

Erik W. Grafarend

Kinematische und dynamische Gleichungen zur Erdrotation: Messexperimente, Präzession/Nutation versus Tageslängenschwan- kung (LOD)/Polbewegung (PM)

Als *Leonhard Euler* (1745) seine berühmte Formel zur Berechnung der *Nutationsbewegung* der Erde aufstellte, war noch nicht absehbar, welchen Boom zur genaueren Berechnung und zur modernen Theorie der Erdrotation, des Mondes, der Himmelskörper, des Kosmos im Großen und der Elementarteilchen im Kleinen er auslöste. Auf der *Beobachtungsseite* zeigen die ersten drei Abbildungen die Fortschritte bei der Ermittlung der *Polbewegung* des Kreisels Erde. Die *Polbewegung* charakterisiert die *Orientierung* der Erde im erdfesten Referenzsystem, die *Tageslängenschwankung* die Änderung des Betrages der Erdrotation über einen Zeitraum.

F. Klein und *A. Sommerfeld* ("Über die Theorie des Kreisels", Nachdruck der Ausgabe 1897-1910, B.G. Teubner, Bd.1, 1965) beobachteten die Polbewegung von 1890 bis 1900 mit traditionellen astronomischen Methoden. Dagegen präsentierte der *Internationale Erdrotationsdienst* (IERS: "International Earth Rotation Service") Polbewegungsdaten in Intervallen von 5 Tagen vom 5. Januar 1984 bis 13. Mai 1989 mit der Methode der *Langbasisinterferometrie* (VLBI: "Very Long Baseline Interferometry"). Unsere letzte Darstellung der Polbewegung betrifft den Zeitraum *Januar 1958 bis Dezember 1992* als *Funktion der Zeit* (Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, Abteilung I, auf der Basis des Bureau International de l'Heure und des Internationalen Erdrotationsdienstes IERS). Auch dem Laien ist der *periodische Charakter* der Polbewegung deutlich: 12 Monate, 14 Monate, Dämpfung versus Anregung, Einheiten 100 msec (tausendstel Bogensekunde), *Bereiche* ± 9 Meter. Zum Beispiel werden alle Koordinaten des *Globalen Positionierungssystems* (GPS, Global Problem Solver) wegen der Polbewegung auf ein Refe-

renzdatum reduziert. Ein Beispiel ist die *Referenzepoche* 2000.0. Die zentrale Bedeutung der Polbewegung wird damit deutlich, werden doch Positionsbestimmungen auf *den Millimeter genau* benötigt!

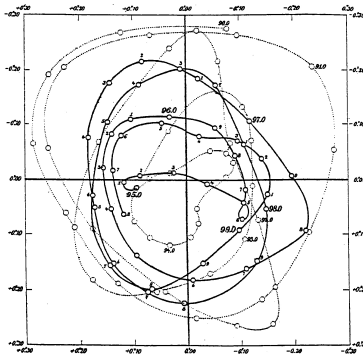
Über die Präzession und Nutation, die Beschreibung der Erde *in einem raumfesten System*, gibt die vierte Abbildung Auskunft: Bezogen auf den Himmelspol und auf die Ekliptikebene ist die Rotationsachse um $23,5^\circ$ geneigt. Die Bahn des mittleren Himmelspols definiert die *Präzession* mit einer Periode von 18,6 Jahren, überlagert von kurzperiodischen Störungen genannt *Nutation*. Die Nutation ist eine elliptische Bewegung mit den Halbachsen $6''.9$ und $9''.2$. Daten liefert der *FK 5 Katalog* (W. Fricke: Determination of the Equinox and Equator of the FK 5, Astron. Astrophys. 107 (1982) 13-16, W. Fricke, H. Schwan und T. Lederle: Fundamental Katalog 5, Part 1, Veröff. Astrono. Rechen-Inst., Heidelberg 1988).

Atmosphärische und ozeanische Anregungsfunktionen auf dekadischen Skalen beeinflussen die *Tageslängenschwankungen* ("Length-of-day": LOD) maßgeblich. Über die Beobachtungssituation informiert das "IERS Bulletin-A" ("International Earth Rotation Service") in vorzüglicher Weise. Wir haben mit Absicht den Tag des 29. März 2007 ausgesucht, welches folgende *wöchentliche Informationen* enthält:

- als generelle Information
MJD: Julianische Datum minus 2 400 000.5 Tage
- UT2 – UT1
"in Bessel Jahren: Universal Time 2 minus Universal Time 1" (Schau in Standardwerke über Astronomie, z.B. *Karttunen et al*: Fundamental Astronomy, 4th edition, Springer Verlag, Berlin 2003, Seiten 28-43)
- TT = TAI + 32.184 seconds
"gesendete Zeit gleich astronomische Zeit international plus 32.184 Sekunden"
- DUT1 = (UT1 – UTC)
"gesendete Zeit mit Zeitsignalen gleich minus 0.1 Sekunden beginnend am 15. März 2007 für 0000 Universelle Zeit "coordinated" "
- TAI – UTC (BIPM) = 33.000 000 Sekunden"

Beispiel einer Vorhersage:

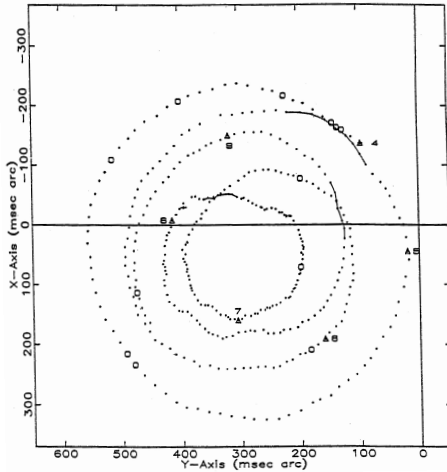
Jahr	Monat	Tag	Mittlerer Julianischer Tag	
2007	4	13	54203	
x (Bogensekunden) südliche Komponente der Polbewegung		y (Bogensekunden) östliche Komponente der Polbewegung		UT1 – UTC (Sekunden)
0.0495		0.4821		0.07899

Abbildung 1: Bewegung des Nordpols der Erdachse

Polbewegung in den Jahren 1890-1900 (mit freundlicher Genehmigung des Verlages B. G. Teubner, Stuttgart, entnommen aus: *F. Klein & A. Sommerfeld: Über die Theorie des Kreisels*, Nachdruck der Ausg. 1897-1910, BMT Bd. 1, 1965)

Die Beobachtungen basieren auf Daten von folgenden Typen:

1. "Very Long Baseline Interferometry" (VLBI): Quasare
2. "Satellite Laser Ranging" (SLR)
3. "Global Positioning System" (GPS): Satelliten
4. "Lunar Laser Ranging" (LLR)
5. Meteorologische Vorhersagen der Variationen im "Atmospheric Angular Momentum": (AAM)

Abbildung 2: Polbewegung aus VLBI Beobachtungen

Polbewegung aus *Very Long Baseline Interferometry* (VLBI) Beobachtungen (entnommen aus: *IRIS Bulletin A - Earth Rotation* (No. 64))

POLE POSITION
At 5-day intervals

Jan 5, 1984 - May 18, 1989

Circles: Interpolated IRIS values

Triangles: Markers for

Jan 3, 1984 (4) Jan 4, 1987 (7)

Jan 4, 1985 (5) Jan 4, 1988 (8)

Jan 4, 1986 (6) Jan 3, 1989 (9)

Beispiel für einen "IERS Rapid Service":

Jahr	Monat	Tag	Mittlerer Julianischer Tag
7	3	29	54188
x (südlich: PM)	Fehler in Bogensekunden	y (östlich: PM)	Fehler in Bogensekunden
0.1580''	0.00010''	0.47595''	0.00009''
	<u>UT1-UTC</u>	<u>Fehler</u>	
	-0.061 500 Sekunden	0.000 057 Sekunden	

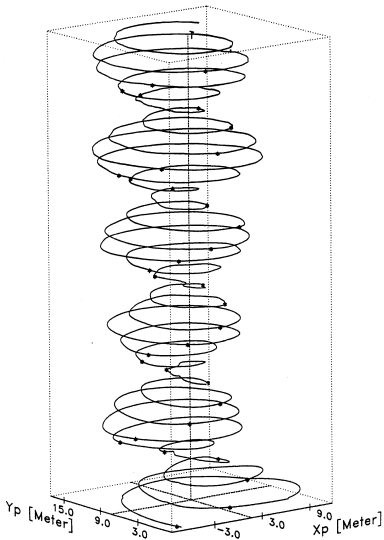
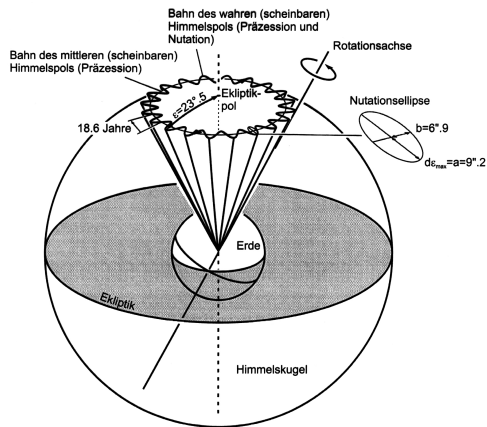


Abbildung 3: Polbewegung von Jan. 1958 bis Dez. 1992 als Funktion der Zeit (Quelle: DGFI, Abt. I, nach Daten des BIH bzw. des IERS)

Abbildung 4: Präzession und Nutation



Für die *Vorhersage* wird eine *elliptische Polbewegung* angenommen, die in Formeln lautet:

$$\frac{(x - c_1)^2}{(c_2 \cos A + c_3 \sin A + c_4 \cos C + c_5 \sin C)^2} + \frac{(y - c_6)^2}{(c_7 \cos A + c_8 \sin A + c_9 \cos C + c_{10} \sin C)^2} = 1$$

Sie lässt sich auflösen in *prograde Komponenten* in Richtung der Drehbewegung der Erde und in *retrograde Komponenten* entgegengesetzt zur Erdrotation. Es wird deutlich, dass die Bewegung der Rotationsachse und der Trägheitsachsen der Erde keine einfache Bewegung ist!

Diese Tatsache wird überdeutlich, wenn wir uns die theoretischen Grundlagen der Erdrotation ansehen, Grundlagen, die das Genie *Leonhard Euler* geschaffen hat. Nach ihm benannt gibt es zwei Sorten von Gleichungen:

Kinematische Euler-Gleichungen		Dynamische Euler-Gleichungen	
Arbeiten von <i>V.Dehant,</i> <i>Y.Georgiadon,</i> <i>C.Truesdell,</i> <i>B.Richter,</i> <i>M.Smith, J.Wahr,</i> <i>E.Grafarend</i>	Arbeiten zu Quaternionen von <i>J.C.Hamilton,</i> <i>D.Hestenes,</i> <i>W.Niemz,</i> <i>F.Sanso,</i> <i>M.Vitins,</i> <i>B.L. Van der</i> <i>Waerden,</i> <i>J.Wittenburg,</i> <i>E.Grafarend</i>	Drehimpulsbilanz "starrer Körper"	Euler-Lionvillebilanz "deformierbarer Körper"
		Standard Technik: mehr als 1000 Arbeiten	

In einem bemerkenswerten Beitrag vergleicht H.W. Mikolajski ("*Synthetische Modelle zur Polbewegung eines deformierbaren Erdkörpers, ein Beitrag zur Modellerweiterung und Bewertung: Ergebnisse, Deutsche Geodätische Kommission, Bayerische Akademie der Wissenschaften, Report C 354, München 1989*") Lösungen der kinematischen Euler-Gleichungen (globaler Oberflächen-Vortizitätsvektor) mit den dynamischen Euler-Gleichungen

(Drehimpulsbilanz-Gleichung, Figuren-Achse/ Tisserand-Achsen) und findet grosse Diskrepanzen zwischen den Lösungen. Hier werden wir den Weg des globalen Oberflächen-Vortizitätsvektors gemäss C.Truesdell und M. Smith beschreiten.

Eine spezielle Lösung der dynamischen nichtlinearen Euler-Gleichungen, die im Einklang mit den Messexperimenten stehen sollte, möchten wir allerdings hervorheben, namentlich die *freie* Euler Periode der Erde. Unter der Annahme eines starren Körpers für die Erde sollte die *freie* Bewegung einen Betrag von 10 Monaten aufweisen, wie L.Euler selbst berechnete. Wir sprechen von der berühmten Euler-Periode! Dagegen fand S.C.Chandler ((1891) : On the variation of latitude, *Astronomical Journal* 11, volume 83) bei Messungen eine realistische Frequenz von etwa 14 Monaten., die in der Tat bei einer Annahme eines deformierbaren Körpers sich ergibt! Die Erklärungen reichen von atmosphärischen Prozessen, von kontinentalem Wassermassenaustausch, Kern-Mantel-Wechselwirkung bis zu Erdbebenwirkungen. Im Rahmen eines Überblickes (*R.Gross, I. Fukumori and D. Menemenlis (2003): Atmospheric and oceanic excitation of the Earth's wobbles during 1980-2000, J.Geophysical Research 108(2003) 2370,doi:10.1029/2003JB002143*) kommt der Autor zu dem Schluss, dass während der Periode 1985.0 bis 1996.0 die Chandler-Periode definitiv von

atmosphärischen und ozeanischen Prozessen

mit dominanter Erregung durch Ozean-Bodendruck-Fluktuationen entstanden sind.

Zurück zu den kinematischen Euler-Gleichungen des Rotationsvektors, die wir *sowohl* im *quasi-inertialen Referenzsystem* (das kosmische Zentrum bewegt sich nur inertial) *der Ekliptik als auch* im quasi-festen Referenzsystem der Erde (da sich die Erde *deformiert* im Verlaufe ihrer Existenz, muss ein *quasi-festes Referenzsystem*, verbunden mit der Erde, sorgfältig definiert werden) des Äquatorsystems (*orthonormales Dreibein* bestehend aus der momentanen Rotationsachse, der Projektion des Greenwicher Schwerevektors auf die momentane Äquatorebene - senkrecht zum momentanen Rotationsvektor, der Vervollständigung des dritten Bezugsvektors des Dreibeins, identisch mit dem Vektorprodukt aus dem ersten und dem zweiten Referenzvektor). Wir möchten annehmen, dass der Rotationsvektor eine gleichförmige

Bewegung *auf einem Kegel* als Referenz beschreibt ("Präzession") und *von kleinen Störungen überlagert wird* ("Nutation") im Sinne einer Linearisierung. Die Basisvektoren im quasi-inertial Referenzsystem ("Ekliptik System") werden über eine *Euler-Rotationsmatrix* mit dem quasi-körperfesten Referenzsystem im Sinne der Gleichungen

$$\mathbf{e} := [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3]^T \quad \text{versus} \quad \mathbf{f} := [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3]^T$$

$$\mathbf{f} = R_3(\sigma)R_2(\theta)R_3(\chi) \mathbf{e}$$

$$\Omega = \mathbf{e}^T \mathbf{x} = \mathbf{f}^T \mathbf{y}$$

beschrieben. \mathbf{f} und \mathbf{e} sind "Container" von Basisvektoren. Wir verfolgen die Bewegung der zwei Referenzsysteme im Sinne der *Euler-Bewegungsgleichungen*. R_3 ist eine Rotationsmatrix um die 3-Achse, R_2 eine Rotationsmatrix um die 2-Achse und letztlich R_1 eine Rotationsachse um die 1-Achse, alle rechtssinnig.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \chi & \cos \chi \sin \theta \\ 0 & \cos \chi & \sin \chi \sin \theta \\ 1 & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\chi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\sigma} \end{bmatrix}$$

versus

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \cos \sigma & \sin \sigma & 0 \\ \sin \theta \sin \sigma & \cos \sigma & 0 \\ \cos \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\chi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\sigma} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\chi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \chi \cot \theta & -\sin \chi \cot \theta & 1 \\ -\sin \chi & \cos \chi & 0 \\ \frac{\cos \chi}{\sin \theta} & \frac{\sin \chi}{\cos \theta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -\frac{\cos \sigma}{\sin \theta} & \frac{\sin \sigma}{\sin \theta} & 0 \\ \sin \sigma & \cos \sigma & 0 \\ \cot \theta \cos \sigma & -\cot \theta \sin \sigma & 1 \end{bmatrix} \mathbf{y}$$

Wir erhalten die *Euler-Gleichungen* (i) über den Container \mathbf{x} im Ekliptik-Referenzsystem oder (ii) über den Container \mathbf{y} im erdfesten-Referenzsystem.

reguläre Präzession

Im *Ekliptik-Referenzsystem* lässt sich die *reguläre Präzession* einfach als *Kegelbewegung um die Ekliptiknormale* darstellen. Wir schreiben als partikuläre Lösung der Euler-Gleichungen wie folgt auf:

$$\mathbf{x} = \omega \begin{bmatrix} \sin \varepsilon \cos (pt) \\ -\sin \varepsilon \sin (pt) \\ \cos \varepsilon \end{bmatrix}$$

Die Präzessionsfrequenz beträgt $p \doteq (360^\circ)/(25,800 \text{ years})$, die Schiefe der Ekliptik $\varepsilon \doteq 23.5^\circ$. Die zugehörigen kinematischen *Euler-Gleichungen der Präzession* lauten $\dot{\chi}(\varepsilon, p)$, $\dot{\theta}(\varepsilon, p)$, $\dot{\sigma}(\varepsilon, p)$:

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= -\omega \sin \varepsilon \cot \theta \cos (\chi + pt) + \omega \cos \varepsilon \\ \dot{\theta} &= -\omega \sin \varepsilon \sin (\chi + pt) \\ \dot{\sigma} &= \omega \sin \varepsilon \operatorname{cosec} \theta \cos (\chi + pt) \end{aligned}$$

partikuläre Lösung

$$\begin{aligned} \chi &= -pt \\ \theta &= \operatorname{arccot} \frac{\omega \cos \varepsilon + p}{\omega \sin \varepsilon} =: \varepsilon' \doteq \varepsilon - \frac{p}{\omega} \sin \varepsilon \\ \sigma &= \sqrt{\omega^2 + p^2 + 2\omega p \cos \varepsilon} t =: \omega' t \doteq (\omega + p \cos \varepsilon) t \end{aligned}$$

reguläre Präzession plus Nutation

Wir überlagern der *regulären Präzession* beschrieben durch den Container $\mathbf{g} = R_2(\varepsilon)R_3(-pt) \mathbf{e}$ als mittleres Äquatorsystem den Rotationsvektor in diesem Referenzsystem.

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= R_2(\varepsilon)R_3(-pt) \mathbf{e} \\ \boldsymbol{\Omega} &= \mathbf{g}^T \omega \begin{bmatrix} \beta \cos (nt) \\ \beta \sin (nt) \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

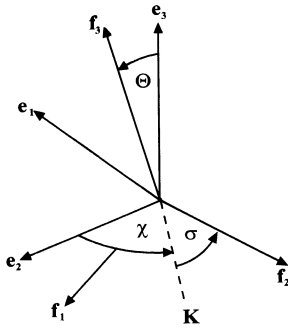


Abbildung 5: Eulerwinkel $\{\chi, \theta, \sigma\}$

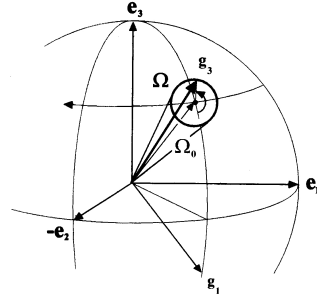


Abbildung 6: Überlagerung von regulärer Präzession und Nutation (1 Term)

Die kegelförmige Bewegung um den mittleren Rotationsvektor Ω_0 läuft mit einer Frequenz n um. Der kleine *Aperturwinkel* wird über β dargestellt. Wir stellen in Folge den Rotationsvektor Ω im Ekliptik-Referenzsystem, zerlegt in reguläre Präzession und Nutation dar.

$$\Omega = \mathbf{e}^T \omega \begin{bmatrix} \sin \varepsilon \cos pt & +\beta \cos \varepsilon \cos pt \cos nt & +\beta \sin pt \sin nt \\ -\sin \varepsilon \sin pt & -\beta \cos \varepsilon \sin pt \cos nt & +\beta \cos pt \sin nt \\ \cos \varepsilon & -\beta \sin \varepsilon \cos nt & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$$

Der Rotationsvektor stellt sich analog im *redfesten Referenzsystem* dar,

$$\mathbf{y} := \begin{bmatrix} p \sin \varepsilon \cos(\omega't) \\ -p \sin \varepsilon' \sin(\omega't) \\ \omega' - p \cos \varepsilon' \end{bmatrix}$$

wobei die kegelförmige Rotationsbewegung um die \mathbf{f}_3 -Achse mittels $\omega' \doteq 360\ddot{r}/d$ mit einem Aperturwinkel von $\arctan(p \sin \varepsilon')/(\omega' - p \cos \varepsilon')$. Eine analoge Beschreibung der *kinematischen Euler-Gleichungen* basiert auf der Winkelzerlegung

$$\chi = \chi_0 + \Delta\chi, \quad \theta = \theta_0 + \Delta\theta, \quad \sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$$

gegeben: $\chi_0, \theta_0, \sigma_0, \dot{\chi}_0; \dot{\theta}_0, \dot{\sigma}_0$

bildet ein Differentialgleichungssystem vom Typ linear in Näherung erster Ordnung.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\chi} - \omega \sin \varepsilon \operatorname{cosec}^2 \theta_0 \Delta \theta &= -\omega \beta \cos \varepsilon \cot \theta_0 \cos (nt) - \omega \beta \sin \varepsilon \cos (nt) \\ \Delta \dot{\theta} + \omega \sin \varepsilon \Delta \chi &= \omega \beta \sin (nt) \\ \Delta \dot{\sigma} + \omega \sin \varepsilon \cos \theta_0 \operatorname{cosec}^2 \theta_0 \Delta \theta &= \omega \beta \cos \varepsilon \operatorname{cosec}^2 \theta_0 \cos (nt) \end{aligned}$$

partikuläre Lösung

$$\Delta \chi = -\frac{\omega t}{n} \left\{ \cos \varepsilon \cot \theta_0 + \sin \varepsilon - \omega \sin \varepsilon \operatorname{cosec}^2 \theta_0 \cdot \frac{\omega \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cot \theta_0 + \omega \sin^2 \varepsilon + n}{\omega^2 \sin^2 \varepsilon \operatorname{cosec}^2 \theta_0 - n^2} \right\} \sin (nt)$$

$$\Delta \theta = \omega \beta \frac{\omega \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cot \theta_0 + \omega \sin^2 \varepsilon + n}{\omega^2 \sin^2 \varepsilon \operatorname{cosec}^2 \theta_0 - n^2} \cos (nt)$$

$$\Delta \sigma = \frac{\omega \beta}{n} \operatorname{cosec} \theta_0 \left\{ \cos \varepsilon - \omega \cot \theta_0 \sin \varepsilon \cdot \frac{\omega \sin \varepsilon \cos \varepsilon \cot \theta_0 + \omega \sin^2 \varepsilon + n}{\omega^2 \sin^2 \varepsilon \operatorname{cosec}^2 \theta_0 - n^2} \right\} \sin (nt)$$

Wenn wir Produkte vom Typ βp vernachlässigen, werden wir auf die einfache Darstellung $\Omega = \Omega_0 + \Delta \Omega$ im körperfesten System geführt.

$$\mathbf{y} \doteq \begin{bmatrix} p \sin \varepsilon' \cos (\omega' t) - \frac{n \omega \beta}{\omega - n} \cos \{(\omega' - n)t\} \\ -p \sin \varepsilon' \sin (\omega' t) + \frac{n \omega \beta}{\omega - n} \sin \{(\omega' - n)t\} \\ \omega' - p \cos \varepsilon' \end{bmatrix}$$

Als Superposition von zwei Kegelbewegungen im körperfesten Referenzsystem erhalten wir Frequenzen vom Typ ω' und $(\omega' - n)$ bei einer Apertur von $p \sin \varepsilon' / \omega'$ und $\beta' := n \beta / (\omega - n)$. Die drei nachfolgenden Tabellen

geben den "Input" der Nutation im *quasi-inertialen Referenzsystem* wieder, gefolgt von den umgerechneten Bewegungen in quasi-erdfestem Referenzsystem, geordnet nach *Periode, Frequenz und Amplitude*. Auffällig ist, dass die Perioden im erdfestem Referenzsystem im Niveau von einem Tag liegen, insbesondere bei "Input-Perioden" im Quasi-Inertialsystem von 6 794.4 Tagen bis zu -5.6 Tagen! Die letzte Tabelle gibt abschließend einen Überblick, geordnet nach "prograden" und "retrograden" Bewegungsformen. Die abschließenden Grafiken sollen die auftretenden Perioden und Aperturen graphisch veranschaulichen: Sie werden hier erstmals vorgestellt. Die Darstellung gelingt jeweils aus der "Input-Relation" (Quasi-Inertialsystem: Präzession plus Nutation) und aus der "Output-Relation" (Quasi-erdfestes Referenzsystem: Polbewegung) auf der Basis der *kinematischen Euler-Gleichungen*.

Die hier vorgestellten Ergebnisse basieren auf Ergebnissen der Arbeitsgruppe "Erdrotation", bestehend aus J. Engels (Stuttgart), B. Richter (München) und mir.

Abbildung 7: Retrograde Komponenten im quasi-inertialen System

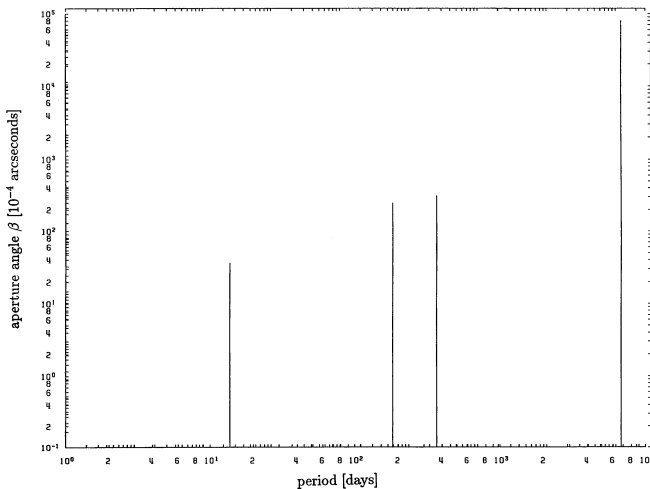


Tabelle 1: Komponenten der Nutation im quasi-inertialen und terrestrischen System

Nr.*	quasi-inertiales System			terrestrisches System		
	Periode [d]	Frequenz n [rad/d]	Amplitude β [0".001]	Periode [d]	Frequenz $n - \omega'$ [rad/d]	Amplitude [0".001]
1 p	6798.4	0.00092	1180.45	-0.99742	-6.29946	0.17
1 r	-6798.4	-0.00092	8022.05	-0.99712	-6.30131	1.18
9 p	182.6	0.03441	549.07	-1.00275	-6.26598	3.01
9 r	-182.6	-0.03441	24.53	-0.99185	-6.33479	0.13
10 p	365.3	0.01720	25.66	-1.00000	-6.28319	0.07
10 r	-365.3	-0.01720	31.06	-0.99455	-6.31759	0.08
31 p	13.7	0.45994	94.08	-1.07581	-5.84045	7.41
31 r	-13.7	-0.45994	3.62	-0.92942	-6.76033	0.25
54 p	5.6	1.11351	0.31	-1.21136	-5.18688	0.07
54 r	-5.6	-1.11351	0.01	-0.84749	-7.41390	0.00
31 p	13.7	0.45994	94.08	-1.07581	-5.84045	7.41
9 p	182.6	0.03441	549.07	-1.00275	-6.26598	3.01
34 p	9.1	0.68797	12.44	-1.11951	-5.61242	1.52
33 p	13.6	0.46087	17.68	-1.07598	-5.83952	1.40
1 r	-6798.4	-0.00092	8022.05	-0.99712	-6.30131	1.18
32 p	27.6	0.22803	14.51	-1.03472	-6.07236	0.54
32 r	-27.6	-0.22803	13.81	-0.96244	-6.52842	0.48

* Die Nummern beziehen sich auf das IAU 1980 Nutationsmodell. p bezeichnet die prograde, r die retrograde Komponente des jeweiligen Ausdrucks.

Tabelle 2: Komponenten der Nutation im terrestrischen und quasi-inertialen System

quasi-inertiales System:

No.	period [d]	n [Rad/d]	β_1 [0,"0001]	β_2 [0,"0001]
1	6798.4	0.00092	11 804	80 221
9	182.6	0.03441	5491	245
10	365.3	0.01720	-257	311
31	13.7	0.45863	941	36
54	5.6	1.12200	3	0

terrestrisches System:

No.	$2\pi/(\omega' - n)$ Periode [d]	$2\pi/(\omega' - n)$ Periode [d]	prograde Amplitude β_1 [0,"0001]	retrograde Amplitude β_2 [0,"0001]
1	0.99741	0.99712	2	-12
9	1.00275	0.99185	30	-1
10	1.00000	0.99455	-1	-1
31	1.07556	0.92960	74	-2
54	1.21335	0.84652	1	0

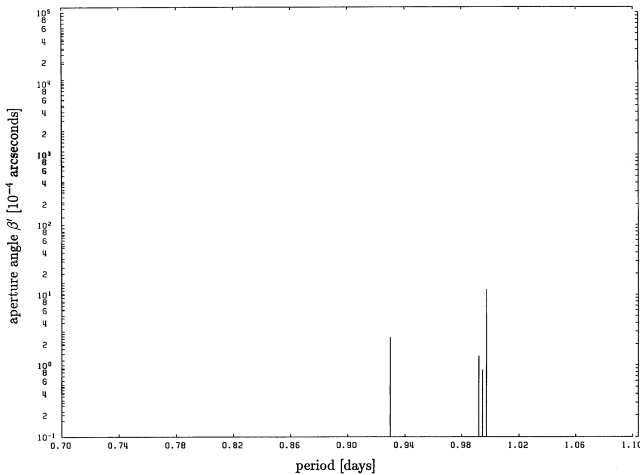
Abbildung 8: Komponenten im terrestrischen System
(Transformationen der retrograden Nutationskomponenten)

Abbildung 9: Prograde Komponenten im quasi-inertialen System

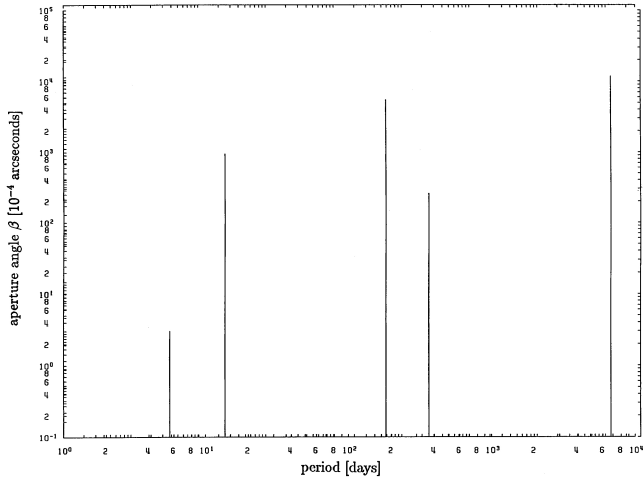


Abbildung 10: Komponenten im terrestrischen System
(Transformationen der prograden Nutationskomponenten)

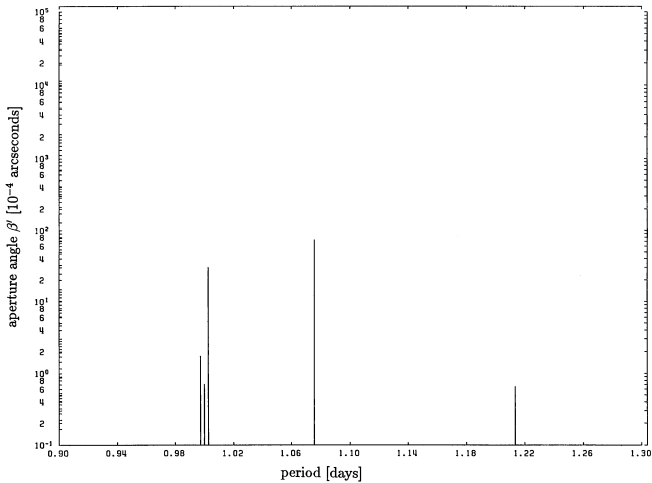


Abbildung 11: Prograde und retrograde Komponenten der Polbewegung

