mit quer zur Lastlinie gerichteten Lastspannungen:

$$(20) \quad \sigma_R = C \cdot \frac{\bar{w}}{R} \sin^{\nu-2} \varphi.$$

Diese Formeln sind jedoch infolge unvorsichtiger Ableitung nicht richtig, was man sofort an folgenden Punkten erkennt:

1. Die Gl. (19) kann nicht aus der Umschreibung der Gl. (8a) gewonnen werden, da bei einer waagerechten Einzellast keine achsensymmetrische Aufgabe vorliegt.

2. Die Gl. (19) und (20) liefern für $\nu = 4$ sämtliche σ_R -Werte positiv, woraus wohl eine lotrechte, aber keine waagerechte Mittelkraft folgt.

3. Für $\nu = 4$ konzentrieren sich die Spannungen σ_R noch näher der Oberfläche als für $\nu = 3$, während nach dem Ergebnis für die

lotrechte Einzellast das Umgekehrte erwartet werden muß. Für $\nu = 4$ ist $V = v_z \cdot z$; danach ist die Oberfläche sehr wenig fest ($V = 0$), so daß sie die sich ergebenden endlichen waagerechten Spannungen auch nicht aufnehmen könnte.

Die richtige Gleichung für eine waagerechte Einzellast folgt aus den Gl. (2) von

Cerrutti für $m = 2$, wenn man diese in ähnlicher Weise erweitert, wie es Fröhlich für die Gleichungen von Boussinesq gezeigt hat. Man erhält so den Ansatz:

$$\sigma_R = D \cdot \frac{W}{R^2} \cos \psi \sin \varphi \cos^{\nu-3} \varphi,$$

wenn ψ ebenso wie in Gl. (2) den Grundrißwinkel des betreffenden Punktes mit der Krafrichtung und φ wie bisher den Strahlwinkel mit der Lotrechten bedeutet.

Die Konstante D findet man aus der Gleichgewichtsbedingung:

$$\frac{W}{4} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sigma_R \cdot df \cdot \sin \varphi \cos \psi \quad \text{mit} \quad df = R d\varphi \cdot R d\psi \sin \varphi$$

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} &\text{zu} \quad \frac{1}{D} = 4 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \varphi \cos^{\nu-3} \varphi d\varphi \cdot \cos^2 \psi d\psi \\ &= \pi \int_0^{\pi/2} \sin^3 \varphi \cos^{\nu-3} \varphi d\varphi = \frac{2\pi}{\nu(\nu-2)}, \end{aligned} \right.$$

so daß also gilt:

$$(21a) \quad \sigma_R = (\nu-2) \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{W}{R^2} \cos \psi \sin \varphi \cos^{\nu-3} \varphi.$$

Um auch die übrigen Spannungen zu erhalten, wenden wir die Formeln (7) sinngemäß auf Gl. (21a) an und erhalten:

$$\sigma_z = \sigma_R \cos^2 \varphi; \quad \sigma_r = \sigma_R \sin^2 \varphi; \quad \tau_{zr} = \sigma_R \sin \varphi \cos \varphi.$$

Weiter liest man aus der Abb. 7 ab:

$$\sigma_x = \sigma_r \cos^2 \psi; \quad \sigma_y = \sigma_r \sin^2 \psi; \\ \tau_{xy} = \sigma_r \sin \psi \cos \psi; \quad \tau_{zx} = \tau_{zr} \cos \psi; \quad \tau_{zy} = \tau_{zr} \sin \psi.$$

Im ganzen erhält man damit:

$$(21b) \quad \left\{ \begin{aligned} \sigma_z &= (\nu-2) \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{W}{z^2} \cdot \cos \psi \sin \varphi \cos^{\nu-1} \varphi \\ \sigma_x &= (\nu-2) \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{W}{z^2} \cdot \cos^3 \psi \sin^3 \varphi \cos^{\nu-1} \varphi \\ \sigma_y &= (\nu-2) \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{W}{z^2} \cdot \sin^2 \psi \cos \psi \sin^3 \varphi \cos^{\nu-1} \varphi \\ \tau_{zx} &= (\nu-2) \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{W}{z^2} \cdot \cos^2 \psi \sin^2 \varphi \cos^{\nu} \varphi \\ \tau_{zy} &= (\nu-2) \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{W}{z^2} \cdot \sin \psi \cos \psi \sin^2 \varphi \cos^{\nu} \varphi \\ \tau_{xy} &= (\nu-2) \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{W}{z^2} \cdot \sin \psi \cos^2 \psi \sin^3 \varphi \cos^{\nu-1} \varphi. \end{aligned} \right.$$

Für $\nu = 3$ stimmen diese Gleichungen — wie es sein muß — mit den Gleichungen von Cerutti für $m = 2$ überein.

Für eine waagerechte Linienlast liefert die Erweiterung der Gl. (4)

$$\sigma_R = D \cdot \frac{\bar{w}}{R} \cdot \sin \varphi \cos^{\nu-3} \varphi.$$

Die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\bar{w}}{2} = \int_0^{\pi/2} \sigma_R \cdot df \cdot \sin \varphi \quad \text{mit} \quad df = 1,0 \cdot R \cdot d\varphi$$

liefert:

$$\frac{1}{2D} = \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \cos^{\nu-3} \varphi d\varphi = \frac{1}{\nu-2} \cdot \frac{1}{2C},$$

so daß man auch anschreiben kann:

$$(22a) \quad \sigma_R = (\nu-2) C \frac{\bar{w}}{R} \sin \varphi \cos^{\nu-3} \varphi,$$

wenn C die durch Gl. (9c) gegebene Konstante bedeutet. Wie ersichtlich, unterscheiden sich die Konstanten für waagerechte Belastung von denen für lotrechte Belastung nur durch den Faktor $(\nu-2)$.

Mit Hilfe der Gl. (7) erhält man aus Gl. (22a) weiter:

$$(22b) \quad \left\{ \begin{aligned} \sigma_z &= (\nu-2) C \frac{\bar{w}}{z} \cdot \sin \varphi \cos^{\nu} \varphi \\ \sigma_x &= (\nu-2) C \frac{\bar{w}}{z} \cdot \sin^3 \varphi \cos^{\nu-2} \varphi \\ \tau &= (\nu-2) C \frac{\bar{w}}{z} \cdot \sin^2 \varphi \cos^{\nu-1} \varphi. \end{aligned} \right.$$

Hierin $\nu = 3$ gesetzt, ergibt wieder Übereinstimmung mit Gl. (4).

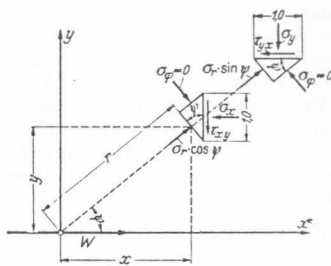


Abb. 7.

Es sei noch nachgewiesen, daß der Zusammenhang: $\nu = 3 + w$ nach Gl. (18) auch für waagerechte Belastung gilt. Für eine Einzellast hat man mit Hilfe der Gl. (21a) und (17) und mit dem Raumelement

$$dJ = R^2 dR d\psi \sin \varphi d\varphi$$

für die Formänderungsarbeit des Teiles zwischen den Halbkugelflächen R_1 und R_2 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} A &= \frac{1}{2} \int \frac{\sigma_R^2}{V} dJ = (\nu - 2)^2 \cdot \frac{\nu^2}{8 \pi^2} \cdot \frac{W^2}{V_z} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{dR}{R^2 + w} \\ &\quad \cdot \cos^2 \psi \cdot d\psi \cdot \sin^3 \varphi \cos^{2\nu - 6 - w} \varphi d\varphi \\ &= (\nu - 2)^2 \cdot \frac{\nu^2}{8 \pi^2} \cdot \frac{W^2}{V_z} \cdot \frac{1}{1 + w} \left[\frac{1}{R_1^2 + w} - \frac{1}{R_2^2 + w} \right] \\ &\quad \cdot \frac{\pi}{4} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \varphi \cos^{2\nu - 6 - w} \varphi d\varphi. \end{aligned}$$

Für das noch übrigbleibende Integral können wir nach Gl. (20) schreiben:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^3 \varphi \cos^{2\nu - 6 - w} \varphi d\varphi = \frac{2}{(2\nu - 3 - w)(2\nu - 5 - w)}$$

Für A = min muß danach der Ausdruck

$$\frac{(\nu - 2)^2 \cdot \nu^2}{(2\nu - 3 - w)(2\nu - 5 - w)}$$

seinen Kleinstwert erreichen. Durch Nullsetzen von $\frac{\partial \dots}{\partial \nu}$ erhält man:

$$(4\nu^3 - 12\nu^2 + 8\nu)[4\nu^2 - 4\nu(4 + w) + (3 + w)(5 + w)] - (\nu^4 - 4\nu^3 + 4\nu^2)[8\nu - 4(4 + w)] = 0.$$

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn man $w = \nu - 3$ einsetzt, so daß also die Gl. (18) auch für waagerechte Belastung gilt.

Die C-Werte nach Gl. (9c) lassen sich ohne große Mühe nur für ganzzahliges ν angeben. Um die Formeln (9b) und (22b) — der Beziehung (18) entsprechend — auch für eine beliebige Ordnungszahl ν verwenden zu können, sei für C folgende Interpolationsformel gegeben:

$$(23) \quad \left\{ \begin{aligned} C &= 0,75 + 0,10610 \left(1 - \frac{\nu - 4}{14,58} \right) (\nu - 4) \\ &+ 0,00109 \left(1 - \frac{\nu - 4}{6,11} \right) (\nu - 3) (\nu - 4) (\nu - 5) \\ &+ 0,000057 \left(1 - \frac{\nu - 4}{5,2} \right) (\nu - 2) (\nu - 3) (\nu - 4) (\nu - 5) (\nu - 6). \end{aligned} \right.$$

Man erhält z. B. für

$\nu =$	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
C =	0,5721	0,6366	0,6955	0,7500	0,8009	0,8488	0,8942	0,9375

(für Linienlast)

$\frac{\nu}{2\pi} =$	0,3979	0,4775	0,5570	0,6366	0,7162	0,7958	0,8754	0,9549
----------------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

(für Einzellast).

Einfluß eines starren Untergrundes.

Bisher haben wir vorausgesetzt, daß gleichmäßiger Baugrund bis in sehr große Tiefen ansteht, und es sei ausdrücklich bemerkt, daß die Beziehung (18): $\nu = 3 + w$ nur für diesen Fall gilt. Liegen in größerer Tiefe Bodenschichten, die sich im Vergleich zum überlagernden Boden nur sehr wenig zusammendrücken lassen, so ist $\nu > 3 + w$. Für den Fall, daß in einer gewissen Tiefe ein gänzlich starrer Untergrund vorhanden ist, hat Melan, unter der Voraussetzung gleichbleibenden ν -Wertes sowohl für Einzellast als auch für Linienbelastung die Rechnung durchgeführt¹³. Für Punktlast

¹³ Melan, E.: Die Verteilung des Druckes durch eine elastische Schicht. Öst. Wochenschrift f. d. öffentl. Baudienst 24 (1918) S. 394 und Beton u. Eisen 18 (1919) S. 83.

erhielt er als GrößtWert des Bodendruckes auf der starren Unterlage:

$$\sigma_z \approx \frac{0,822}{1,08} \cdot \frac{P}{z^2},$$

was nach Gl. (8b) einem ν -Wert von rd. 4,8 entspricht. Der für Linienlast errechnete SpannungsgrößtWert

$$\sigma_z \approx \frac{0,9195}{1,04} \cdot \frac{P}{z}$$

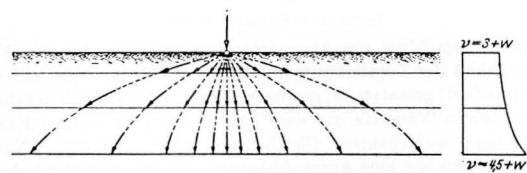


Abb. 8. Ungefähres Spannungsbild oberhalb einer unachgiebigen Schicht.

ergibt ein ν von rd. 5,4. Durchschnittlich wird also für die Druckverteilung längs der starren Schicht die Ordnungszahl ν von 3 auf rd. 5, also um etwa 2,0 erhöht. Diese Erhöhung von ν gilt aber nur in der Nähe der starren Schicht; in der Umgebung der Last gelten die Gesetze für den unbegrenzten Baugrund. Den ungefähren Verlauf der Schrägspannungen (aus σ_z und τ) und der Ordnungszahl ν mag Abb. 8 andeuten.

Melan geht bei seinen Berechnungen von der Annahme aus, daß längs der starren Schicht keine Schubspannungen vorhanden sind, was sicher nicht genau zutrifft. M. E. müßte man demgegenüber davon ausgehen, daß die Bodenschicht in unmittelbarer Nähe der unachgiebigen Schicht keine waagerechten Verschiebungen erleiden kann, weil sie durch die Reibungskräfte daran gehindert wird. Längs der starren Schicht ist im überlagernden Boden derselbe Spannungszustand vorhanden wie bei einem Zusammendrückenversuch mit veränderter Seitendehnung, d. h. man muß längs der starren Schicht die Bedingung:

$$\sigma_x = \sigma_y (= \sigma_t) = \lambda \cdot \sigma_z$$

anschreiben, wenn λ die Verhältniszahl des natürlichen Erddruckes (auch Ruhedruckzahl genannt) bedeutet. — Unter dieser Bedingung wird sich die Belastung wahrscheinlich etwas mehr nach der Seite hin verteilen als nach Melan. Schätzungsweise kann für die unachgiebige Schicht (und $w = 0$) etwa mit einem ν von 4,5 (anstatt rd. 5,0) gerechnet werden, also mit einer Erhöhung von ν um rd. 1,5.

Deutung der Versuchsergebnisse.

Fröhlich hat nachgewiesen, daß die Versuchsergebnisse der verschiedensten Forscher mit den σ_z -Werten für eine Ordnungszahl $\nu = 6$ gut übereinstimmen. Seiner Meinung, daß dieser hohe ν -Wert durch die Sohlsreibung und die plastischen Erscheinungen in der Nähe der Lastplatte bedingt ist, kann ich allerdings nicht beistimmen. M. E. sind die hohen Bodenspannungen in der Nähe der Belastungslotrechten hauptsächlich darauf zurückzuführen, daß die Meßdosen bei den meisten Versuchen auf einer relativ unachgiebigen Unterlage aufruheten¹⁴.

Berücksichtigt man bei den Versuchen die mehr oder weniger starre Unterlage — den obigen Darlegungen entsprechend — durch eine Erhöhung von ν um 1,5, und nimmt man für die Zusammendrückung des Sandes mit Rücksicht auf Gl. (18) $w = 0,7$ an, so kommt man auf einen ν -Wert von $3,0 + 1,5 + 0,7 = 5,2$. Der Rest von 5,2 auf 6,0 dürfte den Einfluß der Sohlsreibung ausmachen¹⁵. — Falls diese Überlegungen in vollem Umfange zutreffen,

¹⁴ Dieselbe Ursache erwähnt auch A. S c h e i d i g in seiner Arbeit: Die Verteilung senkrechter Drücke in Schüttungen. Diss. Freiberg 1926.

¹⁵ Fröhlich versucht nachzuweisen, daß die Reibungsspannungen allgemein, also auch noch für größere Tiefe, den Faktor ν erhöhen. Dieser Nachweis ist jedoch nicht als gelungen anzusehen, denn die unter Ziffer 23 und 24 des Fröhlichschen Buches aufgeführten Lastsysteme entsprechen nicht den wirklichen Verhältnissen bei der Belastung des Baugrundes. Unter Ziffer 25 und 26 hat Fröhlich den Einfluß der Sohlsreibung zutreffender berechnet.

geben die durchgeführten Versuche keinen untrüglichen Anhalt für die bei der Gründung von Bauwerken wirklich auftretenden Spannungen im Untergrund. Für einheitlichen und genügend tiefen Baugrund wird es sich empfehlen, ν nach Gl. (18), also zwischen 3 und 4 liegend anzunehmen. Der Einfluß der Sohlreibung kann mit demselben ν -Wert dann noch für sich allein ermittelt werden, jedoch selbstverständlich nur dann, wenn man nachweisen kann, daß diese Sohlreibung auch wirklich auftritt.

Genauere Berechnungen.

Die Einfachheit des angenommenen Gesetzes für die Veränderlichkeit der Zusammendrückbarkeit des Baugrundes mit der Tiefe [Gl. (17)] gestattet es, genauere Berechnungen durchzuführen und auf diese Weise die auf dem Prinzip der geradlinigen Kraftausbreitung aufgebauten Gleichungen zu überprüfen. Nachstehend geben wir eine kurze Ableitung der die Aufgabe beherrschenden Differentialgleichung und daran anschließend eine bemerkenswerte Sonderlösung im Hinblick auf die Gleichungen für geradlinige Kraftausbreitung¹⁶.

Wir machen zunächst die Annahme, daß auch dem Baugrunde eine Querdrehungszahl m zugeschrieben werden kann. Für einen elastischen Körper gilt bekanntlich bei völlig behinderter Seitendehnung:

$$\sigma_x = \frac{1}{m-1} \sigma_z.$$

Diese Gleichung wird man auch wohl mit hinreichender Näherung auf den Baugrund anwenden dürfen. Da für verhinderte Seitendehnung — wie oben bereits bemerkt — das Gesetz

$$\sigma_x = \lambda \cdot \sigma_z$$

gilt, so folgt aus der Gleichsetzung dieser beiden Formeln:

$$(24) \quad m = 1 + \frac{1}{\lambda},$$

wonach man (näherungsweise) die Querdrehungszahl m berechnen kann, wenn die Verhältniszahl λ des natürlichen Erddruckes bekannt ist.

Die Gründungssohle eines Bauwerkes befindet sich nicht in der Oberfläche des Baugrundes, sondern in einer gewissen Tiefe. Wir nehmen deshalb für die Verdichtungszahl als Funktion der Tiefe z unter Gründungssohle das Gesetz an:

$$(17a) \quad V = v_z (z + z_0)^w.$$

In dieser Gleichung braucht z_0 nicht gleich der Gründungstiefe zu sein, sondern z_0 ist als eine Konstante zu betrachten, die den Zweck hat, die unterhalb der Gründungssohle vorhandene Gesetzmäßigkeit von V mit möglichst großer Näherung wiederzugeben. In der Abb. 9 sind die in Gl. (17a) enthaltenen verschiedenen Möglichkeiten für $V = f(z)$ veranschaulicht.

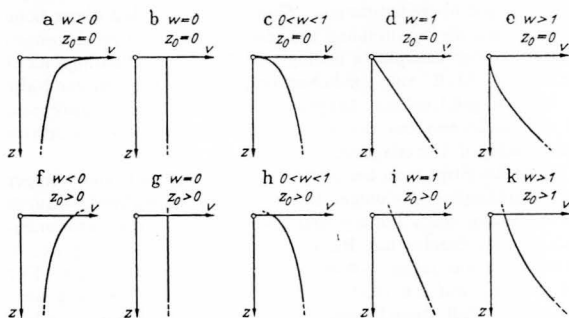


Abb. 9. Verschiedene Möglichkeiten für die Veränderlichkeit der Verdichtungszahl nach Gl. (17 a).

Die (dem E der festen Körper entsprechende) Zusammendrückungszahl des Bodens bei unbehinderter Seitendehnung sei mit Z und die Gleitungszahl — wie üblich — mit G bezeichnet. Bei Gültigkeit der Gl. (24) dürfen auch die bekannten Zusammenhänge:

¹⁶ Auf die genaueren Berechnungen hoffe ich eingehender zurückzukommen.

$$(25) \quad G = \frac{m \cdot Z}{2(m+1)} \quad \text{und} \quad Z = \left[1 - \frac{2}{m(m-1)} \right] \cdot V$$

als richtig angenommen werden.

Bekanntlich bestehen zwischen Spannungen und Formänderungen die folgenden Zusammenhänge¹⁷, die auch für veränderliche Formänderungszahlen gültig bleiben:

$$(26) \quad \begin{cases} \sigma_x = 2G \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{e}{m-2} \right); & \tau_{xy} = \tau_{yx} = G \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \\ \sigma_y = 2G \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{e}{m-2} \right); & \tau_{xz} = \tau_{zx} = G \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \\ \sigma_z = 2G \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2} \right); & \tau_{yz} = \tau_{zy} = G \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right). \end{cases}$$

Hierin bedeuten ξ , η und ζ die Verschiebungen in Richtung x , y und z und

$$(27) \quad e = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

die Änderung der Raumeinheit eines Elementes. Um die Gl. (26) in die Gleichgewichtsbedingungen:

$$(28) \quad \begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

einsetzen zu können, müssen sie differenziert werden, wobei zu beachten ist, daß aus

$$G = g (z + z_0)^w$$

folgt:

$$\frac{\partial G}{\partial z} = g \cdot w (z + z_0)^{w-1} = \frac{w}{z + z_0} \cdot G.$$

So hat man z. B.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 2 \frac{\partial G}{\partial z} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2} \right) + 2G \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{1}{m-2} \frac{\partial e}{\partial z} \right) \\ &= 2G \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{1}{m-2} \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{w}{z + z_0} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Die Einsetzung der differenzierten Gl. (26) in die Gl. (28) liefert nach kurzer Zwischenrechnung:

$$(29) \quad \begin{cases} \nabla^2 \xi + \frac{m}{m-2} \frac{\partial e}{\partial x} + \frac{w}{z + z_0} \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) = 0 \\ \nabla^2 \eta + \frac{m}{m-2} \frac{\partial e}{\partial y} + \frac{w}{z + z_0} \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) = 0 \\ \nabla^2 \zeta + \frac{m}{m-2} \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{2w}{z + z_0} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2} \right) = 0, \end{cases}$$

wenn

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

den Laplaceschen Operator bedeutet. Differenziert man die erste der Gl. (29) nach x , die zweite nach y und die dritte nach z und addiert dann, so erhält man unter Beachtung von Gl. (27):

$$\begin{aligned} 2 \frac{m-1}{m-2} \cdot \nabla^2 e + \frac{w}{z + z_0} \cdot \nabla^2 \zeta + \frac{m}{m-2} \cdot \frac{w}{z + z_0} \cdot \frac{\partial e}{\partial z} \\ = \frac{2w}{(z + z_0)^2} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2} \right) \end{aligned}$$

oder wenn man $\nabla^2 \zeta$ nach Gl. (29) und danach $\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{e}{m-2}$ nach Gl. (26) einsetzt:

$$(30) \quad 2 \frac{m-1}{m-2} \cdot \nabla^2 e = \frac{w(1+w)}{(z + z_0)^2} \cdot \frac{\sigma_z}{G}.$$

Diese Differentialgleichung muß erfüllt sein, wenn die Spannungen nach den Gl. (26) mit den Formänderungen „verträglich“ sein

¹⁷ Für die folgende Ableitung vgl. F ö p p l, A.: Vorlesungen über techn. Mechanik, Bd. V, Leipzig 1907.

sollen. Für gleichbleibende Verdichtungszahl ($w = 0$) erhält man die bekannte Gleichung

$$\nabla^2 e = 0,$$

die durch die Gl. (1) bis (4) erfüllt ist.

Gl. (30) läßt sich noch umformen, indem für e der bekannte Wert

$$e = \frac{m-2}{mZ} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{m-2}{m+1} \cdot \frac{1}{2G} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

eingesetzt wird. Mit der Abkürzung

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

und der unschwer nachweisbaren Beziehung

$$G \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\sigma}{G} \right) = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} - \frac{2w}{z+z_0} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{w(1+w)}{(z+z_0)^2} \cdot \sigma$$

erhält man für Gl. (30):

$$(31) \quad \nabla^2 \sigma = \frac{2w}{z+z_0} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{w(1+w)}{(z+z_0)^2} \cdot \left(\frac{m+1}{m-1} \sigma_z - \sigma \right).$$

In dieser Differentialgleichung kommen nur noch die Spannungen vor.

Die Fröhlich'schen Gl. (8) und (9) und die Gl. (21) und (22) erfüllen im allgemeinen nicht die Bedingung (31), was man ohne weiteres daran erkennt, daß die Querdehnungszahl m in ihnen nicht vorkommt.

Ich habe den genauen Zusammenhang (Gl. 31) sowohl für Einzel- als auch für Linienlast weiter verfolgt (worauf an anderer Stelle zurückzukommen sein wird). Bei diesen Untersuchungen stellte sich folgendes überraschendes Ergebnis heraus:

Die Gleichungen von Fröhlich für geradlinige Druckausbreitung sind für lotrechte Belastung unter der Voraussetzung $z_0 = 0$ (Gl. 17) für den Sonderfall

$$(32) \quad \frac{m}{m-1} = \nu - 1 = 2 + w$$

genaue Lösungen der Differentialgleichung (31). Während also die Näherungsgleichungen (8) und (9) für $w = 0$ (gleichbleibendes V), $\nu = 3$, $m = 2$ genau erfüllt sind — was durch die Gl. (1) und (3) ja auch schon nachgewiesen wurde — sind sie ebenso z. B. auch für den Fall $w = 1$, $\nu = 4$, $m = 3$ genau erfüllt. Wenn nun auch die Voraussetzung $z_0 = 0$ nicht immer erfüllt ist, so erfahren die Gleichungen von Fröhlich durch den angeführten Zusammenhang doch eine gute Rechtfertigung.

Ich habe eingangs bemerkt, daß die Gl. (3) und (4) von Michell m. E. nur für $m = 2$ richtig sind, was jetzt durch Gl. (32) bestätigt wird. Man kann das auch leicht dadurch beweisen — wie übrigens für alle m -Werte, die der Beziehung Gl. (32) entsprechen — daß man die Bedingung: seitliche Verschiebung $\xi = 0$ für $\varphi = 0$ nachprüft, die bei lotrechter Belastung für jede genaue Lösung erfüllt sein muß. Bekanntlich gilt:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{Z} \left(\sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{m} \right),$$

so daß die angegebene Bedingung lautet:

$$(33) \quad \xi \cdot Z = \int_0^\infty \sigma_x dx - \frac{1}{m} \int_0^\infty (\sigma_y + \sigma_z) dx = 0.$$

Für lotrechte Einzellast erhält man nach den Gl. (8b) unter Beachtung von

$$\sigma_y = 0, \sigma_x = \sigma_r \text{ und } x = z \operatorname{tg} \varphi, dx = z \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}$$

sowie von Gl. (9c):

$$\begin{aligned} \xi \cdot Z &= \frac{\nu P}{2\pi z} \left[\int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \cos^{\nu-2} \varphi d\varphi - \frac{1}{m} \int_0^{\pi/2} \cos^\nu \varphi d\varphi \right] \\ &= \frac{\nu P}{2\pi z} \left[\frac{1}{(\nu-1) 2 C_{\nu+1}} - \frac{1}{m \cdot 2 C_{\nu+1}} \right] \end{aligned}$$

oder

$$(34) \quad \xi \cdot Z = \frac{\nu}{4\pi \cdot C_{\nu+1}} \cdot \frac{P}{z} \left(\frac{1}{\nu-1} - \frac{1}{m} \right),$$

wobei C_ν die Konstante nach Gl. (9 c) bedeutet.

In ähnlicher Weise findet man für lotrechte Linienlast:

$$(35) \quad \xi \cdot Z = \frac{P}{2} \cdot \frac{m+1}{m^2} \left(\frac{m-1}{\nu-2} - \frac{1}{m} \right).$$

Nach den Gl. (34) und (35) ist $\xi = 0$ für $m = (\nu-1)$, wodurch die Beziehung Gl. (32) bestätigt wird. Die Gl. (35) zeigt noch insbesondere, daß die Gl. (3) von Michell ($\nu = 3$) nur für $m = 2$ richtig sein kann, da nur für $m = 2$ die Forderung $\xi = 0$ erfüllt ist.

Die Beziehung Gl. (32) gilt leider nur für lotrechte Belastung. Wie eine Durchrechnung ergeben hat, enthalten die Gl. (21) und (22) keine Sonderlösungen der Differentialgleichung (30) bzw. (31), sie sind also in dieser Hinsicht den Formeln (8) und (9) von Fröhlich gegenüber im Nachteil.

Zum Schluß seien noch einige Formeln mitgeteilt, nach denen

der Einfluß einer gleichmäßig verteilten Rechteckbelastung

für die Sonderfälle $\nu = 3$ und $\nu = 4$ berechnet werden kann. Die Gültigkeit des Prinzips der geradlinigen Kraftausbreitung (Gl. 8, 9, 21 und 22) ist dabei vorausgesetzt. Für $\nu = 3$ (Boussinesq) hat Steinbrenner den Einfluß einer lotrechten Rechteckbelastung auf σ_z bereits berechnet. Er findet für die Spannung σ_z lotrecht unter einer Ecke der belasteten Rechteckfläche¹⁸ (vgl. Abb. 10):

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{ab}{zC} + \frac{abz}{C} \cdot \frac{A^2 + B^2}{A^2 \cdot B^2} \right].$$

Man kann diese Gleichung auch in der Form schreiben:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \left[\operatorname{arc} \sin \frac{ab}{AB} + \frac{ab}{AB} \cdot \frac{2 - \left(\frac{a}{A} \right)^2 - \left(\frac{b}{B} \right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{ab}{AB} \right)^2}} \right],$$

die Tschebotareff und Relton (unabhängig von Steinbrenner) abgeleitet haben¹⁹.

In derselben Art und Weise, wie Steinbrenner die Ableitung der obigen Gleichung für σ_z gezeigt hat, kann man auch für σ_x und σ_y die entsprechenden Formeln ableiten, und zwar sowohl für lotrechte als auch für waagerechte Belastung. Wir beschränken uns auf die Wiedergabe der fertigen Formeln. Die Bezeichnungen sind nach Abb. 10 gewählt. Für $a = \infty$ oder $b = \infty$ hat man den Einfluß einer einseitig unendlich langen Streifenlast.

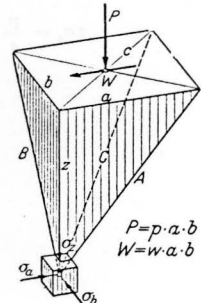


Abb. 10.

1. Lotrechte Rechteckbelastung mit p.

a) $\nu = 3$:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ab}{zC} + ab \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} \right) \frac{z}{C} \right] \text{ (Gl. von Steinbrenner),}$$

für $a = \infty$:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b}{z} + \frac{bz}{B^2} \right).$$

Die letzte Gleichung stimmt mit der von Terzaghi gegebenen Gleichung²⁰:

$$2 \sigma_z = \frac{P}{\pi} (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi)$$

überein, wenn man den Zusammenhang $\operatorname{tg} \varphi = b/z$ beachtet.

¹⁸ Steinbrenner, W.: Tafeln zur Setzungsberechnung Straße 1 (1934) S. 121.

¹⁹ Nach persönlicher Mitteilung des Herrn Tschebotareff; s. auch Proceedings of the Internat. Conference on Soil Mechanics, Vol. I, S. 57. Cambridge, Mass. 1936.

²⁰ Terzaghi, K. v.: Erdbaumechanik, S. 226.

$$\sigma_a = \frac{p}{2\pi} \left(\operatorname{arc\,tg} \frac{ab}{zC} - \frac{ab}{A^2} \cdot \frac{z}{C} \right);$$

$$\sigma_b = \frac{p}{2\pi} \left(\operatorname{arc\,tg} \frac{ab}{zC} - \frac{ab}{B^2} \cdot \frac{z}{C} \right);$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{p}{2\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z}$; $\sigma_b = \frac{p}{2\pi} \left(\operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z} - \frac{bz}{B^2} \right)$.

Die letzte Formel stimmt wieder mit der von Terzaghi gegebenen Gleichung ²⁰:

$$2 \sigma_x = \frac{p}{\pi} (\varphi - \sin \varphi \cos \varphi)$$

überein.

b) $r = 4$:

$$\sigma_z = \frac{p}{2\pi} \left[\left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{z^2}{A^2} \right) \frac{a}{A} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{A} + \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{z^2}{B^2} \right) \frac{b}{B} \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{B} \right. \\ \left. + \frac{ab}{2} \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} \right) \frac{z^2}{C^2} \right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_z = \frac{p}{4} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{z^2}{B^2} \right) \cdot \frac{b}{B}$

in Übereinstimmung mit der von Fröhlich (S. 38) abgeleiteten Gleichung:

$$2 \sigma_z = \frac{3}{4} p \left(\sin \vartheta - \frac{1}{3} \sin^3 \vartheta \right) \quad \text{mit } \sin \vartheta = \frac{b}{B}$$

$$\sigma_a = \frac{p}{4\pi} \left[\frac{a^3}{A^3} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{A} + \frac{b}{B} \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{B} - \frac{ab}{A^2} \cdot \frac{z^2}{C^2} \right];$$

$$\sigma_b = \frac{p}{4\pi} \left[\frac{b^3}{B^3} \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{B} + \frac{a}{A} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{A} - \frac{ab}{B^2} \cdot \frac{z^2}{C^2} \right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{p}{8} \cdot \frac{b}{B}$; $\sigma_b = \frac{p}{8} \cdot \frac{b^3}{B^3}$.

Die letzte Gleichung ist in Übereinstimmung mit der von Fröhlich (S. 38) gegebenen Formel:

$$2 \sigma_x = \frac{p}{4} \sin^3 \vartheta \quad \text{mit } \sin \vartheta = \frac{b}{B}$$

2. Waagerechte Rechteckbelastung mit w , in Richtung der Seite a wirkend.

a) $r = 3$:

$$\sigma_z = \frac{w}{2\pi} \left(\frac{b}{B} - \frac{z^2}{A^2} \cdot \frac{b}{C} \right);$$

für $a = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{2\pi} \cdot \frac{b}{B}$; für $b = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{2\pi} \cdot \frac{a^2}{A^2}$.

$$\sigma_a = \frac{w}{\pi} \left[\ln \left(\frac{A}{z} \cdot \frac{b+B}{b+C} \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{A^2} \cdot \frac{b}{C} \right];$$

$$\sigma_b = \frac{w}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{A}{z} \cdot \frac{b+B}{b+C} \right) - b \left(\frac{1}{B} - \frac{1}{C} \right) \right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{\pi} \ln \frac{b+B}{z}$; $\sigma_b = \frac{w}{2\pi} \left(\ln \frac{b+B}{z} - \frac{b}{B} \right)$;

für $b = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{\pi} \left(\ln \frac{A}{z} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{A^2} \right)$; $\sigma_b = \frac{w}{2\pi} \ln \frac{A}{z}$.

b) $r = 4$:

$$\sigma_z = \frac{w}{2\pi} \left[\operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z} - \frac{z^3}{A^3} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{A} + bz \left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{A^2} \cdot \frac{z^2}{C^2} \right) \right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{2\pi} \left(\operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z} + \frac{bz}{B^2} \right)$;

für $b = \infty$: $\sigma_z = \frac{w}{4} \left(1 - \frac{z^3}{A^3} \right)$.

$$\sigma_a = \frac{w}{\pi} \left[\operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z} - \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{A^2} \right) \frac{z}{A} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{A} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{A^2} \cdot \frac{bz}{C^2} \right];$$

$$\sigma_b = \frac{w}{2\pi} \left[\operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z} - \frac{z}{A} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{A} - bz \left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{C^2} \right) \right];$$

für $a = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z}$; $\sigma_b = \frac{w}{2\pi} \left(\operatorname{arc\,tg} \frac{b}{z} - \frac{bz}{B^2} \right)$;

für $b = \infty$: $\sigma_a = \frac{w}{2} \left[1 - \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{A^2} \right) \frac{z}{A} \right]$; $\sigma_b = \frac{w}{4} \left(1 - \frac{z}{A} \right)$.

Nach diesen Formeln kann man in ähnlicher Weise, wie Steinbrenner es getan hat ¹⁸, Tafeln aufzeichnen, die ein unmittelbares Ablesen der Einflußwerte gestatten. Ich behalte mir vor, darauf zurückzukommen.

DER BAUINGENIEUR

23. Jahrgang

5. April 1942

Heft 14/16

DIE BERECHNUNG DER SOHLDRUCKVERTEILUNG UNTER GRÜNDUNGSKÖRPERN.

Von Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin¹.

DK 624.131.522.3

Übersicht: Kritische Betrachtung über die Verteilung des Sohldruckes. Versuchsergebnisse und die Zulässigkeit der Annahme linearer Spannungsumlagerung. Neues Verfahren für die Berechnung der Sohldruckverteilung unter biegsamen Gründungskörpern, Vergleich mit dem „Bettungsziffer“-Verfahren. Rechnerische Berücksichtigung der besonderen Eigenschaften des Baugrundes und Andeutung der Lösung für die räumliche Aufgabe (Platte). Näherungslösung für die Berechnung der Einspannungswirkung von Spundwänden.

Der Sohldruck unter Gründungskörpern ist bekanntlich nur selten gleichmäßig verteilt. Auch bei symmetrischer Belastung ist seine Verteilung mehr oder weniger ungleichmäßig, meistens sogar in starkem Maße. Eine wirtschaftliche, aber trotzdem ausreichend sichere Bemessung von Gründungsbauten ist erst dann möglich, wenn die Verteilung des Sohldruckes in jedem Falle einigermaßen richtig angegeben oder berechnet werden kann. Die Klärung der Frage nach der Sohldruck-Verteilung unter Grundplatten ist von großer wirtschaftlicher Bedeutung — es sei hier nur an Flachgründungen sowie an Schleusen- und Dockböden erinnert —, worauf im Schrifttum schon verschiedentlich hingewiesen wurde².

Im Schrifttum stehen sich hauptsächlich zwei Auffassungen gegenüber: Auf der einen Seite läßt man die Ergebnisse der Theorie des gleichmäßig-federnden Halbraumes mit nur geringen Einschränkungen auch für Baugrund gelten (theoretische Richtung, vertreten z. B. durch F. Schleicher³), während man auf der anderen Seite auf die Widersprüche hinweist, die zwischen den Ergebnissen der Theorie und den Versuchsergebnissen für Sand-schüttungen bestehen, und die durch Rechnung erhaltene Druckverteilung allenfalls noch für stark verfestigten Ton und ähnliche Erdarten gelten läßt, nicht aber für wenig verfestigten oder sandigen Untergrund (versuchstechnische Richtung, vertreten z. B. durch Kögler und Scheidig⁴).

Anlässlich baupraktischer Aufgaben, die eine Klärung dieser Fragen dringend notwendig erscheinen ließen, habe ich den Standpunkt beider Richtungen in allen Einzelheiten sowohl theoretisch als auch durch Versuche überprüft und bin dadurch zu dem Ergebnis gekommen, daß die Theorie des gleichmäßig-federnden Halbraumes (Schleicher) dem wirklichen Verhalten des Baugrundes am nächsten kommt. Aus Mangel an Zeit kann ich diese Untersuchungen leider augenblicklich nicht ausführlich zusammenstellen und muß mich mit den nachstehenden Angaben begnügen.

Bei der Theorie des gleichmäßigen Halbraumes wird angenommen, daß der Untergrund bis in große Tiefen völlig gleichartig

ist und dem linearen Verformungsgesetz nach Hooke gehorcht. Die für Einzelwirkungen berechneten Spannungen können dann einfach addiert werden, um die Gesamtwirkung zu erhalten (lineare Spannungsüberlagerung). — Der „Baugrund“ ist nun freilich nur selten bis in größere Tiefen hinab hinreichend gleichmäßig, weil die Zusammendrückbarkeit meistens mit der Tiefe abnimmt und weil bei wechselnder Erdschichtung auch die einzelnen Schichten ganz verschiedene Eigenschaften haben können. Außerdem gehorchen die Erdstoffe meistens nicht dem Gesetz der Verhältnismäßigkeit zwischen Spannungen und Formänderungen. Abweichungen von diesem Gesetz treten z. B. auch bei sonst einheitlichem Untergrund aus folgenden Gründen auf:

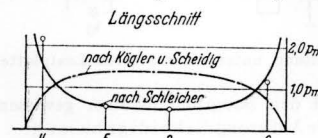


Abb. 1. Die Sohldruckmessungen unter der Rheinbrücke zwischen Ludwigs-hafen und Mannheim. (Bauing. 14 (1933) S. 242.)

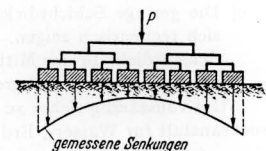


Abb. 2. Emsenkungsversuch für Sandbelastung nach Kögler und Scheidig. (Bautechnik 7 (1929) S. 829.)

1. infolge der Abnahme der Zusammendrückbarkeit der Erdstoffe mit wachsendem Druck;
2. infolge von Vorbelastung der Erdschichten und
3. durch Überschreitung der Grenztragfähigkeit unter dem Rande der belastenden Platte.

Aber alle diese Abweichungen lassen sich rechnerisch einigermaßen erfassen (vgl. den Schluß dieses Aufsatzes), solange die Annahme linearer Spannungsüberlagerung beibehalten werden kann. Diese letztere Annahme ist nun tatsächlich in den meisten Fällen genügend genau erfüllt, was man sowohl durch theoretische Untersuchungen als auch durch Versuche nachweisen kann. In theoretischer Hinsicht sei hier nur erwähnt, daß sich schließlich jede einzelne Kraftwirkung irgendwie im Untergrund verteilen muß, wobei die Möglichkeiten für die Verteilungslinie — wie sich heute schon übersehen läßt — nicht sehr weit auseinander liegen. Versuchsmäßig wird durch Abb. 3 u. 4 der Beweis geliefert (s. nachstehend).

Wie schon Schleicher bemerkt⁵, kommt man mit der Annahme einfacher Spannungsüberlagerung zwangsläufig zu Ergebnissen im Sinne der Halbraumtheorie. Dem stehen folgende Versuchsergebnisse von Kögler und Scheidig u. a. entgegen:

1. Die unmittelbare Messung der Sohlpressungen auf lockeren Sandschüttungen von 30—50 cm Dicke durch Meßdosen ergab eine annähernd parabelförmige Verteilung mit dem Größtwert in der Mitte (bei größeren Flächen mehr abgeflacht, vgl. Abb. 1).
2. Ein Emsenkungsversuch mit gleichmäßiger Belastung lieferte nach Abb. 2 am Rande der Lastfläche bedeutend größere Emsenkungen als in der Mitte.

⁵ Bauing. 14 (1933) S. 483.

¹ Aus der Erdbauabteilung der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau.

² Siehe z. B. Scheidig, A.: Bautechn. 9 (1931) S. 275.

³ Schleicher, F.: Bauing. 14 (1933) S. 242.

⁴ Kögler, F.: Bauing. 14 (1933) S. 473. — *Zuschrift Scheidig und Erwiderung Schleicher in: Bauing. 14 (1933) S. 482 u. 483.* — Scheidig äußert sich vorsichtiger als Kögler. Wenn er z. B. sagt: Neuerdings untersuchte „versenkte Lastplatten ... verhalten sich hinsichtlich Emsenkung, Formänderungen und Spannungsverteilung durchaus anders als Körper an der Oberfläche“ oder: „Ein Schüttungselement kann, wenn es unter allseitigem Druck steht, im Superpositionsfall auch gewisse Zugspannungen aufnehmen, solange ein kritisches Hauptspannungsverhältnis nicht überschritten wird“. Danach „würde auch im Kiessandboden bei versenkten Lastkörpern und niedrigen Sohlldrücken eine Sohl-druckverteilung mit größeren Randdrücken grundsätzlich möglich sein ...“, so kommt er der nachstehend vertretenen Auffassung schon sehr nahe, und es erscheint mir in dieser Hinsicht nicht ganz folgerichtig, daß Scheidig die Beweiskraft der von Schleicher angeführten Sohl-druckmessungen unter einem Pfeiler der Ludwigshafen-Mannheimer Rheinbrücke (Abb. 1) so sehr bestreitet.

Die gemessenen Sohldruckungen lassen sich jedoch durch die besonderen Versuchsbedingungen hinreichend erklären und dürfen deshalb m. E. nicht auf wirkliche Grundkörper übertragen werden:

- a) Es ist mit mittleren Sohldrücken bis zu 1,0 kg/cm² gearbeitet worden, was für die benutzten ziemlich lockeren Sandschüttungen einer Beanspruchung von etwa 50—20% der Grenzbelastung (je nach Plattengröße) entspricht. Größere Gründungskörper werden demgegenüber meist nur mit 5—10% der Bruchlast des Untergrundes beansprucht.
- b) Es handelt sich um Oberflächenbelastung, während in Wirk-

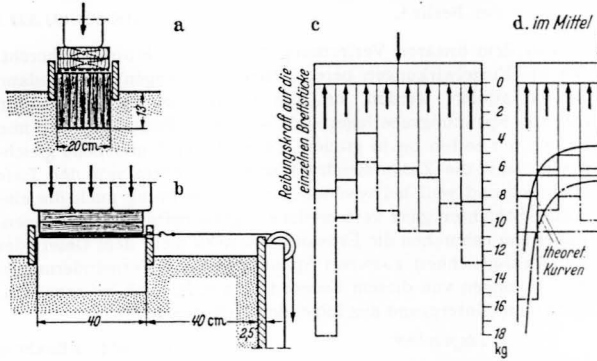


Abb. 3. Messung der Druckverteilung unter einer starren Lastplatte.

lichkeit jedes Fundament den Baugrund in einer gewissen Tiefe belastet (vgl. auch die Äußerung Scheidigs hierzu⁶).

- c) Die geringe Schichtdicke ist ebenfalls von Einfluß; es läßt sich rechnerisch zeigen, daß der Sohldruck bei beschränkter Schichtdicke in der Mitte der Lastfläche stärker ausfällt als für einen Untergrund großer Ausdehnung.

Um vollständig sicher zu gehen, habe ich in der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau den in Abb. 3 a u. b

Zu dem Einsenkungsversuch nach Abb. 2 möchte ich bemerken, daß keine näheren Versuchsdaten angegeben sind; es ist weder über die Größenverhältnisse der Einrichtung noch über die absolute Größe der Belastung und der Einsenkungen wie auch über die Lagerungsdichte des Versuchssandes irgend etwas mitgeteilt. Wenn schon Scheidig diesen Versuch als „überzeugenden Beweis“ [Bautechn. 9 (1931) S. 277] seiner Anschauung anführt, so muß man aber m. E. eine eingehende Beschreibung erwarten, damit der Versuch jederzeit an anderer Stelle wiederholt oder auch zahlenmäßig überprüft werden kann. Ich vermag daher dem Einsenkungsversuch nach Abb. 2 vorläufig keine Beweiskraft beizumessen, da ja ohne weiteres möglich ist, daß das wiedergegebene Einsenkungsbild schon einem weit fortgeschrittenen Gleitzustand entspricht (Nähe der Bruchlast). — Ich habe jedoch auch in dieser Frage den eigenen Versuch noch zu Rate gezogen. Die vorhin beschriebene Versuchseinrichtung ließ sich verhältnismäßig leicht für annähernd gleichmäßige Belastung umbauen (Abb. 4 a). Die in Abb. 4 b bis 4 e aufgetragenen Ergebnisse liegen mit Ausnahme der Oberflächenbelastung durchaus im Sinne linearer Spannungs- und Setzungsüberlagerung, wenn man bedenkt, daß der lotrechten Beweglichkeit der einzelnen Brettstücke gewisse Hemmungen widerstanden (Reibung zwischen den Brettern durch seitlichen Druck, Verformungswiderstand durch die Stufenbildung der Setzungslinie, beschränkte Länge der Brettstücke). Aber auch der in Abb. 4 e aufgetragene Versuch für Oberflächenbelastung bestätigt nicht den Versuch nach Abb. 2⁶.

Wenn auch die Versuchsergebnisse nach Abb. 3 und 4 mit primitiven und relativ kleinen Vorrichtungen erhalten wurden, so sind sie m. E. trotzdem noch zuverlässig genug, um bisher bekannte und für einwandfrei gehaltene Versuchsergebnisse als fehlerhaft oder zumindest als einseitig bedingt erkennen zu lassen. Eine Nachprüfung meiner Ergebnisse in größerem Maßstabe unter möglichst natürlichen und außerdem wechselnden Verhältnissen würde wohl sehr zu einer endgültigen Klärung beitragen. — Nach den mitgeteilten Versuchsergebnissen darf die Annahme linearer Spannungssummiierung als eine recht brauchbare Arbeitshypothese für die Berechnung der Sohldruckverteilung betrachtet werden.

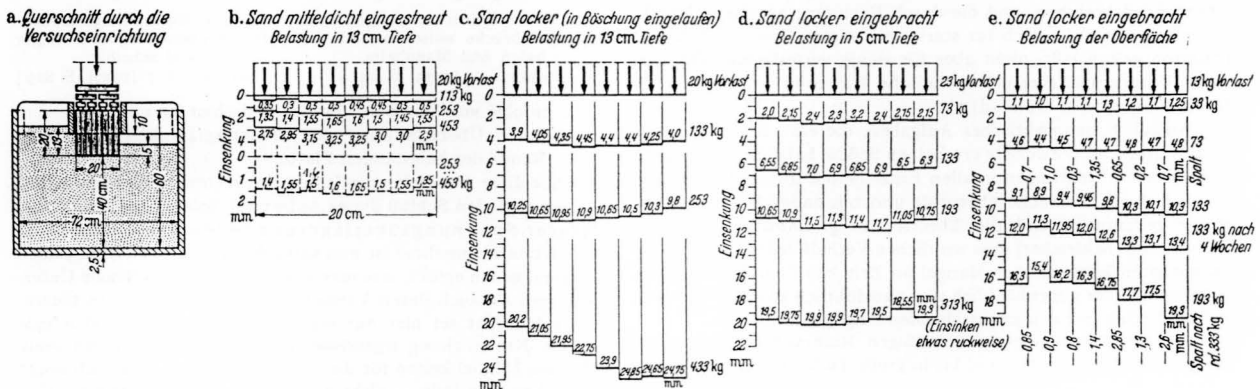


Abb. 4. Einsenkungsmessungen für gleichmäßige Belastung.

angedeuteten Versuch durchgeführt: 8 Bretter von 2,5 cm Dicke und 20 cm Länge wurden auf eine sorgfältig abgeglichene lockere Sandschicht von 40 cm Dicke und 72 cm Breite nebeneinander gestellt und die Sandschüttung dann noch um etwa 13 cm aufgefüllt. Auf die einzelnen Brettstücke wurden oben Blechstreifen gelegt und auf diese Blechstreifen zwei starke Bohlenstücke, die dann mit Hilfe von 20 kg-Gewichten vorsichtig belastet wurden. Auf einfachste Weise konnte dann die Reibung der einzelnen Blechstreifen festgestellt werden, die ein unmittelbares Maß für die Stärke des Sohldruckes auf jedes Brett lieferte. Wie die in Abb. 3 c u. d aufgetragenen Versuchsergebnisse zeigen, erhielten die Randbretter erheblich stärkeren Druck als die übrigen Bretter; die oben erwähnten Freiburger Sohldruckmessungen wurden also nicht bestätigt.

Bisherige Berechnungsverfahren.

Abgesehen von der Annahme geradliniger Spannungsverteilung nach dem sog. Spannungstrapez, die ja nur als rohe — meistens ungünstige — Näherung anzusehen ist, sind die sog. „Bettungsziffer-Verfahren“ wohl am bekanntesten. Hierbei wird angenommen, daß der Druck q auf eine beliebige Stelle der Gründungssohle verhältnismäßig ist der Einsenkung ζ dieser Stelle im Baugrund. Man schreibt an: (1) $q = C \cdot \zeta$

⁶ Die teilweise unsymmetrischen Einsenkungslinien wurden erhalten, weil es nicht immer möglich war — besonders nicht bei stärkerer Belastung — die Gewichte zum Belasten genau zentrisch aufzubringen. — Um Gelegenheit zur Wiederholung der Versuche zu geben, wird die Einrichtung in der Berliner Versuchsanstalt aufbewahrt und kann Interessenten auf Antrag zur Verfügung gestellt werden.

und nennt die Konstante C die „Bettungsziffer“ des Baugrundes⁷. C wird je nach dem Untergrund und der Größe der Belastungsfläche verschieden angenommen; man erhält es hauptsächlich aus Versuchsmessungen, neuerdings auch aus Setzungsberechnungen.

Bei dem Bettungsziffer-Verfahren wird der Einfluß der Biegsamkeit des Trägers oder Grundkörpers in einwandfreier Weise berücksichtigt, nicht aber der Verformungseinfluß des Untergrundes. Der einfache Ansatz (1) wird leider dem wirklichen Verhalten des Untergrundes nicht gerecht, weil die Einsenkung ζ an einer beliebigen Stelle der Baugrundsohle nicht nur von dem Sohldruck q an dieser Stelle, sondern auch von den benachbarten Spannungen und somit letzten Endes von der ganzen Verteilung des Sohldruckes abhängig ist. Hinzu kommt, daß die Bettungszahl nicht nur von der Erdart und -schichtung sowie der Lagerungsdichte der Erdstoffe abhängig ist, sondern auch von der Größe und Form der Lastfläche und der Verbiegung der Fundamentsohle. Ein allgemeines Rezept, nach dem die Bettungszahl C für jeden beliebigen Fall einwandfrei gefunden werden könnte, gibt es nicht und dürfte es auch in Zukunft schwerlich geben.

Am sichersten erhält man die Bettungszahl C durch Versuche (z. B. durch Probebelastungen, deren Ergebnisse auf Bauwerkgröße umgerechnet werden) oder durch die Berechnung der mittleren Bauwerksetzung auf Grund sorgfältiger Erdproben-Untersuchungen. Jedoch erhält man auf diese Weise immer nur eine untere Grenze von C . Denn für die Abweichungen der Sohlspannungen q von ihrem Mittelwert q_m ist eine größere Bettungszahl maßgebend als für q_m selber, weil die Unterschiede ($q - q_m$) wegen ihrer geringeren Breitenausdehnung geringer in die Tiefe wirken als die Gesamtlast. Hierüber hat Terzaghi in der „Österr. Bauztg.“ 8 (1932) S. 302 ausführlich berichtet. Terzaghi versucht, die anzunehmende Bettungszahl der jeweiligen Wellenlänge der Verformungslinie anzupassen, für ein und dieselbe Aufgabe also mit mehreren Bettungszahlen zu arbeiten und im übrigen „bei Böden mit sehr hoher Kohäsion die Konzentration der Drücke in den Randgebieten der Platte schätzungsweise zu berücksichtigen“. Ein solches Vorgehen läßt in der Hand eines erdbaumechanisch gut durchgebildeten Ingenieurs richtige Ergebnisse erwarten; ob es aber zur allgemeinen Benutzung empfohlen werden kann, bleibe dahingestellt. Zumindest für „kurze“ Tragwerke mit nur einer halben Biegevelle (z. B. bei Schleusenböden) dürfte der richtige Ansatz der Bettungszahl nach wie vor unsicher bleiben.

Im Schrifttum ist schon des öfteren auf die Unzulänglichkeit des Bettungsziffer-Verfahrens hingewiesen worden⁸. Was mich besonders bewogen hat, dieses Verfahren abzulehnen, ist die immer wieder anzutreffende falsche Sicherheit, die mit dem bequemen Begriff „Bettungsziffer“ einhergeht. Bei der meist fehlenden Vertrautheit mit den strittigen Fragen und im Hinblick auf die zahlreichen theoretischen Arbeiten über das Bettungsziffer-Verfahren hat man oft die Meinung, man rechne nach dem besten und anerkanntesten Verfahren, während man sich bei der Begründung der oft nur geschätzten Bettungszahl, von der doch das Rechnungsergebnis in erster Linie abhängt, vielfach noch mit wenigen oberflächlichen Sätzen über die vorhandene Unsicherheit hinweghilft. — In dieser Hinsicht ist die oft anzutreffende Beliebtheit des Bettungsziffer-Verfahrens freilich durchaus zu verstehen. Dem Ingenieur, der die erdstatistische Berechnung durchzuführen hat, bleibt oft nur wenig Zeit, tiefer in die wahren Zusammenhänge einzudringen; auch fehlt ihm vielfach noch die Gelegenheit, die grundlegenden Eigenschaften des Baugrundes näher kennenzulernen. Unter diesen Umständen ist er meist froh, daß ihm die Vorarbeiten, die für eine genauere Feststellung der Eigenschaften des Untergrundes erforderlich wären, durch ein Berechnungsverfahren abgenommen werden, bei dem man durch eine einzige, oft nur schätzungsweise angenommene Zahl den Einfluß des Untergrundes lediglich gut berücksichtigen kann — wie man meint. Kein Wunder, daß es dann

⁷ Besser wäre die Bezeichnung „Bettungszahl“ oder „Verformungszahl“ des Baugrundes.

⁸ Siehe z. B. Wieghardt, K.: Z. angew. Math. Mech. 2 (1922) S. 168 — Scheidig, A.: Bautechn. 9 (1931) S. 275 u. 277. — Fröhlich, O. K.: Beton u. Eisen 34 (1935) S. 192.

oft auch mit der Abhängigkeit der Bettungszahl von der Größe der Lastfläche, der Erdschichtung usw. nicht so genau genommen wird. Ich habe es z. B. erlebt, daß eine Bettungszahl, die für die Berechnung einer Schleusensole einigermaßen zutreffend gewählt war, auch für die Berechnung der Einspannungswirkung einer Spundwand herangezogen wurde u. a. m. Das vortreffliche Bettungsziffer-Verfahren ist eben ein „Mädchen für alles“ und muß über die vorhandene Unkenntnis der wirklichen Zusammenhänge in äußerlich eleganter Weise hinweghelfen! — Bedenkt man außerdem, daß es möglich ist — wie nachstehend gezeigt wird —, mit fast demselben Aufwand an Rechenarbeit eine bedeutend einwandfreiere Berechnung durchzuführen, so dürften kaum noch ernsthaftige Gründe für die Beibehaltung des Bettungsziffer-Verfahrens anzugeben sein.

Man hat versucht, die Verteilung des Sohldruckes mehr oder weniger gefühlsmäßig anzunehmen, wobei die Erfahrung an ausgeführten Bauten und andere Beobachtungen mit herangezogen werden können. Es sei hier ein angeblich auf Ellerbeck zurückgehendes Verfahren zur Ermittlung der Bodenpressungen unter Schleusenkörpern genannt, das Pietrkowski durch handliche Formeln ergänzt hat⁹. Hierbei wird angenommen, daß sich der Sohldruck für jede Hälfte der Sohle trapezförmig verteilt (Kleinstwert in der Mitte), wodurch die zunächst für gleichmäßige Verteilung berechnete Durchbiegung f um ein bestimmtes Maß $\mu \cdot f$ zurückgeht. Der sog. „Reduktionsfaktor“ μ wird nach dem örtlichen Befund des Baugrundes und der Wertigkeit der erbohrten Erdproben geschätzt. — Bei diesem Vorgehen hängt letzten Endes alles von der richtigen Annahme des Faktors μ ab, für den eine noch größere Unsicherheit vorhanden ist als für eine Bettungszahl C . Man sagt sich zwar, daß die wirklich auftretende Sohldruckverteilung zwischen zwei Grenzfällen liegen muß: dem einen Grenzfall eines schlammigen, also stark festigkeitslosen Untergrundes mit halbwegs schwimmendem Fundament (gleichmäßige Sohldruckverteilung) und dem anderen Grenzfall eines praktisch unnachgiebigen Felsuntergrundes (keinerlei Verteilung des Sohldruckes und daher auch keine Biegebeanspruchung der Sohle), daß also der Faktor μ zwischen 1,0 und 0,0 liegen muß; jedoch liegen diese Grenzfälle viel zu weit auseinander, als daß man dazwischenliegende Fälle genügend genau einschalten könnte. Nach den bisher bekannt gewordenen Zahlen für μ ¹⁰ hängt dieser Faktor außerdem gar nicht von der Steifigkeit der Schleusensole ab (es ist gleichgültig, wie dick diese ist!), was aber doch unbedingt gefordert werden müßte. Ich kann daher in diesem Verfahren nur eine ganz rohe Einschätzung der Spannungen sehen; eine Verbesserung oder auch nur ein Ersatz des Bettungsziffer-Verfahrens ist es keinesfalls.

Bei einer genaueren Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern ist von folgendem Gedankengang auszugehen: Unter der Wirkung der äußeren Kräfte (Eigengewicht, Erd- und Wasserdruck, Nutzlasten usw.) entstehen Sohlspannungen, die je nach ihrer Verteilung einerseits eine bestimmte Form der Biegelinie des Gründungstragwerkes zur Folge haben (oder mit einer solchen verknüpft sind), andererseits aber auch den Untergrund belasten und in bestimmter Weise verformen. Da normalerweise vorausgesetzt werden kann, daß die Sohle überall auf dem Baugrund aufliegt, muß die Verformung des Untergrundes längs der Sohle in jedem Punkte der Biegelinie der Sohle entsprechen. Durch diese Bedingung ist die Verteilung der Sohlspannungen festgelegt; diese ist so anzunehmen oder zu berechnen, daß die Biegelinie der Sohle mit der Senkungslinie des Untergrundes zur Deckung gebracht werden kann.

Die unmittelbare Lösung dieser Aufgabe ist im Schrifttum bisher nur für wenige Sonderfälle angegeben worden, wobei vorausgesetzt wurde, daß der Untergrund bis in sehr große Tiefe vollständig gleichmäßig ist (gleichmäßig federnder Halbraum). Eine allgemeinere Lösung der Aufgabe gelingt durch Reihenentwicklungen, doch ist der Aufwand an Rechenarbeit dabei verhältnismäßig groß [vgl. z. B. H. Borowicka: Ing.-Arch. 10 (1939) S. 113],

⁹ Pietrkowski: Bauing. 10 (1929) S. 139.

¹⁰ Bautechn. 18 (1940) S. 467.

so daß ein solches Vorgehen für die besonderen Fälle der Baupraxis nicht in Frage kommt. — Man könnte versuchen, durch Probieren (schrittweise Änderung der Spannungslinie) zum Ziel zu kommen, jedoch ist auch ein solches Vorgehen wohl noch zu umständlich.

In einem interessanten Aufsatz in „Beton u. Eisen“ 34 (1935) S. 189 versucht O. K. Fröhlich eine Näherungslösung, indem er die zunächst für gleichmäßige Sohldruck-Verteilung ermittelte Biegelinie durch zusätzliche Kräfte (die sowohl auf den Grundkörper als auch auf den Baugrund wirken) so verändert, daß die neue Biegelinie wenigstens in den wichtigsten Punkten mit der entsprechenden Setzung des Untergrundes übereinstimmt. Die Einsenkungen ermittelt Fröhlich näherungsweise, indem er längere Strecken der Sohlfläche durch eine inhaltgleiche Kreislastfläche ersetzt und für diese Ersatzfläche die Setzung berechnet, wobei er die Zusammendrückungszahl des Untergrundes verhältnismäßig mit der Tiefe zunehmen läßt.

Dieses Vorgehen von Fröhlich mag auf den ersten Blick recht anpassungsfähig und vielleicht sogar ausreichend erscheinen; es ist aber doch mancherlei daran auszusetzen. Die Annahme einer geradlinig mit der Tiefe z zunehmenden Zusammendrückungszahl entspricht nach meinen Erfahrungen nur selten den wirklichen Verhältnissen. Eine Zunahme mit \sqrt{z} dürfte in den meisten Fällen der Wirklichkeit näher kommen; doch könnte die Fröhlichsche Berechnungsart natürlich auch für diesen Fall ohne weiteres durchgeführt werden. Schwerwiegender ist es m. E., daß die benutzten kreisförmigen Ersatzlastflächen nicht unmittelbar nebeneinander liegen und deshalb die gegenseitige Beeinflussung der Sohlpressungen fast gar nicht mehr zum Ausdruck bringen. Es werden daher auch kaum genauere Ergebnisse erhalten als nach der Bettungsziffer-Theorie¹¹. Fröhlich ist sich dieses Einwandes wohl auch bewußt, da er sein Verfahren selbst als „grobe Schätzung“ bezeichnet, weil „der Zusammenhang zwischen Grundbaukörper und Baugrund nur in den wichtigsten Sohlpunkten und nicht durchlaufend zur Bedingung gemacht“ wäre.

Als vielleicht letzte Möglichkeit einer hinreichend genauen Lösung bleibt die Anwendung der Differenzenrechnung. Hierbei wird die Sohle des Gründungskörpers in eine Anzahl rechteckiger Einzelflächen aufgeteilt, die nur so groß sein dürfen, daß der Sohldruck q innerhalb jeder Einzelfläche als gleichbleibend angenommen werden kann. In dieser Weise hat z. B. F. Schleicher die Berechnung der Sohldruck-Verteilung unter starren Fundamenten erstmals gezeigt [Bauing. 14 (1933) S. 244], und A. Habel hat für biegsame Gründungsplatten die Rechnung durchgeführt [Bauing. 18 (1937) S. 188 und 19 (1938) S. 76]. Beide haben zwar als Unterlage den gleichmäßigen Halbraum vorausgesetzt, doch ist ein wesentlicher Unterschied zwischen diesem Halbraum und dem wirklichen Baugrund in rechnerischer Hinsicht nicht vorhanden, solange man mit linearer Spannungsüberlagerung rechnen kann.

Schleicher berechnet zunächst die Einsenkungen für die Belastung nur einer Teilfläche mit $q = 1,0$. Die sich hierfür ergebende Senkungsmulde ist die Einflußfläche für die Gesamtsetzungen; letztere werden durch Summieren der Einflüsse aller Einzelflächen-Lasten erhalten¹². Auf diese Weise können für jede beliebige Verteilung der Pressungen die zugehörigen Einsenkungen gefunden werden. Die zu einem starren Gründungskörper gehörende Sohldruck-Verteilung wird dann durch die Bedingung erhalten, daß die Senkungen ζ der einzelnen Sohlpunkte alle in einer Ebene liegen müssen. — Der Rechnungsgang nach Schleicher erfordert die Auflösung von n -Gleichungen für die unbekanntes q -Werte der n -Einzelflächen und ist damit einfach genug, um für baupraktische Berechnungen in Frage zu kommen. Es sind lediglich noch die schon erwähnten Abweichungen der Eigenschaften des „Baugrundes“ von denen des „gleichmäßigen Halbraumes“ rechnerisch zu berücksichtigen.

¹¹ Man gewinnt den Eindruck, daß das von Fröhlich durchgerechnete Zahlenbeispiel eher eine Rechtfertigung als eine Verurteilung des Bettungszifferverfahrens ergibt.

¹² Vgl. auch Engeler, Fr.: Zbl. Bauverw. 13 (1893) S. 307. Dieser seiner Zeit voraussehlende und sich durch klare Gedankengänge auszeichnende Aufsatz verdient auch heute noch volle Beachtung.

Gegenüber der Näherungslösung von O. K. Fröhlich versucht Habel, die Bedingung streng zu erfüllen, daß die Einsenkung in jedem Punkte des Gründungskörpers der Durchbiegung der Gründungssohle entsprechen muß. Die Senkungen des Untergrundes berechnet Habel in derselben Weise wie Schleicher. Zur Berücksichtigung des Biegeeinflusses schreibt er die Differentialgleichung der elastischen Linie als Differenzengleichung an. — Das Habelsche Verfahren ist hinsichtlich des Aufwandes an Rechenarbeit genügend einfach, so daß es zur Anwendung im Grundbau empfohlen werden könnte, wenn es nicht einen recht fühlbaren Mangel besäße: es gibt die Druckverteilung in der Nähe des Randes der Sohlfläche nicht richtig wieder. Man erkennt das deutlich an dem von Habel gezeigten Berechnungsergebnis für einen gleichmäßig belasteten Träger [Bauing. 19 (1938) S. 79, Abb. 8]. Während eine von K. Wieghardt für diesen Sonderfall durchgeführte genauere Berechnung¹³ die in Abb. 5 voll ausgezogene Sohlspannungslinie ergab, erhielt Habel die gestrichelte Spannungslinie. Dabei ist nicht nur ein unrichtiges Bild von der Verteilung der Sohlspannungen erhalten, sondern es ist auch das Gleichgewicht in lotrechter Richtung nicht erfüllt, worauf Habel auch selbst hinweist¹⁴. Für andere Zahlenbeispiele, bei denen der „Randeinfluß“ nur geringe Bedeutung hat, werden von Habel richtige Ergebnisse erhalten. — Das Habelsche Verfahren erscheint deshalb m. E. nur für verhältnismäßig biegsame Tragkörper

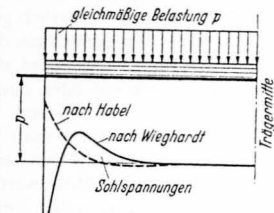


Abb. 5.

als zulässig, bei denen der „Randeinfluß“ nur gering ist; für steifere Gründungskörper, wie sie im Grundbau meistens vorkommen (z. B. durchgehende Schleusensohlen), ist es nicht geeignet.

Auf der Suche nach einer besseren Lösung habe ich gefunden, daß man zu einem sehr brauchbaren Verfahren gelangt, wenn man zur rechnerischen Erfassung der Verbiegung des Grundkörpers nicht die Differenzengleichung der elastischen Linie benutzt, sondern die Dreimomentengleichung des durchlaufenden Trägers für ungleiche Stützensenkungen. Dieses nachstehend vorgeführte Berechnungsverfahren liegt damit etwa in der Mitte zwischen dem Verfahren von Habel und dem von Fröhlich. Von Habel (oder Schleicher) wird die Berechnung der Einsenkungen des Untergrundes übernommen und von Fröhlich die Erfassung des Biegeeinflusses mit Hilfe der Dreimomentengleichung. Dadurch werden die Nachteile beider Verfahren vermieden.

Ein einfaches, für die Baupraxis geeignetes Berechnungsverfahren.

Als Unterlage des Grundkörpers sei vorläufig der gleichmäßig federnde Halbraum vorausgesetzt. Dieser Sonderfall ist beispielsweise vorhanden, wenn der Untergrund aus einer stark verfestigten Tonschicht großer Mächtigkeit besteht. — Außerdem sei die Berechnung zunächst auf die ebene Aufgabe beschränkt.

Die Sohlfläche des Gründungskörpers von der Länge $l = n \cdot a$ und der Breite b wird nach Abb. 6 a in n gleiche Einzelflächen $a \cdot b$ aufgeteilt gedacht. Die Mittelpunkte dieser einzelnen Flächen seien mit $1, 2, 3, \dots, n$ und deren Setzungen (Einsenkungen) mit $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_n$ bezeichnet (Abb. 6 b). Denkt man sich nun eine Einzelfläche $a \cdot b$ mit den Sohlspannungen $q = 1,0$ gleichmäßig belastet und berechnet für diesen Sonderfall die Senkungslinie des Untergrundes (Abb. 6 c), so ist diese Linie, wie oben bereits bemerkt wurde, die Einflußlinie für die Ermittlung der Gesamtsetzungen. Die Einsenkungen für die Belastung einer Einzelfläche können nach Schleicher [Bauing. 7 (1926) S. 934] durch folgende Ansätze wiedergegeben werden:

$$(2) \quad \zeta_{x=0} = c_0 \cdot \frac{qa}{E'}; \quad \zeta_{x=a} = c_1 \cdot \frac{qa}{E'}; \quad \zeta_{x=2a} = c_2 \cdot \frac{qa}{E'} \text{ usw.}$$

¹³ Wieghardt, K.: Z. angew. Math. Mech. 2 (1922) S. 165.

¹⁴ Es ist anzuerkennen, daß Habel seine Abb. 8 trotz des fehlerhaften Ergebnisses veröffentlicht hat; dadurch wird der Überblick über die Anwendungsgrenzen seines Verfahrens sehr erleichtert.

mit
$$E' = \frac{m^2}{m^2 - 1} \cdot \bar{E},$$
 wenn \bar{E} die Elastizitätszahl und m die Querdehnungszahl des Untergrundes bedeuten. Die unbenannten Beiwerte c_0, c_1, c_2 usw. entsprechen der Senkungslinie für $q = a = E' = 1,0$. — Die innerhalb jeder Einzelfläche als gleichmäßig verteilt angenommenen Sohlrücke seien q_1, q_2, \dots, q_n und die äußeren Belastungen p_1, p_2, \dots, p_n (Abb. 6 d). Die Belastungen $p \cdot a$ und die Sohlkräfte $q \cdot a$ können durch Einzelkräfte P und Q ersetzt werden, die in der Mitte jeder Teilfläche angreifen (Abb. 6e). — Bei gleich-

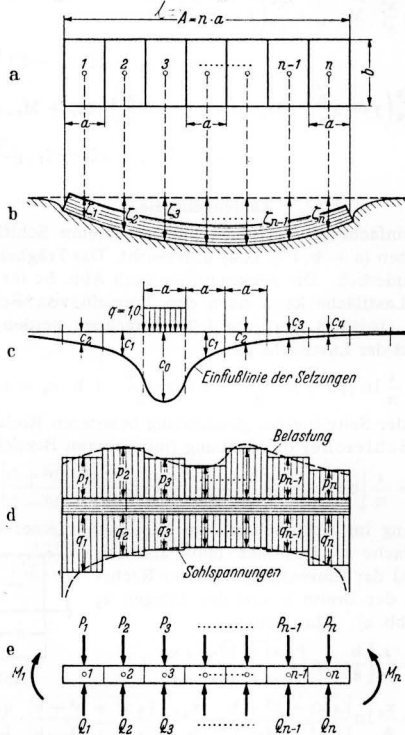


Abb. 6.

zeitiger Wirkung sämtlicher Sohlspannungen erhält man durch Überlagerung der Einzelwirkungen für die einzelnen Setzungen ζ_1 bis ζ_n folgende sog. „Summengleichungen“:

$$(3) \begin{cases} \zeta_1 = (c_0 \cdot q_1 + c_1 \cdot q_2 + c_2 \cdot q_3 + c_3 \cdot q_4 + \dots + c_{n-1} \cdot q_n) \cdot \frac{a}{E'} \\ \zeta_2 = (c_1 \cdot q_1 + c_0 \cdot q_2 + c_1 \cdot q_3 + c_2 \cdot q_4 + \dots + c_{n-2} \cdot q_n) \cdot \frac{a}{E'} \\ \zeta_3 = (c_2 \cdot q_1 + c_1 \cdot q_2 + c_0 \cdot q_3 + c_1 \cdot q_4 + \dots + c_{n-3} \cdot q_n) \cdot \frac{a}{E'} \\ \dots \\ \zeta_n = (c_{n-1} \cdot q_1 + c_{n-2} \cdot q_2 + \dots + c_1 \cdot q_{n-1} + c_0 \cdot q_n) \cdot \frac{a}{E'} \end{cases}$$

Dieselben Einsenkungen ζ gelten auch für die Verformung des Gründungskörpers, so daß man — wenn zunächst gleichbleibendes $E \cdot J$ des Fundamentes vorausgesetzt wird — für die Punkte 2, 3, 4 usw. folgende Dreimomentengleichungen aufstellen kann:

$$(4) \begin{cases} M_1 + 4 M_2 + M_3 = (-\zeta_1 + 2 \zeta_2 - \zeta_3) \cdot \frac{6 E J}{a^2} \\ M_2 + 4 M_3 + M_4 = (-\zeta_2 + 2 \zeta_3 - \zeta_4) \cdot \frac{6 E J}{a^2} \dots \text{usw.} \end{cases}$$

Für die einzelnen Momente hat man nach Abb. 6e:

$$(5) \begin{cases} M_2 = M_1 + (Q_1 - P_1) a \\ M_3 = M_1 + (Q_1 - P_1) 2 a + (Q_2 - P_2) a \\ M_4 = M_1 + (Q_1 - P_1) 3 a + (Q_2 - P_2) 2 a + (Q_3 - P_3) a \\ M_5 = M_1 + (Q_1 - P_1) 4 a + (Q_2 - P_2) 3 a + (Q_3 - P_3) 2 a + (Q_4 - P_4) a \\ M_6 = \dots \text{usw.} \end{cases}$$

Nimmt man noch die beiden Gleichgewichtsbedingungen hinzu:

$$(6a) \quad \Sigma Q = \Sigma P \quad \text{oder} \quad q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$$

und

$$2 \cdot \Sigma M = 0 \quad \text{oder}$$

$$(6b) \quad \begin{cases} (n-1)(q_1 - p_1 - q_n + p_n) + (n-3)(q_2 - p_2 - q_{n-1} + p_{n-1}) + \\ + (n-5)(q_3 - p_3 - q_{n-2} + p_{n-2}) + \dots + R = 0 \end{cases}$$

mit

$$R = 1 \cdot \left(\frac{q_n - p_n}{2} - \frac{q_{n+1}}{2} + \frac{p_{n+1}}{2} \right)$$

für gerades n und

$$R = 2 \cdot \left(\frac{q_{n-1} - p_{n-1} - q_{n+1} + p_{n+1}}{2} \right)$$

für ungerades n , so hat man damit alle Gleichungen zur Hand, die zur Berechnung der unbekanntenen Sohlrücke q benötigt werden.

Die Einsetzung der Gl. (5) in die Gl. (4) ergibt:

$$(7) \begin{cases} M_1 + 4 M_2 + M_3 = 6 M_1 + 6 a (Q_1 - P_1) + a (Q_2 - P_2) \\ M_2 + 4 M_3 + M_4 = 6 M_1 + 12 a (Q_1 - P_1) + 6 a (Q_2 - P_2) + \\ + a (Q_3 - P_3) \\ M_3 + 4 M_4 + M_5 = 6 M_1 + 18 a (Q_1 - P_1) + 12 a (Q_2 - P_2) + \\ + 6 a (Q_3 - P_3) + a (Q_4 - P_4) \\ M_4 + 4 M_5 + M_6 = 6 M_1 + 24 a (Q_1 - P_1) + 18 a (Q_2 - P_2) + \\ + 12 a (Q_3 - P_3) + 6 a (Q_4 - P_4) + a (Q_5 - P_5) \\ \dots \text{usw.} \end{cases}$$

Andererseits findet man mit Hilfe der Gl. (3):

$$\begin{aligned} -\zeta_1 + 2 \zeta_2 - \zeta_3 &= [(-c_0 + 2c_1 - c_2) q_1 + (-c_1 + 2c_0 - c_1) q_2 + \\ &+ (-c_2 + 2c_1 - c_0) q_3 + \dots] \frac{a}{E'} \\ -\zeta_2 + 2 \zeta_3 - \zeta_4 &= [(-c_1 + 2c_2 - c_3) q_1 + (-c_0 + 2c_1 - c_2) q_2 + \\ &+ (-c_1 + 2c_0 - c_1) q_3 + \dots] \frac{a}{E'} \text{ usw.} \end{aligned}$$

oder

$$(8) \begin{cases} -\zeta_1 + 2 \zeta_2 - \zeta_3 = [-C_1 q_1 + C_0 q_2 - C_1 q_3 - C_2 q_4 - C_3 q_5 - \dots] \frac{a}{E'} \\ -\zeta_2 + 2 \zeta_3 - \zeta_4 = [-C_2 q_1 - C_1 q_2 + C_0 q_3 - C_1 q_4 - C_2 q_5 - \dots] \frac{a}{E'} \\ -\zeta_3 + 2 \zeta_4 - \zeta_5 = [-C_3 q_1 - C_2 q_2 - C_1 q_3 + C_0 q_4 - C_1 q_5 - \dots] \frac{a}{E'} \\ \dots \text{usw.} \end{cases}$$

mit

$$(8a) \quad \begin{cases} C_0 = 2(c_0 - c_1); \quad C_1 = c_0 - 2c_1 + c_2; \\ C_2 = c_1 - 2c_2 + c_3; \quad C_n = c_{n-1} - 2c_n + c_{n+1}. \end{cases}$$

Die Einsetzung der Gl. (7) und (8) in die Gl. (4) liefert schließlich:

$$\begin{aligned} [-C_1 q_1 + C_0 q_2 - C_1 q_3 - C_2 q_4 - C_3 q_5 - \dots] \frac{a}{E'} = \\ = \frac{a^4 b}{E J} \left[\frac{M_1}{a^2 b} + (q_1 - p_1) + \frac{1}{6} (q_2 - p_2) \right] [-C_2 q_1 - C_1 q_2 + \\ + C_0 q_3 - C_1 q_4 - C_2 q_5 - \dots] \frac{a}{E'} = \frac{a^4 b}{E J} \left[\frac{M_1}{a^2 b} + 2(q_1 - p_1) + \right. \\ \left. + (q_2 - p_2) + \frac{1}{6} (q_3 - p_3) \right] \text{ usw.} \end{aligned}$$

der mit

$$(9a) \quad \alpha = \frac{a^3 b}{J} \cdot \frac{E'}{E} \quad \text{und} \quad m_1 = \frac{M_1}{a^2 b} :$$

$$(9) \begin{cases} -(C_1 + \alpha) q_1 + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6} \right) q_2 - C_1 q_3 - C_2 q_4 - C_3 q_5 - \dots = \\ = -\alpha \left(p_1 + \frac{p_2}{6} - m_1 \right) - (C_2 + 2\alpha) q_1 - (C_1 + \alpha) q_2 + \\ + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6} \right) q_3 - C_1 q_4 - C_2 q_5 - \dots = -\alpha (2 p_1 + p_2 + \\ + \frac{p_3}{6} - m_1) - (C_3 + 3\alpha) q_1 - (C_2 + 2\alpha) q_2 - (C_1 + \alpha) q_3 + \\ + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6} q_4 - C_1 q_5 - \dots = -\alpha (3 p_1 + 2 p_2 + p_3 + \right. \\ \left. + \frac{p_4}{6} - m_1) - (C_4 + 4\alpha) q_1 - (C_3 + 3\alpha) q_2 - (C_2 + \right. \\ \left. + 2\alpha) q_3 - (C_1 + \alpha) q_4 + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6} \right) q_5 - C_1 q_6 - C_2 q_7 - \dots = \\ = -\alpha (4 p_1 + 3 p_2 + 2 p_3 + p_4 + \frac{p_5}{6} - m_1) \text{ usw.} \end{cases}$$

Diese Gleichungen werden zweckmäßig von beiden Enden bis zur Mitte fortschreitend angeschrieben. Man hat also z. B. auch:

$$-(C_1 + \alpha) q_n + \left(C_0 - \frac{\alpha}{6}\right) q_{n-1} - C_1 q_{n-2} - C_2 q_{n-3} - \dots - C_{n-2} \cdot q_1 = -\alpha \left(p_n + \frac{p_{n-1}}{6} - m_n\right) \text{ usw.}$$

Die Gl. (9) ergeben zusammen mit den Gl. (6) n-Gleichungen, für die unbekanntene Sohlrücke q_1 bis q_n .

Die bisherigen Formeln gelten für gleichbleibendes Trägheitsmoment. Für feldweise verschiedenes Trägheitsmoment nach Abb. 7a sind die Gl. (4) zu ersetzen durch:

$$(4a) \begin{cases} \frac{J_2}{J_1} \cdot M_{r-1} + 2 \left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) M_r + \\ + M_{r+1} = (-\zeta_{r-1} + 2\zeta_r - \\ - \zeta_{r+1}) \frac{6EJ_2}{a^2}. \end{cases}$$

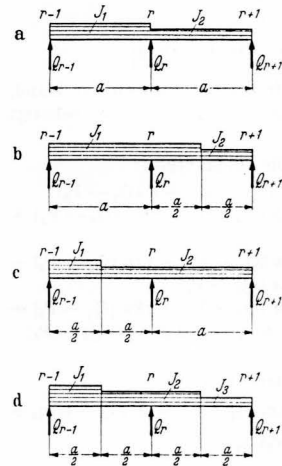


Abb. 7.

$$(4b) \begin{cases} \frac{J_2}{J_1} \cdot M_{r-1} + \frac{1}{4} \left(15 \frac{J_2}{J_1} + 1\right) M_r + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) M_{r+1} = (-\zeta_{r-1} + \\ + 2\zeta_r - \zeta_{r+1}) \frac{6EJ_2}{a^2} \end{cases}$$

für Abb. 7 c:

$$(4c) \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) M_{r-1} + \frac{1}{4} \left(15 + \frac{J_2}{J_1}\right) M_r + M_{r+1} = (-\zeta_{r-1} + \\ + 2\zeta_r - \zeta_{r+1}) \frac{6EJ_2}{a^2} \end{cases}$$

für Abb. 7 d:

$$(4d) \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{J_2}{J_1}\right) M_{r-1} + \frac{1}{4} \left(\frac{J_2}{J_1} + 14 + \frac{J_2}{J_3}\right) M_r + \\ + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{J_2}{J_3}\right) M_{r+1} = (-\zeta_{r-1} + 2\zeta_r - \zeta_{r+1}) \frac{6EJ_2}{a^2} \end{cases}$$

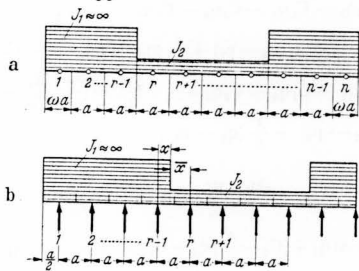


Abb. 8.

Für eine durchgehende Schleusensole besitzt beispielsweise nur der mittlere Teil gleichmäßige Biegesteifigkeit; die Seitenmauern sind als vollständig starr anzusehen ($J = \infty$). Teilt man die Einzelflächen nach Abb. 8a ein, so erhält man für die Punkte $r-1$ und r mit Hilfe der Formeln (4b) und (4c) folgende Momentengleichungen:

$$(4e) \begin{cases} \frac{1}{4} M_{r-1} + \frac{1}{2} M_r = (-\zeta_{r-2} + 2\zeta_{r-1} - \zeta_r) \frac{6EJ}{a^2} \\ \frac{1}{2} M_{r-1} + \frac{15}{4} M_r + M_{r+1} = (-\zeta_{r-1} + 2\zeta_r - \zeta_{r+1}) \frac{6EJ}{a^2}. \end{cases}$$

Für Punkte links von $r-1$ gelten an Stelle der Gl. (4) die einfachen Bedingungen:

$$(4f) \left\{ \zeta_{r-1} - \zeta_{r-2} = \zeta_{r-2} - \zeta_{r-3} = \zeta_{r-3} - \zeta_{r-4} = \dots = \frac{2(\zeta_2 - \zeta_1)}{1 + \omega} \right.$$

Für $\omega \neq 1$ gelten für den Punkt r andere Beiwerte c als für die übrigen Punkte; damit verändern sich dann auch die Gl. (3), (5), (6) und (8), wodurch die Ausrechnung verwickelter wird. In solchem Falle kann es vorteilhafter sein, eine Einteilung der Sohlfläche nach Abb. 8b vorzunehmen. An Stelle der Gl. (4e) hat man dann:

$$(4g) \begin{cases} 2 \frac{\bar{x}^3}{a^3} \cdot M_{r-1} + \frac{\bar{x}^2}{a^2} \left(3 - 2 \frac{\bar{x}}{a}\right) \cdot M_r \\ = (-\zeta_{r-2} + 2\zeta_{r-1} - \zeta_r) \frac{6EJ}{a^2} \\ \frac{\bar{x}^2}{a^2} \left(3 - 2 \frac{\bar{x}}{a}\right) \cdot M_{r-1} + 2 \left(2 - \frac{\bar{x}^3}{a^3}\right) \cdot M_r + M_{r+1} \\ = (-\zeta_{r-1} + 2\zeta_r - \zeta_{r+1}) \frac{6EJ}{a^2}. \end{cases}$$

Zahlenbeispiele.

Der einfacheren Rechnung halber sei eine Sohlfläche von 10 Quadraten ($a = b, l = 10a$) untersucht. Das Trägheitsmoment sei unveränderlich. Die Senkungslinie nach Abb. 6c für eine quadratische Lastfläche kann nach den Formeln von Schleicher [Baug. 7 (1926) S. 934] wie folgt berechnet werden: für den Mittelpunkt der Lastfläche gilt

$$\zeta_{x=0} = \frac{4}{\pi} \ln(\sqrt{2} + 1) \cdot \frac{qb}{E'} = 1,122 \cdot \frac{qb}{E'}, \text{ d. h. } c_0 = 1,122.$$

Die Mitte der Seite b eines gleichmäßig belasteten Rechtecks $a \cdot b$ hat nach Schleicher die Senkung (mit unseren Bezeichnungen):

$$\zeta_{x=\frac{a}{2}} = \frac{1}{\pi} \left[b \ln \frac{b}{|4a^2 + b^2 - 2a|} + a \ln \frac{|4a^2 + b^2 + b|}{|4a^2 + b^2 - b|} \right] \cdot \frac{q}{E'}$$

Die Senkung im Abstände x vom Mittelpunkt einer belasteten Rechteckfläche $a \cdot b$ findet man als den Unterschied der Einsenkungen zweier Rechteckflächen der Breite b und der Längen x_2 und x_1 (Abb. 9). Man erhält:

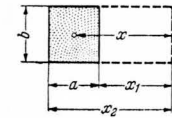


Abb. 9.

$$\zeta_x = \frac{1}{\pi} \left[\frac{b}{a} \ln \frac{|4x_1^2 + b^2 - 2x_1|}{|4x_2^2 + b^2 - 2x_2|} + \frac{x_2}{a} \ln \frac{|4x_2^2 + b^2 + b|}{|4x_2^2 + b^2 - b|} - \frac{x_1}{a} \ln \frac{|4x_1^2 + b^2 + b|}{|4x_1^2 + b^2 - b|} \right] \cdot \frac{qa}{E'}$$

z. B. für $x = a$ für $a = b$:

$$\zeta_{x=a} = \frac{1}{\pi} \left[\ln \frac{|4 \cdot 0,5^2 + 1 - 2 \cdot 0,5|}{|4 \cdot 1,5^2 + 1 - 2 \cdot 1,5|} + 1,5 \ln \frac{|4 \cdot 1,5^2 + 1 + 1|}{|4 \cdot 1,5^2 + 1 - 1|} - 0,5 \ln \frac{|4 \cdot 0,5^2 + 1 + 1|}{|4 \cdot 0,5^2 + 1 - 1|} \right] \cdot \frac{qa}{E'}$$

$$\zeta_{x=a} = 0,330 \cdot \frac{q \cdot a}{E'}, \text{ also } c_1 = 0,330.$$

Ebenso findet man die übrigen c -Werte. Für größere Entfernung x von der Mitte der Lastfläche kann man $Q = q \cdot ab$ als Einzellast ansehen und hat dann einfacher nach Boussinesq:

$$\zeta = \frac{P}{\pi x E'} = \frac{pab}{\pi x E'} = \frac{b}{\pi x} \cdot \frac{pa}{E'}, \text{ also } c = \frac{b}{\pi x}.$$

Man findet folgende Zahlen:

$x = 0$	a	$2a$	$3a$	$4a$	$5a$	$6a$	$7a$	$8a$	$9a$
$c = 1,122$	$0,330$	$0,161$	$0,107$	$0,080$	$0,064$	$0,053$	$0,046$	$0,040$	$0,035$
$C = 1,584$	$0,623$	$0,115$	$0,027$	$0,011$	$0,005$	$0,004$	$0,001$	$0,001$	$0,001$

Beispiel 1. Gleichmäßig verteilte Belastung.

Die Steifigkeit des Grundträgers sei nach Gl. (9a) gegeben durch:

$$\begin{aligned} a) \alpha = 1,0. \text{ Hierfür liefern die Gl. (9) mit den obigen Werten für C und mit } m_1 = 0: \\ -1,623 q_1 + 1,417 q_2 - 0,623 q_3 - 0,115 q_4 - 0,027 q_5 - 0,011 q_6 \\ - 0,005 q_7 - 0,004 q_8 - 0,001 q_9 - 0,001 q_{10} = \\ = -1,0 \cdot \frac{7}{6} p = -1,167 p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - 2,115 q_1 - 1,623 q_2 + 1,417 q_3 - 0,623 q_4 - 0,115 q_5 - 0,027 q_6 \\
 & \quad - 0,011 q_7 - 0,005 q_8 - 0,004 q_9 - 0,001 q_{10} = \\
 & \quad = - 1,0 \cdot \frac{19}{6} p = - 3,167 p \\
 & - 3,027 q_1 - 2,115 q_2 - 1,623 q_3 + 1,417 q_4 - 0,623 q_5 - 0,115 q_6 \\
 & \quad - 0,027 q_7 - 0,011 q_8 - 0,005 q_9 - 0,004 q_{10} = \\
 & \quad = - 1,0 \cdot \frac{37}{6} p = - 6,167 p \\
 & - 4,011 q_1 - 3,027 q_2 - 2,115 q_3 - 1,623 q_4 + 1,417 q_5 - 0,623 q_6 \\
 & \quad - 0,115 q_7 - 0,027 q_8 - 0,011 q_9 - 0,005 q_{10} = \\
 & \quad = - 1,0 \cdot \frac{61}{6} p = - 10,167 p
 \end{aligned}$$

oder mit $q_1 = q_{10}$, $q_2 = q_9$, $q_3 = q_8$ usw. wegen der Symmetrie und nach Einsetzen des Wertes für q_1 :

$$\begin{aligned}
 & - q_1 = q_2 + q_3 + q_4 + q_5 - 5 p: \\
 & 3,040 q_2 + 0,997 q_3 + 1,504 q_4 + 1,586 q_5 = 6,953 p \\
 & 0,489 q_2 + 3,528 q_3 + 1,482 q_4 + 1,974 q_5 = 7,413 p \\
 & 0,911 q_2 + 1,397 q_3 + 4,421 q_4 + 2,293 q_5 = 8,988 p \\
 & 0,978 q_2 + 1,874 q_3 + 2,278 q_4 + 4,810 q_5 = 9,913 p.
 \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen geschieht am einfachsten durch Probieren oder schrittweise Näherung. Man findet:

$$\begin{aligned}
 q_2 &= 0,940 p; \quad q_3 = 0,983 p; \quad q_4 = 1,004 p; \quad q_5 = 1,011 p \\
 &\text{und } q_1 = 1,062 p.
 \end{aligned}$$

Diese Werte sind in Abb. 10 gestrichelt aufgetragen und durch eine stetig verlaufende (gestrichelte) Kurve nach Gutdünken so aus-

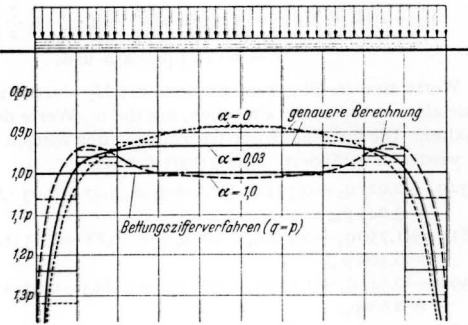


Abb. 10.

geglichen, daß die einzelnen Spannungsflächen jeweils den gleichen Inhalt behalten. Die erhaltene Form der Sohlgedrucktlinie entspricht völlig der von Wiegardt und Borowicka gefundenen. Dieses Ergebnis ist um so bemerkenswerter, als es für eine verhältnismäßig grobe Unterteilung der Sohlfläche ($n = 10$, gegenüber $n = 16$ bei Habel) erhalten wurde. Die Brauchbarkeit des angegebenen Verfahrens dürfte damit wohl erwiesen sein.

b) $\alpha = 0,03$. In derselben Weise wie vorstehend gelangt man zu den Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 & + 2,232 q_2 + 0,027 q_3 \\
 & \quad + 0,534 q_4 + 0,616 q_5 = \left(3,27 - 0,03 \cdot \frac{7}{6} \right) p = 3,235 p \\
 & - 0,481 q_2 + 1,750 q_3 \\
 & \quad - 0,458 q_4 + 0,034 q_5 = \left(0,88 - 0,03 \cdot \frac{19}{6} \right) p = 0,785 p \\
 & - 0,059 q_2 - 0,543 q_3 \\
 & \quad + 1,673 q_4 - 0,617 q_5 = \left(0,605 - 0,03 \cdot \frac{37}{6} \right) p = 0,420 p \\
 & + 0,008 q_2 - 0,066 q_3 \\
 & \quad - 0,632 q_4 + 1,092 q_5 = \left(0,680 - 0,03 \cdot \frac{61}{6} \right) p = 0,375 p
 \end{aligned}$$

deren Auflösung liefert:

$$\begin{aligned}
 q_2 &= 0,958 p; \quad q_3 = 0,937 p; \quad q_4 = 0,933 p; \quad q_5 = 0,933 p; \\
 &\quad q_1 = 1,239 p.
 \end{aligned}$$

Das Ergebnis ist in Abb. 10 voll ausgezogen.

c) $\alpha = 0$ (vollständig starrer Grundkörper). Für diesen Sonderfall muß die Einsenkung ζ überall gleich groß sein. Mit der

Abkürzung

$$\zeta \cdot \frac{E'}{a} = \bar{C}$$

erhält man unmittelbar aus den Gl. (3):

$$\begin{aligned}
 1,157 q_1 + 0,370 q_2 + 0,207 q_3 + 0,160 q_4 + 0,144 q_5 &= \bar{C} \\
 0,370 q_1 + 1,168 q_2 + 0,383 q_3 + 0,225 q_4 + 0,187 q_5 &= \bar{C} \\
 0,207 q_1 + 0,383 q_2 + 1,186 q_3 + 0,410 q_4 + 0,268 q_5 &= \bar{C} \\
 0,160 q_1 + 0,225 q_2 + 0,410 q_3 + 1,229 q_4 + 0,491 q_5 &= \bar{C} \\
 0,144 q_1 + 0,187 q_2 + 0,268 q_3 + 0,491 q_4 + 1,452 q_5 &= \bar{C}
 \end{aligned}$$

und als Auflösung dieser Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= 0,561 \bar{C}; \quad q_2 = 0,415 \bar{C}; \quad q_3 = 0,393 \bar{C}; \quad q_4 = 0,382 \bar{C}; \\
 &\quad q_5 = 0,377 \bar{C}.
 \end{aligned}$$

Damit ist $\frac{1}{2} \Sigma q = 2,128 \bar{C} = 5 p$ oder $p = 0,4256 \bar{C}$

und nach Einsetzung dieses Wertes:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= 1,318 p; \quad q_2 = 0,975 p; \quad q_3 = 0,923 p; \quad q_4 = 0,898 p; \\
 &\quad q_5 = 0,886 p.
 \end{aligned}$$

Abb. 10 zeigt das Ergebnis als punktierte Linie.

Nach dem Bettungsziffer-Verfahren würde man unabhängig von der Biegesteifigkeit des Grundträgers immer nur eine gleichmäßige Sohlgedrucktverteilung erhalten (strichpunktierte Linie in Abb. 10). Da sich hierfür das Biegemoment zu Null ergibt, gelingt es also mit Hilfe des Bettungsziffer-Verfahrens nicht, einen Anhalt für die Beanspruchung oder Bemessung des Grundträgers zu bekommen.

Beispiel 2. Einzellast P in Trägermitte, $\alpha = 0,03$.

Wie man am Aufbau der Gl. (9) sofort erkennt, bleiben die Festwerte der rechten Seite unverändert. Mit p_m als mittlerer Sohlspannung gilt:

$$P = 10 p_m \cdot ab \text{ oder } p_m = \frac{P}{10 ab}.$$

Da wieder gilt: $- q_1 = q_2 + q_3 + q_4 + q_5 - 5 p_m$, so können auch die Festwerte der rechten Seite der unter Beispiel 1b erhaltenen Gleichungen teilweise übernommen werden. Man hat damit:

$$\begin{aligned}
 2,232 q_2 + 0,027 q_3 + 0,534 q_4 + 0,616 q_5 &= 3,27 p_m \\
 - 0,481 q_2 + 1,750 q_3 - 0,458 q_4 + 0,034 q_5 &= 0,88 p_m \\
 - 0,059 q_2 - 0,543 q_3 + 1,673 q_4 - 0,617 q_5 &= 0,605 p_m \\
 0,008 q_2 - 0,066 q_3 - 0,623 q_4 + 1,092 q_5 &= 0,68 p_m
 \end{aligned}$$

und als Auflösung:

$$\begin{aligned}
 q_2 &= 0,78 p_m; \quad q_3 = 1,00 p_m; \quad q_4 = 1,22 p_m; \quad q_5 = 1,38 p_m; \\
 &\quad q_1 = 0,62 p_m.
 \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis — in Abb. 11 als gestrichelte Treppenlinie und voll ausgezogene Kurve dargestellt — soll jetzt mit dem Ergebnis nach dem Bettungsziffer-Verfahren verglichen werden. Die Bettungszahl C kann aus der mittleren Senkung ζ_m eines gleichmäßig belasteten Streifens von der Länge $l = 10 b$ wie folgt erhalten werden: nach Schleicher gilt:

$$\begin{aligned}
 \zeta_m &= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{b} \ln \frac{|l^2 + b^2 + b|}{|l^2 + b^2 - b|} \right. \\
 &\quad \left. + \ln \frac{|l^2 + b^2 + 1}{|l^2 + b^2 - 1|} \frac{2 \sqrt{(l^2 + b^2)^2 - (l^3 + b^3)}}{3 l b^2} \right] \frac{p b}{E'}
 \end{aligned}$$

in Zahlen:

$$\begin{aligned}
 \zeta_m &= \frac{1}{\pi} \left[10 \ln \frac{|101 + 1|}{|101 - 1|} \right. \\
 &\quad \left. + \ln \frac{|101 + 10}{|101 - 10|} \frac{2 \sqrt{1001^2 - 1001}}{3 \cdot 10} \right] \frac{p b}{E'} = 2,2465 \frac{p b}{E'}.
 \end{aligned}$$

Mit $\zeta_m = C \cdot p$ (nach Gl. (1) ist also $C = \frac{p}{\zeta_m} = \frac{E'}{2,2465 b}$).

Beachtet man noch den aus Gl. (9a) folgenden Zusammenhang:

$$\frac{EJ}{b \cdot E'} = \frac{a^3}{\alpha},$$

so erhält man für die charakteristische Länge L der Bettungsziffer-Theorie:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 EJ}{b \cdot C}} = \sqrt[4]{\frac{4 EJ}{b} \cdot \frac{2,2465 b}{E'}} = \sqrt[4]{\frac{4 a^3}{\alpha} \cdot 2,2465 b} = a \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2,2465}{\alpha} \left(\frac{b}{a}\right)}$$

und für $a = b$ und $\alpha = 0,03$:

$$L = 4,16 a \quad \text{oder}$$

$$\lambda = l : L = 10 a : 4,16 a = 2,404.$$

Wie man sieht, entspricht jeder α -Wert nach Gl. (9a) unter festliegenden Verhältnissen einem bestimmten λ -Wert der Bettungsziffer-Theorie, was ja auch von vornherein erwartet werden muß.

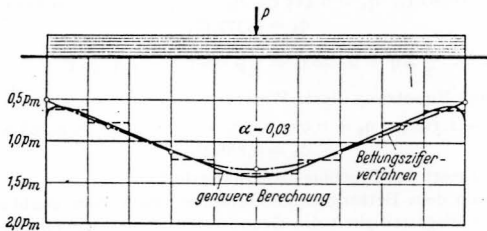


Abb. 11.

Nach K. Hayashi: Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage, S. 43—45, Berlin 1921, gilt für eine Einzellast in Trägermitte: für die Mitte: $q_M = \frac{1}{2} (1 + a) \frac{P}{bL}$, für das Ende: $q_0 = 2 c \frac{P}{bL}$ und für beliebiges $\xi = \frac{x}{L}$ (von der Mitte aus gezählt):

$$q = \frac{1}{2} \left[\cos \xi [(1 + a) \text{Co} \xi - \text{Si} \xi] + \sin \xi [\text{Co} \xi - (1 - b) \text{Si} \xi] \right] \frac{P}{bL}$$

$$\text{mit } a = \frac{2 + \cos \lambda - \sin \lambda + e^{-\lambda}}{\text{Si} \lambda + \sin \lambda}; \quad b = \frac{\cos \lambda + \sin \lambda - e^{-\lambda}}{\text{Si} \lambda + \sin \lambda};$$

$$c = \frac{\text{Co} \frac{\lambda}{2} \cdot \cos \frac{\lambda}{2}}{\text{Si} \lambda + \sin \lambda}.$$

$$\text{Für } P = 10 p_m \cdot ab \text{ und } L = \frac{1}{\lambda} = \frac{10 a}{\lambda} \text{ ist}$$

$$\frac{P}{bL} = \frac{10 p_m \cdot ab \cdot \lambda}{b \cdot 10 a} = \lambda \cdot p_m.$$

Für $\lambda = 2,404$ erhält man damit:

$$a = \frac{2 - 0,7401 - 0,6725 + 0,0904}{5,489 + 0,672} = 0,110;$$

$$b = \frac{-0,7401 + 0,6725 - 0,0904}{6,161} = -0,0245;$$

$$c = \frac{1,8137 \cdot 0,3605}{6,161} = 0,1061;$$

$$q_M = \frac{1}{2} \cdot 1,110 \cdot 2,404 p_m = 1,335 p_m;$$

$$q_0 = 2 \cdot 0,1061 \cdot 2,404 p_m = 0,510 p_m;$$

$$\text{für } \xi = \frac{2 a}{4,16 a} = 0,481:$$

$$q = \frac{1}{2} [0,8865 (1,110 \cdot 1,1179 - 0,4998) + 0,4627 (1,1179 - 1,0245 \cdot 0,4998)] \cdot 2,404 p_m = 1,125 p_m;$$

$$\text{für } \xi = \frac{3,5 a}{4,16 a} = 0,841:$$

$$q_2 = \frac{1}{2} [0,6667 (1,110 \cdot 1,3750 - 0,9437) + 0,7453 (1,3750 - 1,0245 \cdot 0,9437)] \cdot 2,404 p_m = 0,833 p_m.$$

Größtes Moment nach Hayashi:

$$M_{\max} = \frac{1}{4} (1 - b) \cdot PL = \frac{1}{4} (1 - b) \cdot p_m l b \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{1 - b}{4 \lambda} \cdot p_m l^2 b = \frac{1,0245}{9,616} p_m l^2 b = 0,1065 p_m l^2 b.$$

Nach der genaueren Berechnung erhält man (mit $l = 10 a$):

$$M_{\max} = (0,62 \cdot 4,5 + 0,78 \cdot 3,5 + 1,0 \cdot 2,5 + 1,22 \cdot 1,5 + 1,38 \cdot 0,5) p_m \cdot ab \cdot a = 0,1054 p_m l^2 b.$$

Es ist $0,1065 \approx 1,01 \cdot 0,1054$; das Moment ist nach dem B-Verfahren also um 1% zu groß erhalten. $M_{\max} = 0,1054 p_m$ findet man für $\lambda \approx 2,45$. Die Bettungszahl C müßte danach um das $\left(\frac{2,45}{2,404}\right)^4$ -fache, d. i. das 1,079-fache größer angenommen werden (Einsetzen von 92,7% der berechneten mittleren Setzung).

Die nach dem B-Verfahren erhaltene Sohlendruck-Verteilung ist in Abb. 11 strichpunktiert eingetragen. Es ergibt sich in diesem Fall eine gute Übereinstimmung mit der genaueren Berechnung. Der Vergleich der Ergebnisse kann jedoch in anderen Fällen wesentlich ungünstiger ausfallen, wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 3. Einzellasten P an den Trägerenden, $\alpha = 0,03$.

In den Momentengleichungen (5) ist eine beliebig angreifende Einzelkraft nicht berücksichtigt worden; man erkennt jedoch unschwer an Abb. 6e, daß die Momente aus der am Rande angreifenden Kraft P durch ein veränderliches M_1 berücksichtigt werden können, indem man setzt:

$$\text{für Punkt 1: } M_1 = -P \cdot \frac{a}{2}; \quad \text{für Punkt 2: } M_1 = -P \cdot \frac{3}{2} a \text{ usw.}$$

Mit $P = 5 p_m \cdot ab$ erhält man damit für den Einfluß der Momente aus P in den Gl. (7):

$$M_1 + 4 M_2 + M_3 = -5 p_m \cdot ab \left(\frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \right) a = -6 \cdot 7,5 p_m \cdot a^2 b$$

$$M_2 + 4 M_3 + M_4 = -5 p_m \cdot ab \left(\frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{5}{2} + \frac{7}{2} \right) a = -6 \cdot 12,5 p_m \cdot a^2 b \text{ usw.}$$

Diese Werte sind in Gl. (7) an Stelle von $6 M_1$ einzusetzen; man muß sie also noch durch $6 a^2 b$ teilen, um die m_1 -Werte der Gl. (9) zu erhalten. Die linke Seite der Gleichungen des vorigen Beispiels bleibt wieder unverändert. Man erhält damit:

$$2,232 q_2 + 0,027 q_3 + 0,534 q_4 + 0,616 q_5 = (3,27 - 0,03 \cdot 7,5) p_m = 3,045 p_m$$

$$-0,481 q_2 + 1,750 q_3 - 0,458 q_4 + 0,034 q_5 = (0,88 - 0,03 \cdot 12,5) p_m = 0,505 p_m$$

$$-0,059 q_2 - 0,543 q_3 + 1,673 q_4 - 0,617 q_5 = (0,605 - 0,03 \cdot 17,5) p_m = 0,08 p_m$$

$$0,008 q_2 - 0,066 q_3 - 0,632 q_4 + 1,092 q_5 = (0,68 - 0,03 \cdot 22,5) p_m = 0,005 p_m$$

und als Lösungen:

$$q_2 = 1,17 p_m; \quad q_3 = 0,72 p_m; \quad q_4 = 0,43 p_m; \quad q_5 = 0,29 p_m$$

$$q_1 = 2,39 p_m.$$

Größtes Moment:

$$M_{\max} = (-5,0 \cdot 5,0 + 2,39 \cdot 4,5 + 1,17 \cdot 3,5 + 0,72 \cdot 2,5 + 0,43 \cdot 1,5 + 0,29 \cdot 0,5) p_m \cdot ab \cdot a = -0,0757 p_m l^2 b.$$

Vergleich mit dem Bettungsziffer-Verfahren:

Nach Hayashi, S. 129, ist, wenn $\xi = x : L$ vom Ende aus gezählt wird:

$$q = 2 \frac{\text{Co} \xi (\lambda - \xi) \cos \xi + \cos (\lambda - \xi) \text{Co} \xi}{\text{Si} \lambda + \sin \lambda} \frac{P}{bL};$$

$$q_M = 4 \frac{\text{Co} \frac{\lambda}{2} \cdot \cos \frac{\lambda}{2}}{\text{Si} \lambda + \sin \lambda} \frac{P}{bL}; \quad q_0 = 2 \frac{\text{Co} \lambda + \cos \lambda}{\text{Si} \lambda + \sin \lambda} \frac{P}{bL}.$$

Mit $\frac{P}{bL} = \frac{1}{2} \lambda p_m$ ist zahlenmäßig (vgl. Beispiel 2):

$$q_M = 4 \frac{1,8137 \cdot 0,3605}{6,161} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,404 p_m = 0,510 p_m;$$

$$q_0 = 2 \frac{5,579 - 0,7401}{6,161} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,404 p_m = 1,888 p_m;$$

$$q_1 = 0,721 = 2 \frac{2,784 \cdot 0,7512 - 0,1120 \cdot 1,2714}{6,161} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,404 p_m = 0,761 p_m;$$

$$q_2 = 2 \cdot \frac{3,923 \cdot 0,9357 - 0,4552 \cdot 1,0657}{6,161} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,404 p_m = 1,243 p_m.$$

Für das Moment findet man allgemein:

$$M = - \frac{\text{Si} (\lambda - \xi) \sin \xi + \sin (\lambda - \xi) \text{Si} \xi}{\text{Si} \lambda + \sin \lambda} \cdot P \cdot l;$$

$$P \cdot L = \frac{P_m \cdot l b}{2 \lambda} = \frac{P_m \cdot l^2 b}{2 \lambda}$$

Das größte Moment erhält man für $\xi = \frac{\lambda}{2}$:

$$M_{\max} = -2 \cdot \frac{\sin \frac{\lambda}{2} \cdot \sin \frac{\lambda}{2}}{\sin \lambda + \sin \lambda} \cdot PL =$$

$$= -2 \cdot \frac{1,5131 \cdot 0,9328}{6,161} \cdot \frac{P_m l^2 b}{2 \cdot 2,404} = -0,0953 P_m \cdot l^2 b$$

Das Moment wird also nach dem B.-Verfahren um das $\frac{0,0953}{0,0757} \approx 1,26$ -fache, also um 26% zu groß erhalten. Für übereinstimmende Größtmomente müßte die Bettungszahl um das $\left(\frac{2,865}{2,404}\right)^4$ -fache, d. i. um das 2,017-fache größer angenommen werden (Einsetzen von 49,6% der berechneten mittleren Setzung). — Die Verteilungslinien der Sohlspannungen sind in Abb. 12 aufgetragen.

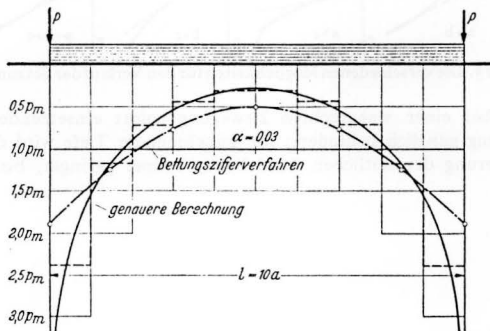


Abb. 12.

Die Abb. 10 und 12 zeigen, daß das Ergebnis nach der Bettungsziffer-Theorie in manchen Fällen erheblich von dem Ergebnis der genaueren Berechnung abweicht und zwar hinsichtlich von M_{\max} sowohl nach der günstigen als auch nach der ungünstigen Seite hin. Wie außerdem zu ersehen ist, erfordert die genauere Berechnung kaum einen größeren Aufwand an Zahlenrechnung als das B.-Verfahren.

Man könnte freilich auch das B.-Verfahren nach der Differenzenrechnung behandeln, wodurch es etwas einfacher zu handhaben wäre als die genauere Berechnung. Die abgeleiteten Gleichungen gelten auch für diesen Fall, wenn man setzt:

$$c_0 = \frac{1}{C}; \quad c_1 = c_2 = \dots \cdot c_n = 0; \quad C_0 = 2 c_0 = \frac{2}{C}; \quad C_1 = c_0 = \frac{1}{C};$$

$$C_2 = C_3 = \dots \cdot C_n = 0.$$

Ausangedeuteten Gründen sei aber nicht weiter darauf eingegangen.

Der Unterschied zwischen „Baugrund“ und „gleichmäßigem Halbraum“.

Bei den bisherigen Berechnungen ist vorerst als Untergrund der gleichmäßige Halbraum vorausgesetzt worden. Der Gültigkeitsbereich der abgeleiteten Gleichungen ist jedoch keineswegs auf diesen Halbraum beschränkt, weil über die Gestalt der Senkungseinflußlinie des Untergrundes (Abb. 6 c) keine Einschränkungen gemacht worden sind.

Wirklicher „Baugrund“ hat freilich meistens eine andere Druckverteilung als der „Halbraum“, und die Zusammendrückbarkeit des Untergrundes weicht von der des Halbraumes ab, weil die Formänderungen der Erdschichten je nach ihrer Tiefenlage verschieden sind und auch nicht immer verhältnismäßig mit der Belastung anwachsen; jedoch kommen diese Abweichungen schon zum großen Teil in der veränderten Form der Senkungseinflußlinie rechnerisch zum Ausdruck, ohne daß es in jedem Falle notwendig wird, die bisherigen Gleichungen zu ergänzen. Durch die — besonders in ihrem Verhältnis untereinander — veränderten c-Werte der Gl. (3) wird eben das wahre Verhalten des Baugrundes rechnerisch schon vielfach ausreichend erfaßt. Man erkennt jedenfalls unschwer, daß die abgeleiteten Formeln solange richtig sind, als die Einsenkungen verhältnismäßig mit der Belastung zunehmen. Dies trifft in vielen praktischen Fällen auch genügend genau zu, wie man des öfteren an Probelastungen des Baugrundes beobachten kann. Die abgeleiteten Formeln werden daher — zumindest näherungsweise — sehr oft in der Baupraxis ausreichen.

Die Gl. (3) können allerdings nicht mehr mit dem auf S. 103 angegebenen Ansatz angeschrieben werden; es muß jetzt heißen:

$$(3a) \quad \begin{cases} \zeta_1 = c_0 \cdot q_1 + c_1 \cdot q_2 + c_2 \cdot q_3 + \dots \\ \zeta_2 = c_1 \cdot q_1 + c_0 \cdot q_2 + c_1 \cdot q_3 + \dots \text{ usw.} \end{cases}$$

d. h. die Beiwerte c sind jetzt keine unbenannten Zahlen mehr, sondern sind gebunden an die gerade vorliegenden Verhältnisse des Untergrundes und der Lastflächengröße. Dadurch ändern sich jedoch nur die Konstanten der Gl. (8) und (9), indem in Gl. (8) die Faktoren $\frac{a}{E}$ fortfallen und in Gl. (9) der Wert α durch $\bar{\alpha} = \frac{a^4 b}{E J}$ zu ersetzen ist¹⁵.

(Fortsetzung folgt)

¹⁵ Nur wenn für die Tiefenabhängigkeit der Zusammendrückungszahl $Z = c \cdot z^w$ (z = Tiefe) gilt, kann angesetzt werden: $\zeta = (\Sigma c q) \cdot a^2 - w$ mit c als unbenannten Zahlen.

DIE BERECHNUNG DER SOHLDRUCKVERTEILUNG UNTER GRÜNDUNGSKÖRPERN.

Von Joh. Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

(Fortsetzung von S. 99 und Schluß.)

DK 624.131.522.3

In einigen Fällen sind allerdings die Abweichungen der Formänderungen des Untergrundes vom Gesetz der Verhältnigleichheit zwischen Spannungen und Formänderungen so groß, daß genauere Berechnungen notwendig werden können. Wie bereits eingangs bemerkt, kommen für die Abweichungen von geradlinigem Verlauf der Senkungslinie folgende drei Ursachen in Betracht:

- a) die Abnahme der Zusammendrückbarkeit der Erdstoffe mit wachsendem Druck;
- b) die Vorbelastung der Erdschichten und
- c) die Überschreitung der Grenztragfähigkeit des Untergrundes am Rande der belastenden Fläche.

Während die erste Ursache bei wachsender Belastung eine abnehmende Neigung der Setzungslinie zur Folge hat (Abb. 13a), ist es bei den anderen beiden Ursachen umgekehrt (Abb. 13b u. c).

Zusammendrückungsversuche mit behinderter und unbehinderter seitlicher Ausdehnung zeigen, daß eine Verringerung der Zusammendrückbarkeit (Vergrößerung der Verdichtungszahl V und der Zusammendrückungszahl Z) mit wachsendem Druck

(Abb. 13a) nur eintritt, wenn die seitliche Ausdehnung der einzelnen Erdteilchen ganz oder teilweise behindert wird. Unmittelbar unter der Sohlfläche ist die seitliche Ausdehnung der Erdteilchen durch

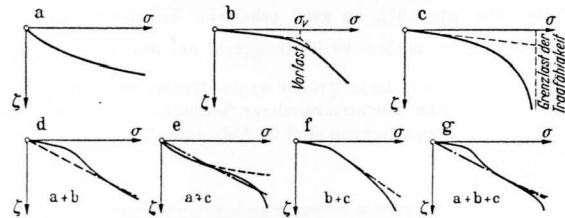


Abb. 13. Die verschiedenen Möglichkeiten für den Verlauf der Setzungslinie.

die bei einer waagrechten Bewegung sofort einsetzende Sohlreibung gänzlich behindert; mit zunehmender Tiefe wird die Behinderung der seitlichen Ausdehnung immer geringer, bis sie in

einer Tiefe gleich der Lastflächenbreite praktisch ganz aufhört. Die Behinderung der seitlichen Ausdehnung, die mit zunehmendem Druck eine Verringerung der Zusammendrückbarkeit zur Folge hat (Abb. 13a), ist also nur in der Nähe der Lastfläche vorhanden.

Man hört mitunter den Einwand, die seitliche Ausdehnung eines Erdteilchens in größerer Tiefe sei doch durch die angrenzenden Erdteilchen ebenfalls behindert. Dieser Einwand ist jedoch nicht richtig, weil sich die Nachbarteilchen nicht nur lotrecht setzen, sondern — infolge der strahlenförmigen Druckausstrahlung von der Lastfläche her — sich auch waagrecht etwas verschieben (vgl. Abb. 14), wodurch dann die ungehinderte seitliche Ausdehnung ermöglicht wird. — Eine Behinderung der Seitendehnung ist bekanntlich immer mit einer Erhöhung der waagrechten Spannungen σ_x verbunden, denn diese zusätzlichen waagrechten Spannungen bewirken ja gerade erst das Ausbleiben der seitlichen Ausdehnung. Wie nun die Druckverteilungsformeln zeigen¹⁶, nehmen die durch eine Belastung verursachten zusätzlichen Spannungen σ_x mit wachsender Tiefe unter der Lastfläche schnell ab, woraus ebenfalls folgt, daß eine Behinderung der seitlichen Ausdehnung nur in der Nähe der Lastfläche vorhanden ist.

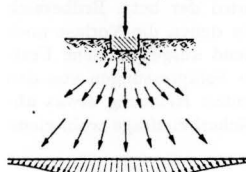


Abb. 14.

Ähnlich ist es mit dem Überschreiten der Vorbelastung. Als Vorbelastung bezeichnet man den Höchstwert der Belastung, die eine Erdschicht seit ihrer Entstehung irgendwann einmal hinreichend lange zu tragen hatte (Belastung durch Gletschereis oder durch Erdschichten, die später wieder fortbewegt wurden, oder durch Kapillarkräfte infolge Austrocknung). Solange die Erdspannungen unterhalb der Vorlast bleiben, treten nur geringe federnde (elastische) Setzungen auf; erst nach dem Überschreiten der Vorbelastung kommt es zu größeren Setzungen (Abb. 13b). Hat also die Setzungslinie einen (leicht ausgerundeten) Knick, so

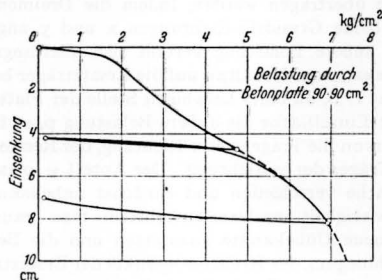


Abb. 15. Probebelastung auf schlickigem Feinsand.

ist das Überschreiten der Vorbelastung als die Ursache dieser Erscheinung anzusehen. — Wenn nun auch die zusätzlichen lotrechten Spannungen σ_z nach unten hin nicht ganz so schnell abklingen wie die waagrechten Spannungen σ_x , so werden sie mit zunehmender Tiefe doch bald so klein, daß auch eine geringe Vorbelastung nicht mehr überschritten wird. Die Abweichungen vom linearen Formänderungsgesetz sind also auch hier wieder auf die Nähe der Lastfläche beschränkt.

Bei stark belastetem Baugrund weichen die Erdschichten in der Nähe des Randes der Lastfläche bei weiterhin zunehmendem Druck immer stärker seitlich aus, weil der Erdwiderstand — vom Rande der Lastfläche her beginnend — für eine immer größere Breite überwunden wird. Es entsteht dadurch die in Abb. 13c gezeichnete Setzungskurve.

Vielfach wird man es nicht mit einem einzigen der aufgeführten Punkte zu tun haben, sondern mit einem Zusammenwirken von zwei oder drei Ursachen. So muß z. B. beim Vorliegen sowohl der ersten als auch der zweiten Ursache bei andauernd zunehmender

Belastung schließlich die Grenzlast der Tragfähigkeit erreicht werden, wodurch der Setzungsverlauf nach Abb. 13c hinzukommt (Abb. 13e u. f). Schließlich können auch alle drei Ursachen gleichzeitig vorhanden sein (Abb. 13g).

Alle aufgeführten Typen von Setzungskurven kann man gelegentlich bei Probebelastungen des Baugrundes beobachten. So zeigt z. B. Abb. 15 eine Setzungskurve nach Abb. 13g. Es handelt sich um einen jungen humosen Feinsand der Nordseeküste, der in rd. 13 m Tiefe im Senkkasten mit Hilfe einer Betonplatte 90×90 cm belastet wurde.

Die Umrechnung der bei einer Probebelastung erhaltenen Daten auf Bauwerkgröße setzt eine einwandfreie Deutung der Probebelastung nach den in Abb. 13 veranschaulichten Einflüssen voraus. Zu diesem Zweck muß versucht werden, die einzelnen Einflüsse rechnerisch zu erfassen, was nach dem heutigen Stande der Erdbau-Forschung auch schon befriedigend möglich ist. Aus dem eingangs genannten Grunde kann in diesem Aufsatz auf solche Berechnungen aber nicht ausführlich eingegangen werden; es können nur die nachstehenden Andeutungen gemacht werden.

Am einfachsten kann der Einfluß der Überschreitung der Tragfähigkeit am Rande der Lastfläche (Abb. 13c) rechnerisch

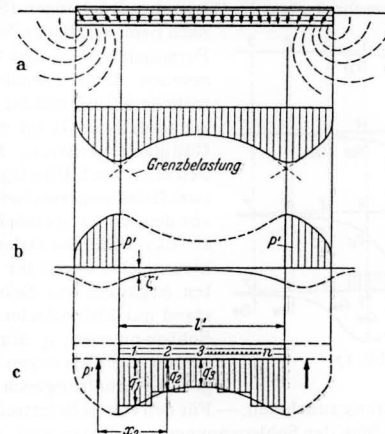


Abb. 16.

berücksichtigt werden. Wenn im Randbereich der Lastfläche der größtmögliche Widerstand des Baugrundes erreicht wird (Ausweichen der Erde auf kurvenförmigen Gleitflächen), so kann der Sohldruck in diesem Randbereich bei weiterhin zunehmender Belastung nicht mehr anwachsen. Er wirkt damit gleichsam wie eine konstante äußere Last. Schätzt man also auf Grund einer überschläglichen Berechnung die Breite der beiden Sohlstreifen, die für das Ausweichen des Untergrundes etwa in Frage kommt (Abb. 16a), und setzt die Randstreifen-Grenzlasten vorweg als äußere Kräfte ein¹⁷, so kann dann die Berechnung der Sohldrücke für den restlichen Teil der Sohlfläche nach den bisherigen Formeln durchgeführt werden. Nur müssen die durch die „Randlasten“ verursachten Einsenkungen ζ' des mittleren Teiles der Sohlfläche (Abb. 16b) berücksichtigt werden. Man rechnet also gleichsam mit einem um die Randstreifen verkürzten Grundkörper (Abb. 16c). Die früheren Gl. (3) sind damit zu ersetzen durch:

$$(3b) \begin{cases} \zeta_1 = \zeta'_1 + c_0 q_1 + c_1 q_2 + c_2 q_3 + \dots \\ \zeta_2 = \zeta'_2 + c_1 q_1 + c_0 q_2 + c_1 q_3 + \dots \text{ usw.} \end{cases}$$

Hierdurch verändern sich natürlich auch die Gl. (8) und (9). Die linke Seite der Gl. (9) bleibt unverändert, nur daß an Stelle von α wieder der Wert

$$\bar{\alpha} = \frac{a^4 b}{EJ}$$

einzusetzen ist (auch rechts); die rechte Seite der Gl. (9) dagegen

¹⁷ Die Grenzbelastung (Grenze der Tragfähigkeit) kann durch Probebelastung des Baugrundes oder — bei bekanntem Gleitwiderstand — rechnerisch mit Hilfe kurvenförmiger Gleitflächen ermittelt werden.

¹⁶ Fröhlich, O. K.: Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934 — Ohde, J.: Bauing. 20 (1939) S. 451.

ist zu ergänzen durch die Werte

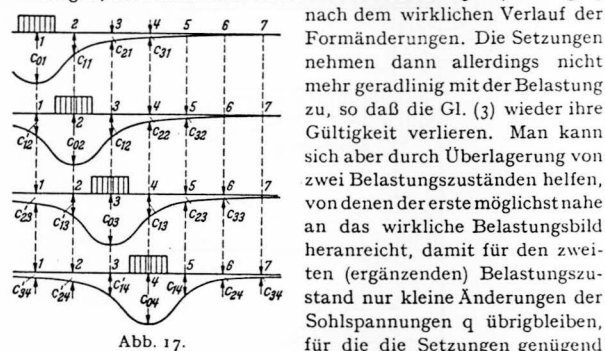
$$-\zeta''_2 \text{ für die 1. Gl., } -\zeta''_3 \text{ für die 2. Gl., } -\zeta''_4 \text{ für die 3. Gl., usw.}$$

$$\text{mit } \zeta''_n = 2\zeta'_n - \zeta'_{n-1} - \zeta'_{n+1}.$$

Für M_1 ist einzusetzen: $M_1 = P' \cdot x$, wenn P' die „Randlast“ und x die Entfernung der Randlast von dem betreffenden Punkt angibt, für den die Gleichung gilt (z. B. Punkt 2 für die 1. Gleichung).

Schwerer und vorerst wohl nur näherungsweise zu berücksichtigen ist der Einfluß der Vorlast (Abb. 13 b) und der Einfluß der Zunahme der Zusammendrückungszahl Z mit wachsendem Druck (Abb. 13 a). In grober Weise mag man sich durch gefühlsmäßiges Abändern der für mittlere Zusammendrückungswerte errechneten Sohldruckverteilungslinie helfen können, indem man diese in der Nachbarschaft der Größtwerte beim Überschreiten der Vorlast (Abb. 13 b) etwas verkleinert, beim Vorliegen einer Zusammendrückungskurve nach Abb. 13 a dagegen etwas vergrößert und den übrigen Teil der Verteilungslinie in geringem Maße so vergrößert oder verkleinert, daß die lotrechten Kräfte im Gleichgewicht bleiben.

Einwandfreier ist folgendes Vorgehen: Man ermittelt die Spannungsverteilung im Untergrund mit Hilfe des (nur noch näherungsweise gültigen) Grundsatzes einfacher Summierung der Einzelwirkungen, berechnet aber die Zusammendrückungen (Setzungen)



nach dem wirklichen Verlauf der Formänderungen. Die Setzungen nehmen dann allerdings nicht mehr geradlinig mit der Belastung zu, so daß die Gl. (3) wieder ihre Gültigkeit verlieren. Man kann sich aber durch Überlagerung von zwei Belastungszuständen helfen, von denen der erste möglichst nahe an das wirkliche Belastungsbild heranreicht, damit für den zweiten (ergänzenden) Belastungszustand nur kleine Änderungen der Sohlspannungen q übrigbleiben, für die die Setzungen genügend genau verhältnismäßig mit der weiteren Belastung zunehmen. — Für den ersten Belastungszustand wird die Verteilung der Sohlspannungen geschätzt (evtl. auf Grund einer vorläufigen Berechnung); am besten erfüllt man von vornherein die Bedingung des lotrechten Gleichgewichts. Die angenommenen Sohlspannungen seien $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n$ und die zugehörigen Einsenkungen $\bar{\zeta}_1, \bar{\zeta}_2, \dots, \bar{\zeta}_n$. Letztere werden natürlich auf Grund der genauen (nicht linearen) Zusammendrückungskurven der Erdschichten bestimmt. Ebenso werden bei der Ermittlung der restlichen Einsenkungen $\Delta\zeta$ für den zweiten Lastzustand die durch die erste Belastung veränderten Formänderungszahlen zugrunde gelegt. Die hierzu gehörenden c -Werte für die Mittelpunkte der einzelnen Sohlflächen können damit für alle Punkte verschieden ausfallen. Werden die Bezeichnungen nach Abb. 17 gewählt, so erhält man damit an Stelle der früheren Gl. (3):

$$(3c) \quad \begin{cases} \zeta_1 = \bar{\zeta}_1 + c_{01} \cdot \Delta q_1 + c'_{12} \cdot \Delta q_2 + c'_{23} \cdot \Delta q_3 + c'_{34} \cdot \Delta q_4 + \dots \\ \zeta_2 = \bar{\zeta}_2 + c_{11} \cdot \Delta q_1 + c_{02} \cdot \Delta q_2 + c_{13} \cdot \Delta q_3 + c'_{24} \cdot \Delta q_4 + \dots \\ \zeta_3 = \bar{\zeta}_3 + c_{21} \cdot \Delta q_1 + c_{12} \cdot \Delta q_2 + c_{03} \cdot \Delta q_3 + c_{24} \cdot \Delta q_4 + \dots \\ \zeta_4 = \bar{\zeta}_4 + c_{31} \cdot \Delta q_1 + \dots \text{ usw.} \end{cases}$$

Auf die daraus folgenden Veränderungen der Gl. (8) und (9) noch näher einzugehen, lohnt sich nicht, weil diese Gleichungen für jede Aufgabe neu durchgerechnet werden müssen.

Die vorstehend angedeutete Berechnungsweise ist insofern nur angenähert, als noch mit der Annahme linearer Spannungsüberlagerung gerechnet wurde. Wie eingangs schon bemerkt wurde, gilt diese Annahme nicht mehr genau, sobald die Zusammendrückungen der einzelnen Erdteilen nicht mehr geradlinig mit der Belastung zunehmen (Abb. 13 a u. b). Für eine genaue Berechnung müßte auch die Druckverteilung im Untergrund noch von den örtlich verschiedenen Formänderungen abhängig gemacht werden, wobei vom Grundsatz des Kleinstwertes der Formänderungsarbeit auszu-

gehen wäre. Voraussichtlich wird das vorstehend angedeutete Verfahren (Annahme linearer Spannungsüberlagerung) aber genügend genau sein, wenn man sich außerdem noch klar macht, nach welcher Richtung hin die genaue Berechnung von der näherungsweise Ermittlung der Sohlspannungs-Verteilung abweicht. Es ist leicht einzusehen, daß die zusätzlichen Erdspannungen an den härteren Stellen mit geringerer Nachgiebigkeit etwas größer sein werden, als sie nach den Druckverteilungsformeln berechnet werden. Denn an den weniger nachgiebigen Stellen ist ein stärkerer Widerstand gegen Verformung — also eine Art innerer Abstützung — vorhanden, und die Formänderungsarbeit ist infolgedessen für den gleichen Spannungszuwachs geringer als in weicheren Bereichen. Umgekehrt werden die Erdspannungen an den Stellen, wo die Vorbelastung der Erdteilen überschritten wird, etwas geringer sein als nach der Berechnung, denn durch das vermehrte Nachgeben nach dem Überschreiten der Vorlast wird der betr. Erdbereich nachgiebiger als die Nachbarbereiche, in denen die Vorlast noch nicht überschritten ist. — Die vorstehend ausgesprochene Feststellung, daß die rechnerisch erhaltenen Sohlpressungen von den genauen Werten in einer ganz bestimmten Richtung etwas abweichen, wird bei der Erörterung der Sicherheitsfrage wohl einen ausreichenden Anhaltspunkt ergeben.

Die räumliche Aufgabe.

Die statische Berechnung einer Platte ist bekanntlich weit schwieriger als die eines Balkens. Dasselbe gilt auch für die rechnerische Ermittlung der Sohldruckverteilung.

Die Berechnung einer biegsamen Platte wäre noch verhältnismäßig einfach, wenn man sie als Trägerrost berechnen dürfte. Dabei wird die Platte nach beiden Richtungen hin in eine Anzahl nebeneinander liegender Streifen zerlegt gedacht, die sich gegenseitig durchdringen, aber sich im übrigen bei den Formänderungen nur soweit beeinflussen, als sie in den Kreuzungspunkten die gleiche Durchbiegung haben. Unter dieser Annahme kann das mitgeteilte Verfahren für die ebene Aufgabe ohne weiteres auch auf die räumliche Aufgabe übertragen werden, indem die Dreimomentengleichungen für beide Grundriß-Richtungen x und y angeschrieben werden. Die äußere Belastung verteilt sich allerdings in einem zunächst unbekanntem Verhältnis auf die Ersatzträger beider Richtungen. Wirkt z. B. an einer beliebigen Stelle der Platte auf einer (rechteckigen) Einzelfläche die äußere Belastung p , so belastet ein Teil $\psi \cdot p$ hiervon die Träger der x -Richtung, der Restteil $(1-\psi)p$ dagegen die Träger der y -Richtung. Der Anteil $\psi \cdot p$ ist dabei für jede Einzelfläche verschieden und zunächst unbekannt. Jedoch ist diese Schwierigkeit unschwer zu beheben; man braucht nur die ψ -Werte als neue Unbekannte anzusetzen und die Bedingungen gleicher Durchbiegung der Kreuzungspunkte der Ersatzträger in die Rechnung einzuführen. Dadurch erhält man zusammen mit den Gleichgewichtsbedingungen eine genügende Anzahl neu hinzukommender Gleichungen, mit deren Hilfe dann auch die ψ -Werte ermittelt werden können.

Bei der Annahme eines die Platte vertretenden Trägerrostes wird auf die Drillungsmomente der Platte keine Rücksicht genommen. Der Einfluß der Drillungsmomente darf aber nun leider nicht vernachlässigt werden, wie von der Plattentheorie her bekannt ist. Beispielsweise erhält man für einen quadratischen Trägerrost fast die doppelte Durchbiegung und etwa die $1\frac{1}{2}$ fachen Werte der Größtmomente einer quadratischen Platte von gleichen Abmessungen. Die Drillungsmomente sind also immer zu berücksichtigen, wenn die Berechnung dadurch auch merklich umständlicher wird.

Die genaue Berechnung einer Platte ist nach dem Differenzenverfahren noch in verhältnismäßig einfacher Weise möglich, wie Marcus gezeigt hat¹⁸. Wollte man jedoch auch bei der Ermittlung der Sohldruck-Verteilung in dieser Weise vorgehen, so wird sich dabei m. E. die gleiche Unzulänglichkeit herausstellen, wie sie bei der Berechnung von Habel offenbar geworden ist: der

¹⁸ Marcus, H.: In Buchform: Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung elastischer Platten. 2. Aufl. Berlin 1932. — Armierter Beton 12 (1919) S. 107. — Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten. 2. Aufl. Berlin 1928.

„Randeinfluß“ läßt sich auf diese Weise nicht berücksichtigen. Es muß deshalb versucht werden, den Einfluß der Biegsamkeit einer Platte auf deren Sohldruck-Verteilung ebenso wie bei der ebenen Aufgabe mit Hilfe von Dreimomentengleichungen zu erfassen, wobei allerdings der Einfluß der Drillungsmomente nicht vernachlässigt werden darf. Eine solche Berechnung wird möglich, wenn man sich die Platte durch einen Trägerrost ersetzt denkt, dessen rechteckige „Träger“ in den Seitenflächen Drillungsmomente besitzen, die jeden einzelnen Träger so verdrehen, daß seine Querverneigung den Biegelinien-Tangenten der kreuzweise hierzu liegenden Träger entspricht (Abb. 18).

Das Verfahren kann hier nur kurz angedeutet werden. Die Einsenkungen des Untergrundes werden selbstverständlich in der gleichen Weise gefunden wie bei der ebenen Aufgabe nach Gl. (3) (vgl. Schleicher³). Auch die Dreimomentengleichungen (4) werden ebenso angeschrieben, und zwar sowohl für die x- als auch für die y-Richtung. Dagegen werden die Gl. (5) für die einzelnen Momente jetzt umständlicher, weil die Drillungsmomente mit einzubeziehen sind.

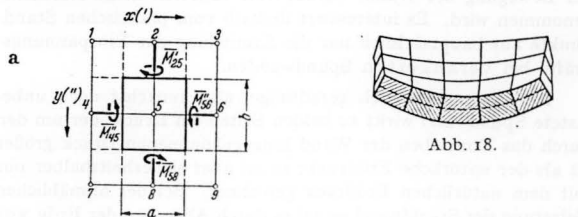


Abb. 18.

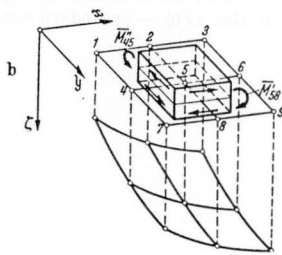


Abb. 19.

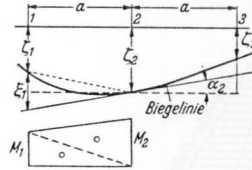


Abb. 20.

Der Zusammenhang zwischen der durch die Einsenkungen ζ gegebenen Plattenverformung und den Drillungsmomenten \bar{M} kann folgendermaßen gefunden werden (Bezeichnungen nach Abb. 19): der Unterschied der Biegelinientangenten der Träger 123 und 456 in den Punkten 2 und 5 muß der Verdrehung φ des Trägers 258 auf der Strecke 25 entsprechen. Hat das Drillungsmoment auf dieser Strecke den mittleren Wert \bar{M}'_{25} und die zugehörige Schubspannung der äußersten Fasern den Wert τ'_{25} , so gilt bekanntlich (mit h = Plattendicke):

$$(10) \quad \bar{M}'_{25} = \frac{1}{2} \tau'_{25} \cdot \frac{h}{2} \cdot a \cdot \frac{2}{3} h = \tau'_{25} \cdot \frac{ah^2}{6},$$

weil die Schubspannungen der Drillungsmomente die gleiche Verteilung haben wie die Biegespannungen¹⁸. Die gesamte Winkeländerung (Verdrehung) auf der Strecke 25 ist

$$\varphi = \frac{\Delta l}{h} \text{ mit } \Delta l = \frac{\tau'_{25}}{G} \cdot b, \text{ also } \varphi = \frac{2}{h} \cdot \frac{\tau'_{25}}{G} \cdot b$$

oder nach Einsetzung von Gl. (10) und mit $J'' = \frac{ah^3}{12}$ (Trägheitsmoment der y-Träger):

$$(11) \quad \varphi = \frac{b \cdot \bar{M}'_{25}}{G \cdot J''}.$$

Andererseits ist aus Abb. 20 abzulesen:

$$\text{tg } \alpha_2 = \frac{\xi_1 - \xi_2 - \xi_1}{a}.$$

Nun ist bekanntlich die Verbiegung ξ_1 gleich dem durch EJ'_9 geteilten statischen Moment der Momentenfläche, bezogen auf Punkt 1

(J'_9 = Trägheitsmoment der x-Träger), also

$$\xi_1 = \frac{1}{EJ'_9} \left(\frac{M_1 a}{2} \cdot \frac{a}{3} + \frac{M_2 a}{2} \cdot \frac{2}{3} a \right) = \frac{a^2}{6EJ'_9} (M_1 + 2M_2);$$

mithin gilt:

$$(12a) \quad \text{tg } \alpha_2 = \frac{\xi_1 - \xi_2}{a} + \frac{a}{6EJ'_9} (M_1 + 2M_2).$$

Ebenso findet man für Punkt 5 der Abb. 19:

$$(12b) \quad \text{tg } \alpha_6 = \frac{\xi_4 - \xi_5}{a} + \frac{a}{6EJ'_9} (M_4 + 2M_6).$$

Wie bereits bemerkt, gilt nun:

$$\varphi = \text{tg } \alpha_2 - \text{tg } \alpha_6$$

oder mit Hilfe der Gl. (12):

$$(13) \quad \varphi = \frac{1}{a} (\xi_1 - \xi_2 - \xi_4 + \xi_5) + \frac{a}{6EJ'_9} (M_1 + 2M_2 - M_4 - 2M_6).$$

Die Gleichsetzung der Werte für φ nach Gl. (11) und (13) liefert schließlich:

$$(14) \quad \frac{ab}{G \cdot J''} \cdot \bar{M}'_{25} = \xi_1 - \xi_2 - \xi_4 + \xi_5 + \frac{a^2}{6EJ'_9} (M_1 + 2M_2 - M_4 - 2M_6).$$

Dies ist die gesuchte Gleichung für die Ermittlung der Drillungsmomente, die für jedes Teilstück der Ersatzträger entsprechend angeschrieben werden kann. Z. B. gilt für den Trägerteil 58:

$$(14a) \quad \frac{ab}{G \cdot J''} \cdot \bar{M}'_{58} = \xi_4 - \xi_5 - \xi_7 + \xi_8 + \frac{a^2}{6EJ'_9} (M_4 + 2M_6 - M_7 - 2M_8).$$

Abgesehen von der Querkraft-Beeinflussung, auf die man keine Rücksicht zu nehmen braucht, besteht der günstige statische Einfluß der Drillungsmomente darin, daß der Unterschied der Drillungsmomente zu beiden Seiten eines gedachten Balkenstreifens einem Biegemoment des Balkens gleichkommt, d. h. durch den Unterschied der Drillungsmomente wird ein gewisser Anteil der Biegemomente des Balkens aufgenommen, so daß das Biegemoment M aus den Normalspannungen nicht mehr das gesamte Biegemoment des Ersatzbalkens aufzunehmen hat, sondern nur noch den verbleibenden Restbetrag. Für Punkt 5 des Trägers 456 in Abb. 19 beträgt z. B. die Differenz D der Drillungsmomente auf der Strecke a ([Gl. (14) und (14a)]:

$$(15a) \quad D'_5 = \bar{M}'_{25} - \bar{M}'_{58} = \frac{GJ''}{ab} [\xi_1 - \xi_2 - 2(\xi_4 - \xi_5) + \xi_7 - \xi_8] + \frac{a}{6b} \cdot \frac{GJ''}{EJ'_9} [M_1 + 2M_2 - 2(M_4 + 2M_6) + M_7 + 2M_8]$$

und entsprechend für den Träger 258 auf der Strecke b :

$$(15b) \quad D''_5 = \bar{M}'_{15} - \bar{M}'_{36} = \frac{GJ'}{ab} [\xi_7 - \xi_4 - 2(\xi_8 - \xi_5) + \xi_9 - \xi_6] + \frac{b}{6a} \cdot \frac{GJ'}{EJ''} [M_7 + 2M_4 - 2(M_8 + 2M_6) + M_9 + 2M_8].$$

Hierbei ist davon ausgegangen, daß in den Seitenflächen der einzelnen Ersatzbalken Schubspannungen wirken, deren Momente M genau genug den Mittelwerten nach Gl. (14) entsprechen. Für gleichbleibende Krümmung der Biegebalken gilt diese Annahme genau.

Die Werte (15) für die Drillungsmomente sind jetzt in den früheren Ansätzen (5) für die einzelnen Normalspannungsmomente als entlastende Momente einzuführen. Z. B. erhält man für M'_1 nach Abb. 21 (Ersatzträger 5678):

$$(5a) \quad M'_1 = M_5 + \psi_6(Q_6 - P_6)2a + \psi_6(Q_6 - P_6)a - D'_5 - D'_6 - \frac{1}{2}D'_7.$$

Das angedeutete Berechnungsverfahren erscheint ganz allgemein zur Berechnung von Platten geeignet. Es ist zwar umständlicher als das Verfahren von Marcus, hat aber den Vorteil, unmittelbar auf die zunächst gesuchten Durchbiegungen ζ loszusteuern, ohne die Vorstellung eines „elastischen Gewebes“ zu benötigen.

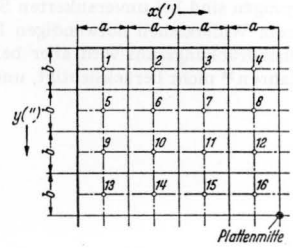


Abb. 21.

Die Einspannung der Spundwände im Baugrund.

Eine mit der Berechnung der Sohl-druck-Verteilung unter Gründungskörpern sehr verwandte Aufgabe ist die Ermittlung der Einspannungswirkung für tief gerammte Spundwände. Es ist ohne weiteres einzusehen, daß die Zusammendrückungszahl Z (oder Verdichtungszahl V) des Baugrundes hierbei die ausschlaggebende Rolle spielt; denn je stärker sich das Erdreich zusammendrücken läßt, um so weniger kann bei verankerten Spundwänden eine Einspannungswirkung zustande kommen, und um so größere Bewe-

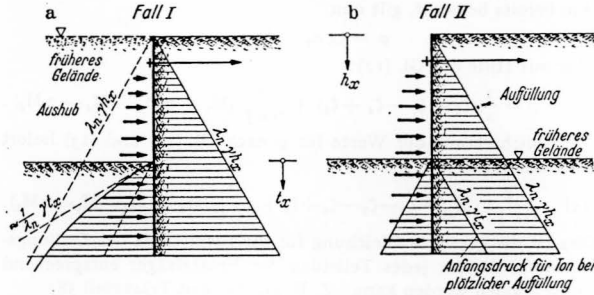


Abb. 22. Natürlicher Erddruck auf eine verankerte Spundwand vor der Bewegung. Zur Verhinderung der waagrechten Bewegung kann man sich die angedeuteten Kräfte denken, die mit zunehmender Bewegung auf Null zurückgehen.

gungen sind bei unverankerten Spundwänden erforderlich, um die zum Widerstehen notwendigen Kräfte wachzurufen. Die Zusammendrückungszahl wird aber bei den bisher meist üblichen Verfahren¹⁹ nicht berücksichtigt, und es ist deshalb dringend erforder-

Drehpunktes der Wand und die Ausdehnung der „plastischen“ Bereiche (d. s. die Wandstrecken, für die die Grenzwerte des Erd-druckes und Erdwiderstandes in Frage kommen) vorweg nur un-sicher einzuschätzen sind. Hinzu kommt noch, daß die Form-änderungszahlen der Erde für Zusammendrückung (Belastung) und Ausdehnung (Entlastung) meistens stark voneinander verschieden sind; auch die Vorspannung des Erdreiches durch das Einrammen der Spundwand ist nicht sicher bekannt. Solange es sich nicht um außergewöhnlich tief gerammte Spundwände handelt (bei denen übrigens noch am ehesten nach dem für die Sohl-druck-Verteilung der Grundkörper vorgeschlagenen Verfahren gerechnet werden könnte), sei deshalb die nachstehende schrittweise Näherungs-ermittlung für die Verteilung der Erdspannungen längs der Ein-spannungsstrecke vorgeschlagen.

Es läßt sich übersehen, daß bei unverankerten Spundwänden mit nicht allzu großer Biegsamkeit die Verteilung der Erdspannungen nur wenig von der absoluten Größe der Zusammen-drückungszahl abhängig ist; letztere bestimmt lediglich die Größe der Bewegung der Wand, worauf aber meistens keine Rücksicht genommen wird. Es interessiert deshalb vom praktischen Stand-punkte aus hauptsächlich nur die Ermittlung der Einspannungs-kräfte bei verankerten Spundwänden.

Auf die ursprünglich geradlinige, also zunächst noch unbelastete Spundwand wirkt zu beiden Seiten ein Druck, der um den durch das Eintreiben der Wand hinzugekommenen Druck größer ist als der natürliche Erddruck; es sei aber sicherheitshalber nur mit dem natürlichen Erddruck gerechnet. Bei der allmählichen Belastung der Spundwand — sei es durch Abgraben der Erde vor der Spundwand (Fall I nach Abb. 22 a) oder durch Erdauffüllung hinter der Spundwand (Fall II nach Abb. 22 b) — verändern sich

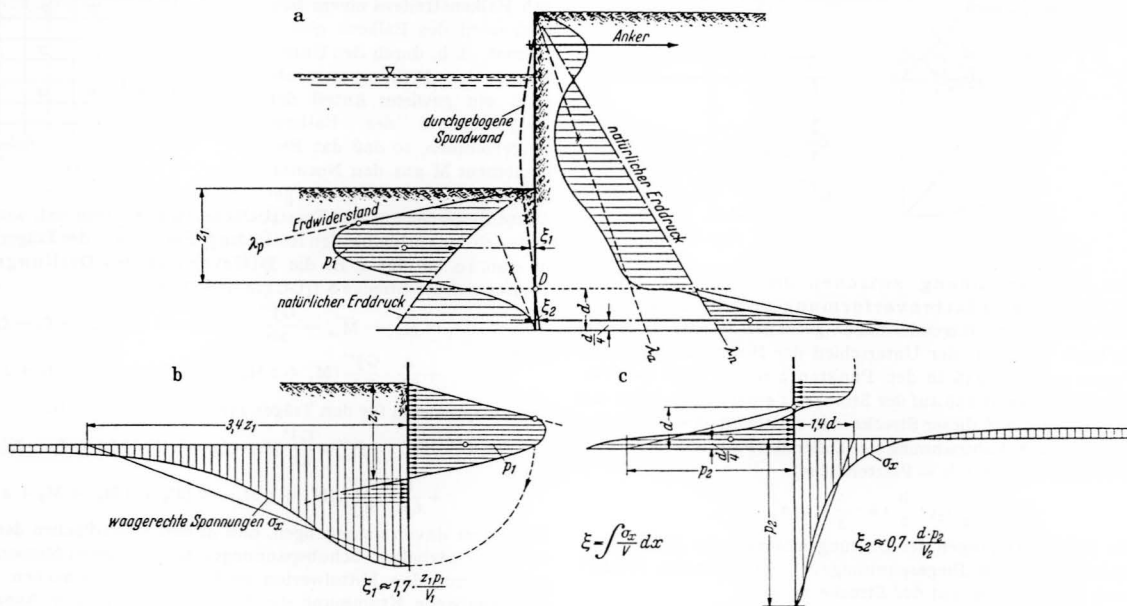


Abb. 23. Die nachgiebige Einspannung von Spundwänden.

lich, einwandfreiere Berechnungen durchzuführen, bei denen die Formänderungen des Erdreiches mit den Formänderungen der Spundwand übereinstimmen.

Eine genaue Berechnung im Sinne der vorstehenden Gedanken-gänge ist freilich bei Spundwänden schwierig, weil die Lage des

¹⁹ Siehe z. B. Lohmeyer, E.: Bautechn. 8 (1930) S. 60 oder Blum, H.: Einspannungsverhältnisse bei Bohlwerken. Berlin 1931. Neuerdings auch Jakoby, E.: Bautechn. 19 (1941) S. 88. Auf die Berechnung der Einspannungskräfte mit Hilfe von „Bettungsziffer“-Verfahren (siehe z. B. Freund, A.: Z. Bauwes. 69 (1919) S. 481 oder Rifaat, J.: Die Spundwand als Erddruckproblem. Zürich 1935) sei hier aus mehrfach genannten Gründen nicht weiter eingegangen.

die Erdspannungen im unteren Teil der Spundwand beträchtlich, wobei die Spundwand eine Bewegung ausführt, indem sie das an-grenzende Erdreich in bestimmten Bereichen etwas beiseite drückt.

Diese zur Wachrufung des Einspannungsmomentes erforder-liche seitliche Zusammendrückung des Erdreiches kann in derselben Weise berechnet werden, wie es bei der Ermittlung lotrechter Setzungen geschieht. Bei der Berechnung dieser Formänderungen dürfen selbstverständlich nur die zusätzlichen Erdspannungen an-gesetzt werden, die infolge der Belastung der Spundwand zum natürlichen Erddruck neu hinzukommen (in Abb. 23 a geschrafft).

Oberhalb des Drehpunktes D ist die Verteilung des angreifen-

den Erddruckes als gegeben zu betrachten, weil die Durchbiegung der Wand nur in Ausnahmefällen nicht ausreicht, um den unteren Grenzzustand eintreten zu lassen; ebenso ist vor der Spundwand unterhalb des Drehpunktes der Erddruck etwa umgekehrt dreieckförmig anzunehmen²⁰. Vor dem Fuß der Spundwand kann natürlich der Erdwiderstand nicht überschritten werden. Im übrigen kann die Verteilung der Erdspannungen im unteren Teil der Wand etwa nach Abb. 23a angenommen werden. Im Gegensatz zur Ermittlung der Sohldruck-Verteilung auf Grundkörper ist es nämlich nicht notwendig, die genaue Form der Verteilungslinie zu berechnen — was auch schwierig wäre —, es genügt schon, wenn man die Größe der widerstehenden Kräfte so ansetzt, wie es die Gleichgewichts- und Formänderungsbedingungen überschläglich erfordern. Dieser näherungsweise Ansatz der Erdspannungen ist etwa gleichbedeutend mit der Vernachlässigung der Krümmung der Biegelinie im unteren Teil der Wand.

Man geht am besten probeweise vor, indem man vorläufig eine nach Gutdünken geschätzte, die Gleichgewichtsbedingungen befriedigende Druckverteilung (einschließlich der zugehörigen Drehpunkt-lage) annimmt, hierfür sowohl die Biegelinie der Wand als auch das Nachgeben der Erde berechnet und dann nachsieht, ob die Formänderungen von Wand und Erdreich übereinstimmen. Ist das nicht der Fall, so muß die Erdspannungsverteilung solange abgeändert werden, bis die gewünschte Übereinstimmung erzielt ist. Da kleine Ungenauigkeiten keine Rolle spielen, genügt meistens schon eine zwei- oder dreimalige Wiederholung der Rechnung.

Die Biegelinie der Wand kann hierbei ohne weiteres nach bekannten Verfahren gefunden werden. Was die Formänderungen des Erdreiches anbelangt, so genügt es, die waagrechte Zusammen-drückung für zwei Höhenlagen zu berechnen, die etwa durch die Schwerpunkte der in Abb. 23a eng geschrafften Spannungsf lächen gegeben sind. Die Druckverteilung kann dabei genügend genau nach Abb. 23b u. c eingeschätzt werden²¹, womit sich für die seitlichen Zusammendrückungen des Erdreiches ergibt:

$$\xi_1 \approx 1,7 \cdot \frac{z_1 P_1}{V_1} \quad \text{und} \quad \xi_2 \approx 0,7 \cdot \frac{d \cdot P_2}{V_2},$$

wenn V_1 und V_2 die mittleren Verdichtungszahlen (z. B. in kg/cm^2) für die in Abb. 23 näher gekennzeichneten Schwerpunkthöhen angibt (strichpunktierte Linien, für die ξ_1 und ξ_2 ermittelt sind).

Der vorgeschlagene Ansatz der Einspannungskräfte des Erdreiches ist genauer, als es bei dem Näherungscharakter der Rechnung

²⁰ Vgl. Erddrucktheorie des Verfassers. Bautechn. 16 (1938) S. 758.

²¹ Die σ_x -Kurven sind nach Druckverteilungsformeln berechnet, auf die ich an anderer Stelle zurückkomme.

zunächst erscheinen mag. Da hinsichtlich der Formänderungen grobe Widersprüche vermieden sind, können die wirklichen Kräfte nur noch wenig von den ermittelten abweichen. Besonders sei noch darauf hingewiesen, daß das verschiedene Verhalten des Baugrundes für die beiden Fälle I und II nach Abb. 22 durch die Rechnung erfaßt wird²². Aus diesem Grunde ist das empfohlene Vorgehen bedeutend zuverlässiger als die Berechnung nach den bisherigen Verfahren, bei denen man — mit Ausnahme der Bettungs-ziffer-Verfahren — jeden Nachweis darüber vermißt, ob die untere Dreh-bewegung der Spundwand auch ausreicht, um die angesetzten Einspannungskräfte wirklich wachzurufen²³.

Eine genauere Berechnung wird möglich, wenn die seitliche Druckausbreitung eingehender verfolgt wird. Darauf komme ich an anderer Stelle zurück.

Im Falle I ist der natürliche Erddruck vor der Spundwand bedeutend größer als im Falle II, wodurch das Einspannungsmoment größer ausfällt. Auch die Verteilung des Erddruckes ist in beiden Fällen verschieden (vgl. Abb. 24). Im Falle II ist nämlich kaum damit zu rechnen, daß der Erdwiderstand im oberen Teil der Wand erreicht wird, weil sich die Wand schon teilweise durchgebogen hat, bevor die obersten Schichten der Auffüllung eingebracht worden sind. Man erkennt jedenfalls, daß die Verhältnisse im Falle I bedeutend günstiger liegen als im Falle II, was aber bei den bisher bekannten Berechnungs-Verfahren unberücksichtigt bleibt.

Auszunehmen ist hier ein kürzlich von H. Schütte angegebenes Verfahren: Bauing. 22 (1941) S. 103 oder Jb. Hafentechn. Ges. 18/19 (1939/40). Schütte entnimmt den Erdwiderstandsversuchen von Franzius, „daß bei gleichartigem Boden ein gleichbleibendes, von der Wandhöhe unabhängiges Verhältnis zwischen dem Grenzwert E_p des Erdwiderstandes und der Verschiebung ζ_{gr} besteht, die mindestens eintreten muß, um diesen Grenzwert zu erreichen“: $E_p = v \cdot \zeta_{gr}$ ($v =$ „Verschiebungskennwert“, durch Versuche zu ermitteln). Diese Annahme zum Kernpunkt der Ermittlung der unteren Einspannung von Spundwänden zu wählen, ist im Hinblick auf die sonst übliche Berechnung der Formänderungen von Erdkörpern sehr anfechtbar (der Widerstand des Untergrundes wird — wenn man von Versuchszahlen für den Erdwiderstand ausgeht — zu gering erhalten); es ist aber immerhin sicherer, mit Hilfe einer solchen durch Versuche gestützten Annahme die Berechnung einer Spundwand durchzuführen, als überhaupt nicht auf die Formänderungen des Untergrundes einzugehen.

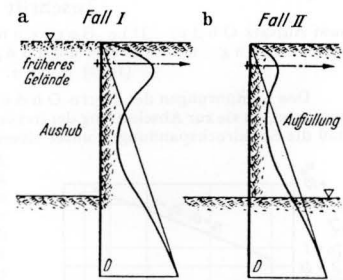


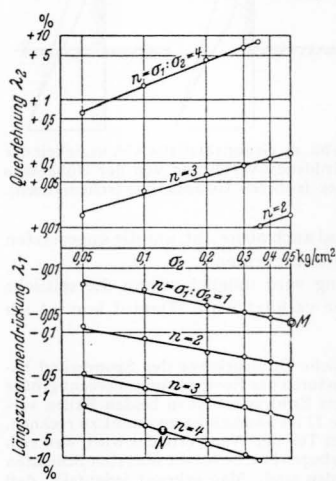
Abb. 24. Grundsätzliche Abhängigkeit der Erddruck-Verteilung von der Höhenlage der früheren Geländelinie (schematisch).

VERSCHIEDENE MITTEILUNGEN.

Zuschrift

zum Aufsatz Ohde: „Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern.“ Bauing. 23 (1942) S. 99 u. 122.

Den Ausführungen des Herrn Ohde ist eine große Bedeutung beizumessen, da sie zur Abschaffung der irrümlichen Anschauung beitragen, daß die Sohldruckspannungen unter einem starren auf sandigem Boden



Das Formänderungsgesetz eines Sandes. (Ausgangsporenziffer 0,70.)

Gl. (3 c) errechneten um mehrere hundert Prozent ab. Die Ursache dieser Erscheinung ist in dem Formänderungsgesetz des Sandes zu suchen.

Das tatsächliche Verhalten pseudosolider Massen, die sich im Baugrund in einem dreiachsigen Spannungszustand befinden, kann m. E. lediglich durch Untersuchungen in dreiachsigen Kompressionsapparaten erforscht werden. Solche Versuchseinrichtungen wurden von Bernatzik, Kjellman, Rendulic u.a. konstruiert. Die obenstehende Abbildung gibt den Zusammenhang der bezogenen Dehnungen λ_1, λ_2 mit dem gesamten, in der Festsubstanz wirkenden Hauptspannungen σ_1, σ_2 wieder, welcher aus den von Bernatzik veröffentlichten Ergebnissen³ abgeleitet wurde; bei Benützung logarithmischer Maßstäbe konnten die gemessenen Werte mit großer Annäherung durch Gerade dargestellt werden. Demgemäß hat z. B. die größte Hauptspannung $\sigma_1 = 0,5 \text{ kg/cm}^2$ eine Zusammendrückung um $\lambda_1 = 0,07 \%$ zur Folge, falls dabei die kleinste Hauptspannung $\sigma_2 = 0,5 \text{ kg/cm}^2$ ist (Punkt M in der Darstellung). Dieselbe Spannung σ_1 ruft jedoch eine fünfzigfache Zusammendrückung, $\lambda_1 = 3,5 \%$, hervor, wenn σ_2 nur $0,5 : 4 = 0,125 \text{ kg/cm}^2$ beträgt (Punkt N). Auf ein ähnliches Formänderungsgesetz des untersuchten Tones weisen auch die Messungen v. Rendulic⁴ hin. Falls nun die Belastung der Teilfläche 1 bzw. 3 (Abb. 17, S. 124) im Punkte 2 die Senkung c_{11} bzw. c'_{13} verursacht, wird bei gleichzeitiger Wirkung beider Lasten $\Delta q_1, \Delta q_3$ die Senkung ζ_2 von der Summe

gelagerten Gründungskörper annähernd parabolisch verteilt sind. Diese Auffassung hat sich verbreitet, obwohl sie mit durchgeführten Messungen im Widerspruch steht. Ich berichtete darüber im Jahre 1936¹ und teilte die Ergebnisse von Versuchen mit. Unsere Versuchseinrichtung ermöglichte es, getrennte Teile der Lastfläche verschiedenartig zu belasten und die Senkungen einzelner Teile genau zu messen. Es zeigte sich, daß der Köglerische Fall² eine Sondererscheinung ist, die bei wirklichen Gründungsverhältnissen nicht vorkommt. Bei den Vorarbeiten versuchte ich damals zuerst auch den Weg zu gehen, den Herr Ohde durch die Abb. 17 u. Gl. (3 c), S. 124, seines Aufsatzes andeutet. Die Messungen erwiesen jedoch, daß eine Summierung in diesem Sinne nicht eintritt. Die beobachteten Senkungen wichen von den nach dem Überlagerungsgesetz

$c_{11} \cdot \Delta q_1 + c'_{13} \cdot \Delta q_3$ deswegen grundsätzlich verschieden sein, weil dabei in jedem Punkte der Lotrechten 2 ein ganz anderes Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ zustandekommt und die Zusammendrückungen einzelner Elemente der Lotrechten daher um ein Vielfaches größer oder kleiner sein können als bei der Belastung einzelner Teilflächen.

Die Setzungsbeobachtungen, welche ich seit 1939 in 12 Punkten einer rd. $19 \cdot 82 \text{ m}$ großen, auf einer Lehmschicht ruhenden Stahlbetonfundamentplatte vornehme, ergaben ebenfalls Biegelinien von der Form nach Abb. 14, S. 123, des Aufsatzes Ohde, lassen jedoch deutlich den Einfluß des hohen Verhältnisses der Hauptspannungen unter den Randteilen der Platte erkennen. Dieses muß eine Druckverteilung nach Art der Abb. 16, S. 123, zufolge haben, wenn auch die Tragfähigkeit des Bodens noch nicht erreicht ist, falls nur der Baugrund einem ähnlichen Formänderungsgesetz gehorcht wie die wenigen bisher in dreiachsigen Druck untersuchten Bodenarten. Dies erscheint sehr wahrscheinlich, da es auch für den Beton der Fall ist. Durch Folgerungen aus diesem Gesetz können viele bisher unerklärte Erfahrungen begründet werden.

Prof. Ing. Dr. K. H r u b a n, Brünn.

Erwiderung.

Für seine ergänzenden Mitteilungen danke ich Herrn Professor Dr.-Ing. H r u b a n. Seine Versuche, von denen ich leider keine Kenntnis hatte, zeigen im wesentlichen die gleichen Ergebnisse, wie sie später von mir erhalten wurden. Zusammen mit den Messungen von F. S i e m o n s e n (Bautechnik 19 (1941), S. 159) ist damit schon durch drei voneinander unabhängige Arbeiten versuchsmäßig nachgewiesen, daß die Sohldrücke eines starren Gründungskörpers normalerweise nicht in der Mitte, sondern in der Nähe des Randes am größten sind. Hruban und Hacar erhielten den größten Druck von rd. dem 1,5-fachen der mittleren Pressung etwa in $\frac{1}{30}$ der Plattenbreite vom Rande entfernt; unter der Plattenmitte wurden $\frac{2}{3}$ bis $\frac{4}{5}$ der mittleren Spannung gemessen. Die Sandschicht hatte bei diesen Versuchen eine Höhe von 20 cm und wurde seitlich von 5 cm entfernten Glasplatten gehalten. Die 5-fach unterteilte Lastfläche hatte die Abmessungen $5 \times 11 \text{ cm}$. Ein gewisser Einfluß der Seitenreibung des Sandes an den Glaswänden ist hiernach vermutlich vorhanden gewesen.

Den Ausführungen von Hruban über das Formänderungsgesetz der Erdstoffe kann ich mich allerdings nicht anschließen. Da diese Frage von allgemeinem Interesse ist, möchte ich nachstehend etwas ausführlicher darauf eingehen.

Die vorstehend von Hruban in seiner Abbildung nachgewiesene Geradlinigkeit der bezogenen Dehnungen bei doppelt-logarithmischer Auftragung ergibt ein Formänderungsgesetz, das mit meinen Beobachtungen, die sich auf umfangreiche Untersuchungen in der Berliner Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau stützen (vgl. Bauingenieur 20 (1939) S. 454), nicht übereinstimmt. Dieser Widerspruch findet seine Erklärung dadurch, daß H. nur einige der Versuchswerte von Bernatzik aufgetragen hat; bei der Auftragung sämtlicher Werte erhält man in der Mehrzahl gekrümmte Kurven. Es mag in diesem Zusammenhang noch erwähnt werden, daß die Versuche Bernatziks nur für einen verhältnismäßig niedrigen Spannungsbereich (0 bis $0,5 \text{ kg/cm}^2$) durchgeführt wurden.

Vor allem möchte ich darauf hinweisen, daß unsere Formänderungsberechnungen für den Baugrund sich in der Hauptsache wohl immer auf Spannungszustände beschränken werden, die noch hinreichend weit vom „Grenzgleichgewicht“ (Überwindung der inneren Reibung und Festigkeit) entfernt sind. Unter dieser Voraussetzung kann man mit gewissen Einschränkungen (Beschränkung auf nicht zu große Spannungsänderungen, Beachtung des Einflusses der Vorbelastung) die für feste Körper geltenden Formänderungsgesetze auch für den Baugrund als gültig annehmen, auch wenn die Formänderungen der Erdstoffe größtenteils plastischer (bleibender) Natur sind¹. Diese grundlegende Annahme hat

¹ Vgl. T e r z a g h i : Erdbaumechanik, Leipzig 1925, S. 104 u. 105, und Bauing. 20 (1939) S. 457.

¹ II. Kongreß der Intern. Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Berlin 1936 (Schlußbericht, S. 836).

² Ohde: Abb. 2 S. 99.

³ Wasserwirtschaft u. Technik 2 (1935) S. 185.

⁴ Bauing. 18 (1937) S. 459.

bisher m. W. bei sorgfältig durchgeführten Versuchen fast in jedem Falle eine ausreichende Bestätigung gefunden.

Aus den Versuchen *Bernatziks* kann man z. B. folgende Zahlen für die bezogene Zusammendrückung e (z nach *Hruban*) entnehmen:

für dichte

Lagerung: $e_1 = 0,041\%$ u. $e_2 = 0,068\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 0,5 : 0,5$
(Porenzahl $\varepsilon \approx 0,6$) $e_1 = 0,21\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 1,0 : 0,5$ (kg/cm²)
für mitteldichte

Lagerung: $e_1 = 0,071\%$ u. $e_2 = 0,120\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 0,5 : 0,5$
($\varepsilon \approx 0,7$) $e_1 = 0,326\%$ für $\sigma_1 : \sigma_2 = 1,0 : 0,5$.

Für $\sigma_1 : \sigma_2 = 1$ wurde hiernach in waagrechter Richtung eine größere Zusammendrückung erhalten als in lotrechter Richtung², während rechnerisch für diesen Fall $e_1 = e_2$ vorausgesetzt wird. Über solche Verschiedenheiten wird man vorerst, einer einfachen Theorie zuliebe, hinwegsehen. Rechnet man mit den Mittelwerten, so erhält man für dichte Lagerung: $e_1 \approx 0,055\%$ für $\sigma_1 = \sigma_2$;

$$\frac{0,21}{0,055} \approx 3,8;$$

für mitteldichte Lagerung: $e_1 \approx 0,095\%$ für $\sigma_1 = \sigma_2$;

$$\frac{0,326}{0,095} \approx 3,6.$$

Theoretisch gilt: $e_1 = \frac{\sigma_1}{Z} - 2 \frac{\sigma_2}{mZ} = \frac{\sigma_2}{Z} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \frac{2}{m} \right)$,

wenn Z die dem E der festen Körper entsprechende Zusammendrückungszahl bedeutet. Bei gleichem Seitendruck verhalten sich demnach die bezogenen Setzungen wie die Werte

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \frac{2}{m} \right).$$

Man erhält für Sand mit einem Verhältniswert λ_n des natürlichen Seitendruckes von rd. 0,45:

$$m \approx 1 + \frac{1}{0,45} \approx 3,2 \text{ (vgl. Bauing. 20 (1939) S. 457).}$$

und weiter mit dieser Querdehnungszahl

$$\text{für } \sigma_1 = \sigma_2 : e_1 = \left(1,0 - \frac{2}{3,2} \right) \frac{\sigma_2}{Z} = 0,375 \frac{\sigma_2}{Z} \left| \frac{1,375}{0,375} \approx 3,7. \right.$$

$$\text{für } \sigma_1 = 2\sigma_2 : e_1 = \left(2,0 - \frac{2}{3,2} \right) \frac{\sigma_2}{Z} = 1,375 \frac{\sigma_2}{Z} \left| \frac{1,375}{0,375} \approx 3,7. \right.$$

Es ergibt sich also auch theoretisch etwa das gleiche Verhältnis der Setzungen, wie es *Bernatzik* bei seinen Versuchen mit verschiedenem Hauptspannungsverhältnis erhalten hat.

Außerdem ist zu ersehen, daß die Abhängigkeit der Setzungen vom Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ durch die Rechnung ohne weiteres berücksichtigt wird. Hinsichtlich der Einflußlinien in meiner Abb. 17 ist selbstverständlich vorausgesetzt, daß der Einfluß der seitlichen Spannungen σ_2 nicht vernachlässigt wurde. Die Meinung von *H.*, das an Hand der Abb. 17 und Gl. (3c) angedeutete Verfahren führe zu unrichtigen oder zu ungenauen Ergebnissen, ist damit als unbegründet nachgewiesen, solange das Hauptspannungsverhältnis genügend weit vom kritischen Wert entfernt ist. Auch wenn bei gleichzeitiger Wirkung der Lastflächen 1 und 3, in jedem Punkt der Lotrechten 2 ein ganz anderes Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ zustande kommt³ als bei der Einzelbelastung, so wird doch die Setzung im Punkte 2 nicht größer erhalten, als es der Summe der Setzungen aus den Einzelflächen 1 und 3 entspricht.

In der Nähe des Grenzgleichgewichts nehmen allerdings die Setzungen größere Werte an, als sie die Rechnung ergibt. Mit zunehmendem Spannungsverhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ bildet sich allmählich ein stetiger Übergang aus bis hin zum Grenzzustand der Gleitflächenbildung, für den bekanntlich jede beliebige Setzung ohne merkliche Spannungserhöhung erreicht werden kann³. Aus den Auftragungen *Bernatziks*⁴ geht hervor, daß seine Zusammendrückversuche für $n = \sigma_1 : \sigma_2 = 3$ und 4 bereits dem Grenzgleichgewicht sehr nahe kommen. Hierdurch erklärt sich zwanglos die von *Bernatzik* für $n = 4$ erhaltene, reichlich 100-fache Setzung gegenüber den Werten für $n = 1$. Mit der Gültigkeit meiner Gl. (3c) hat dieses Verhalten aber kaum noch etwas zu tun.

Man kann natürlich im Sinne der Ausführungen von *H.* versuchen — etwa mit Hilfe einer gekrümmten Formänderungslinie — auch die Formänderungen in der Nähe des Grenzgleichgewichts noch zu ermitteln. Dieses könnte jedoch nur durch mühsames Probieren erreicht werden, weil das Überlagerungsgesetz für diesen Fall nicht mehr gilt. Ein solches

² „Es scheint dies seine Ursache in der Form der Körner zu haben, die sich beim Einfüllen waagrecht einordnen und daher in dieser Richtung eine größere Beweglichkeit besitzen“ (nach *Bernatzik*).

³ Dieses etwa dem vermehrten Nachgeben des Baustahles oberhalb der Proportionalitätsgrenze entsprechende Verhalten der Erdstoffe kann bei jedem Zerdrückungsversuch oder Gleitwiderstandsversuch beobachtet werden.

⁴ Vgl. die gestrichelten Kurven der Abb. 5 in „Wasserwirtschaft und Technik“ 1935 S. 185.

Vorgehen dürfte für baupraktische Berechnungen aber kaum noch in Frage kommen. In Anbetracht der Unsicherheiten, die einer weitgehend genauen Ermittlung der Wertigkeit des Baugrundes entgegen stehen (Ungleichmäßigkeit der Erdschichtung, Störungen der Erdproben bei der Entnahme, nicht genau bekannte Vorbelastung usw.), erscheint es mir ratsamer, mit dem einfachen Geradliniengesetz zu rechnen und die Abweichungen von diesem Gesetz in der Nähe der plastischen Bereiche durch gefühlsmäßig ausgerundete Übergangskurven zu berücksichtigen⁵. Zur Beurteilung der Größe des Übergangsbereiches können entsprechende Messungen an Bauwerken oder Modellen wertvoll sein. (Der in meiner Abb. 16 gezeichnete Übergang mag vielleicht noch zu gering angenommen sein). Eine zu gegebener Zeit erfolgende Veröffentlichung der von *H.* durchgeführten Setzungsbeobachtungen an einer großen Stahlbetonplatte würde die Fachwelt daher sicher sehr begrüßen.

Die von *Rendulic* mit gestörtem Ton erhaltenen Versuchskurven für konstante Porenzahl-Werte (*Bauingenieur* 18 (1937) S. 466 bis 465) widersprechen der Annahme eines einfachen Formänderungsgesetzes. Doch läßt sich der Widerspruch weitgehend erklären, wenn beachtet wird, daß *Rendulic* bei seinen Versuchen eine seitliche Entlastung des Tones erhalten hat, wie er mit Hilfe des gemessenen Porenwasserdruckes nachweist. Sobald aber eine Entlastung hinzukommt, gelten andere Formänderungsgesetze als im Normalfall, bei dem die wirksamen Spannungen immer nur eine Zunahme erfahren haben. Auf diese Frage kann ich hier jedoch nicht weiter eingehen und habe vor, auf die theoretische Deutung der Versuchsergebnisse *Rendulics* und allgemein auf die Formänderungsgesetze der Erdstoffe an anderer Stelle zurückzukommen.

Für die Erforschung der Formänderungsgesetze gibt es m. E. noch andere Möglichkeiten als nur die Untersuchung in dreiachsigen Zusammendrückungs-Geräten. Man muß bedenken, daß das Arbeiten mit diesen Geräten nicht nur umständlich und zeitraubend ist, sondern auch mancherlei Fehlerquellen in sich schließt (z. B. Undichtigkeiten der Gummihülle, Behinderung der seitlichen Dehnungen in der Nähe der oberen und unteren Druckplatte). Durch Bewegungsmessungen an Bauwerken und bei Probebelastungen und Modellversuchen lassen sich mittelbare Anhaltspunkte für das Verhalten gegen Spannungsänderungen gewinnen. — Im übrigen mag noch erwähnt werden, daß das erste Zusammendrückungsgerät mit seitlichem Flüssigkeitsdruck im Jahre 1928 von *J. Ehrenberg* in der Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Berlin, gebaut worden ist⁶, von w. aus es *K. v. Terzaghi*, *A. Casagrande* und vielen anderen bekannt geworden ist.

Joh. O h d e, Neuenhagen b. Berlin.

⁵ Man rechnet ja auch im Stahlbau und Stahlbetonbau mit ähnlichen, die Rechnung vereinfachenden Annahmen.

⁶ Vgl. 1. Talsperrenkongreß, Stockholm 1933, Vol. III, S. 49, oder auch Internat. Wasserausstellung, Lüttich, 1939. Führer durch die wissenschaftl. Abtlg. des Deutschen Hauses, S. 78.

Druckverteilung in und unter Erddämmen

Von Prof. Ing. JOHANN OHDE, Berlin

DK 627.821.9

Der Bau großer Dämme aus Erde, Steinen oder sonstigen Schüttmassen gehört heute zu den großen Aufgaben der Wasser- und Energiewirtschaft, indem vor allem Staudämme zu errichten sind zur Gewinnung von Trinkwasser für Haushalte, Landwirtschaft und Industrie, zur Regelung der Wasserverhältnisse der Flüsse, zur Ausschaltung von Hochwassergefahren und zur Energieerzeugung. Staudämme aus Erde haben den großen Vorteil, daß die Aufgliederung ihres Querschnittes sowohl den in der Nähe der Baustelle vorhandenen Erdstoffen als auch den Untergrundverhältnissen weitgehend angepaßt werden kann. Massive Staumauern sind in dieser Hinsicht im Nachteil und können deshalb im allgemeinen nur in felsigem Gelände errichtet werden. Hingegen können Staudämme aus Erde fast überall gebaut werden, selbst auf stärker durchlässigem Untergrund, sobald die Wasserverluste erträglich sind oder noch durch wirtschaftlich vertretbare Maßnahmen auf ein erträgliches Maß herabgedrückt werden können.

Über den Bau großer Erddämme liegen schon viele Erfahrungen vor. Man weiß heute vor allem, daß die Erdmassen gut verdichtet werden müssen, um größere Setzungen auszuschalten und eine ausreichende Dichtigkeit zu gewährleisten, falls die Abdichtung gegenüber dem Druck des Stauwassers ebenfalls durch Erde, z. B. Lehm oder Ton, erfolgt. Außerdem müssen die Dammböschungen hinreichend rutschsicher sein.

Um die Setzungen großer Erddämme im voraus ermitteln zu können, müssen die Pressungen in und unter den Dämmen

ungefähr angegeben werden können, d. h., es muß die Druckverteilung der Erdmassen im Dammkörper und im Untergrund ermittelt werden können. Hierbei erfolgt die Druckverteilung im Untergrund nach bekannten Formeln, die mit ausreichender Näherung für den normalen Baugrund gelten. Dagegen ist die Druckverteilung im Dammkörper nicht so ohne weiteres anzugeben, weil in diesem Falle das übliche Vorgehen nicht zum Ziele führt, die Druckverteilung unter Flächenlasten durch Summierung (Integration) bzw. Überlagerung kleiner Einzellastwirkungen zu erhalten. Man muß vielmehr die Pressungsverteilung unter Dammauflasten als Ganzes behandeln, wie im folgenden gezeigt wird. Um in das Verfahren anschaulich einzuführen, sei zunächst die Berechnung für den einfachsten Sonderfall des symmetrischen Dreieckdammes gezeigt, wobei gleichzeitig gewisse Grundlagen für die weiteren Berechnungen gewonnen werden.

Der einheitliche symmetrische Dreieck-Damm

Wir denken uns nach Bild 1 in der Tiefe z unter Dammkrone eine waagerechte Schnittebene und stellen uns zunächst die Aufgabe, die Verteilung der senkrechten Normalspannungen v_z in dieser Ebene mit einer gewissen Annäherung zu bestimmen. Es ist klar, daß diese v_z -Linie stetig ausgerundet verlaufen muß, wie es in Bild 1 dargestellt ist, so daß die Belastung durch die Dammspitze merklich abgebaut, die Belastung durch die Böschungen dagegen etwas vergrößert wird. Bezeichnen wir das halbe Dammgewicht oberhalb der betrachteten Schnittebene mit G und den entsprechenden Erddruck in Dammitte mit E , so muß – da E im unteren Drittelpunkt der Höhe z angreift – für die linke Dammhälfte die Momentengleichung gelten:

$$G \cdot \frac{2}{3} l = E \cdot \frac{z}{3} + \int_0^l v_z \cdot dx \cdot x$$

oder

$$E \cdot z = 2 G \cdot l - 3 \int_0^l v_z \cdot x \cdot dx \quad \dots \dots \dots (II)$$

Außerdem liefert das Gleichgewicht der lotrechten Kräfte:

$$G = \int_0^l v_z \cdot dx \quad \dots \dots \dots (I)$$

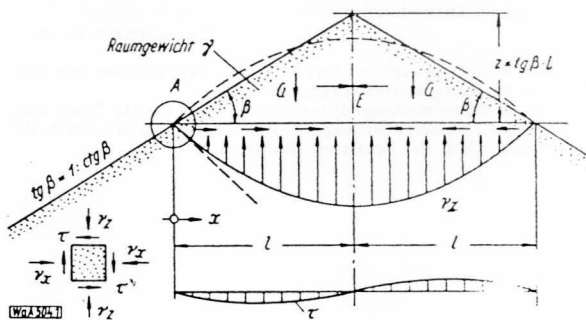


Bild 1. Symmetrischer Dreieckdamm

Die Linie der lotrechten Pressungen v_z muß diese beiden Bedingungen erfüllen.

Bevor wir jedoch auf eine passende Funktion für v_z eingehen, erscheint es nützlich, das Spannungsgleichgewicht in der Böschung zu betrachten (Punkt A in Bild 1), was an Hand des Bildes 2 geschehen soll. Denken wir uns das Böschungsprisma mit den Abmessungen Δl und Δh genügend klein, so muß offenbar der Anstieg der v_z -Pressungen in der waagerechten Schnittfläche geradlinig nach einem Dreieck verlaufen (zumindest bei kohäsionslosem Material) und ebenso muß auch der Anstieg des Erddruckes in der senkrechten Schnittfläche dreieckförmig beginnen. Daraus folgt – da die Kräfte ΔG , ΔQ und ΔE im Gleichgewicht sein müssen – daß der Erddruck ΔE der senkrechten Schnittfläche gleichlaufend zur Böschungsneigung wirkt, wie es auch in der Erddrucktheorie des unendlich ausgedehnten, geböschten Erdkörpers nach Rankine und Winkler bewiesen wird. Um unabhängig von den Abmessungen des kleinen Erdprismas in Bild 2 zu werden, setzen wir, wie üblich, für die waagerechte Teilkraft des Erddruckes an:

$$\Delta E \cdot \cos \beta = \Delta E_w = \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \Delta h \cdot \frac{\Delta h}{2} = \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \frac{\Delta h^2}{2}$$

und für den Anstieg der Pressungen v_z und τ :

$$\left(\frac{dv_z}{dx}\right)_{x=0} = c_1 \cdot \gamma; \quad \left(\frac{d\tau}{dx}\right)_{x=0} = c_1 \cdot \gamma.$$

Nach Bild 2 ergibt dann das Gleichgewicht der lotrechten Kräfte:

$$c_1 \gamma \cdot \Delta l \cdot \frac{\Delta l}{2} = \Delta G + \Delta E_w \cdot \operatorname{tg} \beta = \gamma \cdot \Delta h \cdot \frac{\Delta l}{2} + \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \frac{\Delta h^2}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta,$$

woraus folgt:

$$c_1 = \frac{\Delta h}{\Delta l} + \lambda_1 \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{\Delta h^2}{\Delta l^2} = \operatorname{tg} \beta (1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta). \quad \dots (3)$$

In ähnlicher Weise erhält man aus dem Gleichgewicht der waagerechten Teilkräfte:

$$\hat{c}_1 \cdot \gamma \cdot \Delta l \cdot \frac{\Delta l}{2} = \Delta E_w = \lambda_1 \cdot \gamma \cdot \frac{\Delta h^2}{2} \quad \text{oder} \quad \hat{c}_1 = \lambda_1 \cdot \frac{\Delta h^2}{\Delta l^2} = \lambda_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \beta. \quad (4)$$

Wir sehen aus dieser Betrachtung, daß durch den Anstieg der Normalpressungen v_z im Böschungspunkt A auch der Verhältniswert λ_1 für den Erddruck in der Böschung festliegt und der Anstieg der Schubspannungen τ im Böschungspunkt A. Damit ist freilich zunächst noch nicht viel gewonnen, weil λ_1 vorerst noch nicht bekannt ist. Weitere Ableitungen werden jedoch die Nützlichkeit unserer Betrachtungen dartun.

Jetzt wenden wir uns wieder den v_z -Pressungen zu. Die genaue Lösung für den Verlauf dieser Pressungen ist nur durch schwierigste Berechnungen zu erhalten. Man könnte z. B. Reihen ansetzen, deren Einzelglieder die Randbedingungen erfüllen und deren Koeffizienten nach dem Grundsatz des Kleinstwertes der Formänderungsarbeit ermittelt werden. Dabei müßten auch die bekannten Gleichgewichtsbedingungen

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = \gamma \dots \dots (A)$$

beachtet werden. Ein solches Vorgehen ist aber dadurch besonders umständlich, daß die Verformungszahlen des Dammkörpers nicht konstant sind, sondern örtlich (also mit x und z) veränderlich sind¹⁾.

Unter diesen Umständen halten wir die Bemühungen, eine „genaue“ Lösung zu errechnen, für ziemlich aussichtslos und begnügen uns mit Näherungsfunktionen für den Spannungsverlauf, zumal sich einigermaßen übersehen läßt, daß der genaue Spannungsverlauf sich nicht sehr stark von den Näherungswerten unterscheiden kann. Zur Kontrolle über den Einfluß von Näherungsansätzen führen wir nachstehend die Berechnung mit zwei verschiedenen Funktionen für v_z durch.

¹⁾ Vgl. Fr. Tölke: Talsperren (Handbibliothek für Bauing. von R. Otzen), Berlin 1938, Springer-Verlag, S. 252 bis 270. — Obgleich Tölke von der Spannungsfunktion in Polarkoordinaten ausgeht, umgeht er ebenfalls die genaueren Formänderungsbedingungen, und zwar mit Hilfe der Annahme, daß die Spannungsfunktion ... „die unter den vorliegenden Randbedingungen einfachste mathematische Form annimmt.“ Diese Annahme mag bis zu einem gewissen Grade berechtigt sein; sie ist jedoch nicht ganz ohne Willkür, was sich u. a. auch darin zeigt, daß die Druckverteilung ohne Rücksicht auf die Verformbarkeit des Untergrundes erhalten wird.

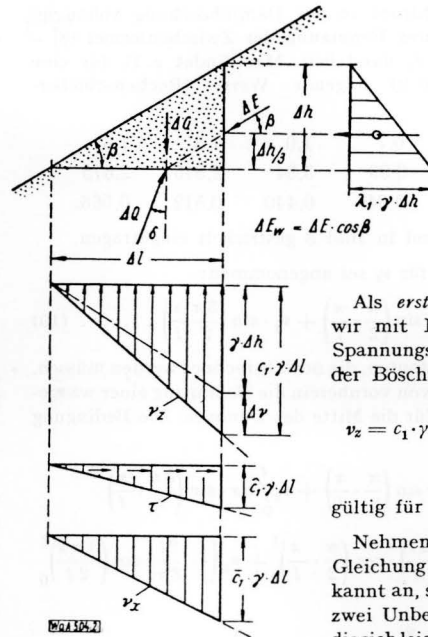


Bild 2. Gleichgewicht für Punkt A in Bild 1

Als ersten Ansatz wählen wir mit Rücksicht auf das Spannungsgleichgewicht in der Böschung:

$$v_z = c_1 \cdot \gamma x - c_2 \cdot \gamma x \left(\frac{x}{l}\right)^{n-1} \dots \dots (5)$$

gültig für $x \leq l$.

Nehmen wir in dieser Gleichung c_1 vorerst als bekannt an, so verbleiben noch zwei Unbekannte: c_2 und n , die sich leicht ermitteln lassen, wenn wir Gl. (I) hinzuziehen

und außerdem beachten, daß die v_z -Linie in Dammitte eine waagerechte Tangente haben muß:

Gl. (I):

$$G = \gamma \cdot \frac{zl}{2} = c_1 \gamma \int_0^l x \cdot dx - c_2 \frac{\gamma}{l^{n-1}} \int_0^l x^n \cdot dx = c_1 \gamma \frac{l^2}{2} - c_2 \gamma \frac{l^2}{n+1}$$

oder

$$c_1 - \frac{2c_2}{n+1} = \operatorname{tg} \beta \dots \dots (6)$$

$$\left(\frac{dv_z}{dx}\right)_{x=l} = \left(c_1 \gamma - c_2 \frac{\gamma}{l^{n-1}} \cdot nx^{n-1}\right)_{x=l} = c_1 \gamma - c_2 \gamma n = 0;$$

$$c_2 = \frac{c_1}{n} \dots \dots (7)$$

Die Einsetzung von c_2 in (6) ergibt unter Berücksichtigung von (3) nach kurzer Zwischenrechnung:

$$n = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{9 + \frac{8}{\lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta}}\right) \dots \dots (8)$$

Schließlich können wir noch Gl. (II) heranziehen, um den Erddruck E für die Dammitte zu berechnen. Mit

$$E = \lambda \cdot \gamma \frac{z^2}{2}$$

erhalten wir:

$$E \cdot z = \lambda \cdot \gamma \frac{z^2}{2} z = 2l \cdot \gamma \frac{lz}{2} - 3 \left(c_1 \gamma \int_0^l x^2 dx - \frac{c_2 \gamma}{l^{n-1}} \int_0^l x^{n+1} dx\right)$$

oder

$$\lambda \cdot \gamma \frac{z^3}{2} = \gamma z l^2 - 3 c_1 \gamma \frac{l^3}{3} + 3 c_2 \frac{\gamma}{l^{n-1}} \cdot \frac{l^{n+2}}{n+2}$$

oder nach Teilung durch γl^3 und mit Rücksicht auf (7):

$$\frac{\lambda}{2} \cdot \operatorname{tg}^3 \beta = \operatorname{tg} \beta - c_1 + \frac{3 c_1}{n(n+2)},$$

woraus unter Beachtung von (3) nach kurzer Zwischenrechnung folgt²⁾:

$$\lambda = \frac{2}{n(n+2)} [3 \operatorname{ctg}^2 \beta - \lambda_1 (n-1)(n+3)] \dots \dots (9)$$

Dieser Verhältniswert λ für den Erddruck in Dammitte ist hiernach mit Rücksicht auf (8) unmittelbar von dem Verhältnis-

²⁾ Die gleiche Formel in etwas anderer Schreibweise hat der Verfasser bereits 1935 abgeleitet. Vgl. J. Ehrenberg: Standfestigkeitsberechnungen von Staudämmen. Beitrag zum 2. Talsperrenkongreß, Washington 1936.

wert λ_1 für den Erddruck in der Dammböschung abhängig, d. h. man kann – unter Benutzung der Zwischenformel (8) – λ als Funktion von λ_1 darstellen. Man findet z. B. für eine Böschung 1:2,5 = 0,40 folgende Werte (Rechenschiebergenauigkeit):

für $\lambda_1 = 0,4$	0,7	1,0	1,3	1,6
$n = 2,29$	3,99	3,34	2,945	2,675
$\lambda = 0,236$	0,346	0,440	0,512	0,566.

Diese Zahlenwerte sind in Bild 3 gestrichelt eingetragen.

Als zweiter Ansatz für v_z sei angenommen:

$$v_z = v_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) + v_3 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) \dots (10)$$

mit v_1 und v_3 als Konstanten, die noch berechnet werden müssen. Dieser Ansatz erfüllt von vornherein die Bedingung einer waagerechten v_z -Tangente für die Mitte des Dammes. Die Bedingung (I) ergibt:

$$\begin{aligned} \gamma \frac{hz}{2} &= v_1 \int_0^l dx \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) + v_3 \int_0^l dx \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) \\ &= v_1 \left(-\frac{2l}{\pi}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) \Big|_0^l + v_3 \left(-\frac{2l}{3\pi}\right) \cos\left(\frac{3\pi x}{2l}\right) \Big|_0^l \end{aligned}$$

oder

$$\gamma \frac{z}{2} = \frac{2}{\pi} v_1 + \frac{2}{3\pi} v_3; \quad 3v_1 + v_3 = \frac{3}{4} \pi \gamma z \dots (11)$$

Für die Böschungstangente erhält man

$$\begin{aligned} \left(\frac{dv_z}{dx}\right)_{x=0} &= \left[v_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) \cdot \frac{\pi}{2l} + v_3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) \cdot \frac{3\pi}{2l}\right]_{x=0} \\ &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{v_1}{l} + \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{v_3}{l} \end{aligned}$$

Dieser Wert ist nach Früherem gleich $c_1 \cdot \gamma$, so daß mit Rücksicht auf (3) erhalten wird:

$$c_1 \gamma = \frac{\pi}{2l} (v_1 + 3v_3) = \gamma \operatorname{tg} \beta (1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta)$$

oder

$$v_1 + 3v_3 = \frac{2}{\pi} \gamma l \cdot c_1 = \frac{2}{\pi} \gamma l \cdot \operatorname{tg} \beta (1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta) \dots (12)$$

Die Gleichungen (11) und (12) ergeben zwei Gleichungen für die Unbekannten v_1 und v_3 , und man findet leicht:

$$\begin{aligned} v_1 &= \left[\frac{9}{32} \pi - \frac{1}{4} \pi (1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta)\right] \gamma z; \\ v_3 &= \left[\frac{3}{4} \pi (1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta) - \frac{3}{32} \pi\right] \gamma z \dots (13) \end{aligned}$$

Schließlich liefert die Momentengleichung (II):

$$E \cdot z = \lambda \gamma \frac{z^2}{2} \cdot z = 2 \cdot \gamma \frac{z^3}{2} l - 3$$

$$\left[v_1 \int_0^l dx \cdot x \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) + v_3 \int_0^l dx \cdot x \sin\left(\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right)\right]$$

oder

$$\begin{aligned} \lambda \gamma \frac{z^3}{2} &= \gamma z l^2 - 3 v_1 \left[-\frac{2l}{\pi} x \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) + \left(\frac{2l}{\pi}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right)\right]_0^l \\ &\quad - 3 v_3 \left[-\frac{2l}{3\pi} x \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) + \left(\frac{2l}{3\pi}\right)^2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right)\right]_0^l; \end{aligned}$$

$$\lambda \gamma \frac{z^3}{2} = \gamma z l - 3 v_1 \left(\frac{2l}{\pi}\right)^2 + 3 v_3 \left(\frac{2l}{3\pi}\right)^2$$

oder

$$\lambda = 2 \frac{l^2}{z^2} - \frac{6 v_1}{\gamma z} \cdot \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{l^2}{z^2} + \frac{6 v_3}{\gamma z} \cdot \frac{4}{9 \pi^2} \cdot \frac{l^2}{z^2}$$

oder

$$\lambda \cdot \operatorname{tg}^2 \beta = 2 - \frac{2^4}{\pi^2} \left(\frac{v_1 - v_3/9}{\gamma z}\right) \dots (14)$$

In dieser Formel können wir noch die Werte nach (13) einsetzen und erhalten nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\begin{aligned} v_1 - \frac{v_3}{9} &= \left[\frac{7}{24} \pi - \frac{1}{3\pi} (1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta)\right] \gamma z; \\ \lambda &= \left(2 - \frac{7}{\pi} + \frac{8}{\pi^2}\right) \operatorname{cotg}^2 \beta + \frac{8}{\pi^2} \cdot \lambda_1 \\ &= 0,02984 \operatorname{cotg}^2 \beta + 0,25801 \cdot \lambda_1 \dots (15) \end{aligned}$$

Zahlenwerte für $\operatorname{tg} \beta = 1:2,5 = 0,40$:

für $\lambda_1 = 0,4$	0,7	1,0	1,3	1,6
$\lambda = 0,290$	0,367	0,4445	0,522	0,599

Diese Werte sind ebenfalls in Bild 3 eingetragen, und zwar als voll eingezeichnete Linie. Bemerkenswert ist, daß sich nach (15) eine Gerade ergibt, deren Werte oberhalb der Kurve nach (9) liegen. Die Übereinstimmung ist im mittleren Bereich verhältnismäßig gut, während sich oben und unten größere Unterschiede ergeben.

Nachdem wir bislang nachgewiesen haben, daß die Verteilung der lotrechten Normalpressungen v_z von den Erddruckwerten λ oder λ_1 abhängig ist, erhebt sich jetzt die Frage, welcher von diesen λ -Werten in die Formeln für v_z eingesetzt werden muß. Auch ist zu entscheiden, ob λ nach (9) oder nach (15) zutreffender berechnet wird. Diese zuletzt genannte Frage möchte der Verfasser dahingehend beantworten, daß Gl. (15) doch wohl die zuverlässigere ist. Einmal ist v_z nach (15) in Dammitte stetiger als nach (9), weil die höheren Ableitungen nach (9) in Dammitte unstetig werden; und sodann muß im Böschungspunkte A (Bild 1) offenbar ein Wendepunkt der v_z -Kurve vorhanden sein, welche Bedingung von (15) ohne weiteres erfüllt wird, von (9) jedoch nur für $n = 3$. Es ist deshalb auch nicht verwunderlich, daß die Linien in Bild 3 für $n = 3$ (allgemeiner für $n \approx 3,5$ bis 2,9) nahe beieinanderliegen. Glücklicherweise liegt der anzusetzende λ_1 -Wert – wie wir noch sehen werden – meistens in diesem Bereich, so daß es praktisch nicht viel ausmacht, ob wir (9) oder (15) wählen. Aus den aufgezählten Gründen sollte aber der Gl. (15) doch der Vorzug gegeben werden.

Grenzwerte für λ sind dadurch gegeben, daß einmal der Erddruck in Dammitte mindestens den aktiven Druck (nach der Gleitflächenlehre) erreichen muß ($\lambda \geq \lambda_a$) und zum anderen, daß der Erddruck in der Böschung den passiven Druck nicht übersteigen kann ($\lambda_1 \leq \lambda_p$). Nach den vom Verfasser veröffentlichten Erddruckformeln³⁾ gilt für sandige (kohäsionslose) Erde mit den hier verwendeten Bezeichnungen und mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ als Reibungsbeiwert ($\varrho =$ Reibungswinkel):

$$\begin{aligned} \lambda_a &= \frac{1}{[\sqrt{1 + \mu^2} + \sqrt{\mu(\mu + \operatorname{tg} \beta)}]^2}; \\ \lambda_p &= \frac{1}{[\sqrt{1 + \mu^2} - \sqrt{\mu^2 - \operatorname{tg}^2 \beta}]^2} \dots (16) \end{aligned}$$

Rechnen wir für unser Zahlenbeispiel ($\operatorname{tg} \beta = 0,40$) mit einem Reibungsbeiwert μ von 0,50, so erhalten wir nach diesen Formeln:

$$\begin{aligned} \lambda_a &= \frac{1}{[\sqrt{1 + 0,5^2} + \sqrt{0,5(0,5 + 0,4)}]^2} = 0,312; \\ \lambda_p &= \frac{1}{[\sqrt{1 + 0,5^2} - \sqrt{0,5^2 - 0,4^2}]^2} = 1,49. \end{aligned}$$

Die Eintragung dieser Werte in Bild 3 zeigt, daß λ_1 zwischen 0,48 und 1,49 liegen muß und daß der mittlere Wert etwa $\lambda_1 \approx 1,0$ ist. Diesem Mittelwert kommt schon deshalb eine gewisse Bedeutung zu, weil die Grenzzustände des Gleichgewichtes wegen der mit ihnen verbundenen Gleitverschiebungen von vornherein unwahrscheinlich sind. Nur bei stark nachgiebigem Untergrund könnte vielleicht der Erddruck in Dammitte auf den aktiven Druck absinken, weil dann der Untergrund den Schubbeanspruchungen durch den Erddruck in der Dammsohle nicht standhält. Bei festem Untergrund dagegen kann in Dammitte der aktive Druck nicht zustande kommen. Es ist dann wahrscheinlich mit

³⁾ Ohde: Zur Theorie der Erddrucks... Bautechnik 16 (1938) H. 19, S. 242. – Ohde: Zur Erddrucklehre. Bautechnik 29 (1952) H. 8, S. 221.

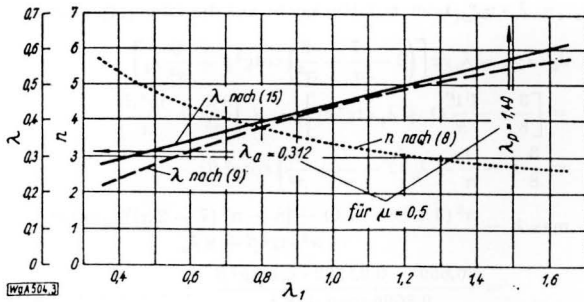


Bild 3. Der Erddruck in Dammitte (λ) als Funktion des Böschungserddruckes (λ_1)

dem Ruhedruckverhältnis λ_0 zwischen dem waagerechten und lotrechten Druck in Dammitte zu rechnen: $v_{x_{z=l}}/v_{z_{z=l}} \approx \lambda_0$, wobei als Ruhedruck bekanntlich der seitliche Reaktionsdruck bei veränderter Seitendehnung bezeichnet wird. Wir wollen einmal sehen, was bei einer solchen Betrachtung herauskommt. Legen wir für v_z die Gl. (10) zugrunde, so erhalten wir für die Mitte:

$$v_{z_{z=l}} = v_1 - v_3$$

oder mit Rücksicht auf (13):

$$v_{z_{z=l}} = \left[\frac{3}{8} \pi - \frac{1}{\pi} (1 + \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta) \right] \gamma z \dots (17)$$

Andererseits gilt: $v_{x_{z=l}} = \lambda \cdot \gamma z$. Für unser Beispiel finden wir damit folgende Zahlenwerte:

für $\lambda_1 = 1,0$	1,15	1,30
$v_x = 0,4445$	0,483	0,552
$v_z = 0,810$	0,802	0,795
$\lambda_0 = v_x/v_z = 0,549$	0,602	0,695.

Für $\mu = 0,50$ können wir nach bisherigen Versuchswerten etwa $\lambda_0 \approx 0,60$ annehmen, was nach vorstehenden Zahlen auf $\lambda_1 \approx 1,15$ führt. Diese Zahl könnte, wie gesagt, etwa für unnachgiebigen, festen Untergrund zutreffen. Für normal nachgebenden Untergrund wird λ_1 demnach in unserem Beispiel wahrscheinlich kleiner als 1,15 sein. Andererseits könnte in diesem Falle das Ruhedruckverhältnis $\lambda_0 \approx 0,60$ als Kleinstwert für die Böschung in Betracht kommen, was angenähert $\lambda_0 \approx \lambda_1 (\approx 0,60)$ bedeuten würde. Zweifellos wird das wirkliche λ_1 vom Untergrund um so mehr beeinflusst, je näher unsere waagerechte Schnittfläche der Dammsohle kommt, und man darf von diesem Gesichtspunkte aus für λ_1 keinen festen Wert suchen. λ_1 ist vielmehr als eine Konstante zu betrachten, die die Nachgiebigkeit des Untergrundes im Vergleich zur Nachgiebigkeit des Dammkörpers zum Ausdruck bringt. Ist der Untergrund stärker nachgiebig als der verdichtete Dammkörper, so wird man in unserem Beispiel $\lambda_1 \approx 0,7$ wählen können, während andernfalls etwa $\lambda_1 \approx 1,0$ angenommen werden könnte. Als Mittelwert käme dann 0,85 in Frage.

Gegen diese Überlegungen könnte man einwenden, daß der Verhältniswert λ_1 für den Erddruck in der Böschung doch offenbar eine unsichere Größe sei, so daß sich der weitere Ausbau der vorliegenden Theorie nicht lohne. Eine solche Folgerung hält der Verfasser aber doch für töricht, weil der Einfluß von λ_1 auf die Lösung der Aufgabe nicht sehr groß ist und eine rechnerische Durchdringung der Pressungsaufgaben im Dammbau aus verschiedenen Gründen doch recht wünschenswert ist, wie auch aus der Fortsetzung dieser Arbeit noch hervorgehen wird. Der Einfluß von λ_1 auf die Druckverteilung in der Waagerechten geht für unser Zahlenbeispiel aus Bild 4 hervor, wo die v_z -Linien für $\lambda_1 = 0,7$ und 1,0 miteinander verglichen sind. Aus Bild 3 lesen wir für diese beiden λ_1 -Werte ab: $\lambda = 0,367$ und 0,445. Das sind aber Zahlenwerte für den Erddruck in Dammitte, deren Unterschiede angesichts der verschiedenen Nachgiebigkeit des Untergrundes durchaus vertretbar sind. Im ganzen ergeben demnach unsere Lösungen nicht nur den ungefähren Pressungsverlauf in einer waagerechten Schnittfläche, sondern gestatten auch gewisse Aussagen über den Erddruck in der Mitte des Dammes.

Nachdem vorstehend das Berechnungsverfahren bis zu einem gewissen Grade begründet wurde, sei nachstehend noch einiges ergänzt hinsichtlich des Verlaufs der Schubspannungen τ und der waagrecht wirkenden Normalpressungen v_x . Letztere müssen ähnlich wie v_z verteilt sein, während für τ eine gegensymmetrische Verteilung mit dem Wert $\tau = 0$ in der Dammitte in Betracht kommt, wie es in Bild 1 angedeutet ist. Wir können deshalb anschreiben:

$$\tau = \tau_1 \cdot \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right) + \tau_3 \sin\left(2\pi \frac{x}{l}\right), \dots (18)$$

$$v_x = \bar{v}_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \bar{v}_3 \sin\left(3 \frac{\pi x}{2l}\right) \dots (19)$$

Eigentlich hätte man τ und v_x aus v_z mit Hilfe der eingangs aufgeführten Gleichgewichtsbedingungen (4) berechnen müssen, um das Spannungsgleichgewicht in jedem Punkte des Dammkörpers zu erfüllen. Da aber v_z durch die Näherungsfunktion (10) bestimmt wurde, würde man auf dem angedeuteten, ziemlich umständlichen Wege kaum genauere Werte als nach den Ansätzen (18) und (19) erhalten.

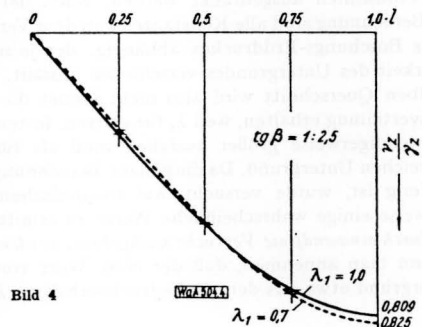


Bild 4

Um die Konstanten τ_1 und τ_3 zu bestimmen, sei zunächst vom Böschungsgleichgewicht nach Bild 2 ausgegangen. Offenbar muß gelten:

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial x}\right)_0 = \hat{c}_1 \gamma \text{ oder mit Rücksicht auf (4) und mit}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \pi \frac{\tau_1}{l} \cos\left(\pi \frac{x}{l}\right) + 2\pi \frac{\tau_3}{l} \cos\left(2\pi \frac{x}{l}\right)$$

und

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial x}\right)_0 = \pi \frac{\tau_1}{l} + 2\pi \frac{\tau_3}{l};$$

$$\frac{\pi}{l} \tau_1 + \frac{2\pi}{l} \tau_3 = \hat{c}_1 \gamma = \gamma \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta$$

oder

$$\tau_1 + 2\tau_3 = \frac{1}{\pi} \cdot \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \gamma l \dots (20)$$

Andererseits muß die Summe aller Schubkräfte $\tau \cdot dx$ bis zur Dammitte hin gerade den Erddruck E in Dammitte erreichen:

$$\int_0^l \tau \cdot dx = E = \lambda \gamma \frac{z^2}{2} \text{ oder mit Rücksicht auf (18):}$$

$$\begin{aligned} & \tau_1 \int_0^l dx \cdot \sin\left(\pi \frac{x}{l}\right) + \tau_3 \int_0^l dx \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{l}\right) \\ &= \tau_1 \cdot \frac{l}{\pi} \left(-\cos \pi \frac{x}{l}\right)_0^l + \tau_3 \frac{l}{2\pi} \left(-\cos 2\pi \frac{x}{l}\right)_0^l \\ &= 2 \frac{l}{\pi} \tau_1 + 0 = \lambda \gamma \frac{z^2}{2}; \quad \tau_1 = \frac{\pi}{4} \lambda \operatorname{tg} \beta \cdot \gamma z \cdot \frac{\pi}{4} \lambda \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \gamma l \dots (21) \end{aligned}$$

Die Einsetzung dieses Wertes in (20) ergibt:

$$\tau_3 = \frac{1}{2\pi} \lambda_1 \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \gamma l - \frac{\pi}{8} \lambda \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \gamma l$$

oder

$$\tau_2 = \frac{1}{2} \left(\lambda_1 - \frac{\pi}{4} \lambda\right) \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \gamma l \dots (22)$$

Die Konstanten \bar{v}_1 und \bar{v}_3 in (19) müssen zunächst auch für das Böschungsgleichgewicht gelten (vgl. Bild 2):

$$\left(\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)_0 = \bar{c}_1 \gamma = \lambda_1 \gamma \frac{\Delta h}{\Delta l} = \lambda_1 \gamma \cdot \operatorname{tg} \beta \text{ oder mit Rücksicht auf (19):}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial x} = \bar{v}_1 \frac{\pi}{2l} \cos\left(\frac{\pi x}{2l}\right) + \bar{v}_3 \frac{3\pi}{2l} \cos\left(3 \frac{\pi x}{2l}\right); \left(\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)_0 = \frac{\pi}{2l} (\bar{v}_1 + 3\bar{v}_3);$$

$$\frac{\pi}{2l} (\bar{v}_1 + 3\bar{v}_3) = \lambda_1 \gamma \cdot \operatorname{tg} \beta \text{ oder } \bar{v}_1 + 3\bar{v}_3 = \frac{2}{\pi} \lambda_1 \operatorname{tg} \beta \cdot \gamma l. \quad (23)$$

Schließlich muß v_x in der Mitte gleich $\lambda \gamma z$ sein, woraus folgt:
(24) $v_x|_{z=l} = \bar{v}_1 - \bar{v}_3 = \lambda \gamma z$ oder $\bar{v}_1 - \bar{v}_3 = \lambda \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \gamma l. \dots (24)$

Wir haben damit zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten erhalten und finden als Auflösung leicht:

$$\bar{v}_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{\pi} \lambda_1 + 3 \lambda \right) \operatorname{tg} \beta \cdot \gamma l; \quad \bar{v}_3 = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{\pi} \lambda_1 - \lambda \right) \operatorname{tg} \beta \cdot \gamma l. \quad (25)$$

Nachdem wir vorstehend alle Konstanten ermittelt haben, die für die Beschreibung des Spannungszustandes im Dammkörper von Bedeutung sind, können wir *zusammenfassend* feststellen, daß die Spannungen am besten durch Überlagerung passender Sinuslinien ausgedrückt werden. Nach der durchgeführten Berechnung sind alle Konstanten von dem Verhältniswert λ_1 des Böschungs-Erddruckes abhängig, der je nach der Verformbarkeit des Untergrundes verschieden ausfällt. Für ein und denselben Querschnitt wird also nicht immer die gleiche Spannungsverteilung erhalten, weil λ_1 für starren, festen Untergrund notwendigerweise größer ausfallen muß als für nachgiebigen, weichen Untergrund. Da die genaue Berechnung von λ_1 sehr schwierig ist, wurde versucht, auf theoretischem Wege näherungsweise einige wahrscheinliche Werte zu ermitteln, die aber noch durch einwandfreie Versuche nachgeprüft werden sollten. Vorerst kann man annehmen, daß der obere Wert von λ_1 für festen Untergrund etwa aus dem Ruhedruckverhältnis λ_0 folgt:

$v_{z=z=l} = \lambda_0 \cdot v_{z=z=l}$ oder mit Rücksicht auf die Gln. (17) und (15):

$$\lambda_0 \cdot \lambda \gamma z = \lambda_0 \gamma z \left[\left(2 - \frac{7}{\pi} + \frac{8}{\pi^3} \right) \cot^2 \beta + \frac{8}{\pi^3} \lambda_1 \right]$$

$$= \left[\frac{3}{8} \pi - \frac{1}{\pi} (1 + \lambda_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \beta) \right] \gamma z; \quad \lambda_1 \left(\frac{8 \lambda_0}{\pi^3} + \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{\pi} \right)$$

$$= \frac{3}{8} \pi - \frac{1}{\pi} - \lambda_0 \left(2 - \frac{7}{\pi} + \frac{8}{\pi^3} \right) \cot^2 \beta;$$

$$\max \lambda_1 = \frac{\pi^2 (3 \pi^2 / 8 - 1,0) - [8 - \pi^2 (7 - 2 \pi)] \lambda_0 \cot^2 \beta;}{\pi^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \beta + 8 \lambda_0}$$

$$= \frac{26,659 - 0,92532 \cdot \lambda_0 \cot^2 \beta}{9,8696 \operatorname{tg}^2 \beta + 8 \lambda_0} \dots \dots \dots (26)$$

λ_0 ist ein bekannter Stoffwert und hier für die Erde in Dammmitte zu nehmen (für Sand: $\lambda_0 \approx 0,5$ bis $0,45$ je nach Verdichtung, für sandigen Lehm: $\lambda_0 \approx 0,55$ bis $0,60$, für fetten Lehm oder Ton: $\lambda_0 \approx 0,65$ bis $0,70$). Der untere Wert von λ_1 für nachgiebigen Untergrund wird eintreten, sobald der Dammkörper durch den Untergrund nur ungenügend gestützt wird, so daß in der Mitte des Dammes der aktive Erddruck wirkt. Dann gilt nach (15):

$$\min \lambda_1 = \lambda_a \cdot \pi^3 / 8 - [1 - (3,5 - \pi) \pi^2 / 4] \cot^2 \beta$$

$$= 3,8758 \lambda_a - 0,115665 \cdot \cot^2 \beta \dots \dots \dots (27)$$

wobei λ_a nach der Gleitflächenlehre, z. B. nach Gl. 16, zu berechnen ist. Zwischen diesen beiden Werten $\min \lambda_1$ und $\max \lambda_1$ wird λ_1 im allgemeinen liegen und muß entsprechend dem Verhältnis der Verformbarkeit des Dammmaterials zur Verformbarkeit des Untergrundes eingeschätzt werden. Normalerweise wird der Untergrund weniger verformbar sein als der künstlich verdichtete Dammkörper, so daß λ_1 dem oberen Werte meist näher liegen wird, als dem unteren Werte. Jedenfalls können wir uns durch entsprechende Wahl von λ_1 den natürlichen Bedingungen weitgehend anpassen.

Fortsetzung folgt WA 504

DIE BAUTECHNIK

BETON- U. STAHLBETONBAU : : DER STAHLBAU

26. Jahrgang

BERLIN, Mai 1949

Heft 5

Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluß auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand.

Von Johann Ohde, Neuenhagen b. Berlin*).

Übersicht: Für den weiteren Ausbau der Baugrund-Statik sind die beiden verschiedenen Begriffe „Vorbelastung“ (frühere Höchstbelastung) und „Vorspannung“ (Kapillardruck des Porenwassers) von Wichtigkeit, besonders für bindiges Erdreich. Nach ihrer ausführlichen Erklärung wird am Beispiel der Druckverteilung gezeigt, daß zwischen zusätzlichen Erdkornpressungen und Porenwasser-Spannungen eine gegenseitige Abhängigkeit besteht. An Hand weiterer Beispiele wird der Druckausgleich bei undurchlässiger Fundamentsohle behandelt und eine Erklärung gefunden für zwei von Terzaghi mitgeteilte Grundfälle merkwürdigen zeitlichen Setzungsverlaufes. Nachdem dann kurz auf Einzelsachen von Setzungen eingegangen ist, werden neue Ergebnisse über die Ermittlung des Gleitwiderstandes und der Festigkeitsursachen mitgeteilt. Auf die erdstatische Anwendung dieser Ergebnisse und auf gewisse Abweichungen in der Natur wird hingewiesen.

Eine Theorie des Baugrundes muß in erster Linie von der Struktur und den physikalischen Eigenschaften des Erdreiches ausgehen. In dieser Hinsicht genügt es bekanntlich nicht immer, den Untergrund als einen festen Körper im Sinne der Elastizitäts- und der Festigkeitslehre anzusehen. Abgesehen von der Schichtung und der dadurch vorhandenen Veränderlichkeit der Festigkeits-Eigenschaften in überwiegend lotrechter Richtung muß vor allem der Unterschied zwischen (bleibender) Zusammendrückung und (federnder) Ausdehnung (Elastizität) sowie der Einfluß von Porenwasser-Spannungen verschiedentlich berücksichtigt werden. Grundlegend hierfür sind die physikalischen Begriffe der „Vorbelastung“ und der „Vorspannung“, die nach den Vorarbeiten von Terzaghi¹⁾ und anderen zwar schon längst bekannt sein könnten, aber anscheinend immer noch nicht allgemein beachtet werden, wie eine Durchsicht selbst neuerer baugrundmechanischer Arbeiten des öfteren erkennen läßt.

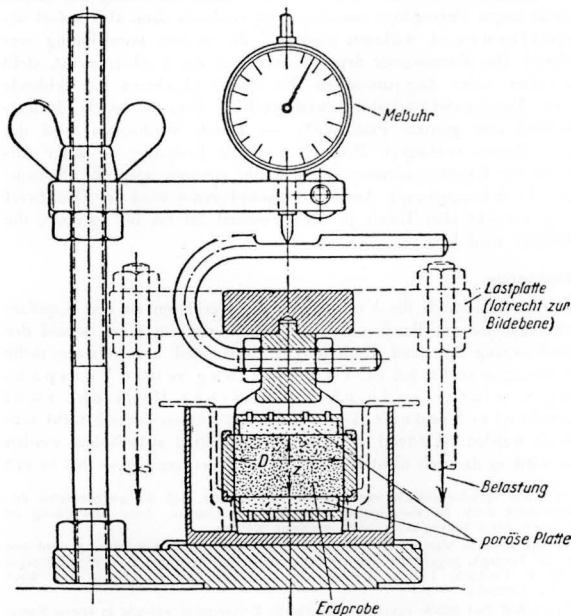


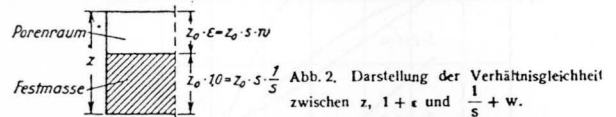
Abb. 1. Ein Druckgerät des Verfassers zur Prüfung der Zusammendrückung und Wiederausdehnung von Erdproben.

*) Leiter der Abteilung III für Grundbau der Forschungsanstalt für Schiffahrt, Gewässer- und Bodenkunde in Berlin und Mitglied des Institutes für Erd- und Grundbau der Techn. Hochschule Dresden.

¹⁾ K. Terzaghi, Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien 1925, Fr. Deuticke.

Belastungsversuche.

Um die genannten wichtigen Begriffe zu erklären, gehen wir am besten von Druckversuchen für behinderte Seitendehnung aus, wie sie von Terzaghi zuerst durchgeführt wurden¹⁾: Abb. 1.²⁾ Die Ergebnisse solcher Druckversuche werden nach den Erfahrungen des Verfassers³⁾ am besten durch doppelt-logarithmische Auf-



tragungen (Abb. 3 und 4) wiedergegeben, wobei die Veränderung der Schichtdicke z in Abhängigkeit von der wirksamen Erdkornpressung v dargestellt wird. An Stelle von $\log z$ kann auch $\log(1 + \epsilon)$ oder $\log\left(\frac{1}{s} + w\right)$ aufgetragen werden (Abb. 2), wenn bedeuten:

- ϵ = Porenzahl = Porenraum in Anteilen der Festmasse,
- w = Wasserzahl = Wassergewicht in Anteilen des Trockengewichtes (100 w = Wassergehalt in % des Trockengewichtes),
- s = Stoffgewicht (spezifisches Gewicht) der Erdkörnchen-Festmasse (je nach Bedarf in g/cm^3 oder als dimensionslose Verhältniszahl zum Wassergewicht bei 4° C).

Die zuletzt genannte Möglichkeit der Auftragung von $\left(\frac{1}{s} + w\right)$ bevorzugt der Verfasser zum Zwecke des Vergleiches der Ergebnisse verschiedener Druckversuche, während ohne die Forderung eines solchen Vergleiches die Auftragung der Schichtdicke z bequemer ist. Abb. 3

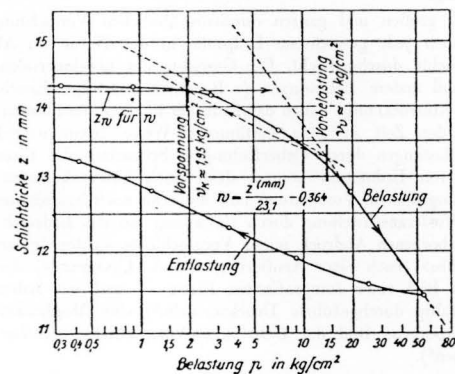


Abb. 3. Ergebnis eines Druckversuches für gewachsenen mittelfeinen Ton.

zeigt das Ergebnis eines Druckversuches mit einer sorgfältig eingebauten gewachsenen Probe mittelfeinen Tones. Der Verlauf der Belastungslinie zeigt deutlich zwei (leicht ausgerundete) Knickpunkte, die — wie angegeben — die Größe der Vorspannung v_k und die Vorbelastung v_0 erkennen lassen. Zum Nachweis dieser Deutung des Versuchsergebnisses zeigen wir in Abb. 4 das Ergebnis eines Druckversuches mit der gleichen,

²⁾ Der Verfasser hat verschiedene neue Druckgeräte entworfen und bauen lassen, worüber gelegentlich berichtet werden soll. Dann wird auf die Versuchsdurchführung und Auswertung ausführlicher eingegangen werden.

³⁾ Vgl. nachstehend sowie Bauing. 20 (1939), S. 454.

aber zunächst breiig-fließend aufbereiteten (also gestörten) Tonprobe⁴). Die zwischengeschalteten Entlastungen zeigen deutlich die bekannte Tatsache, daß von der Zusammendrückung bei der „Erstbelastung“ nur ein Bruchteil als Ausdehnung (Schwellung, Federung) zurückgewonnen wird und daß bei der Wiederbelastung neben einer gewissen Hysteresis-Erscheinung (Differenz zwischen Entlastungs- und Wiederbelastungslinie) zunächst ein ähnlich geneigter Verlauf wie bei der Entlastung erhalten

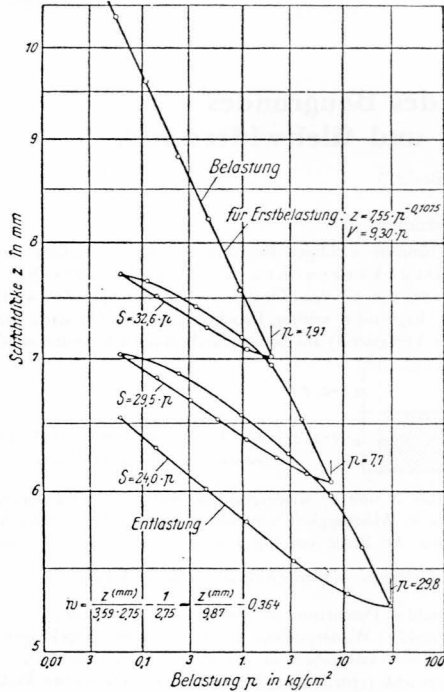


Abb. 4. Druckversuch bei verhinderter Seitendehnung mit aufbereitetem (gestörtem) mittelfeinem Ton.

wird; erst in der Nähe der (in diesem Falle künstlich erzeugten) Vorbelastung nehmen die Setzungen allmählich wieder stärker zu, und nach dem Ueberschreiten der Vorlast mündet die Belastungskurve wieder ein in die Verlängerung der ursprünglichen Erstbelastungslinie.

Vorbelastung.

Einen im großen und ganzen durchaus ähnlichen Verdichtungs-vorgang hat auch jede gewachsene Erdprobe in der Natur im Ablaufe ihrer Geschichte durchgemacht. Die Gewichte der überlagernden Erdschichten und andere Belastungen (z. B. durch mächtige Eisschichten oder durch Austrocknung) haben das Erdreich in einer bestimmten Tiefe im Laufe der Zeit in ganz bestimmter Weise zusammengedrückt. Spätere Entlastungen durch Ueberflutungen, Schmelzen des Eises oder Fortspülen von Erdmassen können dann noch hinzugekommen sein. Durch die angedeutete Verdichtung und die etwa noch hinzugekommene geringere Wiederanschwellung durch Entlastung hat das Erdreich einen zunächst verborgenen Abdruck seiner Vorgeschichte aufgeprägt erhalten — vergleichbar (nach einer Aeußerung von A. Casagrande) dem unentwickelten Bild einer fotografischen Platte — und wir haben nun durch sorgfältig durchgeführte Druckversuche⁵) eine Möglichkeit, das zunächst verborgene Bild der Belastungs-Vorgeschichte sichtbar werden zu lassen⁶).

⁴) Der Einbau erfolgt mit Hilfe von seitlich beigeschobenen Stützen (in Abb. 1 punktiert gezeichnet), die nach dem Abklingen der Setzung aus der ersten Belastung wieder entfernt werden, damit lotrechte Bewegungen des Mantels vor sich gehen können. Gewachsene Erdproben können mit Hilfe eines Ausstechringes eingebaut werden.

⁵) Die Forderung nach Sorgfalt muß nachdrücklichst erhoben werden, besonders beim Einbauen der Erdprobe in das Prüfgerät (sattes seitliches Anliegen, gutes Abgleichen und ebene Druckflächen, Vermeidung von Austrocknen oder Wasseransaugen). Durch unsauberer nachlässiger Arbeiten kann der Druckverlauf nach Abb. 3 stark fehlerhaft erhalten werden, wodurch dann die Knickpunkte für Vorspannung oder Vorbelastung nicht mehr sicher zu erkennen sind. — Um den durch das Angleichen der Druckflächen entstehenden, nie ganz vermeidbaren Fehler herab zu drücken, arbeitet der Verfasser mit lotrecht beweglicher Seitenwandung der Druckgeräte (vgl. z. B. Abb. 1). Hierdurch wird der Einfluß der Seitenreibung auf die Hälfte herabgesetzt, so daß mit der doppelten (zulässigen) Schichtdicke gearbeitet werden kann. Dieses ist besonders bei sandigeren Erdproben von Vorteil.

Wir können hiernach die Vorbelastung (v_v) erklären als die Höchstbelastung, die im Korngerüst einer Erdschicht seit ihrer Entstehung hinreichend lange wirksam war. Die jetzige Erdauflast kann natürlich dieser Höchstbelastung entsprechen, sie kann aber auch, wie gesagt, geringer sein als diese, wenn früher wirksame Belastungen jetzt nicht mehr vorhanden sind. Im letzteren Falle ist eine gewisse Entlastung eingetreten; die Vorbelastung ist dann mit der jetzt wirksamen Erdkompensation (\bar{v}) nicht identisch, sondern ist größer als diese.

Ausgleich von Porenwasserspannungen.

Während so die Vorbelastung aus der verschiedenen Größe von Zusammendrückung und Wiederausdehnung hergeleitet werden kann, muß bei der Erklärung der Vorspannung auf die Spannungen im Porenwasser eingegangen werden, deren Vorhandensein Terzaghi zuerst nachgewiesen hat⁷). — Wird eine Erdschicht plötzlich stärker belastet, so kann die damit verbundene Zusammendrückung beim Ton nicht sofort erfolgen (wie z. B. beim Sand), sondern nur allmählich in dem Maße, wie das überschüssige Porenwasser aus dem Innern der Erdschicht herausgepreßt werden kann. Da der innere Bereich sich wegen der Wassersättigung zunächst noch nicht zusammendrücken kann, erhält auch sein Erdkorngerüst anfänglich noch keinen zusätzlichen Druck, so daß die zusätzliche Belastung zunächst in voller Größe vom Porenwasser getragen werden muß (Porenwasser-Ueberdruck). Nur langsam geht dann die zusätzliche Belastung vom Porenwasser auf das Erdkorngerüst über (begleitet von einer entsprechenden Setzung), weil die Wasserdurchlässigkeit des Tones sehr gering ist⁷).

Der umgekehrte Vorgang spielt sich bei plötzlicher Entlastung ab. Dann ist im Innern der Erdschicht zunächst ein der Entlastung entsprechender Porenwasser-Unterdruck vorhanden (Zugspannung des Porenwassers, falls der Unterdruck den ursprünglichen Wasserdruck übersteigt), der nur dann allmählich wieder auf Null zurückgeht, wenn so viel fehlendes Porenwasser angesaugt werden kann, als zur Raumerfüllung durch das Ausdehnungsbestreben der Erdschicht bei der Entlastung erforderlich wird.

Soweit sich also der Porenraum bei der Entlastung — entsprechend dem Ausdehnungsbestreben der Erdschicht — durch Ansaugen von Wasser vergrößern kann, verringern sich auch die Erdkompansionen um die eingetretene Entlastung. Wenn jedoch im Verlaufe der Entlastung von einer gewissen Zeit an kein Wasser mehr zum Ansaugen verfügbar ist, kann die Erdschicht sich nicht weiter ausdehnen. Durch ihr Ausdehnungsbestreben wird das Porenwasser ein wenig ins Innere der sehr engen Porenwege zurückgesaugt, wodurch dann aber sofort der Kapillardruck wirksam wird und die weitere Ausdehnung verhindert⁸). Das Porenwasser drückt hierbei auf das Erdkorngerüst, steht also selber unter Zugspannungen. Es ersetzt gleichsam die fehlende äußere Eigengewichtsbelastung und verleiht dem Erdreich dementsprechend eine gewisse Festigkeit⁹). — Durch Verdunsten wird das Wasservolumen verringert. Dadurch wird die Erdprobe — unter Anwachsen der Kapillarspannung v_k — weiter zusammengedrückt (Schwindung oder Schrumpfung). An der Schrumpfgrenze wird der Größtwert von v_k erreicht (bei Tonen je nach Feinheit 20 bis 80 kg/cm²), die Erdschicht wird hart.

Vorspannung.

Man muß hiernach die Vorspannung erklären als den Kapillardruck (v_k), der am Rande einer Erdschicht wirksam wird, sobald der Schwellvorgang bei einer Entlastung aufhört, weil kein Wasser mehr zum Ansaugen vorhanden ist. Vorbelastung v_v und Vorspannung v_k sind also in physikalischer Hinsicht zwei grundverschiedene Begriffe und dürfen deshalb nicht verwechselt werden. Während v_k durch Wasserzutritt aufgehoben werden kann, wird v_v dadurch nicht beeinflusst. Die Vorspannung v_k hat es mit

⁶) Schon verschiedentlich wurde darauf hingewiesen, daß die angedeuteten Zusammenhänge auch für die Geologie wichtig sein können. Eine Anwendung ist aber anscheinend bislang noch nicht versucht worden.

⁷) Der zeitliche Verlauf der Setzung infolge Porenwasser-Auspressung wird von einer von Terzaghi gegebenen Theorie beherrscht. Vgl. neben 1) auch K. v. Terzaghi und O. K. Fröhlich, Theorie der Setzung von Tonschichten. Leipzig und Wien 1930, Fr. Deuticke.

⁸) Es tritt hier (nach Terzaghi) die gleiche Erscheinung auf wie in engen Kapillaren, in denen das Wasser infolge seiner Oberflächenspannung in die Höhe gezogen wird. Je enger die Röhren sind, umso mehr kann sich die kapillare Saugkraft entfalten. Da die Porenkanäle des Tones außerordentlich fein sind, ist es erklärlich, daß die Kapillarspannung bei bindigen Erdstoffen große Werte annehmen kann.

⁹) Hierbei entspricht also der Kapillardruck der fehlenden Belastung, wodurch aber nur ein Bruchteil des möglichen Größtwertes der Kapillarspannung in Anspruch genommen wird.

der jetzt wirksamen Erdpressung (\bar{v}) zu tun, indem letztere der Summe aus Vorspannung (Kapillardruck) und Eigengewichtsdruck entspricht:

$$\bar{v} = v_k + \sum \gamma \cdot \Delta z \quad \dots \quad (1)$$

mit Δz als Dicke jeder Einzelschicht der Ueberlagerung und γ als Raumgewicht (einschl. Porenwasser) der jeweiligen Schicht; v_k ist daher selbstverständlich auf die Festigkeit einer bindigen Erdschicht von großem Einfluß. Die Vorbelastung v_v dagegen ist die in der Vergangenheit erfolgte Höchstpressung, die die Vorverdichtung erzeugt hat, die aber jetzt nicht mehr wirksam zu sein braucht. Mit der jetzt vorhandenen Festigkeit hat v_v nur insofern noch etwas zu tun, als die bleibende (von Wasserzutritt unbeeinflusste) Festigkeit neben chemischen Bindungen durch die Vorverdichtung, also durch v_v mitbestimmt wird; doch ist der Anteil an bleibender Festigkeit meist nur gering (näheres s. nachstehend über den Gleitwiderstand). — Terzaghi hat darauf hingewiesen, daß die durch v_k verursachte Festigkeit durch länger andauernden Wasserzutritt wieder verloren gehen könne und redet deshalb von einer „scheinbaren“ Kohäsion. Diese Bezeichnung sollte jedoch m. E. nicht übernommen werden, da v_k nicht scheinbar, sondern wirklich vorhanden ist, wenn es auch durch äußere Umstände allmählich verändert werden kann, sobald dafür günstige Bedingungen vorliegen. Ich rede deshalb nicht von „scheinbarer Kohäsion“, sondern von „Kapillarfestigkeit“. (Vielleicht könnte man auch „Saugfestigkeit“ sagen.)

In Abb. 3 ist noch die dem natürlichen Wassergehalt entsprechende Schichtdicke z_w strichpunktiert eingetragen, deren Schnittpunkt mit der Setzungslinie ebenfalls einen Anhaltspunkt für die Größe der Vorspannung ergibt. Die Druck-Setzungslinien für Erstbelastung bindiger Erdproben mit nicht zu geringem Tongehalt folgen nach den Erfahrungen des Verfassers bei einer doppelt-logarithmischen Auftragung (Abb. 4) fast immer einer geraden Linie, woraus der Ansatz folgt:

$$z = z_c \cdot \left(\frac{p_c}{p} \right)^{1/(v)} \quad \dots \quad (2a)$$

mit p als Belastung und z_c als Schichtdicke für die Belastung p_c sowie $(v) = \frac{V_{1,0}}{p_{1,0}}$ als Verdichtungsbeiwert, $p_{1,0}$ als Belastungseinheit und $V_{1,0}$ als (weiter nachstehend erklärte) Verdichtungszahl für $p = 1,0$.

Die Vorspannung ist die Ursache folgender spannungsmechanischer Merkwürdigkeit: durch Abtragen (z. B. Fortbaggern) überlagernder Erdschichten verringert sich die lotrechte Belastung v einer bindigen Erdschicht nicht, solange keine Aufschwellung durch Wasserzutritt erfolgt. Die Entlastung durch die fortgenommenen Erdschichten wird durch ein entsprechendes Anwachsen der Vorspannung wieder wettgemacht, so daß also das Erdkorngerüst der bindigen Unterschicht keine Entlastung erfährt. Natürlich nur, solange Wasseraufnahme vermieden wird. In der Baupraxis macht man sich diesen Umstand zunutze, indem die unterste Schicht von Baugruben in bindigem Untergrund möglichst nur bei trockenem Wetter ausgehoben wird.

Auch beim Ausstanzen von gewachsenen Erdproben (zum Zwecke der Untersuchung im Prüfraum) findet ein Anwachsen der natürlichen Vorspannung statt, indem diese die bis dahin wirksame mittlere Erdpressung ersetzt. Das ist jedoch kein Grund zur Beunruhigung. Denn es kommt ja meistens gerade darauf an, die Festigkeit bei den im Untergrund wirksamen Pressungen kennen zu lernen. Es ist deshalb m. E. unverstänlich und zeugt von einer Verkenntnis der physikalischen Zusammenhänge, wenn zuweilen der Rat gegeben wird, eine zum Zerdrücken bestimmte Erdprobe vor der Belastung kurz in Wasser einzutauchen, „um die Kapillarspannung auszuschalten“. Ebenso abwegig ist meistens auch die Gepflogenheit, Druckversuche mit gewachsenen Erdproben bei verhinderter Seitendehnung in der Weise durchzuführen, daß man den Proben nach deren Einbau in das Druckgerät zunächst Gelegenheit gibt, ausgiebig Wasser anzusaugen und zu schwellen. Dadurch wird die Vorspannung aufgehoben, so daß über diese baupraktisch sehr wichtige Größe nichts ausgesagt werden kann¹⁰⁾. Der erste Knickpunkt im Druck-

¹⁰⁾ Nur wenn durch nachlässige Behandlung der Proben bereits Verdunstungsverluste eingetreten sind, oder wenn die Vorbelastung mit möglichst großer Genauigkeit ermittelt werden soll, ist das Aufschwellen von Tonproben vor dem Druckversuch sinnvoll. Auch kann man durch Zerdrücken von wassergelagerten Tonzylindern Anhaltspunkte für die bleibende Festigkeit gewinnen. Dann ist der Erdzylinder jedoch nicht nur flüchtig in Wasser einzutauchen, sondern vor dem Zerdrücken solange unter Wasser zu setzen, bis kein weiteres Anschwellen mehr erfolgt. Dabei muß nach den Erfahrungen des Verfassers für seitliche Abstützung gesorgt werden, so daß die Schwellung nur in einer Richtung erfolgen kann.

Setzungsbild nach Abb. 3 kommt bei solchen Versuchen nicht mehr zum Vorschein; man stellt dann im Versuchswege nicht die Zusammendrückbarkeit des wirklichen Baugrundes fest, sondern die Nachgiebigkeit eines Untergrundes, der lange Zeit vom Wasser überflutet und aufgeweicht worden ist. Die Wasserzugabe sollte daher erst nach offensichtlicher Ueberschreitung der Vorbelastung oder bei der Höchstbelastung erfolgen, um anschließend die volle Schwellkurve ohne Wassermangel zu erhalten. Aus diesen Darlegungen erhellt wohl zur Genüge, wie wichtig es ist, die zur näheren Prüfung bestimmten ungestörten („gewachsenen“) Erdproben vor der Belastung sowohl vor Wasseraufnahme als auch vor Verdunstung zu schützen.

Allgemeines über zusätzliche Spannungen in bindigem Baugrund.

Nach Klärung der grundlegenden Begriffe können wir nun versuchen, den Einfluß von Vorbelastung und Vorspannung rechnerisch herauszuarbeiten, um dadurch die Auswirkung von äußeren Belastungen zahlenmäßig verfolgen zu können. Dabei ist — besonders bei bindigen luftfreien Erdschichten — zu beachten, daß zwei sich einander durchdringende und wechselseitig beeinflussende Stoffe vorhanden sind: das Erdkorngerüst und das Porenwasser. Die zwangsläufig verkoppelte statische Wechselwirkung dieser beiden Stoffe ist von grundlegendem Einfluß auf Druckverteilung und Spannungsgleichgewicht bindigen Erdreiches, was anscheinend bisher noch nicht genügend beachtet wurde. Im Nachstehenden bringen wir einige Beispiele von den Aufgaben, die beim Ausbau einer „Spannungslehre für bindigen Baugrund“ zu lösen sind.¹¹⁾ Dabei tritt der Einfluß der Zeit insofern besonders zutage, als vorzugsweise Spannungszustände im Anfangsstadium der zusätzlichen (schnell erfolgten) Belastung untersucht werden. Der Einfachheit halber sei einheitlicher bindiger Baugrund bis in größere Tiefen vorausgesetzt.¹²⁾

Wie bereits ausgeführt wurde, erhält das Porenwasser bindigen Untergrundes durch Belastungsänderungen zusätzliche Spannungen (Ueber- oder Unterdruck), die sich beim Fehlen sandiger Zwischenschichten nur sehr langsam wieder ausgleichen. Die Bauzeit ist demgegenüber meist als „kurz“ anzusehen, so daß man von der ungünstigsten Annahme plötzlich einsetzender Belastungsänderung ausgehen kann. Da der Rauminhalt eines bindigen Untergrundes bei schneller Belastungsänderung wegen der Anwesenheit des Porenwassers sich nicht ändern kann, so können für das Erdkorngerüst in diesem Falle nur solche Pressungsänderungen in Betracht kommen, die keine Raumänderung ergeben. Ist z. B. bei einer ebenen Aufgabe infolge einer zusätzlichen Belastung der eine Hauptdruck der Erdkornpressungen erhöht worden, so muß der andere Hauptdruck unbedingt verringert worden sein, damit die Bedingungen gleichbleibenden Raum-inhaltes erfüllt bleiben*. Die durch diese Bedingung miteinander verkoppelten Änderungen der Erdkorn-Hauptpressungen können in den meisten Fällen nur durch Änderungen im Spannungszustand des Porenwassers hervorgerufen werden, wie jetzt am Beispiel der Druckverteilung von Einzellasten gezeigt sei.

Druckverteilung in bindigem Baugrund.

Wir setzen der Einfachheit halber ein bindiges Erdreich mit stärkerer Vorbelastung voraus und gehen außerdem von der Annahme strahliger Druckausbreitung (nach Strohschneider und O. K. Fröhlich) aus (Hauptpressungen in Richtung des Lastangriffpunktes und senkrecht zu dieser Richtung). Für stärker vorbelastetes Erdreich können wir dann (unter Vernachlässigung der Hysterisis-Erscheinung) voraussetzen, daß die Formänderungszahlen für Belastung und Entlastung einander gleich sind.

¹¹⁾ Ausführlichere Behandlung ist in besonderen Arbeiten vorgesehen. Vgl. z. B. Anmerkung 22).

¹²⁾ Die einfacheren Probleme sandigen Untergrundes oder eines bindigen Baugrundes mit mehreren entwässernden sandigen Zwischenschichten werden als bekannt angenommen.

*) Professor Dr.-Ing. Edgar Schultze (Berlin), dem ich die vorliegende Arbeit vor der Drucklegung zur Kenntnis brachte, ersann für die Veranschaulichung der Tonspannungen bei schneller Belastung das mechanische Modell nach Abb. 5. Dieses Modell ist vorzüglich geeignet, sich die gegenseitige Verkopplung von Erdkorn- und Wasserspannungen bei der ebenen Aufgabe klarzumachen. Die zusätzlichen Erdkornspannungen sind durch lotrechte und waagerechte Federkräfte dargestellt, wobei die Federkonstanten in beiden Richtungen nicht einander gleich zu sein brauchen (worauf wir später noch zurückkommen). Wird nun der obere Kolben um die Strecke x nach unten gedrückt, so müssen wegen der Raumerfüllung durch das Wasser (Porenwasser im Ton!) die seitlichen Kolben um die Strecken $\frac{x}{2}$ verschoben werden. Die waagerechten Federn werden also gedehnt (seitliche Pressungsminde- rung im Ton), während die lotrechten Federn zusammengeedrückt werden (Pressungs- zunahme in der Kraftrichtung). Auch die nachstehend und später behandelten Beziehungen zwischen dem Porenwasserdruck (q), den zusätzlichen Erdkornspannungen und der gesamten (zusätzlichen) lotrechten Belastung (\bar{P}) sind klar zu erkennen.

Wir schreiben dafür $V = S$ oder $Z = A$, unter Einführung folgender Bezeichnungen:

- Z = Zusammendrückzahl für unbehinderte Seitendehnung,
- A = Ausdehnungszahl (Elastizitätszahl) für unbehinderte Seitendehnung,
- V = Verdichtungszahl (Zusammendrückungszahl) für verhinderte Seitendehnung,
- S = Schwellzahl (Ausdehnungszahl) für verhinderte Seitendehnung.

Jede dieser 4 Formänderungszahlen wird erklärt durch $\frac{d p}{\left(\frac{d z}{z}\right)} \equiv z \cdot \frac{d p}{d z}$

mit $d z$ als Aenderung der Schichtdicke z infolge der kleinen Belastungsänderung $d p$. A entspricht hiernach der gewöhnlichen Festlegung der Elastizitätszahl E der festen Körper. Für V erhält man aus Gl. (2 a) für bindige Erde:

$$V = (v) \cdot p \dots \dots \dots (2b)$$

also eine gradlinige Zunahme mit der Belastung p . Bei stärkerem Feinsand- oder Sandgehalt ist Gl. (2 b) zu ersetzen durch¹³⁾

$$V = (v) \cdot p_{1,0} \left(\frac{p}{p_{1,0}}\right)^\omega \dots \dots \dots (3b)$$

womit an Stelle von (2 a) erhalten wird:

$$\ln \frac{z_c}{z} = \frac{1}{(v)} \cdot \frac{(p)^{1-\omega} - (p_c)^{1-\omega}}{1-\omega} \dots \dots (3a)$$

mit

$$(p) = \frac{p}{p_{1,0}}$$

Zwischen der zusätzlichen Radialpressung σ_R und der zusätzlichen Tangentialpressung σ_φ der Erdkörnpressungen (Abb. 6 a) muß nun für $V = S$ offenbar die Bedingung $\sigma_R + \sigma_\varphi = 0$ oder $\sigma_\varphi = -\sigma_R$ bestehen, wenn eine Raumänderung vermieden werden soll (vgl. auch Abb. 5). σ_φ muß sich also als Pressungsminderung (Zugspannung) ergeben. Würden nun keine weiteren Spannungsänderungen als σ_R und σ_φ auftreten, so wäre das Momentengleichgewicht für den in Abb. 6 b punktiert ausgedeckten Ringteil des Erdkörpers nicht erfüllt. Denn da die σ_R -Pressungen kein Moment liefern, bleibt das Moment der Kraft $\sigma_\varphi \cdot d R$ übrig (unter Beiseitlassung der Eigengewichtswirkung). Dieses Moment muß nun durch ein gleich großes Moment des Porenwasser-Überdruckes q wieder aufgehoben werden, d. h. es muß sein

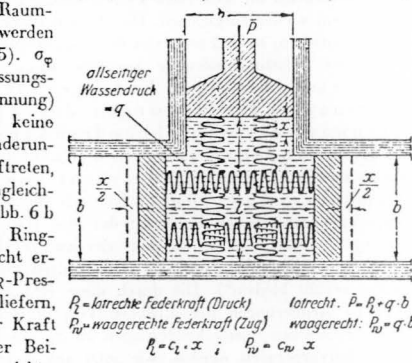


Abb. 5. Modell nach E. Schultze für die Veranschaulichung der gegenseitigen Beeinflussung von Erdkorn- und Wasserspannungen.

$$|\sigma_\varphi| = q = \sigma_R = -\sigma_\varphi \dots \dots \dots (4)$$

Es muß also ein beträchtlicher Überdruck des Porenwassers auftreten (oder eine entsprechende Verminderung der Zugspannung des Porenwassers, falls das Erdreich unter Vorspannung steht). Macht man im übrigen mit Fröhlich¹⁴⁾ den Ansatz

¹³⁾ Für die ausführliche Begründung dieser Ansätze ist ein besonderer Aufsatz vorgesehen. Vgl. auch Baurg. 1939, S. 454.
¹⁴⁾ O. K. Fröhlich, Druckverteilung im Baugrunde. Berlin 1934, J. Springer.

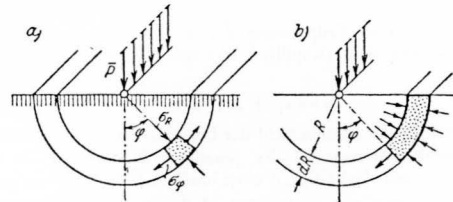


Abb. 6. Zur Druckverteilung im Ton bei plötzlicher Belastung.

$$\sigma_R = C \cdot \frac{\bar{P}}{R} \cdot \cos^m \varphi \dots \dots \dots (5)$$

und setzt nach den Darlegungen des Verfassers im Bauingenieur 1939, S. 455: $m = 3 + \omega$ mit ω als Potenz für die Tiefenveränderlichkeit der Verdichtungszahl $\left[V \approx v_z \cdot \left(\frac{z}{z_{1,0}}\right)^\omega\right]$, vgl. auch (3b), so liefert die

Bedingung des Gleichgewichts in lotrechter Richtung für die Konstante C nur die Hälfte des Wertes, der ohne Rücksichtnahme auf Wasserdruck nach der gewöhnlichen Theorie erhalten wurde.

Man könnte hieraus folgern wollen, daß auch die Einsenkung bei plötzlicher Belastung durch einen langen Laststreifen etwa die Hälfte des Wertes betragen müsse, der nach längerer Zeit (nach dem Ausgleich der Wasserspannungen) erreicht wird. Eine solche Folgerung wäre aber schon deswegen nicht richtig, weil die Setzung eines Bauwerkes auf gleichmäßigem Grund in erster Linie durch die Formänderungen in der Nähe der Lastfläche bestimmt werden, wo die Idealisierung der Belastung durch eine Einzellast nicht mehr zulässig ist. Wir müssen daher die Verhältnisse in der Nähe der Lastfläche gesondert betrachten. Dabei sind hinsichtlich des Herausdrückens von überschüssigem Porenwasser zwei Fälle zu unterscheiden: Die Fundamentsohle kann — im Vergleich mit der Durchlässigkeit des Tongrundes — fast undurchlässig oder verhältnismäßig durchlässig sein. Der letzte Fall ist anhand der Theorie von Terzaghi und Fröhlich (s. Anm. 7) zu behandeln und braucht deshalb hier nicht weiter verfolgt zu werden.

Drei Beispiele für Druckausgleich und Setzungsverlauf bei undurchlässiger Grundkörpersohle.

Aufgabe I: Schnelle Belastung eines Baugrundes ohne Vorspannung.

Mit Rücksicht auf eingebaute Isolierschichten hat man es in manchen Fällen mit einer undurchlässigen Grundkörpersohle zu tun. Die plötzliche Belastung eines solchen Fundamentes wird im Untergrund zunächst nur durch einen entsprechend großen Überdruck des Porenwassers aufgenommen (falls keine Vorspannung vorhanden ist). Bildlich dargestellt, wird durch die schnelle Belastung unter dem Fundament ein im Querschnitt halbkreisförmiges Druckwasserkissen nach Abb. 7 a erzeugt. Mit zunehmendem Abstände von der Laststelle nimmt natürlich auch der zusätzliche Wasserdruck ab, was in Abb. 7 a durch entsprechende Kurven angedeutet ist. Offenbar wird aber das Erdkörnergüst zunächst nicht belastet — zumindest nicht in der Mittelsenkrechten des Fundamentes. Infolgedessen wird zunächst auch keine Setzung eintreten. Das überschüssige Porenwasser kann wegen der undurchlässigen Sohle nur seitlich des Fundamentes nach der Oberfläche hin austreten, und zwar zunächst überwiegend in der Nachbarschaft der Fundamentecken (in Abb. 7 a durch Pfeile angedeutet), weil hier das weitaus größte Druckgefälle vorhanden ist. Nach Ablauf einer gewissen Zeit wird in der Nachbarschaft der Ecken ein gewisser Druckausgleich eingetreten sein, sodaß der Druckverlauf des Porenwassers etwa nach Abb. 7 b verlaufen kann. Der erfolgte Druckausgleich wird sich aber immer noch auf die Nachbarschaft der Ecken beschränken und die Druckverhältnisse in der Mittelsenkrechten noch annähernd unverändert lassen. Infolgedessen wird auch noch geraume Zeit nach der Belastung immer noch keine Setzung zu beobachten sein. Erst wenn der seitliche Druckausgleich so weit nach der Mitte zu vorgedrungen ist, daß auch aus dem mittleren Bereich überschüssiges Porenwasser zur Seite hin abströmen kann, erst dann besteht die Möglichkeit für ein Zusammendrücken der mittleren Bereiche in der Symmetrieachse unter dem Fundament und damit für eine Setzung des Fundamentes, die dann in dem Maße fortschreitet, wie es das seitliche Abströmen des überschüssigen Porenwassers gestattet¹⁵⁾. Hiernach ist etwa ein Setzungsverlauf nach Abb. 7 d zu erwarten: zunächst setzt sich das Fundament eine Zeitlang überhaupt nicht, um dann plötzlich durch merkliche Setzungen zu überraschen, die erst nach längerer Zeit langsam wieder abklingen. — Ein solches merkwürdiges Setzungsverhalten ist in der Tat von Terzaghi

¹⁵⁾ Möglicherweise findet auch ein Zerdrücken des mittleren Bereiches in Abb. 7 c statt, was dann ein schnelles Einsinken um einen gewissen Betrag zur Folge haben könnte.

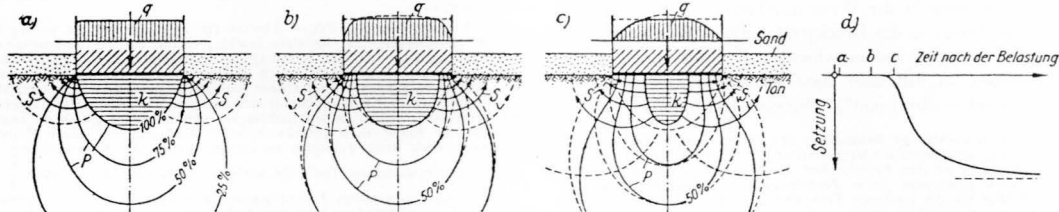


Abb. 7. Druckausgleich für bindigen Baugrund ohne Vorspannung, der durch ein Fundament mit undurchlässiger Sohle schnell belastet wird. q = Porenwasser-Überdruck in der Sohle, k = Druckkissen des vollen Porenwasserdruckes, P = Kurven gleichen Porenwasser-Überdruckes.

festgestellt worden¹⁶⁾, ohne daß er sich ein solches Verhalten erklären konnte. Durch vorstehende Betrachtungen dürfte die Ursache einer Setzungskurve nach Abb. 7 d zu übersehen sein; eine mehr ins Einzelne gehende mathematische Lösung der Aufgabe steht allerdings noch aus.

Man erkennt übrigens sofort, daß die zeitliche Verzögerung im Setzungsablaufe durch eine dünne Feinsandschicht unter der Fundamentsohle aufgehoben wird. Eine solche Filterschicht würde einen normalen Setzungsablauf herbeiführen und damit die Setzungen wesentlich früher eintreten lassen.

Aufgabe II: Schnelle Belastung eines Baugrundes mit stärkerer Vorspannung.

Sobald der durch ein Fundament belastete Baugrund eine stärkere Vorspannung besitzt, liegt eine ähnliche Aufgabe vor; mit dem Unterschied allerdings, daß in diesem Falle nicht unbedingt Porenwasser aus dem Untergrund herausgedrückt werden muß. Solange nämlich die zusätzliche Belastung die Vorspannung nicht übersteigt, wird der Fundamentdruck zunächst nur ein Nachlassen der Kapillarspannungen in der Sohlfäche zur Folge haben. Denn Porenwasser kann nur nach völliger Aufhebung der Kapillarspannungen herausgedrückt werden. Solange diese durch die Söhlpressuren nicht überschritten werden, kann demnach auch kein Porenwasser abströmen. Durch die Belastung erfolgt in diesem Falle nur eine teilweise Übernahme von Pressungen, die vorher vom Saugdruck des Porenwassers ausgeübt wurden; das Erdkörnergerüst wird jedoch durch diese Spannungsverlagerung zunächst nicht beeinträchtigt, da es für die Erdkörner gleichgültig ist, ob sie ihren Druck vom Fundament oder von den Kapillardrücken des Porenwassers erhalten. — Ähnlich wie im vorigen Beispiel wird sich der Spannungsausgleich zunächst auf die Nachbarschaft der Ecken beschränken, so daß auch die Setzung des Bauwerkes ebenfalls erst nach längerer Zeit beginnen wird. Ein grundsätzlicher Unterschied besteht für die mathematische Lösung allerdings insofern, als der Wasserdruck seitlich längs der freien Oberfläche jetzt nicht konstant (gleich Null) bleibt wie im vorigen Beispiel. Die Kapillarspannungen, die bei plötzlicher Belastung zunächst einen Sprung in den Fundamentecken aufweisen, werden sich derart ausgleichen, daß in der Sohlfäche wieder eine Vergrößerung, seitlich davon jedoch vorerst eine Verringerung erfolgt (verbunden mit einer entsprechenden Schwellung). Es erfolgt also — wenigstens in der ersten Zeit — ein ähnlicher Transport des unter dem Fundament überschüssigen Porenwassers zur Seite hin, wie im vorigen Beispiel, nur tritt das überschüssige Porenwasser seitlich nicht aus, sondern dient zur Raumvermehrung der seitlichen Bereiche, die infolge der Verminderung von ν_k entsprechend anschwellen. Mit der Zeit wird der Druckanstieg in der Umgebung der Ecken immer mehr abflachen — wie in Abb. 8 angedeutet

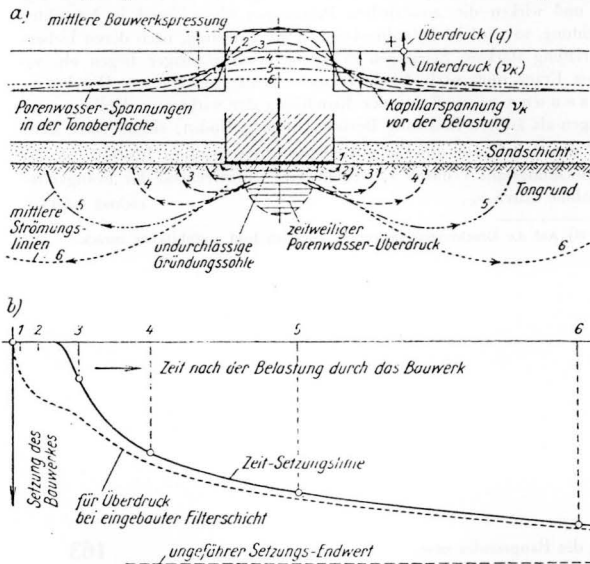


Abb. 8. Spannungsausgleich für bindigen Baugrund mit stärkerer Vorspannung ν_k

ist — wobei die mittleren Strömungswege des Porenwassers immer länger werden. — Da in größerer Entfernung von der Laststelle immer noch die volle frühere Vorspannung wirkt, kann die erwähnte Anschwellung seitlich des Fundamentes indessen nicht von Dauer sein. Von einem bestimmten Zeitpunkt an wird deshalb die Mulde des Druckabfalls von ν_k in der Nachbarschaft der Lastfläche wieder allmählich aufgefüllt werden, was dann mit entsprechenden Setzungen des Fundamentes verbunden ist und wodurch dann die erwähnten seitlichen Aufschwellungen des Erdreiches wieder allmählich rückgängig gemacht werden. Da hierbei das in der Umgebung der Lastfläche überschüssige Porenwasser in immer entferntere seitliche Bereiche abfließen muß, so leuchtet wohl ohne weiteres ein, daß sich der zeitliche Ablauf des Spannungsausgleiches außerordentlich in die Länge ziehen muß. Vielleicht kann hierdurch das langsame, mit annähernd gleichmäßiger Geschwindigkeit vor sich gehende Setzungsfließen erklärt werden, welches oftmals zu beobachten ist, nachdem ein großer Teil der Setzungen in bekannter Weise vor sich gegangen ist¹⁷⁾. Sollte diese Erklärung zutreffen, so müßte das Setzungsachließen in solchen Fällen am ausgiebigsten zu beobachten sein, bei denen die natürliche Vorspannung

¹⁶⁾ K. v. Terzaghi: Die Setzung der Fundierungen und ihre Wirkung auf den Oberbau. Der Ingenieur 1935, S. B 239 u. f. Auf Seite B 245 sagt Terzaghi: „Der ungewöhnlichste Fall ist der letzte... (D); hier läßt sich während des Baues überhaupt keine Setzung feststellen, erst einige Zeit nach dem Aufbringen der gesamten Baulast beginnt plötzlich die Setzungserscheinung, als ob die Festigkeit des Baugrundes spontan aufgehört hätte zu bestehen. Als ich zum ersten Male diese Art von Setzungskurven zu Gesicht bekam, wollte ich diesem Ergebnis keinen Glauben schenken; ich war sicher, daß hier ein Fehler vorlag oder daß aus irgend einem Grunde die Tatsachen entstellte sein müßten. Nachdem ich jedoch alle Angaben persönlich überprüft hatte, mußte ich zugeben, daß sie richtig waren. Seither habe ich diese Art von Zeit-Setzungsdiagrammen in einem halben Dutzend von Fällen erhalten. Ich vermute daher, daß Fall D keineswegs eine Ausnahme bildet.“

¹⁷⁾ Auf diese Erscheinung hat Terzaghi ebenfalls zuerst hingewiesen.

des Erdreiches — im Verhältnis zur Erdauflast betrachtet — am größten ist. — Die rechnerische Lösung der Aufgabe dürfte in dieser Hinsicht Klarheit bringen. Eine solche Lösung wird allerdings schwierig und wohl nur annäherungsweise möglich sein, zumal dann, wenn die Zusammenrückbarkeit größer ist als das Schwellungsvermögen (also für V nicht gleich S). — Für den Fall, daß die Fundamentpressungen die Vorspannung ν_k übersteigen, ändert das solange nichts an der angedeuteten Lösung der Aufgabe, wie seitlich neben dem Fundament die Vorspannung noch nicht ganz aufgehoben wird. Je größer also die Fundamentpressungen im Vergleich zur Vorspannung sind, umso weicher wird das Erdreich seitlich des Fundamentes vorübergehend sein. Hiernach ist es denkbar, daß die Grenzbelastung für das Fundament nicht zu Beginn der Belastung sondern später ihren Kleinstwert erreicht. Die Lösung der Aufgabe gewinnt damit an Wichtigkeit.

Wie bereits angedeutet und aus dem Vergleich der Strömungswege in Abb. 7 und 8 hervorgeht, besteht besonders für die zweite Hälfte des Spannungsausgleiches ein größerer Unterschied zwischen unserer zuerst gezeigten „Aufgabe I“ und der zuletzt betrachteten „Aufgabe II“. Damit besteht denn auch hinsichtlich des Ausgleiches der zusätzlichen Porenwasser-Spannungen ein grundsätzlicher Unterschied zwischen Erdreich ohne und mit Vorspannung. Die Kapillarspannung ersetzt also nicht nur einfach eine gewisse Erdauflast, sondern beeinflusst darüber hinaus auch in merklicher Weise den zeitlichen Verlauf des Spannungsausgleiches und der Setzungen.

Fragen wir schließlich auch bei unserer Aufgabe II noch nach dem Einfluß einer dünnen Feinsandschicht unter der Fundamentsohle, so erkennen wir anhand der Spannungskurven in Abb. 8 a, daß eine solche Filterschicht — im Gegensatz zu Aufgabe I — so lange wirkungslos bleiben muß, wie die Bauwerkspressungen noch kleiner bleibt als die Vorspannung ν_k . Solange dieses zutrifft, wird die nachgewiesene zeitliche Verzögerung der Setzung also in jedem Falle auftreten (unabhängig davon, ob eine Filterschicht angeordnet wurde oder nicht). Wenn aber durch die Bauwerkslast ein Ueberdruck des Porenwassers erzeugt wird, muß bei vorhandener Filterschicht zunächst die Setzung beschleunigt werden, allerdings nur solange, wie noch Wasserüberdruck vorhanden ist. Man wird in diesem Falle etwa mit dem in Abb. 8 b punktiert gezeichneten Setzungsverlauf zu rechnen haben.

Aufgabe III: Entlastung durch Aushub einer Baugrube.

Zu Beginn unserer Betrachtungen über die statische Auswirkung der Spannungen im Porenwasser wurde bemerkt, daß beim Abtragen von Erdschichten die Vorspannung die Rolle der bisherigen Erdauflast übernimmt. Diese Feststellung gilt ohne Einschränkung zunächst nur für seitlich unbegrenzte Schichten. Beim Aushub einer begrenzten Baugrube ist wieder der Unterschied der Kapillarspannungen in Betracht zu ziehen. Liegt z. B. der Fall nach Abb. 9 vor,

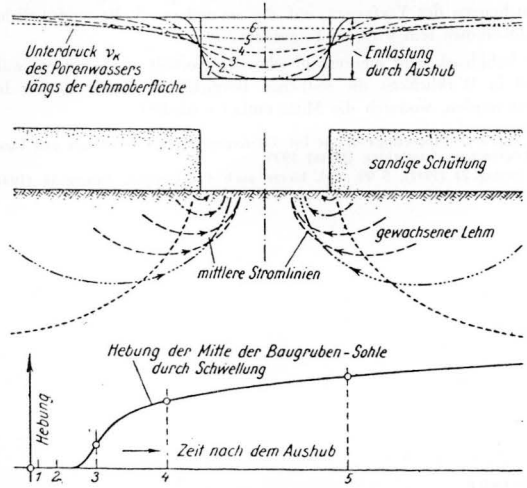


Abb. 9. Spannungsausgleich und Aufschwellung der Sohle beim Aushub einer Baugrube.

so wird nach dem Aushub der Baugrube die bisherige Erdauflast in der Sohle zunächst durch eine gleichgroße Zunahme der Kapillarspannung ersetzt — sofern Wasser ferngehalten wird. Seitlich der Baugrube wirkt in der Oberfläche des Lehmes aber eine weit geringere oder gar keine Vorspannung. Infolgedessen wird ein allmählicher Ausgleich der Porenwasserpressungen eintreten, indem die Kapillarspannungen ν_k seitlich der Baugrube zunächst zunehmen, in der Baugrube selbst aber abnehmen (vgl. Abb. 9). Mit der Abnahme von ν_k schwillt der Lehm in der Baugrube an und wird allmählich immer weicher, wohlgeremert, ohne daß von außen her Wasser zufließt¹⁸⁾. Mit der Zeit muß hierbei das zum Aufschwellen und Weichwerden der Baugrubensohle erforderliche Porenwasser aus immer entfernteren seitlichen Bereichen heranzuströmen, und man erkennt, daß im vorliegenden Fall genau die gleichen Verhältnisse vorliegen wie bei unserer vorstehend erläuterten „Aufgabe II“. Nur vollzieht sich jetzt der Strömungsvorgang in umgekehrter Richtung, weil nicht belastet sondern entlastet wurde. — In baupraktischer Hinsicht ist aus der vorstehenden Betrachtung zu folgern, daß eine Baugrubensohle in bindigem Erdreich auch dann mit der Zeit weicher wird, wenn alles äußere Wasser ferngehalten wird. Will man also die durch die Erdauflast vor dem Aushub bedingte Festigkeit weitgehend erhalten, so ist für beschleunigten Baufortgang Sorge zu tragen, damit die Unterschiede der Kapillarspannungen sich nicht erst ausgleichen können, sondern durch die Bauwerkslast möglichst bald wieder beseitigt werden. Entsprechendes gilt natürlich auch für Probebelastungen auf bindigen Baugrund. — Der Einfluß der Austrocknung ist hierbei allerdings unbeachtet geblieben.

¹⁸⁾ In physikalischer Hinsicht entspricht dieser Vorgang genau dem allmählichen Einsetzen des Schwellens eines noch unverkleideten Tunnels in tonigem Gebirge, für welches Terzaghi eine einleuchtende Erklärung gegeben hat. Vgl. Erdbau-mechanik S. 215. Man erkennt übrigens, daß Terzaghi bei dieser Deutung des oft außerordentlich starken Tunneldruckes in „blühendem Gebirge“ grundsätzlich von ähnlichen Überlegungen ausgeht wie der Verfasser im vorliegenden Aufsatz hinsichtlich des Ausgleiches der Kapillarspannungen. Offenbar ist die konsequente Weiterverfolgung dieser „Spannungsausgleich“-Lehre bislang unterblieben.

Die vorstehend behandelten Beispiele zeigen wohl zur Genüge, daß die Berücksichtigung der Vorspannung und die Verfolgung des zeitlichen Ausgleichs der Porenwasserspannungen sowohl für die Baupraxis als auch für die Weiterentwicklung der Baugrundlehre außerordentlich wichtig ist. Nachdem der Einfluß des Porenwassers auf die Druckverteilung schon angedeutet wurde, soll im folgenden Teil über den Einfluß von Vorspannung und Vorbelastung auf Setzungsgröße und Gleitwiderstand berichtet werden.

Fehlerquellen bei Setzungsberechnungen.

Bekanntlich wird die Gesamtsetzung zu einer beliebigen Zeit durch Summierung aller Einzelsetzungen für die gleiche Zeit gefunden:

$$\zeta = \int_0^{\infty} \bar{c} \cdot dz$$

mit \bar{c} als Setzung der Schichtdickeneinheit in der Tiefe z unter Fundamentsohle. Es kommt also entscheidend auf den zahlenmäßigen Ansatz der Einheitssetzungen \bar{c} an. Diese sind zunächst von den zusätzlichen Pressungen abhängig — sowohl lotrechten als auch waagerechten — sodann auch von der Abhängigkeit der Setzungen von den (allseits unterschiedlichen) Pressungen. Beide Gesetzmäßigkeiten sind noch nicht in allen Einzelheiten erforscht, und man darf sich deshalb nicht wundern, wenn die leider üblich gewordenen vereinfachten Setzungsvorausberechnungen nicht mit den nachträglichen Beobachtungen übereinstimmen. Erfahrungsgemäß werden fast immer zu große Setzungen errechnet¹⁹⁾, obwohl die Setzungen meistens unter der günstigen und eigentlich unzulässigen Voraussetzung veränderter Seitendehnung ermittelt werden. Die Ursachen dieser Unstimmigkeit liegen nach den Untersuchungen des Verfassers, auf die an anderer Stelle ausführlicher zurückzukommen sein wird, in folgendem:

- a) Der Sohldruck wird meistens gleichmäßig verteilt angenommen, während in Wirklichkeit die seitlichen Bereiche der Sohle stärker belastet werden, wodurch die Mitte entlastet wird²⁰⁾.

¹⁹⁾ Vgl. z. B. Proceedings of the Int. Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge (Mass) 1936.

²⁰⁾ Bauing. 23 (1942), S. 99. Vgl. hierzu auch F. Schleicher, Bauing. 14 (1933) S. 242.

- b) Der für die Druckverteilung günstige Einfluß der Fundament-Einbindetiefe (Gründungstiefe) blieb bisher ganz unbeachtet.
- c) Vor allem wurde der Einfluß der Erdschichtung auf die Druckverteilung zu sehr vernachlässigt. Oft werden z. B. die Setzungen durch eine nachgiebigere Erdschicht in gewisser Tiefe unter Fundamentsohle verursacht; dann wirken die überlagernden sandigeren Schichten wie ein Träger auf elastischer Unterlage, wodurch eine bedeutend stärkere Druckverteilung erhalten wird als durch schematische Anwendung bekannter Druckverteilungsformeln.²¹⁾
- d) Die versuchsmäßig ermittelte Zusammendrückbarkeit von Erdproben wird vielfach zu groß erhalten, sei es nun durch Gefügestörungen bei der Entnahme der Proben oder durch nachlässige oder fehlerhafte Versuchsdurchführung.

Setzungsgröße und Vorbelastung.

Sehen wir aber nun von vorstehend genannten „Fehlern“ ab und setzen die wirksamen zusätzlichen Pressungen als bekannt voraus, so wird die Einheitssetzung \bar{c} nach Abb. 3 und 4 offenbar entscheidend von der Vorbelastung beeinflusst: unterhalb der Vorbelastung v_v sind die Setzungen bedeutend geringer als oberhalb v_v , sie werden durch Hysterisis noch weiter verringert. Andererseits dürfte die Vorbelastung nur bei veränderter Seitendehnung eine unveränderliche Größe sein. Ist z. B. die jetzige Erdbelastung v infolge Entlastung kleiner als die Vorbelastung v_v und wirken die zusätzlichen Pressungen überwiegend in lotrechter Richtung, so wird höchstwahrscheinlich die Pressung, nach deren Überschreitung stärkere Setzungen erfolgen, etwas niedriger liegen als v_v . Diese Frage muß noch durch Versuche geklärt werden. — Die Vorspannung v_k muß bei der Ermittlung der wirksamen Erdkompressionen als äußere Belastung Berücksichtigung finden; sie hat aber sonst auf den Ansatz für die Einheitssetzung \bar{c} nur insofern Einfluß, als die Verdichtungszahl V durch v_k erhöht wird, entsprechend der Festigkeitszunahme durch v_k . (Schluß folgt.)

²¹⁾ Auf die Druckverteilungslehre komme ich bald ausführlicher zurück.

Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes und ihr Einfluß auf Setzung, Festigkeit und Gleitwiderstand.

Von Johann Ohde, Neuenhagen b. Berlin.

(Schluß aus Heft 5.)

Der Gleitwiderstand bindiger Erdstoffe.

Die Festigkeit einer Erdprobe kommt am sinnfälligsten beim Zerdrücken eines länglichen Erdzylinders zum Ausdruck. Da hierbei der Bruch unter Ausbildung von Gleitflächen erfolgt, müssen wir zunächst auf den Gleitwiderstand bindiger Erdstoffe eingehen. Hierüber findet man im Schrifttum noch manche unklaren Ansichten oder unrichtigen Hypothesen; allerdings gehört das Gleitwiderstandsproblem anerkanntermaßen zu den schwierigeren Aufgaben der Baugrundlehre. Der Verfasser beschäftigt sich schon jahrelang mit diesem Problem und gibt nachstehend auszugsweise das Ergebnis dieser zu einem gewissen Abschluß gelangten Bemühungen bekannt²²⁾.

Die ersten (noch in mancher Hinsicht unklaren) Ansätze für den Gleitwiderstand bindiger Erdstoffe verdanken wir H. Krey²³⁾ und K. v. Terzaghi²⁴⁾. Letzterer wies insbesondere darauf hin, daß der Gleitwiderstand der Tone von der Geschwindigkeit der Schubbelastung beeinflusst wird, was A. Casagrande und L. Jürgenson dann

²²⁾ Eine ausführlichere Veröffentlichung unter dem Titel „Ueber den Gleitwiderstand der Erdstoffe“ soll bald herauskommen.

²³⁾ H. Krey, Rutschgefährliche und fließende Bodenarten. Bautechn. 5 (1927), Heft 35, S. 485.

²⁴⁾ K. v. Terzaghi in Public Roads 10 (1929), S. 147 und in Auerbach-Hort, Handb. phys. u. techn. Mech., Bd. IV, 2. Hälfte, Leipzig 1931, J. A. Barth.

auch durch Versuche nachgewiesen²⁵). Bei diesen Versuchen wurde eine rückerliche zusätzliche Zusammendrückung durch die Schubbelastung gefunden, im Gegensatz zur Elastizitätslehre, wonach durch reine Schubspannungen keine Raumänderung entstehen soll.

Terzaghi wies sodann auf die wichtige Tatsache hin, daß der Gleitwiderstand in erster Linie von den Erdkorn-Pressungen abhängt, weil der Druck des Porenwassers keinen Beitrag zum Reibungswiderstand liefert²⁶). Die von Krey in der früheren Preuß. Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau in Berlin begonnenen Reibungsversuche wurden später von Tiedemann fortgesetzt, insbesondere auch für vorbelastete und für gewachsene Erdproben²⁷). — Besonders wertvolle Versuchsergebnisse erhielt dann M. J. Hvorslev durch gründliche Untersuchung gestörter Erdproben bei langsamer Schubbelastung²⁸). Diese Arbeit hat wesentlich beigetragen zur Klärung des Gleitwiderstands-Problems für den Fall, daß keine Vorspannungen vorhanden sind.

Der Verfasser kann allerdings die von Hvorslev gegebene Deutung der Versuchsergebnisse nicht guthießen. Dieser Deutung schloß sich Terzaghi an unter Verwendung einer anschaulichen bildlichen Darstellung²⁹). Hier-nach müßten jedoch für ein und dieselbe Erdprobe verschiedene Vorbelastungen in Frage kommen, was physikalisch nicht möglich ist. Die von Hvorslev erhaltenen geringfügigen Hysteresiskurven des Gleitwiderstandes bei Entlastung und Wiederbelastung können auch durch das bei der Entlastung auftretende relative Höherbleiben der mittleren Hauptspannung erklärt werden³⁰).

Durch diese und andere Erwägungen erkannte der Verfasser, daß der von Hvorslev und Terzaghi vorgeschlagene Weg zur Ermittlung des wahren Reibungswinkels nicht richtig sein kann, vielmehr von folgenden Gesetzmäßigkeiten ausgegangen werden muß (vgl. Abb. 10):

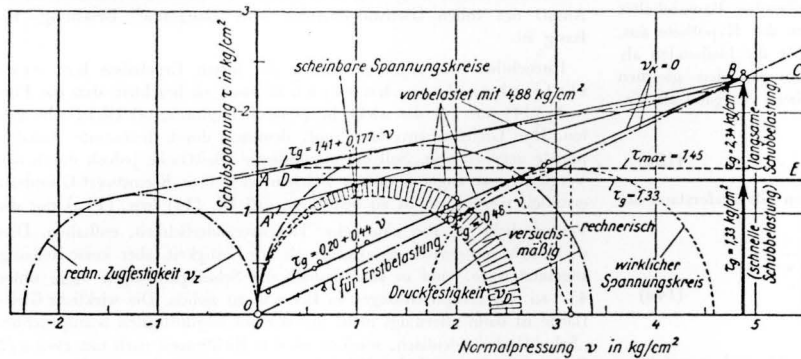


Abb. 10. Gleitwiderstände eines Tones (Wiener Schluffton, Versuchsergebnisse von Hvorslev). Bisher übliche Annahme des τ_g -Verlaufes: Linie A—B—C bzw. A'—B'—C'; Neues Ergebnis: τ_g nach D—E.

1. Für erstbelastete Erde nimmt der Gleitwiderstand (τ_g) bei langsamer Schubbelastung annähernd verhältnismäßig mit der Normal-
 pression ν (E r d k o r n p r e s s u n g) zu:

$$\tau_g \approx \mu_0 \cdot \nu \dots \dots \dots (6)$$

Der Beiwert μ_0 ist annähernd ein Erdstoff-Festwert und kann als „Gleitwiderstandsbeiwert für Erstbelastung“ bezeichnet werden³¹).

2. Für entlastete oder wiederbelastete bindige Erde folgt die Linie des Gleitwiderstandes (langsame Schubbelastung) unterhalb der Vorbelastung genügend genau der Coulombschen Geraden

$$\tau_g \approx k + \mu \cdot \nu \dots \dots \dots (7)$$

²⁵) L. Jürgenson, The shearing resistance of soils. Journ. Boston Society of Civil Eng., July 1934.
²⁶) Proc. of the Int. Conf. of Soil Mechanics, Vol. I, S. 54, Cambridge (Mass.) 1936.

²⁷) B. Tiedemann im Handb. d. Bodenlehre, Bd. 10, Berlin 1932, und in den Mitteilungsheften 14 und 20 (Berlin 1933 u. 1935) der Pr. Versuchsanstalt sowie in Bautechn. 15 (1937), Heft 30, S. 400 u. Heft 33, S. 433.

²⁸) M. J. Hvorslev, Ueber die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden. Kopenhagen 1937.

²⁹) K. v. Terzaghi, Die Coulombsche Gleichung für den Scherwiderstand bindiger Böden. Bautechn. 16 (1938), Heft 26, S. 343. Die in diesem Aufsatz gegen Tiedemann vorgebrachte Kritik besieht nicht zu Recht, da Terzaghi offensichtlich nicht beachtete, daß Tiedemann seine Versuche bei schneller Schubbelastung durchführte.

³⁰) Ausführliche Erörterung dieser Streitfrage in der unter ²²) angekündigten Arbeit.

³¹) Nur für sehr feinkörnige Tone wird eine schwache Krümmung der τ_g -Linie erhalten, wodurch dann μ_0 für kleine Belastungen etwas größer ausfällt als für größere Pressungen.

(was Hvorslev bei der Deutung seiner Versuche zunächst ebenfalls feststellte³²). Da m. E. davon ausgegangen werden muß, den rechnerisch konstant bleibenden Anteil des Gleitwiderstandes als Festigkeit (Kohäsion) und den verhältnismäßig mit der Pressung ν zunehmenden Anteil als Reibung zu deuten, so ist μ als der wahre Reibungsbeiwert und k als die auch unter Wassereinwirkung vorhanden bleibende Festigkeit zu bezeichnen, die durch die Vorbelastung mit ν_v irgendwie erzeugt wurde. Terzaghi nennt k die „echte Kohäsion“ zum Unterschied von der „scheinbaren Kohäsion“ durch Kapillarspannungen, die durch Wassereinwirkung allmählich wieder zum Verschwinden gebracht wird. Der Verfasser nennt k die „Eigenfestigkeit“ und die Festigkeit durch Kapillarspannungen die „Kapillarfestigkeit“ oder „Saugfestigkeit“. Es leuchtet ein, daß die beiden genannten Festigkeitsarten sauber auseinander gehalten werden müssen. Als Winkel der wahren inneren Reibung findet man aus $\text{tg } \rho = \mu$: $\rho = \text{arc tg } \mu$.

3. Für unterschiedliche Vorbelastungen ν_v werden einander parallele Gleitwiderstandsgeraden erhalten (nach Tiedemann), so daß die Eigenfestigkeit k annähernd verhältnismäßig mit der Vorbelastung zunimmt:

$$k \approx x \cdot \nu_v \dots \dots \dots (8)$$

mit x als Beiwert der Eigenfestigkeit. Es gilt dann auch $\mu + x = \mu_0$.

Die vorstehenden Formeln 6 bis 8 sind nur für sehr langsame Schubbelastung ohne weiteres anwendbar, weil nur dann die Erdkornpressungen ν von vornherein bekannt sind. Im Bauwesen hat man aber meistens mit verhältnismäßig schneller Schubbelastung zu rechnen, wobei das überschüssige Porenwasser keine Zeit findet zum Entweichen oder Druckausgleich. Dann interessiert besonders der Grenzfall plötzlicher Schubbelastung, bei dem bekanntlich ein geringerer Gleitwiderstand erhalten wird. Dieser Grenzfall ist einer rechnerischen Behandlung zugänglich.

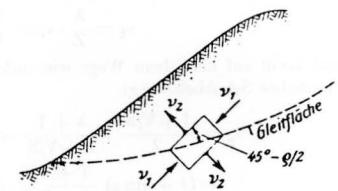


Abb. 11. Zusätzliche Erdkornspannungen beim Gleitungsbruch.

Wir setzen der Einfachheit halber zunächst ausreichend vorbelastetes Erdreich voraus, welches vor der zusätzlichen Belastung die alleits gleichen Erdkornpressungen $\bar{\nu}$ besitzen möge³³). Durch die neu hinzukommende plötzliche Belastung werde nun das Erdreich bis zum Gleitflächenbruch überbelastet. Die Gesetze des Spannungsgleichgewichts im Grenzzustand zeigen³⁴), daß dann die Druckrichtungen (Richtungen der größten Hauptspannungen) zu den Richtungen der Gleitfläche nach Abb. 11 den Winkel $45^\circ - \frac{\rho}{2}$ einschließen, unabhängig von der Größe von k , und daß zwischen der größten Hauptspannung σ_1 , der kleinsten Hauptspannung σ_2 und der Schubspannung τ_g in der Gleitfläche die Beziehungen bestehen:

$$\sigma_1 = \lambda \cdot \sigma_2 + 2 \sqrt{\lambda} \cdot k \dots \dots \dots (8^*)$$

$$\tau_g = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos \rho \dots \dots \dots (9)$$

mit $\lambda = \text{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\rho}{2} \right) = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} = \left(\sqrt{1 + \mu^2} + \mu \right)^2$ (10)

Durch die plötzliche Belastung bis zum Gleitungsbruch wird die Erdkorn-
 pression in der Druckrichtung um ν_1 erhöht:

$$\sigma_1 = \bar{\nu} + \nu_1 \dots \dots \dots (11a)$$

³²) In Abb. 10 sind die Ergebnisse von Hvorslev für Wiener Schluffton als Nullenkreise eingetragen.

³³) Durch $\bar{\nu}$ kann neben der Erdaufast auch eine etwa vorhandene Vorspannung mit erfaßt werden; vgl. Gl. (1).

³⁴) Vgl. Bautechn. 16 (1938), Heft 10/11, S. 155 u. 157.

und lotrecht dazu um v_2 erniedrigt (Zug) (vgl. hierzu auch Abb. 5):

$$\sigma_2 = \bar{v} - v_2 \dots \dots \dots (11b)$$

Sieht man von Hysteresiserscheinungen ab, so gelten bei größerer Vorbelastung ($\sigma_1 < \bar{v}$) angenähert die Ansätze der Elastizitätstheorie, und die Bedingung gleichbleibenden Rauminhaltes liefert dann für die ebene Aufgabe:

$$v_1 = v_2 \dots \dots \dots (12)$$

(Nach Abb. 5 erhält man dieses Ergebnis für Federn gleicher Elastizität). Durch Verbindung der Gleichungen 8, 11 und 12 erhält man als Zwischenergebnis:

$$v_1 = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \bar{v} + \frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda + 1} \cdot k = \sin \rho \cdot \bar{v} + \cos \rho \cdot k \quad (13)$$

dessen Einsetzung in (9) unter Beachtung von (11) ergibt:

$$\tau_g = \cos^2 \rho (\mu \cdot \bar{v} + k) = \frac{1}{1 + \mu^2} (\mu \cdot \bar{v} + k) \dots (14)$$

Da der Klammerausdruck den vollen Gleitwiderstand für sehr langsame Schubbelastung angibt, tritt hiernach durch die plötzliche Belastung eine Herabminderung des Gleitwiderstandes durch den Faktor $\cos^2 \rho$ ein.

Dieses Ergebnis gilt allerdings voraussetzungsgemäß nur für größere Vorbelastung. Ist dagegen die Vorbelastung nicht größer als die jetzige Erdbelastung ($v_v = v$), so ist der Unterschied der Formänderungen gegen Druck und Zug ($V \neq S$ für Belastung und Entlastung) in Betracht zu ziehen. Durch die Zugspannung v_2 entstehen dann offenbar geringere Formänderungen als durch eine gleich große Druckspannung v_1 , weil erstbelastetes Erdreich sich unter Entlastung in geringerem Maße wieder ausdehnt, als es sich unter Belastung zusammendrücken läßt. Infolgedessen kann jetzt die Bedingung gleichbleibenden Rauminhaltes nicht das Ergebnis $v_2 = v_1$ liefern. Geht man von der Hypothese aus, daß die Querdehnungszahl (Poissonzahl) sowohl für die bleibenden als auch für die federnden (elastischen) Formänderungen den gleichen Wert aufweist, so erhält man vielmehr für die ebene Aufgabe als Ergebnis einer längeren Rechnung³⁵⁾:

$$v_2 = \frac{A}{Z} \cdot v_1 = \frac{S}{V} \cdot v_1 \dots \dots \dots (12a)$$

und damit auf ähnlichem Wege wie vorhin für den Gleitwiderstand bei plötzlicher Schubbelastung:

$$\tau_g = \frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S} \cdot \cos^2 \rho (\mu \cdot \bar{v} + k) \quad (14a)$$

$$= (1 + \sin \rho) \frac{1 + V/S}{\lambda + V/S} (\mu \bar{v} + k)$$

Hier tritt also neben $\cos^2 \rho$ noch als weiterer Abminderungsfaktor $\left(\frac{1 + V/S}{2} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda + V/S}\right)$ hinzu. Z. B. erhält man für den Wiener Schluffton nach Abb. 10 mit $\mu = 0,44$ ($\lambda = 2,35$) und $V/S \approx 0,22$ bei einer Belastung v von $4,88 \text{ kg/cm}^2$:

$$\tau_g = \frac{1 + 0,22}{2} \cdot \frac{2,35 + 1}{2,35 + 0,22} \cdot \frac{1}{1 + 0,44^2} \cdot (0,44 \cdot 4,88 + 0,20)$$

$$= 0,795 \cdot 0,838 \cdot (2,35) \approx 1,56 \text{ kg/cm}^2.$$

Für Erstbelastung ist allerdings der natürliche Erddruck (Seitendruck) vor der zusätzlichen Belastung kleiner als der Auflastdruck v ; er sei zu $\lambda_n \cdot \bar{v}$ angesetzt. In diesem Falle (d. h. für $\lambda_n \neq 1,0$) ist \bar{v} genauer durch $\frac{1 + \lambda_n}{2} \cdot v$ zu ersetzen. Im vorstehend behandelten Beispiel erhält man also mit $\lambda_n \approx 0,67$ (Wiener Schluffton) für den Klammerausdruck genauer:

$$\left(0,44 \cdot \frac{1 + 0,67}{2} \cdot 4,88 + 0,20\right) = (1,993)$$

und damit

$$\tau_g = 0,795 \cdot 0,838 \cdot (1,993) \approx 1,33 \text{ kg/cm}^2.$$

Dieser Wert ist in Abb. 10 als waagerechte Widerstandslinie eingetragen. Gegenüber $\tau_g = 2,34 \text{ kg/cm}^2$ für ausreichend langsame Schubbelastung ist demnach in vorliegendem Falle für schnelle Belastung nur ein Gleitwiderstand von 56,5 % des vollen Wertes vorhanden.

³⁵⁾ Hierbei wird merkwürdigerweise die dritte zusätzliche Hauptspannung zu Null erhalten, was nicht von vornherein erwartet werden konnte. Ausführlicher Beweis s. Anm. 2). Das gleiche Ergebnis wie Gl. (12a) liefert Abb. 5, wenn sich die Federkonstanten $c_1 : c_w$ wie $V : S$ verhalten.

Von der nachgewiesenen merklichen Herabsetzung des Gleitwiderstandes wird demnach vor allem erstbelastetes, d. h. jüngeres Erdreich betroffen. In der Tat wird bei jüngeren Anlandungen in Küstengebieten eine verstärkte Rutschneigung beobachtet. Manche dieser Rutschungen konnte man sich nach den bisherigen Gleitwiderstandsansätzen (etwa nach Linie A-B-C in Abb. 10) nicht recht erklären. Es sei z. B. hier auf die durch statistische Auswertung an Rutschungen gewonnene Folgerung von Terzaghi hingewiesen, wonach anscheinend nur eine mittlere Kohäsion (OA in Abb. 10) dem Abrutschen entgegenwirkt*). Auch der Verfasser machte beim Nachrechnen von Rutschungen ähnliche Erfahrungen. Z. B. war eine große Kalkrutschung bei Latdorf (Sodawerke Bernburg), die seinerzeit das Bett der Saale völlig abschnitt, nur zu erklären, wenn der (in diesem Fall beträchtliche) Reibungsanteil des bisherigen τ_g -Ansatzes ganz unberücksichtigt gelassen wurde, wenn also nur mit der Gleitfestigkeit (OA) gerechnet wurde. Abb. 10 läßt nun erkennen, daß der wirkliche Gleitwiderstand tatsächlich in der Nähe des Gleitfestigkeitswertes (Kohäsion) nach üblichem Ansatz liegen kann. Es eröffnen sich damit neue Perspektiven sowohl für die Aufklärung eingetretener Rutschungen als auch für die Vorausberechnung der Rutschsicherheit von Böschungen und Dämmen. Auch die zulässige Grundbruchbelastung des Tongrundes kann jetzt mit größerer Genauigkeit ermittelt werden**). — Es mag noch darauf hingewiesen werden, daß für die Herabsetzung des Gleitwiderstandes von Ton primär die Bedingung gleichbleibenden Wassergehaltes maßgebend ist. Die Schubbelastung braucht also nicht unbedingt „schnell“ zu erfolgen. Solange noch keine Änderung des Wassergehaltes erfolgen kann, spielt das Zeitmaß der Belastung nur eine untergeordnete Rolle. Die Bedingung für einen verminderten Gleitwiderstand ist demnach im Bauwesen sehr oft erfüllt, und man wird im Einzelfalle immer sorgfältig überlegen bzw. nachweisen müssen, ob ein Ansatz des vollen Gleitwiderstandes (sehr „langsame“ Belastung) zulässig ist.

Hinsichtlich der Anwendung der neuen Ergebnisse bei erdstatischen Berechnungen ist noch zu beachten, daß die Formeln (14) nur für die wirkliche (statisch ungünstigste) Gleitfläche gelten. Der Gleitflächenverlauf muß demnach durch bestimmte Anhaltspunkte gegeben sein. Soll die ungünstigste Gleitfläche jedoch durch den Vergleich von angenommenen Flächen nach dem Kleinstwert-Grundsatz ermittelt werden, so ist zu bedenken, daß Gl. (14) bzw. (14a) nur die Veränderliche \bar{v} , also eine reine Tiefenveränderlichkeit, enthalten. Dies wirkt sich rechnerisch so aus, als ob nur Festigkeit, aber keine Reibung angesetzt wäre, und es sind deshalb die Schubspannungen τ_{\max} unter 45° zu den Hauptrichtungen in Betracht zu ziehen. Die wirkliche Gleitfläche ist dann allerdings nicht mit der am ungünstigsten beanspruchten „Schubfläche“ identisch, sondern ist den Richtungen nach um etwa $\rho/2$ flacher geneigt, weil der Winkel zwischen Gleitfläche und Hauptspannungen nicht 45° , sondern $45^\circ - \rho/2$ beträgt. Mit diesen Andeutungen müssen wir uns hier begnügen. Wie man mit Hilfe eines Spannungskreises, der die τ_g -Linie nach Gl. (7) berührt, leicht nachweisen kann, besteht allgemein die Beziehung zwischen τ_g nach Gl. (14) bzw. (14a) und τ_{\max} :

$$\tau_g = \cos \rho \cdot \tau_{\max} \text{ oder } \tau_{\max} = \tau_g \sqrt{1 + \mu^2} \dots (15)$$

Die Festigkeit bindiger Erde.

Nach Klärung der Gleitwiderstandsfrage können wir nun auch die Zylinderdruckfestigkeit (v_D) unschwer berechnen. Die bisherigen Gleichungen (8), (10) und (11) bleiben hierbei gültig³⁶⁾ und an Stelle von (12) gilt jetzt für stärker vorbelastetes Erdreich ($v_v \gg \bar{v}$; $V \approx S$) und $\lambda_n = 1,0$:

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot v_1 \dots \dots \dots (16)$$

Das gleiche Ergebnis wird erhalten, wenn man sich das Modell in Abb. 5 noch durch einen zweiten waagerechten Kolbengang (lotrecht zur Bildebene) ergänzt denkt (räumliches Modell).

Mit Hilfe der Gl. (16) findet man zunächst auf dem gleichen Wege, der zur Gl. (13) führte, für die zusätzliche lotrechte Erdkompensation:

*) K. v. Terzaghi, Stability of Slopes of Natural Clay. Proc. Int. Conf. of Soil Mech. I, S. 161, Cambridge (Mass.) 1936.

** Die angedeuteten Aufgaben sollen in besonderen Aufsätzen behandelt werden.

³⁶⁾ Vernachlässigt ist dabei neben der Druckplattenreibung allerdings die Tatsache, daß der Reibungswert μ (nach Terzaghi und Bernatzik) mit der mittleren Hauptspannung σ_3 etwas veränderlich ist, wonach für die vorliegende achsensymmetrische Aufgabe etwas geringere μ -Werte gelten als für die ebene Aufgabe.

$$v_1 = 2 \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda + 2} \cdot \bar{v} + \frac{4\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} \cdot k = \frac{4}{3 - \sin \rho} (\sin \rho \cdot \bar{v} + \cos \rho \cdot k) \quad (17)$$

Bezeichnen wir nun mit v_{k3} die Porenwasserspannung unter der Bruchbelastung, so muß offenbar einerseits die Druckfestigkeit v_D zusammen mit der Kapillarspannung v_{kB} ebenso groß sein wie die Erdkornkompression σ_1 in der Druckrichtung und andererseits muß v_{kB} der Erdkornkompression σ_2 lotrecht zur Druckrichtung entsprechen:

$$\sigma_1 = v_D + v_{kB} \quad \text{und} \quad \sigma_2 = v_{kB} \quad \dots \quad (18)$$

In Abb. 12 sind diese Spannungsüberlagerungen näher veranschaulicht. Abb. 12 a zeigt die allseits gleich große Kapillarspannung $v_k (= \bar{v})$ vor dem Druckversuch und in größerem Abstand die unter der Bruchlast neu hinzukommenden Erdkornspannungen v_1 und v_2 . In Abb. 12 b sind die Gesamtspannungen unter der Bruchlast dargestellt.

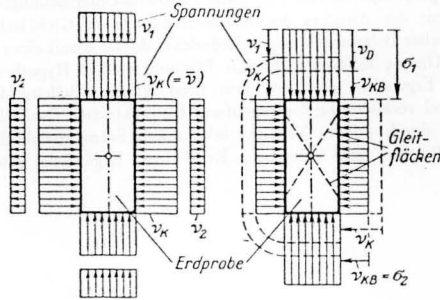


Abb. 12. Zur Ableitung der Formel für die Zylinder-Druckfestigkeit v_D .

Man findet aus (18) nach Einsetzung von (16) und (17) und unter Beachtung von (11):

$$v_D = \frac{3}{2} \cdot v_1 = \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2} (\mu \cdot \bar{v} + k) = \frac{6}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} (\mu \cdot \bar{v} + k) \quad (19)$$

$$v_{kB} = \bar{v} - \frac{1}{2} \cdot v_1 = \frac{3(1 - \sin \rho)}{3 - \sin \rho} \cdot \bar{v} - \frac{2 \cos \rho}{3 - \sin \rho} \cdot k = \frac{3(\sqrt{1 + \mu^2} - \mu) \bar{v} - 2k}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} \quad \dots \quad (20)$$

Die vor der Belastung vorhandene Kapillarspannung $v_k = \bar{v}$ hat demnach unter der Bruchbelastung einen um $1/2 v_1$ niedrigeren Wert, und die Druckfestigkeit v_D besteht zu $1/3$ aus dieser zeitweisen Verminderung der Kapillarspannung (vgl. Abb. 12). In ähnlicher Weise kann man auch die Zugfestigkeit v_z berechnen und findet

$$v_z = \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + 1} (\mu \bar{v} + k) \quad \text{mit} \quad \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + 1} = \frac{6 \cos \rho}{3 + \sin \rho} = \frac{6}{3\sqrt{1 + \mu^2} + \mu}$$

Für erstbelastetes Erdreich ($v_v = v$; $V < S$; $\lambda_n < 1,0$) ist die Druckfestigkeit v_D von der Druckrichtung abhängig. Es seien hier nur die Ergebnisse angegeben. Für eine gewachsene Erdprobe ist jetzt nicht mehr $v_k = \bar{v}$ (vor der zusätzlichen Belastung) sondern

$$v_k = \frac{2\lambda_n + V/S}{2 + V/S} \cdot \bar{v} \quad \dots \quad (21)$$

Als Druckfestigkeit findet man für lotrechte Druckrichtung

$$v_D = \frac{1 + 2 \cdot V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \left(\mu \cdot \frac{1 + 2\lambda_n \cdot V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \bar{v} + k \right) \quad (22a)$$

und für waagerechte Druckrichtung

$$v_D = \frac{1 + 2 \cdot V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{\lambda + 2 \cdot V/S} \left(\mu \cdot \frac{\lambda_n + 2 \cdot V/S}{1 + 2 \cdot V/S} \cdot \bar{v} + k \right) \quad (22b)$$

als Zugfestigkeit für lotrechte Zugrichtung

$$v_z = \frac{2 + V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + V/S} \left(\mu \cdot \frac{2\lambda_n + V/S}{2 + V/S} \cdot \bar{v} + k \right) \quad \dots \quad (23a)$$

und für waagerechte Zugrichtung

$$v_z = \frac{2 + V/S}{3} \cdot \frac{6\sqrt{\lambda}}{2\lambda + V/S} \left(\mu \cdot \frac{2 + \lambda_n \cdot V/S}{2 + V/S} \cdot \bar{v} + k \right) \quad \dots \quad (23b)$$

Die sich nach diesen Formeln für lotrechte Kraftrichtung ergebenden Werte des Wiener Schlufftons $v_3 = 3,37$ und $v_z = 2,36$ kg/cm² sind in Abb. 10 als strichpunktierte Mohr'sche Spannungskreise eingetragen

(was natürlich nicht zulässig ist!). Die Berührende an diese Halbkreise liefert formal den Gleitwiderstand:

$$\tau_g = 1,41 + 0,177 v,$$

während der wirkliche Gleitwiderstand vorstehend zu $\tau_g = 1,33$, also merklich geringer, ermittelt wurde. Hierdurch ist wohl ausreichend das zuweilen empfohlene Vorgehen mit Mohr'schen Spannungskreisen widerlegt, die in der für feste Körper üblichen Weise aufgetragen werden³⁷⁾.

Die rechnerisch erhaltenen Werte für τ_g und v_D werden zur Zeit im Dresdener Institut für Erd- und Grundbau durch Versuche nachgeprüft. Darüber wird gelegentlich berichtet werden. In der angekündigten Arbeit³²⁾ ist außerdem eine zufriedenstellende Nachprüfung an Hand der Versuche von Tiedemann und Hvorslev erfolgt.

Die abgeleiteten Formeln für τ_g und v_D ergeben die Möglichkeit einer Verknüpfung dieser beiden Werte. Z. B. findet man für $V \approx S$ (stärkere Vorbelastung):

$$\tau_g = \frac{1}{6} \cdot \cos \rho (3 - \sin \rho) v_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \mu^2} (\sqrt{1 + \mu^2} - \mu/3) \cdot v_D \quad (24)$$

Die leicht feststellbare Druckfestigkeit v_D liefert hiernach einen Anhaltspunkt für die Größe des Gleitwiderstandes τ_g . Andererseits können die Zerdrückungsversuche herangezogen werden, um \bar{v} und damit das evtl. vorhandene natürliche v_k zu erhalten. Hierbei müssen allerdings die Werte μ und k durch besondere Versuche ermittelt worden sein; meist genügt aber schon eine Einschätzung dieser Werte mit Hilfe von Wasserzahl-Kennwerten³⁸⁾. Nach dem Vorliegen der Dresdener Versuchsergebnisse kommen wir auf die genannten Abhängigkeiten ausführlicher zurück.

Ersetzen wir in den vorstehenden Formeln für v_D die Erdkornkompression \bar{v} durch ihre Anteile

$$\bar{v} = \sum \gamma \cdot \Delta z + \bar{v}_k = \bar{v}_g + \bar{v}_k$$

mit \bar{v}_g als Erdauflast und \bar{v}_k als Vorspannung in der Natur, so erhalten wir eine völlige Trennung nach Einzelursachen der Festigkeit in der Form:

$$v_D = \underbrace{m_1 \cdot \bar{v}_g}_{\text{Einfluß von Erdauflast}} + \underbrace{m_1 \cdot \bar{v}_k}_{\text{Kapillardruck (Vorspannung)}} + \underbrace{m_2 \cdot k}_{\text{Eigenfestigkeit (bzw. Vorbelastung)}} \quad (25)$$

wobei die m -Konstanten nur von μ abhängig sind und k obendrein nach (8) etwa verhältnismäßig mit der Vorbelastung zunimmt. Z. B. kann man Gl. (19) in der Form schreiben:

$$v_D = \frac{6\mu}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} (\bar{v}_g + \bar{v}_k) + \frac{6k}{3\sqrt{1 + \mu^2} - \mu} \quad (19a)$$

Einige Ergänzungen zum Thema „Gleitwiderstand“.

Auch nach den Gleitwiderstandsformeln erhält man eine ähnliche Trennung nach Einzelursachen in der Form

$$\tau_g = m_1 (\bar{v}_g + \bar{v}_k) + m_2 \cdot k \quad \dots \quad (26)$$

Hiernach sind Standsicherheits-Aufgaben leicht durchzurechnen, worauf hier jedoch nicht weiter eingegangen werden kann. — Aus den Formeln für τ_g geht übrigens klar hervor, daß durch die zusätzliche Belastung keine Vergrößerung der Reibungswiderstände in der Gleitfläche erfolgt (wie z. B. bei sandigem Erdreich), sondern sogar eine Verringerung des vorher vorhandenen Gleitwiderstandes. Dadurch wird die oft überraschend geringe Tragfähigkeit eines Tongrundes für ausgedehntere Belastungen erklärlich.

Für den Gleitwiderstand in der Natur sind selbstverständlich noch gewisse Abweichungen von den Laboratoriumswerten in Betracht zu ziehen. So kann z. B. die Neigung von Erdschichten die Ausbildung von Gleitflächen begünstigen. Auch kommen zuweilen dünne Ton- oder Schluff-Zwischenlagen als „natürliche“ Gleitflächen in Frage. Schließlich sind in stark verdichteten, festen Tonen des öfteren vorgebildete Gleitflächen vorhanden, entstanden wahrscheinlich durch frühere Ueberbeanspruchungen. Auf Grund dieses Umstandes besitzen feste Tone oft nicht die Tragfähigkeit, die

³⁷⁾ Für waagerechte Kraftrichtung findet man $v_D = 2,93$ und $v_z = 3,15$ kg/cm², also $v_z > v_D$. Angenähert ist: $\tau_{\max} \approx \frac{1}{4} (v_D + v_z)$.

³⁸⁾ Hierüber soll an anderer Stelle berichtet werden.

ihnen nach ihrer sonstigen Beschaffenheit eigentlich zukommen müßte³⁹⁾. Die Herabminderung des Gleitwiderstandes durch vorgebildete Gleitflächen kann nur durch Zerdrücken von möglichst großen Probekörpern oder -prismen einigermaßen zuverlässig erhalten werden, weil das Netz solcher Gleitflächen anscheinend grobmaschig ist. — Inwieweit auch der Formänderungseinfluß noch den Gleitwiderstand der Tone bei schneller Belastung herabsetzt⁴⁰⁾, kann einstweilen nur an Hand von Schadensfällen oder Ueberbeanspruchungen nachgeprüft werden.

Zusammenfassende Schlußbetrachtung.

Eine „Statik bindigen Baugrundes“ kann an der durch die „Geschichte“ einer Erdschicht bedingten „Vorbelastung“ und an der durch Kapillarwirkungen verursachten „Vorspannung“ nicht vorbeigehen und muß außerdem bei der meist vorliegenden „schnellen“ Belastung durch Bauwerke den beherrschenden Einfluß der Porenwasser-Spannungen berücksichtigen. Bei der rechnerischen Verfolgung des zeitlichen Ausgleiches der zusätzlichen Porenwasser-Spannungen stößt man auf bisher noch ungelöste Aufgaben, deren genaue Lösungen sehr

schwierig sein dürften, so daß man versuchen wird, mit Näherungslösungen zum Ziel zu kommen.

Bei allen Problemen des Spannungsgleichgewichtes bindigen Erdreiches ist zu bedenken, daß man es mit den Spannungsfeldern der beiden sich einander durchdringenden Körper: dem Erdkorngerüst und dem Porenwasser, zu tun hat. Diese Spannungsfelder beeinflussen sich gegenseitig, wobei ihre Verknüpfung letzten Endes durch die Raumänderungen der Einzelelemente gegeben ist. In der Anfangszeit nach einer „Schnellbelastung“ (solange der Wassergehalt noch unverändert ist) muß der Rauminhalt jedes Elementes unverändert sein. Diese Bedingung ermöglicht für einfachere Sonderfälle eine rechnerische Beantwortung der Frage nach der Beanspruchung oder auch der Festigkeit. In dieser Weise gelingt insbesondere eine Zurückführung der Festigkeit und des Gleitwiderstandes auf die Einflüsse des Eigengewichtes, der Vorspannung und der Eigenfestigkeit. Das für Standsicherheits-Untersuchungen wichtige Problem des Ansatzes der Schubwiderstände in Gleitflächen bei relativ schneller Belastung bindigen Erdreiches dürfte damit einer grundsätzlichen Klärung nähergebracht sein. Die aufgestellten Hypothesen und erhaltenen Ergebnisse gewähren eine neue Ausgangsstellung für die Deutung und rechnerische Ueberprüfung baupraktischer Beobachtungen und sollten durch weitere Versuche oder durch Setzungsbeobachtungen oder Grundbrüche einer vielseitigen Kritik bzw. Ergänzung unterzogen werden.

³⁹⁾ Ein Beispiel dieser Art bringt der Verfasser in der unter 2) angekündigten Arbeit.

⁴⁰⁾ Vgl. S. 62 u. 63 der Schrift des Verfassers: Einfache erdstatische Berechnungen der Standsicherheit von Böschungen. Nr. 67 des Archives für Wasserwirtschaft. Berlin 1943.

Die Zusammendrückbarkeit des Baugrundes

Zu diesem Aufsatz von Dr. Jelinek in Heft 4/1949, S. 103—105, erhielten wir folgende Zuschrift:

In dem vorstehend genannten Aufsatz versucht Herr Dr.-Ing. Jelinek den Nachweis, daß die von mir angegebene Formel für die Verdichtungszahl $V = v \cdot p^\omega$ ($\omega \leq 1,0$) annähernd zurückgeführt werden könne auf eine bekannte, von Terzaghi aufgestellte Formel. Abgesehen davon, daß für diesen Nachweis eine Näherung benutzt wird, ohne die Genauigkeit dieser Näherung zahlenmäßig vorzuführen, ist m. E. aber doch zu bezweifeln, daß die angebliche „Ausgangsgleichung“ von Terzaghi zu übersichtlicheren Ergebnissen führt als mein vorstehender Ansatz. Die von Dr. Jelinek angeordnete Ermittlung der spezifischen Setzungen mit Hilfe der Gleichung der Versuchskurve ist nämlich zu umständlich und die unmittelbare Verwendung der Verdichtungszahl bedeutend einfacher und auch zahlenmäßig leichter einprägsam und vergleichsfähig. Bei stark unterschiedlichen Druckwerten vor und nach der Zusatzbelastung kann dabei für p der geometrische Mittelwert eingesetzt werden.

Im übrigen bemerke ich — was Dr. Jelinek leider nicht andeutete — daß ich auf Grund zahlreicher Versuche für stärker bindiges Erdreich die Gleichung $V = v \cdot p$, also $\omega = 1,0$ erhielt und für weniger bindige (sandige) Erdstoffe sowie für Sand und Kies die genauere Formel

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{v_1 \cdot p} + \frac{1}{v_2 \cdot \sqrt{p}}$$

angab, deren allgemeiner Charakter von der Terzaghi-Formel stark abweicht, wie man an Hand einer halblogarithmischen Auftragung leicht nachweisen kann (Versuchspunkte für mittelfeinen Ton s. „Bautechnik“ 1949, S. 130, H. 5). Ich hoffe, bald die Zeit zu finden, nun endlich auch den schon lange angekündigten versuchsmäßigen Nachweis für die Richtigkeit meiner Formeln vorzuführen.

Meine vorstehend angegebene Potenzformel dient hauptsächlich der rechnerischen Vereinfachung. Man ist deshalb nicht berechtigt, mir auf dem Umwege über diese Formel eine Entlehnung Terzaghischer Ansätze nachzuweisen, „ohne auf die Zusammenhänge näher einzugehen“. Auch sonst muß ich — bei aller Anerkennung der wertvollen Forschungsergebnisse v. Terzaghis — die hin und wieder zu beobachtende Gepflogenheit der Terzaghischen Schule ablehnen, alle wertvollen Errungenschaften der Baugrundmechanik ihrem Meister zuzuschreiben. Ohde

Erwiderung:

In meinem Beitrag habe ich versucht, die praktische Gleichwertigkeit der von v. Terzaghi, Ohde und Bendel angegebenen Formeln, die den Verdichtungs Vorgang einer unter Druckbeanspruchung stehenden Bodenprobe beschreiben, zu zeigen. Diese Gleichwertigkeit ist zwischen der Terzaghi'schen und Bendel'schen Formel streng erfüllt, wogegen zwischen der Terzaghi- und Ohde'schen Formel, infolge der Vernachlässigung der quadratischen und höheren Glieder eine Reihe kleiner Differenzen auftreten. Diese sind, wie ich bereits angeführt habe, meist so klein, daß die Abweichungen innerhalb der Zeichengenauigkeit liegen. Da die genannten Verfasser die Formeln unabhängig voneinander gefunden haben, erscheint mir der Nachweis der Gleichwertigkeit nur eine Bestätigung für die Richtigkeit der Ergebnisse zu sein, also unser Streben nach Naturerkenntnis, auf das es aber einzig und allein ankommt, nur zu befriedigen.

Der allgemeine Nachweis für die Brauchbarkeit der Näherung ist aus der Reihe selbst zu ersehen:

$$1 + \frac{\ln(p+pc)}{c_1} + \frac{1}{2} \left[\frac{\ln(p+pc)}{c_1} \right]^2 + \frac{1}{6} \left[\frac{\ln(p+pc)}{c_1} \right]^3 + \dots$$

Die Konstante C_1 ist im angeführten Zahlenbeispiel $C_1 = 14,59$ und erreicht bei weniger plastischen Böden $C_1 = 100$ und mehr. Für das Zahlenbeispiel, das von mir ab-

sichtlich an einem sehr plastischen Material mit niederem C_1 -Wert demonstriert wurde, lautet die Reihe für die größte angeführte Last $p = 6,74 \text{ kg/cm}^2$:

$$1 + 0,1307 + 0,0085 + 0,0037 + 0,00001 + \dots$$

Die Summe der ersten beiden Glieder mit 1,131 weicht vom genauen Wert $(6,74 + 0,012)^{0,0625} = 1,139$ nur sehr wenig ab. Die Steifeiziffer für diese Laststufe ergibt nach der Gleichung von Terzaghi $S = 6,752 (14,59 - \ln 6,752) = 85,7 \text{ kg/cm}^2$ und auf Grund der Näherung $S = 14,59 \cdot 6,752^{0,9314} = 86,2 \text{ kg/cm}^2$, d. h. der Wert ist um 0,6% größer. Für alle kleineren Laststufen bzw. für Böden mit einem größeren C_1 als hier gezeigt, ist die Übereinstimmung noch besser und der Fehler bewegt sich für mittlere Böden um 0,1%. Eine weitere Näherung kann noch durch Vernachlässigung des Quotienten $\frac{1}{c_1}$, wenn dieser gegenüber 1 sehr klein ist, erfolgen, wobei man die bereits 1925 von v. Terzaghi angegebene Form

$$S = v \cdot p \text{ bzw. } S = v (p + pc)$$

erhält. Zwischen diesen beiden Näherungen liegt an Genauigkeit jene dazwischen, die von der Reihe

$$\sqrt{p+pc} = 1 + \frac{1}{2} \ln(p+pc) + \frac{1}{8} [\ln(p+pc)]^2 + \frac{1}{24} [\ln(p+pc)]^3 + \dots$$

Gebrauch macht. Schreibt man nämlich für

$$S = (p+pc) [c_1 - \ln(p+pc)] = \frac{p+pc}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_1} \ln(p+pc)} = \frac{p+pc}{\frac{c_1-2}{c_1^2} + \frac{2}{c_1^2} \left[1 + \frac{1}{2} \ln(p+pc) \right]}$$

so kann man für den Ausdruck in der eckigen Klammer auf Grund der vorhin angeführten Reihe, wenn die quadratischen und höheren Glieder vernachlässigt werden, $\sqrt{p+pc}$ schreiben und erhält mit den Abkürzungen $v_1 = \frac{c_1^2}{c_1-2}$ und $v_2 = \frac{c_1^2}{2}$

$$S = \frac{p+pc}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \sqrt{p+pc}}$$

oder wenn wir den reziproken Wert $\frac{1}{S}$ nehmen:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{v_1(p+pc)} + \frac{1}{v_2 \sqrt{p+pc}}$$

Diese Näherung ist aber nur für sandigere, d. h. weniger bindige Böden zulässig. Der Ausdruck stimmt für $pc = 0$ mit der von Ohde gefundenen Formel

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{v_1 p} + \frac{1}{v_2 \sqrt{p}}$$

überein, die ebenfalls nur für sandige und kiesige Böden gilt.

Die Untersuchung eines sandigen Schluffbodens (oberbayerischer Flinz) ergab $S = (p + 0,35) [114,7 - \ln(p + 0,35)]$. Bei der größten verwendeten Laststufe $p = 7,03 \text{ kg/cm}^2$ ergab sich ein S -Wert mit 832 kg/cm^2 . Die für sandige Böden angeführte Näherung ergibt mit $v_1 = 116,7$ und $v_2 = 6580$ eine Steifeiziffer bei $p = 7,03 \text{ kg/cm}^2$ von $S = 823 \text{ kg/cm}^2$. Dieser Wert ist um 1,2% kleiner als der mit der Terzaghi'schen Formel gefundene.
Dr. Jelinek

• Nochmals: Die Zusammendrückbarkeit des Baugrundes

Die Erwiderung von Herrn Dr. Jelinek auf meine Zurschrift in Heft 11/1949 dieser Zeitschrift wird m. E. in mehrfacher Hinsicht dem wirklichen Sachverhalt nicht gerecht. Ich sehe mich daher genötigt, folgendes zu bemerken:

1. Es ist nicht richtig, daß die Formeln von Terzaghi und mir über die Zusammendrückung bei der Erstbelastung

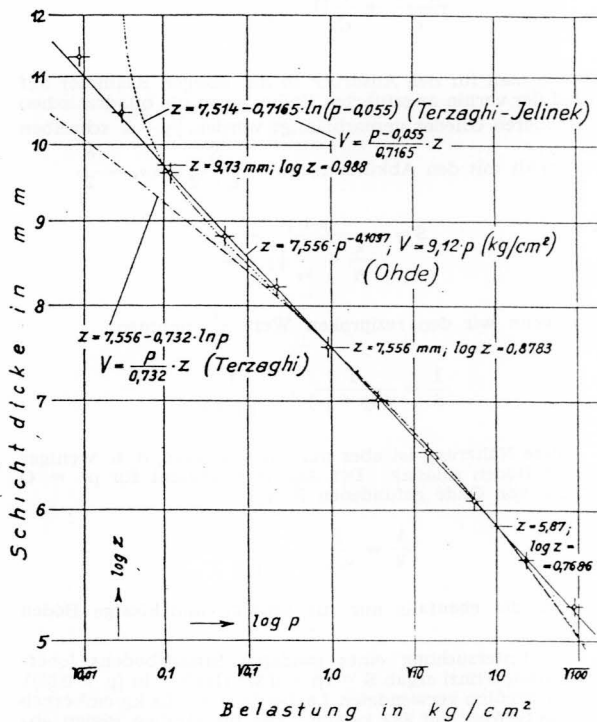


Abb. 1. Druck-Setzungs-Linie für einen mittelfeinen Ton

130

praktisch gleichwertig sind oder daß die Differenzen zwischen beiden Formeln innerhalb der Zeichengenauigkeit liegen. Die von Jelinek gegebenen Zahlenvergleiche sind einseitig und lassen weder die Differenzen noch die grundsätzlichen Unterschiede erkennen. Um beides zu zeigen, habe ich zwei typische Beispiele meiner Versuche ausgewählt und den Setzungsverlauf nach meinem Vorschlage logarithmisch dargestellt¹⁾. Abb. 1 zeigt die Ergebnisse für einen mittelfeinen Ton als typischen Fall des für Tone gültigen Gesetzes $V = v \cdot p$, während Abb. 2 die Setzungslinie eines Feinsandes zeigt mit der Gleichung (volle Linie): $1/V = 1/v_1 \cdot p + 1/v_2 \sqrt{p}$ oder angenähert (gestrichelte Linie): $V = v \cdot p^\omega$. Zum Vergleich sind in beiden Abbildungen die Werte der Terzaghi-Formel in der von Jelinek angegebenen Form

$$z = z_0 - C \cdot \ln(p + p_c)$$

punktiert eingetragen, wobei die Konstanten z_0 , C und p_c so gewählt wurden, daß die zugehörige Kurve durch die Versuchspunkte für 0,1, 1,0 und 10,0 kg/cm² Belastung hindurchgeht. In Abb. 2 ist außerdem noch die Kurve nach meiner Näherungsformel $V = v \cdot p$ gestrichelt eingetragen und in Abb. 1 (strichpunktiert) die Kurve nach der Formel von Terzaghi unter Fortlassung der Konstanten p_c , letztere deshalb, weil sich p_c negativ ergibt, was physikalisch nicht sein darf, wie man auch an der lot-rechten Ausmündung für kleine Belastungen (in der Nähe von p_c) erkennt.

Die Abbildungen zeigen für zwei durchaus normale Fälle wohl deutlich genug, daß die Abweichungen der Formeln von Terzaghi und mir nicht mehr innerhalb der Zeichengenauigkeit liegen²⁾. Dies wird noch deutlicher, wenn man die nach den Formeln erhaltenen Verdichtungszahlen $V_{1,0}$ für 1,0 kg/cm² Belastung miteinander ver-

¹⁾ Der Leser vgl. meinen Aufsatz in „Bautechnik“ 1949, Heft 5, über „Vorbelastung und Vorspannung des Baugrundes...“.

²⁾ Natürlich hängen diese Differenzen von dem Belastungsbereich ab, den man zugrunde legt. Die technisch interessierenden Pressungen liegen meist zwischen 0,1 und 10 kg/cm². Für kleinere Intervalle lassen sich die Kurven miteinander zur Deckung bringen. Von einer zutreffenden Formel muß man aber die Gültigkeit für einen möglichst großen Bereich erwarten.

gleich³⁾. Nach meiner Formel gilt für den Ton: $V_{1,0} = 9,12 \text{ kg/cm}^2$, während sich nach Terzaghi-Jelinek ergibt:

$$V_{1,0} = \frac{1,0 - 0,055}{0,7165} \left[7,514 - 0,7165 \ln(1,0 - 0,055) \right] = 9,96 \text{ kg/cm}^2$$

und nach der vereinfachten Formel von Terzaghi:

$$V_{1,0} = \frac{1,0}{0,732} \left[7,556 - 0,732 \ln 1,0 \right] = 10,32 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit $\frac{9,96}{9,12} = 1,092$ und $\frac{10,32}{9,12} = 1,131$ werden also hier nach

Terzaghi um etwa 10% größere Werte für $V_{1,0}$ erhalten. Für den Feinsand nach Abb. 2 gilt nach meiner genaueren Formel:

$$\frac{1}{V_{1,0}} = \frac{1}{797 \cdot 1,0} + \frac{1}{343 \cdot \sqrt{1,0}} = 0,00417 \text{ oder } V_{1,0} = 240 \text{ kg/cm}^2$$

und nach meiner Näherungsformel: $V_{1,0} = 229 \text{ kg/cm}^2$.

Mit $\frac{229}{240} = 0,954$ erhält man also angenähert 4,6% weniger.

Nach Terzaghi erhält man dagegen

$$V_{1,0} = \frac{1 + 0,55}{0,01447} \left[1,82078 - 0,01447 \ln(1 + 0,55) \right] = 194,2$$

oder mit $194,2/240 = 0,809$ rd. 19% weniger. Nach Jelinek gewinnt man den Eindruck, als ob die Fehler der Formel von Terzaghi etwa nur 1% betragen; meine vorstehenden Darlegungen zeigen dagegen, daß Fehler von 10 bis 20% für den Druckbereich von 0,1 bis 10 kg/cm² vorkommen.

2. In grundsätzlicher Hinsicht zeigen die Beispiele in Abb. 1 und 2, daß die Versuchswerte sich mit den von mir an-

Terzaghi eine zu große Verdichtungszahl erhalten wird, nach Abb. 2 dagegen für Feinsand eine zu kleine Verdichtungszahl, so gibt es offenbar einen Zwischenbereich, wo die Formeln übereinstimmende Ergebnisse liefern. Solche Fälle mögen Prof. v. Terzaghi zur Aufstellung seiner Formel veranlaßt haben. — Für manche in gestörtem Zustand untersuchten Tone kann man im Bereich kleiner Belastungen einen Setzungsverlauf nach Terzaghi erhalten, wenn man die Erdprobe etwa mit dem Wassergehalt der Fließgrenze in das Druckgerät einbringt. Ein solches Vorgehen entspricht jedoch nicht dem Verdichtungsvorgang in der Natur. Zur Nachahmung dieses Zustandes muß man die Erdprobe viel flüssiger in das Versuchsgerät einbringen und erhält dann fast immer⁴⁾ eine Druck-Setzungslinie nach meinem Gesetz: $V = v \cdot p$. Der stichhaltigste Nachweis für die Gültigkeit dieses Gesetzes wird jedoch durch Versuche mit ungestört entnommenen Erdproben erhalten. Durch eine größere Anzahl solcher Versuche fand ich immer wieder bestätigt, daß meine Formeln richtiger sind als die Formel von Terzaghi⁴⁾.

3. In seiner Erwidering behauptet Herr Jelinek, meine Formel für Ton: $V = v \cdot p$ gehe schon auf Terzaghi zurück. Diese Äußerung wird aber dem wirklichen Sachverhalt nicht gerecht und unterstreicht wieder einmal die Notwendigkeit der Schlußbemerkung meiner ersten Zuschrift. Eine Durchsicht des bekannten wertvollen Buches von Terzaghi: „Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage“ (Leipzig 1925, Fr. Deuticke) ergibt nämlich folgendes:

Terzaghi hat für die Ausdehnungszahl (Schwellzahl) bei verhinderter Seitendehnung angeschrieben (S. 87): $E_s \approx A \cdot p$, für die Elastizitätszahl bei Würfeldruckversuchen setzt er (S. 94/95): $E = c_v \cdot p_s$ mit p_s als Kapil-

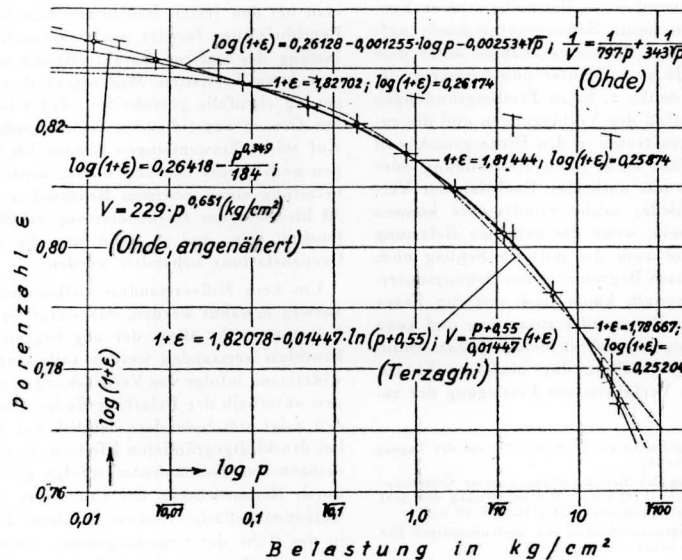


Abb. 2. Druck-Setzungs-Linie für einen Feinsand.

gegebenen Formeln decken, daß aber die Formeln von Terzaghi offenbar nicht hinreichend genau gelten⁴⁾. Man ist deshalb nicht berechtigt, von einer praktischen Gleichwertigkeit der Formeln von Terzaghi und mir zu reden. — Allerdings will ich hier nicht verschweigen, daß es manche Erdstoffe gibt, deren Druck-Setzungs-Linie auch durch die Formel von Terzaghi recht gut wieder gegeben wird (z. B. bei manchen feinsandig-schluffigen Tönen und Faulschlamm). Man kann dieses schon nach Abb. 1 und 2 vermuten, denn da in Abb. 1 für mittelfeinen Ton nach

lardruck und schließlich nimmt er die Elastizitätszahl bei verhinderter Seitendehnung an (S. 109): $E_v = c_v \cdot p_k$ mit p_k als wirksamen Innendruck. Hieraus geht hervor, daß Terzaghi wohl die Federung (Schwellung) dem wirksamen Druck proportional angesetzt hat, er hütet sich aber, eine solche Beziehung für die Erstbelastung (bleibende Formänderungen) zu übernehmen; was m. E. am besten beweist, daß Terzaghi von der Gültigkeit der Beziehung $V = v \cdot p$ nicht überzeugt war. Auch in späteren Veröffentlichungen gibt Terzaghi für die Erstbelastung nirgends die Beziehung $V = v \cdot p$ an. Ich bin durch die Versuche auf diese einfache Funktion geführt worden, indem ich die Exponenten ω der Gleichung $V = v \cdot p^\omega$ ermittelte und dabei fand, daß ω für vollbindige Erde fast immer nahezu 1,0 war.

³⁾ Jelinek setzt an Stelle von V in Anlehnung an Kögler und Scheidig die „Steifiziffer“ S , d. h. es ist $V = S$.

⁴⁾ In einer geplanten Arbeit werde ich diese Feststellungen an einer großen Anzahl von Beispielen noch weiter nachweisen.

⁵⁾ Vereinzelt fand ich sogar Setzungslinien für bindige Proben mit $\omega > 1,0$, was eine noch größere Abweichung von der Terzaghi-Formel bedeuten würde.

J. Ohde.

Der Eindringungswiderstand von Fundamenten als Grundlage für die Festlegung der zulässigen Baugrundbelastung.¹⁾

Von Johann Ohde, Neuenhagen bei Berlin.

1. Allgemeine Gesichtspunkte.

Zur Festlegung der zulässigen Fundamentbelastung sind bekanntlich je nach der Gründungsart und der Zweckbestimmung des Bauwerkes verschiedene Gesichtspunkte zu beachten. Die wichtigsten sind:

1. Gegenüber der Einbruchbelastung oder Grenzbelastung muß eine ausreichende Sicherheit vorhanden sein.
2. Die mittleren Setzungen oder Verschiebungen des Fundamentes sollen nicht zu groß ausfallen und
3. Die Setzungsunterschiede oder Verbiegungen des Fundamentes dürfen ein bestimmtes Maß nicht überschreiten, damit gegen Biegebruch des Fundamentes eine genügende Sicherheit verbleibt.

Die ersten beiden Forderungen — also ausreichende Einbruch-Sicherheit und nicht zu große Setzungen — sind in jedem Falle zu erfüllen; sie sind aber auch klar und durchsichtig und der rechnerischen Behandlung bis zu einem gewissen Grade zugänglich, da in der Hauptsache nur die Eigenschaften des Untergrundes allein in Betracht kommen. Bei der dritten Forderung nach Begrenzung der Setzungsunterschiede ist dagegen auch die Steifigkeit des Fundamentes und seines Oberbaues zu beachten; m. a. W. die Setzungsunterschiede sind konstruktiv beeinflußbar und daher nicht von vornherein zahlenmäßig bestimmbar. — Bei völlig starren Fundamenten treten im allgemeinen keine Setzungsunterschiede auf; doch ist in solchen Fällen die starke Pressungszunahme unter dem Fundamentrande zu beachten²⁾. Je ausgedehnter und biegsamer jedoch eine Gründung ist — man denke z. B. an Plattengründungen — desto mehr überwiegt der Einfluß der Verbiegungen und die zuerst genannten beiden Forderungen treten in den Hintergrund, weil sie meistens von vornherein erfüllt sind. Denn Rissebildung oder Bruch sind dann bekanntlich fast nur noch eine Funktion der Verbiegungen oder Setzungsunterschiede; solche Fundamente können nämlich schon überbeansprucht sein, wenn die zulässige Belastung noch längst nicht erreicht ist und auch die mittlere Setzung noch gering ist. Die dritte Forderung nach Begrenzung der Setzungsunterschiede hängt also ihrem Wesen nach kaum noch mit der Frage nach der zulässigen Belastung des Baugrundes zusammen und kann daher bei der weiteren Betrachtung unbeachtet bleiben³⁾. Tatsächlich sind denn auch die Berechnungsverfahren für biegsame Fundamente⁴⁾ ganz anderer Art als die Verfahren zur Festlegung der zulässigen Baugrundbelastung.

¹⁾ Ergänztes Fassung eines Vortrages, gehalten am 20. April 1950 auf der Tagung des Deutschen Baugrundausschusses in Berlin.

²⁾ F. Schleicher, Die Verteilung der Bodenpressungen unter Gründungskörpern. Bauingenieur 14 (1933), S. 242. — J. Ohde, Die Berechnung der Sohlendruckverteilung unter Gründungskörpern. Bauingenieur 23 (1942), S. 99 u. 122.

³⁾ Abgesehen ist hier von den Setzungsunterschieden aus ungleichmäßiger Erdschichtung, die selbstverständlich auch beachtet werden müssen.

⁴⁾ Bauingenieur 1942, S. 103 u. 125. Dasselbst weitere Schrifttumsangaben.

Was nun die an zweiter Stelle genannte Forderung anbelangt, so hängt die Größe der mittleren Setzung, die im Einzelfalle noch zugelassen werden kann, naturgemäß von dem gewählten statischen System des Oberbaues sowie auch von der Zweckbestimmung des Bauwerkes ab. Da Setzungen sich heute einigermaßen vorausberechnen lassen, so kann man in manchen Fällen das Fundament etwas überhöht einbauen, so daß es nach eingetretener Setzung die gewünschte Höhenlage einnimmt. Dadurch verliert auch die Forderung nach Begrenzung der Gesamtsetzungen für viele Fälle an Wichtigkeit, wenn man von dem Sonderfalle der starken Zunahme der Einsenkungen in der Nähe der Bruchlast absieht, denn dieser Sonderfall wird bereits durch die Bedingung nach ausreichender Bruchsicherheit ausgeschaltet. Es wird daher nur eine geringe Anzahl von Bauwerken übrigbleiben, für die allerdings die Gründung so gestaltet werden muß, daß die Setzungen das gewünschte oder rechnerisch bedingte Maß nicht überschreiten. In den weitaus meisten Fällen bleibt aber nur noch die zuerst genannte Bedingung nach ausreichender Sicherheit gegen Einbruch maßgebend für die Festlegung der zulässigen Belastung des Baugrundes. Dies leuchtet auch ohne weiteres ein, wenn man mit den üblichen Bemessungsverfahren in der Festigkeitslehre vergleicht. Ebenso wie man bei den festen Baustoffen eine hinreichende Sicherheit gegen Bruchbelastung fordert, muß man auch beim Baugrund eine Ueberlastung der inneren Schubfestigkeit ausschließen. Dies wird wohl auch kaum bestritten. Man zögert aber, die Umkehrung dieser Forderung ebenfalls gutzuheißen, daß nämlich der Baugrund auch bis zur Grenze ausreichender Einbruchsicherheit belastet werden darf. Auf solche Einwendungen komme ich am Schluß meiner Darlegungen noch zurück. Vorerst dürfte mein Standpunkt, als Fundamentbelastung einen gewissen Bruchteil, z. B. je nach den Umständen 30 bis 60% der Grenzbelastung zuzulassen, wohl ausreichend beleuchtet sein, und es kann jetzt die rechnerische Ermittlung der Grenzbelastung behandelt werden.

Um kein Mißverständnis aufkommen zu lassen, muß allerdings vorweg erwähnt werden, daß unter Grenzbelastung oder Einbruchbelastung nicht allein der eng begrenzte Begriff der Gleitflächenbruchlast verstanden werden soll, sondern auch der Eindringungswiderstand infolge von Verdrückungen und plastischen Formänderungen unterhalb der Belastungsfläche. Der Einfluß dieser Verdrückungen zeigt sich besonders deutlich bei Tiefgründungen, z. B. bei druckluftgegründeten Pfeilern. In solchem Falle erfolgt das Eindringen des Fundamentes infolge gewaltsamer Ueberlastung nicht durch Herausdrücken des Erdreiches auf Gleitflächen, die bis zur Geländeoberfläche reichen, sondern durch Verdrückung der Erde in der Nähe der Gründungssohle. Denn der Widerstand gegenüber Zusammendrängung der Erde in der Nachbarschaft der Druckfläche

ist in diesem Falle bedeutend geringer als der Widerstand für voll ausgebildete Gleitflächen. Der gleiche Verdrückungs-Einfluß tritt natürlich auch bei Flachgründungen auf und zwar umso mehr, je stärker sich der Untergrund zusammendrücken läßt.

Mit dieser Bemerkung berühren wir schon die eigentliche Problematik der Grenzbelastungsaufgaben: die Berücksichtigung des Setzungs- und Formänderungs-Einflusses. Die Grenzbelastung nach der Gleitflächenlehre ergibt zu große Werte, wenn der Setzungs-Einfluß unbeachtet bleibt. Schon bei der Auslastung des Erdwiderstandes treten bekanntlich merkliche Verdrückungen auf. Noch viel stärker muß sich dieser Einfluß bei der Grenzbelastung geltend machen, weil die Belastung in diesem Falle noch stärker konzentriert angreift als beim Erdwiderstand.

2. Die Grenzbelastung von Tiefgründungen.

Als erster Fall möge eine Aufgabe behandelt werden, bei der der Einfluß der Verdrückungen meistens unvermischt in Erscheinung tritt: die Grenzbelastung einer Tiefgründung. Das gewaltsame Eindringen eines tiefen Pfeilers ist nach einem Versuch von Krey in Abb. 1 veranschaulicht³⁾. Abb. 2 zeigt das für eine erste Näherungslösung vom Verfasser benutzte Bewegungsbild: eine Schar von Apolloniuskreisen, die bekanntlich exzentrisch zueinander lie-

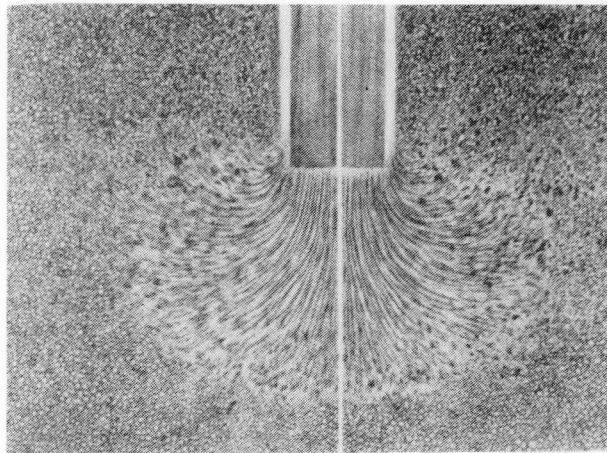


Abb. 1. Eindringungsversuch von Krey (Sandbewegung hinter einer Glasplatte).

gen und der Bedingung gehorchen:

$$\frac{R_1}{R_2} = \text{Konstante oder mit } \Delta \text{ als geringsten Abstand der Kreise von der Symmetrieachse, also Konstante } = \frac{r + \Delta}{r - \Delta}; \quad \frac{R_1^2}{R_2^2} = \left(\frac{r + \Delta}{r - \Delta} \right)^2 = \frac{z^2 + (r + x)^2}{z^2 + (r - x)^2}; \text{ woraus folgt:}$$

$$\frac{x}{\Delta} = \frac{r^2 + z^2 + x^2}{r^2 + \Delta^2} \quad \dots \quad (1)$$

oder angenähert für nahe der Symmetrieachse verlaufende noch fast lotrechte Bewegungskreise:

$$x \approx \Delta (1 + z^2/r^2) \quad \dots \quad (2)$$

Die Schar der Apolloniuskreise wird senkrecht von einer zweiten Schar von Kreisen geschnitten, die durch die zwei Pole in den Fundamentecken hindurchgehen. Im Rahmen unserer Näherungslösung werde nun angenommen, daß der „plastische“, von Gleitflächen durchsetzte Druckbereich unterhalb des eindringenden Fundamentes von zwei Polkreisen begrenzt wird: dem kleineren Fundamenthalbkreis mit dem Halbmesser $r = b/2$ und dem größeren Kreis mit dem Halbmesser r_2 , der das plastische Gebiet mit der Tiefe z_2 nach außen hin begrenzt. Diese letzte Annahme trifft in der Nähe des Fundamentrandes sicher nicht mehr zu, sie erscheint jedoch tragbar, da wir unsere Ableitungen vorerst auf den Pressungsverlauf und die Setzungen in der lotrechten Symmetrieachse beschränken, wobei die

³⁾ Krey, Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes, Abb. 148, 5. Aufl. Berlin 1936. Wilh. Ernst & Sohn. Das fotografisch aufgenommene Bewegungsbild ist der Deutlichkeit halber vom Zeichner nachgezeichnet.

Hauptspannungslinien in der Nähe der Symmetrieachse entsprechend dem gewählten Kreisnetz verlaufen mögen. Die Formänderungen des im Schnitt halbkreisförmig begrenzten festen Erdkernes unter dem Fundament sollen vernachlässigt werden.

Für die ebene Aufgabe oder den langen Fundamentstreifen können wir damit als Gleichgewichtsbedingung (in lotrechter Richtung) für das in Abb. 2 hervorgehobene Element der Symmetrieachse anschreiben (mit γ als Raumgewicht):

$$\sigma_r \cdot dx + \frac{\partial \sigma_r}{\partial z} \cdot dz \cdot x = \sigma_\varphi \cdot dz \left(\frac{dx}{dz} \right) + \gamma \cdot x \cdot dz$$

$$\text{oder } (\sigma_r - \sigma_\varphi) \frac{dx}{dz} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial z} \cdot x = \gamma x$$

oder mit

$$\sigma_\varphi = \sigma_r/\lambda, \quad \lambda = \text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) = [1 + \mu^2 + \mu]^2 \quad \dots \quad (3)$$

($\mu = \text{tg} \varrho = \text{Reibungsbeiwert}$, $\varrho = \text{Reibungswinkel}$)

wegen des Grenzgleichgewichtes und unter Beachtung von (2) nach kurzer Rechnung:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial z} + \frac{\lambda - 1}{\lambda} \cdot \frac{2z}{r^2 + z^2} \cdot \sigma_r = \gamma \quad \dots \quad (4)$$

Für größere Tiefe kann man den Einfluß des Eigengewichts vernachlässigen ($\gamma = 0$) und erhält damit durch Integration von (4) unter Beachtung der oberen Grenze: $\sigma_1 = \sigma_r$ für $z = r$:

$$\sigma_r = \sigma_1 \left(\frac{2r^2}{r^2 + z^2} \right)^{1-1/\lambda} \quad \dots \quad (5)$$

Für die untere Grenze $z = z_2$ des plastischen Bereiches sei $\sigma_r = \sigma_2$ und es gilt in dieser Tiefe genügend genau:

$$\sigma_2 \approx \lambda \cdot p \quad \dots \quad (6)$$

mit p als Erdauflast-Pressung vor Baubeginn in der Tiefe z_2 . Gl. (5) liefert damit

$$\left(\frac{\sigma_1}{\lambda p} \right)^{\lambda-1} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z_2^2}{r^2} \right) \text{ oder auch } \frac{z_2}{r} = \sqrt[2]{2 \left(\frac{\sigma_1}{\lambda p} \right)^{\lambda(\lambda-1)} - 1} \quad (7)$$

Außerhalb des plastischen Bereiches nach unten hin wirken angenähert die zusätzlichen Pressungen:

$$\sigma_{\varphi z} = 0 \text{ und } \sigma_{rz} = (\lambda - 1) p \left(\frac{r_2}{z} \right)^\psi \text{ mit } \psi (\approx 1,2) > 1,0 \quad (8)$$

Beim Eindringen des Fundamentes in den Untergrund wird der Widerstand zunächst stark anwachsen, um schließlich annähernd einem Endwert (Größtwert) zuzustreben. Obgleich es grundsätzlich nicht allzu schwierig ist, den gesamten Verlauf dieser Eindringungskurve rechnerisch zu verfolgen, sei hier nur der erwähnte Endwert berechnet. Für ihn gilt unter der Voraussetzung $\gamma = 0$ offenbar die Bedingung eines von der Eindringungstiefe unabhängigen Spannungsverlaufes in der Symmetrieachse (Abb. 3), so daß für ein weiteres Eindringen um den Betrag Δz jeweils die zusätzliche Pressung

$$\Delta \sigma_r = \Delta z \cdot \left(- \frac{\partial \sigma_r}{\partial z} \right) \quad \dots \quad (9)$$

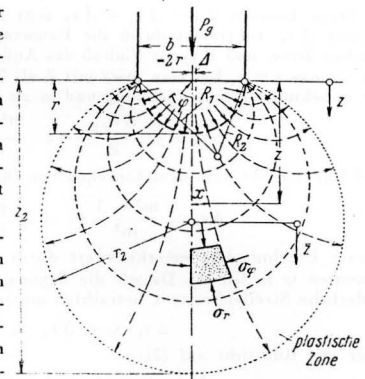


Abb. 2. Schema für die Berechnung des Eindringungswiderstandes eines tiefen Pfeilers.

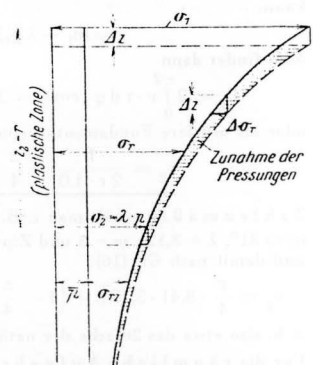


Abb. 3. Pressungsänderungen in der Symmetrieachse beim Eindringen um Δz .

in Frage kommt. $\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2$ setzt sich zusammen aus der Setzung Δz_1 , verursacht durch die Raumverminderung in der plastischen Zone, und Δz_2 als Einfluß des Außenbereiches. Als Setzung der Grenze $z = z_2$ hat man etwa mit Z als Zusammendrückungszahl für unbehinderte Seitendehnung und m als Querdehnungszahl > 2 :

$$\Delta z_2 \approx \int_{r_2}^{\infty} \frac{\Delta \sigma_{rz}}{Z} \cdot dz \cdot \frac{m^2 - 1}{m^2}$$

und findet leicht nach dem Einsetzen von (8) und (9):

$$\Delta z_2 \approx \frac{m^2 - 1}{m^2} (\lambda - 1) \frac{\bar{p}}{Z} \cdot \Delta z \dots (10)$$

Dieses Ergebnis ist bemerkenswert durch das Fortfallen des Exponenten ψ in Gl. (8). Da wir die Setzung volumenmäßig für veränderliche Streifenbreite x betrachten müssen, so muß gelten:

$$\Delta z_2 \cdot x_1 = \Delta z_1 \cdot x_2$$

oder mit Rücksicht auf (2):

$$\Delta z_2 = \frac{x_2}{x_1} \cdot \Delta z_1 = \frac{1}{2} (1 + z_2^2/r^2) \cdot \frac{m^2 - 1}{m^2} (\lambda - 1) \frac{\bar{p}}{Z} \cdot \Delta z \quad (11)$$

Für die Verminderung $d\bar{v}$ des Raumelementes Δv der plastischen Zone gewinnt man nach den Regeln der Elastizitätslehre un schwer folgenden Ansatz (für die ebene Aufgabe):

$$d\bar{v} = \frac{\Delta v}{Z} \cdot \frac{(m+1)(m-2)}{m^2} \cdot \frac{\lambda+1}{\lambda} \cdot \Delta \sigma_r \quad (12)$$

wobei bereits das Ergebnis $\Delta \sigma_\varphi = \frac{1}{\lambda} \cdot \Delta \sigma_r$ nach (3) berücksichtigt wurde. Mit $\Delta v = x \cdot dz \cdot 1,0$ findet man als Raumverminderung (räumliche Setzung) des ganzen x -Streifens zwischen r und z_2 :

$$\Delta \bar{v} = x_1 \cdot \Delta z_1 = \frac{(m+1)(m-2)}{m^2 Z} \cdot \frac{\lambda+1}{\lambda} \cdot \int_r^{z_2} x \cdot dz \cdot \Delta \sigma_r$$

oder nach Einsetzen von

$$\Delta \sigma_r = \Delta z \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \sigma_1 \cdot \frac{2z}{r^2 + z^2} \left(\frac{2r^2}{r^2 + z^2}\right)^{1-1/\lambda}$$

aus (5) und Integration (nach einiger Zwischenrechnung unter Beachtung von (7)):

$$\Delta z_1 = \frac{\sigma_1}{Z} \cdot \frac{(m+1)(m-2)}{m^2} \cdot \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda} \left[\left(\frac{\sigma_1}{\lambda p}\right)^{1/(\lambda-1)} - 1 \right] \cdot \Delta z \quad (13)$$

Der Ansatz $\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2$ liefert schließlich nach Einsetzen von (11) und (13) die gesuchte Beziehung für die Pressung σ_1 :

$$\left[(\lambda - 1) \frac{m^2 - 1}{m^2} + (\lambda^2 - 1) \frac{(m+1)(m-2)}{m^2} \right] \left(\frac{\sigma_1}{\lambda p}\right)^{\lambda/(\lambda-1)} = \frac{Z}{p} + (\lambda^2 - 1) \frac{(m+1)(m-2)}{m^2} \left(\frac{\sigma_1}{\lambda p}\right) \dots (14)$$

Um einen Näherungswert für den gesamten Eindringungswiderstand P_g zu erhalten, sei ein Verlauf der Normalpressungen v längs des Fundamenthalbkreises nach der Cosinusfunktion angenommen, wobei in den Fundamentecken ein Seitendruck von λp_0 (mit p_0 als seitliche Erdauflast in Höhe der Fundamentsohle) angesetzt werden kann:

$$v = (\sigma_1 - \lambda p_0) \cos \varphi + \lambda p_0 \dots (15)$$

Man findet dann

$$P_g = 2 \int_0^{\pi/2} v \cdot r \cdot d\varphi \cdot \cos \varphi = 2r \left[\frac{\pi}{4} (\sigma_1 - \lambda p_0) + \lambda p_0 \right]$$

oder als mittlere Fundamentpressung:

$$v_g = \frac{P}{2r \cdot 1,0} = \frac{\pi}{4} \cdot \sigma_1 + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \lambda p_0 \dots (16)$$

Zahlenmäßig erhält man z. B. für einen Feinsand mit $\mu = 0,60$ ($\rho \approx 31^\circ$, $\lambda = 3,12$), $m = 3$ und $Z/p = 100$ aus Gl. (14): $\sigma_1/\lambda p = 8,41$ und damit nach Gl. (16):

$$v_g = \frac{\pi}{4} \cdot 8,41 \cdot 3,12 \bar{p} + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) 3,12 p_0 \approx 21,3 \bar{p} \text{ für } p_0 \approx p,$$

d. h. also etwa das 20fache der natürlichen Erdauflast

Für die räumliche Aufgabe, also eine runde Stempel last, verläuft die Berechnung ganz ähnlich, so daß wir uns mit der Anführung der Ergebnisse begnügen können. Man findet anstatt (4) die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial z} + \frac{\lambda - 1}{\lambda} \cdot \frac{4z}{r^2 + z^2} \cdot \sigma_r = \gamma \dots (17)$$

deren Lösung für $\gamma = 0$ lautet:

$$\sigma_r = \sigma_1 \left(\frac{2r^2}{r^2 + z^2}\right)^{2(1-1/\lambda)} \dots (18)$$

Entsprechend hat man für (7):

$$\left(\frac{\sigma_1}{\lambda p}\right)^{\lambda/2(\lambda-1)} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{r^2}\right) \text{ oder } \frac{z}{r} = \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_1}{\lambda p}\right)^{\lambda/2(\lambda-1)} - 1} \quad (19)$$

Für die räumliche Setzung im plastischen Bereich gilt anstatt (12):

$$d\bar{v} = \frac{\Delta v}{Z} \cdot \frac{m-2}{m} \cdot \frac{\lambda+2}{\lambda} \cdot \Delta \sigma_r \dots (20)$$

mit $\Delta v = x^2 \cdot dz$. Die Setzungsbedingung liefert anstatt (14):

$$\left[\lambda - 1 + \frac{m-2}{m} (\lambda+2) (\lambda-1) \right] \left(\frac{\sigma_1}{\lambda p}\right)^{\lambda/(\lambda-1)} = \frac{Z}{p} + \frac{m-2}{m} (\lambda+2) (\lambda-1) \left(\frac{\sigma_1}{\lambda p}\right) \dots (21)$$

Unter Zugrundelegung von (15) findet man schließlich für den Eindringungswiderstand:

$$P_g = \int_0^{\pi/2} v \cdot r \cdot d\varphi \cdot 2r \cdot \sin \varphi \cdot \pi \cdot \cos \varphi = 2\pi r^2 \left[\frac{\sigma_1 - \lambda p_0}{3} + \frac{\lambda}{2} \cdot p_0 \right]$$

oder für die mittlere Fundamentpressung:

$$v_g = \frac{2}{3} \cdot \sigma_1 + \frac{1}{3} \cdot \lambda p_0 \dots (22)$$

Für das vorstehend benutzte Zahlenbeispiel findet man:

$$\frac{\sigma_1}{\lambda p} = 8,33; \quad v_g = \frac{2}{3} \cdot 3,12 \bar{p} + \frac{1}{3} \cdot 3,12 p_0 \approx 18,4 \bar{p} \text{ für } p_0 \approx p.$$

Beim Vergleich mit der ebenen Aufgabe muß noch berücksichtigt werden, daß nach Angaben von Terzaghi und Beraatky die innere Reibung bei der achsensymmetrischen Aufgabe etwa um 5% niedriger liegt als bei der ebenen Aufgabe (wegen der niedrigeren mittleren Hauptspannung). Man findet damit für unser Zahlenbeispiel nur noch eine Grenzbelastung von rd. 17,4 p, das sind rd. 82% des Grenzwertes für den Laststreifen. Entgegen mancher Auffassung trägt hiernach der Laststreifen eine größere Einheitsbelastung als der runde Stempel, wenigstens bei der Tiefgründung.

An dem vorstehend gezeigten Berechnungsverfahren kann mit Recht bemängelt werden:

1. daß der Eigengewichtseinfluß nicht einbezogen wurde,
2. daß die Abnahme der Zusammendrückbarkeit mit zunehmender Pressung vernachlässigt wurde und
3. daß der nur durch Normalpressungen beanspruchte halbkreisförmige Druckkörper unter dem Fundament nicht mit dem wirklichen Bewegungsvorgang (z. B. Ausbildung eines Erdkeiles) übereinstimmt.

Gegenüber diesen Einwänden sei folgendes bemerkt: Die Einbeziehung des Eigengewichtseinflusses bietet grundsätzlich keine Schwierigkeiten — abgesehen von der vermehrten Rechenarbeit — doch muß hier des beschränkten Raumes wegen davon abgesehen werden. Für Flachgründungen darf selbstverständlich der γ -Einfluß nicht vernachlässigt werden. — Die Abnahme der Zusammendrückbarkeit mit zunehmender Pressung kann bei der Ableitung der Formeln (14) und (21) leicht berücksichtigt werden. Man erhält folgende Ergebnisse: die Formeln (14) und (21) bleiben unverändert bestehen, nur daß die Werte $(\lambda^2 - 1)$ in (14) bzw. $(\lambda + 2)$ in (21) jedesmal durch den Wert $[1 + (\lambda - 1)\omega]$ zu teilen sind und Z für z_2 zu nehmen ist. Hierbei bedeutet ω den Exponenten des Formänderungsgesetzes:

$$Z = Z_{z_2} \cdot \left(\frac{\sigma_r}{\lambda p}\right)^\omega$$

(für Sand: $\omega \approx 0,5$, für Ton: $\omega = 1,0$). Durch Zahlenrechnungen überzeugt man sich leicht, daß der Einfluß der „Verfestigung“ durch ω nicht sehr groß ist (10 bis 20 %); er wird — auch sicherheits halber — besser vernachlässigt.

Der an dritter Stelle genannte Einwand wird am besten dadurch entkräftet, daß man für einen keilförmigen Druckkörper unter dem Fundament Vergleichsberechnungen durchführt: Abb. 4 (Gleitflächen als exzentrisch zueinander liegende logarithmische Spiralen angenommen). Die Aufgabe ist dann identisch mit der Berechnung des Spitzenwiderstandes einer Spundwand oder eines Pfahles. Die Lösung

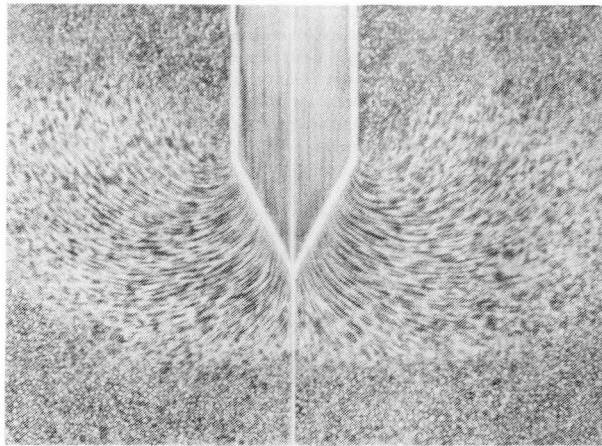


Abb. 4a.

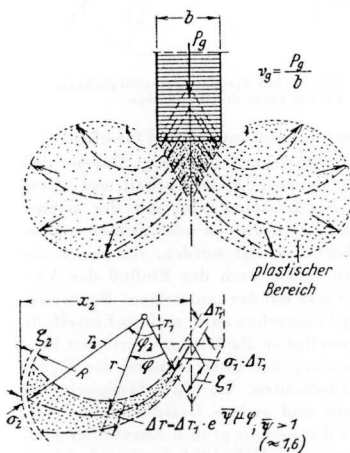


Abb. 4. Eindringungswiderstand eines Erdkeiles unter dem Fundament. (Lichtbild nach Krey, vgl. Anm. 5.)

stehend für Tiefgründungen als maßgebend nachgewiesen wurde, auch bei der Ermittlung der Grenzbelastung von Flachgründungen zu beachten ist. Nach der Gleitflächen-Lehre findet man etwa das in Abb. 5 oben links dargestellte Gleitlinienbild. Hierbei wird von der durch Versuche bestätigten Annahme ausgegangen, daß sich unter dem Fundament ein Erdkeil ausbildet, der dann unter dem Druck des Fundamentes das benachbarte Erdreich zur Seite drängt, und zwar unter Ausbildung von Erdwiderstands-Gleitflächen. In Wirklichkeit bilden sich aber die Gleitflächen in der Nähe der Erdkeil-Spitze nicht aus, weil hier zunächst eine merkliche Zusammendrückung des Erdreiches eintritt, bevor ein gewisser Erdwiderstand wadgerufen wird. Wir haben also mit einem kleineren Gleitflächenbereich zu rechnen, etwa nach der unten links dargestellten

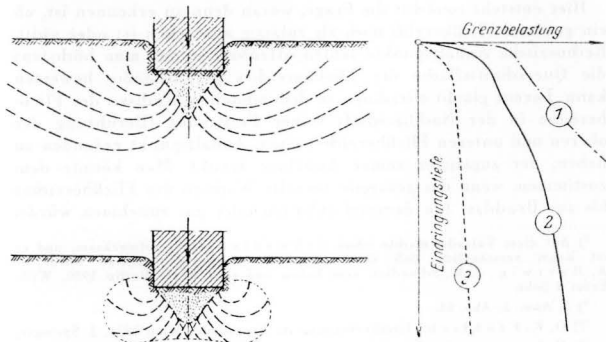


Abb. 5. Der Einfluß der Setzungen auf die Grenzbelastung bei Flachgründungen.

dieser Aufgabe soll hier nicht angegeben werden, da der Verfasser an anderer Stelle ausführlicher darauf zurückkommt; es sei nur das Ergebnis einer Durchrechnung für unser Zahlenbeispiel mitgeteilt, wonach für die ebene Aufgabe $r_g \approx 18 p$ erhalten wurde, gegenüber vorstehend rd. 21 p. Da bei den zwei Verfahren mit grundverschiedenen Gleitflächensystemen gearbeitet wird, so darf man wohl von einer guten Uebereinstimmung im Ergebnis sprechen.

3. Der Verdrückungseinfluß bei Flachgründungen.

Es wurde schon angedeutet, daß der Einfluß der Verdrückungen, wie er vorstehend für Tiefgründungen als maßgebend nachgewiesen wurde,

Skizze. Die entsprechende rechnerische Lösung bedeutet eine Kombination zweier Verfahren, indem im mittleren Bereich die Verdrückungen die Hauptrolle spielen, während in den Randgebieten die Gleitflächenlehre zunächst noch zu ihrem Rechte kommen mag. Die allgemeine Lösung dieser Aufgabe ist fraglos außerordentlich wichtig; sie liegt aber bislang noch nicht vor. Man übersieht jedoch, daß der Verdrückungs-Einfluß sich um so mehr bemerkbar macht, je nachgiebiger und zusammendrückbarer der Untergrund ist. Das Ergebnis prägt sich aus in einer Setzungs- bzw. Eindringungslinie, wie sie im Bilde rechts als volle Linie (2) dargestellt ist. Eine eigentliche Grenzbelastung im Sinne der Gleitflächenlehre mit annähernd senkrechter Endtangente ist nicht mehr vorhanden; nichtsdestoweniger erhält man aber doch für jeden vorkommenden Fall einen genau festliegenden und auch berechenbaren Verlauf der Grenzbelastung als Funktion der Eindringungstiefe. Die so ermittelte Grenzbelastung muß selbstverständlich kleiner ausfallen als die Grenzbelastung (1) nach der Gleitflächenlehre, und zwar muß sie — genau wie nach den vorgeführten Formeln für Tiefgründungen — mit wachsender Zusammendrückbarkeit immer geringer werden. Wir erhalten also nicht eine einzige Grenzbelastungskurve, sondern eine Kurvenschar, wobei die Zusammendrückungszahl der Erde als Parameter erscheint. Dieses ist in der Darstellung rechts durch die punktierte Linie 3 für stark zusammendrückbares Erdreich angedeutet. Man darf also die zulässige Belastung des Baugrundes auch bei Flachgründungen nicht allein von der inneren Reibung des Untergrundes abhängig machen, sondern muß unbedingt auch noch die Zusammendrückbarkeit als zweiten Parameter hinzunehmen. — Diese Einsicht ist an sich nicht neu. Schon Terzaghi hat in seinem Buche über Erdbaumechanik auf die Unterschiede der Bewegungsbilder beim Eindringen in lockeren und dichten Sand hingewiesen. Wirklich klar ist eine Erscheinung aber erst, wenn sie rechnerisch beherrscht werden kann, was hoffentlich für unsere Aufgabe nach Abb. 5 bald gelingen wird.

4. Weitere Einflüsse für die Grenzbelastung bei Flachgründungen.

Als weitere Einflüsse, die in manchen Sonderfällen keinesfalls unbeachtet bleiben dürfen, sind zu nennen: die Erhöhung der Tragkraft des Baugrundes durch innere Festigkeit oder Kohäsion, andererseits die merkliche Herabsetzung der Grenzbelastung durch schräg oder außermittig angreifende Belastung und durch Porenwasser-Überdruck infolge Schnellbelastung bindigen Untergrundes. Da der Verfasser auf die rechnerische Beherrschung dieser Einflüsse im Rahmen der Aufsatzreihe über Erddrucklehre in dieser Zeitschrift bald zurückzukommen hofft, seien hier nur einige Ergebnisse vorgeführt, um die Größenordnung der genannten Einflüsse herauszustellen. Es ist dabei die Gültigkeit der Gleitflächenlehre angenommen, wobei also Größtwerte erhalten werden, die wegen des Setzungseinflusses um so weniger erreicht werden, je zusammendrückbarer der Untergrund ist.

In früheren Aufsätzen „Zur Theorie des Erddruckes“⁶⁾ wies der Verfasser darauf hin, daß Einflüsse aus Eigengewicht (γ) und Festigkeit (k) meistens genügend genau linear überlagert werden dürfen. Wir können deshalb für die Grenzbelastung eines Streifenfundamentes nach der Gleitflächenlehre anschreiben:

$$\frac{P_g \cdot \cos \alpha}{b} = r_g \approx \lambda_\gamma \cdot \gamma \cdot b + \lambda_p \cdot p_0 + \lambda_k \cdot k \quad (23)$$

mit γ als Raugewicht, b als Belastungsbreite, p_0 als seitliche Erdbelastung in Höhe der Fundamentsohle (einschl. evtl. vorhandener Kapillarspannung r_k), k als Eigenfestigkeit (echte Kohäsion) und λ als Beiwerte, abhängig vom Reibungsbeiwert μ und von der Lotabweichung δ der Belastungsmittelkraft P_g . Das erste Glied von (23) berücksichtigt den Anteil des Eigengewichtes unterhalb der Fundamentsohle, das zweite Glied den Anteil der Gründungstiefe t und der Kapillarfestigkeit ($p_0 = \gamma t + r_k$) und das dritte Glied den Anteil der Eigenfestigkeit.

Für lotrechte Belastung und symmetrisches Ausweichen findet man die Beiwerte nach Abb. 6, woraus die Zunahme der Grenzbelastung mit der inneren Reibung des Untergrundes und die Tragkraftminderung durch Porenwasser-Überdruck (Schnellbelastung bindigen Untergrundes) deutlich hervorgeht. Für durchlässigen bzw. stärker lufthaltigen Untergrund gilt:

⁶⁾ Bautechn. 16 (1938), Heft 53/54, S. 759.

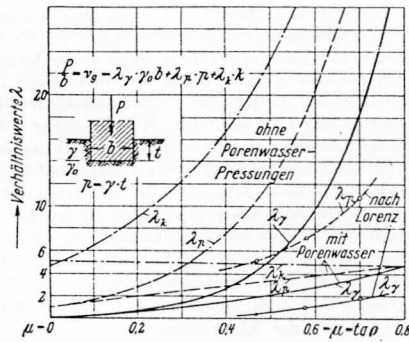


Abb. 6. Beiwerte für die Grenzbelastung nach der Gleitflächenlehre. Lotrechte Belastung und symmetrisches Eindringen.

$$\lambda_\gamma \approx \frac{1}{4} \left[(1 + \mu) \left(0,205 + \sqrt{10^{25\mu - 1}} \right) - 1 \right] \dots (24)$$

$$\lambda_p = \lambda \cdot e^{\mu^2} \dots (25); \quad \lambda_k = \frac{1}{\mu} (\lambda e^{\mu^2} - 1) \dots (26)$$

mit λ nach (3).

Die letzten beiden Werte wurden schon von Prandtl und Reißner ermittelt. Für bindigen Untergrund, dessen Belastung so „schnell“ erfolgt, daß sich der Wassergehalt nicht merklich ändert, fand der Verfasser für ausreichend vorbelastetes Erdreich ($\lambda_n = 1,0$, $\mu_0 = \mu + \alpha$,⁷⁾

$$\lambda_\gamma \approx \frac{\mu_0}{1 + \mu} \left[1 - \frac{\mu}{2} \sqrt{\lambda} + \frac{1}{8} (4\mu + 9) \sqrt{\lambda} e^{\frac{\mu^2}{2}} \right] \dots (27)$$

$$\lambda_p = 1 + 2 \cdot \sin \rho + \pi \mu \dots (28); \quad \lambda_k = \pi + \frac{2}{\sqrt{1 + \mu^2}} \dots (29)$$

Für annähernd mittige Schrägbelastung unter dem Winkel δ gilt ohne Rücksichtnahme auf das Porenwasser (durchlässiger Untergrund oder sehr langsame Belastung bindigen Grundes) unter der Annahme eines ebenen Erdkeiles unter dem Fundament mit dem unteren Winkel $\frac{\pi}{2} - \rho$:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_\gamma &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + a^2} \cdot \frac{\mu + a}{m + a} \left[(\mu + a) \lambda_0 - a \right] \\ \lambda_p &= \frac{\mu + a}{m + a} \cdot \lambda_1; \quad \lambda_k = \frac{1}{m + a} \left[1 + (\mu + a) \lambda_2 \right] \end{aligned} \right\} \dots (30)$$

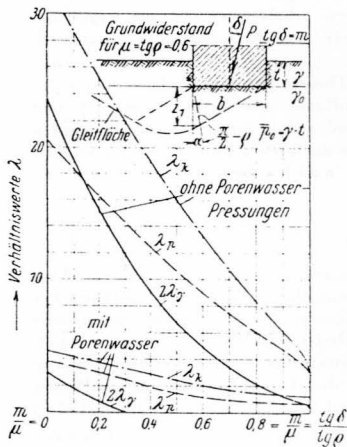


Abb. 7. Die Verminderung der Grenzbelastung durch schrägen Lastangriff.

$$\log \lambda_0 (= 0,4343 \ln \lambda_0) \approx \frac{1}{2} \log (1 + a^2) + \mu (1,19 + 0,2 \mu) + \mu (1 + 0,19 \mu) \alpha - 0,23 (1 - \mu) \alpha^2 \dots (33)$$

⁷⁾ Bautechn. 26 (1949), Heft 6, S. 164.

Nach diesen Formeln zeigt Abb. 7 für $\mu = 0,60$ den starken Abfall der Tragkraft mit der Spannungsneigung $m = \text{tg } \delta$). Die Beiwerte für „schnell“ belastetes bindiges Erdreich zeigen ebenfalls ein Absinken der Tragfähigkeit mit der Spannungsneigung. Hiernach sollten in der zur Zeit neubearbeiteten DIN 1054 über zulässige Belastung des Baugrundes die stark tragkraftmindernden Einflüsse der Schrägbelastung und des Porenwasser-Überdruckes Berücksichtigung finden.

Als letztes Beispiel zeigt Abb. 8, daß auch die Bewegungsmöglichkeiten zu beachten sind. Besitzt der Grundpfiler nach Abb. 8a freie Ausweichmöglichkeit, so kann der Grundbruch nach dem dargestellten Gleitflächenbild für $\min P_g$ erfolgen. Normalerweise ist jedoch bei Kellerwänden wegen der Querwände kein waagerechtes Ausweichen möglich, sondern nur lotrecht erzwingenes Einsinken mit einem Gleitflächenverlauf nach der rechten Darstellung. In diesem Fall kommt eine bereits von Krey empfohlene Gleitflächenform⁸⁾ wieder zu ihrem Recht, wenn auch unter Beschränkung auf erzwingenes lotrechtes Einsinken.

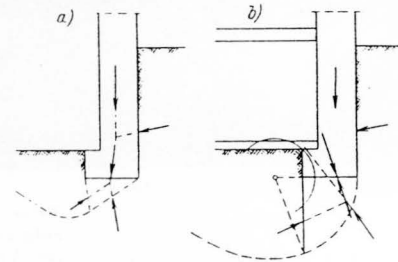


Abb. 8. Der Einfluß der Bewegungs-Möglichkeit auf die Form der Gleitflächen.

Im ganzen dürften unsere Darlegungen gezeigt haben, daß eine rationelle Ausnutzung der Baugrund-Belastbarkeit vor allem durch den Vergleich mit dem Bruchzustand, also mit der Grenzbelastung, erreicht werden kann. Bei wichtigen oder größeren Bauwerken müssen alle Einflüsse berücksichtigt werden, von denen die Grenzbelastung abhängig ist, vor allem auch der Einfluß der Verdrückungen (Setzungen). Wie weit man mit der „zulässigen“ Baugrundbelastung an die Grenzbelastung herangehen darf, muß im Einzelfalle wohl der Erfahrung des verantwortlichen Bauleiters überlassen bleiben; die Sorgfalt bei der Erkundung des Untergrundes, die Eigenschaften der angetroffenen Erdschichten, die Zuverlässigkeit des gewählten Berechnungsverfahrens und andere Gesichtspunkte werden dabei zu beachten sein. Für die weitaus größte Anzahl der kleineren Baustellen wird man dagegen in DIN 1054 genügend sichere und einfache Anhaltspunkte festlegen müssen, die erkannte Gefahren ausschließen und den neueren Ergebnissen, so gut es geht, Rechnung tragen.

5. Die zulässige Belastung nach der Druckverteilungslehre.

Von der Annahme ausgehend, eine zuverlässige Ermittlung der Grenzbelastung sei bei dem heutigen Stande der Theorie noch nicht möglich, hat man verschiedentlich versucht, von der Druckverteilungslehre her einen Anhaltspunkt über die zulässige Baugrundbelastung zu gewinnen. So schlug O. K. Fröhlich (Wien) schon vor längerer Zeit vor, den Beginn plastischer Formänderungen in unmittelbarer Nachbarschaft der Fundamentecken als zulässige Belastung anzusehen⁹⁾, und neuerdings machte H. Lorenz (Berlin) einen ähnlichen Vorschlag¹¹⁾. Lorenz geht merklich über die sehr vorsichtige Annahme Fröhlichs hinaus, indem er den ersten zusammenhängenden Fließbereich noch als zulässig ansieht.

Hier entsteht zunächst die Frage, woran denn zu erkennen ist, ob ein gewisser Fließbereich noch als zulässig anzusehen ist oder nicht. Rechnerische Anhaltspunkte fehlen offenbar, so daß man höchstens die Querschnittsfläche des Fließbereiches gefühlsmäßig bewerten kann. Lorenz glaubt allerdings, in dem schnellen Wachsen der Fließbereiche in der Nachbarschaft seiner Festlegung (Berührung der oberen und unteren Fließbereiche) einen Anhaltspunkt gefunden zu haben, der zugunsten seiner Annahme spricht. Man könnte dem zustimmen, wenn das genannte schnelle Wachsen des Fließbereiches bis zur Bruchlast hin dauernd anhalten oder gar zunehmen würde.

⁸⁾ Auf diese Tatsache machte schon Schwedler (1889) aufmerksam, und es ist kaum verständlich, daß dieser Hinweis so wenig beachtet wurde. — A. Hertzwig, J. W. Schwedler, sein Leben und sein Werk. Berlin 1930, Willh. Ernst & Sohn.

⁹⁾ S. Anm. 5, Abb. 84.

¹¹⁾ O. K. Fröhlich, Druckverteilung im Baugrunde. Wien 1934, J. Springer.
¹¹⁾ H. Lorenz, Zur Frage der Tragfähigkeit von Flachgründungen auf sandigem Untergrund. Bautechn. 27 (1950), Heft 4, S. 105.

Dies dürfte aber nicht zutreffen; außerdem versagt die Druckverteilungslehre bei größeren Fließbereichen, weil dann ihre Voraussetzungen nicht mehr zutreffen (vgl. Diskussionsbeitrag von E. Schulze hierzu in Bautechn. 27 (1950), Heft 10).

Einen sicheren Anhaltspunkt hat man m. E. erst, wenn man weiß, wieweit man unter der Annahme dieses oder jenes Fließbereiches noch von der Bruchbelastung entfernt ist. Denn nur dann kann man die Reserve übersehen, die unter ungünstigen Umständen notfalls immer noch zur Verfügung steht; diese Aussage ist aber nach den Ergebnissen von Lorenz nicht möglich. Um zu sehen, welche Grundbruchsicherheit nach Lorenz tatsächlich vorhanden ist, habe ich aus der Abb. 4 von Lorenz die Werte nach Gl. (23) ermittelt und für ein 10 m-Fundament folgende Werte erhalten ($\gamma = 1,5 \text{ t/m}^3$):

$\rho = 25^\circ$	30°	35°
$\lambda_\gamma = 0,37$	1,00	1,80
$\lambda_p = 5,2$	7,1	10,9

Die Eintragung dieser Zahlen in Abb. 6 zeigt zunächst, daß nach Lorenz normaler Weise eine ausreichende Sicherheit gegenüber der Gleitflächen-Bruchlast vorhanden ist; jedoch ist das Verhältnis der λ_p - und λ_γ -Werte ein völlig anderes als nach der Gleitflächenlehre für den Bruchzustand. Denn die λ_p -Werte liegen — als zulässige Werte — reichlich hoch, während bei den λ_γ -Werten eine unnötig große (rd. 10fache) Bruchsicherheit vorhanden ist. Der Einfluß der Fundamenttiefe nach Lorenz erscheint demnach überbetont, während der Einfluß der Fundamentbreite wohl zu gering angesetzt ist¹²⁾. — Für den Fall der Schnellbelastung von Tonuntergrund ist die Einbruchsicherheit nach Lorenz nicht mehr ausreichend; die λ_γ -Werte mögen grade noch zulässig sein, von den λ_p -Werten darf jedoch nur 20 bis 30% angesetzt werden. — Schließlich ist noch vorzubringen, daß der Einfluß der Verdrückungen und Setzungen (vgl. Abb. 5) bei der Theorie von Lorenz nicht berücksichtigt ist; allerdings beschränkt Lorenz seine Ableitungen von vornherein auf „sandigen Untergrund“, für den normalerweise die Setzungen nur eine untergeordnete Rolle spielen und auch Porenwasser-Überdruck kaum noch in Frage kommt.

Zur Begründung seiner Ausgangsgrundlage wendet Lorenz ein, der Bereich zwischen dem beginnenden Fließen und dem Bruch wäre so groß, daß man durch entsprechende Wahl des Sicherheitsbeiwertes jede gewünschte Sohle-Pressung ermitteln könnte. Dem ist entgegenzuhalten, daß die Sicherheitszahl keineswegs willkürlich gewählt werden sollte, sondern festgelegt werden kann. Man hat es dadurch völlig in der Hand, genügend weit von der Bruchgrenze entfernt zu bleiben. Es steht auch nichts im Wege, je nach den Umständen etwas voneinander verschiedene Sicherheitswerte vorzuschreiben.

Schließlich wendet Lorenz noch ein, die Grenzbelastung sei trotz weitgehender Forschungen nicht mit der gewünschten Genauigkeit zu ermitteln; deshalb stelle die Einführung eines Sicherheitsbeiwertes

¹²⁾ Allerdings ist zuzugeben, daß der Einfluß des Eigengewichtes vorsichtig angesetzt werden muß, weil die Setzungen bei gleicher Sohle-Pressung mit der Fundamentbreite zunehmen.

keinen Fortschritt dar. Dieser Einwand dürfte nicht stichhaltig sein. Viele sogenannte Tragfähigkeitsformeln weichen in ihren Ergebnissen allerdings erheblich voneinander ab; untersucht man aber diese Formeln auf ihre Voraussetzungen hin, so findet man, daß sie fast alle nicht in Ordnung sind. Wir sind aber heute schon so weit, zutreffende Werte nach der Gleitflächenlehre berechnen zu können, und es wird sicherlich bald möglich sein, die Theorie der Grenzbelastung des Baugrundes so weit auszubauen und auszuwerten, daß ihrer allgemeinen Anwendung nichts mehr im Wege steht.

Abb. 9 zeigt schließlich einen Vergleich von Grenzbelastungswerten nach der Gleitflächenlehre mit den „zulässigen“ Werten von Fröhlich

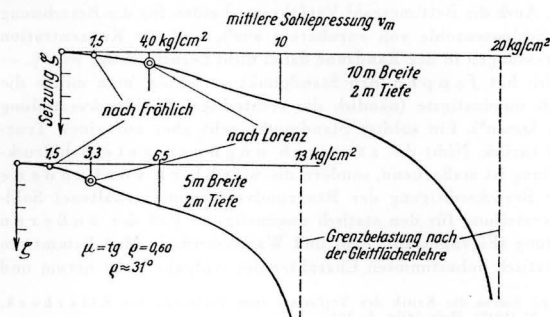


Abb. 9. Vergleich zwischen zulässigen Werten nach Fröhlich und Lorenz und Grenzbelastungen nach der Gleitflächenlehre.

und Lorenz, um auch von den Setzungen her die Situation zu beleuchten. Der Setzungsverlauf ist schematisch nach eigenen Erfahrungen aufgezeichnet. Diese Abbildung dürfte zeigen, daß im Falle eines weniger zusammendrückbaren Baugrundes unbedingt noch höhere Baugrundpressungen zugelassen werden können, selbst wenn man unterstellt, daß die Grenzbelastung wegen des Verdrückungseinflusses geringer ist als angenommen.

Ich kann mich daher dem Vorschlag von Lorenz nicht anschließen und glaube gezeigt zu haben, daß die zulässige Belastung des Baugrundes zweckmäßig in Form ausreichender Sicherheitszahlen auf den Eindringungswiderstand bezogen werden sollte, wobei letzterer sowohl von der inneren Reibung und Festigkeit als auch von der Zusammendrückbarkeit des Untergrundes abhängig ist, und zwar derart, daß beide Einflüsse gleichzeitig und nicht nacheinander (oder unabhängig voneinander) in Betracht kommen. Ein weiterer Fortschritt in der Beantwortung der Frage nach der zulässigen Baugrundbelastung dürfte daher nur durch völlige Klärung und rechnerische Beherrschung des Eindringungsvorganges erreicht werden können, wobei auch die Ergebnisse sorgfältig durchgeführter Versuche nicht entbehrt werden können.

Einfache Berechnung biegefester Schleusensohlen.

Von Joh. Ohde, Berlin.

Über die Berechnung von Schleusen- und Docksohlen ist schon manches geschrieben worden. Der wunde Punkt ist dabei meistens die Verteilung des Sohldruckes. Vielfach wird diese Verteilung irgendwie gefühlsmäßig angenommen¹⁾. Solche Berechnungsverfahren kommen allerdings für den verantwortlichen Bauingenieur nicht in Betracht. Auch die Bettungszahl-Verfahren scheiden für die Berechnung einer Schleusensole von vornherein aus²⁾, weil die Konzentration der Pressungen in der Randzone dabei nicht berücksichtigt wird³⁾. — Kürzlich hat J o p p e n den Standpunkt vertreten, man müsse die statisch ungünstigste (nämlich die rechteckige) Sohldruckverteilung gelten lassen⁴⁾. Ein solcher Standpunkt geht aber auf einen Trugschluß zurück. Nicht die statisch ungünstigste Sohldruckverteilung ist maßgebend, sondern die wirklich vorhandene (unter Berücksichtigung der Baugrundverformung erhaltene) Sohldruckverteilung für den statisch ungünstigsten Fall der äußeren Belastung (Eigengewicht, Erd- und Wasserdruck)⁵⁾. Man kommt um den statisch unbestimmten Charakter der Aufgabe nicht herum und

muß deshalb auf irgendwie vertretbare Weise die Verformung des Baugrundes in die Rechnung einführen.

Der Verfasser hat schon vor längerer Zeit ein einwandfreies Berechnungsverfahren angegeben⁶⁾, welches auch in der Praxis angewandt wird⁷⁾. Nur wird nicht ganz zu Unrecht behauptet, das Verfahren wäre noch zu umständlich. Der Verfasser kann sich dieser Meinung allerdings nicht ganz anschließen. Das Verfahren selbst ist einfach genug, um es überall dort anzuwenden, wo man genügend genau als ebene Aufgabe rechnen kann. Umständlich ist nur die Berechnung der Senkungs-Einflußlinie, und der Verfasser ist deshalb bemüht, hierfür bald Kurventafeln herauszubringen, die die erforderlichen Setzungsrechnungen vorwegnehmen. Auch der treppenförmig verlaufende Sohldruck kann unschwer durch Parabelbogen zwischen drei Teilstrecken ersetzt werden, worüber ebenfalls bald berichtet werden soll.

Indessen kann man in Sonderfällen doch noch einfacher zum Ziele kommen, und zwar durch Annahme einer stetig verlaufenden Sohlpressungsline, die aus zwei oder mehr, stetig verlaufenden Einzel-funktionen so zusammengesetzt wird, daß die Verformungsbedingungen des Untergrundes hinreichend erfüllt sind. Dieses neue Verfahren soll hier in seiner einfachsten Form bei der Berechnung biege-fester Schleusensohlen vorgeführt werden.

Der Grundgedanke des Verfahrens ist einfach: Jede Einzelfunktion besitzt einen zunächst unbekanntem Faktor oder Parameter, dem die Einzelpressungen verhältnisgleich sind, und der mit Hilfe der Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen bestimmt wird. Im vorliegenden Falle können wir mit zwei Einzelfunktionen schon zum Ziele kommen, die in Bild 1 dargestellt sind. Die erste Funktion gibt die sattelförmige Sohldruckverteilung für völlig starre Sohle an; der zugehörige Faktor p_1 wird so gewählt, daß der Flächeninhalt der mit p_1 vervielfachten Verteilungslinie gleich ist der Summe $2P$ aller angreifenden lotrechten Kräfte, d. h. es gilt:

$$2P = p_1 \cdot 2L \quad \text{oder} \quad p_1 = P/L \quad \dots \dots \dots (1)$$

⁶⁾ Ohde, Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern. Bauing. 23 (1942), Heft 14/16 u. 17/18, S. 99 u. 122.

⁷⁾ Vgl. neben Anm.⁶⁾ auch L o o s und B r e t h, Die Berechnung elastisch gebetteter Balken und Platten. Bautechn. Hefte d. Bau- und Ingenieurschule Bremen-Reihe VI, Heft 3. Bremen-Horn 1948, Walter Dorn G.m.b.H.

¹⁾ Vgl. hierzu die Kritik des Verfassers zum Verfahren von E l l e r b e c k. Bauing. 23 (1942), Heft 14/16, S. 101.

²⁾ Vgl. hierzu auch die Kritik von A g a t z, Berechnung und konstruktive Gestaltung von Trockendocks und Seeschleusen. Jahrbuch d. Hafenbautechn. Gesellschaft, Bd. 19 (1941—49), S. 75 u. 76.

³⁾ Diesen Übelstand versucht G r a b h o f f durch den Ansatz einer veränderlichen Bettungszahl zu beseitigen. Vgl. G r a b h o f f, Ein einfaches Näherungsverfahren zur Berechnung elastisch gebetteter Balken. Bautechn. 28 (1951), Heft 7 u. 8, S. 160 u. 189. Man kommt dadurch der Wirklichkeit zweifellos näher, jedoch auf Kosten einer neuen Annahme über die Veränderlichkeit der Bettungszahl. Der Verfasser kann deshalb das Verfahren von G r a b h o f f nicht empfehlen, zumal das hier gezeigte Verfahren einfacher zum Ziele führt und auch das früher angegebene Verfahren durchaus nicht so große Schwierigkeiten bietet, wie G r a b h o f f meint. Vgl. hierzu auch die weiteren Ausführungen.

⁴⁾ J o p p e n, Sohldruckverteilung unter Schiffahrtsschleusen mit durchgehender biegegesteifter Sohlenplatte. Bautechn. 29 (1952), Heft 2, S. 46.

⁵⁾ Die Sohlpressungen stellen sich entsprechend den Setzungsbedingungen des Untergrundes ein; sie sind keine äußeren aktiven Kräfte, sondern innere widerstehende Spannungen, deren Verteilung also nicht innerhalb gewisser Grenzen frei wählbar ist. — Ein weiterer Irrtum Joppens tritt in seiner Meinung zutage, bei mittlerer Belastung wäre „nur eine einzige, und zwar eine rechteckförmige Sohldruckverteilung möglich“. Nach dem heute fast allgemein anerkannten Grundsatz der linearen Setzungsüberlagerung ist bei mittig belasteter starrer Sohle unbedingt mit einer Anhäufung der Sohlpressungen am Rande, also mit sattelförmiger Sohldruckverteilung, zu rechnen. Verbiegungen der Sohle ergeben dann gewisse Abweichungen von diesen sattelförmig verteilten Sohlpressungen, nicht von den gleichmäßig verteilten Pressungen. — Natürlich muß Joppen vom Standpunkte der statisch ungünstigsten Sohldruckverteilung aus dann mein Berechnungsverfahren für „nicht erforderlich“ halten.

Die zweite Funktion soll den Einfluß der Verbiegung der Sohle berücksichtigen und ist als Parabel angenommen, deren positive und negative Flächen sich gegenseitig ausgleichen (Bild 1). Ihr Faktor p_2 ist demnach nicht von den äußeren Kräften, sondern nur von den Verformungsbedingungen abhängig. p_2 wird so gewählt, daß die Setzungsdifferenz von zwei festgelegten Punkten des Baugrundes mit dem entsprechenden Unterschied der Biegelinien-Ordinaten übereinstimmt. Bis zu $x \approx 0,9 l$ lautet damit die Gleichung für die Verteilung der Sohlepressungen:

$$p = \frac{0,75 p_1}{\sqrt{1-x^2/l^2}} + 0,5 p_2 \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \dots \dots (2)$$

Bezeichnet nun $\Delta \zeta$ die Setzungsdifferenz der festgelegten Punkte (in der Mitte und nahe dem Rande), so gilt nach der üblichen Setzungslehre offenbar genügend genau:

$$\Delta \zeta = k \cdot p_2 \dots \dots \dots (3)$$

Andererseits läßt sich für den Unterschied der Biegelinien-Ordinaten ableiten, wie nachstehend gezeigt wird:

$$\zeta_2 - \zeta_1 = \Delta \zeta = d_1 p_1 - d_2 p_2 - d_0 q - \bar{m}$$

mit q als gleichmäßig verteilter äußerer Belastung (z. B. Wasserfüllung). Die Gleichsetzung von $\Delta \zeta$ liefert uns dann den gewünschten Wert p_2 :

$$p_2 = \frac{d_1 p_1 - d_0 q - \bar{m}}{k + d_2} \dots \dots \dots (4)$$

Als Lösung unserer Aufgabe erhalten wir also eine verhältnismäßig einfache Formel für die einzige Unbekannte p_2 , und nur die Berechnung der in dieser Formel auftretenden Konstanten macht uns zunächst noch etwas Mühe. Die Konstante \bar{m} berücksichtigt den Biegeeinfluß der äußeren Kräfte, die d -Werte bringen die Biegsamkeit der Sohle zum Ausdruck und k den Verformungseinfluß des Untergrundes⁸⁾.

Den Punkt 2 in der Nähe des Randes, auf den der Setzungs- und Biegeordinaten-Unterschied bezogen wird, wollen wir in $0,8l$ von der Mitte aus annehmen. Die übrigen Bezeichnungen gehen aus Bild 1 hervor. Der biegsame Teil der Schleusensole wird um die (geschätzte) kleine Strecke Δ (z. B. $\Delta \approx d/4$) auf beiden Seiten länger angenommen, um die etwas elastische Einspannung der Sohlenplatte im aufgehenden Mauerwerk zu berücksichtigen. Auf der Strecke $(l-a)$ wird die Sohlenplatte wegen ihrer Verbindung mit dem aufgehenden Mauerwerk nicht verbogen, hier ist die Neigung ζ' der Biegelinie konstant.

Bei der Berechnung der Biegelinie müssen wir von der Verteilung der Biegemomente M ausgehen, wobei — mit ζ als Ordinate der Biegelinie, Setzung nach unten positiv gerechnet — die bekannten Differentialgleichungen gelten:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = b(p-q) \dots \dots (5) \text{ und } \frac{d^2 \zeta}{dx^2} = -\frac{M}{EJ} \dots \dots (6)$$

Hierin bezeichnen: EJ das Biegsamkeitsmaß der Sohle (E = Elastizitätszahl, J = Trägheitsmoment), b die Breite oder Längenerstreck-

⁸⁾ Stillschweigend vorausgesetzt ist hierbei, wie üblich, daß die Seitenmauern der Verbiegung der Sohle ungehindert folgen können. Diese statisch ungünstige Annahme trifft für den Bauzustand sicher zu, nicht aber unbedingt für spätere Betriebszustände mit starker Rückwärtsbiegung.

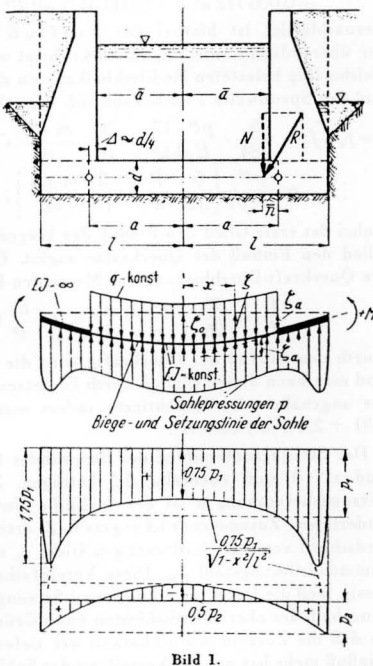


Bild 1.

kung der Schleusensole lotrecht zur Bildebene von Bild 1 (am besten wird $b = 1,0 \text{ m}$ gesetzt), p die Sohlepressung und q die vorhandene gleichmäßige Belastung der Sohle (z. B. aus Wasser- und evtl. auch Eigengewicht). In der üblichen Weise sind die Momente für eine nach unten durchgebogene Sohle positiv angesetzt, wie Bild 1 erkennen läßt, obgleich sich die Schleusensole meistens umgekehrt durchbiegt. Es ist für die Ableitung der gesuchten Größen aber einfacher und anschaulicher, mit positiven Werten zu rechnen.

Wir können jetzt die Sohlepressungen nach (2) in (5) einführen. Die so gewonnene Gleichung für $d^2 M/dx^2$ muß zweimal integriert werden, um die Biegemomente zu erhalten. Diese Integrationen lassen sich ohne weiteres durchführen; es werden jedoch für das erste Glied von (2) arc sin- und Wurzel-Ausdrücke erhalten, die rechnerisch unbequem sind, weil Unterschiede auftreten, die bedeutend kleiner sind als die beteiligten Zahlen. Es ist deshalb für die Zahlenrechnung einfacher, den Ausdruck $1/\sqrt{1-x^2/l^2}$ als Reihe darzustellen. Man hat z. B. die bekannte Taylor-Entwicklung:

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2/l^2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{l^2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^4}{l^4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^6}{l^6} + \dots; \dots (7)$$

die aber rechnerisch auch noch nicht vollauf befriedigt, da man für $x/l > 0,5$ viele Glieder benötigt. Am einfachsten ist eine Reihe von nur wenigen Gliedern, deren Festwerte so gewählt werden, daß der mittlere Fehler einen gewissen kleinen Wert nicht überschreitet. Der Verfasser fand auf diesem Wege für $x/l < 0,9$ folgende Reihe (mittlerer Fehler etwa $\pm 0,0002$, größter Einzelfehler etwa $\pm 0,0004$):

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2/l^2}} \approx 1 + 0,5 \frac{x^2}{l^2} + 0,415 \frac{x^4}{l^4} + 0,94 \frac{x^6}{l^6} + 0,37 \frac{x^{10}}{l^{10}} + 1,8 \frac{x^{24}}{l^{24}} \dots (8a)$$

oder allgemein geschrieben:

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2/l^2}} \approx 1 + c_2 \frac{x^2}{l^2} + c_4 \frac{x^4}{l^4} + c_6 \frac{x^6}{l^6} + c_{10} \frac{x^{10}}{l^{10}} + c_{24} \frac{x^{24}}{l^{24}} \dots (8b)$$

Im ganzen gilt damit nach (5) und (2):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 M}{dx^2} = & -q + \frac{3}{4} p_1 \left(1 + c_2 \frac{x^2}{l^2} + c_4 \frac{x^4}{l^4} + c_6 \frac{x^6}{l^6} + c_{10} \frac{x^{10}}{l^{10}} + \dots \right) \\ & + c_{24} \frac{x^{24}}{l^{24}} + 0,5 p_2 \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) = \\ = & \left(\frac{3}{4} p_1 - q - \frac{1}{2} p_2 \right) + 3 \left(\frac{c_2 p_1}{4} + \frac{p_2}{2} \right) \frac{x^2}{l^2} + \\ & + \frac{3}{4} p_1 \left(c_4 \frac{x^4}{l^4} + c_6 \frac{x^6}{l^6} + c_{10} \frac{x^{10}}{l^{10}} + c_{24} \frac{x^{24}}{l^{24}} \right). \end{aligned} \quad (8c)$$

Die zweimalige Integration dieser Gleichung liefert unter Beachtung der Integrationskonstanten $\left(\frac{dM}{dx} \right)_{x=0} = 0$ und $M_{x=0} = M_0$:

$$\begin{aligned} M = M_0 + & \left(\frac{3}{4} p_1 - q - \frac{1}{2} p_2 \right) \frac{x^2}{2} + \left(\frac{c_2 p_1}{2} + p_2 \right) \frac{x^4}{8 l^2} + \\ & + \frac{3}{4} p_1 \left(\frac{c_4}{5 \cdot 6} \frac{x^6}{l^4} + \frac{c_6}{9 \cdot 10} \frac{x^{10}}{l^6} + \dots \right) \\ & + \frac{c_{10}}{17 \cdot 18} \frac{x^{18}}{l^{10}} + \frac{c_{24}}{25 \cdot 26} \frac{x^{26}}{l^{24}} \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

Nach Einsetzung dieses Wertes in (6) ergibt die weitere Integration:

$$\begin{aligned} EJ \cdot \frac{d \zeta}{dx} = & - \int M \cdot dx = -M_0 x + (4q + 2p_2 - 3p_1) \frac{x^3}{24} - \\ & - (c_2 p_1 + 2p_2) \frac{x^5}{80 l^2} - p_1 \left(\frac{c_4}{280} \frac{x^7}{l^4} + \frac{c_6}{1320} \frac{x^{11}}{l^6} + \dots \right) \\ & + \frac{c_{10}}{7752} \frac{x^{19}}{l^{10}} + \frac{c_{24}}{23400} \frac{x^{27}}{l^{24}} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

Die Integrationskonstante ist wegen der Symmetrie zur Mittelachse wieder Null. Die nochmalige Integration liefert mit ζ_0 als Setzung ζ für $x = 0$:

$$\begin{aligned} EJ \zeta = EJ \cdot \zeta_0 - M_0 \frac{x^2}{2} + (4q + 2p_2 - 3p_1) \frac{x^4}{96} - \\ - (c_2 p_1 + 2p_2) \frac{x^6}{480 l^2} - p_1 \left(\frac{c_4}{2240} \frac{x^8}{l^4} + \dots \right) \\ + \frac{c_6}{15840} \frac{x^{12}}{l^6} + \frac{c_{10}}{155040} \frac{x^{20}}{l^{10}} + \frac{c_{24}}{655200} \frac{x^{28}}{l^{24}} \dots (11) \end{aligned}$$

Für die weitere Auswertung benötigen wir die Werte $M_0 (= M$ für $x = 0)$ und $M_a (= M$ für $x = a)$. Nach (9) gilt für $x = a$:

$$M_0 = M_a + (4q + 2p_2 - 3p_1) \frac{a^2}{8} - (c_2 p_1 + 2p_2) \frac{a^4}{16 l^2} - \left. \begin{aligned} & - p_1 \left(\frac{c_4}{40} \cdot \frac{a^6}{l^4} + \frac{c_8}{120} \cdot \frac{a^{10}}{l^8} + \frac{c_{16}}{408} \cdot \frac{a^{18}}{l^{16}} + \right. \\ & \left. + \frac{3c_{24}}{2600} \cdot \frac{a^{26}}{l^{24}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

M_a muß gleich sein dem Moment aller äußeren Kräfte für den Punkt a einschließlich des Momentes des randlichen Bereiches der Sohldruckungen. Wenn R die Mittelkraft aus Eigengewicht, Erd- und Wasserdruck für Punkt a mit der lotrechten Teilkraft N bedeutet und p , wie bisher, die Sohldruckungen bezeichnet, so gilt demnach:

$$M_a = N \cdot \bar{n} + \int_a^l p \cdot dx (x - a).$$

Die Einsetzung von p nach (2) und (8b) liefert unter Beachtung der Integrationsgrenzen $x = 0,9l$ und $x = a$ und mit $\int_{0,9l}^l p \cdot dx =$

$$1,06172 p_1 \cdot 0,1l = 0,10617 p_1 l \text{ und } \int_{0,9l}^l p \cdot dx (x - a) = 0,10617 p_1 l (0,9462l - a) \text{ nach kurzer Zwischenrechnung:}$$

$$M_a = N \cdot \bar{n} + (C_1 l - C_2 a) p_1 l + p_1 a^2 \left(\frac{3}{8} + \frac{c_2}{16} \cdot \frac{a^2}{l^2} + \right. \\ \left. + \frac{c_4}{40} \cdot \frac{a^4}{l^4} + \frac{c_8}{120} \cdot \frac{a^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{408} \cdot \frac{a^{16}}{l^{16}} + \frac{3c_{24}}{2600} \cdot \frac{a^{24}}{l^{24}} \right) \\ \left. + \frac{p_2}{8} \left(l - \frac{a^2}{l} \right)^2 \right\} \quad (13)$$

mit $C_1 = 0,10617 \cdot 0,9462 + \frac{3}{8} \cdot 0,9^2 + \frac{3c_2}{16} \cdot 0,9^4 + \frac{c_4}{8} \cdot 0,9^6 +$
 $+ \frac{3c_8}{40} \cdot 0,9^{10} + \frac{c_{16}}{24} \cdot 0,9^{18} + \frac{3c_{24}}{104} \cdot 0,9^{26} = 0,51399$

und $C_2 = 0,10617 + \frac{3}{4} \cdot 0,9 + \frac{c_2}{4} \cdot 0,9^3 + \frac{3c_4}{20} \cdot 0,9^5 + \frac{c_8}{12} \cdot 0,9^9 +$
 $+ \frac{3c_{16}}{68} \cdot 0,9^{17} + \frac{3c_{24}}{100} \cdot 0,9^{25} = 0,94600.$

Die Einsetzung dieses Wertes für M_a in (12) ergibt für M_0 den einfachen Ausdruck:

$$M_0 = N \bar{n} - (C_2 a - C_1 l) p_1 l + q a^2/2 + p_2 l^2/8 \dots \dots \dots (14)$$

Jetzt können wir M_0 in (10) und (11) einsetzen und erhalten für $x = a$:

$$EJ \left(\frac{d^2 \zeta}{dx^2} \right)_a = -N \cdot \bar{n} \cdot a + (C_2 a - C_1 l) p_1 l a - \\ - \frac{a l^2}{8} p_2 (8q - 2p_2 - 3p_1) \frac{a^3}{24} - \\ - (c_2 p_1 + 2p_2) \frac{a^5}{80 l^2} - p_1 \left(\frac{c_4}{280} \cdot \frac{a^7}{l^4} + \frac{c_8}{1320} \cdot \frac{a^{11}}{l^8} + \right. \\ \left. + \frac{c_{16}}{7752} \cdot \frac{a^{19}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{23400} \cdot \frac{a^{27}}{l^{24}} \right);$$

$$EJ \cdot \zeta_a = EJ \cdot \zeta_0 - N \bar{n} \frac{a^2}{2} + (C_2 a - C_1 l) p_1 \frac{a^2}{2} - \\ - \frac{a^3 l^2}{16} p_2 (20q + 2p_2 - 3p_1) \frac{a^4}{96} - (c_2 p_1 + 2p_2) \frac{a^6}{480} - \\ - p_1 \left(\frac{c_4}{2240} \cdot \frac{a^8}{l^4} + \frac{c_8}{15840} \cdot \frac{a^{12}}{l^8} + \frac{c_{16}}{155040} \cdot \frac{a^{20}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{655200} \cdot \frac{a^{28}}{l^{24}} \right).$$

Für den Unterschied der Biegeordinaten zwischen $x = 0,8l$ und $x = 0$ haben wir es fast immer nur mit ζ_0 und mit ζ_x für $x > a$ zu tun. Für $x > a$ verbiegt sich die Gründungssohle wegen der steifen Seitenmauern nicht mehr (Bild 2), so daß anzusetzen ist:

$$\zeta_x = \zeta_a + \frac{d \zeta_a}{dx} (x - a).$$

Die Einsetzung der vorstehenden Werte liefert schließlich für den

Unterschied der Biegelinien-Ordinaten $\Delta \zeta = \zeta_x - \zeta_0$ nach einiger Zwischenrechnung:

$$\frac{EJ}{a^3} \cdot \Delta \zeta = \left[\frac{l}{a} \left(0,8l - \frac{a}{2} \right) \left(C_2 - C_1 \frac{l}{a} \right) - \right. \\ \left. - a A_1 - (0,8l - a) A_2 \right] p_1 - \\ - \frac{1}{8} \left[(0,8l - 0,5a) l^3/a^2 + (4l/26 - a/a) a^2/l^2 - \right. \\ \left. - (8l/15 - a/2) \right] p_2 \\ \left. - \frac{1}{24} (6,4l - 3a) q - \left(\frac{0,8l}{a} - \frac{1}{2} \right) \frac{\bar{n} N}{a} \right] \quad (15)$$

mit $C_1 = 0,5140$; $C_2 = 0,9460$;

$$A_1 = \frac{1}{32} + \frac{c_2}{480} \cdot \frac{a^2}{l^2} + \frac{c_4}{2240} \cdot \frac{a^4}{l^4} + \frac{c_8}{15840} \cdot \frac{a^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{155040} \cdot \frac{a^{16}}{l^{16}} + \\ + \frac{c_{24}}{655200} \cdot \frac{a^{24}}{l^{24}} = 0,03125 + 0,001042 a^2/l^2 + \\ + 0,001853 a^4/l^4 + 0,0000593 a^8/l^8 + 0,0000024 a^{16}/l^{16} + \\ + 0,0000027 a^{24}/l^{24};$$

$$A_2 = \frac{1}{8} + \frac{c_2}{80} \cdot \frac{a^2}{l^2} + \frac{c_4}{280} \cdot \frac{a^4}{l^4} + \frac{c_8}{1320} \cdot \frac{a^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{7752} \cdot \frac{a^{16}}{l^{16}} + \\ + \frac{c_{24}}{23400} \cdot \frac{a^{24}}{l^{24}} = 0,125 + 0,00625 a^2/l^2 + 0,001482 a^4/l^4 + \\ + 0,000712 a^8/l^8 + 0,0000477 a^{16}/l^{16} + 0,000769 a^{24}/l^{24}.$$

Vernachlässigt ist hierbei der Einfluß der Querkräfte, der überschlägig wie folgt berücksichtigt werden kann: Für einen gleichmäßig belasteten Rechteckbalken von der Breite b , der Höhe h und der Spannweite l ist bekanntlich die größte Durchbiegung:

$$f = f_1 + f_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{p l^4 \cdot 12}{E \cdot b h^3} + \frac{3}{10} \cdot \frac{m+1}{m} \cdot \frac{p l^2}{E \cdot b h} = \\ = \frac{p l^2}{E \cdot b h} \left[\frac{5}{32} \cdot \frac{l^2}{h^2} + \frac{3}{10} \frac{m+1}{m} \right],$$

wobei das erste Glied den Einfluß der Biegemomente und das zweite Glied den Einfluß der Querkräfte angibt. Es verhält sich hiernach die Querkraft-Durchbiegung zur Momenten-Durchbiegung wie

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{48}{25} \cdot \frac{m+1}{m} \cdot \frac{h^2}{l^2} = 2,4 \cdot \frac{h^2}{l^2} \text{ für } m = 4.$$

Durch den Einfluß der Querkräfte wird die Sohle etwas biegsamer, und man kann diesen Einfluß durch Einsetzen eines kleineren E -Wertes angenähert berücksichtigen, indem man anstatt E den Wert $E/(1 + 2,4 h^2/a^2)$ einsetzt.

Der Setzungsunterschied des Baugrundes für die Stellen $x = 0,8l$ und $x = 0$ muß ebenfalls $\Delta \zeta$ betragen. Zur Vereinfachung der Setzungsrechnungen ist der wirkliche Untergrund mit tiefenveränderlicher Zusammendrückungszahl Z ersetzt gedacht durch eine Erdschicht von der gleichwertigen Dicke z_0 mit gleichbleibender Zusammendrückungszahl Z_m . Diese Vereinfachung der Aufgabe ist zulässig, weil die Druckverteilungs- und Setzungsunterschiede sich schon innerhalb der oberen Erdschichten unter Gründungssohle ausgleichen, so daß die Zusammendrückbarkeit der tieferen Erdschichten keinen Einfluß mehr hat auf die Verteilung der Sohldruckungen. Die gleichwertige Dicke z_0 der Ersatz-Erdschicht wird so gewählt, daß sich für die Erdschicht die gleiche Setzung ergibt wie für den wirklichen Untergrund mit veränderlicher Zusammendrückungszahl, wobei die Setzung jeweils für die Mitte einer gleichmäßig verteilten Belastung berechnet wird. Die gleichbleibende Zusammendrückungszahl Z_m wird dabei als Mittelwert der Erdschichten unter Gründungssohle bis zur Tiefe von etwa $1,0 \cdot l$ unter Gründungssohle angenommen. Da im Prüfraum vorwiegend die Zusammendrückung bei verhinderter Seitendehnung festgestellt wird, so wird im Laufe der Berechnung die entsprechende Verdichtungszahl V eingeführt, also die Zusammendrückungszahl für verhinderte Seitendehnung, die dann die Zusammendrückungszahl Z für unbehinderte Seitendehnung ersetzt.

Für die Verteilung der Sohldruckungen im Untergrund seien die Formeln von B o u s s i n e s q bzw. M i c h e l l ⁹⁾ als genügend genau gültig angenommen. Für die ebene Aufgabe erzeugt hiernach ein

⁹⁾ Fröhlich, Druckverteilung im Baugrund. Wien 1934, J. Springer. - O h d e , Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund. Bauing. 20 (1939), S. 451.

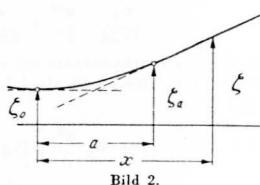


Bild 2.

langer mit den Sohldruckungen p belegter Laststreifen von der Breite $d x$ (Bild 3) im Untergrund die zusätzlichen Pressungen:

$$d v_x = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{p \cdot d x}{R} \cdot \cos^3 \varphi = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{p \cdot d x}{x} \cdot \sin \varphi \cdot \cos^3 \varphi,$$

$$d v_z = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{p \cdot d x}{R} \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos \varphi = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{p \cdot d x}{x} \cdot \sin^3 \varphi \cdot \cos \varphi.$$

Das entspreche waagerechte Prisma von der Höhe $d z$ wird damit um folgenden Betrag zusammengedrückt:

$$d^2 \zeta = \left(\frac{v_x}{Z} - \frac{v_x}{m Z} - \frac{v_y}{m Z} \right) d z = \frac{d z}{V} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left[(m-1) v_x - v_x \right] \quad (17)$$

Hierbei bezeichnet v_y die 3. Spannung winkelrecht zur Bildebene in Bild 3, und es sind die bekannten Beziehungen

$$v_y = \frac{v_x + v_x}{m} \quad \text{und} \quad \frac{Z}{V} = \frac{(m+1)(m-2)}{m(m-1)}$$

benutzt. Nach Einsetzen der Pressungswerte hat man unter Beachtung von $z = x \cdot \cotg \varphi$ und $d z = -x \cdot d \varphi / \sin^2 \varphi$:

$$d^2 \zeta = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \cdot \frac{p \cdot d x}{V} \left[(m-1) \frac{\cos^3 \varphi}{\sin \varphi} - \sin \varphi \cdot \cos \varphi \right] d \varphi$$

und nach Integration für die Lotrechte im Abstände x unter Fort-

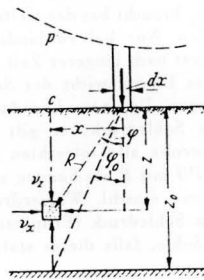


Bild 3.

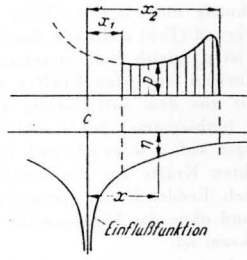


Bild 4.

lassung der Zwischenrechnung und mit V_m als mittlerer Verdichtungszahl:

$$d \zeta = \int_{z=0}^{z_0} d^2 \zeta = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \cdot \frac{p \cdot d x}{V_m} \left[(m-1) \ln \frac{1}{\sin \varphi_0} - \frac{m}{2} \cos^2 \varphi_0 \right].$$

Dieser Wert gibt den Setzungseinfluß des Lastelementes $p \cdot d x$ für den Punkt c im Abstand x an (Bild 3 u. 4). Die Gesamtsetzung des Punktes c ist demnach:

$$\zeta = \int_{x_1}^{x_2} d \zeta = \int_{x_1}^{x_2} \frac{p \cdot d x}{V_m} \cdot \eta = \frac{1}{V_m} \int_{x_1}^{x_2} (p \cdot \eta) d x,$$

mit η als „Einflußfunktion“ der Setzung (Bild 4):

$$\eta = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left[(m-1) \ln \frac{1}{\sin \varphi_0} - \frac{m}{2} \cos^2 \varphi_0 \right] =$$

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left[(m-1) \ln \left(1 + \frac{z_0^2}{x^2} \right) - \frac{m z_0^2}{x^2 + z_0^2} \right].$$

Führen wir nach Bild 5 die neue Veränderliche ein:

$$t = x/z_0,$$

so können wir mit $d x = z_0 \cdot d t$ auch schreiben:

$$\zeta = \frac{z_0}{V_m} \int_{t_1}^{t_2} (p \cdot \eta) d t$$

$$\text{mit } \eta = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left[(m-1) \ln \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) - \frac{m}{1+t^2} \right]. \quad (18)$$

Damit haben wir für unsere Ersatzschicht von der Dicke z_0 und der mittleren Verdichtungszahl V_m den allgemeinen Ansatz erhalten, nach dem die Setzung ζ für jeden Punkt der Gründungssohle berechnet werden kann.

Als erstes Beispiel berechnen wir die Setzung für gleichmäßige Belastung mit p_m im Abstände x_0 von der Mittellinie. Hierfür ist nach (18) und den Bezeichnungen von Bild 5:

$$\zeta_{x_0} = \frac{p_m \cdot z_0}{V_m} \int_{t_2}^{t_1} \eta \cdot d t = \frac{p_m \cdot z_0}{V_m} \left(\int_0^{t_1} \eta \cdot d t + \int_0^{t_2} \eta \cdot d t \right)$$

$$\text{mit } \eta = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left[(m-1) \ln (1+t^2) - 2(m-1) \ln t - \frac{m}{1+t^2} \right].$$

Für die einzelnen Integrale gilt, wie durch Differenzieren leicht nachzuprüfen ist:

$$\int d t \cdot \ln (1+t^2) = t \ln (1+t^2) - 2(t - \arctg t) + C;$$

$$\int d t \cdot \ln t = t (\ln t - 1) + C; \quad \int d t / (1+t^2) = \arctg t + C.$$

Im ganzen erhält man damit für die Grenzen 0 und t :

$$\int_0^t \eta \cdot d t = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left[(m-1) t \ln \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) + (m-2) \arctg t \right]$$

und für die Gesamtsetzung:

$$\zeta_{0x} = \frac{z_0}{V_m} \cdot p_m \cdot k_{0x} \quad \text{mit}$$

$$k_{0x} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left\{ (m-1) \left[t_1 \ln \left(1 + \frac{1}{t_1^2} \right) + t_2 \ln \left(1 + \frac{1}{t_2^2} \right) \right] + (m-2) (\arctg t_1 + \arctg t_2) \right\}. \quad (19)$$

Für die Mitte der Lastfläche ist mit $t_1 = t_2 = t$:

$$k_{0x} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \left[(m-1) t \ln \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) + (m-2) \arctg t \right]. \quad (19a)$$

Diese Formel können wir benutzen, um die Dicke z_0 der Ersatzschicht zu ermitteln. Wird die für gleichmäßige Belastung erhaltene Mittensetzung des vorhandenen Baugrundes (tieffenveränderliches V !) mit ζ_0 bezeichnet, so ist nach (19):

$$z_0 \cdot k_{00} = \frac{V_m}{p_m} \cdot \zeta_0.$$

Tafel 1. k_{00} -Werte für $m = 3,0$.

z_0/l	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0	5,6	8,0	11,2	16,0
k_{00}	0,922	0,921	0,880	0,806	0,705	0,600	0,496	0,405	0,321

Die Werte $z_0 \cdot k_{00}$ sind so zu bestimmen, daß die angegebene Gleichung erfüllt ist. Da k_{00} nur langsam mit z_0 veränderlich ist, kann z_0 durch probeweises Einsetzen von k_{00} ermittelt werden nach der Formel:

$$\frac{z_0}{l} = \frac{1}{k_{00}} \left(\frac{V_m}{p_m} \cdot \frac{\zeta_0}{l} \right). \quad (20)$$

Hierbei wird, wie bereits bemerkt wurde, V_m als mittlerer Wert für die Erdschicht von $z = 0$ bis $z = l$ eingeführt.

Als zweites Beispiel berechnen wir den Setzungsverlauf für eine Parabel-Belastung (Bild 6):

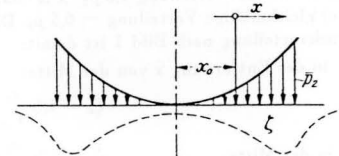


Bild 6.

$$p = \bar{p}_2 (x/l)^2,$$

oder allgemeiner für einen ausmittig liegenden Punkt:

$$p = \bar{p}_2 \left(\frac{x+x_0}{l} \right)^2 = \bar{p}_2 \frac{z_0^2}{l^2} (t+t_0)^2.$$

Die Einsetzung dieses Wertes in die Gln. (18) ergibt:

$$\zeta_{2x} = \frac{z_0}{V_m} \cdot \bar{p}_2 \frac{z_0^2}{l^2} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \cdot \left[(m-1) \int_{-t_2}^{t_1} (t+t_0)^2 \ln \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) d t - m \int_{-t_2}^{t_1} (t+t_0)^2 \frac{d t}{1+t^2} \right].$$

Für die einzelnen Integrale hat man:

$$\int (t+t_0)^2 \ln (1+t^2) d t =$$

$$= \frac{1}{3} (t+t_0)^3 \ln (1+t^2) - \frac{2}{9} t^3 - t_0 t^2 + 2 \left(\frac{1}{3} + t_0^2 \right) t +$$

$$+ t_0 \left(1 - \frac{1}{3} t_0^2 \right) \ln (1+t^2) - 2 \left(\frac{1}{3} - t_0^2 \right) \arctg t + C;$$

$$\int dt(t+t_0)^2 \ln t = \frac{1}{3}(t+t_0)^3 \ln t - \frac{1}{9}t^3 - \frac{1}{2}t_0 t^2 - t_0^2 t - \frac{1}{3}t_0^3 \ln t + C;$$

$$\int (t+t_0)^2 \frac{dt}{1+t^2} = t+t_0 \ln(1+t^2) - (1-t_0^2) \arctg t + C.$$

Im ganzen erhält man damit, zunächst für die Grenzen 0 und t_1 , nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\int_0^{t_1} (p \cdot \eta) dt = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \cdot \frac{z_0^2}{l^2} \left[\frac{m-1}{3} (t+t_0)^3 - t_0^3 \right] \ln \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) - t_0 \ln(1+t^2) - \frac{m+2}{3} t + \left(\frac{m+2}{3} + (m-2)t_0^2 \right) \arctg t.$$

Die Anwendung dieser Formel liefert unter Beachtung von $t_1 + t_0 = t_2 - t_0 = t_l$ für den gesamten Setzungsverlauf mit

$$\int_{t_2}^{t_1} (p \cdot \eta) dt = \int_0^{t_1} (p \cdot \eta) dt + \int_0^{t_2} (p \cdot \eta) dt; \quad \xi_{2x} = \frac{z_0}{V_m} \bar{p}_2 \cdot k_{2x};$$

$$k_{2x} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \cdot \frac{z_0^2}{l^2} \left\{ \frac{m-1}{3} \left[(t_1^3+t_0^3) \ln \left(1 + \frac{1}{t_2^2} \right) + (t_1^3-t_0^3) \ln \left(1 + \frac{1}{t_1^2} \right) \right] + t_0 \ln \frac{1+t_2^2}{1+t_1^2} + (m-2)t_0^2 (\arctg t_2 + \arctg t_1) - \frac{m+2}{3} (t_2 - \arctg t_2 + t_1 - \arctg t_1) \right\}. \quad (21)$$

Für die Mitte hat man einfacher:

$$k_{20} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m-1}{m(m-2)} \cdot \frac{z_0^2}{l^2} \left[\frac{m-1}{3} t_l^3 \ln \left(1 + \frac{1}{t_l^2} \right) - \frac{m+2}{3} (t_l - \arctg t_l) \right]. \quad (21a)$$

Da die Formeln (19) und (21) für k umständlich auszuwerten sind, aber für verschiedene Verhältnisse z_0/l ein für allemal vorweg berechnet werden können, ist eine Wiedergabe solcher Auswertungen in Tabellenform zweckmäßig. Tafel 2 gibt die k -Werte für $m = 3$.

T a f e l 2. k_0 - und k_2 -Werte für $m = 3$.

$z/l =$	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0	5,6	8,0	11,2	16,0
$k_{00} =$	0,9217	0,9212	0,8798	0,8062	0,7052	0,6002	0,4957	0,4046	0,3209
$k_{08} =$	0,7433	0,7185	0,6796	0,6321	0,5678	0,4977	0,4202	0,3498	0,2822
$k_{20} =$	0,0443	0,0889	0,1248	0,1419	0,1436	0,1352	0,1184	0,0993	0,0834
$k_{28} =$	0,4164	0,3738	0,3195	0,2755	0,2326	0,1961	0,1609	0,1312	0,1019
$k_{00} = k_0$ für $x = 0$; $k_{08} = k_0$ für $x = 0,8 l$; $k_{28} = k_2$ für $x = 0,8 l$.									

Nach diesen Vorbereitungen läßt sich der gesuchte Setzungs-Unterschied $\Delta \xi = \xi_{0,8l} - \xi_0$ leicht berechnen. Nach (2) und Bild 1 ist unser zusätzlicher Parabel-Sohldruck nicht nach Bild 6 verteilt, sondern als $0,5 p_2 (3x^2/l^2 - 1)$. Diese Verteilung kann zerlegt werden in die Verteilung $1,5 p_2 \cdot x^2/l^2$ nach Bild 6 und in die (negative) gleichmäßige Verteilung $-0,5 p_2$. Die Setzung aus der Parabel-Druckverteilung nach Bild 1 ist damit:

in der Entfernung x von der Mitte:

$$\xi_x = 1,5 \frac{z_0}{V_m} p_2 \cdot k_{2x} - 0,5 \frac{z_0}{V_m} p_2 \cdot k_{0x};$$

in der Mitte:

$$\xi_0 = 1,5 \frac{z_0}{V_m} p_2 \cdot k_{20} - 0,5 \frac{z_0}{V_m} p_2 \cdot k_{00}.$$

Für den Setzungs-Unterschied gilt also:

$$\Delta \xi = \xi_x - \xi_0 = \frac{z_0}{V_m} p_2 [1,5 (k_{2x} - k_{20}) - 0,5 (k_{0x} - k_{00})] = k \cdot p_2, \quad (22)$$

$$\text{d. h. } k = \frac{z_0}{2V_m} [3 (k_{2x} - k_{20}) + (k_{00} - k_{0x})] = \frac{z_0}{V_m} \cdot k'.$$

Auch hier ist es vorteilhaft, für die baupraktische Anwendung einige Tabellenwerte zur Hand zu haben. Für $m = 3$ findet man z. B. die Werte nach Tafel 3.

T a f e l 3. k' -Werte für $m = 3$.

$z_0/l =$	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0	5,6	8,0	11,2	16,0
$k' =$	0,6473	0,5287	0,3890	0,2882	0,2023	0,1427	0,1014	0,0753	0,0471

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Die bisherigen Ableitungen können vielleicht den Eindruck erwecken, als sei das vorgeführte Berechnungsverfahren doch nicht so einfach, wie es der Titel des Aufsatzes in Aussicht stellt. Demgegenüber muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß einigermaßen ein-

wandfreie Berechnungen der Verformung des Baugrundes notwendigerweise bei der Ableitung nicht ganz einfach sein können, weil die Druckverteilungsgesetze berücksichtigt werden müssen und die Überlagerung der Einzelwirkungen hinzukommt. Auch die Berechnung der Verbiegung der Fundamentsohle erfordert wegen der viermaligen Integration der Biege-Differentialgleichung unvermeidlicherweise einige Rechenarbeit. Jedoch kann der weitaus größte Teil der Auswertungen ein für allemal vorweggenommen werden, so daß für die baupraktische Anwendung in der Tat ein sehr einfaches Berechnungsverfahren gewonnen wird, wie die folgende Zusammenstellung des eigentlichen Berechnungsganges zeigt.

Die Sohlpressungen folgen für $x < 0,9 l$ der Gl. (2):

$$p = p_g + \frac{0,75 p_1}{\sqrt{1-x^2/l^2}} + 0,5 p_2 \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right). \quad (2)$$

Sie setzen sich (vgl. Bild 1) aus 3 Anteilen zusammen. Der erste (hier noch hinzugefügte) Anteil p_g besteht aus dem Eigengewicht der Sohle selbst, soweit die Setzungen aus diesem Eigengewicht sich sofort nach dem Betonieren einstellen können (kein Porenwasser-Überdruck im Untergrund). Dieser Anteil ist statisch unwirksam, weil sich die Setzungen aus dem Eigengewicht schon einstellen, bevor der Sohlenbeton hart geworden ist, d. h. p_g braucht bei der weiteren Berechnung nicht berücksichtigt zu werden. Nur bei vollbindigem Untergrund (Ton) stellt sich die Setzung erst nach längerer Zeit ein; dann ist p_g gleich Null zu setzen und das Eigengewicht der Sohle den übrigen lotrechten Kräften zuzuschlagen. Der zweite Anteil besteht aus dem sattelförmig verteilten Sohldruck; er gilt für starre (unbiegsame) Sohle und nimmt bereits alle lotrechten Belastungen auf, d. h. es gilt nach (1): $p_1 = P/l$ mit P als Summe aller lotrechten Kräfte für die halbe Schleuse einschl. Wasserdruck, Auftrieb, Erddruck usw., jedoch ohne den Sohldruck (Erddrücken) und ohne das Eigengewicht p_g der Sohle, falls dieses statisch unwirksam ist.

Der dritte Anteil berücksichtigt angenähert den Biege-Einfluß der Sohle. Für diesen Einfluß sind zusätzliche Spannungen angesetzt in Form einer Parabel (Bild 1), deren positive und negative Flächen sich gegenseitig ausgleichen. Die Konstante p_2 dieser zusätzlichen Spannungen folgt aus der Gl. (4):

$$p_2 = \frac{d_1 p_1 - d_0 q - \bar{m}}{d_2 + k}. \quad (4)$$

Hierin bedeutet q die gleichmäßige Belastung, z. B. durch Wasserfüllung der Schleuse (positives q) oder Auftrieb (negatives q). Der Vergleich von (15) mit (4) liefert:

$$\left. \begin{aligned} d_0 &= \frac{1}{24} (6,4 l - 3 a) \cdot e'; \\ d_1 &= \left[l \left(0,8 \frac{l}{a} - \frac{1}{2} \right) \left(0,9460 - 0,5140 \frac{l}{a} \right) - a A_1 - (0,8 l - a) A_2 \right] \cdot e'; \\ d_2 &= \frac{1}{8} \left[(0,8 l - 0,5 a) l^2 / a^2 + (4 l / z_0 - a / a_0) a^2 / l^2 - (8 l / l_0 - a / a_2) \right] \cdot e' \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

mit $e' = (1 + 2,4 d^2/a^2) a^3/EJ$

und A_1 und A_2 nach (16) oder durch Zwischenschalten nach folgender Tafel 4:

T a f e l 4. Für A_1 und A_2 .

$a/l \text{ f'}$	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
$A_1 =$	0,03152	0,03158	0,03165	0,03173	0,03181	0,03190	0,03200
$A_2 =$	0,12666	0,12703	0,12745	0,12793	0,12846	0,12906	0,12973

E und J bedeuten Elastizitätszahl und Trägheitsmoment der Schleusensole von der Dicke d .

Der Wert \bar{m} berücksichtigt den Momenten-Einfluß der Seitenmauern auf die Sohle. Nach (15) gilt

$$m = \left(0,8 \frac{l}{a} - \frac{1}{2} \right) \frac{\bar{n} N}{a} \cdot e', \quad (24)$$

wobei das Vorzeichen von \bar{n} nach Bild 1 zu beachten ist. N ist die lotrechte Teilkraft der Mittelkraft R für den Sohlenquerschnitt a , wobei a um $d/4$ größer als die halbe Kammerbreite \bar{a} gewählt wird, um die etwas elastische Einspannung der Sohle in den Seitenmauern mit einzubeziehen. R setzt sich zusammen aus:

dem Eigengewicht der Seitenmauer, und zwar bis zur Höhe der Kammersohle für eine statisch unwirksame Sohlenplatte und bis zur Gründungssohle herab (zwischen $l-a$) für vollbindigen Untergrund,

dem Wasserdruck in der Schleusenammer, dem Außendruck des Grundwassers bis zur Bauwerksohle, dem Auftrieb des Grundwassers unterhalb der Sohle für die Außenstrecke $l-a$,

dem Erddruck E_0 auf die Seitenmauer bis zur Bauwerksohle, der lotrechten Zugkraft q ($a-\bar{a}$) längs der Strecke ($a-\bar{a}$) in Höhe der Kammersohle, weil die Wasserbelastung q in (15) für die Strecke a eingesetzt ist, in Wirklichkeit aber nur längs der Strecke \bar{a} wirkt, also längs der Differenzstrecke ($a-\bar{a}$) wieder abgezogen werden muß.

Der Erddruck E_0 darf nicht als aktiver Druck nach der Gleitflächenlehre berechnet werden, weil die Seitenmauern gegenüber der Weichheit der Hinterfüllungserde nur ganz geringfügig nachgeben, so daß sich Gleitflächen nicht ausbilden können. Der Erddruck muß demnach als Ruhedruck auf unnachgiebige Seitenmauern angesetzt werden, für Sand also etwa zu 45% der Auflastpressung ($\lambda_0 = 0,45$), für Lehm etwa zu 60% der lotrechten Pressung ($\lambda_0 = 0,60$). Die Neigung des Erddruckes wird unten nahezu Null sein und sich nach oben hin infolge der Setzung der Hinterfüllungserde dem Reibungswinkel ϱ nähern; man wird deshalb wohl nicht fehlgehen, wenn man sie im vorliegenden Falle etwa mit $\varrho/3$ oder mit $\text{tg } \delta = \mu/3$ ansetzt.

Schließlich muß noch die Nachgiebigkeit des Untergrundes in Gestalt des Faktors k ermittelt werden. Zu diesem Zweck muß natürlich die — mit der Tiefe meist abnehmende — Zusammendrückbarkeit des Untergrundes hinreichend genau bekannt sein, sei es nun durch Zusammendrückungsversuche mit ungestört entnommenen Erdproben oder durch Kennzahlen der Lagerungsdichte (beim Sand) oder des Wassergehaltes (beim Ton), mit deren Hilfe die Zusammendrückbarkeit der Erde unterhalb der Gründungssohle genügend genau angegeben werden kann. Sodann wird eine Setzungsrechnung durchgeführt für gleichmäßig verteilten Sohlendruck ($p_m \approx p_1$), indem die Setzung ζ_0 des Mittelpunktes einer schlaffen Sohle ermittelt wird für die Belastungszunahme von p_0 auf etwa $p_0 + p_1$. Da unsere Berechnung des Setzungsunterschiedes $\Delta \zeta$ unter der vereinfachten Annahme einer gedachten Erdschicht von der Dicke z_0 und der mittleren Verdichtungszahl V_m (Zusammendrückungszahl für verhindertete Seitendehnung) durchgeführt wurde, so müssen wir jetzt V_m und z_0 ermitteln. V_m wird als ungefähre Mittelwert der Erdschicht bis $z \approx l$ unterhalb der Gründungssohle leicht erhalten. Die Ersatz-Schichtdicke z_0 folgt dann durch probeweises Einsetzen der k_{00} -Werte nach (19a) oder Tafel 1 in Gl. (20):

$$\frac{z_0}{l} = \frac{1}{k_{00}} \left(\frac{V_m}{p_m} \cdot \frac{\zeta_0}{l} \right) \dots \dots \dots (20)$$

mit ζ_0 als vorstehend genannter, berechneter Setzung. Sind auf diese Weise z_0 und V_m bekannt, so kann nach (22) oder Tafel 3 der Wert k' gefunden werden, und es ist schließlich:

$$k = k' \cdot \frac{z_0}{V_m}$$

Damit sind dann alle Konstanten der Gl. (4) bekannt, und der gesuchte Wert p_2 kann berechnet werden.

Ist auf diese Weise die Verteilung der Sohlepressungen gefunden, so bereitet die Berechnung der Biegemomente und Querkräfte keine Schwierigkeiten mehr. Sie können graphisch in bekannter Weise erhalten werden oder auch rechnerisch nach den schon abgeleiteten Formeln. Z. B. folgt das Biegemoment M_0 in der Mitte der Schleusensole aus (14) und das „Randmoment“ M_a aus (13) oder auch aus (12). Zwischenwerte für die Strecke von 0 bis a können nach (9) berechnet werden. Die Querkraft Q ist in der Mitte der Schleusensole Null. Für die Strecke von 0 bis a folgt sie aus der Integration von (2) bzw. (8b) zu:

$$Q = - \frac{dM}{dx} \int (q-p) dx \text{ oder } \left. \begin{aligned} Q &= \left(q - \frac{3}{4} p_1 + \frac{1}{2} p_2 \right) x - \frac{1}{2} \left(p_2 + \frac{c_2 p_1}{2} \right) x \frac{x^2}{l^2} - \\ &\quad - \frac{3}{4} p_1 x \left(\frac{c_4}{5} \frac{x^4}{l^4} + \frac{c_8}{9} \frac{x^8}{l^8} + \frac{c_{16}}{17} \frac{x^{16}}{l^{16}} + \frac{c_{24}}{25} \frac{x^{24}}{l^{24}} \right) \end{aligned} \right\} (25)$$

Q ist in üblicher Weise als positiv angenommen, wenn sie, als rechte Auflagerkraft für einen mittleren Teil der Schleusensole betrachtet,

nach oben wirkt (wie die rechte Stützkraft eines belasteten Balkens auf 2 Stützen).

Zahlenbeispiel.

Zur weiteren Veranschaulichung des Berechnungsverfahrens sei folgendes Zahlenbeispiel nach Bild 7 durchgerechnet. Es handelt sich um eine kleinere Schleuse, wie sie mit ähnlichen Abmessungen z. Z. in Mecklenburg gebaut werden soll, und zwar sei der Bauzustand nach beendeter Hinterfüllung untersucht. Das Grundwasser ist also abgesenkt, so daß Auftrieb nicht vorhanden ist. Da die elastische Verbiegung des Schleusenkörpers im Vergleich zu den Formänderungen

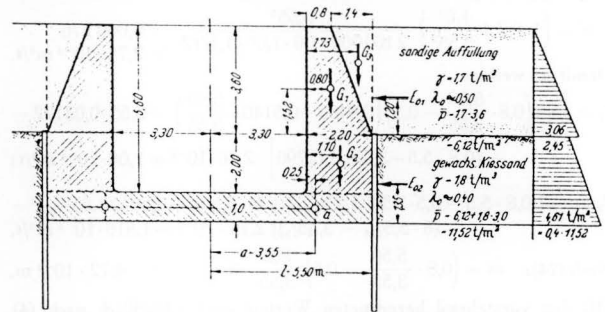


Bild 7.

der seitlichen Erde nur gering ist, darf nicht mit dem aktiven Erddruck gerechnet werden, es ist vielmehr sicherheitshalber mit dem Ruhedruck (Erddruck auf unnachgiebige Wände) zu rechnen. Die entsprechenden Verhältniswerte λ_0 sind in Bild 7 angegeben. Man hat zunächst folgende Kräfte- und Momenten-Berechnung:

$$E_{01} = \frac{3,06 \cdot 3,6}{2} = 5,5 \text{ t}, \quad E_{02} = \frac{2,45 + 4,61}{2} \cdot 3,0 = 10,6 \text{ t};$$

$$G_1 = 2,2 \cdot \frac{0,8 + 2,2}{2} \cdot 3,6 = 11,9 \text{ t}, \quad G_2 = 2,2 \cdot 2,2 \cdot 2,0 = 9,7 \text{ t},$$

$$G_3 = \frac{1,40 \cdot 3,6}{2} \cdot 1,7 = 4,3 \text{ t};$$

$$N = 11,9 + 9,7 + 4,3 = 25,9 \text{ t},$$

$$N \cdot \bar{n} = 5,5 (1,2 + 2,5) + 10,6 (1,35 - 0,5) - 11,9 (0,80 - 0,25) - 9,7 (1,10 - 0,25) - 4,3 (1,73 - 0,25) = 20,4 + 9,0 - 6,5 - 8,3 - 6,4 = 8,2 \text{ tm}.$$

Die zusätzliche mittlere Pressung p_1 (über das Eigengewicht der Sohle hinaus) ist hiernach (da P hier = N ist):

$$p_1 = \frac{25,9}{5,50} = 4,71 \text{ t/m}^2.$$

Um die Formänderungen des Untergrundes zu erhalten, müssen zunächst die Werte V_m und z_0 ermittelt werden. Das Eigengewicht der Sohle ergibt eine gleichmäßige Pressung von $2,2 \cdot 1,0 = 2,2 \text{ t/m}^2 = 0,22 \text{ kg/cm}^2$. Für eine Steigerung der gleichmäßigen Belastung von 0,22 auf $0,22 + 0,5 = 0,72 \text{ kg/cm}^2$ hat die Setzungsrechnung eine Setzung von $\zeta_0 \approx 1,6 \text{ cm}$ ergeben, wobei die Schwellzahl des Kiessandes: $S \approx 600 \cdot p^{2/3} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ eingesetzt wurde, weil angenommen werden konnte, daß die geologische Vorbelastung die vorkommenden Pressungen überstieg. Auch für V_m ist demnach die mittlere Schwellzahl einzusetzen, und zwar in einer Tiefe von etwa $l/2 = 5,5/2 = 2,75 \text{ m}$ unter Gründungssohle. Rechnet man unterhalb der Sohle wegen der Grundwasserabsenkung mit einem mittleren Raumgewicht von $1,5 \text{ t/m}^3$, so gilt für die erwähnte Tiefe:

$$\text{Erdauflast } \bar{p} = 2,2 + 1,5 \cdot 2,75 = 6,32 \text{ t/m}^2 = 0,632 \text{ kg/cm}^2;$$

$$V_m \approx S_m = 600 \cdot 0,632^{2/3} = 440 \text{ kg/cm}^2.$$

Damit wird nach (20) erhalten:

und nach Einsetzen von k_{00} nach Tafel 1 oder 2:

$$\text{a) für } \frac{z_0}{l} = 4,0: \quad \frac{z_0}{l} = \frac{2,56}{0,705} = 3,63,$$

$$\text{b) für } \frac{z_0}{l} = 3,5: \quad \frac{z_0}{l} = \frac{2,56}{0,743} = 3,45,$$

$$\text{c) für } \frac{z_0}{l} = 3,4: \quad \frac{z_0}{l} = \frac{2,56}{0,751} = 3,41.$$

Es sind also für die weitere Berechnung anzunehmen: $V_m = 440 \text{ kg/cm}^2$ und $z_0/l \approx 3,4$. Für den letzteren Wert findet man mit Hilfe von Tafel 3: $k' = 0,242$ und damit nach (22):

$$k = \frac{z_0}{V_m} \cdot k' = \frac{3,4 \cdot 5,5}{4400} \cdot 0,242 = 0,00103 \text{ m}^3/\text{t} = 10,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{t}.$$

Die d -Werte für die Verbiegung der Sohle erhält man nach (23), wobei die Berechnung von d_0 fortfällt, weil $q = 0$ ist. Vorweg sind A_1 und A_2 nach Tafel 4 zu ermitteln für $a/l = 3,55/5,50 = 0,645$. Man findet durch Zwischenschalten:

$$A_1 = 0,03172 \quad \text{und} \quad A_2 = 0,12790,$$

Auch der Wert e' kann vorweg berechnet werden, man findet, wenn man beim Trägheitsmoment 10% für die Bewehrung zuschlägt und für $E = 210\,000 \text{ kg/cm}^2 = 210\,000 \text{ t/m}^2$ einsetzt:

$$e' = \left(1 + 2,4 \frac{1,0^2}{3,55^2}\right) \frac{3,55^3}{2100000 \cdot 1,0 \cdot 1,0^3 \cdot 1,1/12} = 0,000276 = 2,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{t}.$$

Damit ist weiter:

$$d_1 = \left[5,5 \left(0,8 \cdot \frac{5,50}{3,55} - 0,5\right) \left(0,9460 - 0,5140 \cdot \frac{5,50}{3,55}\right) - 3,55 \cdot 0,03172 - (0,8 \cdot 5,5 - 3,55) \cdot 0,12790\right] \cdot 2,76 \cdot 10^{-4} = 1,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{t};$$

$$d_2 = \frac{1}{8} \left[(0,8 \cdot 5,5 - 0,5 \cdot 3,55) \cdot 5,5^2/_{18,5^2} + (4 \cdot 5,5/_{28} - 3,55/_{6}) \cdot 3,55^2/_{18,5^2} - (8 \cdot 5,5/_{18} - 3,55/_{2}) \right] \cdot 2,76 \cdot 10^{-4} = 1,816 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{t}.$$

$$\text{Nach (24): } \bar{m} = \left(0,8 \cdot \frac{5,50}{3,55} - 0,5\right) \frac{8,2}{3,55} \cdot 2,76 \cdot 10^{-4} = 4,72 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

Mit den vorstehend berechneten Werten wird schließlich nach (4) erhalten:

$$p_2 = \frac{1,08 \cdot 10^{-4} \cdot 4,71 - 4,72 \cdot 10^{-4}}{1,816 \cdot 10^{-4} + 10,3 \cdot 10^{-4}} = \frac{0,37}{12,12} = 0,030 \text{ t/m}^2.$$

Dieser recht geringe Wert ist durch die Größe von $N \cdot \bar{n} = 8,2 \text{ tm}$ bedingt (wie man leicht verfolgen kann); er darf mithin nicht zu der Schlußfolgerung verleiten, als ob der Einfluß der Verbiegung der Sohle immer gering wäre. Vergleichshalber sei deshalb auch noch die Berechnung für nicht hinterfüllte Schleuse durchgeführt. Für diesen Zustand ist $E_{01} = 0$ zu setzen, und für E_{02} ist annähernd der aktive Erddruck E_{a2} einzusetzen, weil die Spundwand nach dem Erdaushub nachgeben konnte und der Beton beim Einbringen zwischen E_a und E_n drücken wird. Man erkennt an dieser Stelle, daß E_{02} vorstehend nicht ganz richtig angesetzt wurde. Genau genommen erzeugt nämlich nur die obere Erdauflast von 3,6 m Höhe den Ruhedruck, während für die Zunahme des Erddrucks im unteren Bereich mehr der aktive Druck in Betracht kommt (falls nicht durch den Seitendruck des Betons ein höherer Wert zustande kommt). Bei der Unsicherheit, mit der die λ_0 -Werte vorerst nur angegeben werden können, ist der genannte Unterschied jedoch kaum von Bedeutung. Mit $\lambda_a \approx 0,22$ ($\mu \approx 0,70$; $\text{tg } \delta \approx 0,50$)

$$\text{ist } E_{a2} = 0,22 \cdot 1,8 \cdot \frac{3,0^2}{2} = 1,8 \text{ t}$$

und weiter:

$$N \cdot \bar{n} = 1,8 \left(\frac{3,0}{2} - 0,5\right) - 6,5 - 8,3 = 0,9 - 14,8 = -13,9 \text{ tm}.$$

$$\bar{m} = 4,72 \cdot 10^{-4} \left(\frac{-13,9}{8,2}\right) = -8,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}. \quad N = 11,9 + 9,7 = 21,6 \text{ t}.$$

$$p_1 = \frac{21,6}{5,50} = 3,93 \text{ t/m}^2.$$

$$p_2 = \frac{1,03 \cdot 10^{-4} \cdot 3,93 + 8,0 \cdot 10^{-4}}{1,816 \cdot 10^{-4} + 10,3 \cdot 10^{-4}} = \frac{12,25}{12,12} = 1,011 \text{ t/m}^2.$$

Hier hat also — wie vermutet — p_2 einen Wert, dessen Vergleich mit p_1 zeigt, daß sich der Biege-Einfluß der Sohle doch u. U. stark auswirken kann. Im übrigen erkennt man deutlich die Einfachheit der Berechnung, sobald erst einmal alle Formänderungswerte ermittelt sind.

Für das Biegemoment in Schleusenmitte erhält man nach (14)

a) nach der Hinterfüllung:

$$M_0 = 8,2 + (0,5140 \cdot 5,50 - 0,9460 \cdot 3,55) \cdot 4,71 \cdot 5,50 + 0,030 \cdot \frac{5,5^2}{8} = 8,2 - 2,94 \cdot 4,71 + 0,030 \cdot 3,78 = 8,2 - 13,85 + 0,11 = -5,6 \text{ tm}.$$

b) vor der Hinterfüllung:

$$M_0 = -13,9 - 2,94 \cdot 3,93 + 1,011 \cdot 3,78 = -13,9 - 11,56 + 3,82 = -21,6 \text{ tm}.$$

Demgegenüber würde man unter der Annahme gleichmäßig verteilter Sohlpressungen (nach Joppen) erhalten

a) nach der Hinterfüllung:

$$M_0 = -25,9 \left(3,55 - \frac{8,2}{25,9}\right) + 4,71 \cdot \frac{5,50^2}{2} = -83,7 + 71,2 = -12,5 \text{ tm};$$

b) vor der Hinterfüllung:

$$M_0 = -21,6 \left(3,55 + \frac{13,9}{21,6}\right) + 3,93 \cdot \frac{5,50^2}{2} = -90,5 + 59,4 = -31,1 \text{ tm}.$$

Der Vergleich der Zahlenwerte spricht für sich selbst. Man muß eben (unter Beachtung der statischen Unbestimmtheit der Aufgabe) die Reaktion des Untergrundes berechnen und darf sich nicht durch eine „ungünstige“ Annahme über den wahren Charakter der Aufgabe hinwegsetzen.

Vielleicht wird man einwenden, bei hoch liegendem Grundwasser und leerer Schleuse wäre infolge des starken Auftriebes doch mit überwiegend gleichmäßig verteilten Reaktionspressungen zu rechnen, da der Anteil der Erddrücken unter der Sohle dann u. U. stark zurücktritt. Dies ist richtig, steht aber mit den hier vertretenen Grundsätzen nicht in Widerspruch, da die gleichmäßig verteilte Auftriebspressung des Grundwassers ja auch wirklich auftritt, was von gleichmäßig verteilten Erddrücken in der Gründungssohle nicht behauptet werden kann. Indessen könnte man bei starkem Wasserauftrieb versuchen, den Wasserdruck durch eine vorschriftsmäßig aufgebaute Filterschicht unter der Sohle mit Öffnungen zur Schleuse hin zu entspannen, was dann allerdings eine Beanspruchung des Untergrundes durch Grundwasser-Strömungskräfte nach sich ziehen würde. Doch soll ein solcher Vorschlag hier nicht weiter verfolgt werden, um den Rahmen des Aufsatzes nicht zu überschreiten.

Bericht über den Großversuch mit Lehm bei schneller Belastung

I. Allgemeines

In einen Glaskasten von der Länge 112,2 cm, der Breite 58,1 cm und der Höhe 50 cm wurde bis zu einer Höhe von etwa 40 cm Lehm in breiigem Zustand eingebracht, der gut mit der Hand durchgeknetet war, und aus dem alle größeren Bestandteile > 2 mm entfernt worden waren. Es konnte also überall die gleiche Beschaffenheit des Materials vorausgesetzt werden.

Der Lehm erhielt nun eine Vorbelastung durch allmähliches Auflegen von Ziegelsteinen. Das bei der Belastung zur Herstellung des Druckausgleichs aus dem Material austretende Wasser hatte nur die Möglichkeit nach oben zu entweichen, da der Glaskasten am Boden und den Seitenwänden vollkommen dicht war. Um das Entweichen des Wassers nach oben ungestört zu ermöglichen, wurde der Lehm mit einer etwa 5 cm starken Sandschicht abgedeckt. Zur Erlangung einer hinreichend gleichmäßigen Druckverteilung der Auflast wurde zwischen den Sand und die Ziegelsteine ein Zinkblech eingelegt.

Am 06.09.1950 wurde die Stärke der Lehmschicht zu 41,4 cm ermittelt. Anschließend wurden die Sandschicht und 28 Ziegelsteine aufgebracht, am 07.09. weitere 38 Steine.

Schichtdicke am	11.09.	40,4 cm	weitere Belastung	40 Steine
	14.09.	39,9 cm	"	32 "
	22.09.	39,1 cm	"	40 "
	17.10	37,8 cm	"	65 "
	18.10.	37,5 cm	"	40 "

Bei Beginn der Versuche am 21.11. betrug die Schichtdicke des Lehmes 35,8 cm bei einer Gesamtbelastung durch 283 Ziegel. Die Gesamtbelastung einschließlich Sand betrug etwa 1060 kg, das entspricht einer Vorbelastung von

$$\nu_v = \frac{1060}{6500} = 0,164 \text{ kg/cm}^2$$

Die Vorbelastung ist aus Bild 1, die Markierung der Setzungen der Lehmschicht aus Bild 9 am linken Kastenrand zu ersehen.

Vor Beginn der eigentlichen Versuche wurde die Auflast (Ziegel + Sand) schnellstens entfernt und die Oberfläche der Lehmschicht abgezogen, um einmal eine ebene Oberfläche zu haben und zweitens zu verhindern, daß der Lehm das an seiner Oberfläche stehende Wasser aufsaugt und dadurch quillt.

II. Die eigentlichen Versuche

a) 1. Versuch: 10 cm breiter Laststreifen

Beim 1. Versuch wurde das Streifenfundament durch ein [10 dargestellt. Um die Setzungen genau verfolgen zu können, waren an das [-Eisen 2 Eisenstäbe angeschraubt, die an ihren oberen Enden die Meßuhren trugen. Außerdem hatten diese Eisenstäbe in den Flanschen eines I-Trägers eine doppelte Führung, um ein vertikales Eindringen des [-Eisens zu erreichen (Einzelheiten über die Versuchsanordnung siehe Bild 2, 3 und 8).

Das Eigengewicht dieses [-Eisens, einschließlich der Eisenstäbe usw. betrug 8,25 kg bei einer Grundfläche von $10 \cdot 57,5 = 575 \text{ cm}^2$. Das entspricht einer Spannung von

$$\nu = \frac{8,25}{575} = 0,0144 \text{ kg/cm}^2$$

Somit erhöht sich die Spannung aus der gesamten Vorbelastung auf

$$\nu = 0,164 + 0,0144 = 0,178 \text{ kg/cm}^2$$

Der Versuch, ebenso wie alle folgenden, wurde in der Weise durchgeführt, daß nach Aufbringen der Belastung nach $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2 und 4 Minuten der Uhrenstand abgelesen wurde. Nach einer weiteren Minute wurde die nächste Laststufe aufgebracht und wieder in der oben beschriebenen Weise abgelesen. Die Laststufen betragen 5,0; 10,0; 20,0; 40,0 und 80,0 kg. Bei der letzten Laststufe trat der Bruch ein und es bildete sich der auf Abbildung 4 sichtbare Riß, der nach dem Behälterinneren zu auftrat. Da sich die Laststufe von 40 auf 80 kg als zu groß zeigte, wurde der Versuch mit dem 10 cm Streifen am Schluß der Versuchsreihe nochmals wiederholt (siehe unter e).

b) 2. Versuch: Kreisförmige Fundamentplatte von 100 cm² Grundfläche

Die Versuchsanordnung entspricht der des 1. Versuches und ist aus Bild 8 ersichtlich. Das Eigengewicht der hölzernen kreisförmigen Platte, einschließlich des eisernen Stabes, betrug 0,996 kg. Das entspricht einer zusätzlichen Spannung von

$$\nu = \frac{0,996}{100} \sim 0,01 \text{ kg/cm}^2$$

Gesamte Vorspannung $\nu = 0,164 + 0,01 = 0,174 \text{ kg/cm}^2$.

Um ein Eindringen des Wassers aus dem Lehm in das Holz zu verhindern, war die hölzerne Scheibe gestrichen. Die Ablesungen an der Uhr erfolgten in denselben Zeitintervallen wie unter a). Die erste Laststufe betrug 5 kg, die weiteren 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 17,5, 18, 18,5 und 19 kg.

Die kleineren Intervalle gegen Ende des Versuches wurden gewählt, um die Setzungen in der Nähe des Bruches besser verfolgen zu können.

Bei dem Versuch zeigte sich, daß zunächst um die Platte herum eine Einsenkung auftrat, die sich in weiterer Entfernung zur Aufwölbung ausbildete, deren Maximum etwa bei $1,75 r$ lag, wenn r den Radius der kreisförmigen Platte bedeutet (siehe Bild 6). Leider konnte der Versuch nicht soweit durchgeführt werden, daß sich Risse in der Oberfläche des Lehmes zeigten. Denn die Stärke der kreisförmigen Platte betrug 32 mm, die Setzung bei 19 kg bereits 22,5 mm, so daß die Gewichtsplatten schon fast das Wölbungsmaximum berührten.

c) 3. Versuch: Quadratische Fundamentplatte von 100 cm² Grundfläche

Versuchsanordnung wie vorher, ersichtlich aus Bild 8. Das Eigengewicht des hölzernen Würfels von 10 cm Seitenlänge, einschließlich des eisernen Stabes betrug 1,26 kg. Das entspricht einer zusätzlichen Spannung von

$$\nu = \frac{1,26}{100} = 0,013 \text{ kg/cm}^2$$

Die gesamte Vorspannung betrug $\nu = 0,164 + 0,013 = 0,177 \text{ kg/cm}^2$.

Der Würfel wurde, genau wie die Kreisplatte, gestrichen, um ein Ansaugen von Wasser zu verhindern. Die Uhrablesungen erfolgten wie vorher. Begonnen wurde mit der Laststufe 5,0 kg, die weiteren betragen 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 17,5, 18, 19 und 20 kg. Zuerst zeigten sich Risse an den Ecken, bzw. deren unmittelbarer Nähe, die etwa unter

45° nach außen verliefen. Weiter verformten sich die ursprünglich geraden Kanten an der Oberfläche der Eindrückungsfigur in horizontaler Richtung mit dem Maximum in Seitenmitte (Bild 5). Außerdem wölbten sich diese Kanten (Maximum ebenfalls in Seitenmitte) siehe Bild 6 und 8.

Beide Erscheinungen steigerten sich mit zunehmender Belastung. Ebenso traten allmählich immer mehr Risse auf, die senkrecht zu den Fundamentseiten verliefen (Bild 5, 6 und 8).

d) 4. Versuch: 4 cm breiter Laststreifen

Die Versuchsanordnung war die gleiche wie unter a), nur daß an Stelle des [10 ein [4 verwendet wurde. Das Eigengewicht des [-Eisens, einschließlich der eisernen Stäbe, betrug 3,845 kg, was einer zusätzlichen Vorspannung von

$$\nu = \frac{3,845}{4 \cdot 57,5} = 0,0167 \text{ kg/cm}^2$$

entspricht.

Die gesamte Vorspannung betrug $\nu = 0,164 + 0,017 = 0,181 \text{ kg/cm}^2$.

Uhrablesung wie vorher. Erste Belastung 5,0 kg weitere 10, 15, 20, 25, 30, 34, 38, 42 kg. Bei diesem Versuch wurde die Beobachtung gemacht, daß die Setzungen auf der Fensterseite des Kastens größer waren als auf der Rauminnenseite. Der Unterschied betrug bei Abbruch des Versuches fast genau 100 %, 9,45 mm an der Rauminnenseite gegenüber 19,08 mm an der Fensterseite. Diese Feststellung ist aus Abbildung 8 genau zu ersehen (links Fensterseite, rechts Rauminnenseite des Glaskastens). Weiteres über diese Feststellung siehe weiter unten.

Dieser Versuch ergab, daß parallel zu der einen Fundamentkante ein Riß entstand, der etwa unter 45° nach dem Innern der Lehmschicht verlief, während sich zwischen den anderen Fundamentkanten und der Lehmkante ein Zwischenraum bildete, wobei die Lehmkante scharfkantig und gerade blieb ohne Risse zu zeigen. Siehe dazu Bild 5 unten rechts, Bild 7 oben links und Bild 9 rechte Figur. Auf Bild 9 sieht man außerdem, daß die Verformungen auf der linken Seite des Fundamentes größer waren als auf der rechten Seite.

e) 5. Versuch: 10 cm breiter Laststreifen

Anordnung und Durchführung des Versuches wie unter a). Laststufen 10, 20, 30, 40, 50, 60, 65, 70, 75 und 80 kg. Gesamte Vorspannung

$$\nu = 0,164 + 0,014 = 0,178 \text{ kg/cm}^2 \text{ (siehe unter a))}$$

Bei diesem Versuch wurden einige interessante Beobachtungen gemacht, siehe hierzu Bild 8 und 9. Auf Bild 9 ist links das Einsinken des 10 cm breiten Laststreifens nach Versuch a), rechts das Einsinken des 4 cm breiten Laststreifens nach Versuch d), in der Mitte ist das Ergebnis des Versuches e) zu sehen. Man erkennt deutlich, daß die rechte Kante des Streifenfundamentes zunächst etwa 2 cm tief schräg abgerutscht ist, der weitere Verlauf der Setzung dagegen senkrecht erfolgte. Rissebildung trat auf dieser Seite des Fundamentes nicht auf. Auf der linken Seite des Fundamentes zeigte sich dagegen parallel zur Fundamentkante ein Riß, der sich mit zunehmender Belastung immer mehr verbreiterte und, soweit man das feststellen konnte, ungefähr unter 45° nach innen verlief. An dem Bild erkennt man weiterhin, daß rechts des Fundamentes kaum eine Einsenkung bzw. Wölbung der Lehmschicht neben dem Fundament festzustellen ist, während die Verformungen links des Fundamentes außerordentlich stark sind.

III. Schlußbetrachtungen

Bei allen Versuchen hat sich gezeigt, daß die Setzungen auf der Fensterseite des Glaskastens bei gleichen Laststufen größer waren als auf der Rauminnenseite. Auch bei der Durchführung der Versuche mit der kreisförmigen und quadratischen Platte trat dieselbe Erscheinung auf. Es wurde zunächst angenommen, daß die Form des Fundamentes diese Erscheinung hervorruft; doch ist es das nicht allein. Zur Klärung dieser Frage wurden 2 ungestörte Proben aus der Lehmschicht entnommen, eine von der Fensterseite, die andere von der Rauminnenseite, und Druckversuchen unterworfen. Die Versuche sind noch nicht abgeschlossen, Zwischenauftragungen zeigen allerdings das gleiche Verhalten, nämlich, daß die Probe von der Fensterseite sich schneller setzt als die andere. Erklärt wird diese Beobachtung durch den Wassergehalt. Er betrug an der Fensterseite 35,3 %, an der Rauminnenseite 33,7 %. Wie diese Differenz von fast 5 % im Wassergehalt zustande kommt, konnte bisher noch nicht festgestellt werden.

Interessant ist noch folgende Feststellung. Der Lehmbrei hatte zunächst überall die gleiche gleichmäßige Konsistenz und Farbe, wie sie aus den Abbildungen 1 und 8 hervorgeht. Bei Beginn des Versuches war sie außer an der Fensterseite noch die gleiche, und an der Fensterseite auch da, wo die Glaswand durch ein Brett abgestützt war (siehe Bild 9). Die Teile der Fensterseite, die dem direkten Tageslicht ausgesetzt waren (Sonneneinwirkung kommt allerdings nicht in Frage) weisen eine vollkommen andere Struktur und Farbe auf, wie aus Abbildung 9 ersichtlich ist. Es liegt die Vermutung nahe, daß diese Beobachtung mit den Setzungsunterschieden bzw. dem Unterschied im Wassergehalt in irgendeinem Zusammenhang steht.

In der Anlage sind die Versuchsergebnisse aufgetragen, und zwar waagrecht die Spannungen in kg/cm^2 und senkrecht die Setzungen in m/m . Auch daran ersieht man, daß die Setzungen an der Fensterseite schneller vor sich gingen als auf der anderen Seite.

Dresden, den 16. Dezember 1950

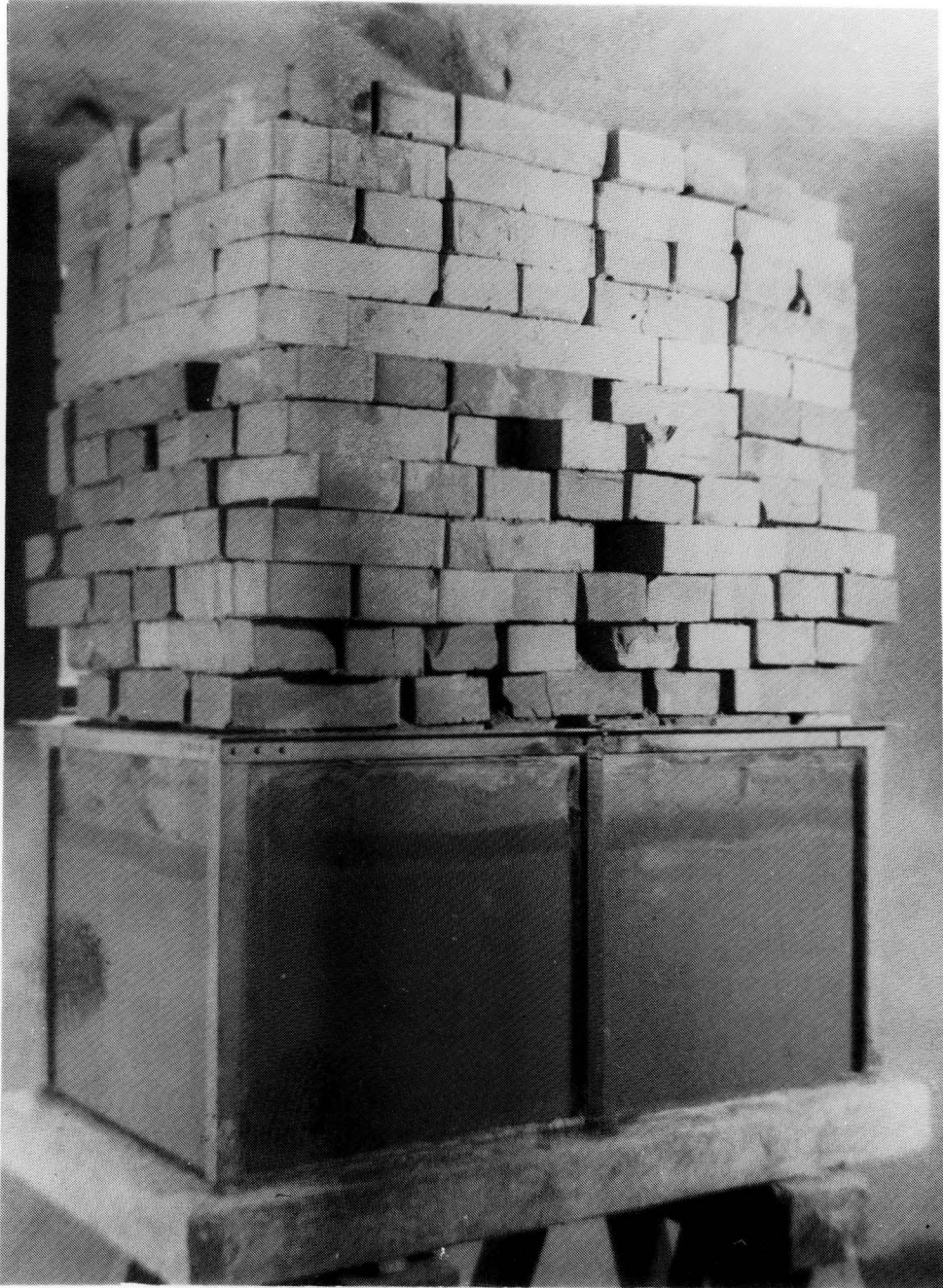


Bild 1

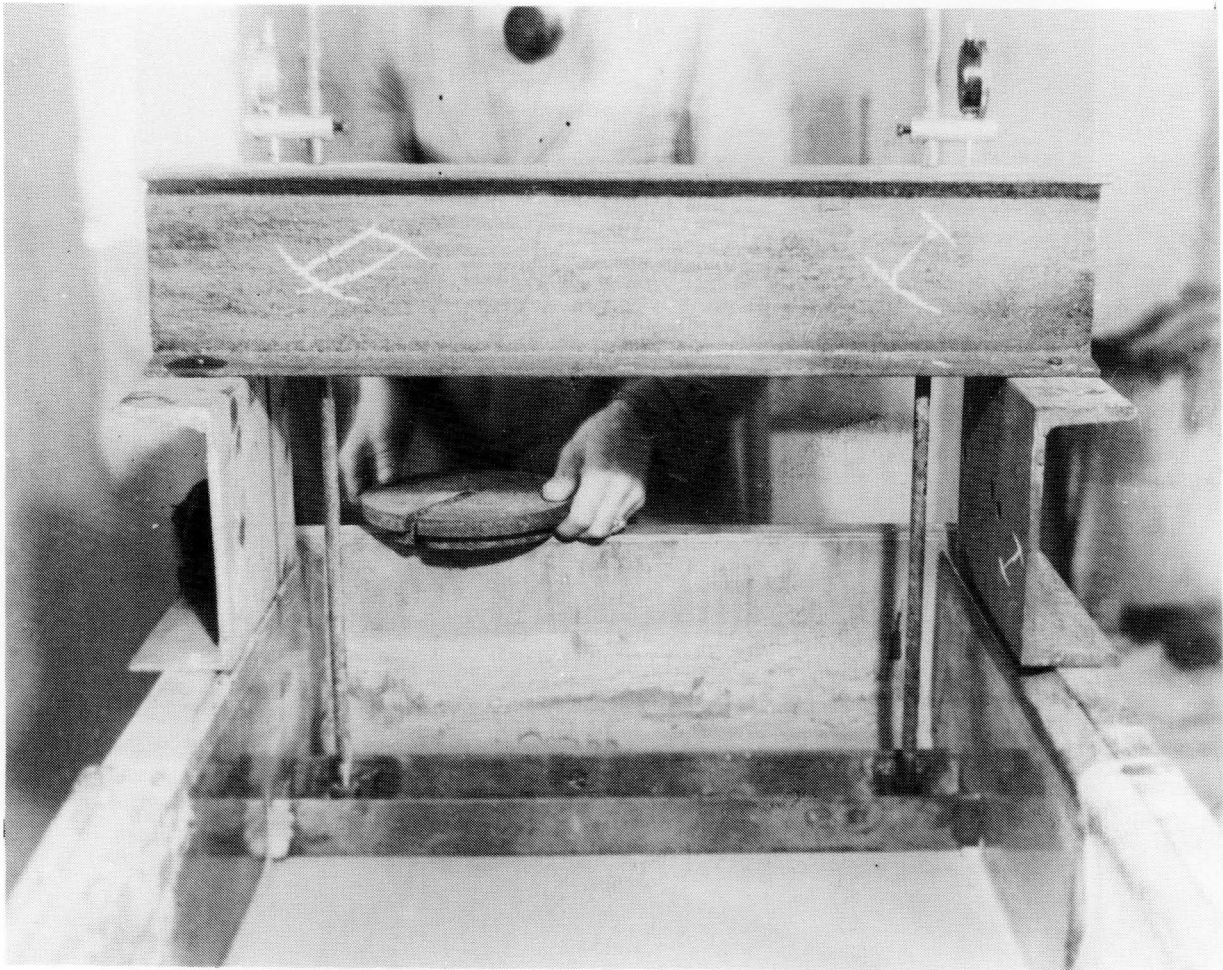


Bild 2

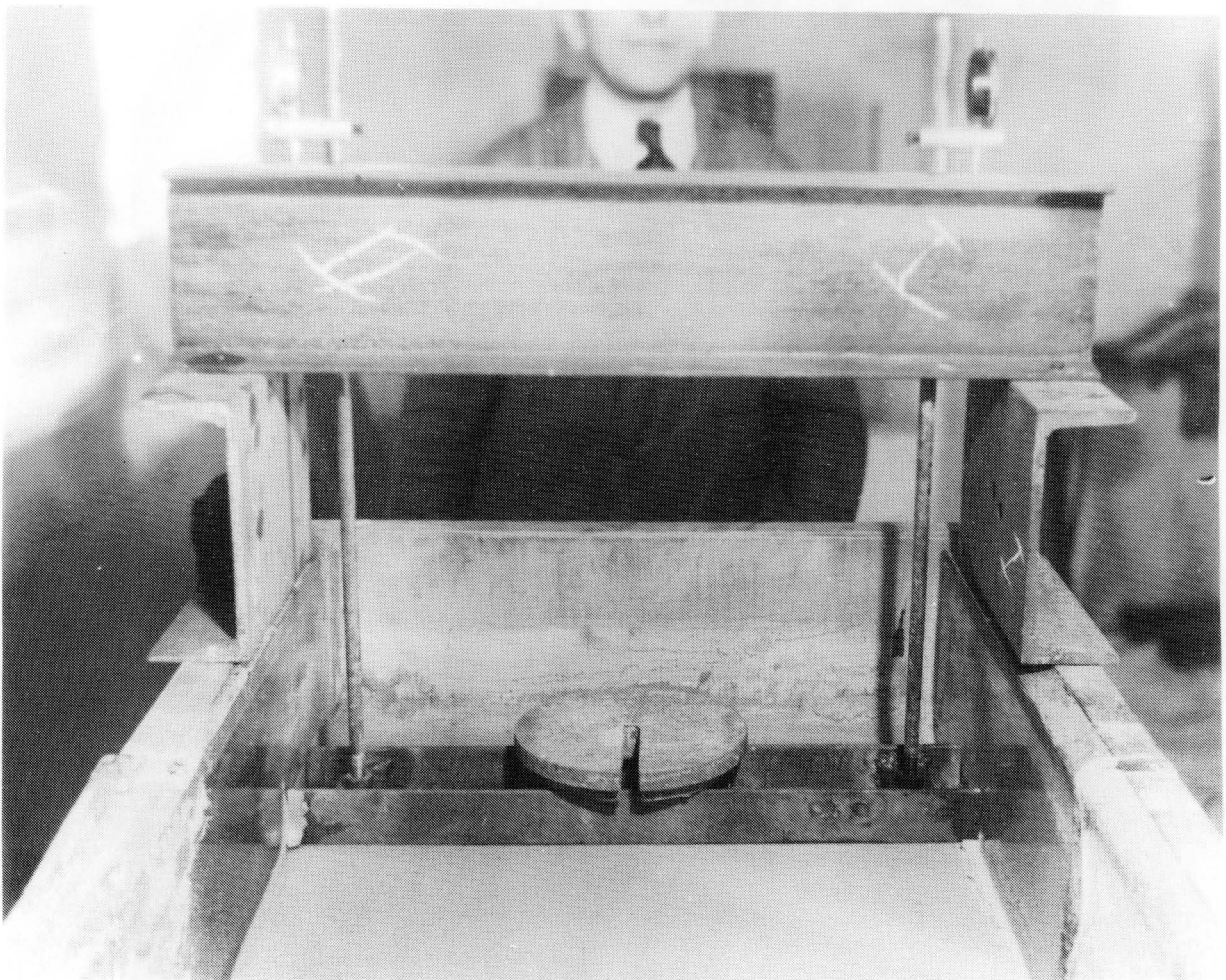


Bild 3



Bild 4

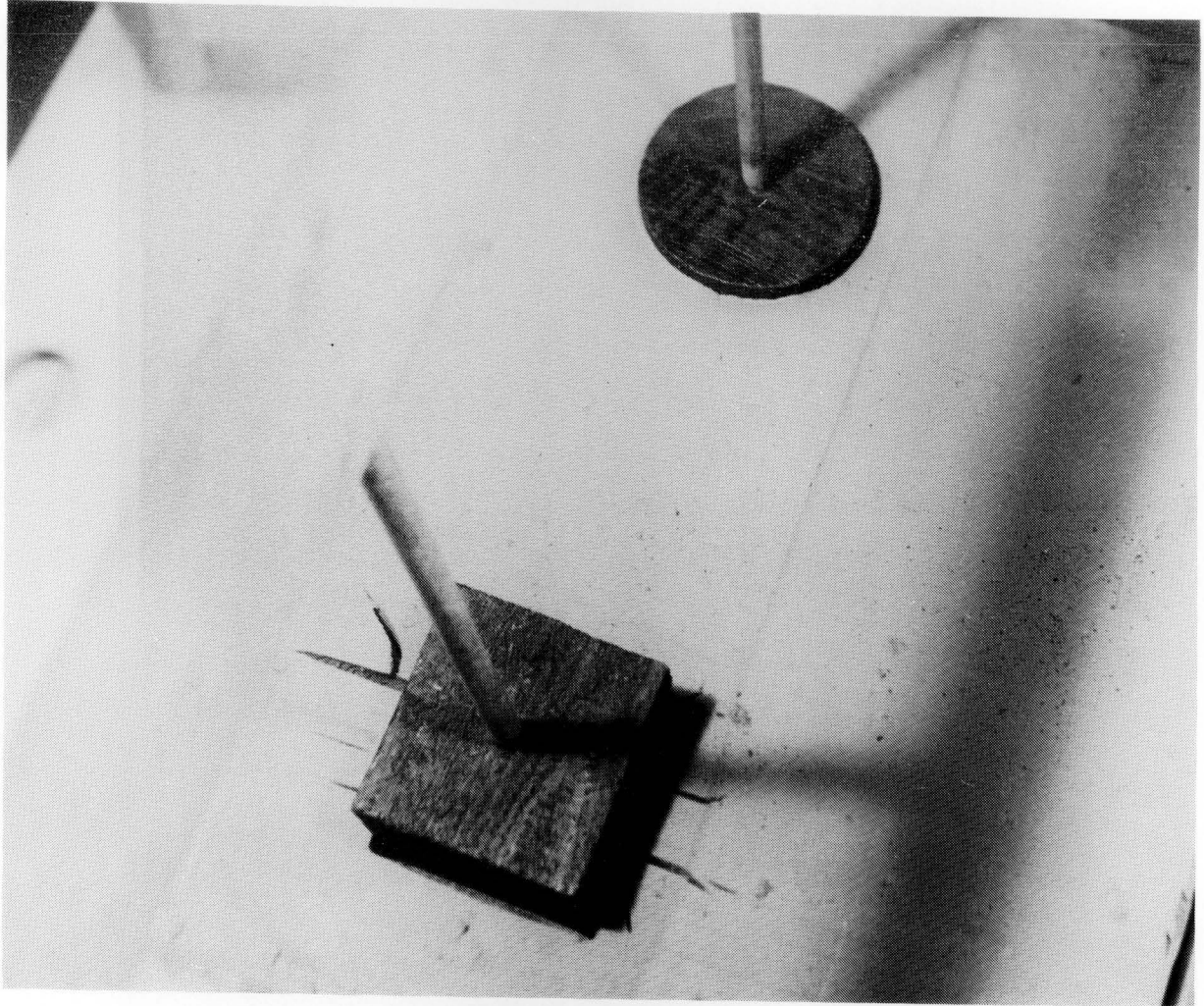


Bild 5

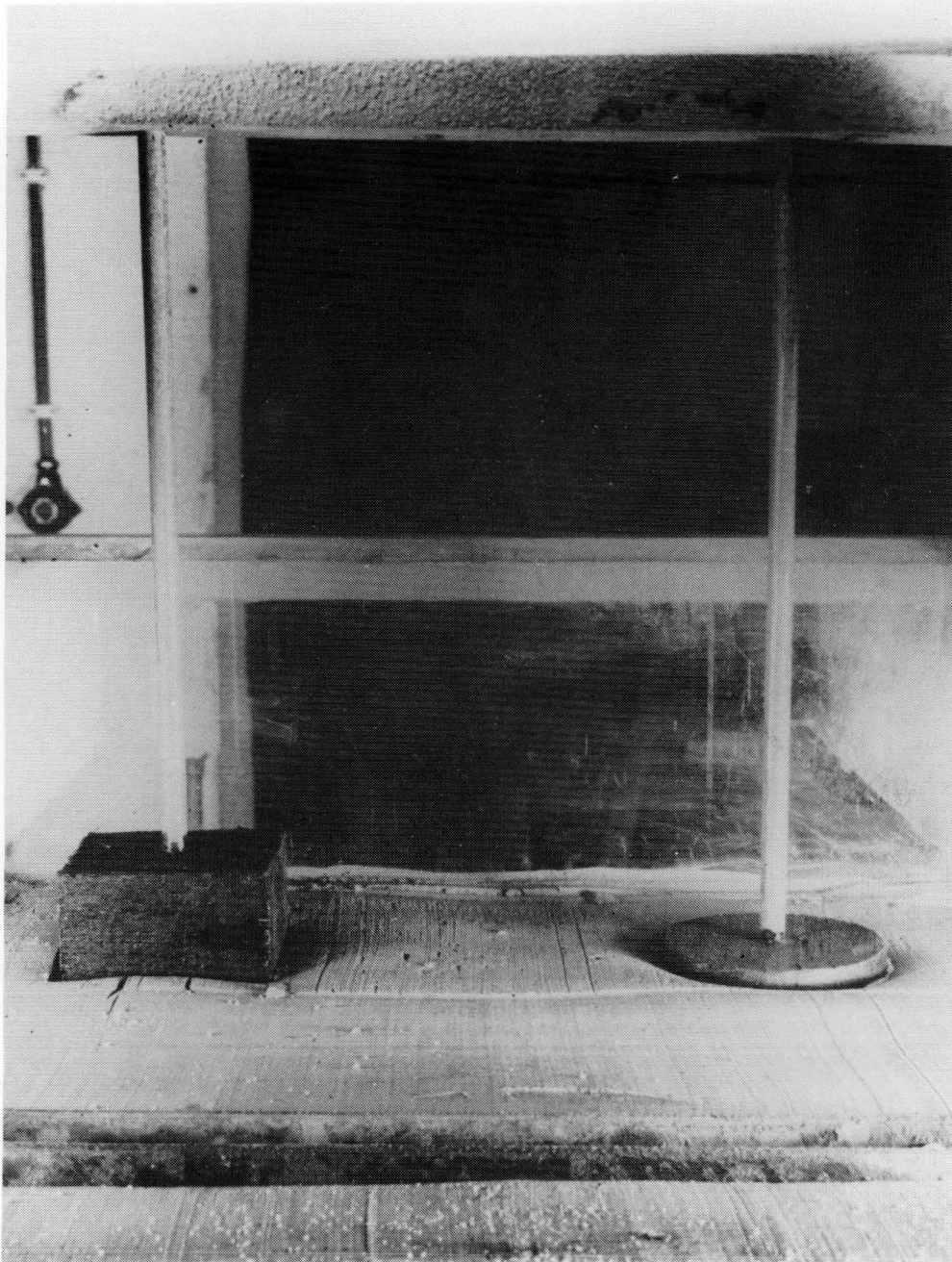


Bild 6

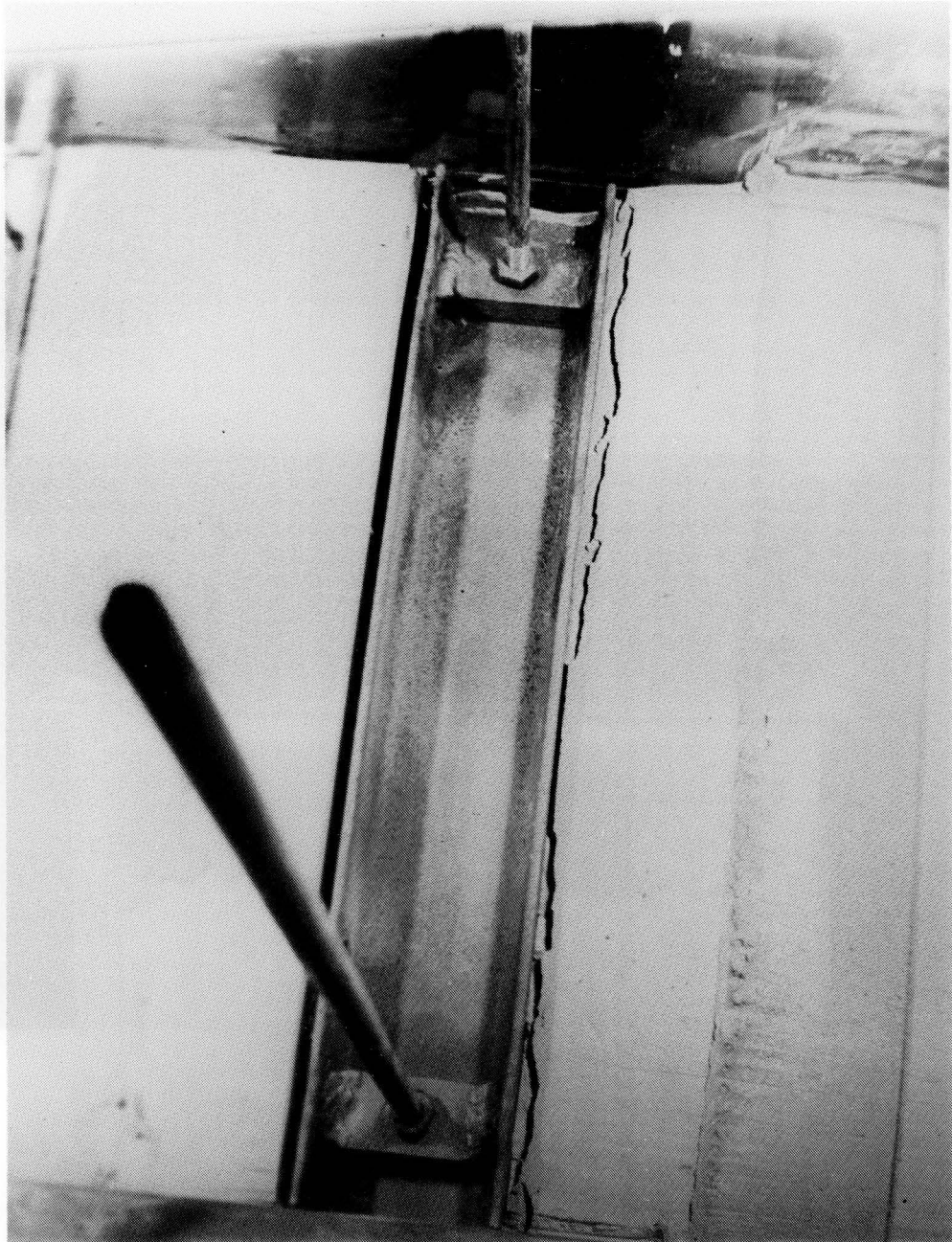


Bild 7

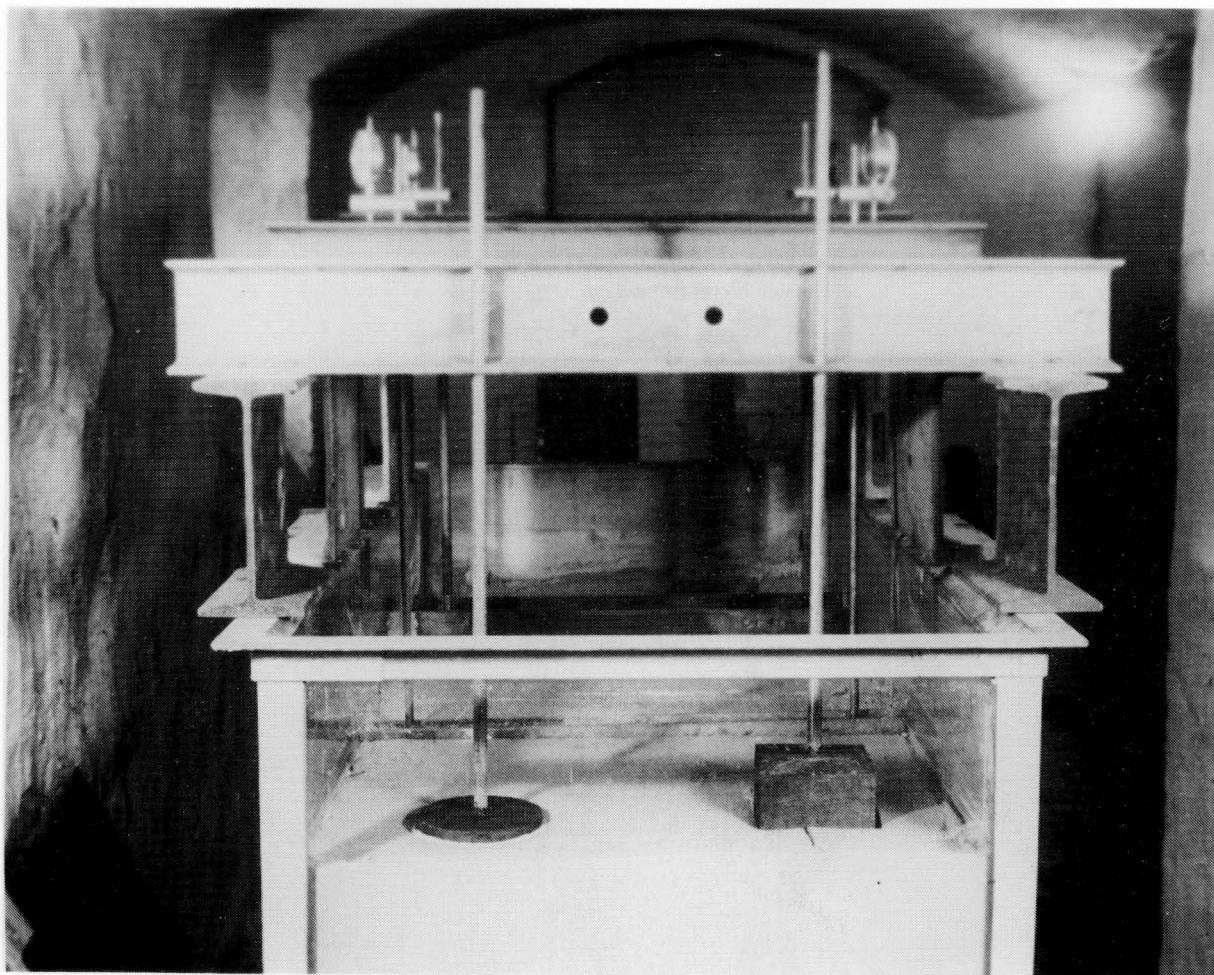


Bild 8

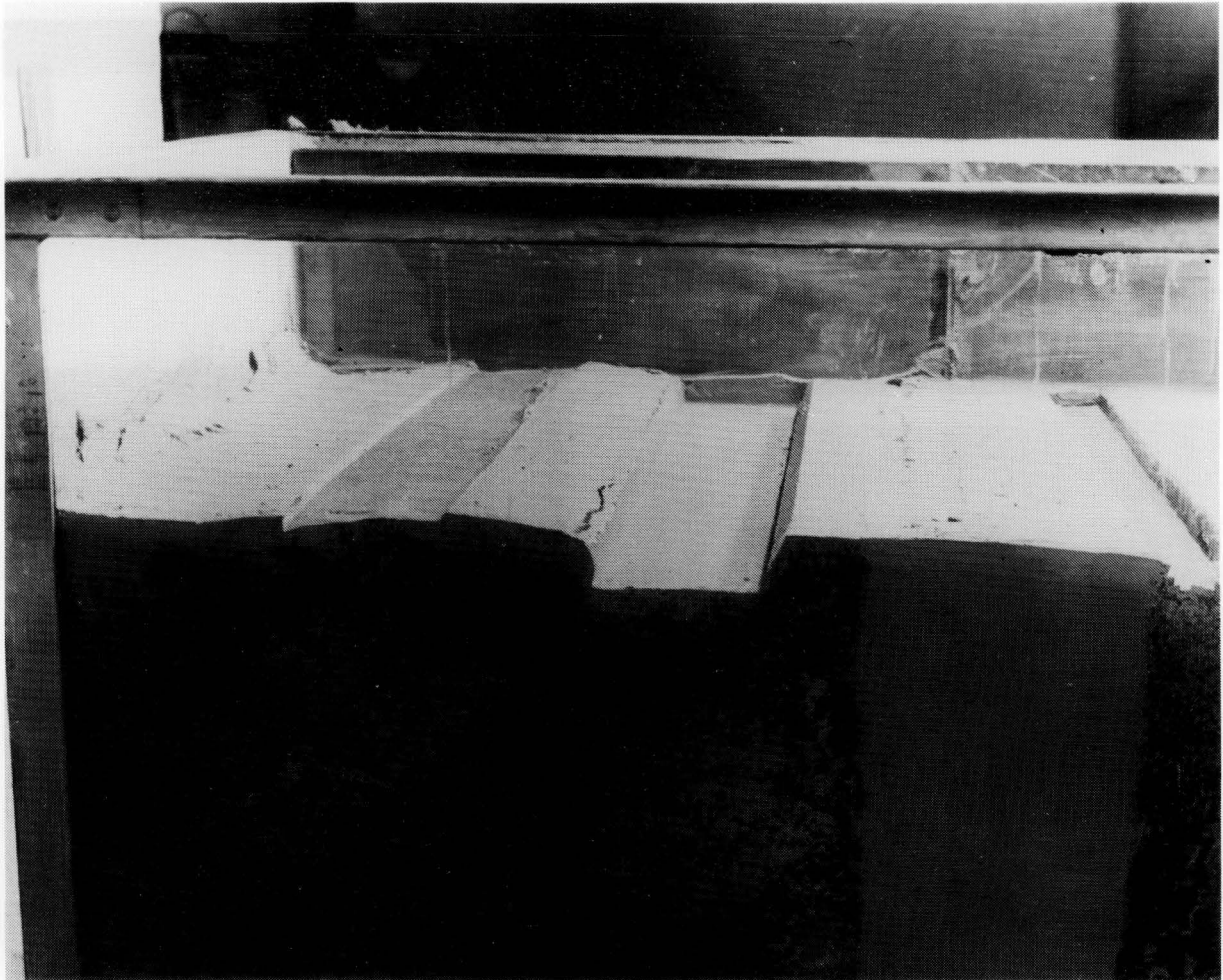


Bild 9

or b118

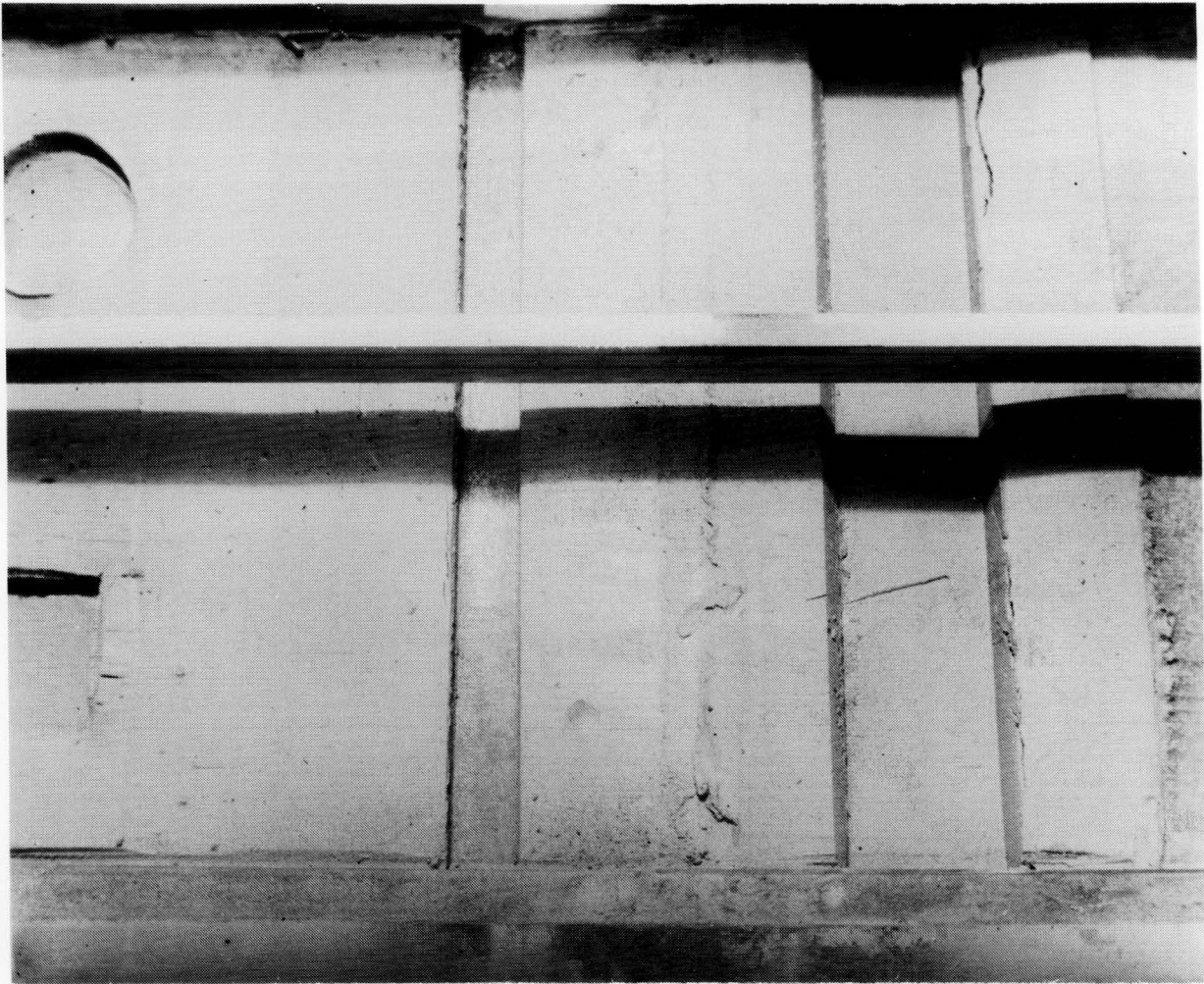


Bild 10