Formelsammlung elektrische Energietechnik

Grundlagen & Wechselstromlehre

Imaginäre Einheit **j**
$j^2 = -1$

Kartesische Darstellung komplexer Zahlen:
Komplexe Zahlen haben die Form **z = x + jy** , wobei **x** und **y** reele Zahlen sind.

$x = Re\, z$
$y = Im\, z$
$z^* = x - jy$
$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Euler-Formel

$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$
$\cos\varphi = \frac{1}{2}\left(e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}\right)$
$\sin\varphi = \frac{1}{2j}\left(e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}\right)$

Phasenwinkel

$\varphi(t) = \omega t + \varphi_u$
$\varphi(t) = \omega t + \varphi_i$

Phasenverschiebung

$\varphi_{ui} = \varphi_u - \varphi_i$
$\varphi_u = \arctan\left(\frac{Im\{\underline{\hat{u}}\}}{Re\{\underline{\hat{u}}\}}\right)$

Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Komplexe Strom und Spannungszeiger

$u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u)$
$\underline{u} = \hat{u}\,(\cos(\omega t + \varphi_u) + j\sin(\omega t + \varphi_u)) =$
$\underline{u} = \hat{u}\, e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \sqrt{2}U\, e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \underline{\hat{u}}\, e^{j\omega t}$
$\underline{\hat{u}} = \hat{u}\, e^{j\varphi_u}$; $\underline{U} = U\, e^{j\varphi_u}$

$i(t) = \hat{\imath}\cos(\omega t + \varphi_i) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i)$
$\underline{i} = \hat{\imath}\,(\cos(\omega t + \varphi_i) + j\sin(\omega t + \varphi_i)) =$
$\underline{i} = \hat{\imath}\, e^{j(\omega t + \varphi_i)} = \sqrt{2}I\, e^{j(\omega t + \varphi_i)} = \underline{\hat{\imath}}\, e^{j\omega t}$
$\underline{\hat{\imath}} = \hat{\imath}\, e^{j\varphi_i}$; $\underline{I} = I\, e^{j\varphi_i}$

$\hat{u}/\hat{\imath}$: Scheitelwerte/Amplitude
U/I : Effektivwerte
$\underline{\hat{u}}/\underline{\hat{\imath}}$: kompl. Scheitelwerte/Amplitude
$\underline{U}/\underline{I}$: kompl. Effektivwerte

Zusammenhang:
bei Sinusgrößen: $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$; $I = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$

allgemein: $U_{eff} = U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} U^2(\tau)d\tau} = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$

Wechselstromrechnung

Kapazitive Impedanz: $\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C}$
Induktive Impedanz: $\underline{Z} = j\omega L$
$\underline{\hat{u}} = \underline{Z}\,\underline{\hat{\imath}}$

Kapazitive Admittanz: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = j\omega C$
Induktive Admittanz: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{j\omega L}$
$\underline{\hat{\imath}} = \underline{Y}\,\underline{\hat{u}}$

Wechselstromimpedanz

$\underline{Z} = |\underline{Z}|\varphi_z$ = R + j X

Z - Impedanz (Scheinwiderstand)
φ_z - Impedanzwinkel
R - Resistanz (Wirkwiderstand)
X - Reaktanz (Blindwiderstand)

$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$

$\varphi_z = \arctan\frac{X}{R}$

Wechselstromadmittanz

$\underline{Y} = |\underline{Y}|\varphi_y$ = G + j B

Y - Admittanz (Scheinleitwert)
φ_y - Admittanzwinkel
G - Konduktanz (Wirkleitwert)
B - Suszeptanz (Blindleitwert)

$|Y| = \sqrt{G^2 + B^2}$

$\varphi_y = \arctan\frac{B}{G}$

Elektrische Leistung

Leistung: $p(t) = u(t)\cdot i(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u)\cdot\hat{\imath}\cos(\omega t + \varphi_i)$

Komplexe Leistung: $\underline{S} = \underline{U}\cdot\underline{I}^* = \frac{1}{2}\underline{\hat{u}}\cdot\underline{\hat{\imath}}^*$
Komplexe Wechselleistung: $\underline{\tilde{S}} = \underline{U}\cdot\underline{I} = \frac{1}{2}\underline{\hat{u}}\cdot\underline{\hat{\imath}}$

$S = P + jQ$
Wirkleistung: $P_W = Re\{\underline{S}\}$ $[W]$
Blindleistung: $P_B = Q = Im\{\underline{S}\}$ $[Var]$
Scheinleistung: $P_S = S = |\underline{S}| = U\cdot I$ $[VA]$

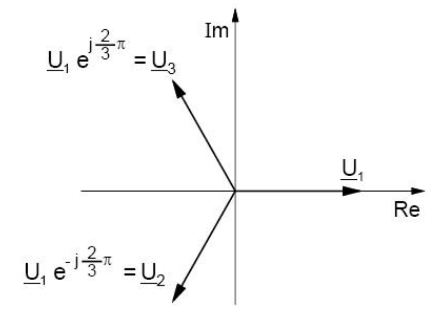
Leistungsfaktor λ: $\lambda = \frac{|P|}{S} = |\cos\varphi|$

Wirkfaktor: $\frac{P_W}{S} = \cos\varphi$

Blindfaktor: $\frac{Q}{S} = \sin\varphi$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$; $I = \sqrt{I_W^2 + I_B^2}$

Drehstromsystem (symmetrischer Betrieb)



Zeigerdiagramm
Länge der Zeiger entspricht jeweils dem Effektivwert der sinusförmigen Größe

Unter einem Drehstromsystem versteht man ein Dreiphasen – Stromsystem, in dessen 3 Außenleitern sinusförmige Ströme mit gleicher Amplitude aber unterschiedlichen Phasenwinkeln fließen.

$U_1 = U_2 = U_3$

Leiter-Erd-Spannungen: $\underline{U_1} + \underline{U_2} + \underline{U_3} = 0$

Außenleiterspannungen: $\underline{U_{12}} + \underline{U_{23}} + \underline{U_{31}} = 0$
$U_{12} = U_{21} = U_{23} = U_{32} = U_{31} = U_{13}$

Beziehung Leiter-Erd-Spannungen und Außenleiterspannungen:

$$\underline{U_{12}} = \sqrt{3}\,\underline{U_1}$$

Drehoperatoren

$\underline{a}^0 = \underline{a}^3 = 1$ Einheitszeiger
$\underline{a}^1 = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120^\circ}$ um 120° gegen UZS
$\underline{a}^2 = \underline{a}^* = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{j240^\circ}$ um 240° gegen UZS

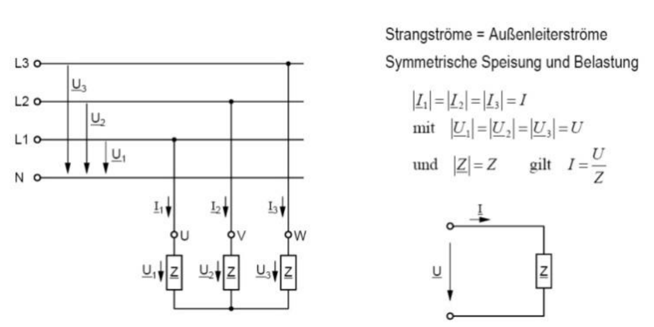
Einheitsdreher: $\underline{a}^0 + \underline{a}^1 + \underline{a}^2 = 0$
$\underline{a}^2\underline{U_1} = \underline{U_2}$
$\underline{a}^1\underline{U_1} = \underline{U_3}$

Leistung im Dreileiter-System

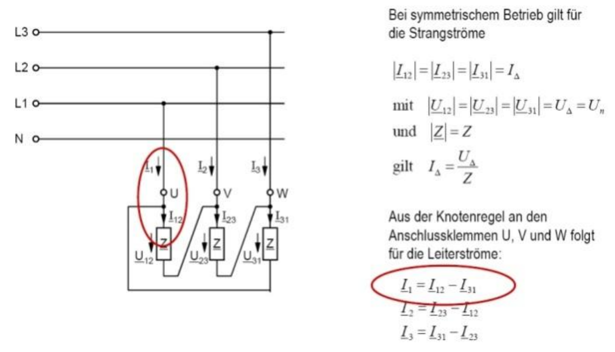
$\underline{S} = \underline{U_1}\cdot\underline{I_1}^* + \underline{U_2}\cdot\underline{I_2}^* + \underline{U_3}\cdot\underline{I_3}^*$
Falls symmetrisch: $\underline{S} = 3\,\underline{U_1}\cdot\underline{I_1}^*$

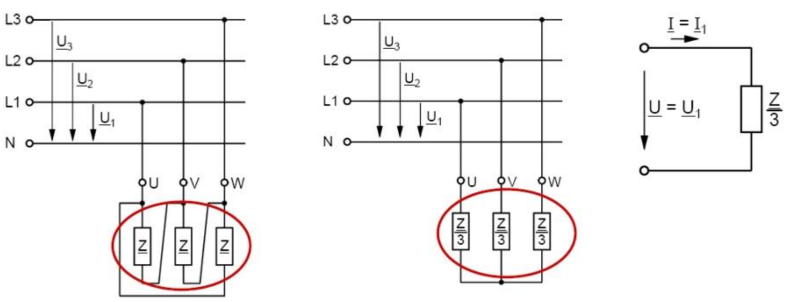
$\underline{\tilde{S}} = \underline{U_1}\cdot\underline{I_1} + \underline{U_2}\cdot\underline{I_2} + \underline{U_3}\cdot\underline{I_3}$
Falls symmetrisch: $\underline{\tilde{S}} = 0$

Sternschaltung



Dreiecksschaltung





$U = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}}$;
Bemessungsspannung $U_\Delta \mathrel{\widehat{=}}$ Außenleiterspannung

Bei gleicher Leistungsaufnahme bzw. gleichen Leiterströmen Umwandlung der Dreiecksschaltung in Sternschaltung

Kopplungen der Leiter untereinander

$\underline{A}$: Eigenimpedanz längs des Leiters
$\underline{B}$: Koppelimpedanz zwischen den Leitern

$$\begin{pmatrix}\underline{U_1}\\\underline{U_2}\\\underline{U_3}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{A} & \underline{B} & \underline{B}\\\underline{B} & \underline{A} & \underline{B}\\\underline{B} & \underline{B} & \underline{A}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\underline{I_1}\\\underline{I_2}\\\underline{I_3}\end{pmatrix}$$ allgemein

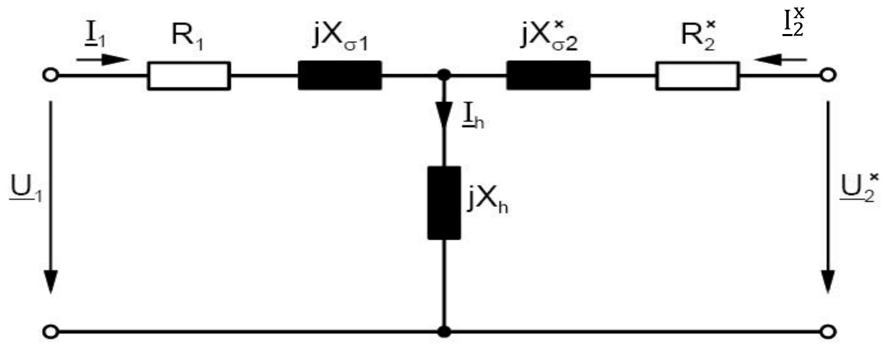
$\underline{Z_b} = \underline{A} - \underline{B}$ Betriebsimpedanz

$$\begin{pmatrix}\underline{U_1}\\\underline{U_2}\\\underline{U_3}\end{pmatrix} = (\underline{A} - \underline{B})\begin{pmatrix}\underline{I_1}\\\underline{I_2}\\\underline{I_3}\end{pmatrix}$$ Falls symmetrisch

Elektrische Maschinen

Transformator

Vollständiges einphasiges ESB des Transformators



R_1… Widerstand Primärwicklung

R_2… Widerstand Sekundärwicklung

$X_{\sigma 1}$… Streufluss Wicklung 1

$X_{\sigma 2}$…Streufluss Wicklung 2

X_h… Hauptfluss

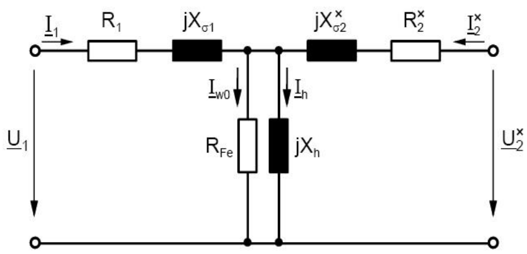
I_1… Primärstrom

I_2… Sekundärstrom

I_h… Magnetisierungsstrom

Übersetzungsverhältnis: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{ü}$; $R_2^x = \text{ü}^2 R_2$; $X_{\sigma 2}^x = \text{ü}^2 X_{\sigma 2}$; $I_2^x = \frac{I_2}{\text{ü}}$; $U_2^x = \text{ü} U_2$

Vollständiges einphasiges ESB des Transformators (Betrieb im Leerlauf)



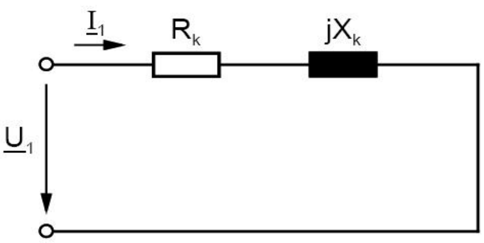
Bemessungsspannung an Primärseite anlegen und Leerlaufstrom messen. (Für R_{Fe} und X_h)

$R \to 0$; $P_{Fe} = \frac{{U_{rt}}^2}{R_{Fe}}$; LL-Strom: $I_{10} = \sqrt{{I_{m0}}^2 + {I_{\omega 0}}^2}$

$X \to 0$; $I_{\omega 0} = \frac{P_0}{U_1}$; $I_{m0} = I_h = \frac{U_1}{jX_h}$

$I_2 = 0$; $U_1 = \frac{U_{rt}}{\sqrt{3}} = R_{Fe} I_{\omega 0} = X_h I_h$; $I_1 = I_{\omega 0} + jI_h$

Vollständiges einphasiges ESB des Transformators (Dauerkurzschluss)



Spannung erhöhen bis Bemessungsstrom fließt. (für R und X)

$u_k = \frac{U_K}{U_{rT}} = \frac{Z_K}{Z_{rT}} = z_k$

$\underline{u_k} = u_R + ju_X$

u_k : relative Kurzschlussspannung

z_k : relative Kurzschlussimpedanz

U_K: Kurzschlussspannung

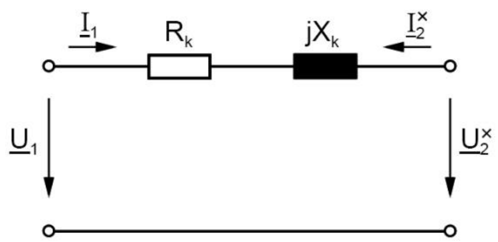
U_{rT}: Bemessungsspannung

I_{rT} : Bemessungsstrom

Z_K : Kurzschlussimpedanz

Z_{rT} : Bemessungsimpedanz

Vollständiges einphasiges ESB des Transformators (Belastung mit Bemessungsstrom)



$R_{Fe} \to \infty$

$X_h \to \infty$

$R_k = R_1 + R_2^x$

$X_k = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}^x$

Kurzschlussimpedanz:

$\underline{Z_K} = R_k + jX_k$

Ohmsche Kupferverluste:

$P_{Cu} = 3 R_k {I_{rT}}^2$

Lastnachbildung:

$\underline{Z_L} = R_L + jX_L$; $\underline{Z_L^x} = \underline{Z_G} - \underline{Z_K}$

$\underline{Z_G} = R_k + R_L^x + j(X_k + X_L^x)$; $\underline{Z_L} = \frac{Z_L^x}{\text{ü}^2}$

Drehstromtransformator

ESB wie normaler Transformator aber Spannungen / $\sqrt{3}$

Bemessungsleistung:

$S_{rT} = \sqrt{3} U_{rT} I_{rT} = \frac{{U_{rT}}^2}{Z_{rT}}$

$I_{rT} = \frac{S_{rT}}{\sqrt{3} U_{rT}}$; $Z_K = \frac{U_K}{\sqrt{3} I_{rT}}$

Transformatorlängsreaktanz:

$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}$

Transformatorlängswiderstand:

$R_K = u_r \cdot \frac{U_{rt}^2}{S_{rt}}$

relativer Streuspannungabfall:

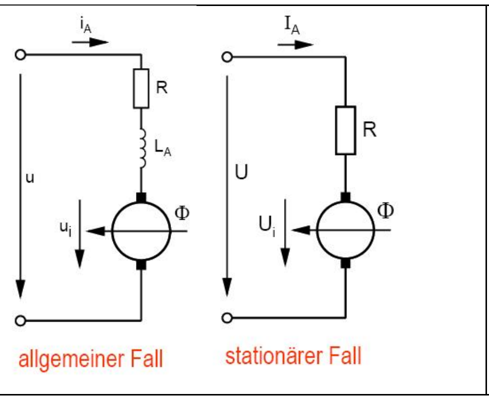
$u_x = X_K \frac{S_{rt}}{U_{rt}^2}$

relativer ohmscher Spannungsabfall:

$u_r = R_K \frac{S_{rt}}{U_{rt}^2}$

Gleichstrommaschine (GMA)

Für das grundlegende Verständnis der Wirkungsweise der Gleichstrommaschine (GMA) werde ein Läufer mit einer aus einer Windung (Leiterschleife) bestehenden Spule betrachtet, der in einem Feld der magnetischen Induktion B läuft.



- U Klemmenspannung
- U_i im Anker induzierte Spannung
- I_A Strom im Ankerkreis
- R Widerstand des Ankerkreises
- L_A Induktivität des Ankerkreises
- Φ wirksamer magnetischer Fluss bei elektrischer Erregung: $\Phi = f(I_E) = f(U_E)$

$U = U_i + R \cdot I_A + L_A \frac{dI_A}{dt}$ Spannungsgleichung für den Ankerkreis

Grundgleichungen für den stationären Betrieb bei Gleichstromspeisung

$U = U_i + R \cdot I_A$ $U_i = K_1 \cdot \Phi \cdot n$ $M = K_2 \cdot \Phi \cdot I_A$	K_1/K_2: Maschinenkonstante n: Drehzahl M: elm. Drehmoment	$n = \frac{U}{K_1 \cdot \Phi} - \frac{R}{K_1 \cdot K_2 \cdot \Phi^2} \cdot M$ $R = R_V + R_A$	R_A : Widerstand der Ankerwindung R_V : Vorschaltwiderstand $n_0 = \frac{U}{K_1 \cdot \Phi}$ (Leerlaufdrehzahl)

$\Omega = 2\pi \cdot n$ (Winkelgeschwindigkeit) $n = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi \cdot r}$ T: Zeit für einen Umlauf	Reibemoment $M_R \to 0 \gg P_{el} = P_{mech} \gg K_1 = 2\pi \cdot K_2$ $P_{el} = U_i \cdot I_A$ $P_{mech} = M \cdot \Omega$; $P_V = P_{el} - P_{mech}$

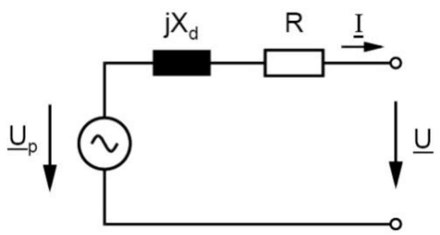
Gleichstrommaschine mit Fremderregung/Nebenschluss

Anlaufmoment $M_{an} = \frac{U(K_2 \cdot \Phi)}{R}$ Anlaufstrom $I_{an} = \frac{U}{R}$ $R_A = \frac{P_{el} - P_{mech}}{I_A^2}$	$\frac{M}{M_{an}} = \frac{I_A}{I_{an}}$ $\frac{U_i}{U} = 1 - \frac{I_A}{I_{an}}$	Berechnung der Stufenzahl z (Anzahl Vorlastwiderstände) $z = \frac{ln\frac{R_{A0}}{R_A}}{ln\lambda}$ $(n(t=0)=0)$; $R_{A0} = \frac{U_r}{I_{max}}$; $n_0 = \frac{n_1 - n_2 \cdot \frac{M_1}{M_2}}{1 - \frac{M_1}{M_2}}$ $\lambda = \frac{I_{an\,max}}{I_{an}} = \frac{M_{max}}{M_{min}}$; $M_{max} = \frac{M \cdot I_{max}}{I_A}$; $M_{min} = M + m \cdot b_{min} \cdot r$

Wirkungsgrad bei Gleichstrommaschinen

$\eta_M = \frac{P_{mech}}{P_{el}} = \frac{U_i}{U}$ Motorbetrieb $\qquad$ $\eta_G = \frac{P_{el}}{P_{mech}} = \frac{U}{U_i}$ Generatorbetrieb

Synchronmaschine (SMA)

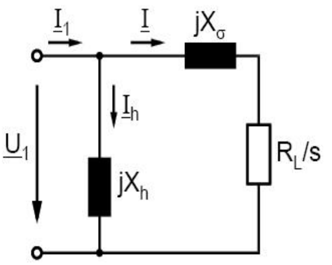


- U_p … Polradspannung (vom Polrad in Ständerwicklung induziert; eingeprägte Spannung; Höhe über Erregerstrom einstellbar)
- X_d … Synchrone Reaktanz
- L_h … Drehfeldinduktivität (Hauptinduktivität)
- L_σ … Streufeldinduktivität
- L_h und L_σ verknüpfen die vom Spulenfluss des Haupt- und des Streufelds erzeugte Spannung mit dem Strangstrom

$X_d = \omega(L_h + L_\sigma)$ $\underline{U} = \underline{U_P} - (R + jX_d) \cdot \underline{I}$ $\underline{U} = \frac{U_n}{\sqrt{3}}$ $R \to 0$ (im Allgemeinen) $x_d = \sqrt{3}\frac{X_d \cdot I_{rG}}{U_{rG}}$ I_{rG}, U_{rG}: Bemessungsgrößen	$\omega = p\Omega$ Kreisfrequenz der Spannung ω Mech. Winkelgeschwindigkeit Ω Polpaare p $n = \frac{f}{p}$ Leerlaufdrehzahl $\cos(\vartheta_M) = \frac{Re\{\underline{U_P}\}}{\lvert\underline{U_P}\rvert}$	Wirkleistung der Maschine $P = \cos(\varphi) \cdot S_{rS}$ $P = 3 \cdot UI_W = 3 \cdot \frac{U \cdot U_P}{X_d} \sin\vartheta_M$ $S_{rS} = \sqrt{3}U_n \cdot I_n$ $P_T = P + P_{VS} + P_{VE}$ P_{VS} : Verlustleistung P_{VE} : Leistungsbedarf der Erregung

Überregter Synchrongenerator: kapazitiv $\gg \underline{I} = I_W - jI_b \gg Q > 0$ gibt induktive Blindleistung ab
Unterregter Synchrongenerator: induktiv $\gg \underline{I} = I_W + jI_b \gg Q < 0$ nimmt induktive Blindleistung auf
Phasenschieberbetrieb: $I_W = 0$

Asynchronmaschine (AMA)



U_1 Ständerspannung
I_h Magnetisierungsstrom
X_σ Streureaktanz
X_h Hauptreaktanz
R_L Läuferwiderstand

$$I = \frac{U_1}{\sqrt{(R_L/s)^2 + X_\sigma^2}}$$

$$P_{zu} = 3I^2 R_L / s$$

$$P_{mech} = 3\left(I^2 R_L / s - I^2 R_L\right) = 3\frac{I^2 R_L}{s}(1-s) = P_{zu}(1-s)$$

$$P_{mech} = M \cdot \Omega = M \cdot 2\pi n = M \cdot 2\pi n_0 \cdot (1-s)$$

$$M = \frac{P_{mech}}{2\pi n} = \frac{3I^2 R_L (1-s)}{2\pi n_0 (1-s) \cdot s} = \frac{3 R_L U_1^2}{\left[\left(\frac{R_L}{s}\right)^2 + X_\sigma^2\right] \cdot 2\pi n_0 \cdot s}$$

$n_0 = \frac{\omega}{2\pi \cdot p}$ Synchrone Drehzahl

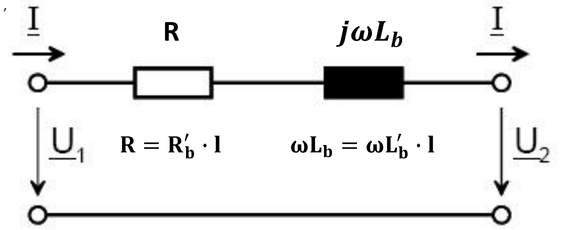
$s = \frac{n_0 - n}{n_0}$ Schlupf

$f = s \cdot f_0$; $\eta = \frac{P_{mech}}{P_{zu}} = (1-s)$

$M = \frac{2M_K}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$ Kloss'sche Gleichung (Anlauf: $n = 0$; $s \to 1$)

$s_K = \frac{R_L}{X_\sigma}$ Kippschlupf ; $M_K = \frac{3p}{\omega}\frac{U_1^2}{2X_\sigma}$ Kippmoment ; $P_V = P_{zu} - P_{mech}$

Übertragung elektrischer Energie



Für Hoch- und Mittelspannungsleitungen entfällt R!

Verluste: $P_{Ltg} = P_1 - P_2 = 3|\underline{I}^2|R$
$Q_{Ltg} = Q_2 - Q_1 = 3|\underline{I}^2|\omega L$

Konstruktion des Zeigerdiagramms: geg.: $|\underline{U}_1|$; $|\underline{U}_2|$; ϑ

1. $\underline{U_2}$ ➔ reele Achse
2. $\underline{U_1} = \underline{U_2} + d\underline{U}$
3. $d\underline{U} \perp \underline{I}$ für $R = 0$ sonst $\underline{I}$ berechnen
4. $d\underline{U} = \underline{U_1} - \underline{U_2} = \Delta U + j\delta U$ zeichnen
5. $\underline{I} = I_W \mp j\, I_b$ zeichnen ; $\tan\vartheta = \frac{\delta U}{\Delta U + U_2}$

$\Delta U = R \cdot I_W + \omega L_b \cdot I_b$ ➔ Längsspannungsabfall (Re)
$\delta U = \omega L_b \cdot I_W - R \cdot I_b$ ➔ Querspannungsabfall (Im)

Paralleldrahtleitungen

$\beta = \omega\sqrt{L'C'}$ Phasenkonstante

$\Gamma = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ Wellenwiderstand

$\vartheta = \beta \cdot l$ Leitungswinkel

Leitungsgleichungen:
$\underline{U}(x) = \underline{U}_1 \cos ßx - j\Gamma \underline{I}_1 \sin ßx$
$\underline{I}(x) = \underline{I}_1 \cos ßx - j\frac{\underline{U}_1}{\Gamma} \sin ßx$

Speziell für hom. Leitungen:
$\beta = 2\pi f \frac{1}{c}\sqrt{\epsilon_r}$

$$\begin{pmatrix}\underline{U}_2\\ \underline{I}_2\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\vartheta & -j\Gamma\sin\vartheta\\ -j\frac{1}{\Gamma}\sin\vartheta & \cos\vartheta\end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix}\underline{U}_1\\ \underline{I}_1\end{pmatrix}$$

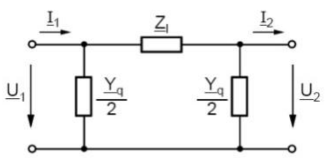
$$\begin{pmatrix}\underline{U}_1\\ \underline{I}_1\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\vartheta & j\Gamma\sin\vartheta\\ j\frac{1}{\Gamma}\sin\vartheta & \cos\vartheta\end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix}\underline{U}_2\\ \underline{I}_2\end{pmatrix}$$

Drehstromleitungen

$\beta = \omega\sqrt{L_b{}'C_b{}'}$ Phasenkonstante

$Z_W = \sqrt{\frac{\omega L_b{}'}{\omega C_b{}'}}$ Betriebswellenwiderstand

Leitung als Vierpol



$\underline{Z}_l$ … Längsimpedanz
$\underline{Y}_q$ … Queradmittanz

Leitungsgleichungen für verlustlose Leitung

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_1\\ \underline{I}_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos(\beta l) & jZ_W\sin(\beta l)\\ \frac{j}{Z_W}\sin(\beta l) & \cos(\beta l)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{U}_2\\ \underline{I}_2\end{bmatrix}$$

Kurzschluss am Leitungsende: $\underline{U}_2 = 0$

1) π-Ersatzschaltbild: $\underline{U}_1 = \underline{Z}_l\, \underline{I}_2$

2) Leitungsgleichung: $\underline{U}_1 = j Z_W \sin(\beta l)\, \underline{I}_2$

aus 1) und 2) $\boxed{\underline{Z}_l = j Z_W \cdot \sin(\beta l)}$

Speziell für kurze Leitungen:

$\underline{Z_l} = j\omega L_b' l$ $\quad l \leq 200$km Freileitung

$\frac{\underline{Y_q}}{2} = \frac{j\omega C_b' l}{2}$ $\quad l \leq 100$km Kabel

Leerlauf am Leitungsende: $\underline{I}_2 = 0$

1) π-Ersatzschaltbild: $\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{Z}_l + \frac{2}{\underline{Y}_q}}{\frac{2}{\underline{Y}_q}}$

2) Leitungsgleichung: $\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \cos(\beta l)$

aus 1) und 2) $1 + \frac{\underline{Z}_l \cdot \underline{Y}_q}{2} = \cos(\beta l)$

$\frac{\cos(\beta l) - 1}{\underline{Z}_l} = \frac{\underline{Y}_q}{2}$ $\quad \boxed{\frac{\underline{Y}_q}{2} = \frac{\cos(\beta l) - 1}{j Z_W \sin(\beta l)}}$

Übertragung der natürlichen Leistung

$$P_{nat} = \frac{U_n^{\,2}}{Z_W} = 3\,\frac{U_2^2}{Z_W} \text{ mit } U_n = \sqrt{3}\left|\underline{U}_i\right|$$

Für stabilen Betrieb muss P_{nat} über eine Änderung von Z_W der Übertragungsleistung angepasst werden.

$P_{nat} = \frac{U_n^2}{Z_W}$ $\quad Z_W = \sqrt{\frac{L_b'}{C_b'}}$ $\quad \beta = \omega\sqrt{L_b' \cdot C_b'}$

Ziel: $P_2 < P_{nat}$ übertragen

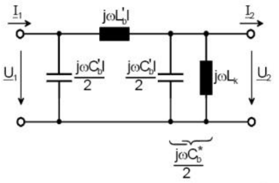
→ Leitung nicht mehr im Blindleistungsgewicht

Maßnahme: Blindleistung kompensieren bzw. Wellenwiderstand „anpassen"

$$Z_W = \sqrt{\frac{L_b'}{C_b'}} \Rightarrow L_b' \uparrow \text{ oder } C_b' \downarrow$$

Möglichkeit 1: $L'_b\uparrow \rightarrow \beta\uparrow$

Möglichkeit 2: $C'_b\downarrow \rightarrow \beta\downarrow$



$$j\omega\frac{C_b^*}{2} = j\omega\frac{C_b}{2} + \frac{1}{j\omega L_k} = j\omega\underbrace{\left(\frac{C_b}{2} - \frac{1}{\omega^2 L_k}\right)}_{\frac{C_b^*}{2} < \frac{C_b}{2}}$$

$P_{nat} = \frac{U_n^2}{Z_W}$ $\quad Z_W = \sqrt{\frac{L_b'}{C_b'}}$ $\quad \beta = \omega\sqrt{L_b' \cdot C_b'}$

Ziel: $P_2 > P_{nat}$ übertragen

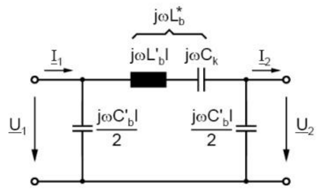
→ Leitung nicht mehr im Blindleistungsgewicht

Maßnahme: Blindleistung kompensieren bzw. Wellenwiderstand „anpassen"

$$Z_W = \sqrt{\frac{L_b'}{C_b'}} \Rightarrow L_b' \downarrow \text{ oder } C_b' \uparrow$$

Möglichkeit 1: $L'_b\downarrow \rightarrow \beta\downarrow$

Möglichkeit 2: $C'_b\uparrow \rightarrow \beta\uparrow$



$$j\omega L_b^* = j\omega L_b + \frac{1}{j\omega C_K} = j\omega\underbrace{\left(L_b - \frac{1}{\omega^2 C_K}\right)}_{L_b^* < L_b}$$

Elektrische Energieversorgungsnetze

$\frac{\Delta P_L}{P_n} = c_p \cdot \frac{\Delta f}{f_n}$ $c_p \sim 0{,}5$ (DE)	P_n/f_n: Nennlast/Nennfrequenz c_p: Verbraucherstrukturabhängig Δf: Frequenzänderung (zu f_n) ΔP_L: Wirkleistungsänderung (zu P_n)	**Turbinenregelung (Primärregelung):** $K_T = \frac{1}{\delta} = -\frac{\Delta P}{\Delta f}$	K_T: Turbinenleistungskennzahl δ: Statik $\Delta P/\Delta f$: **Leistungs-/Frequenzänderung**

Dreipoliger Kurzschluss in Netzen mit einer Netzeinspeisung

$\frac{R_k}{X_k} < 0{,}3$ Bedingung für $R_k \rightarrow 0$ $X_Q = 1{,}1\frac{U_n^2}{S''_{KQ}}$	$R_k = \sum_i R_i = R_Q + R_L$ $X_k = \sum_i X_i = X_Q + X_L$	$I''_k = 1{,}1\frac{U_n}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{\left(R_k^{\,2} + X_k^{\,2}\right)}}$

Hochspannungstechnik

Homogenitätsgrad η nach Schwaiger:

$$\eta = \frac{E_{mittel}}{E_{max}} = \frac{U/s}{E_{max}} \qquad s = \text{Elektrodenabstand}$$

Maximale Feldstärke bei bekanntem Homogenitätsgrad einer Elektrodenanordnung:

$$E_{max} = \frac{U}{\eta \cdot s}$$

Unterscheidung:

Homogenfeld: $\eta = 1$

schwach inhomogenes: $\eta < 1$

stark inhomogenes Feld: $\eta \ll 1$

innere elektrische Festigkeit E_0	Feldstärke, bei deren Überschreitung Entladungsvorgänge (z.B. Stoßionisation) im Isolierstoff möglich sind.
Durchschlag-höchstfeldstärke E_{dh}	Wert der maximalen Feldstärke in einem inhomogenen Feld, bei dem die innere elektrische Festigkeit auf einer so großen Wegstrecke x_{krit} überschritten ist, dass selbstständige Entladungen auftreten können (d.h. $E_{max} = E_{dh} > E_0$).

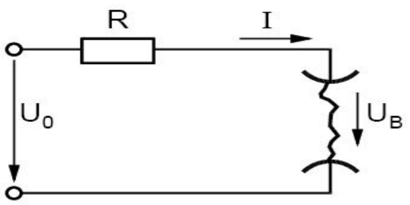
Abschätzung der TE-Einsetzspannung und der Durchschlagspannung:

TE-Einsetzspannung	$U_i = E_{dh} \cdot s \cdot \eta$	
Spannungsbedarf der Streamerentladung	$U^* = E_S \cdot s$	
Feldkonfiguration	homogen und schwach inhomogen	stark inhomogen
	$U^* < U_i$	$U_i < U^*$
Durchschlagspannung	$U_d = U_i = E_{dh} \cdot s \cdot \eta$	$U_d = U^* = E_S \cdot s$

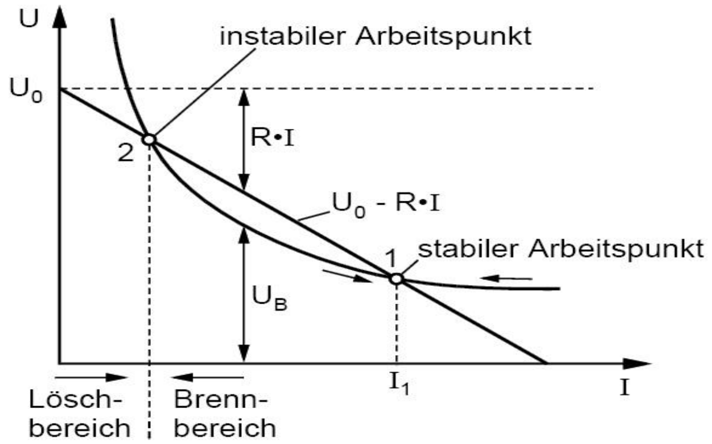
Typische Werte für die innere elektrische Festigkeit und den spezifischen Spannungsbec einer Streamerentladung in Luft (0,1 MPa; 20°C):

	E_0	E_S	
Luft (bis ca. s = 1 m)	25 kV/cm	pos. Gleich- u. Stoßspannung:	4,5 kV/cm
		neg. Gleich- u. Stoßspannung:	5 - 10 kV/cm
		Wechselspannung:	4,5 kV/cm

Lichtbogen



Stromkreis mit Lichtbogen



Kennlinie eines stationären Lichtbogens

$U_B = a + b \cdot l + \frac{c+d\cdot l}{I_B} = U_0 - R \cdot I_B$

$nU_B > U_{Netz}$ Löschbedingung

$R = \frac{U_o - a - b\cdot l}{I_B} - \frac{c+d\cdot l}{I_B^2}$; $\quad I_{1/2} = \frac{-(a+bl-U_o) \mp \sqrt{(a+bl-U_o)^2 - 4R(c+dl)}}{2R}$

$R_{max} ==> Diskriminante \; = 0$

Elektrische Antriebe

Mechanische Grundlagen

$v = r\omega \qquad \omega = 2\pi f = 2\pi n$

$ü = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$ Übersetzung

$M_2^* = \frac{1}{ü} M_2$; $J_2^x = \frac{1}{ü^2} J_2$; $J = \frac{1}{2} m R^2$ (Zylinder)

Translation	Rotation
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$
m	$J = \int r^2 \, dm$
$p = m \cdot v$	$L = J \cdot \omega$
$F = m \cdot a$	$M = F \cdot r$
$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$	$E_{rot} = \frac{1}{2} J \omega^2$
$P = F \cdot v$	$P = M \cdot \omega$
$F = \dot{p}$	$M = \dot{L}$

Erwärmung

$P_{ab} = A(\vartheta - \vartheta_A) = A \cdot \Delta\vartheta$

Abgegebene Wärme und Wärmeabgabefähigkeit A

$P_v = P_{ab} + C_\vartheta \cdot \dot{\vartheta}$

$\Delta\vartheta(t) = \Delta\vartheta_\infty \left(1 - e^{\frac{-t}{T_\vartheta}}\right)$

$T_\vartheta = \frac{C_\vartheta}{A}$ thermische Zeitkonstante

NOTIZEN