Mathe sicher können

Für Lehrerinnen und Lehrer

Auszug
"S5 – Proportionales Denken und Rechnen"
aus:

Saft (in Liter)	Preis (in Euro)
1	3
2	
3	
4	

Sachrechnen:

Größen – Überschlagen – Textaufgaben – Diagramme – Proportionen – Prozentrechnung

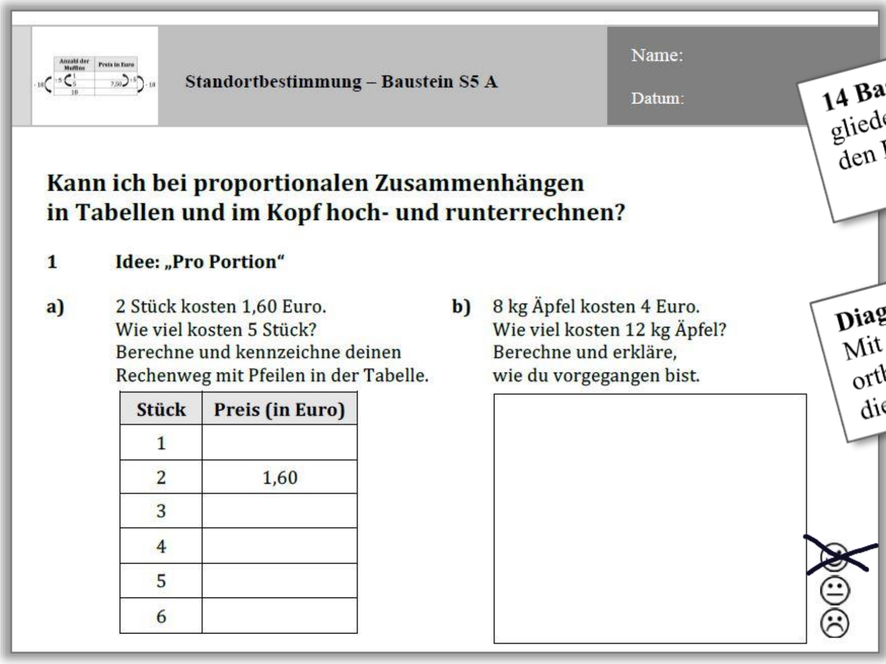
Ermöglicht durch
Deutsche
Telekom
Stiftung

Cornelsen

Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept:

In den 14 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie
mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.



Standortbestimmung – Baustein S5 A

Name:

Datum:

Kann ich bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen?

1 **Idee: „Pro Portion“**

a) 2 Stück kosten 1,60 Euro.
Wie viel kosten 5 Stück?
Berechne und kennzeichne deinen Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

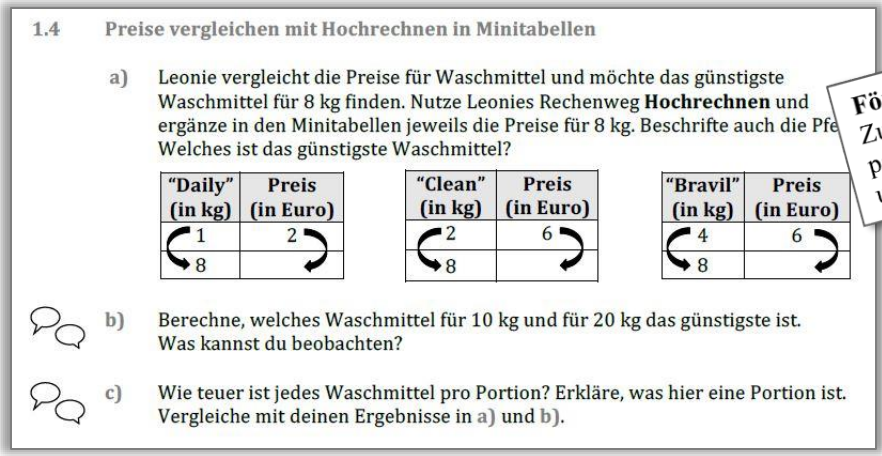
Stück	Preis (in Euro)
1	
2	1,60
3	
4	
5	
6	

b) 8 kg Äpfel kosten 4 Euro.
Wie viel kosten 12 kg Äpfel?
Berechne und erkläre, wie du vorgegangen bist.

14 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

Diagnose:
Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen
befinden sich im hinteren Teil dieser
Handreichungen als Kopiervorlage.



1.4 **Preise vergleichen mit Hochrechnen in Minitabellen**

a) Leonie vergleicht die Preise für Waschmittel und möchte das günstigste Waschmittel für 8 kg finden. Nutze Leonies Rechenweg **Hochrechnen** und ergänze in den Minitabellen jeweils die Preise für 8 kg. Beschrifte auch die Pfe
Welches ist das günstigste Waschmittel?

“Daily” (in kg)	Preis (in Euro)
1	2
8	

“Clean” (in kg)	Preis (in Euro)
2	6
8	

“Bravil” (in kg)	Preis (in Euro)
4	6
8	

b) Berechne, welches Waschmittel für 10 kg und für 20 kg das günstigste ist.
Was kannst du beobachten?

c) Wie teuer ist jedes Waschmittel pro Portion? Erkläre, was hier eine Portion ist.
Vergleiche mit deinen Ergebnisse in a) und b).

Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft
abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.

Mathe sicher können

Handreichungen
für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Sachrechnen:
Größen – Überschlagen – Textaufgaben – Diagramme – Proportionen – Prozentrechnung

Herausgegeben von
Susanne Prediger
Christoph Selter
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger

Entwickelt und erprobt von
Jennifer Dröse
Sabrina Lübke
Antje Marcus
Corinna Mosandl
Birte Pöhler
Lara Sprenger
Julia Voßmeier
Stephan Hußmann
Marcus Nührenbörger
Susanne Prediger
Christoph Selter

Erarbeitet in einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung

technische universität dortmund

Deutsche Telekom Stiftung

Herausgeberinnen und Herausgeber: Susanne Prediger, Christoph Selter, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger

Autorinnen und Autoren: Jennifer Dröse, Sabrina Lübke, Antje Marcus, Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger, Julia Voßmeier, Stephan Hußmann, Marcus Nührenbörger, Susanne Prediger, Christoph Selter

Redaktion: Mathe sicher können - Team
Illustrationen und technische Zeichnungen: Annika Lutterkordt, Andrea Schink, Frank Kuhardt

Umschlaggestaltung: Jennifer Dröse, Sabrina Lübke, Corinna Mosandl, Lara Sprenger
Technische Umsetzung: ??

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/008

1. Auflage, 1. Druck 2017

Druck: Druckhaus Berlin-Mitte GmbH
ISBN 978-3-06-040232-8

Inhalt gedruckt auf säurefreiem Papier aus nachhaltiger Forstwirtschaft.

Geleitwort der Deutsche Telekom Stiftung

Mathe sicher können!

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,

Säulendiagramme und Prozente – für zehntausende Schülerinnen und Schüler pro Jahrgang sind das nur Fremdwörter. Nach der Pflichtschulzeit fehlt ihnen das grundsätzliche Verständnis dafür, was sie mit diesem mathematischen Basiswissen eigentlich anfangen können. Viele andere müssen bei Themen wie Textaufgaben, Überschlagsrechnen oder proportionalem Denken passen. Damit sich an dieser Situation etwas ändert und kommende Generationen mit besseren Startchancen die Schule verlassen können, haben die Deutsche Telekom Stiftung und ihre Partner 2010 das Projekt „Mathe sicher können“ gestartet. Das Ziel: Schülerinnen und Schüler so zu fördern, dass sich ihre Zukunftsaussichten verbessern. Von 2010 - 2013 wurden an der Technischen Universität Dortmund Materialien zur Diagnose und Förderung leistungsschwacher Kinder und Jugendlicher im Fach Mathematik über drei Jahre hinweg entwickelt und erprobt. 2013 ging das Projekt in Dortmund in die Verlängerung. Seitdem ist weiteres Material zur Diagnose und Förderung im Bereich Sachrechnen entstanden, das hier nun vorliegt.

Die Materialien zur Diagnose unterstützen Lehrerinnen und Lehrer, genau zu erkennen, wo die Lernenden stehen und wo es noch hapert. Die Fördermaterialien schließen gezielt an die diagnostizierten Schwierigkeiten an und ermöglichen den Kindern und Jugendlichen individuell erfolgreiches Lernen. Dadurch haben lernschwache Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, ihre elementaren mathematischen Lücken aufzuarbeiten.

Mit der hoffentlich weiten Verbreitung der im Projekt „Mathe sicher können“ entwickelten Materialien verknüpfen wir die Hoffnung, dass die Kinder und Jugendlichen gern und erfolgreich am Mathematikunterricht teilnehmen und Selbstvertrauen in ihre Fähigkeiten gewinnen.

Bonn, im Januar 2017

E. Winter

Dr. Ekkehard Winter
Geschäftsführer Deutsche Telekom Stiftung

(Foto: Deutsche Telekom Stiftung)

Vorwort der Projektleitung

Das Diagnose- und Förderkonzept für Lernende der Klassen 3 - 7 mit Schwierigkeiten im Fach Mathematik, das in dieser Handreichung beschrieben wird, wurde im Rahmen des Projekts „Mathe sicher können“ (http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de) entwickelt, sorgfältig erprobt, beforscht und weiterentwickelt. Das Projekt ‚Mathe sicher können’ wurde von der Deutsche Telekom Stiftung initiiert und finanziell unterstützt. Es widmete sich in der ersten Projektphase von 2010 bis 2013 der Entwicklung von Diagnose- und Förderkonzepten für die Sicherung mathematischer Basiskompetenzen und von im Unterricht direkt einsetzbaren Materialien (Schülerarbeitshefte, Lehrerhandreichungen, Materialkoffer) zu den Themen ‚Natürliche Zahlen’ und ‚Brüche, Dezimalzahlen, Prozente’. Sie sind auszugsweise auch online zu finden unter http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002 und /003.

Diese Konzepte wurden 2013-2017 in mehr als 50 Schulen implementiert, und zwar bislang vor allem in den Bundesländern Nordrhein-Westfalen, Berlin und Brandenburg. Die Schulen berichten über spürbare Lernerfolge ihrer schwachen Schülerinnen und Schüler.

In dieser zweiten Projektphase wurden außerdem für den Bereich des ‚Sachrechnens’ Diagnose- und Fördermaterialien entwickelt, und zwar zu den zentralen Themen des Sachrechnens in Klasse 5-7: Größen, Überschlagen, Textaufgaben, Diagramme, Proportionen und Prozente.

Der Kreis der Personen, die dazu beigetragen haben, dass in kurzer Zeit umfangreiche Materialien für den Unterricht und die Fortbildung entstehen konnten, ist vielfältig und groß. Ihnen allen ist herzlich zu danken, im Einzelnen

- der Deutsche Telekom Stiftung für die Initiierung und finanzielle Unterstützung des Projekts, in besonderer Weise dem Programmleiter Dr. Gerd Hanekamp und den Projektleitern Dietmar Schnelle und Johannes Schlarb,
- den beteiligten Hochschullehrerinnen bzw. Hochschullehrern und Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern an der TU Dortmund für die Entwicklung und Erprobung der Konzepte und Materialien,
- den studentischen Hilfskräften, die diese Prozesse unterstützten: Annica Baiker (auch Redaktion), Tomke Brauwer, Marie Cramer, Henriette Czinkota, Marie Hagemann, Wiebke Herder, Nina Keinhörster, Jörn Kirchbrücher, Tobias Klück, Daniela Köchling, Lara-Maria Lipphaus und Karolin Tiemann (auch Redaktion),
- den Mitgliedern des Beraterkreises, die die Weiterentwicklung des Projekts anlässlich mehrerer Tagungen durch ihre Rückmeldungen und konstruktiven Hinweise maßgeblich unterstützt haben: Prof. Dr. Bärbel Barzel, Prof. Dr. Ludwig Bauer, Prof. Dr. Martin Bonsen, Paul-Dieter Eschbach, Ute Freibrodt, Dr. Michael Gaidoschik, Marcus Köchling, Franz Josef Klingen, Beate Kurzeia-Tegel, Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz, Dorothee Radtke, Johannes Sominka, Dr. Sieglinde Waasmeier und Daniela Witt,
- den Studierenden, die in ihren Bachelor- und Masterarbeiten Teilbereiche untersucht haben, sowie last, but not least
- den Schülerinnen und Schülern, den Lehrpersonen und den Schulleitungen der Erprobungsschulen, die zu zahlreich sind, um namentlich aufgeführt werden zu können.

Dortmund, im Januar 2017
Susanne Prediger und Christoph Selter

Inhaltsverzeichnis der Handreichung Sachrechnen: Größen – Überschlagen – Textaufgaben – Diagramme – Proportionen – Prozentrechnung

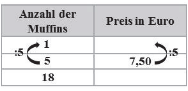
Mathe sicher können

Diagnose und Förderung für mathematikschwache Schülerinnen und Schüler

Wer in den Basiskompetenzen nicht sicher ist, kann in der Sekundarstufe nicht erfolgreich weiterlernen.
Mit dem vorliegenden Diagnose- und Förderkonzept werden Verstehensgrundlagen differenziert und kommunikationsfördernd erarbeitet.
Das Konzept ist fachdidaktisch fundiert und vielfach erprobt.

Mit den Förderbausteinen können folgende Grundlagen noch einmal erarbeitet und geübt werden:

- Mit Größen umgehen
- In Sachsituationen überschlagen und schätzen
- Mit Textaufgaben umgehen
- Mit Säulendiagrammen umgehen
- Proportionales Denken und Rechnen



Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	
5	7,50
18	

S5 A Bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Das proportionale Denken spielt für das Verständnis algebraischer Konzepte eine wichtige Rolle und bietet die Grundlage für den verständigen Umgang mit Verhältnissen.

Charakterisierend für proportionales Wachstum ist eine gleichbleibende Änderung und somit der Gedanke „pro Portion kommt immer das Gleiche hinzu“. Das bedeutet auch, dass dem k-fachen der ersten Größe das k-fache des Funktionswertes entspricht. Dies erfordert den Aufbau von additiven wie auch multiplikativen Strategien, um weitere Werte berechnen zu können. Bei proportionalen Zusammenhängen gilt immer $f(0) = 0$, was je nach Darstellungsform entsprechend gedeutet werden muss, in der Tabelle beispielsweise als Zeile mit dem Argument und Funktionswert 0. Dies ist wichtig, da auch bei linearen Zusammenhängen pro Schritt immer das Gleiche hinzukommt oder weggenommen werden kann. Der Unterschied zwischen proportionalen und linearen Zusammenhängen liegt im Funktionswert an der Stelle 0: Bei proportionalen Zusammenhängen ist dieser 0, bei linearen kann er auch ungleich 0 sein. Eine proportionale Funktion hat immer die Form $f(x) = m \cdot x$. Dies hat Auswirkungen auf die Strategien, mit denen weitere Werte bestimmt werden können. Die meisten Strategien, die bei proportionalen Zusammenhängen funktionieren, sind bei linearen Zusammenhängen nicht tragfähig. Lediglich das schrittweise Addieren funktioniert bei linearen Funktionen.

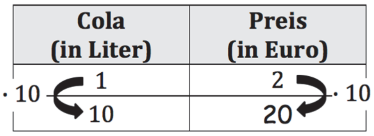
Um in Tabellen und im Kopf weitere Werte bei proportionalen Zusammenhängen zu berechnen, sind verschiedene Strategien (im Schülermaterial „Rechenwege“ genannt) einsetzbar, die möglichst flexibel beherrscht werden sollten, um sie aufgabenspezifisch anzuwenden:

- *Schrittweise Addieren:* Das schrittweise Addieren baut auf der Idee „pro Portion“ auf. Der Funktionswert für die erste Größe an der Stelle 1 kann durch Differenzbildung bestimmt werden und wird dann sukzessive n mal addiert bis man zu dem gesuchten Funktionswert der Größe n gelangt.

Kartoffeln (in kg)	Preis (in Euro)
1	2
2	4
3	6

Weitere Werte mit der Strategie *Schrittweise Addieren* bestimmen

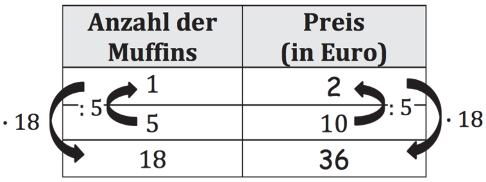
- *Hochrechnen:* Als Grundlage dieser Strategie dient die Idee „Ver-r-facht man die erste Größe, so wird auch der Funktionswert ver-r-facht“. Ist in proportionalen Zusammenhängen der Funktionswert der ersten Größe an der Stelle k gegeben, so können durch Multiplikation alle Funktionswerte von Vielfachen der Größe an der Stelle k ermittelt werden. Diese Strategie umfasst auch das Runterrechnen, bei dem durch Division die Funktionswerte berechnet werden können.



Cola (in Liter)	Preis (in Euro)
1	2
10	20

Weitere Werte mit der Strategie *Hochrechnen* bestimmen

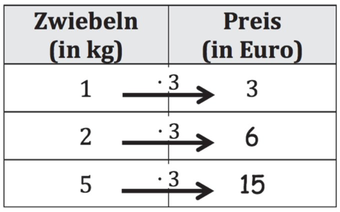
- *Auf eine Portion runterrechnen:* Diese Strategie nutzt die gleiche Idee wie das Hochrechnen, es wird lediglich immer zuerst der Wert für *eine* Portion / die erste Größe an der Stelle 1 durch Division ermittelt. Danach erfolgt durch Multiplikation die Berechnung des gesuchten Funktionswertes. Die Strategie bietet sich vor allem dann an, wenn die gegebene erste Größe und die gesuchte erste Größe weder Vielfache noch Teiler voneinander sind. Weiterführend ist es nicht immer sinnvoll auf *eine* Portion runterzurechnen, sondern gegebenenfalls auch auf einen gemeinsamen Teiler. Diese Strategie ist auch als Dreisatz bekannt.



Anzahl der Muffins	Preis (in Euro)
1	2
5	10
18	36

Weitere Werte mit der Strategie *Auf eine Portion runterrechnen* bestimmen

- *Mit dem festen Faktor rechnen:* Diese Strategie eröffnet – bezogen auf die Tabelle - eine horizontale Sichtweise auf den proportionalen Zusammenhang, indem die multiplikative Verknüpfung zwischen erster Größe und Funktionswert in den Blick genommen wird, dieser feste Faktor ist bei proportionalen Zusammenhängen immer gleich.



Zwiebeln (in kg)	Preis (in Euro)
1	3
2	6
5	15

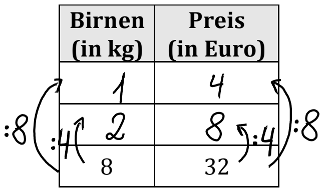
Weitere Werte mit der Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* bestimmen

Die ersten drei Strategien *Schrittweise Addieren, Hochrechnen* und *Auf eine Portion runterrechnen* basieren jeweils auf einer vertikalen Sicht bezüglich der Tabelle.

Veranschaulichung und Material

Tabellen

Als zentrale Darstellung für die Erarbeitung des proportionalen Denkens werden Tabellen genutzt, da mit ihnen der proportionale Zusammenhang zweier Größen mit konkreten Zahlen verdeutlicht werden kann. Zudem sollen in diesem Förderbaustein die Rechenwege zur Ermittlung weiterer Werte direkt in die Tabellen eingetragen werden. Es werden jedoch nicht immer vollständige Tabellen mit allen Werten zwischen den gesuchten Größen benötigt. Es reichen sogenannte *Minitabellen,* in denen nur die Zeilen betrachtet werden, die für die Berechnung des weiteren Wertes von Bedeutung sind. Diese Minitabellen stellen ein effektives und übersichtliches Werkzeug bereit, um bei proportionalen Zusammenhängen weitere Werte zu berechnen.



Birnen (in kg)	Preis (in Euro)
1	4
2	8
8	32

Rechenweg an der Minitabelle veranschaulicht

Streifenbilder

Als weitere Veranschaulichung werden für diesen Förderbaustein Streifenbilder genutzt, die die Idee „pro Portion“ geometrisch verdeutlichen und gleichzeitig an die Rechteckbilder als Veranschaulichung der Multiplikation anknüpfen. Die waagrechte Streifenanzahl einer Reihe steht immer für den Preis / Wert pro Portion, die senkrechte Anzahl einer Spalte hingegen für die gesuchte Menge / die erste Größe. Die gesamte Kästchenanzahl repräsentiert den Gesamtpreis / den Funktionswert der gesuchten Größe. Diese Veranschaulichung kann sowohl für additive Strategien mit der Vorstellung „es kommt immer die gleiche Anzahl an Kästchen hinzu“ als auch für die multiplikativen Strategien genutzt werden. Bei der Strategie „mit dem festen Faktor rechnen“ kennzeichnet die gesamte Kästchenanzahl immer das r-fache der Kästchenanzahl einer Spalte, wodurch der feste Faktor r ersichtlich wird.

Streifenbild zur Aufgabe „1 kg Kartoffeln kostet 2 €“

Aufbau der Förderung

Bei der (Wieder-)Erarbeitung der Bestimmung weiterer Werte in proportionalen Zusammenhängen werden in **Fördereinheit 1 (Idee: „Pro Portion“)** die vertikalen Strategien – bezogen auf die Tabelle - in den Blick genommen. Sie werden sowohl in Tabellen als auch teilweise in Streifenbildern betrachtet und diskutiert. Im Mittelpunkt steht hier der Gedanke, dass pro Portion / pro Schritt immer das Gleiche hinzukommt bzw. wegfällt. Es werden Minitabellen eingeführt und in 1.7 wird explizit thematisiert, welche Zeilen einer Tabelle als Minitabelle für die Berechnungen bei verschiedenen Aufgaben von Bedeutung sind. Die Strategie *Schrittweise Addieren* ist vielen Lernenden geläufig. Wenn die Idee *pro Portion* ebenfalls bekannt ist, können die Aufgaben zum schrittweisen Addieren (1.1 und 1.2) auch relativ schnell behandelt oder übersprungen werden.

In **Fördereinheit 2 (Rechnen mit dem festen Faktor)** steht die horizontale Sichtweise auf Tabellen im Vordergrund. Dazu wird der Begriff *fester Faktor* geklärt und zur Berechnung weiterer Werte genutzt. Erneut dienen Tabelle und Streifenbild der Veranschaulichung.

In **Fördereinheit 3 (Im Kopf hoch- und runterrechnen)** liegt der Fokus auf dem Kopfrechnen, dass durch den Preisvergleich in 3.1 angesprochen wird und in der Arbeit mit dem Kartensatz in 3.2 geübt werden kann.

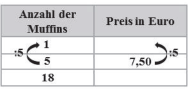
Die verschiedenen Strategien sollten im Laufe der Förderung immer wieder genutzt werden. Dies geschieht z.B. zu Beginn jeder Förderstunde mit der Wiederholung der bereits bearbeiteten Strategien und den zugehörigen Vorgehensweisen. Den Schülerinnen und Schülern soll verdeutlicht werden, dass diese Strategien nebeneinanderstehen und flexibel, je nach Situation, eingesetzt werden können.

Weiterführende Literatur

Richter, V. (2008): Routen zum Begriff der linearen Funktion. Entwicklung und Beforschung eines kontextgestützten und darstellungsreichen Unterrichtsdesigns zum Begriff ‚lineare Funktion‘. Wiesbaden: Springer Spektrum, 50 - 55.

Van de Walle, J. A. (2007): Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson Education, 353 - 373.

Wittmann, G. (2008): Elementare Funktionen und ihre Anwendungen. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 62 - 68.



Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	
5	7,50
18	

S5 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

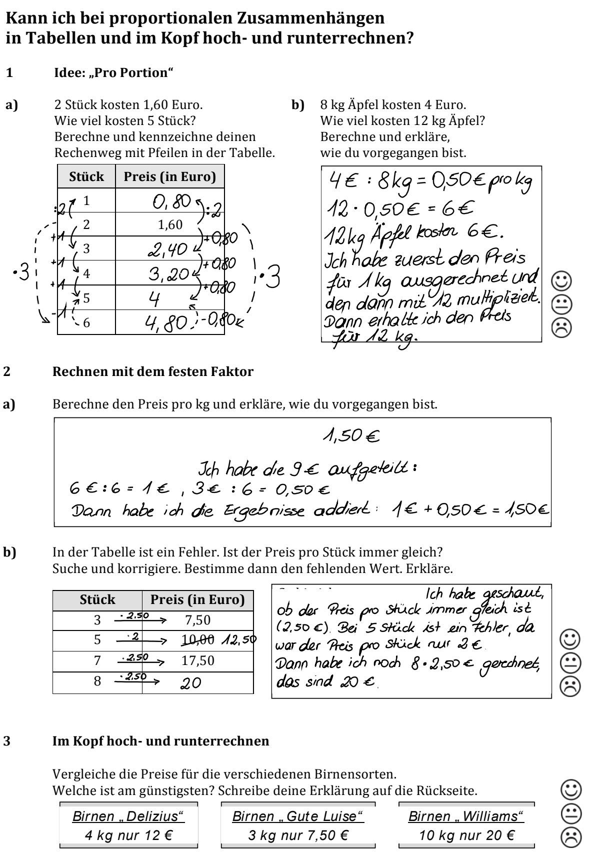
Lernende sind mit dem Begründen oft nicht vertraut. Dies kann besonders bei den Aufgaben 1b), 2 und 3 herausfordernd sein. Oft hilft es schon, sie zum Aufschreiben ihrer Ideen zu motivieren.

In Aufgabe 1a) sollen Lernende ihren Rechenweg in der Tabelle veranschaulichen. Dabei sind verschiedene Vorgehensweisen möglich. Zwei werden in der Lösung exemplarisch dargestellt.

In Aufgabe 3 kann die Erklärung statt auf der Rückseite auch auf einem separaten Blatt aufgeschrieben werden. Dies kann genutzt werden, da es ggf. schwer sein könnte, die Aufgabe zu bearbeiten, wenn sie bei Nutzung der Rückseite durch das Umblättern nicht zeitgleich gelesen werden kann.

Lösung zu Aufgabe 3:

Die Sorte „Williams" ist am günstigsten. Ich habe ausgerechnet, was die Birnen pro kg kosten und das dann verglichen: „Delizius": 3€, „Gute Luise": 2,50 €, „Williams": 2 €



Kann ich bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen?

1 **Idee: „Pro Portion"**

a) 2 Stück kosten 1,60 Euro.
Wie viel kosten 5 Stück?
Berechne und kennzeichne deinen Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

Stück	Preis (in Euro)
1	0,80
2	1,60
3	2,40
4	3,20
5	4
6	4,80

b) 8 kg Äpfel kosten 4 Euro.
Wie viel kosten 12 kg Äpfel?
Berechne und erkläre, wie du vorgegangen bist.

4 € : 8 kg = 0,50 € pro kg
12 · 0,50 € = 6 €
12 kg Äpfel kosten 6 €.
Ich habe zuerst den Preis für 1 kg ausgerechnet und den dann mit 12 multipliziert. Dann erhalte ich den Preis für 12 kg.

☺
😐
☹

2 **Rechnen mit dem festen Faktor**

a) Berechne den Preis pro kg und erkläre, wie du vorgegangen bist.

1,50 €

Ich habe die 9 € aufgeteilt:
6 € : 6 = 1 € , 3 € : 6 = 0,50 €
Dann habe ich die Ergebnisse addiert: 1 € + 0,50 € = 1,50 €

b) In der Tabelle ist ein Fehler. Ist der Preis pro Stück immer gleich?
Suche und korrigiere. Bestimme dann den fehlenden Wert. Erkläre.

Stück	Preis (in Euro)
3	$\xrightarrow{\cdot 2.50}$ 7,50
5	$\xrightarrow{\cdot 2}$ ~~10,00~~ 12,50
7	$\xrightarrow{\cdot 2.50}$ 17,50
8	$\xrightarrow{\cdot 2.50}$ 20

Ich habe geschaut, ob der Preis pro Stück immer gleich ist (2,50 €). Bei 5 Stück ist ein Fehler, da war der Preis pro Stück nur 2 €.
Dann habe ich noch 8 · 2,50 € gerechnet, das sind 20 €.

☺
😐
☹

3 **Im Kopf hoch- und runterrechnen**

Vergleiche die Preise für die verschiedenen Birnensorten.
Welche ist am günstigsten? Schreibe deine Erklärung auf die Rückseite.

Birnen „Delizius"
4 kg nur 12 €

Birnen „Gute Luise"
3 kg nur 7,50 €

Birnen „Williams"
10 kg nur 20 €

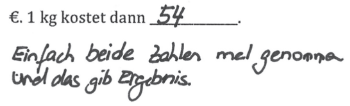
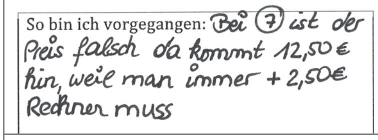
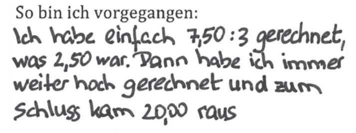
☺
😐
☹

Hinweise zur Auswertung:

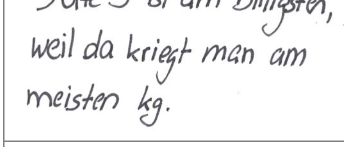
Diagnoseaufgabe 1: Idee „Pro Portion"

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a), b)	a) Pro Schritt links, wird der Preis rechts immer verdoppelt. 5 Stück kosten dann 25,60 €. b) Der Preis für 8 kg Äpfel wird verdoppelt, um den Preis für 12 kg Äpfel zu erhalten. 12 kg kosten 8 €.	Mit dem Begriff „proportional" wird ausschließlich eine Verdopplung von Werten assoziiert. Die gleichsinnige multiplikative Veränderung beider Größen wird nicht berücksichtigt.	Idee „pro Portion" klären (1.1). Bei der Thematisierung der Strategien auf die gleichsinnige multiplikative Veränderung eingehen und verdeutlichen, wann genau verdoppelt wird und wann mit anderen Zahlen multipliziert werden muss (1.3 – 1.7).
	Nicht bearbeitet.	Die inhaltliche Vorstellung von proportionalen Zusammenhängen ist unklar.	Erarbeitung der Idee „pro Portion" sowie der verschiedenen Strategien zur Berechnung weiterer Werte (1.1 – 1.7).
a)	Pro Schritt links wird rechts 1,60 € addiert.	Statt 0,80 € wird 1,60 € als Wert für eine Portion identifiziert. Dann wird schrittweise addiert.	Thematisierung der anderen Strategien, um nicht nur durch schrittweises Addieren weitere Werte berechnen zu können (1.3 – 1.7), dabei besonders die Berechnung des Wertes für *eine* Portion klären (1.5; 1.6).
b)	4:8 = 2 1 kg ≙ 2 € 2 · 12 = 24 12 kg kosten 24 € z.B.	Bei der Berechnung des Preises für 1 kg tritt ein Rechenfehler auf.	Idee „pro Portion" wurde verstanden. Evtl. Wiederholung des Rechnens mit Dezimalzahlen (**D3** / **D4**, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen).
	Es wird nur das Ergebnis notiert, ohne Erklärung.	Der Rechenweg kann nicht erklärt werden, da evtl. nur schematisch gerechnet wird.	Thematisierung der verschiedenen Strategien zur Berechnung weiterer Werte unter besonderer Berücksichtigung der Begründungen (1.1 – 1.7).

Diagnoseaufgabe 2: Rechnen mit dem festen Faktor

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a)	 €. 1 kg kostet dann 54. Einfach beide Zahlen mal genomma und das gib Ergebnis.	Beide Zahlen (6 und 9) werden multipliziert. Dann wird ggf. ein Komma gesetzt, da der Preis für 1 kg kleiner sein muss, als der für 9 kg.	Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen" (2.1 – 2.2).
	1 kg kostet 5,40 €.		
	Nicht bearbeitet.	Die inhaltliche Vorstellung zur Berechnung des festen Faktors ist unklar.	
	z.B. 1 kg kostet 1,30 €. 1 kg kostet 3 €.	Rechenschwierigkeiten bei der Berechnung von 9 : 6.	Vermutlich lediglich Schwierigkeiten beim Rechnen mit Dezimalzahlen. Evtl. Wiederholung des Rechnens mit Dezimalzahlen (**D3** / **D4**, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen).
	Es wird nur das Ergebnis notiert, ohne Erklärung.	Der Rechenweg kann nicht erklärt werden, da evtl. nur schematisch gerechnet wird.	Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen" unter besonderer Berücksichtigung der Begründungen (2.1 – 2.2).
b)	Als Preis für 8 Stück wird 15,00 notiert.  So bin ich vorgegangen: Bei ⑦ ist der Preis falsch da kommt 12,50 € hin, weil man immer + 2,50€ Rechnen muss	Die verschiedenen Schrittgrößen werden nicht beachtet. Rückgriff auf die Strategie „Schrittweise Addieren".	Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen" unter besonderer Berücksichtigung verschiedener Schrittgrößen und deren Auswirkungen (2.1 – 2.2).
	 So bin ich vorgegangen: Ich habe einfach 7,50 : 3 gerechnet, was 2,50 war. Dann habe ich immer weiter hoch gerechnet und zum Schluss kam 20,00 raus	Es wird der richtige Preis pro Stück sowie der richtige fehlende Wert berechnet. Der Fehler in der Tabelle fällt nicht auf.	Klären, dass der Preis pro Stück dem festen Faktor entspricht und wie man damit prüfen kann, ob der Preis pro Stück *immer* gleich ist (2.1 – 2.2).
	Der fehlende Wert wird nicht berechnet.	Die inhaltliche Vorstellung zur Berechnung weiterer Werte ist unklar.	Erarbeitung der Strategie „Mit dem festen Faktor rechnen" (2.1 – 2.2) sowie der Strategien aus Fördereinheit 1 (1.1 – 1.7).

Diagnoseaufgabe 3: Im Kopf hoch- und runterrechnen

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
	Sorte 2 ist am günstigsten: Die jeweils vorhandenen Zahlen werden multipliziert und die Ergebnisse dann verglichen.	Unklar, dass bei einem Preisvergleich die Portion immer gleich groß sein muss und wie man die Preise für gleich große Portionen jeweils berechnet.	Klären, wie man Preise gut vergleichen kann (3.1). Strategien zur Berechnung von Werten bei proportionalen Zusammenhängen im Kopf erarbeiten unter besonderer Berücksichtigung der Begründungen, z.B. unter Zuhilfenahme von Minitabellen (3.2). Evtl. Wiederholung der Strategien aus den Fördereinheiten 1 und 2.
	 Sorte 3 ist am billigsten, weil da kriegt man am meisten kg.	Preisvergleich ist zwar richtig, aber falsch begründet. Als Merkmal für den Vergleich wird lediglich die Menge betrachtet, nicht aber die Preise pro kg.	
	Entscheidung für eine Sorte ohne Begründung.	Evtl. wurde geraten oder der Rechenweg konnte nicht begründet / erklärt werden.	
	Kein Preisvergleich, da der Preis pro Portion für Sorte 2 nicht bestimmt werden konnte.	Schwierigkeiten beim Rechnen mit Dezimalzahlen.	Evtl. Wiederholung des Rechnens mit Dezimalzahlen (**D3** / **D4**, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen).

1 Idee: „Pro Portion“

1.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Strategie *Schrittweise Addieren* erarbeiten / wiederholen und deren Veranschaulichungen in Streifenbild und Tabelle diskutieren

Material: --

Umsetzung: a) EA; b), c) UG

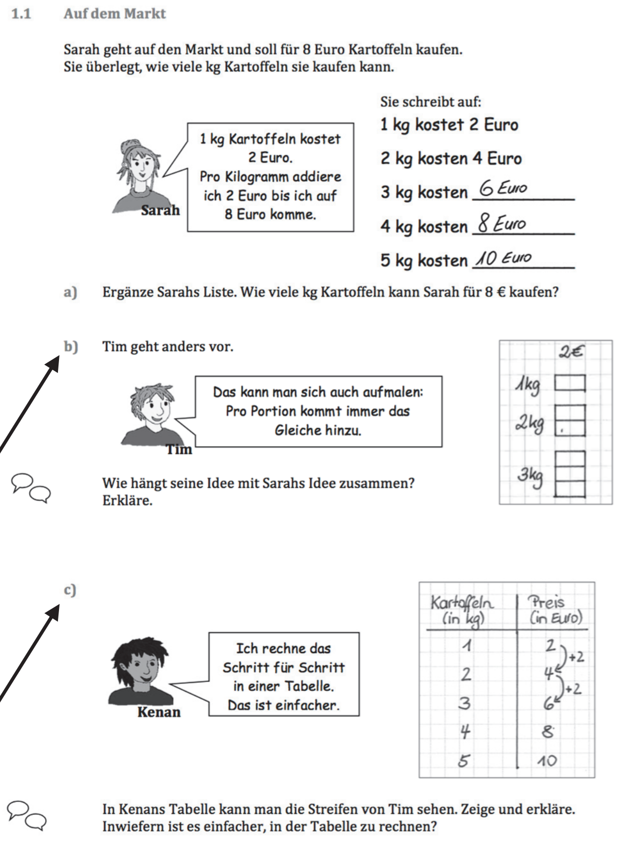
Hintergrund: Das *Schrittweise Addieren* ist vielen Lernenden geläufig. Wenn die Idee *pro Portion* ebenfalls bekannt ist, können die Aufgaben zum schrittweisen Addieren (1.1 und 1.2) auch relativ schnell behandelt oder übersprungen werden.

Lösung: Tim veranschaulicht Sarahs Idee mit einem Streifenbild. Pro Schritt kommen bei ihm zwei Kästchen hinzu. Die senkrechte Kästchenanzahl einer Spalte repräsentiert die Anzahl der Schritte, die waagerechte Anzahl einer Zeile die Kosten pro Schritt. Die Gesamtzahl der Kästchen stellt den Gesamtpreis dar.

Impulse: Was bedeutet die senkrechte Kästchenanzahl in einer Spalte?
Wofür steht die waagerechte Anzahl in einer Zeile?
Wie hängen die Werte in einer Zeile zusammen, hängt der rechte Wert vom linken ab?
Wo kannst du den Gesamtpreis für 3 kg Kartoffeln erkennen?

Lösung: In der Tabelle ist es einfacher, da man direkt die Anzahlen sieht und ablesen kann und nicht erst noch Kästchen zählen muss. Es ist übersichtlicher.

Impulse: Wo kann man in der Tabelle die waagerechte Kästchenanzahl einer Zeile aus dem Rechteckbild in b) sehen?
Wo sieht man die senkrechte Kästchenanzahl einer Spalte aus dem Rechteckbild in b)?
Wo sieht man, was immer hinzukommt?



1.1 Auf dem Markt

Sarah geht auf den Markt und soll für 8 Euro Kartoffeln kaufen.
Sie überlegt, wie viele kg Kartoffeln sie kaufen kann.

Sarah: 1 kg Kartoffeln kostet 2 Euro. Pro Kilogramm addiere ich 2 Euro bis ich auf 8 Euro komme.

Sie schreibt auf:
1 kg kostet 2 Euro
2 kg kosten 4 Euro
3 kg kosten 6 Euro
4 kg kosten 8 Euro
5 kg kosten 10 Euro

a) Ergänze Sarahs Liste. Wie viele kg Kartoffeln kann Sarah für 8 € kaufen?

b) Tim geht anders vor.

Tim: Das kann man sich auch aufmalen: Pro Portion kommt immer das Gleiche hinzu.

Wie hängt seine Idee mit Sarahs Idee zusammen? Erkläre.

c)

Kenan: Ich rechne das Schritt für Schritt in einer Tabelle. Das ist einfacher.

Kartoffeln (in kg)	Preis (in Euro)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

+2
+2

In Kenans Tabelle kann man die Streifen von Tim sehen. Zeige und erkläre. Inwiefern ist es einfacher, in der Tabelle zu rechnen?

1.2 Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Namen der Strategie *Schrittweise Addieren* diskutieren;
mithilfe der Strategie weitere Werte bestimmen

Material: --

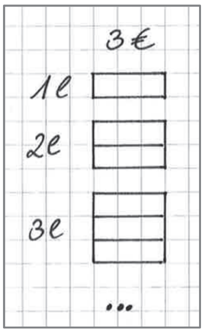
Umsetzung: a) EA; b) UG; c) EA; d) Aufgabengenerator (PA)

Zu beachten: Pro Schritt links, müssen rechts immer 3 addiert werden. Unbedingt darauf achten, dass die Pfeile an beiden Seiten eingezeichnet werden und darauf aufmerksam machen, dass links immer +1 gerechnet wird. Macht man links größere Sprünge, muss das rechts auch angeglichen werden.

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden dann ins Heft.

Lösung: Der Name passt gut, weil pro Schritt immer das Gleiche addiert wird.

Passendes Streifenbild:

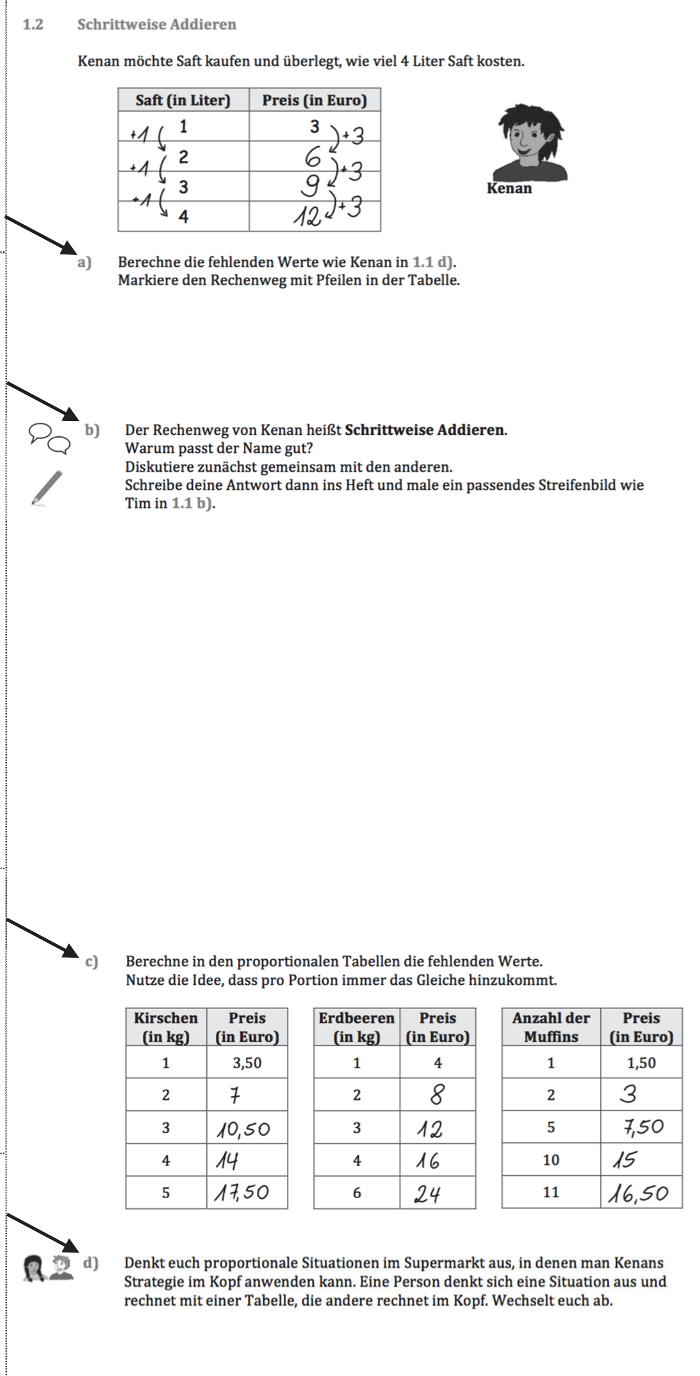


Zu beachten: In der dritten Tabelle werden links nicht mehr nur Einersprünge gemacht.

Zu beachten: Begriff „proportional“ mit Lernenden klären → Das bedeutet, dass pro Portion immer das Gleiche hinzukommt und in dem speziellen Kontext keine Kosten anfallen, wenn man nichts kauft (0 kg Kirschen kosten 0 Euro).

Methode: Die Person, die sich die Situation aussucht, zeichnet auch eine Tabelle dazu und rechnet aus. Die andere löst im Kopf.

Beispiel: 1 Brot kostet 1,20 €. Wieviel kosten 3 Brote?



1.2 Schrittweise Addieren

Kenan möchte Saft kaufen und überlegt, wie viel 4 Liter Saft kosten.

	Saft (in Liter)	Preis (in Euro)	
+1	1	3	+3
+1	2	6	+3
+1	3	9	+3
	4	12	

a) Berechne die fehlenden Werte wie Kenan in 1.1 d).
Markiere den Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

b) Der Rechenweg von Kenan heißt **Schrittweise Addieren**.
Warum passt der Name gut?
Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen.
Schreibe deine Antwort dann ins Heft und male ein passendes Streifenbild wie Tim in 1.1 b).

c) Berechne in den proportionalen Tabellen die fehlenden Werte.
Nutze die Idee, dass pro Portion immer das Gleiche hinzukommt.

Kirschen (in kg)	Preis (in Euro)
1	3,50
2	7
3	10,50
4	14
5	17,50

Erdbeeren (in kg)	Preis (in Euro)
1	4
2	8
3	12
4	16
6	24

Anzahl der Muffins	Preis (in Euro)
1	1,50
2	3
5	7,50
10	15
11	16,50

d) Denkt euch proportionale Situationen im Supermarkt aus, in denen man Kenans Strategie im Kopf anwenden kann. Eine Person denkt sich eine Situation aus und rechnet mit einer Tabelle, die andere rechnet im Kopf. Wechselt euch ab.

1.3 - 1.4 Erarbeiten und Üben (10 - 25 Minuten)

Ziel: Strategie *Hochrechnen* erarbeiten / wiederholen und deren Veranschaulichungen in Streifenbild und Tabelle diskutieren; Abgrenzung zum *Schrittweisen Addieren*; Einführung der Minitabellen; Namen der Strategie *Hochrechnen* diskutieren; weitere Werte in Minitabellen berechnen

Material: --

Umsetzung: 1.3 a), b), c) UG; 1.4 a) EA; b), c) UG

Lösung: Kenan braucht 10 Schritte, Leonie nur einen.
Impulse: Welcher Weg ist schneller?
Wer kann schnell für eine beliebige Literanzahl den Preis berechnen?

Lösung: Leonie braucht nur zwei Zeilen, weil sie in einem Schritt den Preis für 10 l ausrechnen kann.
Impulse: Was ist an den Pfeilen jetzt anders als an denen beim *schrittweisen Addieren*?
Hintergrund: Die Pfeile zeigen jetzt auf beiden Seiten das Gleiche an: Wird links mit 10 multipliziert, so geschieht das auf der rechten Seite auch.
Methode: Neben der Klärung der Lösung auch Minitabellen erklären und einführen.
Hintergrund: Man muss nicht immer jeden Schritt einer Tabelle aufschreiben, sondern es reicht, sich die Zeilen zu notieren, die für den Rechenweg wichtig sind.

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden ins Heft.
Lösung: Der Name passt gut, da mit dieser Strategie direkt hochgerechnet werden kann, und somit Preise für größere Größen direkt berechnet werden können.

Lösung:
Daily: 10 kg kosten 20 €, 20 kg kosten 40 €.
Clean: 10 kg kosten 30 €, 20 kg kosten 60 €.
Bravil: 10 kg kosten 15 €, 20 kg kosten 30 €.
Es ist zu beobachten, dass das günstigste Waschmittel für 8 kg auch für 10 und 20 kg am günstigsten ist.

Zu beachten: Bei Waschmittel Bravil ist es einfacher, zunächst den Preis für 20 kg zu berechnen und diesen dann zu halbieren.
Hilfestellung: Evtl. zur Berechnung der Preise für 10 kg und 20 kg Minitabellen zur Visualisierung zeichnen lassen.

Methode: Zunächst klären, was hier mit „pro Portion“ gemeint ist. → Bedeutet hier pro Kilogramm. In anderen Zusammenhängen kann es aber auch pro Stück oder pro km o. ä. heißen.
Lösung: Daily: 2 €, Clean: 3 €, Bravil: 1,50 €.
Das günstigste Waschmittel lässt sich an allen Kilogrößen erkennen, wenn diese für alle drei Sorten gleich ist. Es ist immer das Günstigste.

1.3 In einem Schritt hochrechnen

Kenan und Leonie möchten für eine Party 10 Liter Cola kaufen.
Sie überlegen, wie viel Geld sie brauchen.

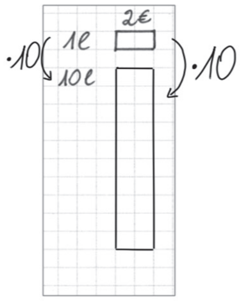

Kenan

Ich muss pro Liter immer 2 € bezahlen, also immer 2 € zum Preis von einem Liter addieren.

Das ist aber umständlich. Wenn pro Liter immer der gleiche Preis hinzukommt, dann kann ich doch in einem Schritt auf 10 l hochrechnen.


Leonie

	Cola (in Liter)	Preis (in Euro)	
+1	1	2	+2
+1	2	4	+2
+1	3	6	+2
+1	4	8	+2
+1	5	10	+2
+1	6	12	+2
+1	7	14	+2
+1	8	16	+2
+1	9	18	+2
+1	10	20	+2



a) Ergänze die fehlenden Werte in Kenans Tabelle und den fehlenden Streifen für 10 Liter in Leonies Bild.
- Wie viele Schritte braucht Kenan?
  Kennzeichne seine Schritte mit Pfeilen in der Tabelle.
- Wie viele Schritte braucht Leonie?
  Kennzeichne ihre Schritte mit Pfeilen im Bild.

b) Man kann Leonies Pfeile auch in eine Tabelle eintragen. Sie braucht in der Tabelle nur diese beiden Zeilen für ihren Rechenweg. Warum? Erkläre an der Minitabelle.

Minitabelle:

	Cola (in Liter)	Preis (in Euro)	
· 10	1	2	· 10
	10	20	

c) Der Rechenweg von Leonie heißt **Hochrechnen**.
Warum passt der Name gut?
Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen und schreibe deine Antwort dann ins Heft.

1.4 Preise vergleichen mit Hochrechnen in Minitabellen

a) Leonie vergleicht die Preise für Waschmittel und möchte das günstigste Waschmittel für 8 kg finden. Nutze Leonies Rechenweg **Hochrechnen** und ergänze in den Minitabellen jeweils die Preise für 8 kg. Beschrifte auch die Pfeile.
Welches ist das günstigste Waschmittel?

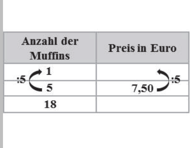
	"Daily" (in kg)	Preis (in Euro)	
·8	1	2	·8
	8	16	

	"Clean" (in kg)	Preis (in Euro)	
·4	2	6	·4
	8	24	

	"Bravil" (in kg)	Preis (in Euro)	
·2	4	6	·2
	8	12	

b) Berechne, welches Waschmittel für 10 kg und für 20 kg das günstigste ist.
Was kannst du beobachten?

c) Wie teuer ist jedes Waschmittel pro Portion? Erkläre, was hier eine Portion ist.
Vergleiche mit deinen Ergebnisse in a) und b).



1.5 **Erarbeiten (8 - 10 Minuten)**

Ziel: Runterrechnen als Teil des Hochrechnens erkennen und anwenden

Material: --

Umsetzung: a), b) jeweils EA, UG

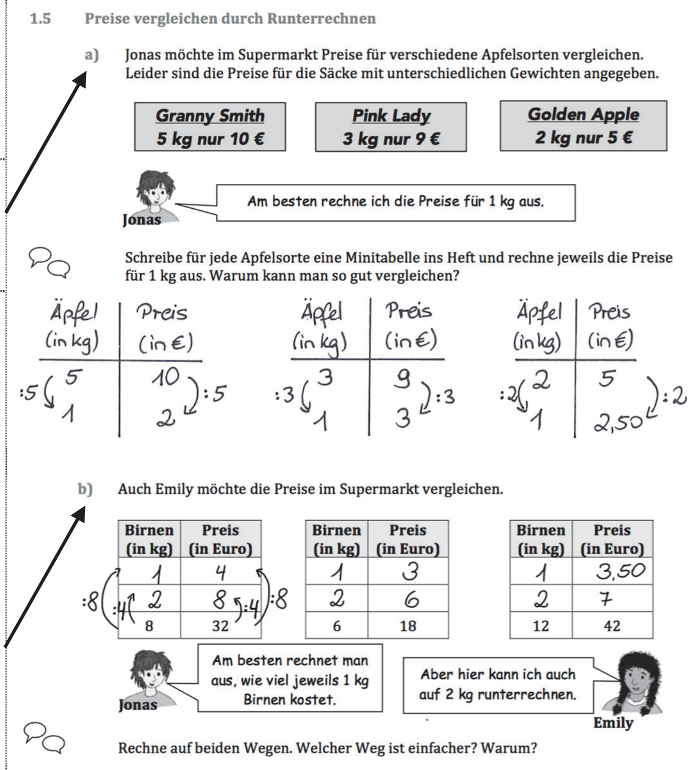
Hintergrund: Das Runterrechnen gehört als Strategie zum Hochrechnen, da statt durch Multiplikation durch Division weitere Werte direkt bestimmt werden können (*siehe auch Lerngegenstand*).

Lösung: Man kann so gut vergleichen, da man zum Preisvergleich immer die Preise für die gleiche Menge (z.B. die Preise pro 1 kg) vergleichen muss.

Hintergrund: Es bietet sich nicht immer an, auf eine Portion runterzurechnen, um zu vergleichen. Wenn die angegebenen Mengen einen gemeinsamen Teiler haben, kann man auch auf diesen runterrechnen.

Methode: Sowohl die Werte für 1 kg als auch für 2 kg können in die Minitabelle eingetragen werden.

Lösung: In der ersten Tabelle sind beide Rechenwege mit Pfeilen exemplarisch veranschaulicht, dies gilt für die anderen Tabellen analog. Welcher Weg einfacher ist, ist subjektiv. Man kann beide Wege wählen und den Lernenden sollte dies freigestellt sein, insbesondere wenn sich die Zahlen für beide Wege anbieten.



1.5 Preise vergleichen durch Runterrechnen

a) Jonas möchte im Supermarkt Preise für verschiedene Apfelsorten vergleichen. Leider sind die Preise für die Säcke mit unterschiedlichen Gewichten angegeben.

Granny Smith
5 kg nur 10 €

Pink Lady
3 kg nur 9 €

Golden Apple
2 kg nur 5 €

Jonas: Am besten rechne ich die Preise für 1 kg aus.

Schreibe für jede Apfelsorte eine Minitabelle ins Heft und rechne jeweils die Preise für 1 kg aus. Warum kann man so gut vergleichen?

	Äpfel (in kg)	Preis (in €)	
:5	5	10	:5
	1	2	

	Äpfel (in kg)	Preis (in €)	
:3	3	9	:3
	1	3	

	Äpfel (in kg)	Preis (in €)	
:2	2	5	:2
	1	2,50	

b) Auch Emily möchte die Preise im Supermarkt vergleichen.

		Birnen (in kg)	Preis (in Euro)		
		1	4		
:8	:4	2	8	:4	:8
		8	32		

Birnen (in kg)	Preis (in Euro)
1	3
2	6
6	18

Birnen (in kg)	Preis (in Euro)
1	3,50
2	7
12	42

Jonas: Am besten rechnet man aus, wie viel jeweils 1 kg Birnen kostet.

Emily: Aber hier kann ich auch auf 2 kg runterrechnen.

Rechne auf beiden Wegen. Welcher Weg ist einfacher? Warum?

1.6 Erarbeiten und Üben (8 - 10 Minuten)

Ziel: Strategie *Auf eine Portion runterrechnen* erarbeiten / wiederholen; Namen der Strategie *Auf eine Portion runterrechnen* diskutieren; weitere Werte in Minitabellen berechnen

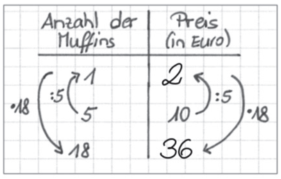
Material: --

Umsetzung: a), b) jeweils erst EA, dann UG; c) UG; d), e) EA

Lösung: Jonas rechnet zunächst den Preis für einen Muffin aus, dazu dividiert er auf beiden Seiten durch 5. Um den Preis für 18 Muffins zu erhalten, muss er dann noch auf beiden Seiten mit 18 multiplizieren.

1.6 Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen

Jonas soll für die ganze Klasse Muffins kaufen. Seine Mutter weiß nur noch den Preis für 5 Muffins. Jonas braucht 18 Stück und hat seinen Rechenweg mit Pfeilen markiert.



Anzahl der Muffins	Preis (in Euro)
1	2
5	10
18	36

Lösung: 15 Muffins: 30 €, 19 Muffins: 38 €, 22 Muffins: 44 €. Da Jonas einmal den Preis für einen Muffin berechnet hat, kann er schnell die Preise für beliebige Anzahlen an Muffins ausrechnen, da er dafür nur den Preis für einen Muffin mit der gesuchten Anzahl multiplizieren muss.

Hilfestellung: Lernende können hier für die Ermittlung der weiteren Werte auch eine Minitabelle nutzen.

a) Berechne den Preis für 18 Muffins.
Erkläre den Rechenweg von Jonas mit der Minitabelle.

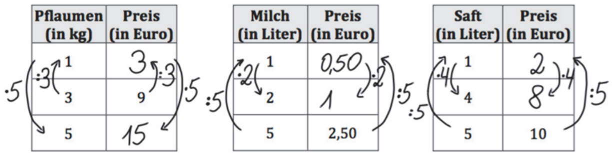
b) Wieviel kosten 15, 19 und 22 Muffins? Berechne.
Erkläre, wie man mit Jonas' Rechenweg für diese Zahlen den Preis berechnet.
Geht das für alle Zahlen?

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden ins Heft.

Lösung: Der Name passt gut, da immer zunächst der Preis / Wert für eine Portion berechnet wird, um dann darauf aufbauend die gesuchten Werte durch Multiplikation zu ermitteln.

c) Der Rechenweg von Jonas heißt **Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen.**
Warum passt der Name gut?
Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen und
schreibe deine Antwort dann ins Heft.

d) Berechne die fehlenden Werte bei den proportionalen Zusammenhängen.
Nutze in den Minitabellen dazu den Rechenweg **Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen.**
Markiere mit Pfeilen an den Tabellen, wie du rechnest.



Pflaumen (in kg)	Preis (in Euro)
1	3
3	9
5	15

Milch (in Liter)	Preis (in Euro)
1	0,50
2	1
5	2,50

Saft (in Liter)	Preis (in Euro)
1	2
4	8
5	10

Lösung: Neue Ernte kostet pro Liter 1,20 € und Orangentraum 1,50 €. Neue Ernte ist also günstiger.

Hilfestellung: Lernende können hier für die Ermittlung der weiteren Werte auch eine Minitabelle nutzen.

e) Sarah möchte die Preise für Orangensaft vergleichen und rechnet dafür die Preise für 1 Liter aus. Welcher Saft ist günstiger? Rechne im Kopf wie Sarah.

Neue Ernte
5 Liter nur 6 €

Orangentraum
2 Liter nur 3 €

1.7 Erarbeiten und Üben (8 - 10 Minuten)

Ziel: Flexibler Einsatz der erarbeiteten Strategien *Schrittweise Addieren*, *Hochrechnen* und *Auf eine Portion runterrechnen*

Material: KV: Kartensatz S5 A, Aufgabe 1.7; Textmarker oder bunte Stifte

Umsetzung: a) erst EA, dann UG; b), c) UG; d) EA; e) UG; f) Aufgabengenerator (PA)

Methode: Nach Bearbeitung in Einzelarbeit, Minitabellen im UG vergleichen. Falls verschiedene Strategien angewendet wurden, diskutieren, warum das möglich ist.

Zu beachten: Lernende dazu ermutigen, die verschiedenen erarbeiteten Strategien flexibel und aufgabenspezifisch zu nutzen. Da im Vorfeld Aufgaben zu *Auf eine Portion runterrechnen* bearbeitet wurden, nehmen Lernende oftmals nur diese Strategie in den Blick.

1.7 Welche Zeilen brauche ich?

a) Um die fehlenden Werte in den Tabellen zu berechnen, sind bestimmte Zeilen besonders wichtig.
Gehe so vor:
1. Markiere zuerst in der Tabelle die Zeilen, die du brauchst.
2. Schreibe diese Zeilen dann in eine Minitabelle in dein Heft.
3. Kennzeichne deine Rechnung im Heft mit Pfeilen.

(1) Wie viel kosten 5 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	0,50
2	
3	
4	2
5	2,50
6	

(2) Wie viel kosten 6 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	2,20
3	
4	
5	
6	6.60

(3) Wie viel kosten 3 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	
3	6
4	
5	
6	12

(4) Wie viel kosten 6 Stück?

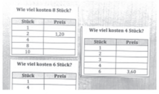
Stück	Preis (in Euro)
1	
2	5
3	
4	10
5	
6	15

Lösung: Die Minitabellen haben je nach Strategie zwei oder drei Zeilen. Es kommt immer darauf an, ob zur Ermittlung des gesuchten Wertes ein oder zwei Rechenschritte notwendig sind.

b) Warum haben deine Minitabellen manchmal zwei und manchmal drei Zeilen? Erkläre an den Beispielen aus a). Welche Wege nutzt du dann jeweils zum rechnen?

Methode: Karten offen auf dem Tisch verteilen, nacheinander wählen die Lernenden jeweils eine Karte aus, markieren die Zeilen und berechnen den gesuchten Wert. Die anderen überprüfen. Dann werden die Karten direkt einsortiert: Sind in der Minitabelle zwei oder drei Zeilen notwendig?

c) Bearbeite die Karten, indem du die wichtigen Zeilen in den Tabellen markierst und den fehlenden Wert berechnest. Sortiere die Karten dann danach, ob zwei oder drei Zeilen bei deinem Rechenweg wichtig sind.



Wie viel kosten 8 Stück?

Stück	Preis
1	
2	1,20
4	
8	
10	

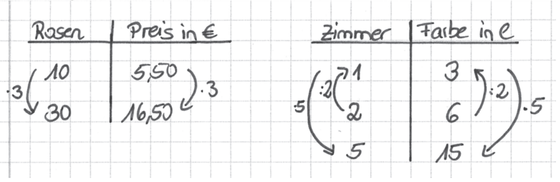
Wie viel kosten 4 Stück?

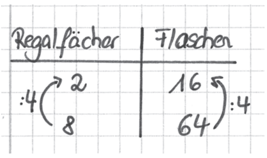
Stück	Preis
1	
2	
3	
4	
6	3,60

Wie viel kosten 6 Stück?

Stück	Preis
1	
4	

Lösung:





d) Schreibe zu den verschiedenen Situationen Minitabellen in dein Heft. Welche Zeilen brauchst du jeweils?
- 10 Rosen kosten 5,50 €. Wie viel kosten 30 Rosen?
- Zum Streichen braucht man für 2 Zimmer 6 Liter Farbe. Wie viel Liter Farbe braucht man für 5 Zimmer, wenn alle Zimmer gleich groß sind?
- In 8 Regalfächer passen 64 Flaschen Wasser. Wie viele Flaschen passen in 2 Fächer ?

Zu beachten: Falls verschiedene Strategien angewendet wurden, diskutieren, warum das möglich ist und ggf. auch, welche Strategie geschickter ist.

e) Vergleiche deine Minitabellen aus d) mit den Minitabellen der anderen. Wie habt ihr gerechnet? Habt ihr immer die gleichen Zeilen verwendet? Erkläre, falls es nicht so ist.

Zu beachten: Es sollten nicht zu schwere Situationen ausgewählt werden, sondern solche, die einfach zu berechnen sind.

f) Finde weitere proportionale Situationen beim Einkaufen, in denen du genauso rechnen würdest. Dein Partner zeichnet die passende Minitabelle und füllt sie aus. Wechselt euch ab.

2 Rechnen mit dem festen Faktor

2.1 - 2.2 Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten)

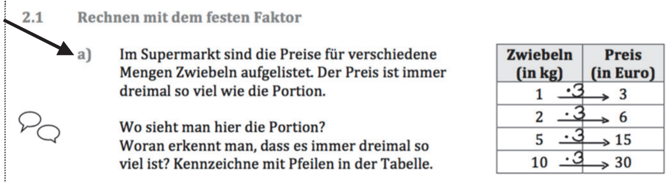
Ziel: Begriff *Fester Faktor* und dessen Berechnung verstehen; Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* erarbeiten / wiederholen; Namen der Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* diskutieren; weitere Werte in Minitabellen berechnen

Material: --

Umsetzung: 2.1 a), b), c) UG; d), e) EA; 2.2 UG

Methode: Klären, was mit einer Portion genau gemeint ist und was das sein kann (siehe auch 1.4).

Lösung: Die Portion sieht man in der linken Spalte, das Dreifache sieht man horizontal: Der Preis ist immer das Dreifache der angegebenen Kilogramm-Zahl.



2.1 Rechnen mit dem festen Faktor

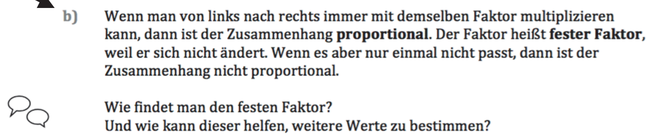
a) Im Supermarkt sind die Preise für verschiedene Mengen Zwiebeln aufgelistet. Der Preis ist immer dreimal so viel wie die Portion.

Wo sieht man hier die Portion?
Woran erkennt man, dass es immer dreimal so viel ist? Kennzeichne mit Pfeilen in der Tabelle.

Zwiebeln (in kg)	Preis (in Euro)
1 $\xrightarrow{\cdot 3}$	3
2 $\xrightarrow{\cdot 3}$	6
5 $\xrightarrow{\cdot 3}$	15
10 $\xrightarrow{\cdot 3}$	30

Methode: Zunächst genau klären, was ein fester Faktor ist.

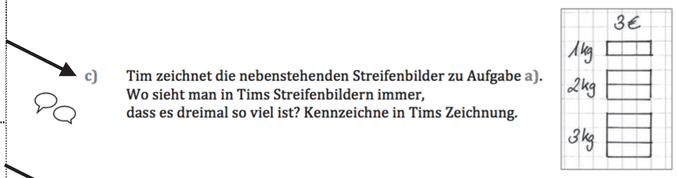
Lösung: Man findet den festen Faktor, wenn man den jeweiligen Funktionswert durch die erste Größe dividiert bzw. sich überlegt, das Wievielfache der Funktionswert von der ersten Größe ist. Bei proportionalen Zusammenhängen muss dieser Faktor immer gleich sein. Weitere Werte können durch Multiplikation der ersten Größe mit dem festen Faktor ermittelt werden.



b) Wenn man von links nach rechts immer mit demselben Faktor multiplizieren kann, dann ist der Zusammenhang **proportional**. Der Faktor heißt **fester Faktor**, weil er sich nicht ändert. Wenn es aber nur einmal nicht passt, dann ist der Zusammenhang nicht proportional.

Wie findet man den festen Faktor?
Und wie kann dieser helfen, weitere Werte zu bestimmen?

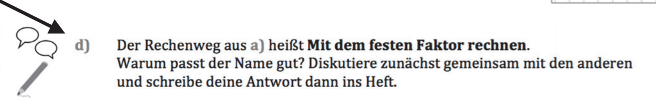
Lösung: Die Gesamtzahl der Kästchen ist immer das Dreifache der senkrechten Kästchenanzahl in einer Spalte.



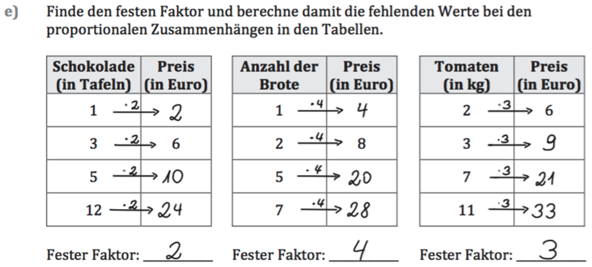
c) Tim zeichnet die nebenstehenden Streifenbilder zu Aufgabe a).
Wo sieht man in Tims Streifenbildern immer, dass es dreimal so viel ist? Kennzeichne in Tims Zeichnung.

Methode: Der Name soll zunächst diskutiert werden. Die ausgehandelte Antwort schreiben die Lernenden ins Heft.

Lösung: Der Name passt gut, da zunächst der feste Faktor ermittelt wird und man anhand dessen dann jeden beliebigen Funktionswert durch Multiplikation berechnen kann.



d) Der Rechenweg aus a) heißt **Mit dem festen Faktor rechnen**.
Warum passt der Name gut? Diskutiere zunächst gemeinsam mit den anderen und schreibe deine Antwort dann ins Heft.



e) Finde den festen Faktor und berechne damit die fehlenden Werte bei den proportionalen Zusammenhängen in den Tabellen.

Schokolade (in Tafeln)	Preis (in Euro)
1 $\xrightarrow{\cdot 2}$	2
3 $\xrightarrow{\cdot 2}$	6
5 $\xrightarrow{\cdot 2}$	10
12 $\xrightarrow{\cdot 2}$	24

Fester Faktor: 2

Anzahl der Brote	Preis (in Euro)
1 $\xrightarrow{\cdot 4}$	4
2 $\xrightarrow{\cdot 4}$	8
5 $\xrightarrow{\cdot 4}$	20
7 $\xrightarrow{\cdot 4}$	28

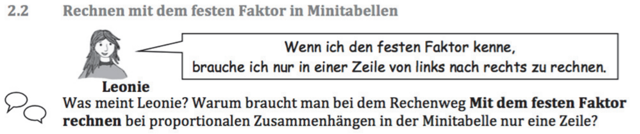
Fester Faktor: 4

Tomaten (in kg)	Preis (in Euro)
2 $\xrightarrow{\cdot 3}$	6
3 $\xrightarrow{\cdot 3}$	9
7 $\xrightarrow{\cdot 3}$	21
11 $\xrightarrow{\cdot 3}$	33

Fester Faktor: 3

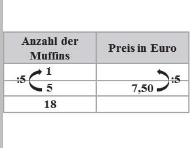
Methode: Vergleich zu den anderen Minitabellen herstellen, die zwei oder drei Zeilen hatten (siehe auch 1.7).

Lösung: Bei der Strategie *Mit dem festen Faktor rechnen* braucht man nur eine Zeile, wenn der feste Faktor gegeben ist, da man dann lediglich die erste Größe mit diesem multipliziert, um den Funktionswert zu ermitteln.



2.2 Rechnen mit dem festen Faktor in Minitabellen

Was meint Leonie? Warum braucht man bei dem Rechenweg **Mit dem festen Faktor rechnen** bei proportionalen Zusammenhängen in der Minitabelle nur eine Zeile?



Anzahl der Muffins	Preis in Euro
1	
5	7,50
18	

3 Im Kopf hoch- und runterrechnen

3.1 - 3.2 **Üben (12 - 15 Minuten)**

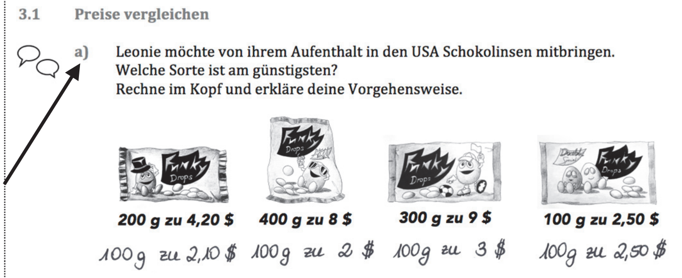
Ziel: Bei proportionalen Zusammenhängen im Kopf weitere Werte berechnen

Material: KV: Kartensatz S5 A, Aufgabe 3.2

Umsetzung: 3.1 a) erst EA, dann UG; b) UG; 3.2 UG

Methode: Zunächst in Einzelarbeit ermitteln, welches die günstigste Sorte ist. Dann die Ergebnisse in der Gruppe besprechen.
Hintergrund: Um die Preise vergleichen zu können, müssen die Preise für die gleiche Menge berechnet werden. In diesem Fall bietet es sich an, entweder alle Preise für jeweils 100 g, 600 g oder 1200 g zu berechnen.

Lösung: Die Schokolinsen in der 400 g-Tüte sind am Günstigsten.



3.1 Preise vergleichen

a) Leonie möchte von ihrem Aufenthalt in den USA Schokolinsen mitbringen.
Welche Sorte ist am günstigsten?
Rechne im Kopf und erkläre deine Vorgehensweise.

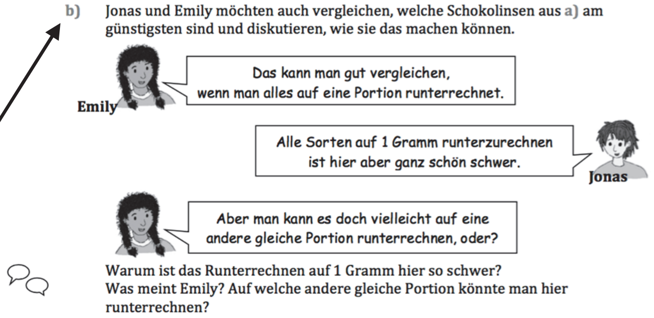
200 g zu 4,20 $
400 g zu 8 $
300 g zu 9 $
100 g zu 2,50 $

100g zu 2,10 $
100g zu 2 $
100g zu 3 $
100g zu 2,50 $

Methode: Es soll aufbauend auf die eigenen Lösungswege in a) diskutiert werden, welche Portion sich zum Preisvergleich hier besonders anbietet.

Hintergrund: Das Runterrechnen auf eine Portion (hier 1 Gramm) bietet sich nicht immer an. Den Lernenden sollte bewusst sein, dass nicht immer zwingend auf eine Portion runtergerechnet werden muss, sondern sich manchmal auch andere gleiche Portionen anbieten (siehe auch 1.5).

Lösung: Das Runterrechnen auf 1 Gramm ist hier aufgrund der Zahlen zu schwer. Es würden Kommazahlen mit vielen Nachkommastellen entstehen.
Gute gleiche Portionen wären hier 100 g, 600 g oder 1200 g.

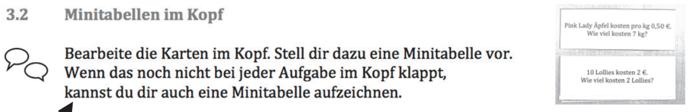


b) Jonas und Emily möchten auch vergleichen, welche Schokolinsen aus a) am günstigsten sind und diskutieren, wie sie das machen können.

Warum ist das Runterrechnen auf 1 Gramm hier so schwer?
Was meint Emily? Auf welche andere gleiche Portion könnte man hier runterrechnen?

Methode: Die Karten liegen offen auf dem Tisch. Nacheinander kann sich in der Gruppe jeder / jede eine aussuchen und rechnet diese laut vor. Die anderen können ggf. unterstützen. Als Variation können die Karten auch verdeckt auf einem Stapel liegen. Die Person, die an der Reihe ist, zieht die oberste Karte und löst diese.

Hilfestellung: Falls eine Aufgabe im Kopf nicht gelöst werden kann, sollten die Lernenden ermutigt werden, eine Minitabelle zu zeichnen und die Aufgabe gemeinsam darin zu lösen.

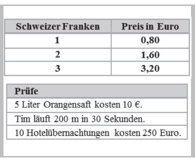


3.2 Minitabellen im Kopf

Bearbeite die Karten im Kopf. Stell dir dazu eine Minitabelle vor.
Wenn das noch nicht bei jeder Aufgabe im Kopf klappt,
kannst du dir auch eine Minitabelle aufzeichnen.

Pink Lady Äpfel kosten pro kg 0,50 €.
Wie viel kosten 7 kg?

10 Lollies kosten 2 €.
Wie viel kosten 2 Lollies?



Schweizer Franken	Preis in Euro
1	0,80
2	1,60
3	3,20

Prüfe
5 Liter Orangensaft kosten 10 €.
Tim läuft 200 m in 30 Sekunden.
10 Hotelübernachtungen kosten 250 Euro.

S5 B Proportionale Zusammenhänge erkennen – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Lerninhalt und Grundlage für diesen Baustein sind das proportionale Denken sowie die in **S5 A** beschriebenen Strategien zur Berechnung weiterer Werte bei proportionalen Zusammenhängen. Genau diese Strategien helfen, um sowohl in Tabellen als auch in Situationen zu prüfen, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt. Es kann zunächst geprüft werden, ob pro Schritt immer das Gleiche hinzugefügt oder abgezogen wird. Letzteres ist von besonderer Bedeutung, da es auch negativ proportionale Zusammenhänge gibt, bei denen beim Funktionswert pro Schritt immer der gleiche Wert subtrahiert werden muss. Der oftmals genutzte Merksatz „Je mehr, desto mehr“ als Kriterium für proportionale Zusammenhänge sollte von Beginn an mit entsprechenden Beispielen kontrastiert werden.

Alternativ kann anhand des festen Faktors oder durch direktes Hochrechnen (z.B. Funktionswert für 3 stellt genau das Dreifache des Funktionswertes für 1 dar etc.) ein proportionaler Zusammenhang überprüft werden. Dies ist wichtig, da auch bei linearen Zusammenhängen pro Schritt immer das Gleiche hinzugefügt oder weggenommen werden kann. Den Unterschied zwischen proportionalen und linearen Zusammenhängen erkennt man z.B. am Funktionswert an der Stelle 0: Bei proportionalen Zusammenhängen ist dieser 0, bei linearen kann er auch ungleich 0 sein.

Bei der Prüfung der Situationen ist zu beachten, dass immer auch Alltagswissen aktiviert werden muss, damit entschieden werden kann, ob eine Situation einen proportionalen Zusammenhang repräsentiert oder nicht. Teilweise müssen einschränkende Bedingungen oder weitergehende Erklärungen einbezogen werden, wie z.B. eine immer gleichbleibende Geschwindigkeit o. ä.

Veranschaulichung und Material

Tabellen

Als zentrale Darstellung für die Erarbeitung des proportionalen Denkens werden auch in diesem Förderbaustein wie in **S5 A** Tabellen genutzt, da diese das Verhältnis zweier zusammenhängender Größen exemplarisch verdeutlichen. Anhand der Tabellen soll in diesem Förderbaustein direkt geprüft werden, ob proportionale Zusammenhänge vorliegen oder nicht.

Aufbau der Förderung

Bei der (Wieder-)Erarbeitung des Erkennens proportionaler Zusammenhänge wird in **Fördereinheit 1 (Proportionale Zusammenhänge in Tabellen erkennen)** die Prüfung von proportionalen Zusammenhängen in Tabellen in den Blick genommen. Dazu werden zunächst die verschiedenen Prüfstrategien thematisiert und angewendet. Im weiteren Verlauf werden negativ proportionale Zusammenhänge in Tabellen bearbeitet (1.2) und die verschiedenen Strategien zur Prüfung eingesetzt (1.3 – 1.4). Zuletzt erfolgt eine Abgrenzung zu linearen Zusammenhängen. Abschließend werden proportionale von linearen Zusammenhängen abgegrenzt (1.5).

Fördereinheit 2 (Proportionale Zusammenhänge in Situationen erkennen) ist parallel zur ersten Fördereinheit aufgebaut. Im Vordergrund steht allerdings die Prüfung von Situationen. Des Weiteren werden auch hier die verschiedenen Prüfstrategien eingesetzt (2.2). Die Fördereinheit schließt mit der Abgrenzung zu einem linearen Zusammenhang in Form einer Aufgabe bezüglich eines Handyvertrages mit Grundgebühr (2.3) sowie mit der Zuordnung von Begründungen, warum manche Zusammenhänge nicht proportional sind (2.4).

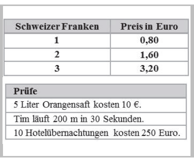
Weiterführende Literatur

Heiderich, S. / Hußmann, S. (2013): 'Linear, proportional, antiproportional ... wie soll ich das denn alles auseinanderhalten' – Funktionen verstehen mit Merksätzen?!. In: Allmendinger, H. / Lengnink, K. / Vohns, A. / Wickel, G. (Hrsg.): Mathematik verständlich unterrichten. Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Richter, V. (2008): Routen zum Begriff der linearen Funktion. Entwicklung und Beforschung eines kontextgestützten und darstellungsreichen Unterrichtsdesigns zum Begriff ‚lineare Funktion‘. Wiesbaden: Springer Spektrum, 50 - 55.

Van de Walle, J. A. (2007): Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally. Boston: Pearson Education, 353 - 373.

Wittmann, G. (2008): Elementare Funktionen und ihre Anwendungen. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 62 - 68.



Schweizer Franken	Preis in Euro
1	0,80
2	1,60
3	3,20

Prüfe
5 Liter Orangensaft kosten 10 €.
Tim läuft 200 m in 30 Sekunden.
10 Hotelübernachtungen kosten 250 Euro.

S5 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Lernende sind mit dem Begründen oft nicht vertraut. Dies kann besonders bei den Aufgaben 1b) und 2b) herausfordernd sein.
Oft hilft es schon, sie zum Aufschreiben ihrer Ideen zu motivieren.

In Aufgabe 1b) kann die Erklärung statt auf der Rückseite auch auf einem separaten Blatt aufgeschrieben werden. Dies kann genutzt werden, da es ggf. schwer sein könnte, die Aufgabe zu bearbeiten, wenn sie bei Nutzung der Rückseite durch das Umblättern nicht zeitgleich gelesen werden kann.
Lösung zu 1b):

Ich habe geschaut, ob pro Schritt immer das Gleiche dazukommt. Es kommt nicht immer das Gleiche dazu, sondern einmal 12 und einmal 6.

Kann ich erkennen, ob ein Zusammenhang proportional ist?

1 Proportionale Zusammenhänge in Tabellen erkennen

a) Stellen die Tabellen einen proportionalen Zusammenhang dar? Kreuze an.

A	B
1	3
2	6
3	9

☒ ja ☐ nein

A	B
1	-12
2	-24
3	-36

☒ ja ☐ nein

A	B
1	6
2	18
3	24

☐ ja ☒ nein

b) Erkläre auf der Rückseite für die **dritte** Tabelle aus a) wie du herausgefunden hast, ob ein proportionaler Zusammenhang dargestellt wird oder nicht.

c) Die folgenden Tabellen zeigen proportionale Zusammenhänge.
Berechne die fehlenden Werte in den Tabellen.

A	B
1	5
2	10
3	15
4	20

A	B
1	7
2	14
4	28
6	42

A	B
1	2
3	6
4	8
5	10

☺
😐
☹

2 Proportionale Zusammenhänge in Situationen erkennen

a) Prüfe, ob die Aufgaben proportionale Zusammenhänge zeigen und löse sie.

1) Ein Taucher sinkt in einer Minute um 5 m. Wie tief ist er nach 4 Minuten gesunken?

Proportional? ☒ Ja ☐ Nein

Tiefe nach 4 Minuten?
$4 \cdot 5 = 20$
Nach 4 Minuten ist er 20 m gesunken.

2) Sarah ist 10 Jahre alt und hat Schuhgröße 36. Welche Schuhgröße hatte sie mit 5 Jahren?

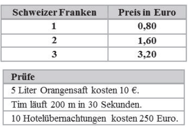
Proportional? ☐ Ja ☒ Nein

Schuhgröße mit 5 Jahren?
Kann man nicht ausrechnen

b) Woran erkennst du in einer Aufgabe, ob ein proportionaler Zusammenhang dargestellt wird? Erkläre.

Ich erkenne es daran, dass pro Schritt / pro Portion immer das Gleiche hinzu- oder weggenommen wird.

☺
😐
☹

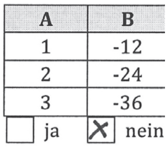
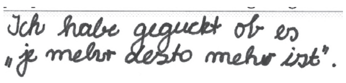
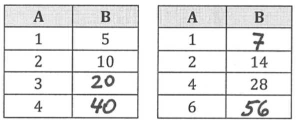
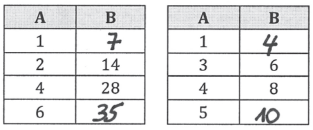


Schweizer Franken	Preis in Euro
1	0,80
2	1,60
3	3,20

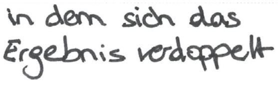
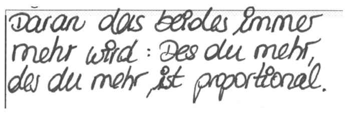
Prüfe
5 Liter Orangensaft kosten 10 €.
Tim läuft 200 m in 30 Sekunden.
10 Hotelübernachtungen kosten 250 Euro.

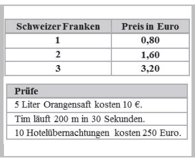
Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Proportionale Zusammenhänge in Tabellen erkennen

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a), b)	Begründung über Verdoppelung, z.B.: „Es verdoppelt sich nicht“; „die erste Zahl wird immer verdoppelt“; „Es ist immer das Doppelte“. Danach werden dann jeweils die Tabellen angekreuzt.	Mit dem Begriff „proportional“ wird ausschließlich die Verdopplung von Werten assoziiert.	Erarbeiten, wie in Tabellen geprüft werden kann, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt (1.1; 1.3 – 1.4). Kennenlernen negativ proportionaler Zusammenhänge als proportionale Zusammenhänge (1.2; 1.3). Kennenlernen linearer Zusammenhänge als Abgrenzung und Ausblick (1.5). Evtl. Wiederholung der Strategien zur Berechnung weiterer Werte (**S5 A**).
	Nicht bearbeitet.	Die inhaltliche Vorstellung von proportionalen Zusammenhängen und deren Prüfung in Tabellen ist unklar.	
a)	 A B 1 -12 2 -24 3 -36 ☐ ja ☒ nein	Es wird davon ausgegangen, dass bei proportionalen Zusammenhängen immer etwas hinzugefügt werden muss. Der Prüfsatz „Je mehr desto mehr“ wird angewendet. Negativ proportionale Zusammenhänge werden nicht als proportionale Zusammenhänge erkannt.	
b)	 Ich habe geguckt ob es „je mehr desto mehr ist“.		
c)	 A B 1 5 2 10 3 20 4 40 A B 1 7 2 14 4 28 6 56	Die Werte von B werden von Zeile zu Zeile stets verdoppelt.	Thematisierung der Schrittgrößen in Tabellen bzw. wann die Verdopplung eine Rolle spielt und wann nicht (1.1; 1.3 – 1.5). Evtl. Wiederholung der Strategien zur Berechnung weiterer Werte (**S5 A**).
	 A B 1 7 2 14 4 28 6 35 A B 1 4 3 6 4 8 5 10	Die verschiedenen Schrittgrößen in Spalte A werden nicht beachtet. Rückgriff auf die Strategie „Schrittweise Addieren“.	

Diagnoseaufgabe 2: Proportionale Zusammenhänge in Situationen erkennen

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a.1)	Nein	Es wird davon ausgegangen, dass bei proportionalen Zusammenhängen immer etwas hinzugefügt werden muss. Negativ proportionale Situationen werden nicht als proportionale Zusammenhänge erkannt.	Kennenlernen negativ proportionaler Situationen als proportionale Zusammenhänge (2.1 – 2.2).
a.2)	Ja Schuhgröße mit 5 Jahren: 18	Inhaltliche Vorstellung von proportionalen Zusammenhänge insbesondere in (alltäglichen) Situationen ist unklar.	Erarbeiten, wie in Situationen geprüft werden kann, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt (2.1 – 2.2). Kennenlernen linearer Situationen als Abgrenzung und Ausblick (2.3). Evtl. Wiederholung der Strategien zur Berechnung weiterer Werte (**S5 A**).
b)	 in dem sich das Ergebnis verdoppelt	Mit dem Begriff „proportional“ wird ausschließlich eine Verdopplung von Werten assoziiert.	
	 Daran das beides Immer mehr wird : Des du mehr, des du mehr ist proportional.	Es wird davon ausgegangen, dass bei proportionalen Zusammenhängen immer etwas hinzugefügt werden muss. Der Prüfsatz „Je mehr desto mehr“ wird angewendet.	



Schweizer Franken	Preis in Euro
1	0,80
2	1,60
3	3,20

Prüfe
5 Liter Orangensaft kosten 10 €.
Tim läuft 200 m in 30 Sekunden.
10 Hotelübernachtungen kosten 250 Euro.

1 Proportionale Zusammenhänge in Tabellen erkennen

1.1 Erarbeiten und Üben (12 - 15 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Verstehen, wie man proportionale Zusammenhänge in Tabellen mit den verschiedenen erlernten Strategien aus **S5 A** erkennen kann; in weiteren Tabellen auf proportionale Zusammenhänge prüfen

Material: --

Umsetzung: a), b) UG; c) EA; d) erst EA, dann UG; e) Aufgabengenerator (PA)

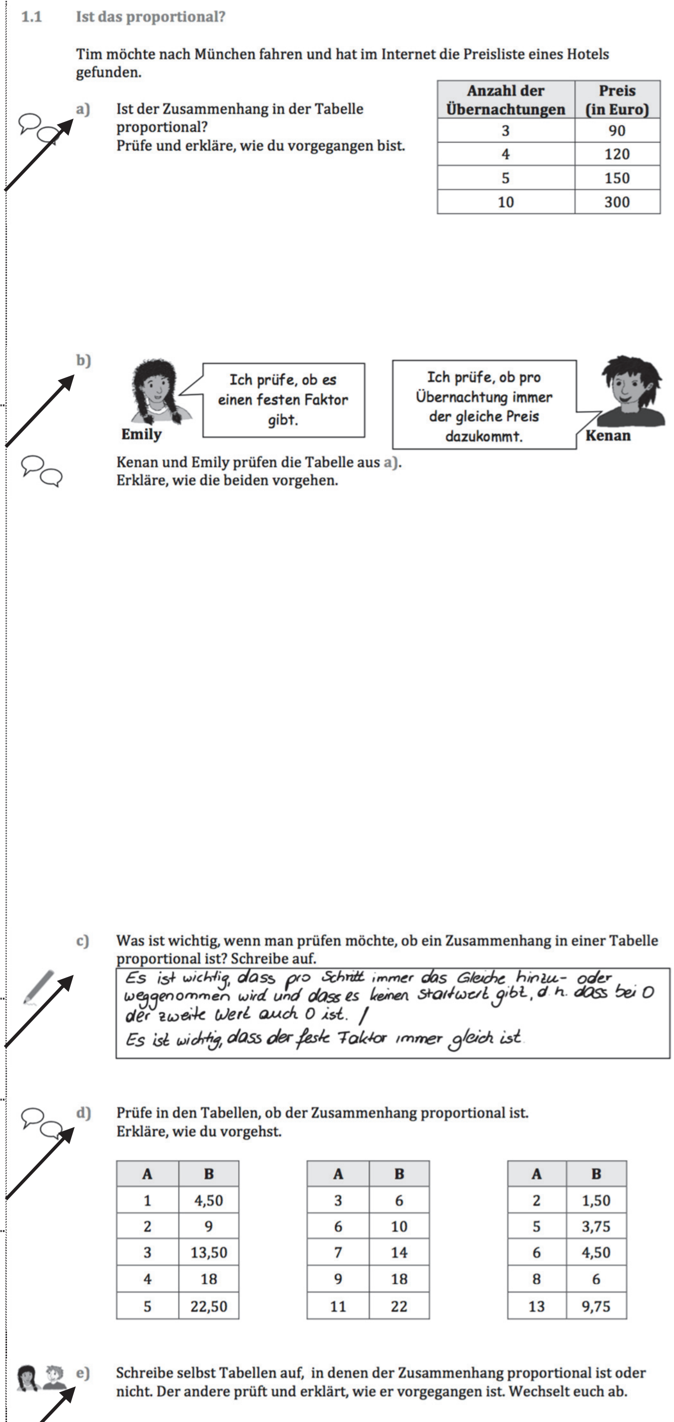
Lösung: Der Zusammenhang ist proportional, da pro Portion (pro Nacht) immer der gleiche Preis hinzukommt bzw. da der Preis immer das Dreißigfache der Übernachtungsanzahl darstellt und keine Kosten anfallen, wenn keine Übernachtung gebucht wird.
Impulse: Wie kann man rausfinden, ob der Zusammenhang proportional ist? Was kostet denn eine Übernachtung? Ist das immer gleich? Gibt es einen festen Faktor?
Hilfestellung: Wie kann man bei proportionalen Zusammenhängen weitere Werte berechnen? Diese Strategien können dir hier auch helfen.

Lösung: Emily prüft, ob es einen festen Faktor gibt, d. h., dass der Preis immer das gleiche Vielfache der Übernachtungsanzahl darstellt. Das ist für alle angegebenen Übernachtungsanzahlen korrekt. Kenan schaut, ob pro Übernachtung immer der gleiche Preis hinzukommt, d. h. er prüft, ob der Unterschied immer gleich bleibt (von 5 auf 10 Übernachtungen muss fünfmal der Übernachtungspreis für eine Nacht, also 5 · 30 € hinzukommen).
Zu beachten: Mit den Lernenden den Unterschied zwischen den beiden Vorgehensweisen diskutieren: Emily schaut in der Tabelle horizontal, Kenan vertikal. Verdeutlichen, dass mehrere Wege korrekt sind und zwischen den verschiedenen Prüfstrategien gewählt werden kann.
Impuls: Wer von beiden rechnet schneller? → Bei Schrittgröße 1 ist Kenans Weg vorteilhafter, bei Schrittgrößen größer als 1 der von Emily.

Methode: Lernende ermutigen, die Erkenntnisse aus a) und b) zusammenzufassen und aufzuschreiben.

Methode: Lernende sollen zunächst in Einzelarbeit prüfen, danach die jeweiligen Vorgehensweisen gemeinsam besprechen.

Methode: Lernende ermutigen, Tabellen mit Fehlern einzubauen.
Zu beachten: Die Lernenden, die die Tabellen aufschreiben, darauf hinweisen, dass sie immer auch selbst wissen sollen, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt oder nicht und wie man das jeweils prüfen kann, damit sie die Lösung des Partners / der Partnerin überprüfen können.



1.1 Ist das proportional?

Tim möchte nach München fahren und hat im Internet die Preisliste eines Hotels gefunden.

a) Ist der Zusammenhang in der Tabelle proportional?
Prüfe und erkläre, wie du vorgegangen bist.

Anzahl der Übernachtungen	Preis (in Euro)
3	90
4	120
5	150
10	300

b)

Kenan und Emily prüfen die Tabelle aus a).
Erkläre, wie die beiden vorgehen.

c) Was ist wichtig, wenn man prüfen möchte, ob ein Zusammenhang in einer Tabelle proportional ist? Schreibe auf.

Es ist wichtig, dass pro Schritt immer das Gleiche hinzu- oder weggenommen wird und dass es keinen Startwert gibt, d. h. dass bei 0 der zweite Wert auch 0 ist. /
Es ist wichtig, dass der feste Faktor immer gleich ist

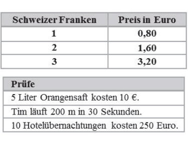
d) Prüfe in den Tabellen, ob der Zusammenhang proportional ist.
Erkläre, wie du vorgehst.

A	B
1	4,50
2	9
3	13,50
4	18
5	22,50

A	B
3	6
6	10
7	14
9	18
11	22

A	B
2	1,50
5	3,75
6	4,50
8	6
13	9,75

e) Schreibe selbst Tabellen auf, in denen der Zusammenhang proportional ist oder nicht. Der andere prüft und erklärt, wie er vorgegangen ist. Wechselt euch ab.



1.2 - 1.3 Üben (20 - 25 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Erkennen von negativ proportionalen Zusammenhängen;
Tabellen mit verschiedenen Strategien auf proportionale Zusammenhänge prüfen

Material: KV: Kartensatz S5 B, Aufgabe 1.3; Kartensatz S5 B Strategienamen

Umsetzung: 1.2 a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA); 1.3 PA

Hintergrund: In dieser Aufgabe werden negativ proportionale Zusammenhänge angesprochen, bei denen der Funktionswert pro Schritt immer um das gleiche abnimmt bzw. bei denen der feste Faktor negativ ist.
Lösung: Es kann bei beiden Tabellen jeweils geprüft werden, ob pro Schritt immer das Gleiche hinzu- oder weggenommen wird (erste Tabelle) oder ob der feste Faktor immer gleich ist (zweite Tabelle).

Lösung: In den Tabellen wird der Funktionswert Schritt für Schritt immer kleiner. Diese Zusammenhänge sind proportional, da pro Schritt immer das Gleiche abgezogen wird. Es gibt außerdem einen festen Faktor, der allerdings negativ ist.

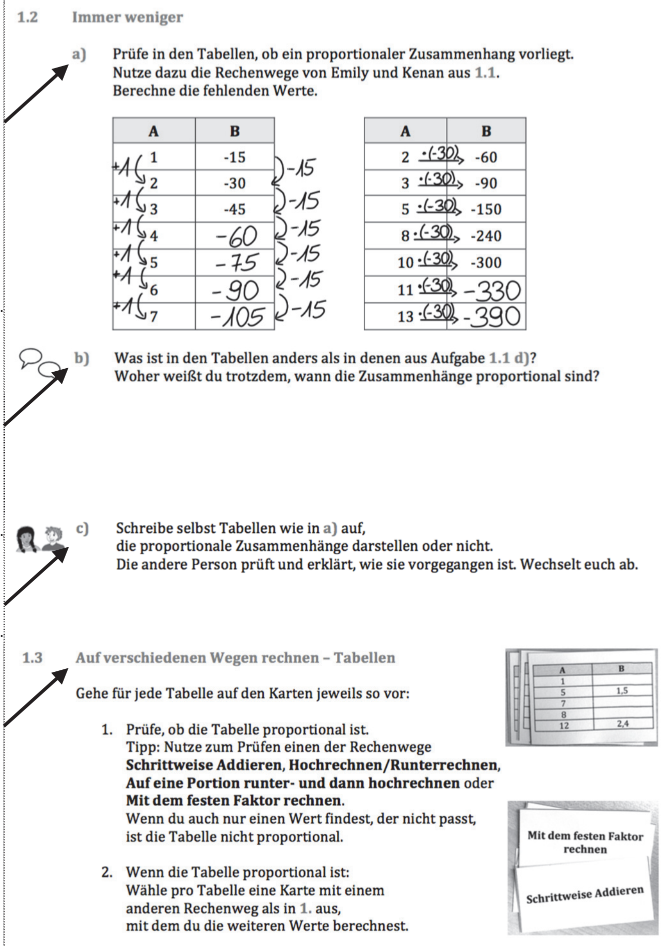
Zu beachten: Auch in diesen Zusammenhängen muss der Startwert immer 0 sein.

Methode: Die Karten liegen offen auf dem Tisch und die Partner wählen eine aus, prüfen mithilfe einer der Rechenwege, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt. Im zweiten Schritt soll bewusst ein anderer Rechenweg als in 1. gewählt werden, um die fehlenden Werte zu berechnen, die mit Folienstiften direkt eingetragen werden können.

Zu beachten: Wenn ein Zusammenhang nicht proportional ist, soll trotzdem erklärt werden, wie das herausgefunden wurde.

Hintergrund: Es kann mit einem beliebigen Weg geprüft werden, ob der Zusammenhang proportional ist. Anschließend können alle weiteren Wege genutzt werden, um die fehlenden Werte zu berechnen. Sobald festgestellt wird, dass der Zusammenhang nicht proportional ist, können die fehlenden Werte auch nicht berechnet werden.

Impuls: Warum wird eine Strategie zum Prüfen häufiger genutzt als eine andere?
Hintergrund: Manche Strategien werden häufiger genutzt als andere, da sie zur Prüfung besonders einfach sind oder individuell bevorzugt werden. Die Strategien *Schrittweise Addieren* und auch *Auf eine Portion runterrechnen* werden meist weniger zur Prüfung genutzt. Die Lernenden können dies als Weiterführung reflektieren.



1.2 Immer weniger

a) Prüfe in den Tabellen, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt.
Nutze dazu die Rechenwege von Emily und Kenan aus 1.1.
Berechne die fehlenden Werte.

A	B	
1	-15	
+1 2	-30	-15
+1 3	-45	-15
+1 4	-60	-15
+1 5	-75	-15
+1 6	-90	-15
+1 7	-105	-15

A	B
2 $\xrightarrow{\cdot(-30)}$	-60
3 $\xrightarrow{\cdot(-30)}$	-90
5 $\xrightarrow{\cdot(-30)}$	-150
8 $\xrightarrow{\cdot(-30)}$	-240
10 $\xrightarrow{\cdot(-30)}$	-300
11 $\xrightarrow{\cdot(-30)}$	-330
13 $\xrightarrow{\cdot(-30)}$	-390

b) Was ist in den Tabellen anders als in denen aus Aufgabe 1.1 d)?
Woher weißt du trotzdem, wann die Zusammenhänge proportional sind?

c) Schreibe selbst Tabellen wie in a) auf,
die proportionale Zusammenhänge darstellen oder nicht.
Die andere Person prüft und erklärt, wie sie vorgegangen ist. Wechselt euch ab.

1.3 Auf verschiedenen Wegen rechnen – Tabellen

Gehe für jede Tabelle auf den Karten jeweils so vor:

1. Prüfe, ob die Tabelle proportional ist.
   Tipp: Nutze zum Prüfen einen der Rechenwege **Schrittweise Addieren**, **Hochrechnen/Runterrechnen**, **Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen** oder **Mit dem festen Faktor rechnen**.
   Wenn du auch nur einen Wert findest, der nicht passt, ist die Tabelle nicht proportional.
2. Wenn die Tabelle proportional ist:
   Wähle pro Tabelle eine Karte mit einem anderen Rechenweg als in 1. aus, mit dem du die weiteren Werte berechnest.

A	B
1	
5	1,5
7	
8	
12	2,4

1.4 Üben (8 - 10 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

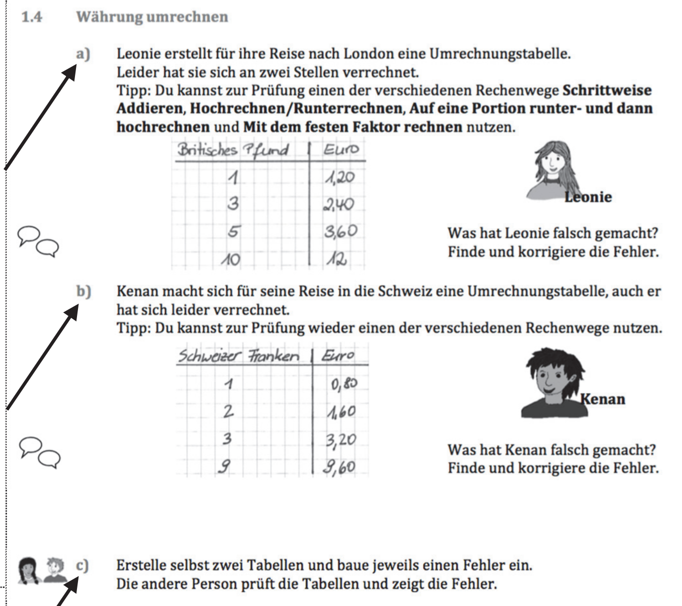
Ziel: Fehler in Tabellen mit proportionalen Zusammenhängen finden und korrigieren

Material: --

Umsetzung: a), b) jeweils erst EA, dann UG; c) Aufgabengenerator (PA)

Methode: Zunächst in Einzelarbeit den Fehler in der Tabelle finden und korrigieren. Dann in der Gruppe gemeinsam besprechen, was jeweils falsch gemacht wurde.
Lösung: a) Leonie hat für 3 und 5 Pfund die Schrittgröße nicht beachtet und daher von 1,20 € ausgehend immer 1,20 € pro Zeile addiert. Die letzte Zeile ist korrekt, da sie dort den Wert für Euro vermutlich durch Multiplikation mit dem festen Faktor ermittelt hat.
b) Kenan hat beim Schritt von 2 zu 3 Schweizer Franken den Euro-Wert verdoppelt, obwohl nur 0,80 € statt 1,60 € hinzukommen. Davon ausgehend, hat er den Wert für 9 Schweizer Franken verdreifacht.
Impulse: Ist der feste Faktor immer gleich? Kommt pro Britischem Pfund / Schweizer Franken immer das gleiche hinzu?

Zu beachten: Die Lernenden, die die Tabellen aufschreiben, sollen immer auch selbst wissen, wo der Fehler liegt, den sie eingebaut haben, damit nicht wahllos Werte eingetragen werden.



1.4 Währung umrechnen

a) Leonie erstellt für ihre Reise nach London eine Umrechnungstabelle.
Leider hat sie sich an zwei Stellen verrechnet.
Tipp: Du kannst zur Prüfung einen der verschiedenen Rechenwege **Schrittweise Addieren**, **Hochrechnen/Runterrechnen**, **Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen** und **Mit dem festen Faktor rechnen** nutzen.

Britisches Pfund	Euro
1	1,20
3	2,40
5	3,60
10	12

Leonie

Was hat Leonie falsch gemacht?
Finde und korrigiere die Fehler.

b) Kenan macht sich für seine Reise in die Schweiz eine Umrechnungstabelle, auch er hat sich leider verrechnet.
Tipp: Du kannst zur Prüfung wieder einen der verschiedenen Rechenwege nutzen.

Schweizer Franken	Euro
1	0,80
2	1,60
3	3,20
9	9,60

Kenan

Was hat Kenan falsch gemacht?
Finde und korrigiere die Fehler.

c) Erstelle selbst zwei Tabellen und baue jeweils einen Fehler ein.
Die andere Person prüft die Tabellen und zeigt die Fehler.

1.5 Üben (8 - 10 Minuten)

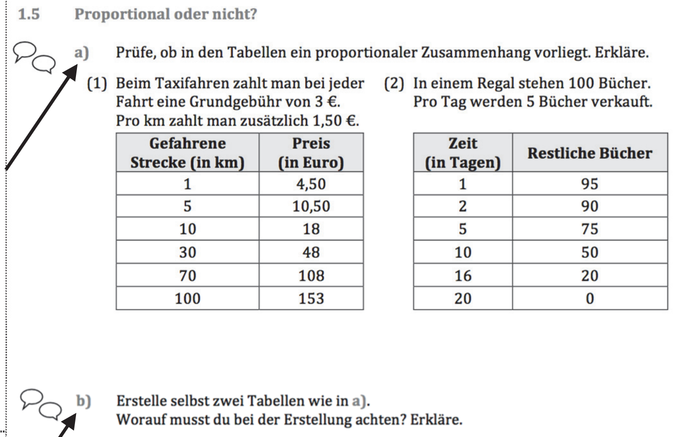
Ziel: Abgrenzungswissen zu linearen Funktionen anbahnen;
Startwert 0 als wichtige Bedingung für proportionale Zusammenhänge erkennen

Material: --

Umsetzung: a), b) jeweils UG

Hintergrund: Die Tabellen stellen einen linearen (Taxifahrt) bzw. negativ linearen (Bücher) Zusammenhang dar, da jeweils von einem Startwert ausgehend immer das Gleiche hinzugefügt (pro km immer der gleiche Preis bei der Taxifahrt) oder abgezogen wird (pro Tag immer die gleiche Anzahl an Büchern).
Lösung: Die Zusammenhänge sind nicht proportional. Es wird zwar pro Einheit immer der gleiche Wert hinzu- oder weggenommen, aber die Prüfstrategien funktionieren nicht. Es gibt keinen festen Faktor und man kann auch nicht direkt hoch- oder runterrechnen.

Zu beachten: Es sollen Tabellen mit einem Startwert ungleich 0 erstellt werden, wie bei der Taxifahrt aus a).
Lösung: Man muss auf den Startwert achten.



1.5 Proportional oder nicht?

a) Prüfe, ob in den Tabellen ein proportionaler Zusammenhang vorliegt. Erkläre.

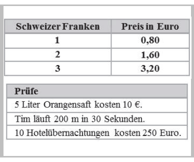
(1) Beim Taxifahren zahlt man bei jeder Fahrt eine Grundgebühr von 3 €.
Pro km zahlt man zusätzlich 1,50 €.

Gefahrene Strecke (in km)	Preis (in Euro)
1	4,50
5	10,50
10	18
30	48
70	108
100	153

(2) In einem Regal stehen 100 Bücher.
Pro Tag werden 5 Bücher verkauft.

Zeit (in Tagen)	Restliche Bücher
1	95
2	90
5	75
10	50
16	20
20	0

b) Erstelle selbst zwei Tabellen wie in a).
Worauf musst du bei der Erstellung achten? Erkläre.



Schweizer Franken	Preis in Euro
1	0,80
2	1,60
3	3,20

Prüfe
5 Liter Orangensaft kosten 10 €.
Tim läuft 200 m in 30 Sekunden.
10 Hotelübernachtungen kosten 250 Euro.

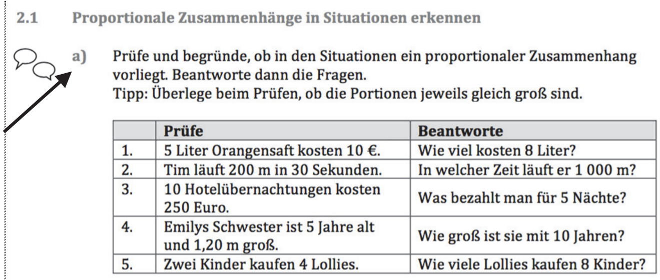
2 Proportionale Zusammenhänge in Situationen erkennen

2.1 - 2.2 Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Verstehen, wie man proportionale Zusammenhänge in Situationen erkennen kann; weitere Situationen auf proportionale Zusammenhänge prüfen

Material: KV: Kartensatz S5 B, Aufgabe 2.2; Kartensatz S5 B Strategienamen

Umsetzung: 2.1 a) UG, b) EA, c) UG; d) Aufgabengenerator (PA); 2.2 PA



2.1 Proportionale Zusammenhänge in Situationen erkennen

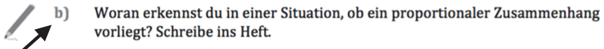
a) Prüfe und begründe, ob in den Situationen ein proportionaler Zusammenhang vorliegt. Beantworte dann die Fragen.
Tipp: Überlege beim Prüfen, ob die Portionen jeweils gleich groß sind.

	Prüfe	Beantworte
1.	5 Liter Orangensaft kosten 10 €.	Wie viel kosten 8 Liter?
2.	Tim läuft 200 m in 30 Sekunden.	In welcher Zeit läuft er 1 000 m?
3.	10 Hotelübernachtungen kosten 250 Euro.	Was bezahlt man für 5 Nächte?
4.	Emilys Schwester ist 5 Jahre alt und 1,20 m groß.	Wie groß ist sie mit 10 Jahren?
5.	Zwei Kinder kaufen 4 Lollies.	Wie viele Lollies kaufen 8 Kinder?

Methode: Immer zunächst prüfen, ob der Zusammenhang proportional ist, dann ggf. den fehlenden Wert berechnen; Situationen mit den Lernenden diskutieren.

Zu beachten: Bei den Situationen ist immer die Einschränkung, dass pro Portion das Gleiche hinzugefügt oder weggenommen werden muss. Situation 2 ist nur dann proportional, wenn Tim immer in der gleichen Geschwindigkeit läuft. Realistisch ist aber, dass er nicht immer nicht die gleiche Geschwindigkeit halten kann, wenn er 1000 m laufen soll. Diese Situationen sollen mit den Lernenden diskutiert werden: Bei der Prüfung muss immer auch Alltagswissen aktiviert werden.

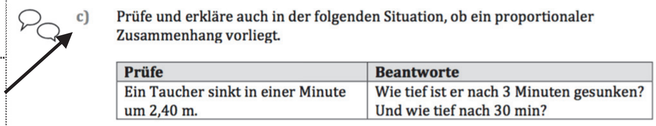
Lösung: Situationen 1 und 3 proportional, 2 siehe oben, 4 nicht proportional, 5 nur dann proportional, wenn jedes Kind immer 2 Lollies kauft, dies muss aber nicht immer sein.



b) Woran erkennst du in einer Situation, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt? Schreibe ins Heft.

Lösung: Man erkennt es daran, dass jede Portion gleich groß ist.

Zu beachten: Hier nochmals auf die Einschränkungen aus a) hinweisen, die teilweise entscheiden, ob der Zusammenhang proportional ist oder nicht.



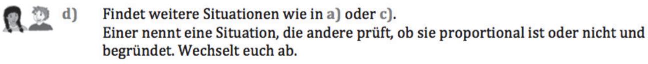
c) Prüfe und erkläre auch in der folgenden Situation, ob ein proportionaler Zusammenhang vorliegt.

Prüfe	Beantworte
Ein Taucher sinkt in einer Minute um 2,40 m.	Wie tief ist er nach 3 Minuten gesunken? Und wie tief nach 30 min?

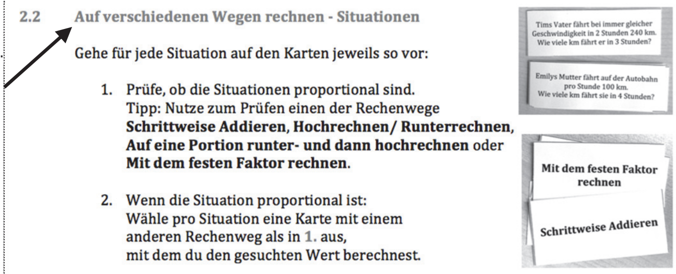
Zu beachten: Wie in 1.2 wird hier auf negativ proportionale Situationen eingegangen. Auch hier ist es nur dann proportional, wenn der Taucher mit gleichbleibender Geschwindigkeit sinkt.

Impuls: Wird pro Portion immer das Gleiche hinzugefügt oder weggenommen?

Hilfestellung: Schau dir nochmal die Tabellen in 1.2 an, da ist auch pro Schritt immer das Gleiche abgezogen worden.



d) Findet weitere Situationen wie in a) oder c).
Einer nennt eine Situation, die andere prüft, ob sie proportional ist oder nicht und begründet. Wechselt euch ab.



2.2 Auf verschiedenen Wegen rechnen - Situationen

Gehe für jede Situation auf den Karten jeweils so vor:

1. Prüfe, ob die Situationen proportional sind.
   Tipp: Nutze zum Prüfen einen der Rechenwege **Schrittweise Addieren, Hochrechnen/ Runterrechnen, Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen** oder **Mit dem festen Faktor rechnen**.
2. Wenn die Situation proportional ist:
   Wähle pro Situation eine Karte mit einem anderen Rechenweg als in 1. aus, mit dem du den gesuchten Wert berechnest.

Tims Vater fährt bei immer gleicher Geschwindigkeit in 2 Stunden 240 km. Wie viele km fährt er in 3 Stunden?

Emilys Mutter fährt auf der Autobahn pro Stunde 100 km. Wie viele km fährt sie in 4 Stunden?

Mit dem festen Faktor rechnen

Schrittweise Addieren

Zu beachten: Methode, Hintergrund und Impulse genau wie in 1.3, nur dass keine Tabellen, sondern Situationen auf den Karten zu finden sind. Wenn ein Zusammenhang nicht proportional ist, soll trotzdem erklärt werden, wie das herausgefunden wurde.

2.3 Üben (10 - 12 Minuten)

Ziel: Abgrenzungswissen zu linearen Funktionen anbahnen;
Startwert 0 als wichtige Bedingung für proportionale Zusammenhänge erkennen

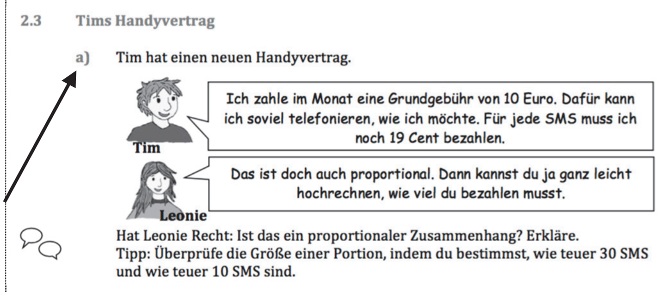
Material: --

Umsetzung: a) UG; b) EA

Hintergrund: Die Situation stellt einen linearen Zusammenhang dar, da bei dem Handyvertrag von einer Grundgebühr ausgegangen wird, die monatlich nur einmal und nicht pro SMS berechnet wird.

Lösung: Der Zusammenhang ist nicht proportional. Es wird zwar pro SMS immer der gleiche Preis hinzugefügt, aber die Prüfstrategien funktionieren nicht, da es eine Grundgebühr gibt.

Hilfestellung: Zur Prüfung kann eine Minitabelle erstellt werden, in der die Preise für 30 und für 10 SMS berechnet werden. Dann lässt sich schnell erkennen, dass es keinen festen Faktor gibt bzw. dass der Preis für 30 SMS nicht das Dreifache des Preises für 10 SMS ist.



2.3 Tims Handyvertrag

a) Tim hat einen neuen Handyvertrag.

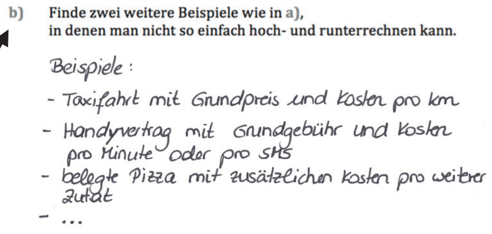
Tim: Ich zahle im Monat eine Grundgebühr von 10 Euro. Dafür kann ich soviel telefonieren, wie ich möchte. Für jede SMS muss ich noch 19 Cent bezahlen.

Leonie: Das ist doch auch proportional. Dann kannst du ja ganz leicht hochrechnen, wie viel du bezahlen musst.

Hat Leonie Recht: Ist das ein proportionaler Zusammenhang? Erkläre.
Tipp: Überprüfe die Größe einer Portion, indem du bestimmst, wie teuer 30 SMS und wie teuer 10 SMS sind.

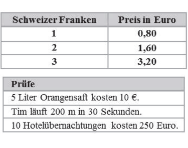
Zu beachten: Es sollen Situationen mit einer Grundgebühr gefunden werden, wie bei dem Handyvertrag aus a). Eventuell mit den Lernenden gemeinsam besprechen, wenn ihnen keine passenden Situationen einfallen.

Impuls: In welchen Situationen bezahlt man pro Portion immer das Gleiche, muss aber eine einmalige Grundgebühr bezahlen?



b) Finde zwei weitere Beispiele wie in a), in denen man nicht so einfach hoch- und runterrechnen kann.

Beispiele:
- Taxifahrt mit Grundpreis und Kosten pro km
- Handyvertrag mit Grundgebühr und Kosten pro Minute oder pro SMS
- belegte Pizza mit zusätzlichen Kosten pro weiter Zutat
- ...



2.4 Üben (10 - 12 Minuten)

Ziel: Wissen über proportionale Zusammenhänge als Abgrenzung anwenden

Material: --

Umsetzung: a) erst EA, dann UG; b) EA

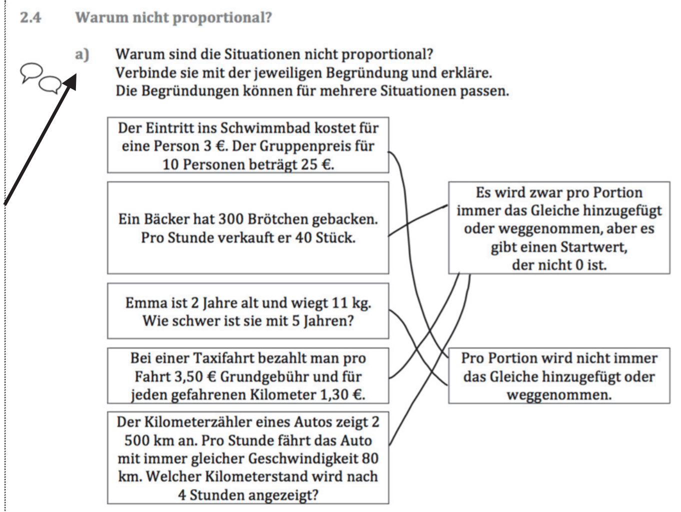
Methode: Zunächst in Einzelarbeit die Begründungen mit den jeweiligen Situationen verbinden. Dann in der Gruppe gemeinsam besprechen, welche Begründungen für welche Situationen gelten.

Zu beachten: Die Begründungen gelten jeweils für mehrere Situationen.

Hintergrund: Es soll erkannt werden, dass Zusammenhänge aus verschiedenen Gründen nicht proportional sein können:

- weil der Startwert nicht gleich 0 ist
- weil pro Portion nicht immer das Gleiche hinzugefügt oder weggenommen wird

Gerade der letzte Punkt kann in den Situationen aus dem Alltagswissen heraus begründet werden, z.B. bei der dritten Situation, dass Menschen pro Jahr nicht immer um das gleiche Gewicht schwerer werden.



2.4 Warum nicht proportional?

a) Warum sind die Situationen nicht proportional?
Verbinde sie mit der jeweiligen Begründung und erkläre.
Die Begründungen können für mehrere Situationen passen.

Der Eintritt ins Schwimmbad kostet für eine Person 3 €. Der Gruppenpreis für 10 Personen beträgt 25 €.

Ein Bäcker hat 300 Brötchen gebacken. Pro Stunde verkauft er 40 Stück.

Emma ist 2 Jahre alt und wiegt 11 kg. Wie schwer ist sie mit 5 Jahren?

Bei einer Taxifahrt bezahlt man pro Fahrt 3,50 € Grundgebühr und für jeden gefahrenen Kilometer 1,30 €.

Der Kilometerzähler eines Autos zeigt 2 500 km an. Pro Stunde fährt das Auto mit immer gleicher Geschwindigkeit 80 km. Welcher Kilometerstand wird nach 4 Stunden angezeigt?

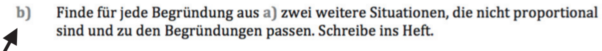
Es wird zwar pro Portion immer das Gleiche hinzugefügt oder weggenommen, aber es gibt einen Startwert, der nicht 0 ist.

Pro Portion wird nicht immer das Gleiche hinzugefügt oder weggenommen.

Hintergrund: Das Finden eigener Beispiele zeigt, ob die Lernenden die Begründungen verstanden haben und in der Lage sind, diese anzuwenden.

Zu beachten: Es sollen Situationen mit einem Startwert, der nicht 0 ist, oder solche, bei denen pro Portion nicht immer das Gleiche hinzu- oder weggenommen wird, gefunden werden, wie bei den Beipielen in a). Eventuell mit den Lernenden gemeinsam besprechen, wenn ihnen keine passenden Situationen einfallen.

Impulse: In welchen Situationen bezahlt man pro Portion immer das Gleiche, muss aber eine einmalige Grundgebühr bezahlen? In welchen Situationen wird nicht immer das Gleiche hinzugefügt oder weggenommen?



b) Finde für jede Begründung aus a) zwei weitere Situationen, die nicht proportional sind und zu den Begründungen passen. Schreibe ins Heft.

Kann ich bei proportionalen Zusammenhängen in Tabellen und im Kopf hoch- und runterrechnen?

1 Idee: „Pro Portion“

a) 2 Stück kosten 1,60 Euro.
Wie viel kosten 5 Stück?
Berechne und kennzeichne deinen
Rechenweg mit Pfeilen in der Tabelle.

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	1,60
3	
4	
5	
6	

b) 8 kg Äpfel kosten 4 Euro.
Wie viel kosten 12 kg Äpfel?
Berechne und erkläre,
wie du vorgegangen bist.

☺ 😐 ☹

2 Rechnen mit dem festen Faktor

a) Berechne den Preis pro kg und erkläre, wie du vorgegangen bist.

6 kg Zwiebeln kosten 9 €. 1 kg kostet dann _____________.

So habe ich gerechnet:

b) In der Tabelle ist ein Fehler. Ist der Preis pro Stück immer gleich?
Suche und korrigiere. Bestimme dann den fehlenden Wert. Erkläre.

Stück	Preis (in Euro)
3	7,50
5	10,00
7	17,50
8	

So bin ich vorgegangen:

☺ 😐 ☹

3 Im Kopf hoch- und runterrechnen

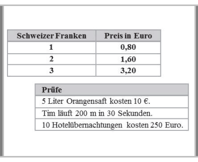
Vergleiche die Preise für die verschiedenen Birnensorten.
Welche ist am günstigsten? Schreibe deine Erklärung auf die Rückseite.

☺ 😐 ☹

Birnen „Delizius“
4 kg nur 12 €

Birnen „Gute Luise“
3 kg nur 7,50 €

Birnen „Williams“
10 kg nur 20 €



Schweizer Franken	Preis in Euro
1	0,80
2	1,60
3	3,20

Prüfe
5 Liter Orangensaft kosten 10 €.
Tim läuft 200 m in 30 Sekunden.
10 Hotelübernachtungen kosten 250 Euro.

Kann ich erkennen, ob ein Zusammenhang proportional ist?

1 Proportionale Zusammenhänge in Tabellen erkennen

a) Stellen die Tabellen einen proportionalen Zusammenhang dar? Kreuze an.

A	B
1	3
2	6
3	9

☐ ja ☐ nein

A	B
1	-12
2	-24
3	-36

☐ ja ☐ nein

A	B
1	6
2	18
3	24

☐ ja ☐ nein

b) Erkläre auf der Rückseite für die **dritte** Tabelle aus **a)** wie du herausgefunden hast, ob ein proportionaler Zusammenhang dargestellt wird oder nicht.

c) Die folgenden Tabellen zeigen proportionale Zusammenhänge.
Berechne die fehlenden Werte in den Tabellen.

A	B
1	5
2	10
3	
4	

A	B
1	
2	14
4	28
6	

A	B
1	
3	6
4	8
5	

☺
😐
☹

2 Proportionale Zusammenhänge in Situationen erkennen

a) Prüfe, ob die Aufgaben proportionale Zusammenhänge zeigen und löse sie.

(1) Ein Taucher sinkt in einer Minute um 5 m. Wie tief ist er nach 4 Minuten gesunken?

Proportional? ☐ Ja ☐ Nein

Tiefe nach 4 Minuten?

(2) Sarah ist 10 Jahre alt und hat Schuhgröße 36. Welche Schuhgröße hatte sie mit 5 Jahren?

Proportional? ☐ Ja ☐ Nein

Schuhgröße mit 5 Jahren?

b) Woran erkennst du in einer Aufgabe, ob ein proportionaler Zusammenhang dargestellt wird? Erkläre.

☺
😐
☹

Zu Baustein S5 A, Aufgabe 1.7: Kartensatz

Wie viel kosten 10 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
4	16
5	
8	
10	

Wie viel kosten 7 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	
4	2
7	
8	

Wie viel kosten 9 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
3	
5	4,50
7	
9	

Wie viel kosten 9 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
3	
5	
6	12
9	

Wie viel kosten 16 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	
4	
12	9
16	

Wie viel kosten 4 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	
3	
4	
6	2,40

Wie viel kosten 8 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	1,60
4	
8	
10	

Wie viel kosten 15 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
3	
5	9
12	
15	

Wie viel kosten 12 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
3	9,10
6	
10	
12	

Wie viel kosten 4 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
2	
4	
6	
8	4,80

Wie viel kosten 3 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
3	
5	
10	
15	45

Wie viel kosten 6 Stück?

Stück	Preis (in Euro)
1	
4	
6	
8	
24	12

Zu Baustein S5 A, Aufgabe 3.2: Kartensatz

10 Muffins kosten 6 €. Wie viel kosten 5 Muffins?	3 Flaschen Cola kosten 1,20 €. Wie viel kosten 6 Flaschen?
5 Schälchen Erdbeeren wiegen 3,5 kg. Wie schwer sind 15 Schälchen?	10 Lollies kosten 2 €. Wie viel kosten 2 Lollies?
15 kg Zwiebeln kosten 10 €. Wie viel kosten 3 kg?	Zum Streichen eines Zimmers braucht man 3 Liter Farbe. Wie viel Farbe braucht man für 6 Zimmer, wenn alle gleich groß sind?
In ein Regalfach passen 9 Dosen Erbsen. Wie viele Dosen passen in 5 Fächer?	Salami kostet pro kg 10 €. Wie viel kosten 100 g?
In 5 Regalfächer passen 30 Flaschen Cola. Wie viele Flaschen passen in 3 Fächer?	6 Tafeln Schokolade kosten 4,80 €. Wie viel kosten 9 Tafeln?
400 g Schinken kosten 3,60 €. Wie viel kosten 700 g?	3 Säcke Äpfel wiegen 7,5 kg. Wie schwer sind 2 Säcke Äpfel?
4 Kugeln Eis kosten 10 €. Wie viel kosten 3 Kugeln?	2 Tuben Zahnpasta kosten 0,80 €. Wie viel kosten 9 Tuben?

Zu Baustein S5 B, Aufgabe 1.3: Kartensatz

A	B
1	2
2	
3	
4	
5	

A	B
4	7
5	8,50
6	
7	
8	

A	B
0	
1	-6
3	-18
4	
6	

A	B
2	1,2
3	
6	3,6
12	
18	

A	B
2	9
4	
8	
14	63
22	

A	B
2	
4	
5	25
10	
20	100

A	B
1	
3	1,8
5	
9	5,4
11	

A	B
1	
4	28
7	49
8	
13	

A	B
1	
2	
3	15
7	35
17	

A	B
2	18
4	
7	
9	81
12	

A	B
3	
4	
5	-40
6	
7	-56

A	B
4	
6	30
9	45
13	
17	

A	B
1	
2	14
3	
4	
5	22

A	B
2	
4	3,60
6	
8	
12	15

A	B
1	18
3	16
7	22
8	
11	

A	B
4	8
7	
11	33
16	
19	

A	B
1	
2	3
3	6
4	
5	

A	B
1	
5	1,5
7	
8	
12	2,4

Zu Baustein S5 B, Aufgaben 1.3 und 2.2: Kartensatz Strategienamen

Schrittweise Addieren	**Hoch-/Runterrechnen**
Auf eine Portion runter- und dann hochrechnen	**Mit dem festen Faktor rechnen**

Zu Baustein S5 B, Aufgabe 2.2: Kartensatz

7 Übernachtungen im Hotel kosten 210 €. Wie viel kosten 14 Übernachtungen?	3 kg Fisch kosten 12 €. Wie viel kosten 6 kg?
10 US-Dollar sind ungefähr 8 €. Wie viel sind 70 US-Dollar ungefähr?	Vier 1 €-Stücke wiegen 16 g. Wie viel wiegen sieben 1 €-Stücke?
Tims Vater fährt bei immer gleicher Geschwindigkeit in 2 Stunden 240 km. Wie viele km fährt er in 3 Stunden?	In einem Ferngespräch kosten 5 Minuten 1,50 €. Wie viel kosten 17 Minuten?
Emilys Mutter fährt auf der Autobahn pro Stunde 100 km. Wie viele km fährt sie in 4 Stunden?	Für 1 € bekommt man 1,20 Schweizer Franken. Wie viel Schweizer Franken bekommt man für 20 €?
In einem Hostel zahlt Tim pro Übernachtung 6 €. Wie viel bezahlt er für 6 Übernachtungen?	Kenan ist 12 Jahre alt und hat Schuhgröße 36. Welche Schuhgröße hat er mit 15 Jahren?
Ein Tiger wiegt bei der Geburt 1 kg. Wie schwer ist er nach 3 Jahren?	Emily springt mit 12 Jahren 3,60 m weit. Wie weit springt sie mit 24 Jahren?
In einer Disko zahlt man 4 € Eintritt und für jedes Getränk 2 €. Was bezahlt Sarah, wenn sie 5 Getränke getrunken hat?	Ein Aufzug ins Bergwerk sinkt in einer Minute um 40 m. Wie tief ist er nach 4 Minuten gesunken?
Im Zoo kostet der Eintritt für zwei Personen 12 €. Der Gruppenpreis für 10 Personen beträgt 55 €. Wie teuer ist der Eintritt für 13 Personen?	Eine Metzgerei grillt 150 Würstchen. Pro Stunde werden 30 Würstchen verkauft. Wie viele Würstchen gibt es nach 4 Stunden noch?