Dr. Christian Săcărea

"Babeş–Bolyai" Universität, Cluj-Napoca
Fachbereich Mathematik und Informatik

Wintersemester 2017/2018

Lösungshinweise zur 3. Übung

Logik für Informatiker

(G 8) Aussagenlogische Formeln

Welche der folgenden Ausdrücke A_i sind *aussagenlogische Formeln*?

- $A_1 : \neg p_0, \quad A_2 : \neg\neg p_0$
- $A_3 : p_0 \rightarrow \vee p_1$
- $A_4 : (p_0 \wedge (p_1 \vee p_2))$
- $A_5 : ((p_0 \wedge p_1) \vee (p_0 \wedge p_2))$
- $A_6 : (p_0 \vee) p_1 \wedge$
- $A_7 : p_0 \rightarrow p_1 \vee p_2$

Gib für jeden der obigen Ausdrücke A_i, der eine aussagenlogische Formel ist, die zugehörige Wertetabelle an.

LÖSUNG:

A_1, A_2, A_4, A_5 sind aussagenlogische Formeln. A_3, A_6, A_7 sind offenbar nicht entsprechend der Regeln aufgebaut. Durch das Weglassen der Klammerung ist A_7 nicht eindeutig lesbar.

p_0	p_1	p_2	$\mathcal{A}(A_1)$	$\mathcal{A}(A_2)$	$\mathcal{A}(A_4)$	$\mathcal{A}(A_5)$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1

(G 9) Zweiwertige Interpretation aussagenlogischer Formeln

Sei $\Pi = \{A, B, C\}$ eine Menge von Aussagenvariablen und F die folgenden Formel über Π:

$$F = ((A \wedge B) \rightarrow C) \leftrightarrow ((\neg C \vee B) \rightarrow ((A \rightarrow A) \wedge C))$$

a) Geben Sie für F eine Wahrheitstabelle an.

b) Begründen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob F erfüllbar, unerfüllbar, oder tautologisch ist.

c) Gegeben die Formel $G = \neg A \vee B$ über Π. Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob $F \models G$ gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.

d) Gegeben die Formel $H = A \vee C$ über Π. Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob $F \models H$ gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.

e) Gegeben die Formel $K = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$ über Π. Untersuchen Sie mithilfe der Wahrheitstabelle ob $F \equiv K$ gilt. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der Wahrheitstabelle.

(G 10)Erfüllbarkeit & Co.

Beantworten Sie die folgenden Fragen. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

a) Gilt die folgende Aussage: Es gibt eine aussagenlogische Formel F , sodass F erfüllbar und $\neg F$ erfüllbar ist?

b) Gilt die folgende Aussage für eine beliebige aussagenlogische Formel F : F ist erfüllbar genau dann, wenn $\neg F$ erfüllbar?

c) Seien F, G beliebige aussagenlogische Formeln. Gilt die folgende Aussage: $F \models G$ gdw. $F \wedge \neg G$ unerfüllbar ist?

d) Seien F, G beliebige aussagenlogische Formeln. Gilt die folgende Aussage: $F \models G$ gdw. $F \wedge G$ allgemeingültig ist?

e) Sei M eine beliebige unerfüllbare Formelmenge, F eine beliebige Formel. Gilt die folgende Aussage: $M \models F$?

f) Sei G eine erfullbare Formel, die nicht allgemeingultig ist, H eine beliebige Formel und $G \models H$. Welche der Eigenschaften (erfüllbar, unerfüllbar, tautologisch) gilt für $G \wedge H$?

(G 11)Für Logik Schlaufüchse

Leite aus den folgende Aussagen die Aussage *Es gibt immer Schoko in der Uni.* her.

a) Am ersten Studientag macht die Mensa wieder auf.

b) Wenn das Essen nicht schmeckt, dann demonstrieren die Studenten.

c) Wenn das Essen schmeckt und es keine Schoko in der Uni gibt, dann macht die Mensa wieder auf.

d) Wenn die Mensa wieder aufmacht, gibt es Schoko in der Uni.

e) Wenn die Studenten demonstrieren und es keine Schoko in der Uni gibt, dann ist der erste Studientag.

Hinweis: Übersetze die Aussagen in Propositionen. Setze z.B. $p_0 =$ ERSTER STUDIENTAG und $p_1 =$ DIE MENSA MACHT WIEDER AUF, dann wird die erste Aussage zu $p_0 \rightarrow p_1$.

LÖSUNG:

p_0 erster Studientag

p_1 die Mensa macht wieder auf

p_2 das Essen schmeckt

p_3 die Studenten demonstrieren

p_4 es gibt Schoko in der Uni

Damit erhält man folgende Propositionen

a) $p_0 \rightarrow p_1$

b) $\neg p_2 \to p_3$

c) $p_2 \land \neg p_4 \to p_1$

d) $p_1 \to p_4$

e) $p_3 \land \neg p_4 \to p_0$

Durch Umformen folgt

a) $\neg p_0 \lor p_1$

b) $p_2 \lor p_3$

c) $\neg p_2 \lor p_4 \lor p_1$

d) $\neg p_1 \lor p_4$

e) $\neg p_3 \lor p_4 \lor p_0$

Angenommen die Proposition *es gibt Schoko in der Uni* stimmt nicht, dann wäre p_4 falsch. Da wir davon ausgehen, dass die Aussagen a)-e) wahr sind folgt nun: p_1 falsch (aus d)),p_0 falsch (aus a)), p_2 falsch (aus c)),p_3 falsch (aus e)). Da p_2 und p_3 falsch sind, folgt jedoch, dass Proposition b) falsch ist, was ein Widerspruch ist, also gibt es immer Schoko in der Uni.