# Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig Blatt 4 vom 15. Mai 2017

**Aufgabe 1** (Diagonalisierbarkeit)**.** Welche der folgenden Matrizen sind über $\mathbb{C}$ diagonalisierbar?

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & i \\ i & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & i \\ -i & 7 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2** (adjungierte Abbildung)**.** Zu $a \in \mathbb{R}$ betrachten wir

$$\begin{aligned} f_a \colon \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ x &\longmapsto \begin{pmatrix} x_1 + a \cdot x_2 \\ a^2 \cdot x_1 + x_3 \\ x_2 + a \cdot x_3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

1. Bestimmen Sie für jedes $a \in \mathbb{R}$ die adjungierte Abbildung zu $f_a$.
2. Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist $f_a$ selbstadjungiert?

**Aufgabe 3** (Orthonormalbasen aus Eigenvektoren)**.**

1. Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^4$, die aus Eigenvektoren der Matrix
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 7 \end{pmatrix} \in M_{4\times 4}(\mathbb{R})$$
besteht.
2. Finden Sie ein symmetrische Matrix in $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ mit Eigenwerten $1, 2, 3$, für die die Vektoren
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
Eigenvektoren sind.

**Aufgabe 4** (CAS)**.** Überprüfen Sie Ihre Rechnungen mit einem Computeralgebrasystem!

keine Abgabe!