Dr. Ing. H. Dorer

BERECHNUNG DES NICHTSTATIONÄREN ABFLUSSES IN NICHT-PRISMATISCHEN OFFENEN GERINNEN

NUMERICAL ANALYSIS OF UNSTEADY FLOW IN IRREGULAR OPEN CHANNELS

Zusammenfassung

Es werden mathematische Modelle für den nichtstationären Freispiegelabfluß behandelt mit den Gleichungen von BARRE DE SAINT-VENANT als Grundgleichungen. Unter Berücksichtigung zahlreicher Veröffentlichungen über dieses Gebiet werden die Grundgleichungen in ihren verschiedenen Schreibweisen systematisch zusammengestellt, Differenzenverfahren zur numerischen Integration der Grundgleichungen beschrieben (Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz und direkte Differenzenverfahren mit festem Netz) und durch Testrechnungen überprüft. Die Testrechnungen ergeben, daß bei Gerinnen mit veränderlichem Querschnitt und kurzen steilen Wellen das Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz den Verfahren mit festem Netz vorzuziehen ist.

Summary

This paper deals with mathematical models for unsteady open channel flow, based upon the equations of BARRE DE SAINT-VENANT as basic equations. Using numerous papers on this subject, a systematic survey of the different forms of the basic equations is given and difference methods for numerical integration of these equations are described and tested (method of characteristics with variabel net and direct difference methods with fixed net). The computations show, that for short steep waves in irregular channels the results, received by the method of characteristics with variable net are better than those, received by the methods with fixed net.

INHALTSVERZEICHNIS

1. Allgemeines

Für viele wasserbauliche Probleme, wie z.B. Beeinflussung von Hochwasserwellen durch Retentionsmaßnahmen, Feststofftransport durch Hochwasser- oder Tidewellen, Einfluß baulicher Veränderungen auf Tidewellen, Beeinflussung der Schiffahrt durch Abflußänderungen verursacht durch Schleusungen, durch Betrieb von Laufkraftwerken, durch kurzfristige Änderungen großer zeitlicher Entnahmen oder Einleitungen ist die Kenntnis der nichtstationären Abflußvorgänge in offenen Gerinnen und vor allem deren Berechnung von Bedeutung.

Der vorliegende Beitrag befaßt sich mit mathematischen Modellen für nichtstationären Freispiegelabfluß auf der Grundlage der vollständigen Gleichungen von BARRE DE SAINT-VENANT, die den zeitlich sich allmählich verändernden Abfluß in eindimensionaler Form beschreiben. Er beschränkt sich auf Differenzenverfahren, die mittels Digitalrechner numerisch behandelt werden.

Zahlreiche Arbeiten über dieses Gebiet (siehe Literaturverzeichnis) bilden die Grundlage für eine systematische Zusammenstellung der Grundgleichungen in ihren verschiedenen Schreibweisen, für die Beschreibung numerischer Verfahren zu deren Integration und deren Überprüfung durch Testrechnungen.

Dieser Beitrag ist das Ergebnis der Vorarbeiten für die Entwicklung mathematischer Modelle zur Behandlung spezieller Probleme des nichtstationären Freispiegelabflusses, über die zu gegebener Zeit berichtet wird.

2. Grundgleichungen - Gleichungen von BARRE DE SAINT-VENANT

2.1 Kontinuitätsgleichung

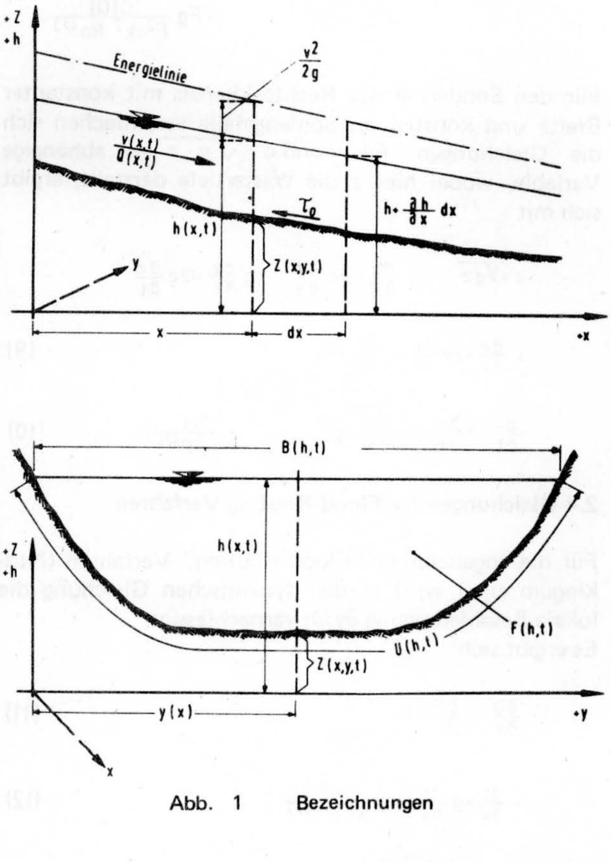


Abb. 1 Bezeichnungen

Nach Abb. 2 ergibt sich für ein Volumenelement der Länge dx bei einem Zeitintervall dt:

Nettodurchfluß · dt = Volumenänderung

$$\left[Q + \frac{\partial Q}{\partial x}\,dx - Q\right] \cdot dt = -\left[F(t+dt) - F(t)\right] dx$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}\,dx\,dt = -\frac{\partial F}{\partial t}\,dt\,dx$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \qquad (1)$$

Mit $Q = v \cdot F$ und $\partial F/\partial h = B$ ergibt sich Gleichung [1] zu:

$$\frac{\partial (v \cdot F)}{\partial x} + B\,\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \qquad (1a)$$

wobei für die Wasserspiegelbreite $B = B\,(x,h)$ gilt.

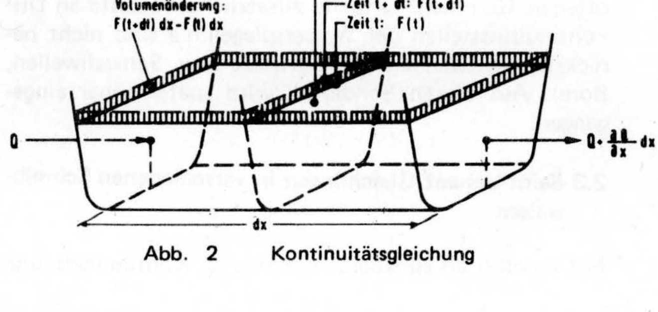


Abb. 2 Kontinuitätsgleichung

2.2 Dynamische Gleichung

Es werden folgende Annahmen getroffen:

Sohlen- bzw. Wasserspiegelgefälle ist klein (sin $\sim$ tg).

Wellenlänge $>>$ Wassertiefe, hydrostatische Druckverteilung.

Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in der y- und z-Richtung werden vernachlässigt, eindimensionale Gleichungen.

Die Fließformeln für stationären Abfluß (Reibungsverluste) werden auch für den nicht-stationären Abfluß als gültig angenommen (siehe [10]). Als Fließformel wird die Formel von MANNING-GAUCKLER-STRICKLER verwendet.

Seitliche Zuflüsse werden im Rahmen dieses Beitrages nicht berücksichtigt.

Mit Kraft = Masse x Beschleunigung ergibt sich nach Abb. 1 für ein Volumenelement der Länge dx:

Masse des Volumenelements: $\rho F dx$

resultierende Druckkraft: $\gamma F \frac{\partial h}{\partial x} dx$

resultierende Kraft aus der Wandreibung bei der Wandschubspannung τ_0: $\tau_0 U dx$

$$-\gamma F \frac{\partial h}{\partial x} dx - \tau_0 U dx = \rho F dx \frac{dv}{dt}$$

Mit

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \tau_0 = \gamma \, Ra \, Je$$

$$v = h \cdot Je^{1/2} \cdot Ra^{2/3} \qquad Ra = Ra(x,h)$$

ergibt sich:

$$-\gamma F \frac{\partial h}{\partial x} dx - \gamma Ra \frac{v|v|}{k^2 Ra^{4/3}} U dx = \rho F dx \left[\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x}\right]$$

Daraus ergibt sich die dynamische Gleichung zu:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = -g \frac{v|v|}{k^2 Ra^{4/3}} \qquad (2)$$

Die Gleichungen [1] und [2] sind die Gleichungen von BARRÉ DE SAINT-VENANT (SV-Gl). Sie beschreiben den zeitlich sich allmählich verändernden Abfluß in offenen Gerinnen. Örtliche zusätzliche Verluste an Diskontinuitätsstellen der Wasserspiegellinie sind nicht berücksichtigt (wandernde Deckwalze bzw. Schwallwellen, Bore). Auf diesen Sonderfall wird später näher eingegangen.

2.3 Saint-Venant Gleichungen in verschiedenen Schreibweisen

Mit v und h als abhängige Variable für Kontinuitäts- und dynamische Gleichung ergibt sich mit:

$$Q = v \cdot F \qquad \partial F/\partial H = B \qquad F = F(x, h(x,t))$$

$$v \frac{\partial F}{\partial x} + F \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

$$v\left(\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial x}\right) + F \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

$$v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{F}{B}\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h \qquad (3)$$

$$g \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{v|v|}{k^2 Ra^{4/3}} \qquad (4)$$

Mit Q und h als abhängige Variable entsteht folgende Form der SV-Gl:

Aus (1) und (2) ergibt sich mit:

$$Q = v \cdot F \qquad \partial F/\partial H = B \qquad F = F(x, h(x,t))$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{1}{F}\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q}{F^2} B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{Q}{F^2}\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{F^3}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h + B \frac{\partial h}{\partial x}\right] + g \frac{\partial h}{\partial x} = -g \frac{Q|Q|}{F^2 k^2 Ra^{4/3}} \qquad (6)$$

Das Glied mit $\partial h/\partial t$ wird aus (6) eliminiert durch Addition von (6) und (5)$*Q/F^2$. Es ergibt sich:

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \qquad (7)$$

$$\left[Fg - \left(\frac{Q}{F}\right)^2 B\right]\frac{\partial h}{\partial x} + 2 \frac{Q}{F}\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t} = \left(\frac{Q}{F}\right)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h - Fg \frac{Q|Q|}{F^2 k^2 Ra^{4/3}} \qquad (8)$$

Für den Sonderfall des Rechteckkanals mit konstanter Breite und konstantem Sohlengefälle vereinfachen sich die Gleichungen. Für v und $c = \sqrt{g \cdot z}$ als abhängige Variable, wobei hier z die Wassertiefe darstellt, ergibt sich mit

$$c = \sqrt{gz} \qquad g \frac{\partial z}{\partial x} = 2c \frac{\partial c}{\partial x} \qquad g \frac{\partial z}{\partial t} = 2c \frac{\partial c}{\partial t}$$

$$c \frac{\partial v}{\partial x} + 2v \frac{\partial c}{\partial x} + 2 \frac{\partial c}{\partial t} = 0 \qquad (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + 2c \frac{\partial c}{\partial x} = g\left(J_{Sohle} - \frac{v|v|}{k^2 Ra^{4/3}}\right) \qquad (10)$$

2.4 Gleichungen für Flood-Routing Verfahren

Für die sogenannten "Flood-Routing" Verfahren (Muskingum u.a.) wird in der dynamischen Gleichung die lokale Beschleunigung $\partial v/\partial t$ vernachlässigt. Es ergibt sich:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \qquad (11)$$

$$v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = -g \frac{v^2}{k^2 Ra^{4/3}} \qquad (12)$$

2.5 Gleichungen für stationär-ungleichförmigen Abfluß

Beim stationären Abfluß sind alle Ableitungen nach der Zeit Null. Aus (1) und (2) ergibt sich die Differentialgleichung für den stationär ungleichförmigen Abfluß:

$$Q = const = v \cdot F \tag{13}$$

$$v\frac{dv}{dx} + g\frac{dh}{dx} = -g\frac{v^2}{k^2\,Ra^{4/3}} \tag{14}$$

3. Lösung der Saint-Venant Gleichungen - Charakteristiken

3.1. Ableitung der Charakteristiken-Gleichungen

Im Folgenden wird von den SV-Gl mit v und h als abhängigen Variablen (Gleichungen (3) und (4)) ausgegangen. Diese Gleichungen stellen ein hyperbolisches System von 2 quasilinearen partiellen Differentialgleichungen dar.

Als Integrale dieser Differentialgleichungen erhalten wir 2 Integralflächen v = v (x,t) und h = h (x,t) (siehe Abb. 3), die durch Anfangs- und Randbedingungen eindeutig festgelegt sind.

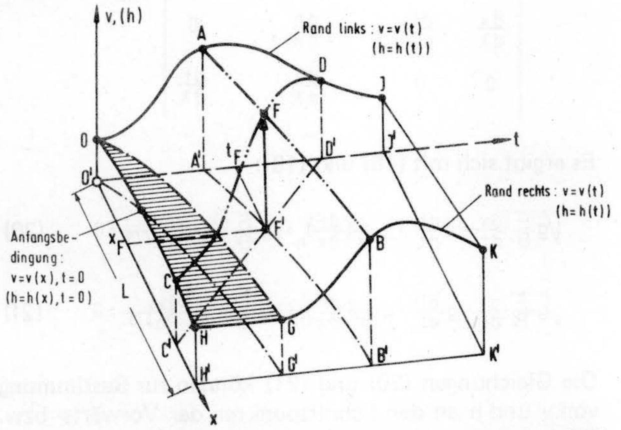


Abb. 3 Integralfläche v = v (x,t) bzw. h = h (x,t) (nach [29])

Für die Zeit t = o müssen der Verlauf von Geschwindigkeit v und Wasserspiegelhöhe h für alle Werte von x gegeben sein. Diese Anfangsbedingung wird in der Regel eine stationäre Staulinie sein, es kann jedoch ohne weiteres auch ein bekannter nicht-stationärer Zustand zu einem bestimmten Zeitpunkt t als Anfangsbedingung verwendet werden.

Randbedingungen:

Es muß an einem Rand (links x = o, oder rechts x = L) entweder der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit bzw. des Abflusses oder der Wasserspiegelhöhe gegeben sein.

Um die Integralflächen für einen Bereich O'H'K'J' (siehe Abb. 3) festzulegen, muß am entsprechenden zweiten Rand (x = L bzw. x = 0) ebenfalls eine Randbedingung vorgeschrieben werden: zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit bzw. des Abflusses oder der Wasserspiegelhöhe wie beim anderen Rand oder als weitere Möglichkeit die Abhängigkeit der Geschwindigkeit bzw. des Abflusses von der Wasserspiegelhöhe (Schlüsselkurve, Überfallgleichung).

Damit durch die durch die Anfangsbedingung festgelegten Anfangsraumkurven für v und h eine und nur eine Integralfläche hindurchgeht (Eindeutigkeit der Lösung), darf in jedem Punkt dieser Raumkurve jeweils nur ein Planarelement (Flächendifferential tangential zur Integralkurve) existieren (siehe Abb. 4).

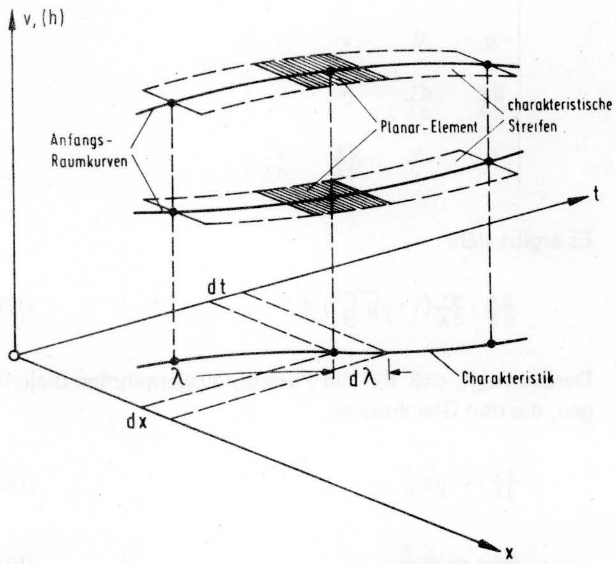


Abb. 4 Anfangs-Raumkurven, charakteristische Streifen und Planarelemente (nach [52])

Jedem Wert des Längenmaßes λ in der Projektion der beiden untereinanderliegenden Anfangsraumkurven für v und h in der x,t-Ebene entspricht ein Koordinatenpaar x,t. Alle Werte v, h, x, t der Anfangsraumkurven sind somit Funktionen von λ.

Ein Planar-Element der Anfangsraumkurve für v wird vollständig beschrieben durch den Wert von v und seine partiellen Ableitungen $\partial v/\partial x$ und $\partial v/\partial t$. Das gleiche gilt für h. Da v und h entlang der Anfangsraumkurven gegeben sind (Anfangsbedingung), müssen noch die partiellen Ableitungen bestimmt werden, wofür 4 Gleichungen erforderlich sind. 2 Gleichungen hierfür sind die SV-Gl (3) und (4). Zwei weitere Gleichungen werden durch die Beziehungen zwischen den partiellen Ableitungen entlang der Raumkurven erhalten:

$$\frac{dh}{d\lambda} = \frac{\partial h}{\partial x}\frac{dx}{d\lambda} + \frac{\partial h}{\partial t}\frac{dt}{d\lambda}$$

$$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{d\lambda} + \frac{\partial v}{\partial t}\frac{dt}{d\lambda}$$

Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem zur Bestimmung der partiellen Ableitungen $\partial v/\partial x$, $\partial v/\partial t$, $\partial h/\partial x$ und $\partial h/\partial t$:

$$v\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{F}{B}\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h \qquad (3)$$

$$g\frac{\partial h}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial t}=-g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}} \qquad (4)$$

$$\frac{dx}{d\lambda}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{dt}{d\lambda}\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{dh}{d\lambda} \qquad (15)$$

$$\frac{dx}{d\lambda}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{dt}{d\lambda}\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{dv}{d\lambda} \qquad (16)$$

Damit dieses Gleichungssystem lösbar ist, muß die Determinante der Koeffizientenmatrix von Null verschieden sein.

$$\begin{vmatrix} v & 1 & \frac{F}{B} & 0 \\ g & 0 & v & 1 \\ \frac{dx}{d\lambda} & \frac{dt}{d\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dx}{d\lambda} & \frac{dt}{d\lambda} \end{vmatrix} \neq 0$$

Es ergibt sich:

$$\frac{dx}{d\lambda}=\frac{dt}{d\lambda}\left(v\pm\sqrt{g\frac{F}{B}}\right)\neq 0 \qquad (17)$$

Daraus folgt, daß für alle Punkte, ausgenommen diejenigen, die den Gleichungen

$$\frac{dx}{dt}=v+\sqrt{g\frac{F}{B}} \qquad (18)$$

$$\frac{dx}{dt}=v-\sqrt{g\frac{F}{B}} \qquad (19)$$

genügen, die Planarelemente und damit auch die Integralflächen v und h eindeutig bestimmt sind.

Die Gleichungen (18) und (19) beschreiben an jedem Punkt der x,t-Ebene 2 Richtungen. Es ergeben sich somit in der x,t-Ebene 2 Familien von Kurven, die jeweils die durch (18) und (19) beschriebenen Tangentenrichtungen besitzen. Die Kurvenscharen werden charakteristische Basiskurven oder einfach Charakteristiken der Gleichungen (3) und (4) genannt. Kurven nach (18) werden Vorwärts-Charakteristiken, Kurven nach (19) Rückwärts-Charakteristiken genannt. Die den Charakteristiken entsprechenden Raumkurven sind charakteristische Raumkurven.

Aus den Eigenschaften der Charakteristiken folgt, daß Integralflächen $v = v(x,t)$ und $h = h(x,t)$ der Gleichungen (3) und (4) dann eindeutig festgelegt sind, wenn sie durch Anfangsraumkurven gehen, die **keine charakteristischen** Raumkurven sind.

In der Theorie der partiellen Differentialgleichungen wird gezeigt, daß eine Menge von charakteristischen Raumkurven eine Integralfläche der Differentialgleichung erzeugt. Wie bereits gezeigt, ist diese Integralfläche eindeutig, wenn ihre Anfangsraumkurve keine charakteristische Raumkurve darstellt.

Zur Bestimmung der Integralflächen $v = v(x,t)$ und $h = h(x,t)$ werden die Charakteristiken als Koordinaten benutzt. Es wird, ausgehend von der Anfangsbedingung, in der x,t-Ebene ein Netz von Vorwärts- und Rückwärts-Charakteristiken aufgebaut und jeweils am Schnittpunkt dieser Charakteristiken die Werte von v und h bestimmt.

Zur Bestimmung der partiellen Ableitungen $\partial v/\partial x$, $\partial v/\partial t$, $\partial h/\partial x$ und $\partial h/\partial t$ gelten ebenfalls die Gleichungen (3), (4), (15), (16). Da für eine Charakteristik die Determinante der Koeffizientenmatrix Null ist, muß auch die Zähler-Determinante Null sein, um Werte für die partiellen Ableitungen zu erhalten.

Zur Bestimmung von $\partial v/\partial x$ muß folgende Determinante Null sein:

$$\begin{vmatrix} v & 1 & -\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h & 0 \\ g & 0 & -g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}} & 1 \\ \frac{dx}{d\lambda} & \frac{dt}{d\lambda} & \frac{dh}{d\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dv}{d\lambda} & \frac{dt}{d\lambda} \end{vmatrix} = 0$$

Es ergibt sich mit (18) und (19):

$$\sqrt{g\frac{F}{B}}\frac{dv}{dt}+g\frac{dh}{dt}+g\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h+\sqrt{g\frac{F}{B}}\,g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}=0 \qquad (20)$$

$$\sqrt{g\frac{F}{B}}\frac{dv}{dt}-g\frac{dh}{dt}-g\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h+\sqrt{g\frac{F}{B}}\,g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}=0 \qquad (21)$$

Die Gleichungen (20) und (21) können zur Bestimmung von v und h an den Schnittpunkten der Vorwärts- bzw. Rückwärts-Charakteristiken benutzt werden.

Die Gleichungen (18), (19), (20), (21) beschreiben die charakteristischen Raumkurven der Integralflächen $v = v(x,t)$ und $h = h(x,t)$. Da diese Integralflächen durch die charakteristischen Raumkurven erzeugt werden, sind diese 4 Gleichungen den beiden partiellen Differentialgleichungen (3) und (4) gleichwertig. Die 4 Gleichungen (18), (19), (20), (21) werden als charakteristische Gleichungen der ursprünglichen SV-Gl (3) und (4) bezeichnet.

3.2 Verschiedene Schreibweise der Charakteristiken-Gleichungen

Die sogenannten Kompatibilitätsgleichungen (20) und (21) lassen sich auch auf andere Weise anschreiben:

$$\frac{\partial(Fv)}{\partial x}+B\frac{\partial h}{\partial t}\pm\sqrt{\frac{B\cdot F}{g}}\left[\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}+g\frac{\partial h}{\partial x}+g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}\right]=0 \qquad (22)\ (23)$$

Durch Ausdifferenzieren von $\partial(Fv)/\partial x$ ergibt sich daraus mit $c = \sqrt{gF/B}$

$$\left[\frac{\partial v}{\partial t}+(v\pm c)\frac{\partial v}{\partial x}\right]\pm c\frac{B}{F}\left[\frac{\partial h}{\partial t}+(v\pm c)\frac{\partial h}{\partial x}\right] \qquad (24)$$

$$\pm c\frac{v}{F}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h+g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}=0 \qquad (25)$$

In (24) und (25) stellen die Ausdrücke in eckigen Klammern totale Ableitungen von v und h dar, wenn $dx/dt = v \pm c$ gesetzt wird. Die Gleichungen (22), (23), (24) und (25) sind somit identisch mit den Gleichungen (20) und (21).

Mit Q und h als abhängige Variable ergeben sich folgende den Gleichungen (18), (19), (20), (21) und (22), (23), (24), (25) entsprechende Gleichungen:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{Q}{F}\pm\sqrt{g\frac{F}{B}} \qquad (26)\,(27)$$

$$\frac{dQ}{dt}-B\left(\frac{Q}{F}\mp\sqrt{g\frac{F}{B}}\right)\frac{dh}{dt}\pm\left(\frac{Q}{F}\right)^2\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h \qquad (28)$$

$$+g\left(\frac{Q}{F}\right)^2F\frac{1}{k^2\,Ra^{4/3}}=0 \qquad (29)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+B\frac{\partial h}{\partial t}\pm\sqrt{\frac{B}{gF}}\left\{\frac{\partial Q}{\partial t}+2\frac{Q}{F}\frac{\partial Q}{\partial x}+\left[Fg-\left(\frac{Q}{F}\right)^2B\right]\frac{\partial h}{\partial x}\right. \qquad (30)$$

$$\left.-\left(\frac{Q}{F}\right)^2\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h+Fg\left(\frac{Q}{F}\right)^2\frac{1}{k^2\,Ra^{4/3}}\right\}=0 \qquad (31)$$

$$\left[\frac{\partial Q}{\partial t}+\left(\frac{Q}{F}\pm c\right)\frac{\partial Q}{\partial x}\right]-B\left(\frac{Q}{F}\mp c\right)\left[\frac{\partial h}{\partial t}+\left(\frac{Q}{F}\pm c\right)\frac{\partial h}{\partial x}\right] \qquad (32)$$

$$+\left(\frac{Q}{F}\right)^2\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h+gF\left(\frac{Q}{F}\right)^2\frac{1}{k^2\,Ra^{4/3}}=0 \qquad (33)$$

Für einen Rechteckkanal mit konstanter Breite B, konstantem Sohlengefälle J, mit der Wassertiefe z und mit v und $c = \sqrt{g\,z}$ als abhängige Variable ergibt sich:

$$\frac{dx}{dt}=v\pm c \qquad (34)\,(35)$$

$$\frac{dv}{dt}\pm 2\frac{dc}{dt}+g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}-g\,J_{Sohle}=0 \qquad (36)\,(37)$$

Gleichungen (20) und (21) ergeben sich entsprechend zu:

$$\left[\frac{\partial v}{\partial t}+(v\pm c)\frac{\partial v}{\partial x}\right]\pm 2\left[\frac{\partial c}{\partial t}+(v\pm c)\frac{\partial c}{\partial x}\right] \qquad (38,$$

$$+g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}-g\,J_{Sohle}=0 \qquad 39)$$

3.3 Physikalische Bedeutung der Charakteristiken-Gleichungen

Die Wasserspiegelprofile längs eines Gerinnes zu bestimmten Zeiten t lassen sich als Überlagerung von einzelnen Infinitesimalwellen deuten (siehe Abb. 5).
Entsprechend kann auch die Integralfläche $h = h(x,t)$ als Überlagerung von Infinitesimalwellen gedeutet werden (siehe Abb. 6). Zur Zeit t = o geht von x = o eine Infinitesimalwelle (1) aus, die zur Zeit Δt, $2\Delta t$, $3\Delta t$ usw. jeweils an den Punkten α_1', α_2', α_3' usw. angekommen ist. Entsprechendes gilt für weitere Infinitesimalwellen (2), (3), (4) usw., die von x = o zur Δt, $2\Delta t$, $3\Delta t$ usw. ausgehen.

Aus der Gerinnehydraulik ist bekannt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Infinitesimalwelle bei endlicher Wassertiefe gleich ist der Wurzel aus der g-fachen mittleren Wassertiefe

$$c=\sqrt{g\cdot Z_M}=\sqrt{g\frac{F}{B}}$$

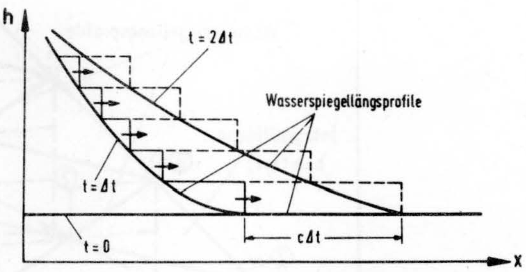


Abb. 5 Wasserspiegelprofile als Überlagerung von Infinitesimalwellen (nach [52])

Bei einer Geschwindigkeit v der Strömung beträgt die Ausbreitgeschwindigkeit der Infinitesimalwelle $v \pm c$.

In Abb. 6 stelle die Raumkurve α_1', α_2', α_3' usw. den Weg der Infinitesimalwelle (1) dar. Für die Projektion dieser Raumkurve in der x,t-Ebene gilt die Gleichung $dx = (v+c).dt$, die mit Gleichung (18) identisch ist. Die Kurven β_1, β_2, β_3 usw. in der x,t-Ebene sind folglich Charakteristiken, die entsprechenden Raumkurven β_1', β_2', β_3' usw. charakteristische Raumkurven. In der x,t-Ebene stellen die Charakteristiken den Weg von Infinitesimalwellen dar. Bei strömendem Abfluß ($v<c$) gibt die Vorwärts-Charakteristik den Weg einer sich in Fließrichtung (= vorwärts) bewegenden Infinitesimalwelle, die Rückwärts-Charakteristik den Weg einer sich entgegen der Fließrichtung (= rückwärts) bewegenden Infinitesimalwelle an.

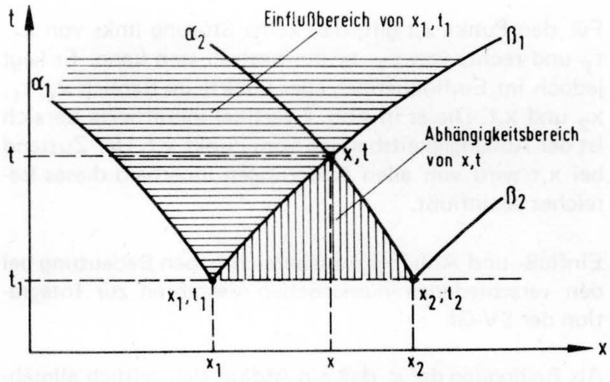


Abb. 7 Einfluß- und Abhängigkeitsbereich

Wird an einer Stelle x_1 zur Zeit t_1 (siehe Abb. 7) v oder h geändert, so werden dadurch vom Punkt x_1, t_1 zwei Infinitesimalwellen ausgehen, die sich entlang einer Vorwärtscharakteristik bzw. Rückwärts-Charakteristik ausbreiten.

Da sich Störungen nicht schneller als Infinitesimalwellen ausbreiten können, beeinflußt der Punkt x_1, t_1 nur den Bereich zwischen den Charakteristiken α_1 und β_1 (in Abb. 7 horizontal schraffiert). Dieser Bereich wird als Einflußbereich des Punktes x_1, t_1 bezeichnet.

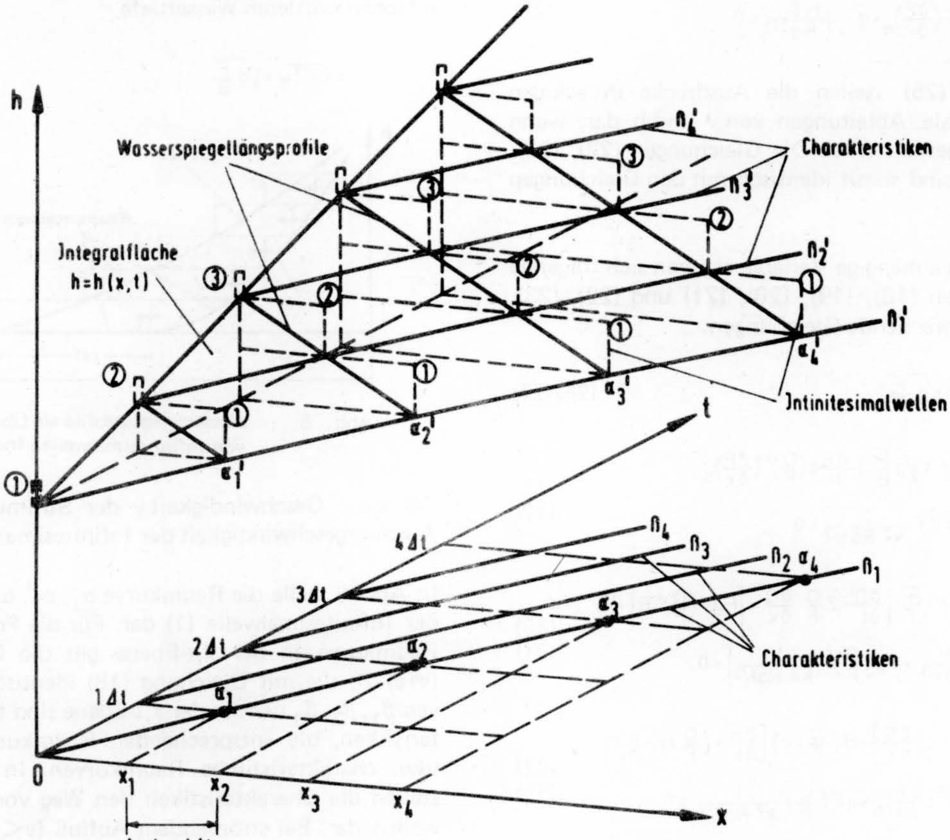


Abb. 6 Durch Infinitesimalwellen erzeugte Integralfläche h = h (x,t) und zugehörige Charakteristiken in der x,t-Ebene (nach [52])

Für den Punkt x,t gilt, daß keine Störung links von x_1, t_1 und rechts von x_2, t_2 ihn beeinflussen kann. Er liegt jedoch im Einflußbereich aller Punkte im Bereich x_1, t_1, x_2 und x,t. Dieser in Abb. 7 vertikal schraffierte Bereich ist der Abhängigkeitsbereich vom Punkt x,t. Der Zustand bei x,t wird von allen Änderungen innerhalb dieses Bereiches beeinflußt.

Einfluß- und Abhängigkeitsbereich haben Bedeutung bei den verschiedenen numerischen Verfahren zur Integration der SV-Gl.

Als Bedingung dafür, daß ein Abfluß sich zeitlich allmählich ändert, gilt, daß die Krümmung des Wasserspiegellängsprofils klein ist und daß der Abfluß als Überlagerung einzelner Infinitesimalwellen aufgefaßt werden kann. Wenn nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten c der Infitesimalwellen so sind, daß die Wellen sich einholen (siehe Abb. 8), so entsteht eine Wellenfront mit sehr großer Krümmung, eventuell eine brechende Welle. Diese Erscheinung wird als Bore bezeichnet und stellt einen zeitlich sich plötzlich verändernden Abfluß dar. In der x,t-Ebene drückt sich dieser Vorgang dadurch aus, daß sich Charakteristiken schneiden (siehe Abb. 8). Bei Auftreten einer Bore sind die SV-Gl nicht mehr allein gültig. Es müßte in diesem Falle zusätzlich noch der Impulssatz als weitere Gleichung verwendet werden, um die bei der Bore auftretenden zusätzlichen örtlichen Verluste zu berücksichtigen. Auf die Berücksichtigung von brechenden Wellen wird bei den einzelnen numerischen Verfahren näher eingegangen.

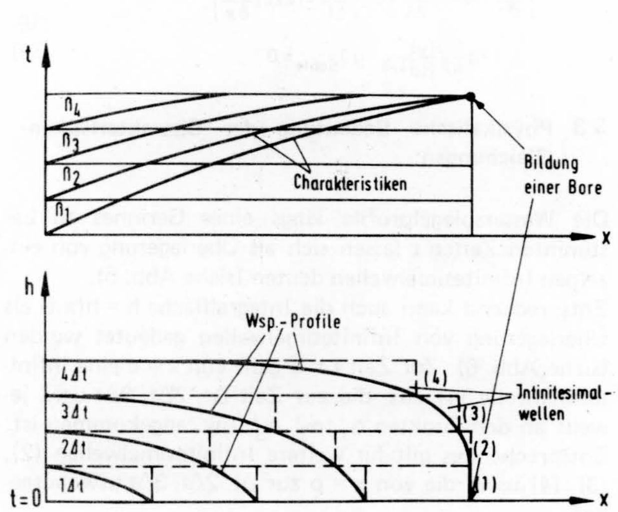


Abb. 8 Bildung einer Bore

4. Verfahren zur numerischen Integration der Saint-Venant Gleichungen

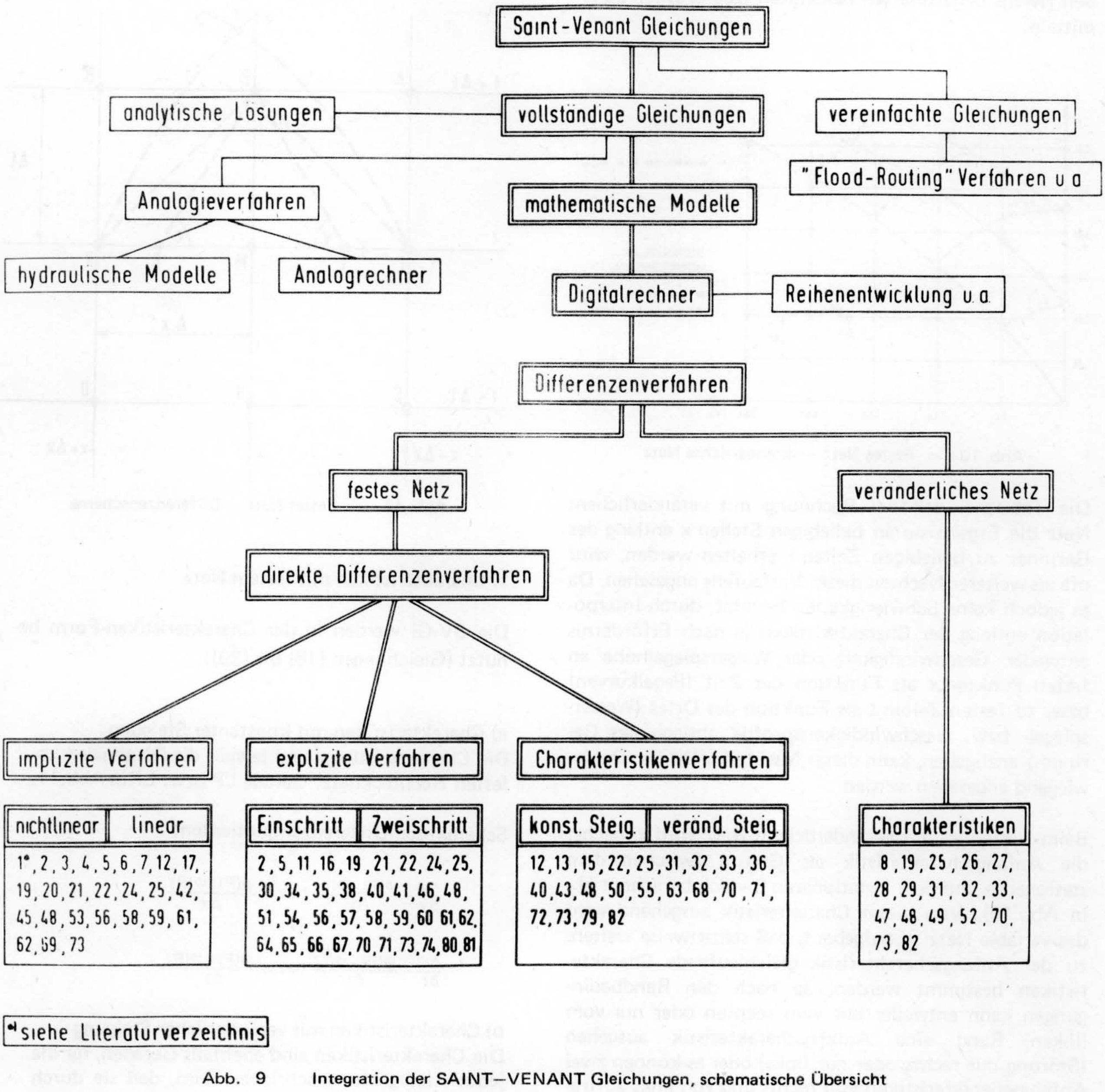


Abb. 9 Integration der SAINT–VENANT Gleichungen, schematische Übersicht

4.1 Allgemeine Übersicht - Stabilität der Verfahren

In Abb. 9 wird in schematischer Form eine generelle Übersicht über die verschiedenen Möglichkeiten zur Integration der SV-Gl gegeben. Im Rahmen dieses Beitrages werden nur mathematische Modelle behandelt, die Differenzenverfahren verwenden und programmgesteuerte Elektronenrechner zur Auswertung benutzen.

Bei diesen Differenzenverfahren sind zwei grundsätzlich verschiedene Methoden zu unterscheiden: Verfahren mit veränderlichem Netz und Verfahren mit festem Netz.

Verfahren mit veränderlichem Netz verwenden zur Festlegung der Punkte in der x,t-Ebene (siehe Abb. 3), für die jeweils Geschwindigkeit und Wasserspiegelhöhe berechnet werden, ein aus den Charakteristiken gebildetes krummliniges Koordinatennetz, das im Laufe der Rechnung schrittweise aufgebaut wird.

Die Punkte, an denen v und h berechnet werden, sind jeweils die Schnittpunkte der Vorwärts- und Rückwärts-Charakteristiken. Sie sind sowohl hinsichtlich ihrer Lage (x-Richtung), als auch hinsichtlich der Zeit (t-Achse) veränderlich (siehe Abb. 10).

Der Hauptvorteil des Verfahrens mit veränderlichem Netz besteht darin, daß es den physikalischen Vorgang am genauesten beschreibt, da Lösungen der SV-Gl entlang von Charakteristiken gesucht werden und die Charakteristiken die Ausbreitung von Störungen (Schwall bzw. Sunk) beschreiben. Der Hauptnachteil dieses Verfahrens ist der sehr große Rechenaufwand. Für jeden Punkt im variablen Netz sind jeweils bis zu

9 nicht-linearen algebraische Gleichungen zu lösen, alle Querschnittswerte (Fläche, benetzter Umfang, Wasserspiegelbreite) sind jeweils durch Interpolation zwischen den jeweils benachbarten bekannten Querprofilen zu ermitteln.

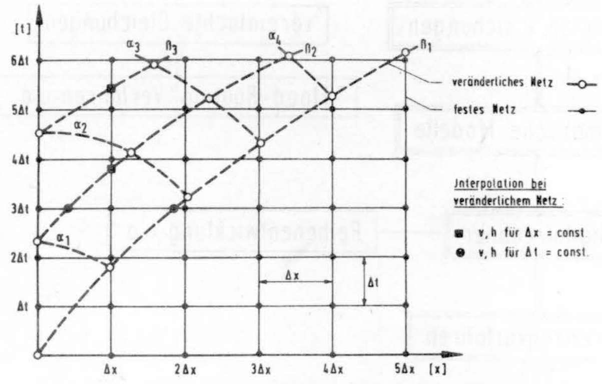


Abb. 10 Festes Netz – veränderliches Netz

Die Tatsache, daß bei Rechnung mit veränderlichem Netz die Ergebnisse an beliebigen Stellen x entlang des Gerinnes zu beliebigen Zeiten t erhalten werden, wird oft als weiterer Nachteil dieses Verfahrens angesehen. Da es jedoch keine Schwierigkeiten bereitet, durch Interpolation entlang der Charakteristiken je nach Erfordernis entweder Geschwindigkeit oder Wasserspiegelhöhe an festen Punkten x als Funktion der Zeit (Pegelkurven) bzw. zu festen Zeiten t als Funktion des Ortes (Wasserspiegel- bzw. Geschwindigkeitsprofile entlang des Gerinnes) anzugeben, kann dieser Nachteil nicht als schwerwiegend angesehen werden.

Beim Verfahren mit veränderlichem Netz wird zunächst die Anfangscharakteristik als Grenze zwischen dem stationären und dem instationären Bereich berechnet (β_1 in Abb.10). Von dieser Charakteristik ausgehend wird das variable Netz so aufgebaut, daß schrittweise weitere zu der Anfangscharakteristik gleichlaufende Charakteristiken bestimmt werden. Je nach den Randbedingungen kann entweder nur vom rechten oder nur vom linken Rand eine Anfangscharakteristik ausgehen (Störung nur rechts oder nur links) oder es können zwei Anfangscharakteristiken von rechts und von links auftreten (Störung rechts und links).

Bei den Verfahren mit festem Netz wird in die x,t-Ebene (siehe Abb. 3) ein festes Rechtecknetz gelegt, das in der x-Richtung eine konstante Maschenweite Δx hat, und dessen Maschenbreite Δt in der t-Richtung entweder für die gesamte Berechnungsdauer oder jeweils für einen Zeitschritt Δt konstant ist. Die Berechnung erfolgt in der Weise, daß von einer bekannten Anfangsbedingung zur Zeit t ausgehend die Geschwindigkeit und die Wasserspiegelhöhe jeweils zur Zeit $t + \Delta t$ entlang des ganzen Gerinnes an den entsprechenden Netzpunkten berechnet werden.

Für die Verfahren mit festem Netz können verschiedene Formen der SV-Gl und verschiedene Differenzenschemen gewählt werden. Anhand der Abb.11 sollen die grundlegenden Eigenschaften der verschiedenen Verfahren aufgezeigt werden. Es wird jeweils nur ein typisches Schema der Differenzenquotienten angegeben.

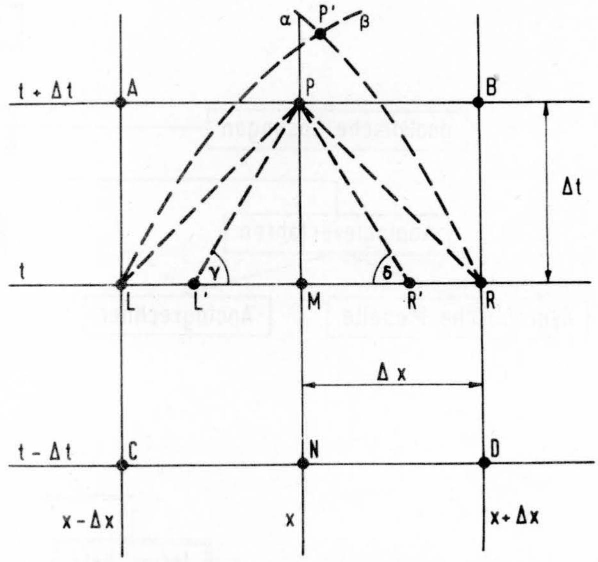


Abb. 11 Festes Netz – Differenzenschema

1. Charakteristiken mit festem Netz

Die SV-Gl werden in der Charakteristiken-Form benutzt (Gleichungen (18) bis (39)).

a) Charakteristiken mit konstanter Steigung
Die Charakteristiken sind jeweils die Diagonalen im festen Rechtecknetz: Gerade LP bzw. LR in Abb.11.

Schema der Differenzenquotienten:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \sim \frac{\varphi(P) - \varphi(L)}{\Delta x} \text{ bezw. } \frac{\varphi(P) - \varphi(R)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \sim \frac{\varphi(P) - \varphi(L)}{\Delta t} \text{ bezw. } \frac{\varphi(P) - \varphi(R)}{\Delta t}$$

b) Charakteristiken mit veränderlicher Steigung
Die Charakteristiken sind ebenfalls Geraden, für die jedoch lediglich vorschrieben wird, daß sie durch den Punkt P (Abb.11) gehen, die Steigungen $\mathrm{tg}\gamma$ bzw. $\mathrm{tg}\delta$ sind variabel. Die Punkte L' und R' werden durch Interpolation aus den Werten bei L, M und R bestimmt. Die Differenzenquotienten werden sinngemäß wie bei Charakteristiken mit festem Netz angeschrieben.

2. Direkte Differenzenverfahren

Die SV-Gl werden in ihrer ursprünglichen Form (Gleichungen (1) und (2) bzw. (3) und (4)) benutzt.

a) Explizite Verfahren
Man unterscheidet "Ein-Schritt' und "Zwei-Schritt" Verfahren, je nachdem, ob die Werte v und h nur aus den bekannten Werten zur Zeit t (siehe Abb.11) oder aus den Werten zur Zeit t und zur Zeit $t - \Delta t$ ermittelt werden.

Schema der Differenzenquotienten:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \sim \frac{\varphi(R) - \varphi(L)}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \sim \frac{\varphi(P) - \varphi(M)}{\Delta t} \qquad \text{"Ein - Schritt"}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \sim \frac{\varphi(P) - \varphi(N)}{2\Delta t} \qquad \text{"Zwei-Schritt"}$$

b) Implizite Verfahren

Im Gegensatz zu den Verfahren mit Charakteristiken mit festem Netz und zu den expliziten Verfahren, wo aus den bekannten Werten zur Zeit t bzw. t und $t - \Delta t$ jeweils die Werte von v und h nur an einem Punkt zur Zeit $t + \Delta t$ berechnet werden, enthalten die Differenzenquotienten bei den impliziten Verfahren die gesuchten Werte v und h an jeweils zwei Punkten zur Zeit $t + \Delta t$.

Schema der Differenzenquotienten:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \sim \vartheta \frac{\varphi(P) - \varphi(A)}{\Delta x} + (1-\vartheta) \frac{\varphi(M) - \varphi(L)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \sim \frac{1}{2} \frac{\varphi(A) - \varphi(L)}{\Delta t} + \frac{1}{2} \frac{\varphi(P) - \varphi(M)}{\Delta t}.$$

Durch diese "Verzahnung" der Differenzenquotienten ist es nicht mehr möglich, wie bei den vorhergehenden Verfahren die Werte von v und h für einen Δx-Schritt jeweils explizit zu bestimmen. Bei den impliziten Verfahren erhält man für jeden Δx-Schritt Gleichungen für die Unbekannten v_A, h_A, v_P, h_P an den 2 Stellen A und P (siehe Abb.11).

Zusammen mit den Randbedingungen erhält man für jeden Zeitschritt bei n Δx-Schritten ein Gleichungssystem mit $2(n + 1)$ Unbekannten. Das zunächst aus nicht-linearen algebraischen Gleichungen bestehende Gleichungssystem kann entweder mit entsprechenden Verfahren (Newton-Raphson etc.) direkt gelöst oder zunächst linearisiert und dann mittels bekannter Verfahren zur Lösung linearer Gleichungsssystme gelöst werden.

Implizite Verfahren werden im Rahmen dieses Beitrages nicht behandelt. Lineare implizite Verfahren sind Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen, ein nicht- lineares implizites Verfahren wird von CHING SENG FANG [17] beschrieben.

Das Verhältnis der Maschenweiten Δx und Δt des festen Netzes ist nicht frei wählbar. Wenn z.B. am Punkt P in Abb.11 v und h aus den bekannten Werten zur Zeit t und $t - \Delta t$ (Punkte L, R, N) berechnet werden soll, muß der Punkt P innerhalb des Abhängigkeitsbereiches bezogen auf L und R liegen (siehe Abb. 7), d.h. innerhalb des Bereichs L P' R zwischen den Charakteristiken durch L und R. Das erfordert, daß die Steigung der Diagonalen L P im ganzen Netz immer kleiner sein muß als die kleinste auftretende Steigung der Vorwärtscharakteristik. Dies führt zu der sogenannten COURANT-Bedingung:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq |v| + c \tag{41}$$

oder

$$\frac{\Delta t\,(|v| + c)}{\Delta x} = COU \leq 1 \tag{42}$$

Die Courant-Bedingung COU<1 muß bei allen Verfahren mit explizitem Charakter (Charakteristiken mit konstanter und variabler Steigung, explizite direkte Differenzenverfahren) eingehalten werden, um Instabilität zu vermeiden. Mit Rücksicht auf die Genauigkeit der Rechnung (Konvergenz, Rundungsfehler, Abbrechfehler) ist es immer vorteilhaft, mit der Courant-Zahl möglichst wenig vom Wert 1 abzuweichen.

Wenn für den ganzen Rechnungsverlauf ein einziger konstanter Zeitschritt Δt gewählt wird, kann die Courant-Zahl teilweise sehr viel kleiner als 1 werden. Eine etwas bessere Annäherung an Cou = 1 erhält man dadurch, daß für jeden Zeitschritt die Zeitdifferenz Δt aus den bekannten Werten des vorhergegangenen Schrittes (Maximum von $|v| + c$) neu berechnet wird (siehe [51]).

Die impliziten Verfahren nehmen bezüglich der numerischen Stabilität eine Sonderstellung ein. Für diese Verfahren kann nachgewiesen werden (siehe z.B. [73]), daß die Courant-Bedingung nicht eingehalten werden muß, d.h., daß für einen festgelegten Abstand Δx größere Zeitschritte Δt gewählt werden können als bei den übrigen Verfahren. Diese Tatsache ist vor allem vorteilhaft, wenn langgezogene Wellen (Tide, HW-Wellen) untersucht werden sollen und die Gerinnegeometrie durch relativ kleine Profilabstände beschrieben werden muß. Durch die größeren zulässigen Zeitschritte Δt kann hier Rechenzeit gespart werden. Die Verminderung des Rechenaufwandes muß allerdings mit einem gewissen Verlust an Genauigkeit erkauft werden.

Nähere Einzelheiten über die Stabilitätsprobleme (mathematische Behandlung der Stabilität, Einfluß der Reibung auf die Dämpfung) sind u.a. in den Arbeiten von HOLSTERS [38], PERKINS [57], STRELKOFF [72], VREUGDENHIL [81] und RICHTMEYR [86] zu finden.

4.2 Erfassung der Gerinnegeometrie

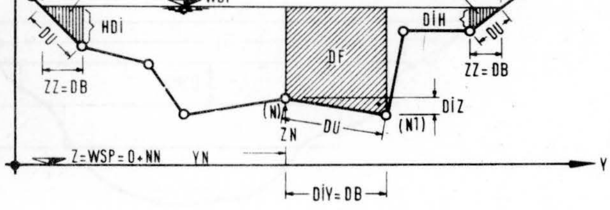


Abb. 12 Fluß-Querprofile – Bezeichnungen

Die Geometrie des Gerinnes wird durch Querprofile im Abstand Δx beschrieben. Die Querprofile werden in digitalisierter Form (y- und z-Koordinaten der einzelnen Geländepunkte, siehe Abb.12) dargestellt. Zur Ermittlung der durchflossenen Fläche F, des benetzten Umfanges U und der Wasserspiegelbreite BR für eine gegebene Wasserspiegelhöhe WSP werden jeweils zwischen 2 Koordinatenpaaren y, z die einzelnen Flächen-, Umfangs- und Wasserspiegelbreitenanteile berechnet (Trapez- bzw. Dreieckfläche, Pythagoras) und aufaddiert (siehe auch [84]).

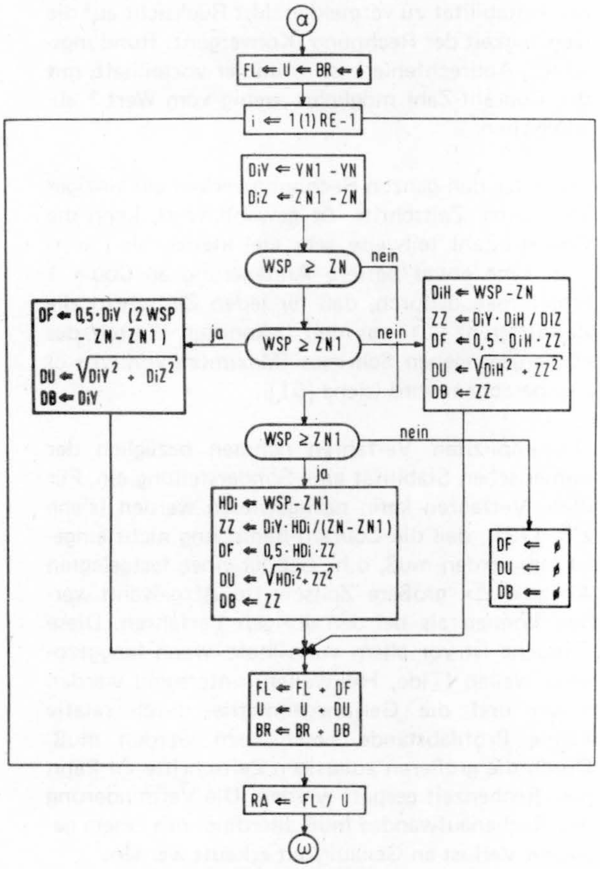


Abb. 13 Ermittlung von Fläche, benetztem Umfang und Wasserspiegelbreite — Flußdiagramm der ALGOL-Prozedur GEOMETRIE (Anhang 1)

In Abb.13 ist das Flußdiagramm für eine Algol-Prozedur GEOMETRIE dargestellt. Diese Prozedur ergibt für eine bestimmte Wasserspiegelhöhe Wsp jeweils die Fläche F, die Wasserspiegelbreite BR und das Reibungsglied R = $k^2 \cdot (F/U)^{4/3}$ des Profils. Siehe Anhang 1.

Die Angabe der Profile in digitalisierter Form (y,z-Koordinaten) und die Verwendung der Prozedur GEOMETRIE ist aufwendig und führt zu langen Rechenzeiten. Die Gerinnegeometrie kann durch sogenannte Flächen- und Reibungsgliedkurven vereinfacht dargestellt werden. Siehe Abb.14 und [52]. Für den Bereich der Wasserspiegelhöhen, die in einem Profil während der Rechnung auftreten, wird für mehrere Wasserspiegelhöhen jeweils die Fläche AR und das Reibungsglied RH = k^2 Ra $^{4/3}$ berechnet und im Verlauf der Rechnung für beliebige Wasserspiegelhöhen zwischen diesen Werten interpoliert. Im vorliegenden Fall wurden jeweils 5 Wasserspiegelhöhen WH gewählt mit einem Höhenunterschied DWH. Für bestimmte Wasserspiegelhöhen WSP wird mittels der Prozeduren LINP und INTPOL (siehe Anhang 1 und 2) linear interpoliert. Die Wasserspiegelbreite B wird aus der Steigung der Flächenkurve ermittelt:

$$B_i \cdot DWH = AR_{i+1} - AR_i \qquad (43)$$

Siehe Prozedur B in Anhang 2.

4.3 Charakteristiken mit veränderlichem Netz (siehe [29] und [52])

Für das Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz werden die Gleichungen (18), (19), (20), (21) benutzt:

$$\frac{dx}{dt} = v + c \qquad (18)$$

$$\frac{dx}{dt} = v - c \qquad (19)$$

$$c\frac{dv}{dt} + g\frac{dh}{dt} + g\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h + c \cdot g \frac{v|v|}{k^2 Ra^{4/3}} = 0 \qquad (20)$$

$$c\frac{dv}{dt} - g\frac{dh}{dt} - g\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h + c \cdot g \frac{v|v|}{k^2 Ra^{4/3}} = 0 \qquad (21)$$

$$\text{mit } c = \sqrt{g\frac{F}{B}}$$

In Abb.15 ist das Berechnungsschema für das gewählte Berechnungsverfahren angegeben, wobei der Fall dargestellt ist, daß die Störung vom linken Rand ausgeht. Das Schema gilt sinngemäß auch für den Beginn am rechten Rand. Zunächst werden die Werte entlang der Anfangscharakteristik als Grenze zwischen dem stationären und dem instationären Bereich ermittelt (Punkte 1', 2', 3'

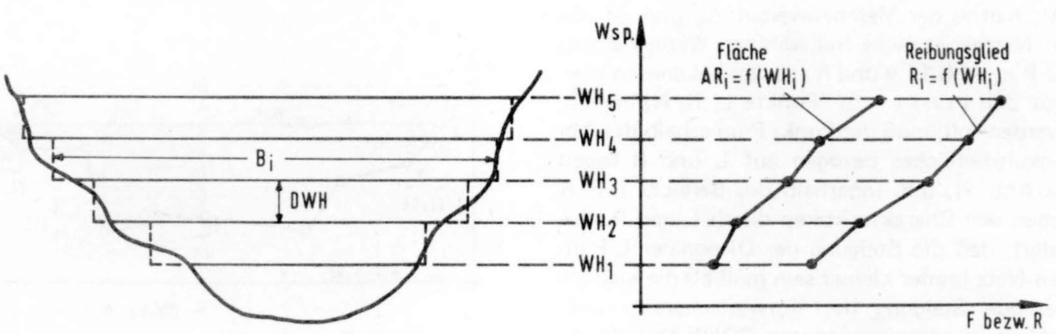


Abb. 14 Flächen- und Reibungsgliedkurven F = F (Wsp) und R = R (Wsp)

etc.). Von diesen Werten ausgehend werden dann entlang weiterer Charakteristiken 9-17, 18-25 etc. jeweils die Unbekannten an den entsprechenden Punkten 9, 10, 11, 12 etc. berechnet, wobei von bereits berechneten Punkten aus jeweils entlang einer Vorwärts- und einer Rückwärtscharakteristik gerechnet wird (z.B. Punkt 12 aus Vorwärtscharakteristik durch Punkt 11 und Rückwärtscharakteristik durch Punkt 4'). An den Rändern werden jeweils eine Rückwärtscharakteristik (linker Rand) bzw. Vorwärtscharakteristik (rechter Rand) und die jeweilige Randbedingung benutzt (z.B. Punkt 18 aus Rückwärtscharakteristik durch Punkt 10 und der linken Randbedingung).

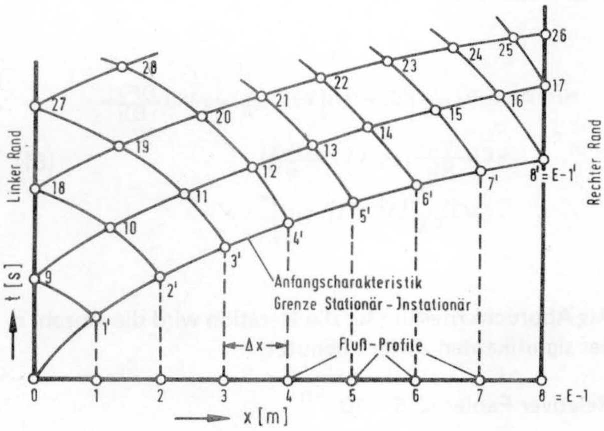


Abb. 15 Charakteristiken mit veränderlichem Netz – Rechenschema

Der Fall, daß vom rechten und vom linken Rand eine Störung ausgeht, oder daß zwischen den Rändern Störungen vorhanden sind, wird hier nicht behandelt. Ebenfalls nicht untersucht wird die Möglichkeit, das auf der Lage der Flußprofile basierende Charakteristikennetz durch Interpolation weiterer Charakteristiken zu verfeinern (siehe [52]).

Punkte im Innern (Feld):

Die Differentialquotienten werden durch folgende Differentenquotienten angenähert:

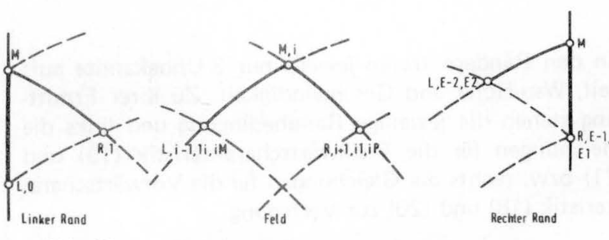


Abb. 16 Charakteristiken mit veränderlichem Netz – Indices der Netzpunkte

Vorwärtscharakteristik (Bezeichnungen siehe Abb.16):

$$\frac{dx}{dt} \sim \frac{Xi-X1i}{Ti-T1i} \qquad \frac{dh}{dt} \sim \frac{Hi-H1i}{Ti-T1i} \qquad \frac{dv}{dt} \sim \frac{Vi-V1i}{Ti-T1i} \tag{44}$$

Rückwärtscharakteristik:

$$\frac{dx}{dt} \sim \frac{Xi-Xi1}{Ti-Ti1} \qquad \frac{dh}{dt} \sim \frac{Hi-Hi1}{Ti-Ti1} \qquad \frac{dv}{dt} \sim \frac{Vi-Vi1}{Ti-Ti1} \tag{45}$$

1. Näherung (Rechteckregel):

Aus Gleichung (18), (19), (20), (21) ergibt sich

$$\frac{Xi-X1i}{Ti-T1i} = V1i+CL \tag{46}$$

$$\frac{Xi-Xi1}{Ti-Ti1} = Vi1-CR \tag{47}$$

$$CL\,\frac{Vi-V1i}{Ti-T1i} + g\,\frac{Hi-H1i}{Ti-T1i} + g\,\frac{V1i}{B1i}\,DFXL + CL\cdot g\,\frac{V1i|V1i|}{R1i} = 0 \tag{48}$$

$$CR\,\frac{Vi-Vi1}{Ti-Ti1} - g\,\frac{Hi-Hi1}{Ti-Ti1} - g\,\frac{Vi1}{Bi1}\,DFXR + CR\cdot g\,\frac{Vi1|Vi1|}{Ri1} = 0 \tag{49}$$

Die Wellengeschwindigkeiten CL und CR ergeben sich dabei zu

$$CL = \sqrt{g\,\frac{F1i}{B1i}} \qquad CR = \sqrt{g\,\frac{Fi1}{Bi1}}$$

Die Flächenänderung in der x-Richtung für konstante Wasserspiegelhöhe $(\partial F/\partial x)h$ = const beträgt:

$$DFXL = \frac{FML-F1i}{Xi-X1i} \qquad DFXR = \frac{FMR-Fi1}{Xi-Xi1}$$

wobei für DFXL die Flächen an den Punkten M und L für die Wsp-Höhe H1i im Punkt L und für DFXR die Flächen an den Punkten M und R für die Wsp-Höhe Hi1 im Punkt R zu berechnen sind.

Für die gesuchten Werte Xi, Ti, Hi, Vi ergibt sich aus den Gleichungen (46) bis (49), die ein lineares Gleichungssystem darstellen:

$$TT1 = Ti = \frac{T1i(V1i+CL) - Ti1(Vi1-CR) - (X1i-Xi1)}{V1i-Vi1+CR+CL} \tag{50}$$

$$Xi = X1i+(V1i+CL)(TT1-T1i) \tag{51}$$

$$\begin{aligned} VV1 = Vi = \frac{1}{CL+CR}\Big[\, & g\,(H1i-Hi1)+V1i\cdot CL+Vi1\cdot CR \\ & +g\cdot Vi1\Big(\frac{DFXR}{Bi1}-CR\,\frac{|Vi1|}{Ri1}\Big)(TT1-Ti1) \\ & -g\cdot V1i\Big(\frac{DFXL}{B1i}+CL\,\frac{|V1i|}{R1i}\Big)(TT1-T1i)\Big] \end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned} HH1 = Hi = H1i-\frac{1}{g}\Big[\, & CL\,(VV1-V1i)+g\cdot V1i\Big(\frac{DFXL}{B1i} \\ & +CL\,\frac{|V1i|}{R1i}\Big)\cdot(TT1-T1i)\Big] \end{aligned} \tag{53}$$

2. Näherung (Trapezregel):

Aus Gleichung (18), (19), (20), (21) ergibt sich:

$$\frac{Xi-X1i}{Ti-T1i} = \frac{1}{2}(Vi+CM+V1i+CL) \tag{54}$$

$$\frac{Xi-Xi1}{Ti-Ti1} = \frac{1}{2}(Vi-CM+Vi1-CR) \tag{55}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(CM+CL)\,\frac{Vi-V1i}{Ti-T1i}+g\,\frac{Hi-H1i}{Ti-T1i}+\frac{1}{2}\Big[g\,\frac{Vi}{BM}\,DFXLM \\ & +CM\cdot g\,\frac{Vi|Vi|}{RM}+g\,\frac{V1i}{B1i}\,DFXL+CL\cdot g\,\frac{V1i|V1i|}{R1i}\Big]=0 \end{aligned} \tag{56}$$

$$\frac{1}{2}(CM+CR)\frac{Vi-Vi1}{Ti-Ti1}-g\frac{Hi-Hi1}{Ti-Ti1}-\frac{1}{2}\Big[g\frac{Vi}{BM}DFXRM \qquad (57)$$
$$-CM\cdot g\frac{Vi|Vi|}{RM}+g\frac{Vi1}{Bi1}DFXR-CR\cdot g\frac{Vi1|Vi1|}{Ri1}\Big]=0$$

Für die Flächenänderung in x-Richtung DFXRM und DFXLM ergibt sich:

$$DFXLM=\frac{FML-F1i}{Xi-X1i} \qquad DFXRM=\frac{FMR-Fi1}{Xi-Xi1}$$

wobei die Flächen für DFXLM in den Punkten M und L und für DFXRM in den Punkten M und R jeweils für die Wsp-Höhe Hi im Punkt M zu berechnen sind.

Zur Vereinfachung der Rechnung werden für die Werte DFXLM und DFXRM jeweils die Werte DFXL und DFXR angenommen. Der dadurch entstehende Fehler wird gering sein, da die Wsp-Höhen H1i und Hi1 in den Punkten L und R sich nur wenig von der Wsp-Höhe Hi im Punkt M unterscheiden. (Siehe [29]).

Die Ausdrücke CM, FM, BM, RM und DFXL, DFXR sind Funktionen der gesuchten Wasserspiegelhöhe Hi bzw. der gesuchten Lage Xi des Punktes M.

Die Gleichungen (54), (55), (56) und (57) stellen ein System nicht-linearer algebraischer Gleichungen mit den 4 Unbekannten Ti, Xi, Vi, Hi dar.

Die Auflösung des Gleichungssystems erfolgt durch fortgesetzte Substitution, wobei in 2 Stufen iteriert wird: "Innere Iteration" zur Bestimmung von Vi und Hi und "Äussere Iteration" zur Bestimmung von Ti und Xi. Als erste Näherung für die Iteration werden die Werte aus der 1. Näherung (Gleichungen (50), (51), (52) und (53)) verwendet. (Siehe [52]).

Für das Iterationsverfahren werden die Gleichungen (54), (55), (56) und (57) entsprechend umgeformt.

"Äussere Iteration":

Aus (54) und (55) ergibt sich die gesuchte Zeit Ti = TT2 zu

$$TT2=Ti=\big[T1i(V1i+CL+CM+VV2)-Ti1(Vi1-CR-CM+VV2)$$
$$-2(X1i-Xi1)\big]/(V1i-Vi1+CL+CR+2CM) \qquad (58)$$

Ti aus (58) in (54) eingesetzt ergibt Xi zu

$$Xi=X1i+\frac{1}{2}(V1i+CL+CM+VV2)(TT2-T1i) \qquad (59)$$

"Innere Iteration":

Aus (56) und (57) ergibt sich die gesuchte Geschwindigkeit Vi = VV2 zu

$$VV2=V1=\frac{1}{CL+CR+2CM}\Big\{2g(H1i-Hi1)+(CL+CM)V1i$$
$$+(CR+CM)Vi1+\Big[g\cdot Vi1\Big(\frac{DFXR}{Bi1}-CR\frac{|Vi1|}{Ri1}\Big)$$
$$+g\cdot VV1\Big(\frac{DFXR}{BM}-CM\frac{|VV1|}{RM}\Big)\Big](TT1-Ti1) \qquad (60)$$
$$-\Big[g\cdot V1i\Big(\frac{DFXL}{B1i}+CL\frac{|V1i|}{R1i}\Big)$$
$$+g\cdot VV1\Big(\frac{DFXL}{BM}+CM\frac{|VV1|}{RM}\Big)\Big](TT1-T1i)\Big\}$$

Vi aus (60) in (56) eingesetzt ergibt die gesuchte Wsp-Höhe Hi zu

$$HH2=Hi=H1i-\frac{1}{2g}\Big\{(CL+CM)(VV2-V1i)+\Big[g\cdot V1i\Big(\frac{DFXL}{B1i}$$
$$+CL\frac{|V1i|}{R1i}\Big)+g\cdot VV2\Big(\frac{DFXL}{BM} \qquad (61)$$
$$+CM\frac{|VV2|}{RM}\Big)\Big]\cdot(TT1-T1i)\Big\}$$

Als Abbruchkriterium für die Iteration wird die Anzahl n der signifikanten Ziffern benutzt:

Relativer Fehler $< 5 \cdot 10^{-n}$

Die an den Punkten L, M und R erforderlichen Geometrie-Daten (Fläche, Wasserspiegelbreite und Reibungsglied) werden im vorliegenden veränderlichen Netz jeweils durch lineare Interpolation zwischen den entsprechenden Werten an den benachbarten Flußprofilen ermittelt. Die einem Wert Xi benachbarten Flußprofile XNN und XNUM werden durch die Prozedur NUMMER aufgesucht. (Siehe Anhang 1).

Das schematisierte Fluß-Diagramm der Prozedur FELD, das die Werte Xi, Ti, Hi, Vi im Innern (im Feld) liefert, ist in Abb.17 dargestellt.

Punkte am Rand:

An den Rändern treten jeweils nur 3 Unbekannte auf: Zeit, Wsp-Höhe und Geschwindigkeit. Zu ihrer Ermittlung stehen die jeweilige Randbedingung und links die Gleichungen für die Rückwärtscharakteristik (19) und (21) bzw. rechts die Gleichungen für die Vorwärtscharakteristik (18) und (20) zur Verfügung.

Als Beispiel einer Rand-Prozedur wird der linke Rand behandelt mit der Wsp-Höhe in Abhängigkeit von der Zeit als vorgegebene Randbedingung (Tabelle HTL = Wsp-Höhe und TTL = Zeit, NST Wertepaare). Die in der Rechnung benötigten Werte werden durch lineare Interpolation mit der Prozedur INTPOL aus der Tabelle errechnet.

Die Differentialquotienten werden durch folgende Differenzquotienten angenähert:

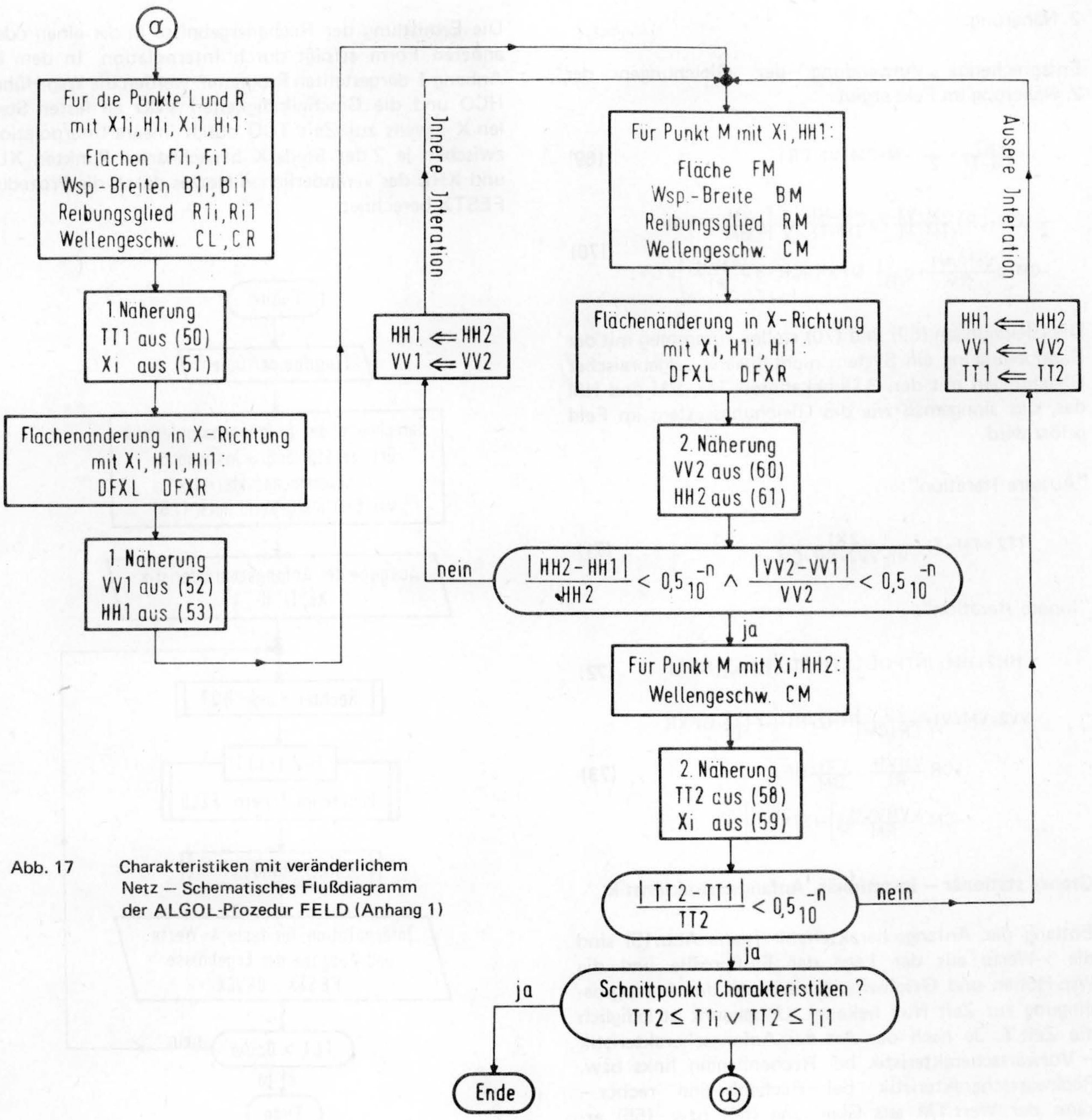


Abb. 17 Charakteristiken mit veränderlichem Netz – Schematisches Flußdiagramm der ALGOL-Prozedur FELD (Anhang 1)

$$\frac{dx}{dt} \sim \frac{-X1}{TM-T1} \qquad \frac{dh}{dt} \sim \frac{HM-H1}{TM-T1} \qquad \frac{dv}{dt} \sim \frac{VM-V1}{TM-T1} \tag{62}$$

Randbedingung:

$$HM = INTPOL(1, TM, TTL, HTL, 1, NST) \tag{63}$$

1. Näherung:

Es werden sinngemäß die Gleichungen der 2. Näherung im Feld angewendet, wobei für die Unbekannten Werte im Punkt M die bekannten Werte im Punkt 0 eingesetzt werden.

Aus den Gleichungen (19) und (21) ergibt sich:

$$\frac{-X1}{TM-T1} = \frac{1}{2}(V0+CL+V1+CR) \tag{64}$$

$$\frac{1}{2}(CL+CR)\frac{VM-V1}{TM-T1} - g\frac{HM-H1}{TM-T1} - \frac{1}{2}\left[g\frac{V0}{B0}DFXR - CL\frac{V0|V0|}{R0} + g\frac{V1}{B1}DFXR - CR\cdot g\frac{V1|V1|}{R1}\right] = 0 \tag{65}$$

Für die gesuchten Werte TM, VM und HM ergibt sich aus den Gleichungen (64) und (65) und aus der Randbedingung (63):

$$TT1 = TM = T1 - \frac{2X1}{V1+V0+CR-CL} \tag{66}$$

$$HH1 = HM = INTPOL(1, TT1, TTL, HTL, 1, NST) \tag{67}$$

$$VV1 = VM = V1 + \frac{2g}{CL+CR}\left\{HH1 - H1 + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{V0}{B0}DFXR - CL\frac{V0|V0|}{R0} + \frac{V1}{B1}DFXR - CR\frac{V1|V1|}{R1}\right)\right] \cdot (TT1-T1)\right\} \tag{68}$$

2. Näherung:

Entsprechende Anwendung der Gleichungen der 2. Näherung im Feld ergibt:

$$\frac{-X1}{TM-T1} = \frac{1}{2}(VM+CM-V1-CR) \tag{69}$$

$$\frac{1}{2}(CM+CR)\frac{VM-V1}{TM-T1} - g\frac{HM-H1}{TM-T1} - \frac{1}{2}\left[g\frac{VM}{BM}DFXR - CM\cdot g\frac{VM|VM|}{RM} + g\frac{V1}{B1}DFXR - CR\cdot g\frac{V1|V1|}{R1}\right] = 0 \tag{70}$$

Die Gleichungen (69) und (70) stellen zusammen mit der Randbedingung ein System nicht-linearer algebraischer Gleichungen mit den 3 Unbekannten TM, VM und HM dar, das sinngemäß wie das Gleichungssystem im Feld gelöst wird.

"Äussere Iteration":

$$TT2 = TM = T1 - \frac{2X1}{V1+VV2-CR-CM} \tag{71}$$

"Innere Iteration":

$$HH2 = HM = INTPOL\,(1,TT1,TTL,HTL,1,NST) \tag{72}$$

$$VV2 = VM = V1 + \frac{2g}{CR+CM}\left\{HH2-H1+\left[\frac{1}{2}\left(\frac{V1}{B1}DFXR - CR\frac{V1|V1|}{R1} + \frac{VV1}{BM}DFXR - CM\frac{VV1|VV1|}{RM}\right)\right]\cdot(TT1-T1)\right\} \tag{73}$$

Grenze stationär – instationär, Anfangscharakteristik:

Entlang der Anfangscharakteristik (siehe Abb.15) sind die x-Werte aus der Lage der Flußprofile und die Wsp-Höhen und Geschwindigkeiten aus der Anfangsbedingung zur Zeit Null bekannt. Unbekannt ist lediglich die Zeit T. Je nach der Art der Anfangscharakteristik – Vorwärtscharakteristik bei Rechenbeginn links bzw. Rückwärtscharakteristik bei Rechenbeginn rechts – kann der Wert TM aus Gleichung (54) bzw. (55) ermittelt werden:

Rechenbeginn links – Vorwärtscharakteristik:

$$Ti = T1i + \frac{2\,(Xi-X1i)}{Vi+CM+V1i+CL} \tag{74}$$

Rechenbeginn rechts – Rückwärtscharakteristik:

$$Ti = Ti1 + \frac{2\,(Xi-Xi1)}{Vi-CM+Vi1-CR} \tag{75}$$

Das Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz liefert die gesuchten Wsp-Höhen und Geschwindigkeiten an veränderlichen Stellen X entlang des Gerinnes zu veränderlichen Zeiten T. Für den praktischen Gebrauch sind jedoch entweder der Verlauf von Wsp-Höhe und Geschwindigkeit an festen Stellen X (Ganglinien) oder der Verlauf von Wsp-Höhe und Geschwindigkeit entlang des Gerinnes zu bestimmten Zeiten T (Wsp- bzw. Geschwindigkeits- profile) erforderlich.

Die Ermittlung der Rechenergebnisse in der einen oder anderen Form erfolgt durch Interpolation. In dem in Anhang 1 dargestellten Programm werden die Wsp-Höhe HCO und die Geschwindigkeiten VCO an festen Stellen X jeweils zur Zeit TCO durch lineare Interpolation zwischen je 2 der Stelle X benachbarten Punkten XLI und XRE des veränderlichen Netzes durch die Prozedur FESTX berechnet.

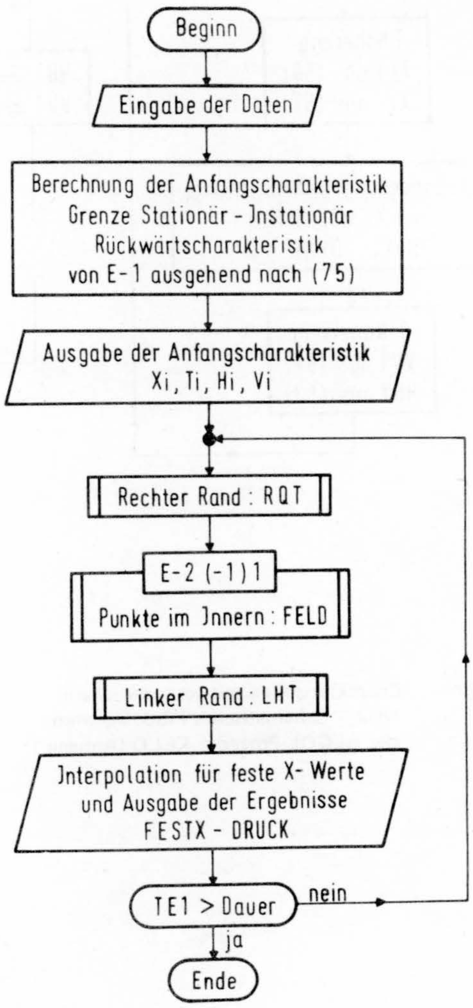


Abb. 18 Charakteristiken mit veränderlichem Netz – Schematisches Flußdiagramm des ALGOL-Programms APM W 108 (Anhang 1)

In Abb.18 ist ein schematisches Fluß-Diagramm für das Algol-Programm APM W 108 (Anhang 1) dargestellt. Dieses Programm hat folgende Randbedingungen:

Linker Rand – Prozedur LHT : Wsp = f(Zeit)
Rechter Rand – Prozedur RQT : Abfluß = f(Zeit)
Rechenbeginn : rechter Rand.

Das Programm wird beendet, sobald die in der Rechnung ermittelte Zeit – hier am rechten Rand – eine vorgegebene Zeit = DAUER überschreitet.

4.4 Charakteristiken mit festem Netz

4.41 Charakteristiken mit konstanter Steigung
(nach [71] und [79], [15])

Es werden die Grundgleichungen (22) und (23) verwendet:

$$\frac{\partial(Fv)}{\partial x} + B\frac{\partial h}{\partial t} \pm \sqrt{\frac{B \cdot F}{g}}\left[\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x} + g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}\right] = 0 \qquad (22)\ (23)$$

Gleichung (22) entspricht einer Vorwärtscharakteristik, Gleichung (23) einer Rückwärtscharakteristik. Mit den Bezeichnungen in Abb.19 werden die Differantialquotienten durch folgende Differenzenquotienten angenähert:

$$\frac{\partial h}{\partial t} \sim \frac{HM-HP}{\Delta t} \qquad \frac{\partial v}{\partial t} \sim \frac{VM-VP}{\Delta t} \qquad (76)$$

Vorwärtscharakteristik:

$$\frac{\partial h}{\partial x} \sim \frac{HP-HL}{\Delta x} \qquad \frac{\partial v}{\partial x} \sim \frac{VP-VL}{\Delta x} \qquad \frac{\partial(F \cdot v)}{\partial x} \sim \frac{FP \cdot VP-FL \cdot VL}{\Delta x} \qquad (77)$$

Rückwärtscharakteristik:

$$\frac{\partial h}{\partial x} \sim \frac{HP-HR}{-\Delta x} \qquad \frac{\partial v}{\partial x} \sim \frac{VP-VR}{-\Delta x} \qquad \frac{\partial(F \cdot v)}{\partial x} \sim \frac{FP \cdot VP-FR \cdot VR}{-\Delta x} \qquad (78)$$

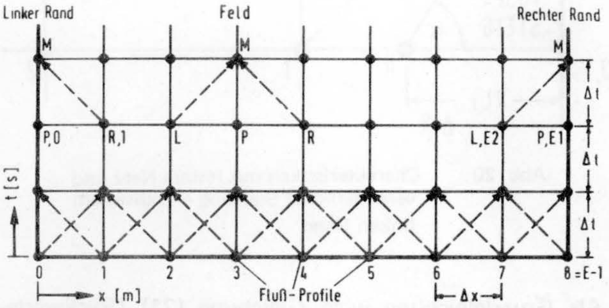


Abb. 19 Charakteristiken mit festem Netz und konstanter Steigung – Rechenschema, Indices der Netzpunkte

Aus den Gleichungen (22) und (23) ergeben sich folgende Differenzengleichungen:

$$\frac{FP \cdot VP-FL \cdot VL}{\Delta x} + BP\frac{HM-HP}{\Delta t} + \sqrt{\frac{BP \cdot FP}{g}}\left[\frac{VM-VP}{\Delta t} + VP\frac{VP-VL}{\Delta x} + g\frac{HP-HL}{\Delta x} + g\frac{VP|VP|}{RP}\right] = 0 \qquad (79)$$

$$\frac{FR \cdot VR-FP \cdot VP}{\Delta x} + BP\frac{HM-HP}{\Delta t} - \sqrt{\frac{BP \cdot FP}{g}}\left[\frac{VM-VP}{\Delta t} + VP\frac{VR-VP}{\Delta x} + g\frac{HR-HP}{\Delta x} + g\frac{VP|VP|}{RP}\right] = 0 \qquad (80)$$

Das Berechnungsschema ist in Abb.19 dargestellt. Es werden ausgehend von der bekannten Anfangsbedingung in Zeitschritten Δt am linken Rand, im Feld und am rechten Rand die Werte von Geschwindigkeit und Wsp-Höhe an den gegebenen Flußprofilen ermittelt. Der Zeitschritt Δt kann unter Berücksichtigung der Stabilitätsbedingung (Courant-Bedingung, Gleichung (41)) für die ganze Berechnung konstant angenommen werden oder für jeden Zeitschritt nach Gleichung (42) neu berechnet werden. (Siehe Prozedur ZEITSCHRITT in Anhang 2).

Für die Punkte im Innern ergibt sich aus (79) und (80):

$$HM = HP - \frac{\Delta t}{2BP \cdot \Delta x}\left\{FR \cdot VR - FL \cdot VL + \sqrt{\frac{BP \cdot FP}{g}} \cdot [VP(2VP-VL-VR) + g(2HP-HL-HR)]\right\} \qquad (81)$$

$$VM = VP - \frac{\Delta t}{2\Delta x}\left\{\sqrt{\frac{g}{BP \cdot FP}}\,[2FP \cdot VP - (FL \cdot VL + FR \cdot VR)] + VP(VR-VL) + g(HR-HL)\right\} - \Delta t \cdot g\frac{VP|VP|}{RP} \qquad (82)$$

Für die Berechnung der Punkte an den Rändern wird die jeweils vorgegebene Randbedingung und links Gleichung (80), rechts Gleichung (79) verwendet.

Am linken Rand ergibt sich bei vorgegebenem zeitlichen Verlauf der Wsp-Höhe als Randbedingung die gesuchte Geschwindigkeit VM aus Gleichung (80), wobei HM = HLINKS aus der Randbedingung bekannt ist. HLINKS kann bei konstantem Δt direkt zu den Zeiten Δt, $2 \cdot \Delta t$ $3 \cdot \Delta t$ gegeben sein oder durch Interpolation aus einer gegebenen Kurve für die erforderlichen Zeiten ermittelt werden.

Für die gesuchte Geschwindigkeit VM am linken Rand ergibt sich mit den Indices aus Abb.19:

$$VM = VP + \sqrt{\frac{g}{FP \cdot BP}}\left[BP(HLINKS-HP)\right] + \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[VP \cdot VP - VP \cdot VR + \sqrt{\frac{g}{BP \cdot FP}}\,(FR \cdot VR - FP \cdot VP) + g(HP-HR)\right] - g\Delta t\frac{VP|VP|}{RP} \qquad (83)$$

Wenn als Randbedingung am rechten Rand eine Schlüsselkurve Q = f(Wsp) (Tabelle QRECHTS = Abfluß, HRECHTS = WSP-Höhe, NST Wertepaare) angenommen wird, ergibt sich

$$V\,RECHTS = \frac{Q\,RECHTS}{F\,RECHTS} = INTPOL\,(1, HM, H\,RECHTS, Q\,RECHTS.1, NST)\,/\,FM \qquad (84)$$

FRECHTS ist die durchflossene Fläche am rechten Rand für die gesuchte Wsp-Höhe HM.

VRECHTS in (79) eingesetzt ergibt die Bestimmungsgleichung für HM am rechten Rand:

$$BP\frac{HM-HP}{\Delta t} + \frac{FP \cdot VP-FL \cdot VL}{\Delta x} + \sqrt{\frac{BP \cdot FP}{g}}\left[\frac{VRECHTS-VP}{\Delta t} + VP\frac{VP-VL}{\Delta x} + g\frac{HP-HL}{\Delta x} + g\frac{VP|VP|}{RP}\right] = 0 \qquad (85)$$

Die Gleichung (85) stellt eine nichtlineare algebraische Gleichung mit einer Unbekannten HM dar, die durch bekannte Verfahren, wie Regula Falsi, Newton-Raphson etc. gelöst werden kann. Hier wurde die Regula Falsi (Sekantenverfahren) verwendet.

Anstelle der Gleichungen (22) und (23), die partielle Ableitungen enthalten, können auch die Gleichungen (20) und (21) für das Charakteristikenverfahren mit festem Netz verwendet werden.

Als Beispiel wird die in Anhang 2 angegebene Prozedur RQHUE beschrieben. Diese Prozedur gilt für den rechten Rand, an dem ein scharfkantiges Rechteckwehr angeordnet ist. Als Randbedingung wird eine Überfallgleichung mit konstantem Überfallbeiwert verwendet.

$$Q = \mathrm{UEFLUS} = \frac{2}{3}\mu B\sqrt{2g}\ \mathrm{HUE}^{3/2}$$

Mit $\frac{2}{3}\mu\, B\sqrt{2g} = \mathrm{UEBERFALL}$ ergibt sich

$$\mathrm{UEFLUS(WSP)} = \mathrm{UEBERFALL}\cdot\mathrm{HUE}\cdot\sqrt{\mathrm{HUE}} \qquad (86)$$

Als zweite Gleichung wird die Gleichung (20) für die Vorwärtscharakteristik verwendet:

$$\sqrt{g\frac{F}{B}}\frac{dv}{dt} + g\frac{dh}{dt} + g\frac{v}{B}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) + \sqrt{g\frac{F}{B}}\, g\frac{v|v|}{k^2\, Ra^{4/3}} = 0 \qquad (20)$$

Die Differentialquotienten werden durch folgende Differenzenquotienten angenähert. (Bezeichnungen she. Abb. 19):

$$\frac{dv}{dt} \sim \frac{VM-VL}{\Delta t} \qquad \frac{dh}{dt} \sim \frac{HM-HL}{\Delta t} \qquad (87)$$

Für die Flächenänderung $(\partial F/\partial x)_h$ in x-Richtung bei konstanter WSp-Höhe h ergibt sich

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_h = DFX \sim \frac{FP-FL}{\Delta x}$$

wobei FP und FL jeweils für die WSp-Höhe HL zu bestimmen sind. (Näherung entsprechend dem Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz).

Für die Wahl der Funktionswerte V, F, B, R = $k^2 \cdot R_a^{4/3}$ in (20) bestehen verschiedene Möglichkeiten:

1. Näherung: Für V, F, B, R werden entweder die Werte am Punkt L oder am Punkt P genommen.

2. Näherung: Für V, F, B, R wird das arithmetische Mittel aus den Werten an den Punkten M und L verwendet.

Die zweite Näherung führt allerdings zu nicht-linearen Gleichungen, deren Auflösung erhöhten Rechenaufwand erfordert. Im vorliegenden Fall wird die 1. Näherung mit den Funktionswerten am Punkt 1 verwendet.

Als Bestimmungsgleichung für die gesuchte WSp-Höhe HM ergibt sich:

$$\sqrt{g\frac{FP}{BP}}\left(\frac{\mathrm{UEFLUS(HM)}}{FM} - VL\right) + g(HM-HL) + \Delta t\left[g\frac{VP}{BP}DFX + g\sqrt{g\frac{FP}{BP}}\ \frac{VP|VP|}{RP}\right] = 0 \qquad (88)$$

Die Geschwindigkeit VM ergibt sich zu

$$VM = \frac{\mathrm{UEFLUS\ (HM)}}{FM} \qquad (89)$$

wobei FM für die berechnete Wsp-Höhe HM zu ermitteln ist.

Gleichung (88) stellt eine nicht-lineare algebraische Gleichung dar, die im vorliegenden Fall durch die Regula Falsi gelöst wird.

4.42 Charakteristiken mit variabler Steigung

Als Beispiel für variable Steigung der Charakteristiken im festen Netz wird die Prozedur LQT aus Anhang 2 behandelt.

Diese Prozedur ermittelt die Wsp-Höhe HM und die Geschwindigkeit VM am linken Rand bei vorgegebenem Abfluß in Abhängigkeit von der Zeit als Randbedingung. (Tabelle QLINKS = Rand, TLINKS = TT, ZS Wertepaare).

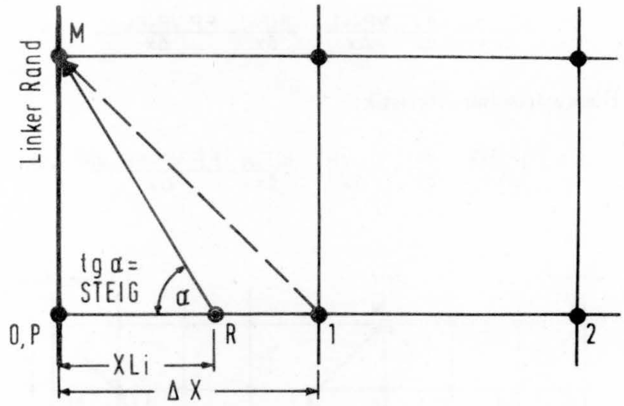


Abb. 20 Charakteristiken mit festem Netz und veränderlicher Steigung – Indices am linken Rand

Als Grundgleichung wird Gleichung (21) (Rückwärtscharakteristik) verwendet. Es wird mit der 2. Näherung gerechnet, die Funktionswerte am Punkt P (siehe Abb.20) werden durch Interpolation 2. Grades nach Newton aus den Werten bei 0, 1, 2 bestimmt (Prozedur NEWTON in Anhang 2).

Newton'sche Interpolation:

$$f(R) = f(o) + \frac{XLi}{\Delta x}\left[f(1) - f(o)\right] + \frac{1}{2}\,\frac{XLi}{\Delta x}\left(\frac{XLi}{\Delta x} - 1\right)\left[f(2) - 2\,f(1) + f(o)\right] \qquad (90)$$

Die Geschwindigkeit VM ergibt sich zu

$$VM = \mathrm{INTPOL\ (1, ZEIT, TT, RAND, 1, ZS)/FM} \qquad (91)$$

wobei FM für die zu ermittelnde Wsp-Höhe HM zu berechnen ist.

Als Bestimmungsgleichung für die gesuchte Wsp-Höhe HM ergibt sich aus Gleichung (21):

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{g\frac{FM}{BM}}+\sqrt{g\frac{FR}{BR}}\right)(VM-VR)-g(HM-HR)-\Delta t\cdot g$$

$$-\Delta t\cdot g\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{VM}{BM}DFX-\sqrt{g\frac{FM}{BM}}\,\frac{VM|VM|}{RM}\right. \qquad (92)$$

$$\left.+\frac{VR}{BR}DFX-\sqrt{g\frac{FR}{BR}}\,\frac{VR|VR|}{RR}\right)=0$$

In Gleichung (92) sind FM, BM, RM jeweils für die gesuchte Wsp-Höhe HM zu berechnen. VM ergibt sich aus der Randbedingung (91). Die Flächenänderung in der x-Richtung DFX ergibt sich zu

$$DFX \sim \frac{FM-FR}{-XLI} \qquad (93)$$

wobei FM und FR für die Wsp-Höhe HR zu berechnen sind (Näherung entsprechend dem Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz).

Die Steigung der Rückwärtscharakteristik R—M (Abb.20) ergibt sich aus Gleichung (19) zu:

1. Näherung

$$STEIG = tg\alpha = V1-\sqrt{g\frac{F1}{B1}} \qquad (94)$$

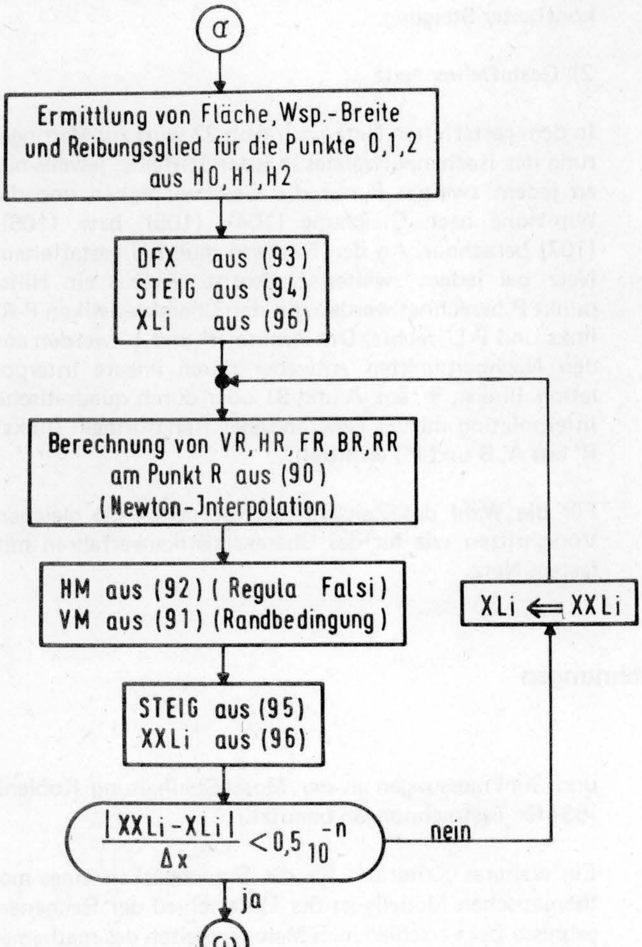


Abb. 21 Charakteristiken mit festem Netz und veränderlicher Steigung — schematisches Flußdiagramm der ALGOL-Prozedur LQT für den linken Rand (Anhang 2)

2. Näherung

$$STEIG = tg\alpha = \frac{1}{2}\left(VR-\sqrt{g\frac{FR}{BR}}+VM-\sqrt{g\frac{FM}{BM}}\right) \qquad (95)$$

wobei FM, BM für die gesuchte Wsp-Höhe HM zu berechnen sind und VM sich aus der Randbedingung (91) ergibt.

Aus der Steigung der Charakteristik ergibt sich die Lage des Punktes R (Abb.20) zu

$$XLI = XXLI = -\ STEIG\cdot\Delta t \qquad (96)$$

Die Auflösung der nicht-linearen algebraischen Gleichung (92) erfolgt mit der Regula Falsi, die Lage des Punktes R (XLi) wird durch Iteration bestimmt. Das schematische Flußdiagramm für die Prozedur LQT ist in Abb.21 dargestellt.

Ein vollständige Rechenverfahren für Charakteristiken mit festem Netz und veränderlicher Steigung wurde nicht entwickelt. Rechenverfahren hierzu sind beschrieben in [12], [72], [82].

4.5 Explizite Differenzenverfahren

Für die sogenannten direkten expliziten Differenzenverfahren werden im Innern (Feld) die Grundgleichungen (1a) und (2) verwendet, (siehe [40], [28], [71], [73]):

$$\frac{\partial(F\cdot v)}{\partial x}+B\frac{\partial h}{\partial t}=0 \qquad (1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}+g\frac{\partial h}{\partial x}+g\frac{v|v|}{k^2\,Ra^{4/3}}=0 \qquad (2)$$

Die Differentialquotienten werden durch folgende Differenzenquotienten angenähert (Bezeichnungen siehe Abb.22):

$$\frac{\partial(F\cdot v)}{\partial x}\sim\frac{FR\cdot VR-FL\cdot VL}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}\sim\frac{VR-VL}{2\Delta x} \qquad (97)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}\sim\frac{HR-HL}{2\Delta x}$$

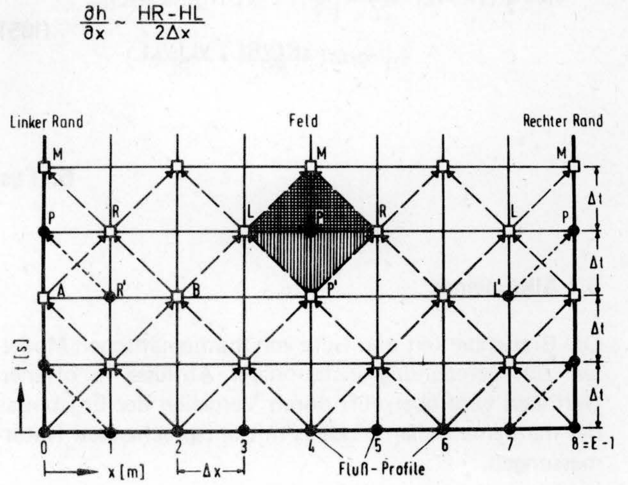


Abb. 22 Direktes explizites Differenzenverfahren — Rechenschema für das gestaffelte Netz und Indices der Netzpunkte

"Ein-Schritt Verfahren":

$$\frac{\partial v}{\partial t} \sim \frac{VM - \frac{1}{2}(VR+VL)}{\Delta t}$$
$$\frac{\partial h}{\partial t} \sim \frac{HM - \frac{1}{2}(HR+HL)}{\Delta t} \qquad (98)$$

"Zwei-Schritt Verfahren Bocksprung":

$$\frac{\partial v}{\partial t} \sim \frac{VM - VP'}{2\Delta t}$$
$$\frac{\partial h}{\partial t} \sim \frac{HM - HP'}{2\Delta t} \qquad (99)$$

Aus Gleichung (1a) und (2) ergibt sich:

"Ein-Schritt Verfahren":

$$\frac{FR \cdot VR - FL \cdot VL}{2\Delta x} - \frac{1}{2}(BR+BL)\frac{HM - \frac{1}{2}(HR+HL)}{\Delta t} = 0 \qquad (100)$$

$$\frac{VM - \frac{1}{2}(VR+VL)}{\Delta t} + \frac{1}{2}(VR+VL)\frac{VR-VL}{2\Delta x} + g\frac{HR-HL}{2\Delta x} + g \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{VR|VR|}{RR} + \frac{VL|VL|}{RL}\right) = 0 \qquad (101)$$

"Zwei-Schritt Verfahren Bocksprung":

$$\frac{FR \cdot VR - FL \cdot VL}{2\Delta x} + \frac{1}{2}(BR+BL)\frac{HM - HP'}{2\Delta t} = 0 \qquad (102)$$

$$\frac{VM - VP'}{2\Delta t} + \frac{1}{2}(VR+VL)\frac{VR-VL}{2\Delta x} + g\frac{HR-HL}{2\Delta x} + g \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{VR|VR|}{RR} + \frac{VL|VL|}{RL}\right) = 0 \qquad (103)$$

Die gesuchte Wsp-Höhe HM und Geschwindigkeit VM ergibt sich aus den Gleichungen (100), (101) bzw. (102), (103) zu:

"Ein-Schritt Verfahren":

$$HM = \frac{1}{2}(HR+HL) + \frac{\Delta t}{\Delta x(BR+BL)}(FL \cdot VL - FR \cdot VR) \qquad (104)$$

$$VM = \frac{1}{2}(VR+VL) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}\left[\frac{1}{2}(VR^2-VL^2) + g(HR-HL)\right] - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t\left(\frac{VR|VR|}{RR} + \frac{VL|VL|}{RL}\right) \qquad (105)$$

"Zwei-Schritt Verfahren Bocksprung":

$$HM = HP' + \frac{2\Delta t}{\Delta x(BR+BL)}(FL \cdot VL - FR \cdot VR) \qquad (106)$$

$$VM = VP' - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\frac{1}{2}(VR^2-VL^2) + g(HR-HL)\right] - g\,\Delta t\left(\frac{VR|VR|}{RR} + \frac{VL|VL|}{RL}\right) \qquad (107)$$

Zur Berechnung der Unbekannten an den Rändern wird bei den direkten expliziten Verfahren jeweils ein Charakteristikenverfahren mit festem Netz benutzt. Es wäre auch ein Charakteristikenverfahren mit beweglichem Netz möglich. Dies würde jedoch bedeuten, daß der Vorteil der Verfahren mit festem Netz, nämlich die einfachere Berechnung der Unbekannten, aufgegeben würde.

Für die expliziten Differenzenverfahren werden 2 Netzarten verwendet:

1) Verzahntes Netz

Das explizite Verfahren mit verzahntem Netz (siehe Abb.19) ist bis auf die Bestimmungsgleichungen für Geschwindigkeit und Wsp-Höhe im Innern (Feld) (Gleichungen (104), (105) bzw. (106), (107)) identisch mit dem Charakteristikenverfahren mit festem Netz und konstanter Steigung.

2) Gestaffeltes Netz

In dem gestaffelten Netz nach Abb.22 wird zur Verringerung des Rechenaufwandes in jeder Δt-Reihe jeweils nur an jedem zweiten Punkt die Geschwindigkeit und die Wsp-Höhe nach Gleichung (104), (105), bzw. (106), (107) berechnet. An den Rändern muß bei gestaffeltem Netz bei jedem zweiten Δt-Schritt jeweils ein Hilfspunkt P berechnet werden mit den Charakteristiken P-R' links und P-L' rechts. Die Punkte R' und L' werden aus den Nachbarpunkten entweder durch lineare Interpolation (links: R' aus A und B) oder durch quadratische Interpolation mittels Newton'scher Randformeln (links: R' aus A, B und P') ermittelt.

Für die Wahl des Zeitschrittes Δt gelten die gleichen Vorschriften wie für das Charakteristikenverfahren mit festem Netz.

5. Testrechnungen

5.1 Allgemeines

Die Brauchbarkeit und Güte von mathematischen Modellen zur Berechnung instationärer Abflüsse in offenen Gerinnen wird überprüft durch Vergleich der Ergebnisse des mathematischen Modells mit entsprechenden Naturmessungen.

Im Rahmen dieses Beitrags wurden eigene Schwallmessungen in einer Rechteckrinne ("Buhnenrinne") der BAW, die Messungen von RAMPONI [85] sowie Schwall- und Sunkmessungen in der Mosel-Stauhaltung Koblenz [83] für Testrechnungen benutzt.

Ein weiteres Kriterium für die Brauchbarkeit eines mathematischen Modells ist der Unterschied der Rechenergebnisse bei verschiedenen Maschenweiten des mathematischen Modells. Die Rechenergebnisse müssen bei fortschreitender Verfeinerung des Netzes auf einen Wert konvergieren. Unterhalb einer für die Praxis sinnvollen Maschenweite (Profilabstände in der Größenordnung 50 bis 100 m) sollten bei weiterer Verfeinerung des Netzes die Schwankungen der Rechenergebnisse kleiner sein als ca. 5%, wenn das Verfahren für die Praxis brauchbar sein soll. Untersuchungen in dieser Richtung wurden bei der Testrechnung "Schleusenrinne" durchgeführt.

Als Anfangsbedingung für die Testrechnungen wurde jeweils der stationäre Wasserspiegelverlauf entlang des Gerinnes zur Zeit Null verwendet. Diese stationäre Wasserspiegellinie wurde in der Weise gewonnen, daß zunächst aus den in der Natur gemessenen Werten die Abflußbeiwerte k der Fließformel von GAUCKLER-MANNING-STRICKLER zurückgerechnet (Eichung des mathematischen Modells) und dann mit diesen Werten die entsprechende Staulinie rechnerisch ermittelt wurde. Diese Berechnungen wurden jeweils getrennt von der eigentlichen Berechnung des instationären Abflusses durchgeführt.

5.2 Testrechnung "Buhnenrinne"

In einem für Buhnenuntersuchungen erbauten Beton-Rechteckgerinne der BAW wurden vor Einbau der Buhnen Schwallmessungen durchgeführt. Das Gerinne hat folgende Abmessungen (siehe Abb.23):

Länge:	40 m
Breite:	2,50 m (Rechteckrinne)
Gefälle:	0,6 %

Am unteren Ende des Gerinnes ist eine Stauklappe angeordnet. Als Anfangsbedingung wurde für einen Abfluß $Q_o = 0{,}053\ m^3/s$ mit der Stauklappe eine Wassertiefe im Gerinne von 0,06 m eingestellt. Für diese Stellung der Stauklappe wurde am unteren Ende des Gerinnes (Profil 8) die Q = f(Wsp) - Kurve gemessen (siehe Abb.23, Rand rechts). Die rechnerische Ermittlung des k-Wertes ergab $k = 95{,}86\ m^{1/3}/s$.

Durch zeitweise Veränderung des Zuflusses in das Gerinne wurden verschiedene instationäre Abflüsse erzeugt. Durch Wellensonden in den Profilen 0 bis 8 wurde jeweils der zeitliche Verlauf der Wasserspiegelhöhe gemessen.

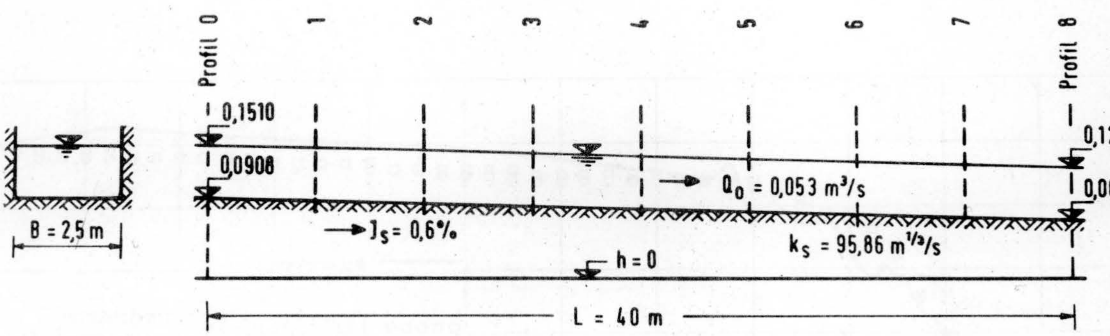
Für die Testrechnungen wurde als Randbedingung am linken Rand (Profil 0) jeweils der dort gemessene zeitliche Wasserspiegelverlauf Wsp = f(Zeit) eingeführt. Als Randbedingung am rechten Rand (Profil 8) wurde die gemessene Abflußkurve Q = f(Wsp) angenommen.

Für folgende Verfahren mit festem Netz wurden Test rechnungen durchgeführt:

a) Charakteristiken mit konst. Steigung
b) Explizit-verzahnt "Ein-Schritt"
c) Explizit-verzahnt "Zwei-Schritt Bocksprung"
d) Explizit-gestaffelt "Ein-Schritt".

Beim Verfahren b) (Explizit-verzahnt "Ein-Schritt") wurde der Einfluß von veränderlichen Zeitschritten sowie eine Verfeinerung des Netzes (Δx = 2,5 m und Δx = 1,66 m) untersucht.

Die Testrechnungen ergaben für alle Verfahren gute Übereinstimmung mit den Naturmessungen. Die Einführung veränderlicher Zeitschritte zeigte, daß dadurch die Naturmessungen besser angenähert werden können. Dabei bewirkten COURANT-Zahlen über 1,0 instabiles Verhalten der Rechnung. Eine Verfeinerung des Netzes von Δx = 2,50 m auf Δx = 1,66 m ergab keine wesentlichen Abweichungen der Ergebnisse. Steile Wellenfronten wurden durch Charakteristiken mit konstanter Steigung besser reproduziert als durch direkte explizite Verfahren.



Anfangsbedingung:
Q = 0,053 m³/s
Wassertiefe - 0,06 m

Rand rechts:
Abflußkurve
Q = Q (Wsp)

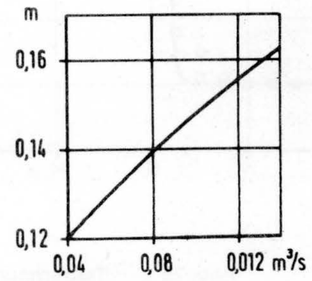


Abb. 23 Testrechnung "Buhnenrinne" — Abmessungen der Rinne, Randbedingungen

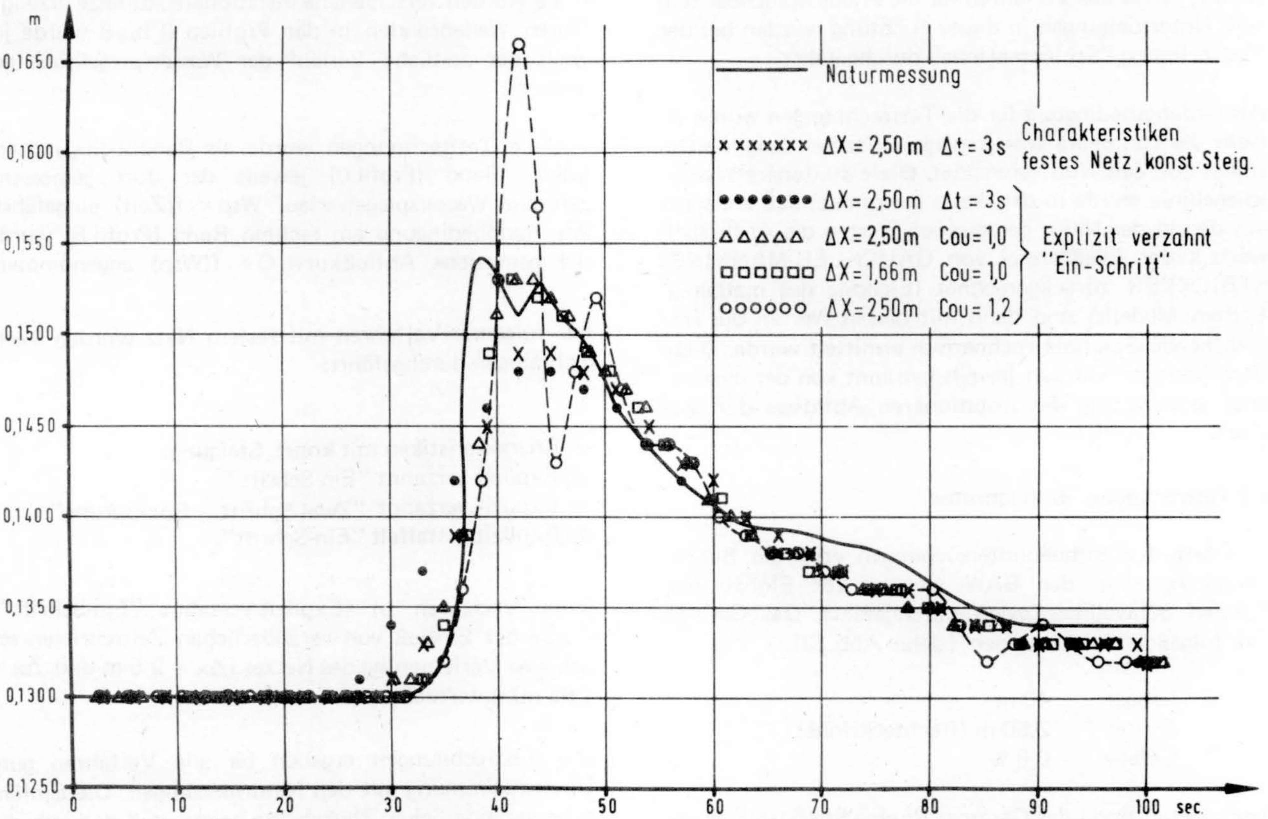


Abb. 24 Testrechnung "Buhnenrinne" – Versuch 5: zeitlicher Wasserspiegelverlauf bei Profil 7

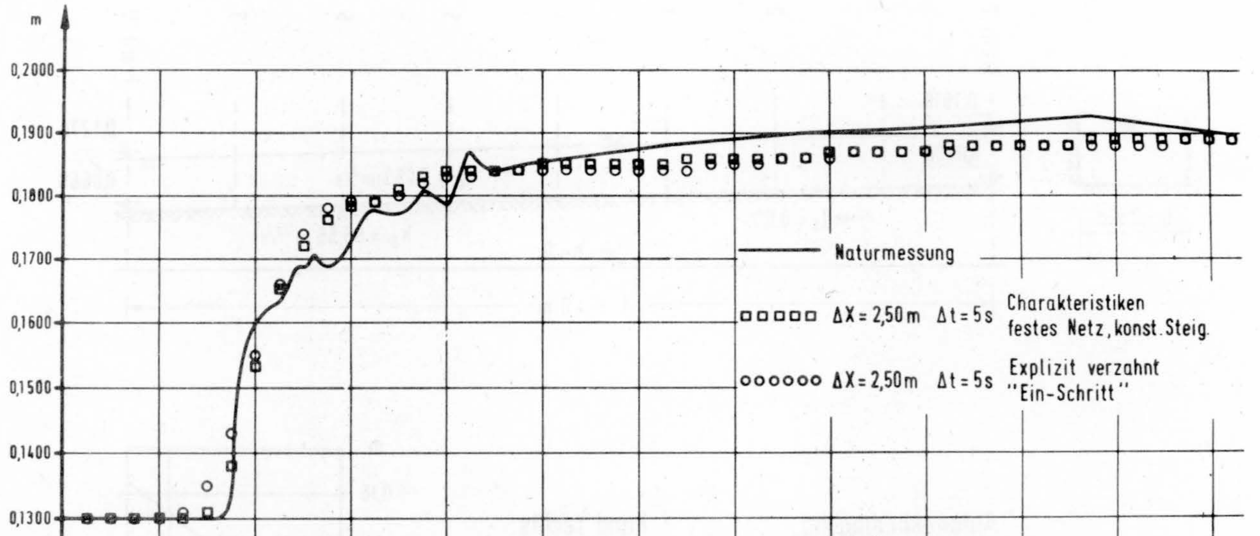


Abb. 25 Testrechnung "Buhnenrinne" – Versuch 6: zeitlicher Wasserspiegelverlauf bei Profil 7

In den Abb.24 und 25 sind die Naturmessungen sowie die Rechenergebnisse für einige Verfahren am Profil 7 dargestellt.

5.3 Testrechnung "RAMPONI"

Von RAMPONI wurden Schwallmessungen in einer Versuchsrinne durchgeführt, siehe [85]. Unter den durchgeführten Versuchen sind instationäre Abflüsse mit brandender Welle (Bore). Um das Verhalten der Verfahren mit festem Netz bei Auftreten einer Bore zu testen, wurde der in Fig. 12c der Veröffentlichung von RAMPONI dargestellte Versuch nachgerechnet.

Abmessungen der Versuchsrinne:

Länge:	110 m
Breite:	1,50 m (Rechteckrinne)
Gefälle:	0,017 %

Der als Anfangsbedingung benutzte stationäre Abfluß betrug Q_o = 0,022 m^3/s bei einer Wassertiefe von 0,10 m. Die Rückrechnung des k-Wertes ergab hierfür k = 56,80 $m^{1/3}/s$.

Als Randbedingung am linken Rand wurde der gemessene zeitliche Wasserspiegelverlauf WSp = f(Zeit) verwendet. Am rechten Rand wurde für das vorgegebene Gefälle der Rinne und für den berechneten k-Wert eine Abflußkurve Q = f(WSp) rechnerisch ermittelt und als Randbedingung verwendet. Testrechnungen wurden durchgeführt mit dem Charakteristikenverfahren mit festem Netz und konstanter Steigung bei konstanten Zeitschritten sowie mit dem Verfahren explizit-verzahnt "Ein-Schritt" für eine COURANT-Zahl von 0,9.

Die Testrechnungen zeigten, daß mit dem Verfahren mit festem Netz auch eine Bore relativ gut reproduziert wird: Die Wasserspiegelhöhen vor und hinter der Bore stimmen gut mit der Natur überein, die Bore selbst wird im mathematischen Modell in die Länge gezogen und geglättet.

In Abb.26 sind die Naturmessungen und die Rechenergebnisse an der Stelle x = 34 m dargestellt.

5.4 Testrechnung "Schleusenrinne"

Um das Verhalten der einzelnen Verfahren bei Gerinnen mit veränderlichem Querschnitt zu untersuchen, wurden an einem in etwa den Verhältnissen in einem Schiffahrtskanal mit Schleuse nachgebildeten Gedankenmodell "Schleusenrinne" Testrechnungen durchgeführt.

Die Abmessungen dieser "Schleusenrinne" sind in Abb.27 dargestellt:

Länge:	1200 m
Breite:	15.00/60.00 m (Rechteckrinne)
Gefälle:	0
k-Wert:	55 m $^{1/3}$/s.

Als Anfangsbedingung wurde Q_o = 0 bei einer Wassertiefe H = 4 m gewählt. Am rechten Rand wurde ein Überfall angeordnet und die Überfallgleichung

als Randbedingung Q = f(WSp) eingeführt. Am linken Rand wurde die zeitliche Abflußänderung Q = f(Zeit) entsprechend den Verhältnissen bei einer Schleusung (siehe Abb.27) als Randbedingung vorgegeben.

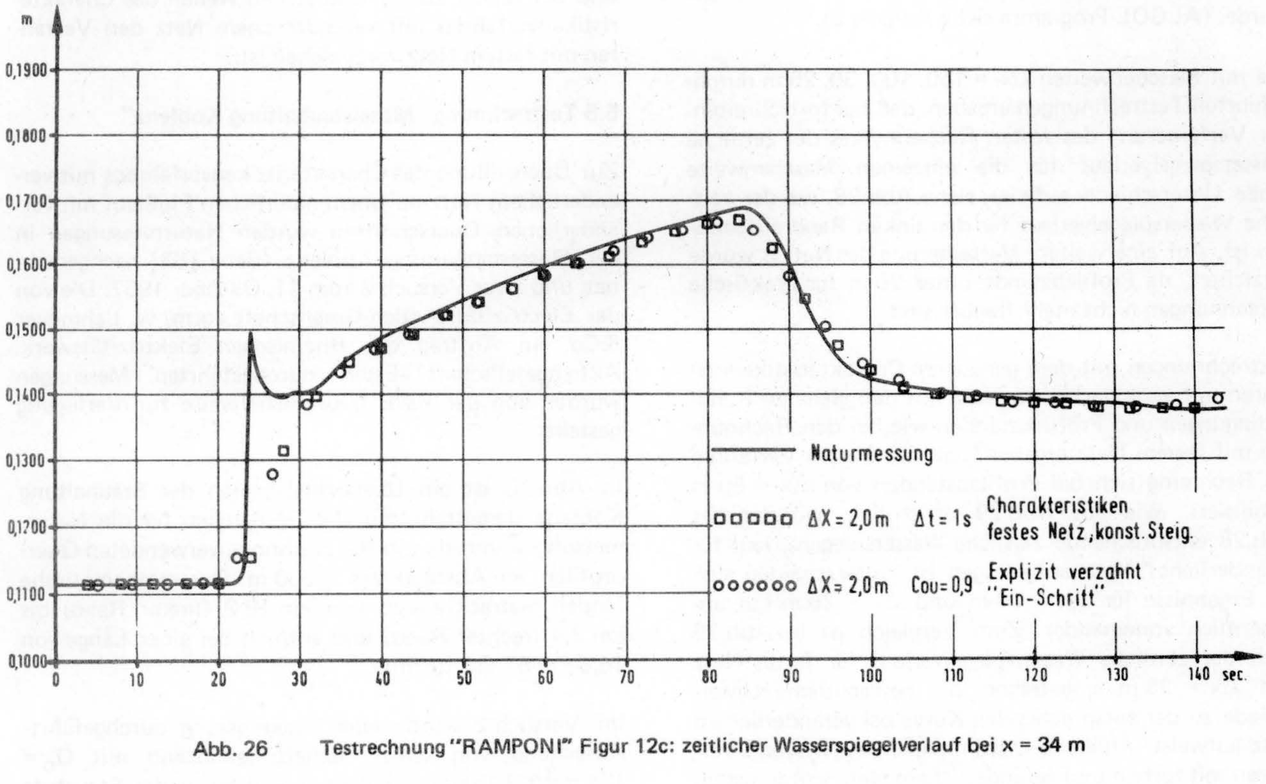


Abb. 26 Testrechnung "RAMPONI" Figur 12c: zeitlicher Wasserspiegelverlauf bei x = 34 m

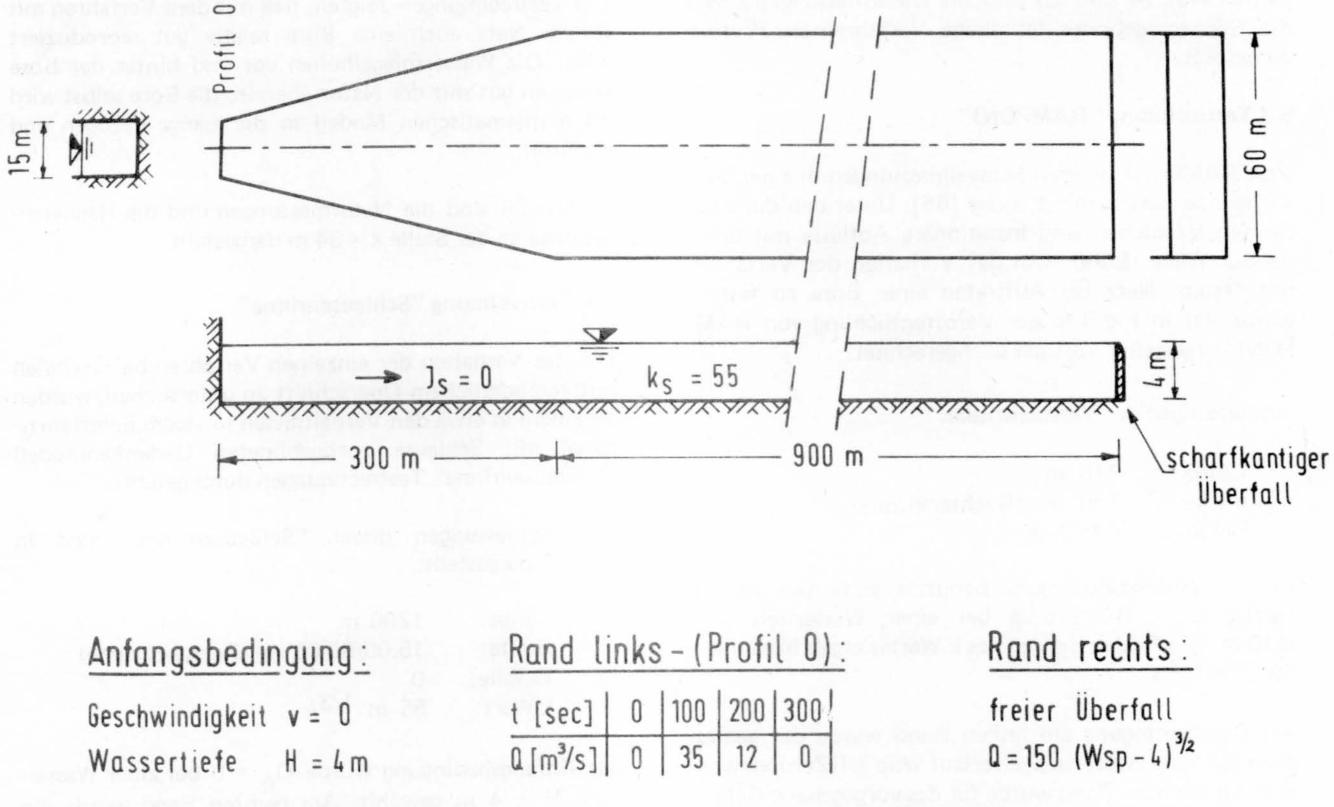


Abb. 27 Testrechnung "Schleusenrinne" — Abmessungen der Rinne, Randbedingungen

Testrechnungen wurden zunächst durchgeführt mit einem direkten Differenzenverfahren explizit-verzahnt "Ein-Schritt" mit veränderlichen Zeitschritten (COU = 0,9), wobei am linken Rand eine Rückwärtscharakteristik mit veränderlicher Steigung und quadratischer Interpolation (Newton'sche Randformel) verwendet wurde. (ALGOL-Programm siehe Anhang 2).

Die mit Maschenweiten Δx = 150, 100, 50, 25 m durchgeführten Testrechnungen ergaben, daß bei fortschreitender Verfeinerung des festen Rechennetzes der zeitliche Wasserspiegelverlauf für die einzelnen Maschenweite große Unterschiede aufwies: siehe Abb.28, wo der zeitliche Wasserspiegelverlauf für den linken Rand aufgetragen ist. Auf eine weitere Verfeinerung des Netzes wurde verzichtet, da Profilabstände unter 25 m für praktische Berechnungen nicht mehr tragbar sind.

Testrechnungen mit dem genaueren Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz mit den gleichen Randbedingungen und Profilabständen wie bei den Rechnungen mit festem Netz ergaben, daß bei diesem Verfahren die Rechnung sich bei Profilabständen von Δx = 50 m stabilisiert. Wie aus Abb.29 ersichtlich, wo der der Abb.28 entsprechende zeitliche Wasserspiegelverlauf für veränderliches Netz aufgetragen ist, unterscheiden sich die Ergebnisse für Δx = 50 m und Δx = 25 m nur unwesentlich voneinander. Zum Vergleich ist in Abb.29 auch der zeitliche Wasserspiegelverlauf für festes Netz und Δx = 25 m eingetragen, der beträchtliche Unterschiede zu der entsprechenden Kurve bei veränderlichem Netz aufweist. Ähnliche Unstimmigkeiten zwischen Verfahren mit festem und veränderlichem Netz wurden auch von FLETSCHER [29] und MC LAUGHLIN [52] beobachtet.

Die Testrechnungen "Schleusenrinne" lassen den Schluß zu, daß bei Gerinnen mit veränderlichen Querschnitten und bei relativ kurzen und steilen Wellen das Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz den Verfahren mit festem Netz vorzuziehen ist.

5.5 Testrechnung "Moselstauhaltung Koblenz"

Zur Überprüfung des Charakteristikenverfahrens mit veränderlichem Netz an einem natürlichen Flußlauf mit veränderlichen Querschnitten wurden Naturmessungen in der Moselstauhaltung Koblenz (siehe [83] nachgerechnet, und zwar Versuch 2 vom 11. Oktober 1957. Die von der Electrizitäts-Actien-Gesellschaft vorm. W. Lahmeyer &Co. im Auftrag der Rheinischen Elektrizitätswerk Aktiengesellschaft Essen durchgeführten Messungen wurden von der RWE freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

In Abb.30 ist ein Übersichtslageplan der Stauhaltung Koblenz dargestellt mit den Meßstellen für die Naturmessungen und den in der Rechnung verwendeten Querprofilen im Abstand Δx = 300 m. Das mathematische Modell erstreckte sich von km 19,2 (linker Rand) bis km 2,4 (rechter Rand) und enthielt bei einer Länge von 16,8 km 57 Querprofile.

Im Versuch 2 wurde eine Sunkmessung durchgeführt: Ausgehend von einem Beharrungszustand mit Q_o = 124 m^3/s (Anfangsbedingung) wurde an der Staustufe

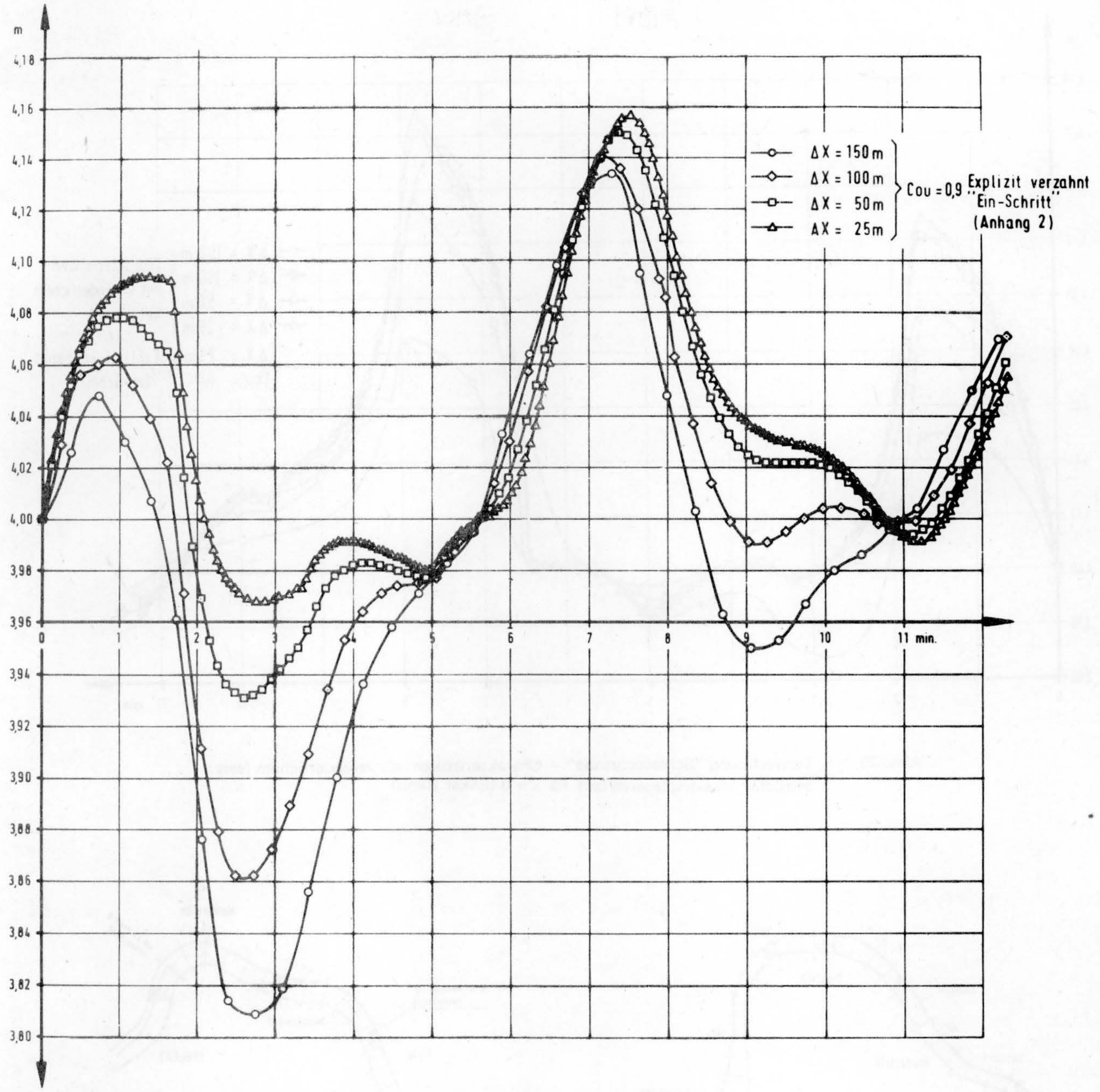


Abb. 28 Testrechnung "Schleusenrinne" – Verfahren mit festem Netz: zeitlicher Wasserspiegelverlauf für x = 0 (linker Rand)

Koblenz durch Zuschalten von weiteren Turbinen der Durchfluß innerhalb von 20 min. auf $Q = 425\ m^3/s$ erhöht, weitere 30 min. auf dieser Größe belassen und dann durch Abschalten aller Maschinen innerhalb 30 min. auf Null gedrosselt. (Siehe Abb.31, Randbedingung rechts).

An verschiedenen Pegeln (Schreib- bzw. Lattenpegeln) wurde der zeitliche Verlauf der Wasserspiegelhöhen ermittelt (siehe Abb.31).

Für das mathematische Modell wurden zunächst für den Beharrungszustand $Q_o = 124\ m^3/s$ und für die dabei gemessenen Wasserspiegelhöhen an den einzelnen Pegeln die k-Werte zurückgerechnet. Für die einzelnen Profile ergaben sich folgende k-Werte:

Mosel–km	k [$m^{1/3}/s$]
2,4 – 5,1	25,54
5,4	28,39
5,7	31,24
6,0	34,09
6,3 – 8,7	36,94
9,0	35,97
9,3 – 10,8	35,00
11,1	33,08
11,4	31,16
11,7	29,24
12,0 – 14,7	27,32
15,0	25,57
15,3 – 15,6	23,74
15,9	23,57
16,2 – 16,8	23,41
17,1	25,87
17,4 – 19,2	28,18

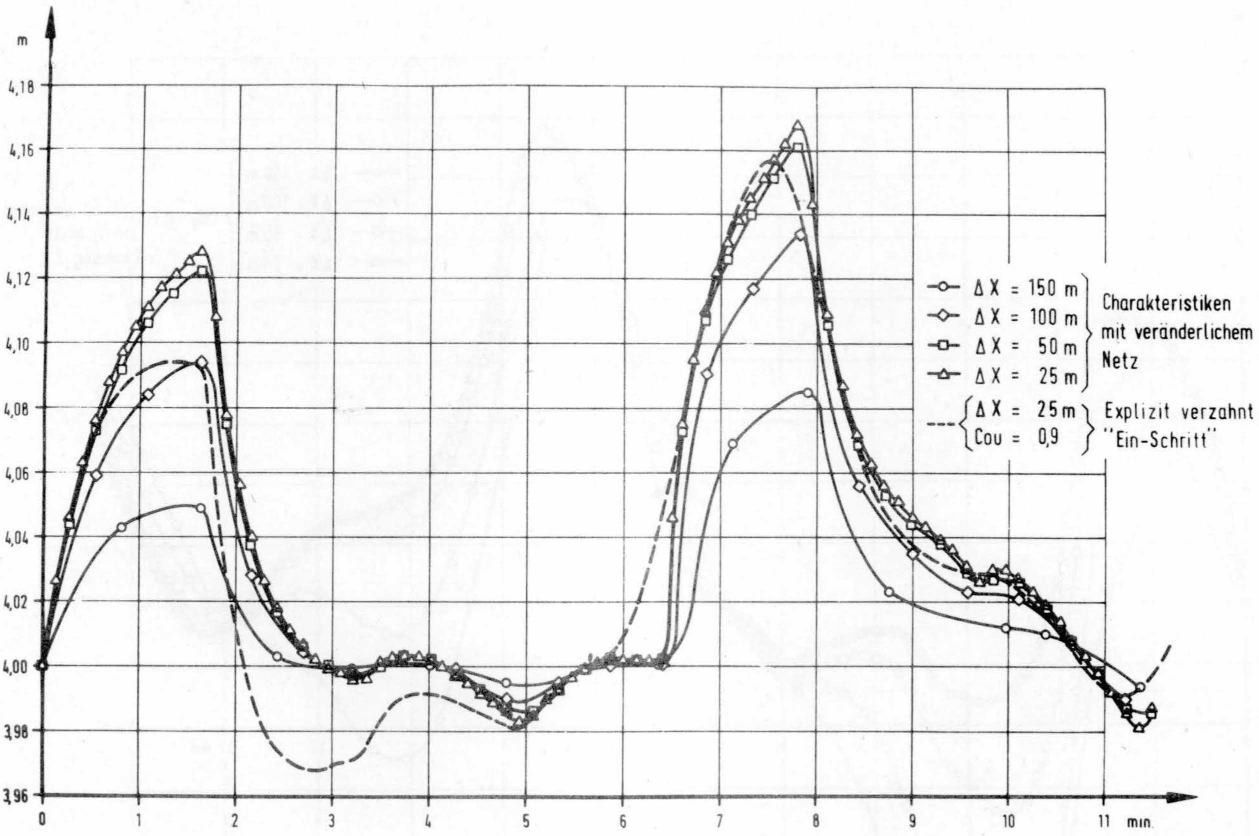


Abb. 29 Testrechnung "Schleusenrinne" – Charakteristiken mit veränderlichem Netz: zeitlicher Wasserspiegelverlauf für x = 0 (linker Rand)

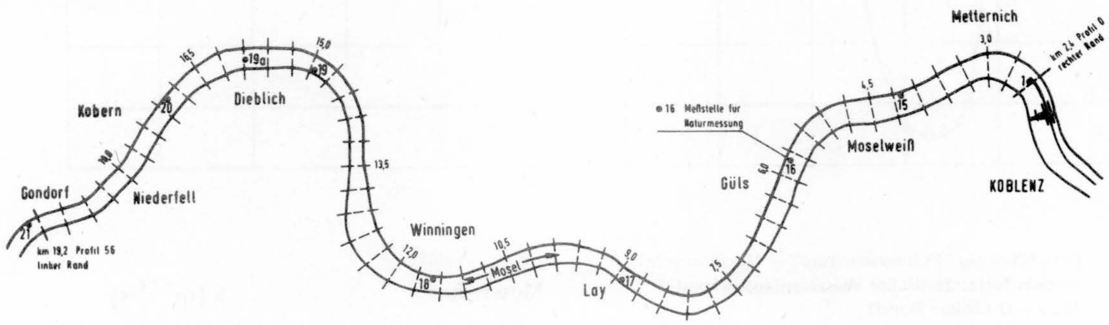


Abb. 30 Testrechnung "Moselstauhaltung Koblenz" – Übersichtslageplan

Mit diesen errechneten Werten wurde für $Q_o = 124\ m^3/s$ die Staulinie als Anfangsbedingung für die Berechnung des instationären Abflusses ermittelt. Im Laufe der Berechnung der Anfangsbedingung zeigte sich, daß die Naturmessung des Wasserspiegelverlaufs bei km 2,4 (rechter Rand) wahrscheinlich einen Höhenfehler von ca. 5 cm aufweist. Die Anhebung dieser Messung um 5 cm (siehe Abb.31) erwies sich als sinnvoll.

Am rechten Rand wurde der Q-Fahrplan (siehe Abb.31) Q = f(Zeit) als Randbedingung vorgegeben. Am linken Rand wurde ein der Naturmessung angenäherter zeitlicher Wasserspiegelverlauf WSp = f(Zeit) (siehe Abb.31) als Randbedingung verwendet. Das ALGOL-Programm für das mathematische Modell ist in Anhang 1 dargestellt.

Die in der Natur gemessenen sowie die aus dem mathematischen Modell erhaltenen Wasserspiegelganglinien sind in Abb.31 dargestellt. Die Rechenergebnisse zeigen, daß durch das gewählte mathematische Modell mit Charakteristiken mit veränderlichem Netz die Verhältnisse in der Natur gut reproduziert werden.

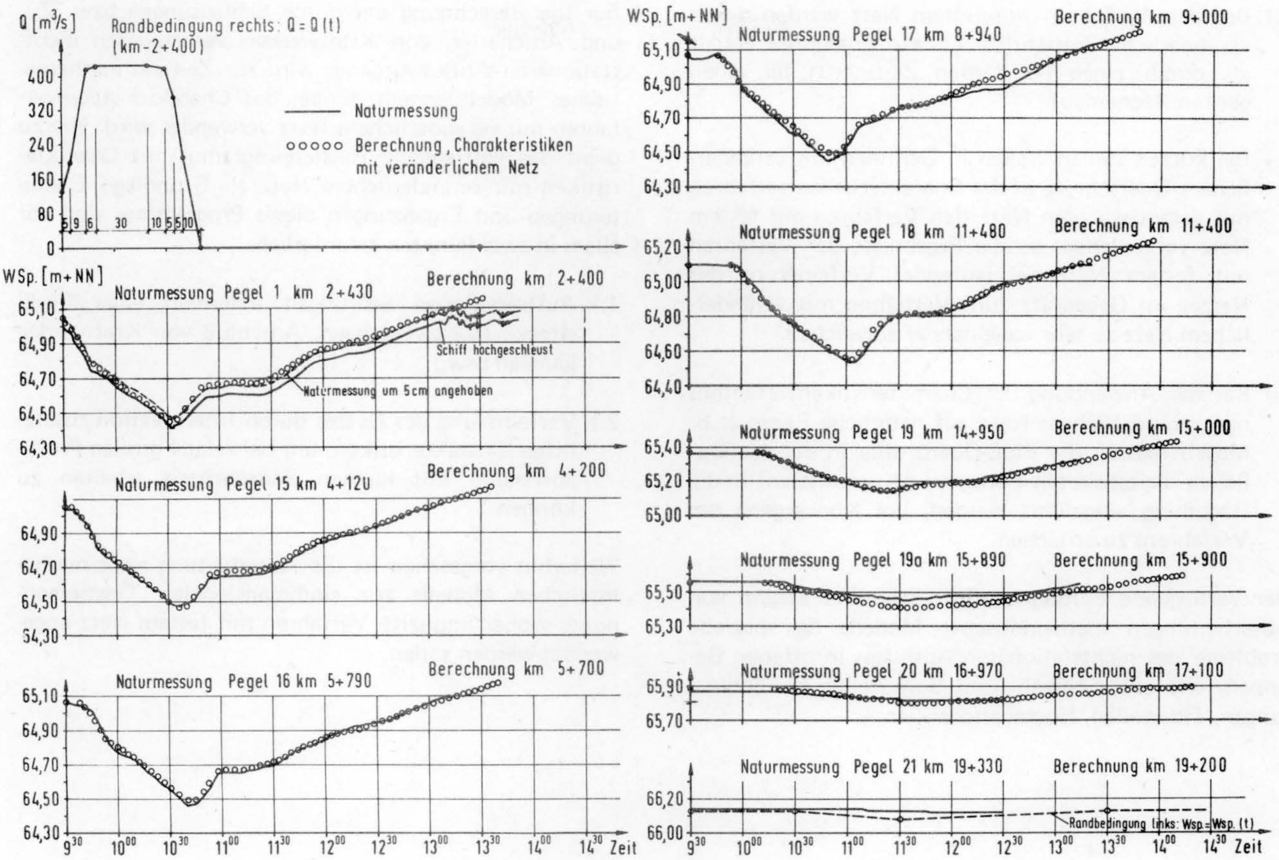


Abb. 31 Testrechnung "Moselstauhaltung Koblenz" – Charakteristiken mit veränderlichem Netz: zeitlicher Wasserspiegelverlauf an den einzelnen Meßpunkten, Q-Fahrplan

Die Testrechnungen "Moselstandhaltung Koblenz" wurden anfangs mit Flächen- und Reibungsgliedkurven durchgeführt. Mit dieser Darstellung der Gerinnegeometrie konnte jedoch bei der Berechnung der Punkte im Innern (ALGOL-Prozedur FELD) keine Konvergenz erreicht werden. Erst durch die Darstellung der Fluß-Profile in der ausführlichen digitalisierten Form (y,z-Koordinaten) und Berechnung der Profilwerte für jeden einzelnen Rechenschritt mittels der ALGOL-Prozedur GEOMETRIE konvergierte das im Innern (FELD) verwendete Verfahren zur Lösung der vier nichtlinearen algebraischen Gleichungen mit den 4 Unbekannten x, t, h, v.

6. Zusammenfassung

Als Grundlage für die Entwicklung mathematischer Modelle zur Berechnung nichtstationärer Abflußvorgänge in Wasserstraßen wurden zunächst die wichtigsten Veröffentlichungen über die numerische Integration der SAINT-VENANT Gleichungen bei Verwendung von Digitalrechnern ausgewertet und die mathematischen Grundlagen zusammengestellt. In Abb. 9 wurde versucht, die verschiedenen Möglichkeiten der Integration der SAINT-VENANT Gleichungen in einer schematischen Übersicht darzustellen. Die verschiedenen Differenzenverfahren lassen sich in zwei grundsätzlich verschiedene Verfahren aufteilen:

a) Verfahren mit veränderlichem Netz, Charakteristiken

b) Verfahren mit festem Netz, direkte Differenzenverfahren.

Für beide Netzarten wurden Rechenprogramme aufgestellt und durch Vergleich mit Naturmessungen getestet.

Die durchgeführten Untersuchungen ergaben folgende Ergebnisse:

1.) Bei den expliziten Verfahren mit festem Netz werden steile Wellenfronten durch die Verfahren mit Charakteristiken besser reproduziert als mit dem direkten Differenzenverfahren.
Da beide Verfahren etwa den gleichen Rechenaufwand erfordern, ist das Verfahren mit Charakteristiken vorzuziehen.

2.) Bei den Verfahren mit festem Netz werden durch veränderliche Zeitschritte bessere Ergebnisse erzielt als durch einen konstanten Zeitschritt für einen ganzen Rechenlauf.

3.) Bei kurzen steilen Wellen in Gerinnen mit veränderlichem Querschnitt ist das Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz den Verfahren mit festem Netz vorzuziehen, da die Ergebnisse der Verfahren mit festem Netz bei laufender Verfeinerung des Netzes im Gegensatz zum Verfahren mit veränderlichem Netz zu sehr voneinander abweichen.

4.) Bei der Anwendung des Charakteristikenverfahrens mit veränderlichem Netz auf natürliche Flüsse (z.B. Mosel) müssen die Fluß-Querprofile in der ausführlichen digitalisierten Form (y, z-Koordinaten) in die Rechnung eingeführt werden, um Konvergenz des Verfahrens zu erreichen.

Der vorliegende Beitrag ist Grundlage und Beginn von Ausarbeitungen mathematischer Modelle für spezielle Probleme des nichtstationären Abflusses in offenen Gerinnen, wie z.B. Schwall- und Sunkwellen bei Schleusungen, Tidewellen, Hochwasserwellen.

Für die Berechnung der durch Schleusungen bzw. Zu- und Abschalten von Kraftwerken verursachten nichtstationären Abflußvorgänge wird zur Zeit ein mathematisches Modell erstellt, wobei das Charakteristikenverfahren mit veränderlichem Netz verwendet wird. Hierzu dient das vorhandene Rechenprogramm mit Charakteristiken mit veränderlichem Netz als Grundlage. Erweiterungen und Ergänzungen dieses Programmes sind vor allem in zwei Punkten erforderlich:

1.) Auftreten von Störungen innerhalb einer Flußstrecke (Verzweigungen, Anschluß von Kraftwerkskanälen usw.)

2.) Verfeinerung des Netzes durch Interpolation zusätzlicher Charakteristiken, um bei relativ großen Profilabständen mit kleinen Zeitschritten arbeiten zu können.

Weiterhin vorgesehen ist die Ausarbeitung eines mathematischen Modells zur eindimensionalen Tideberechnung, wobei implizite Verfahren mit festem Netz angewendet werden sollen.

7. BEZEICHNUNGEN

x	[m]	Koordinaten:	Gerinnelängsachse
y	[m]		rechtwinklig zu x
z	[m]		Höhe Profilpunkte
t	[s]	Zeit	
h	[m]	Wasserspiegelhöhe	
v	[m/s]	Fließgeschwindigkeit	
c	[m/s]	Wellenfortpflanzungsgeschwindigkeit	
Δx	[m]	Maschenweite festes Netz:	Profilabstand
Δt	[s]		Zeitschritt

F	[m^2]	Fläche
U	[m]	benetzter Umfang
Ra	[m]	hydraulischer Radius
B	[m]	Wasserspiegelbreite
Q	[m^3/s]	Abfluß
τ_o	[kp/m^2]	Wandschubspannung
k	[$m^{1/3}/s$]	Abflußbeiwert in $v = k \cdot J^{1/2} \cdot Ra^{2/3}$
J	[1]	Gefälle
g	[m/s^2]	Erdbeschleunigung (9.81)
ρ	[kg/m^3]	Dichte
Cou	[1]	COURANT-Zahl

8. LITERATURVERZEICHNIS

8.1 Numerische Integration der Gleichungen von SAINT-VENANT mittels Differenzenverfahren

[1] **Abott, M.B.; Ionescu, F.:** On the numerical computation of nearly horizontal flows. Journ. of Hydraulic Research, 5 (1967) 2, S. 97-117, 14 Qu.

[2] **Abott, M.B.; Marshall G.; Rodenhuis, G.S.; Ohno, T.:** Amplitude – dissipative and phase – dissipative schemes for hydraulic jump simulation. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, (1969), A 35, S. 313-319, 8 Qu.

[3] **Abott, M.B.; Verhoog, F.H.:** Etude numerique des ondes de crue dans un fleuve avec plaines d'inondation. Soc. Hydrotechnique de France, χ^{mes} Journees de l'Hydraulique, Paris, (1968), Question II, Rapport 11, 7 S., 5 Qu.

[4] **Abott, M.B.; Verhoog, F.H.:** Data - reversible system for flood routing. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, (1969), A 34, S. 305-312, 4 Qu.

[5] **Abdel-Razaq, A.Y.; Viessmann, Jr.W.; Hernandez, J.W.:** A solution to the surface runoff problem. Proc. ASCE, 93 (1967), HY6, S. 335-352, 14 Qu. u. 95 (1969), HY 4, S. 1464-1467, 3 Qu.

[5a] **Morgali, J.R.; Woolhiser, D.A.; Liggett J.A.:** Diskussion zu: [5] Abdel-Razaq, A.Y. A solution to the surface runoff problem. Proc. ASCE, 94 (1968), HY6, S. 1574-1582, 17 Qu.

[6] **Amaftiesi, R.; Ionescu, F.:** Un modele mathematique pour le calcul de la propagation des ondes de crue.

Soc. Hydrotechnique de France, χ^{mes} Journees de l'Hydraulique, Paris (1968) Question II, Rapport 9, 8 S.

[7] **Amein, M.:** An implicit method for numerical flood routing. Water Resources Research, 4 (1968) 4, S. 719-726, 18 Qu.

[8] **Amein, M.:** Streamflow routing on computer by characteristics. Water Resources Research, 2 (1966) 1, First Quart., S 123-130, 18 Qu.

[9] **Amein, M.:** Some recent studies on numerical flood routing. Proc. 3rd Annual Conference of the Amer. Water Resources Ass., (1967), S. 274-284, 11 Qu.

[10] **Bähler, M.:** Determination du coefficient de perte de charge pour les mouvements non - permanents a surface libre. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, (1969) A 21, S. 181-188.

[11] **Balloffet, A.:** One - dimensional analysis of floods and tides in open channels. Proc. ASCE, 95 (1969) HY4, S. 1429-1451, 6 Qu.

[12] **Baltzer, R.A.; Lai, Ch.:** Computer simulation of unsteady flows in Waterways. Proc. ASCE, 94 (1968) HY4, S. 1083-1117, 19 Qu.

[12a] **Cunge, J.H.:** Diskussion zu: [12] Baltzer, R.A. Computer simulation of unsteady flows in waterways. Proc. ASCE, 95 (1969) HY2, S. 158-761, 1 Qu.

[13] **Bauch, W.:** Simulation of the Bavarian reach of the Danube river. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, (1969), A 42, S. 385-394

[14] **Bauch, W.; Seus, G.J.:** Eine Übersicht über Verfahren zur Berechnung von Hochwasserwellen in Flüssen. Die Wasserwirtschaft, 60 (1970)3, S. 82-84, 19 Qu.

[15] **Bauch, W.:** Die Hochwasserwelle im ungestauten und gestauten Fluß. Die Wasserwirtschaft, 58 (1968) 1, S. 11-15, 4 Qu.

[16] **Buehler, B.J.; Garrison, J.M.; Geanju, J.P.; Price, J.T.:** Digital computer simulation of transient flows in the TVA system. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, (1969), S. 345-352, 1 Qu.

[17] **Ching, Seng Fang:** Mathematical solution of the complete equation of unsteady flow in open channels. Diss. Ph. D., North Carolina State University, Raleigh, N. Car., 1968, 103 S., zahlr. Qu.

[18] **Collins, J.J.; Fersht, S.N.:** Mixed technique for computing surges in channels. Proc. ASCE, 94 (1968) HY2, S. 349-362, 4 Qu. u. 95 (1969) HY5, S. 1724-1726, 1 Qu.

[18a] **Harleman, D.R.; Lee, Choh-Hung; Lai, Chintu:** Diskussion zu: [18] Collins, J.J. Mixed technique for computing surges in channels. Proc. ASCE, 95 (1969) HY1, S. 495-500, 10 Qu.

[19] **Cunge, J.A.:** Comparaison des resultats des essais d'intumescences effectues sur le modele reduit et sur le modele mathematique du canal Oraison - Manosque. La Houille Blanche, 21 (1966) 1, S. 55-70.

[20] **Cunge, J.H.; Wegner, M.:** Integration numerique des equation d'ecoulement de Barre de Saint – Venant par un schema implicite de differences finies. Application au cas d'une galerie tantot un charge tantot a surface libre. La Houille Blanche 19 (1964) 1, S. 33-39, 9 Qu.

[21] **Daubert, A.; Margnac, A.:** Modele mathematique d'une systems d'adduation en eau avec reglage automatique. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, 1969, A 51, S. 465-478.

[22] **Daubert, A.; Marvaud, P.; Fabre, L.; Margnac, A.:** Quelques application de modeles mathematiques a l'etude des ecoulements non-permanents dans un reseau ramifie de rivieres ou de canaux. La Houille Blanche, 22 (1967) 7, S. 735-764.

[23] **Daubert, A.:** Quelques aspects de la propagation des crues. La Houille Blanche, 19 (1964) 3 S. 341-346, 5 Qu.

[24] **Dronkers, J.J.:** Tidal computations for rivers, coastal areas and seas. Proc.ASCE, 95 (1969) HY1, S. 29-77, 27 Qu.

[25] **Dronkers, J.J.:** Tidal computations in rivers and coastal waters. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1964, 516 S., 125 Qu.

[26] **Faure, J.; Nahas, N.:** Etude numerique et experimentale d'intumescences a forte courbure du front. La Houille Blanche, 16 (1961) 5 S. 576-587, 12 Qu.

[27] **Faure, J.; Nahas, N.:** Comparaison entre observations reeles, calcul, etudes sur modeles distordus ou non de la propagation d'une onde de submersion. Proc. 11th Congress IAHR, Leningrad, 1965, Pap. 3.5, 7 S., 4 Qu.

[28] **Faure, J.; Nahas, N.:** Deux problemes de mouvement non permanent a surface libre resolus sur ordinateur electronique. Proc. 9th Congress IAHR, Dubrovnik, 1961, S. 854-869, 8 Qu.

[29] **Fletcher, A.G.; Hamilton, W.S.:** Fleed routing in an irregular channel. Proc. ASCE, 93 (1967), EM3, S. 45-62, 12 Qu.

[30] **Garrison, J.M.:** Unsteady flow simulation in rivers and reservoirs. Proc. ASCE, 95 (1969) HY5, S. 1559-1576, 11 Qu.

[31] **Guyot, M.-T.; Nougaro, J.; Thirriot, Cl.:** Calcul numerique des regimes transitoires dans les canaux decouverts. C.R.A.S.T., 249 (1959), S. 1858-1860.

[32] **Guyot, M.-T.; Nougaro, J.; Thirriot, Cl.:** Etude numerique des regimes transitoires dans les canaux. La Houille Blanche, 15 (1960), No. spec. B, S. 814-837.

[33] **Guyot, M.-T.; Nougaro, J.; Thirriot, Cl.:** Etude numerique des regimes transitoires dans les canaux. Proc. 9th Congress IAHR, Dubrovnik, 1961, S. 820-831, 1 Qu.

[34] **Hansen, J.A.:** Numerical analysis of unsteady open - channel flow. Hydraulic Laboratory, Techn. Univ. of Denmark, Bull. Nr. 10, Apr. 1966, 84 S., 18 Qu.

[35] **Hansen, W.:** Hydrodynamical methods applied to oceanographic problems. Proc. Symposium on Mathem. - Hydrodynamical Methods of Physical Oceanography, Inst. f. Meereskunde, Univ. Hamburg, 1962, S. 25-34, 7 Qu.

[36] **Harris, G.S.:** Real time routing of flood hydrographs in storm sewers. Proc. ASCE, 96 (1970) HY6, S. 1247-1260, 6 Qu.

[37] **Henderson, F.M.:** Flood waves in prismatic channels. Proc. ASCE, 89 (1963) HY4, S. 39-67, 5 Qu. u. 90 (1964) HY4, S. 241-247, 4 Qu.

[37a] **Collins, J.; Harrison, A.J.M.; Brakensiek, D.L.:** Diskussion zu: (37) Henderson, F.M. Flood waves in prismatic channels. Proc. ASCE, 90 (1964) HY1, S. 329-335, 14 Qu.

[38] **Holsters, H.:** Remarques sur la stabilite dans les calculs des marees. Proc. Symposium on Mathemat.-Hydrodynamical Methods of Physical Oceanography, Inst. f. Meereskunde Univ. Hamburg, S. 211-255, 1962, 6 Qu.

[39] **Ida, Y.; Kiya, T.; Sasaki, K.J.:** Flood forecast and flood control by computer. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, 1969, A 45, S. 413-420.

[40] **Isaacson, E.; Stoker, J.J.; Troesch, A.:** Numerical solution of flow problems in rivers. Proc. ASCE, 84 (1958) HY5, 18 S., 8 Qu.

[41] **Ito, T.; Fujii, H.; Ohira, S.:** Accuracy of the numerical solution for general unsteady river flow equation. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, 1969, A 47, S. 429-438, 4 Qu.

[42] **Kamphuis, W.J.:** Mathematical tidal study of St. Lawrence River. Proc. ASCE, 96 (1970) HY3, S. 643-664, 8 Qu.

[43] **Kindingstad, E.:** Mathematical model for transient river flow. Proc. ASCE, 90 (1964) HY3, S. 23-38, 17 Qu.

[43a] **Lai, Chintu:** Diskussion zu: (43) Kindingstad, E. Mathematical model for transient river flow. Proc. ASCE, 91 (1965) HY1, S. 167-172

[44] **Koreeda, S.; Akimoto, T.:** Simulation of flood propagation by digital computer and its application to river problem. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, 1969, A 57, S. 525-532.

[45] **Lai, Chintu:** Computation of transient flows in rivers and estuaries by the multiple-reach implicit method. Geol. Survey Research, U.S. Geol. Survey, 1967, Prof. Pap. 575 – B, S. 228-232, 3 Qu.

[46] **Leendertse, J.J.:** Aspects of a computational model for long period water wave propagation. Rand Corp. Memorandum, RM 5294 – PR, May 1967, 165 S., 28 Qu.

[47] **Liggett, J.A.:** Unsteady open channel flow with laterial inflow. Diss., Dept. of Civil Engineering Stanford Univers., Stanford, Calif., 1959, 73 S., 19 Qu.

[48] **Liggett, J.A.; Woolhiser, D.A.:** Difference solutions of the shallow-water equations. Proc. ASCE, 93 (1967) EM2, S. 39-71, 22 Qu. u. 95 (1969) EM1, S. 303-311, 6 Qu.

[48a] **Harbaugh, T.E.:** Diskussion zu: (48) Liggett, J.A. Difference solutions of the shallow-water equations. Proc. ASCE, 93 (1967) EM5, S. 186-190.

[48b] **Prasad, R.; Vreugdenhil, C.B.; Smith, A.:** Diskussion zu: (48) Liggett, J.A. Difference solutions of the shallow-water equations. Proc. ASCE, 94 (1968) EM1, S. 332-342, 7 Qu.

[49] **Liggett, J.A.:** Mathematical flow determination in open channels. Proc. ASCE, 94 (1968) EM4, S. 947-963, 10 Qu.

[50] **Lin, Pin-Nam:** Numerical analysis of continuous unsteady flow in open channels. Trans. Am. Geophysical Union, 33 (1952) 2, S. 226-234, 6 Qu.

[51] **Martin, S.C.; Defazio, F.G.:** Open - channel surge simulation by digital computer. Proc. ASCE 95 (1969) HY6, S. 2049-2070, 12 Qu.

[52] **Mc Laughlin, R.T.; Kim, C.; Dailey, J.E.:** Unsteady flow in reservoirs operated for peak power. MIT, Cambrigde 39, Mass., Hydrodyn. Laboratory, Rep. Nr. 101, 219 S., 12 Qu.

[53] **Meijer, Th.J.G.P.; Vreugdenhil, C.B.; de Vries, M.:** A method of computation for non-stationary flow in open channel networks. Proc. 11th Congress IAHR, Leningrad, 1965, Pap. 3.28, 8 S.

[54] **Morgali, J.R.; Linsley, R.K.:** Computer analysis of overland flow. Proc. ASCE, 91 (1965) HY3, S. 81-100, 12 Qu. u. Proc. ASCE, 92 (1966) HY5, S. 198-200, 1 Qu.

[54a] **Wiggert J.M.; Ragan, R.M.; Householder, M.K.:** Diskussion zu: [54] Morgali, J.R.: Computer analysis of overland flow. Proc. ASCE, 91 (1965) HY5, S. 326-331, 8 Qu.

[54b] **Fenzl, R.N.; Liggett, J.A.; Woolhiser, D.A.; Grace, R.A.; Brakensiek, D.L.; Terzidin, G.; Strelkoff, Th:** Diskussion zu: [54], Morgali, J.R.: Computer analysis of overland flow. Proc. ASCE, 91 (1965) HY6, S. 224-238, 19 Qu.

[54c] **Jackson, D.; Miller, R.A.; Harbaugh, T.E.; Datta, S.; Ven te Chow:** Diskussion zu: [54] Morgali, J.R.: Computer analysis of overland flow, Proc. ASCE, 92 (1966) HY1, S. 91-102, 9 Qu.

[54d] **Schaake, Jr.J.C.:** Diskussion zu: (54) Morgali, J.R. Computer analysis of overland flow. Proc. ASCE, 92 (1966) HY2, S. 363-370, 4 Qu.

[55] **Mozayeny, B.; Song, Ch.S.:** Propagation of flood waves in open channels. Proc. ASCE, 95 (1969) HY3, S. 877-892, 13 Qu.

[56] **Nougaro, J.; Thirriot, C.; Barthet, H.:** Critique des methodes numerique de calcul des intumescences et examen d'une nouvelle methode. L'Energia Elettrica, (1967) 2, S. 85-93, 14 Qu.

[57] **Perkins F.E.:** The role of damping in numerical stability. ASCE, National Meeting on Environmental Engineering, Chattanooga, Tenn., May 13/17, 1968, 12 S., 12 Qu.

[58] **Preissmann, A.; Werner, G.:** Application du calcul des intumescences sur machine electronique a divers cas pratiques. La Houille Blanche 16 (1961) 5, S. 613-621

[59] **Preissmann, A.; Cunge, J.A.:** Calcul des intumescences sur machines electroniques. Proc. 9th Congress IAHR, Dubrovnik, 1961, S. 656-664

[60] **Preissmann, A.; Cunge, J.A.:** Calcul des mascaret sur machine electronique. La Houille Blanche 16 (1961) 5, Oct. S. 588-596, 3 Qu.

[61] **Preissmann, A.:** Difficultees, rencontrees dans le calcul des ondes des translation a front raide. Proc. 11th Congress IAHR, Leningrad, 1965, Pap. 3.52, 6 S.

[62] **Preissmann, A.:** Propagation des intumescences dans les canaux et les rivieres. 1er Congres d'Association Francaise de Calcul, Grenoble, 1960, S. 433-442, 3 Qu.

[63] **Ramette, M.M.; Marvaud:** Etude sur modeles mathematique des ecoulements non permanents a surface libre dans les rivieres ou les estuaires. Proc. 11th Congress IAHR, Leningrad, 1965, Pap. 3.10, 10 S.

[64] **Rose, D.:** Über die quantitative Ermittlung der Gezeiten und Gezeitenströme mit dem Differenzenverfahren. Mitt. d. Franz. Inst., TH Hannover, (1960) 18, 159 S., 150 Qu.

[65] **Shubinski, R.P.; Sheffey, C.F.:** Wave propagation in estuarial networks Proc. 2nd Australien Conference on Hydraulics a. Fluid Mechanics, Dec 6/11, 1965, Univ. of Auckland, N.Z., S. A 81/ A 96, 8 Qu.

[66] **Shubinski, R.P.; Mc Carty, J.C.; Lindorf, M.R.:** Computer simulation of estuarial networks. Proc. ASCE, 91 (1965) HY5, S. 33-49, 20 Qu.

[67] **Smith, A.A.; Younger, J.S.:** The computer aided analysis and design of a tidal channel. Proc. Instn. Civ. Eng., London, 40 (1968) June, S. 135-153 3 Qu.

[68] **Stantchev, St.; Marinov, E.M.:** Finite difference method for calculation of unsteady flow in open channels. Proc. 11th Congress IAHR, Leningrad, 1965, Pap. 3.21, 11 S., 3 Qu.

[69] **Stapel, D.R.A.; de Vries, M.:** Experience with the mathematical model of the hydraulic network of Rhineland Water Board. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, 1969, A 43, S. 395-404.

[70] **Stoker, J.J.:** Water waves. Interscience Publishers, Inc. New York Vol. IV, (1957) of Pure and Appl. Math. 567 S., zahlr. Qu.

[71] **Stoker, J.J.; Isaacson, E.; Troesch, A.:** Numerical solution of flood prediction and river regulation. Inst. of Mathematical Sciences, New York Univ., Report I, IMM–NYU 200, Oct. 1953, 36 S., 8 Qu.

[71a] **Stoker, J.J.; Isaacson, E.; Troesch, A.:** Numerical solution of flood prediction and river regulation. Inst. of Mathematical Sciences, New York Univ., Report II, IMM–NYU 205, Jan. 1954, 47 S.

[71b] **Stoker, J.J.; Isaacson, E.; Troesch, A.:** Numerical solution of flood prediction and river regulation. Inst. of Mathematical Sciences, New York Univ., Report III, IMM–NYU 235, Oct. 1956, 72 S.

[72] **Streeter, V.L.; Wylie, E.B.:** Hydraulic Transients. Mc Graw - Hill, New York, 1967, 329 S.

[73] **Strelkoff, Th.:** Numerical solution of Saint-Venant equation. Proc. ASCE, 96 (1970) HY1, S. 223-252, 30 Qu.

[73a] **Shubinski, R.P.:** Diskussion zu: (73) Strelkoff, Th. Numerical solution of Saint-Venant equation. Proc. ASCE, 96 (1970) HY6, S. 1374-1376 6 Qu.

[74] **Ströhmer, P.:** Tidewellenberechnung bei verschiedenen Ausbauzuständen gezeigt am Beispiel der Unterweser und der Unteren Hunte. DGM, 13 (1969) 2, S. 48-54, 15 Qu.

[75] **Thirriot, C.; Gaudu, R.; Barthet, H.:** Simulation numerique des ecoulements permanents et transitoires dans les systemes d'alimentation en eau. Proc. 13th Congress IAHR, Kyoto, 1969, A 58, S. 533-542, 11 Qu.

[76] **Thirriot, C.; Barthet, H.:** Possibilite et limite de la degenerescence en systemes differentiel du modele mathematique des intumescences La Houille Blanche 22 (1967) 7, S. 757-762, 17 Qu.

[77] **Thirriot, C.:** Comparaison des methodes de calcul de la propagat on des ondes de crues. Soc. Hydrotechnique de France, X mes Journees de l'Hydraulique, Paris 1968, Question II, Rapport 10, 6 S.

[78] **Thomas, H.A.:** The hydraulics of flood movements in rivers. Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, Penn. 1934, 70 S.

[79] **Unger, P.:** Berechnung instationärer Abflußvorgänge in natürlichen Gerinnen unter Verwendung eines von der Querschnittsform unabhängigen Rauhigkeitsmaßes. Inst. f. Hydromechanik u. Wasserbau, TH Darmstadt Techn. Bericht Nr. 3, Jan. 1967, 68 S.

[80] **Vasiliev, O.F., Gladyshev, M.T.; Privits, N.A., Sudobicher, V.G.:** Numerical methods for the calculation of shock wave propagation in open channels. Proc. 11th Congress IAHR, Leningrad, 1965, Pap. 3.44, 14 S., 13 Qu.

[81] **Vreugdenhil, C.B.:** De invloed van de wrijvingsterm op de stabiliteit va differentiemethoden voor hydraulische problemen (niederl.). De Ingenieur, 78 (1966) 20, S. 92-94, 3 Qu.

[82] **Zovne, J.J.:** The numerical solution of transient supercritical flow by the method of characteristics with a technique for simulating bore propagating. School of Civ. Eng. in coop. with Environment. Res. Center, Georgia Inst. of Techn., Atlanta, Georg., ERC–0370 May 1970, 165 S., 42 Qu.

8.2 Allgemeine Literatur

[83] **Electrizitäts-Actien-Gesellschaft vorm. W. Lahmeyer & Co., Frankfurt.** Schwellversuche an der Moselstaustufe Koblenz, Oktober 1957, durchgeführt im Auftrag der Rheinisch-Westfälischen Elektrizitätswerk Aktiengesellschaft, Essen. Frankfurt/Main, 15.2.1958, unveröffentlicht, 34 S., 26 Anlagen.

[84] **Felkel, K.; Canisius, P.:** Rechenautomatenprogramm zur Spiegelberechnung für ausufernde Hochwässer. Die Wasserwirtschaft 57 (1967) 8, S. 308-314, 6 Qu.

[85] **Ramponi, F.:** Risultati sperimentali sulla propagazione della perturbazioni die regime nei canali. L'Energia Elettrica (1940) 11, S. 643-653, 18 Qu.

[86] **Richtmeyer, R.D.; Morton, K.W.:** Difference methods for inital value problems. Interscience Publishers, New York, 1967, 2. Ausg., 405 S., 217 Qu.

Anhang 1: Algol-Programm W 108 Charakteristiken mit veränderlichem Netz
Rechter Rand: Q = f(Zeit)
Linker Rand: Wsp = f(Zeit)

```
BLOCK 1:
'BEGIN'
'COMMENT'
BAW PROGRAMM  APM W  1 0 8
VERFASSER:  DORER - MAERZ 1971
SPRACHE:    SUBSET ALGOL 60 (IFIP)
            (SIEMENS 305 )

BERECHNUNG VON NICHTSTATIONAEREM ABFLUSS IN OFFENEN GERINNEN NACH
BARRE DE SAINT - VENANT

CHARAKTERISTIKEN MIT VERAENDERLICHEM NETZ   -   STAUHALTUNG KOBLENZ/MOSEL
RANDBEDINGUNGEN:  LINKS  Q = Q(T)
                  RECHTS Q = Q(H) - FREIER UEBERFALL;

'REAL' LEER, QNULL, DELTAX, DAUER, G, GG;
'INTEGER'  E, ZS, NST, PROFNR, SCHRITT, E1, E2, E3,MAXN,GRENZE,OBEN,I,N;

E         := LIES;
MAXN      := LIES;
SCHRITT   := LIES;
PROFNR    := LIES;
DAUER     := LIES;
DELTAX    := LIES;
ZS        := LIES;
QNULL     := LIES;
NST       := LIES;

G  := 9.81;
GG := 19.62;
E1 := E - 1;
E2 := E - 2;
E3 := E - 3;
GRENZE := 2 + 2*MAXN;


BLOCK 2:
'BEGIN'
'ARRAY' PROF[0:E-1,1:GRENZE], RAND,TT[1:1,1:ZS], X,T,V,H[0:E-1], HTL,TTL[1:1,1:NST];

X[0] := 0;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' E1 'DO' X[I] := X[I-1] + DELTAX;

'COMMENT' EINLESEN STATIONAERER WASSERSPIEGEL;
'FOR' I := E1 'STEP' -1 'UNTIL' 0 'DO' H[I] := LIES;

'COMMENT' EINLESEN LINKER RAND;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' NST 'DO' HTL[1,I] := LIES;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' NST 'DO' TTL[1,I] := LIES;

'COMMENT' EINLESEN RECHTER RAND;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' ZS 'DO' RAND[1,I] := LIES;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' ZS 'DO' TT[1,I]   := LIES;

'COMMENT' EINLESEN ABFLUSSBEIWERTE;
'FOR' I := E-1 'STEP' -1 'UNTIL' 0 'DO' PROF[I,1] := LIES;

'COMMENT' EINLESEN PROFILE;
'FOR' I := E-1 'STEP' -1 'UNTIL' 0 'DO'
'BEGIN'
LEER := LIES;
LEER := LIES;
LEER := LIES;
LEER := LIES;
LEER := LIES;
LEER := LIES;
LEER := LIES;
PROF[I,2] := LIES;
OBEN :=  2*PROF[I,2];
'IF' OBEN 'GREATER' 2*MAXN 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''MAXN FALSCH'');
NLCR;
'GOTO' SCHLUSS;
'END';
'FOR' N := 1 'STEP' 1 'UNTIL' OBEN 'DO'
PROF[I,2+N] := LIES;
LEER := LIES;
'END' PROFILE EINLESEN;
```

```
BLOCK 3:
'BEGIN'
'REAL' DFXL, DFXR,  CMM,CL, CR, CM, FML,FMR, BM, RM,FNUM,FNN,BNUM,BNN,RNUM,RNN,
        TT1, TT2,  VV1, VV2,F0,B0,R0,BE1,FE1,RE1,BR,R,
        HH1, HH2,DIFFT1, DIFFV1, DIFFH1, DIFFT2, DIFFV2,  DIFFH2,
        KM, KF, TCO, HCO, VCO, DCO,
        FAK, SEK;

'INTEGER' NN, NUM, K;

'REAL'  'PROCEDURE' LINP (U,W);
'VALUE' U, W; 'REAL' U, W;
LINP := U +(W-U) * FAK;

'REAL' 'PROCEDURE' INTPOL (Z,XO, X, Y, U,N);
'VALUE' Z,XO, U, N; 'REAL' XO;
'INTEGER' Z,U,N; 'ARRAY' X, Y;
'COMMENT' DIE PROZEDUR I N T P O L  ERMITTELT DEN FUNKTIONSWERT EINER
          DURCH DIE ABSZISSEN X UND ORDINATEN Y BESCHRIEBENEN FUNKTION
          AN DER STELLE XO DURCH LINEARE INTERPOLATION;
'BEGIN'
'REAL' FAKTOR,LINKS,RECHTS;
'INTEGER' I, LI;
'IF' X[Z,N] 'LESS' X[Z,U] 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''INTPOL: TABELLE FALSCH'');
NLCR;
OUTREAL(-1,-1);
'END';
'IF' XO 'LESS' X[Z,U] 'OR' XO 'GREATER' X[Z,N] 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''INTPOL: WERT AUSSERHALB GESUCHT'');
FIXT(10,5,XO);
FIXT(10,5,X[Z,U]);
FIXT(10,5,X[Z,N]);
NLCR;
OUTREAL(-1,-1);
'END';
I := U;
DELTA:
'IF' XO 'NOTLESS' X[Z,I] 'THEN'
'BEGIN'
LI := I;
I := I + 1;
'IF' I 'NOTGREATER' N 'THEN' 'GOTO' DELTA;
'END';
LINKS := Y[Z,LI];
RECHTS := 'IF' LI 'EQUAL' N 'THEN' Y[Z,LI] 'ELSE'Y[Z,LI+1];
FAKTOR := 'IF' LI 'EQUAL' N 'THEN' 0 'ELSE' (XO -X[Z,LI]) / (X[Z,LI+1] -X[Z,LI]);
INTPOL := LINKS + (RECHTS - LINKS)*FAKTOR;
'END' PROZEDUR INTPOL;

'PROCEDURE' ZEITDRUCK (TI);
'VALUE' TI; 'REAL' TI;
'BEGIN'
'REAL' SEK;
'INTEGER' H,MIN;
SEK := TI;
H:=MIN:=0;
'IF' SEK 'LESS' 60 'THEN' 'GOTO' OUT;
MIN := ENTIER(TI/60);
SEK := TI - MIN*60;
'IF' MIN 'LESS' 60 'THEN' 'GOTO' OUT;
H := ENTIER(MIN/60);
MIN := MIN - H*60;
OUT:
FIXT(3,0,H);
WRITE('':'');
FIXT(2,0,MIN);
WRITE('':'');
FIXT(2,2,SEK);
'END' PROZEDUR ZEITDRUCK;

'PROCEDURE' GEOMETRIE(NUM,WSP,FL,BR,R);
'VALUE' NUM,WSP;
'REAL' WSP,FL,BR,R;
'INTEGER' NUM;

'COMMENT' BERECHNUNG VON DURCGFLOSSENER FLAECHE FL , WASSERSPIEGELBREITE BR
          UND REIBUNGSGLIED R BEI DER WASSERSPIEGELHOEHE WSP FUER DAS
          DIGITALISIERTE PROFIL NUM;

'BEGIN'
'REAL' DIY,DIZ,DF,DU,DIH,ZZ,HDI,DP,U,YN,YN1,ZN,ZN1,RA;
'INTEGER' N,NN,RE;

RE := PROF[NUM,2];
FL := U := 0;
BR := 0;
```

```
'FOR' N := 1 'STEP' 1 'UNTIL' RE - 1 'DO'
'BEGIN'
NN  := 2*N;
YN  := PROF[NUM,2+NN-1];
YN1 := PROF[NUM,2+NN+1];
ZN  := PROF[NUM,2+NN];
ZN1 := PROF[NUM,2+NN+2];
DIY := YN1 - YN;
DIZ := ZN1 - ZN;
'IF' WSP 'NOTLESS' ZN'THEN'
'BEGIN'
'IF' WSP 'NOTLESS' ZN1 'THEN'
'BEGIN'
DF := DIY*0.5*(WSP - ZN + WSP -ZN1);
DU := SQRT(DIY*DIY + DIZ*DIZ);
DB := DIY;
'END'
'ELSE'
'BEGIN'
DIH := WSP - ZN ;
ZZ  := DIY * DIH / DIZ ;
DF  := 0.5*ZZ*DIH ;
DU  := SQRT(ZZ*ZZ+DIH*DIH);
DB := ZZ;
'END'
'END'
'ELSE'
'BEGIN'
'IF' WSP 'GREATER' ZN1 'THEN'
'BEGIN'
HDI := WSP - ZN1 ;
ZZ  := DIY * HDI / (ZN - ZN 1) ;
DF  := 0.5 * ZZ * HDI ;
DU  := SQRT(ZZ * ZZ + HDI * HDI ) ;
DB := ZZ;
'END'
'ELSE'
'BEGIN'
DF := DU := DB :=0;
'END'
'END';
FL := FL + DF;
U  := U + DU ;
BR := BR + DB;
'END';
R := PROF[NUM,1]*PROF[NUM,1]*(FL/U)'POWER'(4/3);
'END' PROZEDUR GEOMETRIE ;

'PROCEDURE' NUMMER(PN);
'VALUE' PN; 'INTEGER' PN;
'COMMENT' ERMITTLUNG DER PROFILNUMMERN DER BENACHBARTEN PROFILE
          EINES PUNKTES DES BEWEGLICHEN NETZES;
'BEGIN'
'INTEGER' N;
N := 0;
BETA:
'IF' X[PN] 'NOTLESS' N*DELTAX 'THEN'
'BEGIN'
NUM := N;
N := N + 1;
'GOTO' BETA;
'END';
NN := 'IF' NUM+1 'GREATER' E-1 'THEN' E-1 'ELSE' NUM+1;
FAK := (X[PN] - NUM*DELTAX)/DELTAX;
'END' NUMMER;

'PROCEDURE' FELD;
'BEGIN'
'REAL' H1I,HI1,V1I,VI1,T1I,TI1,X1I,XI1,F1I,FI1,B1I,BI1,R1I,RI1,
       HILF1,HILF2,HILF3,HILF4,HILF5,HILF6,HILF7,HILF8,HILF9,HILF10;
'INTEGER' IM,IP,M,N,NUM1;

M := N := 1;
IM := I-1;
IP := I+1;

H1I := H[IM];
HI1 := H[IP];
V1I := V[IM];
VI1 := V[IP];
T1I := T[IM];
TI1 := T[IP];
X1I := X[IM];
XI1 := X[IP];

NUMMER(IM);
GEOMETRIE(NUM,H1I,FNUM,BNUM,RNUM);
GEOMETRIE(NN,H1I,FNN,BNN,RNN);
F1I := LINP(FNUM,FNN);
B1I := LINP(BNUM,BNN);
R1I := LINP(RNUM,RNN);
```

```

NUMMER(IP);
GEOMETRIE(NUM,HI1,FNUM,BNUM,RNUM);
GEOMETRIE(NN,HI1,FNN,BNN,RNN);
FI1 := LINP(FNUM,FNN);
BI1 := LINP(BNUM,BNN);
RI1 := LINP(RNUM,RNN);

CL := SQRT(G*F1I/R1I);
CR := SQRT(G*FI1/RI1);

TT1 := (T1I*(V1I+CL)-TI1*(VI1-CR)-(X1I-XI1))/(V1I-VI1+CL+CR);
X[I] := X1I+(V1I+CL)*(TT1-T1I);

NUMMER(I);
NUM1 := NUM;
GEOMETRIE(NUM,H1I,FNUM,BR,R);
GEOMETRIE(NN,H1I,FNN,BR,R);
FML := LINP(FNUM,FNN);
GEOMETRIE(NUM,HI1,FNUM,BR,R);
GEOMETRIE(NN,HI1,FNN,BR,R);
FMR := LINP(FNUM,FNN);
DFXL := (FML - F1I)/(X[I] - X1I);
DFXR := (FMR - FI1)/(X[I] - XI1);

HILF1 := CL + CR;
HILF2 := CL*ABS(V1I)/R1I;
HILF3 := CR*ABS(VI1)/RI1;
HILF6 := TT1 - T1I;
HILF7 := TT1 - TI1;

VV1 := (G*(H1I - HI1) + V1I*CL + VI1*CR + G*VI1*(DFXR/BI1 - HILF3)*HILF7
       - G*V1I*(DFXL/B1I + HILF2)*HILF6)/HILF1;

HH1 := H1I - (CL*(VV1 - V1I) + G*V1I*(DFXL/B1I + HILF2)*HILF6)/G;

GEOMETRIE(NUM,HH1,FNUM,BNUM,RNUM);
GEOMETRIE(NN,HH1,FNN,BNN,RNN);
FM := LINP(FNUM,FNN);
BM := LINP(BNUM,BNN);
RM := LINP(RNUM,RNN);
CM := SQRT(G*FM/BM);

BRITA:
HILF4  := CL + CM;
HILF5  := CR +CM;
HILF6  := TT1 - T1I;
HILF7  := TT1 - TI1;
HILF8  := CM*ABS(VV1)/RM;
HILF9  := DFXL/BM;
HILF10 := G*V1I*(DFXL/B1I + HILF2);

VV2 := (GG*(H1I - HI1) + HILF4*V1I + HILF5*VI1 + (G*VI1*(DFXR/BI1 - HILF3)
       + G*VV1*(DFXR/BM - HILF8))*HILF7 - (HILF10 + G*VV1*(HILF9 + HILF8))*HILF6)/(HILF4 + HILF5);

HH2 := H1I - (HILF4*(VV2 - V1I) + (HILF10 + G*VV2*(HILF9 + CM*ABS(VV2)/RM))*HILF6)/GG;

GEOMETRIE(NUM,HH2,FNUM,BNUM,RNUM);
GEOMETRIE(NN,HH2,FNN,BNN,RNN);
FM := LINP(FNUM,FNN);
BM := LINP(BNUM,BNN);
RM := LINP(RNUM,RNN);
CM := SQRT(G*FM/BM);

DIFFH2 := ABS(HH2-HH1);
DIFFV2 := ABS(VV2-VV1);

'IF' ABS ('IF' HH2 'LESS' DIFFH2*$-75 'THEN' DIFFH2 'ELSE' DIFFH2/HH2) 'LESS' 0.5*$-4
'AND'ABS ('IF' VV2 'LESS' DIFFV2*$-75 'THEN' DIFFV2 'ELSE' DIFFV2/VV2) 'LESS' 0.5*$-4
'THEN'
'GOTO' KARIN
'ELSE'
'BEGIN'
HH1 := HH2;
VV1 := VV2;
M  := M+1;
'IF' M 'GREATER' 250 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''KEINE KONVERGENZ'');
FIXT (7,0,I);
FIXT(7,0,K);
SPACE(4);
OUTREAL(OUCH,X[I]);
FIXT(10,0,M);
NLCR;
'GOTO' SCHLUSS;
'END';
'GOTO' BRITA;
'END';

```

```
KARIN :
TT2 := (T1I*(V1I+CL+VV2+CMM)-TI1*(VI1-CR+VV2-CMM)-2*(X1I-XI1))/(V1I-VI1+CL+CR+2*CMM);
X[I] := X1I+0.5*(V1I+CL+CMM+VV2)*(TT2-T1I);

NUMMER(I);

DIFFT2 := ABS(TT2-TT1);

'IF' ABS (DIFFT2/TT2) 'LESS' 0.5*$-4 'THEN'
'GOTO' ROMAN
'ELSE'
'BEGIN'
HH1 := HH2;
VV1 := VV2;
TT1 := TT2;
N := N+1;
'IF' N 'GREATER' 10 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''DIVERGENZ'');
FIXT (7,0,I);
TT2 := TT1;
'GOTO' ROMAN;
'END';
M := 1;
'IF' NUM 'NOTEQUAL' NUM1 'THEN'
'BEGIN'
GEOMETRIE(NUM,H1I,FNUM,BR,R);
GEOMETRIE(NN,H1I,FNN,BR,R);
FML := LINP(FNUM,FNN);
GEOMETRIE(NUM,HI1,FNUM,BR,R);
GEOMETRIE(NN,HI1,FNN,BR,R);
FMR := LINP(FNUM,FNN);
NUM1 := NUM;
'END';
DFXL := (FML-F1I)/(X[I]-X1I);
DFXR := (FMR-FI1)/(X[I]-XI1);
'GOTO' BRITA;
'END';

ROMAN :
T[I] := TT2;
V[I] := VV2;
H[I] := HH2;
'IF' T[I] 'NOTGREATER' T[I-1] 'OR' T[I] 'NOTGREATER' T[I+1] 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''SCHNITT CHAR.  X='');
FIXT (4,3,X[I]);
'GOTO' SCHLUSS;
'END';
'END' FELD;

'PROCEDURE' LHT;
'COMMENT'
LINKER RAND: H := H(T);

'BEGIN'
'INTEGER' M ,N;
'REAL' H0, H1, V0, V1, T0, T1, X1, F1, B1, R1,HILF1,HILF2,HILF3,HILF4;

M := 1;
N := 1;

H0 := H[0];
H1 := H[1];
V0 := V[0];
V1 := V[1];
T0 := T[0];
T1 := T[1];
X1 := X[1];

NUMMER(1);
GEOMETRIE(NUM,H1,FNUM,BNUM,RNUM);
GEOMETRIE(NN,H1,FNN,BNN,RNN);
F1 := LINP(FNUM,FNN);
B1 := LINP(BNUM,BNN);
R1 := LINP(RNUM,RNN);
CR := SQRT(G*F1/B1);
GEOMETRIE(0,H0,F0,B0,R0);
CL := SQRT(G*F0/B0);

GEOMETRIE(0,H1,F0,BR,R);
DFXR := (F0 - F1)/(-X1);

HILF1 := CL + CR;
HILF2 := CR*V1*ABS(V1)/R1;
HILF4 := V1*DFXR/B1;

TT1 := T1 - 2*X1 / (V1 + V0 - CR - CL);
HH1 :=  INTPOL(1,TT1,TTL,HTL,1,NST);
```

```
VV1 := V1 + (GG/HILF1)*(HH1 - H1 + ((V0*DFXR/B0 - V0*ABS(V0)/R0*CL
       + HILF4 - HILF2)/2)*(TT1 - T1));

BRITA:
HH2 := INTPOL(1,TT1,TTL,HTL,1,NST);
GEOMETRIE(C,HH2,F0,B0,R0);
CM := SQRT(G*F0/B0);
HILF3 := CR + CM;
VV2 := V1 + (GG/HILF3)*(HH2 - H1 + ((HILF4 - HILF2 + VV1*DFXR/B0
       - VV1*ABS(VV1)/R0*CM)/2)*(TT1 - T1));

'IF'ABS('IF' VV2 'LESS' DIFFV2 * $-75'THEN' DIFFV2 'ELSE' DIFFV2/VV2) 'LESS' 5 * $-5'THEN'
'GOTO' KARIN
'ELSE'
'BEGIN'
M := M + 1;
'IF' M 'GREATER' 250 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''KEINE KONVERGENZ LINKS'');
NLCR;
'GOTO' SCHLUSS;
'END';
VV1 := VV2;
'GOTO' BRITA;
'END';

KARIN:
TT2 := T1 - 2*X1/(V1 - CR + VV2 - CM);

DIFFT2 := ABS (TT2 - TT1);

'IF' ABS(DIFFT2/TT2) 'LESS' 5 * $-5 'THEN'
'GOTO' ROMAN
'ELSE'
'BEGIN'
VV1 := VV2;
TT1 := TT2;
N := N + 1;
'IF' N 'GREATER' 10 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''DIVERGENZ LINKS'');
TT2 := TT1;
'GOTO' ROMAN;
'END';
M := 1;
'GOTO' BRITA;
'END';
ROMAN:
H[0] := HH2;
V[0] := VV2;
T[0] := TT2;
'END' PROZEDUR LHT;

'PROCEDURE' ROT;
'COMMENT'
RECHTER RAND: Q  = F(T);

'BEGIN'
'REAL' HE1, HE2, VE1, VE2, TE1, TE2, XE1, XE2, FE2, BE2, RE2,HILF1,HILF2,HILF3,HILF4;
'INTEGER' M,N;

M := N :=1;

HE1 := H[E1];
HE2 := H[E2];
VE1 := V[E1];
VE2 := V[E2];
TE1 := T[E1];
TE2 := T[E2];
XE1 := X[E1];
XE2 := X[E2];

NUMMER(E2);
GEOMETRIE(NUM,HE2,FNUM,BNUM,RNUM);
GEOMETRIE(NN,HE2,FNN,BNN,RNN);
FE2 := LINP(FNUM,FNN);
BE2 := LINP(BNUM,BNN);
RE2 := LINP(RNUM,RNN);
CL := SQRT(G*FE2/BE2);
GEOMETRIE(E1,HE1,FE1,BE1,RE1);
CR := SQRT(G*FE1/BE1);
GEOMETRIE(E1,HE2,FE1,BR,R);
DFXL := (FE1 - FE2)/(XE1 - XE2);

HILF1 := CL + CR;
HILF2 := CL*VE2*ABS(VE2)/RE2;
HILF4 := VE2*DFXL/BE2;

TT1 := TE2 +2*(XE1 - XE2)/(VE1 + CL + VE2 + CR);
```

```
HH1 := HE2 - HILF1*(VE1 - VE2)/GG - ((VE1*DFXL/BE1 + VE1*ABS(VE1)/RE1*CR
         + HILF4 + HILF2)/2)*(TT1 - TE2);
GEOMETRIE(E1,HH1,FE1,BE1,RE1);
CM := SQRT(G*FE1/BE1);
VV1     := INTPOL(1,TT1,TT,RAND, 1, ZS) / FE1;

BRITA:
HILF3 := CL + CM;
HH2 := HE2 - HILF3*(VV1 - VE2)/GG - ((HILF4 + HILF2 + VV1*DFXL/BE1
         + VV1*ABS(VV1)/RE1*CM)/2)*(TT1 - TE2);
GEOMETRIE(E1,HH2,FE1,BE1,RE1);
CM := SQRT(G*FE1/BE1);
VV2     := INTPOL(1,TT1,TT,RAND, 1,ZS) / FE1;

DIFFH2 := ABS (HH2 - HH1);

'IF'ABS('IF' HH2 'LESS' DIFFH2 *$-75  'THEN' DIFFH2 'ELSE' DIFFH2/HH2) 'LESS' 5 * $-5'THEN'
'GOTO' KARIN
'ELSE'
'BEGIN'
M := M + 1;
'IF' M 'GREATER' 250 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''KEINE KONVERGENZ RECHTS'');
NLCR;
'GOTO' SCHLUSS;
'END';
HH1 := HH2;
VV1 := VV2;
'GOTO' BRITA
'END';

KARIN:
TT2 := TE2 + (XE1 - XE2)* 2 / (VE2 + CL + CM + VV2);

DIFFT2 := ABS (TT2 - TT1);

'IF' ABS(DIFFT2/TT2) 'LESS' 5 * $-5 'THEN'
'GOTO' ROMAN
'ELSE'
'BEGIN'
HH1 := HH2;
VV1 := VV2;
TT1 := TT2;
N := N + 1;
'IF' N 'GREATER' 10 'THEN'
'BEGIN'
NLCR; WRITE(''DIVERGENZ RECHTS'');
TT2 := TT1;
'GOTO' ROMAN;
'END';
M := 1;
'GOTO' BRITA;
'END';
ROMAN:
T[E1] :=TT2;
V[E1] := VV2;
H[E1] := HE2;
'END' PROZEDUR ROT;

'PROCEDURE' FESTX (NUM);
'VALUE' NUM;
'INTEGER' NUM;
'COMMENT' BERECHNUNG VON V, H, T UND Q FUER FESTE X-WERTE DURCH LINEARE
          INTERPOLATION AUS DEN JEWEILS BENACHBARTEN PUNKTEN DES
          BEWEGLICHEN NETZES;
'BEGIN'
'INTEGER' II, LI, RE;
'REAL' QLI, QRE;
II := 0;
GAMMA:
'IF' NUM * DELTAX 'NOTLESS' X[II] 'THEN'
'BEGIN'
LI := II;
RE := II + 1;
II := II + 1;
'GOTO' GAMMA;
'END';
FAK := (NUM * DELTAX -X[LI]) / (X[RE] -X[LI]);
TCO := LINP (T[LI], T[RE]);
VCO := LINP (V[LI], V[RE]);
HCO := LINP (H[LI], H[RE]);
GEOMETRIE(NUM,HCO,FNUM,BB,R);
QCO := VCO * FNUM;
'END' PROZEDUR FESTX;

'PROCEDURE' DRUCK;
'COMMENT' AUSGABE DER BERECHNUNGSERGEBNISSE;
'BEGIN'
NLCR; NLCR;
```

```
WRITE(''SCHRITT NR.'');
FIXT (7,0,K);
NLCR; NLCR;
FIXT(5,0,0);
SPACE(12);
ZEITDRUCK(T[0]);
GEOMETRIE(0,H[0],F0,BR,R);
FIXT(6,3,V[0]*F0);
FIXT(4,3,V[0]);
FIXT(6,3,H[0]);
NLCR;
'FOR' I := 1 'STEP' PROFNR 'UNTIL' 13,14,26,34,45,50  'DO'
'BEGIN'
FESTX(I);
FIXT(5,0,I);
SPACE (12);
ZEITDRUCK (TC0);
FIXT (6,3,QC0);
FIXT (4,3,VC0);
FIXT (6,3,HC0);
NLCR;
'END';
FIXT(5,0,E1);
SPACE(12);
ZEITDRUCK(T[E1]);
GEOMETRIE(E1,H[E1],FE1,BR,R);
FIXT(6,3,V[E1]*FE1);
FIXT(4,3,V[E1]);
FIXT(6,3,H[E1]);
NLCR; NLCR; NLCR;
'END' DRUCK;


'COMMENT' BERECHNUNG DER ERSTEN RUECKWAERTSCHARAKTERISTIK -
          (GRENZE STATIONAER-INSTATIONAER);
T[E-1] := 0;
GEOMETRIE(E1,H[E1],FNUM,BR,R);
V[E1] := QNULL/FNUM;
'FOR' I := E-1 'STEP' -1 'UNTIL' 1 'DO'
'BEGIN'
GEOMETRIE(I,H[I],FNUM,BNUM,R);
GEOMETRIE(I-1,H[I-1],FNN,BNN,R);
CL := SQRT(G*FNN/BNN);
CR := SQRT(G*FNUM/BNUM);
V[I-1] := QNULL/FNN;
T[I-1] := T[I] + 2*(X[I-1] - X[I])/(V[I-1] + V[I] - CL - CR);
'END';

'COMMENT' AUSGABE GRENZE STATIONAER-INSTATIONAER;
NLCR;
NLCR;
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' E1 'DO'
'BEGIN'
FIXT(3,0,I);
FIXT(8,3,(19.2 - X[I]*$-3));
SPACE(5);
ZEITDRUCK(T[I]);
FIXT(8,3,H[I]);
FIXT(8,3,V[I]);
FIXT(8,3,PROF[I,1]);
NLCR;
'END';
NLCR;
NLCR;

'COMMENT' BERECHNUNG DES INSTATIONAEREN ABFLUSSES;
K := 1;
M1:
'IF' T[E1] 'GREATER' DAUER 'THEN' 'GOTO' SCHLUSS;
ROT;
'FOR' I := E2 'STEP' -1 'UNTIL' 1 'DO' FELD;
LHT;
'IF' (K / SCHRITT - ENTIER (K / SCHRITT)) 'GREATER' 0.01 'THEN'
'BEGIN'
K := K + 1;
'GOTO' M1
'END'
'ELSE'
'BEGIN'
DRUCK;
K := K + 1;
 'GOTO' M1;
'END';
'END' BLOCK 3;
'END' BLOCK 2;
SCHLUSS:
'END' BLOCK 1;
```

Anhang 2: Algol-Programm W 104 – Explizites direktes Differenzenverfahren mit festem Netz
R e c h t e r R a n d: Freier Überfall, Charakteristiken mit konstanter Steigung, Regula Falsi.
L i n k e r R a n d: Q = f(Zeit), Charakteristiken mit veränderlicher Steigung, Regula Falsi, quadratische Interpolation

```
BLOCK 1:
'BEGIN'
'COMMENT'
BAW PROGRAMM  APM W  1 0 4
VERFASSER:  DORER - JANUAR 1971
SPRACHE:    SUBSET ALGOL 60 (IFIP)
            (SIEMENS 305 )

BERECHNUNG VON NICHTSTATIONAEREM ABFLUSS IN OFFENEN GERINNEN NACH
BARRE DE SAINT - VENANT

VERFAHREN:          EXPLIZIT VERZAHNT  -  ZEITSCHRITT VERAENDERLICH
RANDBEDINGUNGEN:    LINKS  Q = Q(T)
                    RECHTS Q = Q(H) - FREIER UEBERFALL;

'REAL' LEER, QNULL, DELTAX, DAUER, G, GG, DWH, HEND, UEBERFALL, COURANT, Z, DEX, SEK,
       DELTAT, ZEIT;
'INTEGER'  E, ZS, NST, PROFNR, SCHRITT, E1, E2, E3;

COURANT   := LIES;
SCHRITT   := LIES;
PROFNR    := LIES;
DAUER     := LIES;
DELTAX    := LIES;
E         := LIES;
ZS        := LIES;
QNULL     := LIES;
HEND      := LIES;
UEBERFALL := LIES;
DWH       := LIES;

G  := 9.81;
GG := 19.62;
E1 := E - 1;
E2 := E - 2;
E3 := E - 3;
ZEIT := 0;

BLOCK2:
'BEGIN'
'REAL' KM, KF;
'INTEGER' NN, I, N, HO, MIN, NUM, S, NUMPROF, GRENZE,  HU, HOO, K;
'ARRAY'  RAND, TT[1:1,1:75], X, VV, HH,  V, H[0:E-1],
         WH, AR, RH[0: E1,1:5];

'REAL' 'PROCEDURE' INTPOL (Z,XO, X, Y, U,N);
'VALUE' Z,XO, U, N; 'REAL' XO;
'INTEGER' Z,U,N; 'ARRAY' X, Y;
'BEGIN'
'COMMENT' DIE PROZEDUR I N T P O L ERMITTELT DEN FUNKTIONSWERT EINER DURCH
          DIE ABSZISSEN X UND ORDINATEN Y BESCHRIEBENEN FUNKTION AN DER
          STELLE XO DURCH LINEARE INTERPOLATION;
'REAL' FAKTOR,LINKS,RECHTS;
'INTEGER' I, LI;
'IF' X[Z,N] 'LESS' X[Z,U] 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''INTPOL: TABELLE FALSCH'');
NLCR;
OUTREAL(-1,-1);
'END';
'IF' XO 'LESS' X[Z,U] 'OR' XO 'GREATER' X[Z,N] 'THEN'
'BEGIN'
NLCR;
WRITE(''INTPOL: WERT AUSSERHALB GESUCHT'');
FIXT(10,5,XO);
FIXT(10,5,X[Z,U]);
FIXT(10,5,X[Z,N]);
NLCR;
OUTREAL(-1,-1);
'END';
I := U;
DELTA:
'IF' XO 'NOTLESS' X[Z,I] 'THEN'
'BEGIN'
LI := I;
I := I + 1;
'IF' I 'NOTGREATER' N 'THEN' 'GOTO' DELTA;
'END';
LINKS := Y[Z,LI];
RECHTS := 'IF' LI 'EQUAL' N 'THEN' Y[Z,LI] 'ELSE'Y[Z,LI+1];
FAKTOR := 'IF' LI 'EQUAL' N 'THEN' 0 'ELSE' (XO -X[Z,LI]) / (X[Z,LI+1] -X[Z,LI]);
```

```
INTPOL := LINKS + (RECHTS - LINKS)*FAKTOR;
'END' PROZEDUR INTPOL;

'PROCEDURE' ZEITDRUCK (TI);
'VALUE' TI; 'REAL' TI;
'BEGIN'
'REAL' REST;
SEK := REST := 0;
HO := MIN := 0;
'IF' TI 'NOTLESS' 3600 'THEN'
'BEGIN'
HO := ENTIER (TI/3600);
REST := TI -HO * 3600;
'IF' REST 'NOTLESS' 60 'THEN'
'BEGIN'
MIN := ENTIER (REST / 60);
SEK := REST -MIN * 60;
'END'
'ELSE'
SEK := REST;
'END'
'ELSE'
'BEGIN'
'IF' TI 'NOTLESS' 60 'THEN'
'BEGIN'
MIN := ENTIER (TI / 60);
SEK := TI -MIN * 60;
'END'
'ELSE'
SEK := TI;
'END';
FIXT (3,0,HO);
WRITE('':'');
FIXT (2,0, MIN);
WRITE('':'');
FIXT (2,2,SEK);
'END' PROZEDUR ZEITDRUCK;

'REAL'  'PROCEDURE' F(WSP, NUM);
'VALUE' WSP, NUM;
'REAL' WSP;
'INTEGER' NUM;
'COMMENT' BERECHNUNG DER DURCHFLOSSENEN FLAECHE F DURCH LINEARE
          INTERPOLATION AUS DEN PROFILKURVEN;
F := INTPOL (NUM,WSP, WH, AR, 1,5);

'REAL'  'PROCEDURE' B (WSP, NUM);
'VALUE' WSP, NUM;
'REAL' WSP; 'INTEGER' NUM;
'COMMENT' BERECHNUNG DER WASSERSPIEGELBREITE B AUS DER STEIGUNG
          DER FLAECHENKURVE;
'BEGIN'
'IF' WSP 'LESS' WH[NUM,2] 'THEN'
'BEGIN'
B := (AR[NUM,2] - AR[NUM,1])/DWH;
'GOTO' AUS;
'END';
'IF' WSP 'NOTLESS' WH[NUM,2] 'AND' WSP 'LESS' WH[NUM,3] 'THEN'
'BEGIN'
B := (AR[NUM,3] - AR[NUM,2])/DWH;
'GOTO' AUS;
'END';
'IF' WSP 'NOTLESS' WH[NUM,3] 'AND' WSP 'LESS' WH[NUM,4] 'THEN'
'BEGIN'
B := (AR[NUM,4] -AR[NUM,3])/DWH;
'GOTO' AUS;
'END';
'IF' WSP 'NOTLESS' WH[NUM,4] 'THEN' B := (AR[NUM,5] - AR[NUM,4])/DWH;
AUS:
'END' PROZEDUR B;

'REAL''PROCEDURE' R(WSP,NUM);
'VALUE' WSP,NUM; 'REAL' WSP; 'INTEGER' NUM;
'COMMENT' BERECHNUNG DES REIBUNGSGLIEDS R AUS DEN PROFILKURVEN
          DURCH LINEARE INTERPOLATION;
R := INTPOL(NUM,WSP,WH,RH,1,5);

'REAL''PROCEDURE' MINI(W,ANF,ANZ);
'VALUE' ANF,ANZ;
'INTEGER' ANF,ANZ;
'ARRAY' W;
'COMMENT' BERECHNUNG DES MINIMUMS EINER ZAHLENREIHE W;
'BEGIN'
'INTEGER' I;
MINI := W[ANF];
'FOR' I := ANF 'STEP' 1 'UNTIL' ANZ 'DO'
'IF' W[I] 'LESS' MINI 'THEN' MINI := W[I];
'END' MINI;

'PROCEDURE' ZEITSCHRITT;
'COMMENT' BERECHNUNG DES ZEITSCHRITTS DELTAT AUS DER COURANT-BEDINGUNG;
```

```
'BEGIN'
'INTEGER' I;
'ARRAY' TAU[0:E1];
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' E1'DO'
TAU[I] := COURANT * DELTAX/(ABS(V[I]) + SQRT(G*F(H[I],I)/B(H[I],I)));
DELTAT := MINI(TAU,0,E1);
ZEIT := ZEIT + DELTAT;
'END' ZEITSCHRITT;

'PROCEDURE'  R E F A L S I  (F,A,B,X);
'VALUE' A,B;
'REAL' A,B,X;
'REAL'  'PROCEDURE' F ;

'COMMENT'    BAW  PROZEDUR    APR    1 8 8   - MAASS 68
SPRACHE : SUBSET ALGOL 60 (IFIP).

R E F A L S I    ERMITTELT DIE EINZIGE REELLE NULLSTELLE DER FUNKTION F IM INTERVALL A, B
MIT MASCHINENGENAUIGKEIT DURCH FORTGESETZTE LINEARE INTERPOLATION.
DIE KRUEMMUNG VON F DARF IM INTERVALL DAS VORZEICHEN NICHT AENDERN ;

'BEGIN' 'REAL' FA, FB, FZ, W, Z ;
FB := F(B);
FA := F(A);
Z := (B*FA - A * FB) / (FA - FB);
'IF' Z * FB 'GREATER' 0 'THEN'
'BEGIN'
W := B; B := A ; A := W ;
W := FB; FB := FA; FA := W
'END';
MARKE :
FZ := F(Z);
W := (B*FZ - Z*FB) / (FZ - FB);
'IF' ABS (W-Z) 'LESS' ABS (Z-A) 'THEN'
'BEGIN'
A := Z ;
Z := W ;
'GOTO' MARKE
'END';
X := Z
'END'  REFALSI ;

'PROCEDURE' FELD;
'BEGIN'
'INTEGER' IM,IP;
'REAL' H1I,HI1,V1I,VI1,F1I,FI1,B1I,BI1,R1I,RI1;

IM :=I - 1;
IP := I + 1;
H1I := H[IM];
HI1 := H[IP];
V1I := V[IM];
VI1 := V[IP];
F1I := F(H1I,IM);
FI1 := F(HI1,IP);
B1I := B(H1I,IM);
BI1 := B(HI1,IP);
R1I := R(H1I,IM);
RI1 := R(HI1,IP);

HH[I] := 0.5 * (H1I + HI1) + (DELTAT/(DELTAX * (B1I + BI1))) * (V1I *F1I - VI1*FI1);

VV[I] := 0.5 * (V1I + VI1) - (DELTAT/DELTAX/2) * (0.5*(VI1*VI1 - V1I*V1I)
         + G * (HI1 - H1I)) - 0.5 * DELTAT *G * (V1I * ABS(V1I)/R1I
         +  VI1 * ABS(VI1)/RI1);
'END' FELD;


'PROCEDURE' ROHUE;
'COMMENT' RECHTER RAND: FREIER UEBERFALL
          CHARAKTERISTIKEN MIT KONSTANTER STEIGUNG - REGULA FALSI;

'BEGIN'
'REAL' HE1,HE2,VE1,VE2,FE1,FE 2,BE1,BE2,RE1,RE2;

'REAL''PROCEDURE' UEFLUS(WSP);
'VALUE' WSP; 'REAL' WSP;
'BEGIN'
'REAL' HUE;
HUE := 'IF' WSP 'NOTLESS' HEND 'THEN' (WSP - HEND) 'ELSE' 0;
UEFLUS := UEBERFALL * HUE * SQRT(HUE);
'END' UEFLUS;

'REAL''PROCEDURE' FUN(WSP);
'VALUE' WSP; 'REAL' WSP;
FUN := SQRT(G * FE1/BE1) * (UEFLUS(WSP)/F(WSP,E1) - VE2) + G * (WSP - HE2)
       + DELTAT * (G * VE1/BE1 * DFX + SQRT(G * FE1/BE1) * G * VE1 * ABS(VE1)/RE1);

HE1 := H[E1];
HE2 := H[E2];
VE1 := V[E1];
```

```
VE2 := V[E2];
FE1 := F(HE1,E1);
BE1 := B(HE1,E1);
RE1 := R(HE1,E1);
DFX := (F(HE2,E1) - F(HE2,E2))/DELTAX;
REFALSI(FUN,WH[E1,1],WH[E1,5],Z);
HH[E1] := Z;
VV[E1] := UEFLUS(Z)/F(Z,E1);
'END' ROHUE;

'PROCEDURE' LQT;
'BEGIN'
'COMMENT'     LINKER RAND:  ABFLUSS = FUNKTION(ZEIT)
              CHARAKTERISTIKEN MIT VERAENDERLICHER STEIGUNG  -  REGULA FALSI
              QUADRATISCHE INTERPOLATION NACH NEWTON;

'REAL' STEIG,XLI,XXLI,VLI,HLI,FLI,BLI,RLI,H0,H1,V0,V1,F0,F1,B0,B1,R0,R1;
'ARRAY' FLAE,BREI,REIB[0:2];

'REAL''PROCEDURE'  NEWTON(W);
'ARRAY' W;
'BEGIN'
'REAL' TETA;
TETA := XLI/DELTAX;
NEWTON := W[0] + TETA * (W[1] - W[0]) + 0.5 * TETA * (TETA - 1) * (W[2] - 2 * W[1] + W[0]);
'END' NEWTON;

'REAL''PROCEDURE' FUN(WSP);
'VALUE' WSP; 'REAL' WSP;
'BEGIN'
'REAL' HILF1,HILF2;
HILF1 := INTPOL(1,ZEIT,TT,RAND,1,ZS)/F(WSP,0);
HILF2 :=SQRT(G*F(WSP,0)/B(WSP,0));
FUN := (HILF2 + SQRT(G*F1/B1))/2*(HILF1 - V1) -G*(WSP - H1)
        -DELTAT*G*0.5*(HILF1*DFX/B(WSP,0) - HILF2*HILF1*HILF1/R(WSP,0) + V1*DFX/B1
        - SQRT(G*F1/B1)*V1*ABS(V1)/R1);
'END' FUN;

H0 := H[0];
H1 := H[1];
V0 := V[0];
V1 := V[1];
F0 := F(H0,0);
B0 := B(H0,0);
R0 := R(H0,0);
FLAE[0] := F0;
FLAE[1] := F(H1,1);
FLAE[2] := F(H[2],2);
BREI[0] := B0;
BREI[1] := B(H1,1);
BREI[2] := B(H[2],2);
REIB[0] := R0;
REIB[1] := R(H1,1);
REIB[2] := R(H[2],2);
DFX := (F(H1,0) - F(H1,1))/(-DELTAX);
STEIG := V1 - SQRT(G*F(H1,1)/B(H1,1));
XLI := -STEIG*DELTAT;
KARIN:
V1 := NEWTON(V);
H1 := NEWTON(H);
F1 := NEWTON(FLAE);
B1 := NEWTON(BREI);
R1 := NEWTON(REIB);
REFALSI(FUN,WH[0,1],WH[0,5],Z);
HH[0] := Z;
VV[0] := INTPOL(1,ZEIT,TT,RAND,1,ZS)/F(Z,0);
STEIG := 0.5*(VV[0] - SQRT(G*F(Z,0)/B(Z,0) ) + V1 - SQRT(G*F1/B1));
XXLI := -STEIG*DELTAT;
'IF'ABS(XXLI - XLI) 'GREATER' 0.001*DELTAX 'THEN'
'BEGIN'
XLI := XXLI;
'GOTO' KARIN;
'END';
'END' LQT;

'PROCEDURE' DRUCK;
'COMMENT' AUSGABE DER BERECHNUNGSERGEBNISSE;
'BEGIN'
NLCR; NLCR;
WRITE(''SCHRITT NR.'');
FIXT (7,0,K);
NLCR; NLCR;
FIXT(5,0,0);
SPACE(12);
ZEITDRUCK(ZEIT);
FIXT(6,3,V[0]*F(H[0],0));
FIXT(4,3,V[0]);
FIXT(6,3,H[0]);
NLCR;
'FOR' I := 1 'STEP' PROFNR 'UNTIL ' E2  'DO'
'BEGIN'
```

```
FIXT(5,0,I);
SPACE (12);
ZEITDRUCK (ZEIT);
FIXT (6,3,V[I]*F(H[I],I));
FIXT (4,3,V[I]);
FIXT (6,3,H[I]);
NLCR;
'END';
FIXT(5,0,E1);
SPACE(12);
ZEITDRUCK(ZEIT);
FIXT(6,3,V[E1]*F(H[E1],E1));
FIXT(4,3,V[E1]);
FIXT(6,3,H[E1]);
NLCR; NLCR; NLCR;
'END' DRUCK;

X[0] := 0;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' E1 'DO' X[I] := X[I-1] + DELTAX;

'COMMENT' EINLESEN ANFANGSBEDINGUNG (STATIONAERER WASSERSPIEGEL);
'FOR' I := E1 'STEP' -1 'UNTIL' 0 'DO' H[I] := LIES;

'COMMENT' EINLESEN RANDBEDINGUNG LINKS;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' ZS 'DO' RAND[1,I] := LIES;
'FOR' I := 1'STEP' 1 'UNTIL' ZS 'DO' TT[1,I] := LIES;

'COMMENT' EINLESEN PROFILKURVEN - AUSGABE ANFANGSBEDINGUNG;
NLCR; NLCR;
WRITE(''
ZEIT NULL - STATIONAERER ABFLUSS'');
NLCR; NLCR;
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' E1 'DO'
'BEGIN'
KM := LIES;
KF := LIES;
'FOR' N := 1 'STEP' 1 'UNTIL' 5 'DO'
'BEGIN'
WH[I,N] := LIES;
AR[I,N] := LIES;
LEER :=    LIES;
RH[I,N] := LIES;
'END';
V[I] := QNULL/F(H[I],I);
FIXT (5,0,I);
FIXT (6,3,KM);
SPACE (2);
ZEITDRUCK (0);
FIXT (6,3,QNULL);
FIXT (4,3,V[I]);
FIXT (6,3,H[I]);
FIXT (5,2,KF);
NLCR;
'END';
NLCR; NLCR;

'COMMENT' BERECHNUNG DES INSTATIONAEREN ABFLUSSES;
K := 1;
M1:
ZEITSCHRITT;
'IF' ZEIT'GREATER' DAUER 'THEN' 'GOTO'
SCHLUSS;
LOT;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' E2 'DO' FELD;
ROHUE;
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' E1 'DO'
'BEGIN'
H[I] := HH[I];
V[I] := VV[I];
'END';
'IF' (K / SCHRITT - ENTIER (K / SCHRITT)) 'GREATER' 0.01 'THEN'
'BEGIN'
K := K + 1;
'GOTO' M1
'END'
'ELSE'
'BEGIN'
DRUCK;
K := K + 1;
'GOTO' M1;
'END';
'END' BLOCK 2;
SCHLUSS:
'END' BLOCK 1;
```