

A MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE A

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

1. Für Fundgegenstände gibt es einen gestaffelten gesetzlichen Finderlohn. Bis 1000 DM erhält man 5 % des Wertes. Für den Anteil über 1000 DM erhält man nur noch 3 %.

BEISPIEL: Beträgt der Wert des Gegenstandes 1200 DM, so ist der gesetzliche Finderlohn 5 % von 1000 DM und 3 % von 200 DM.

- Karin findet 2500 DM. Wieviel DM Finderlohn steht ihr zu?
- Kai stehen 15 DM Finderlohn zu. Welchen Wert hat der gefundene Gegenstand?
- Annika stehen 170 DM Finderlohn zu. Welchen Wert hat der gefundene Gegenstand?
- Frau Schick zahlt dem Finder ihres Ringes, der einen Wert von 2000 DM hat, den dreifachen gesetzlichen Finderlohn. Wieviel Prozent Finderlohn zahlt Frau Schick?
- Ahmed erhält für eine gefundene Brosche insgesamt 3,5 % des Wertes der Brosche als gesetzlichen Finderlohn. Welchen Wert hat die Brosche?

2. a) (1) Zeichne das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $c = |AB| = 6$ cm und $h_c = 8$ cm. Zeichne die Parallele zu \overline{AB} durch die Mittelpunkte von \overline{AC} , \overline{BC} und h_c . Diese Parallele schneidet \overline{AC} in E und \overline{BC} in F .
- (2) Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden EF . Die Bildpunkte von A , B , C sind A' , B' , C' .
- (3) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms $AC'B'C$.
- (4) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks $C'B'E$.
- (5) Berechne den Flächeninhalt der Gesamtfigur $ABFB'A'E$.
- b) Bei einem anderen gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Basis $c = |AB| = 6$ cm hat die entsprechend konstruierte Gesamtfigur $ABFB'A'E$ den Flächeninhalt 765 cm². Berechne h_c .

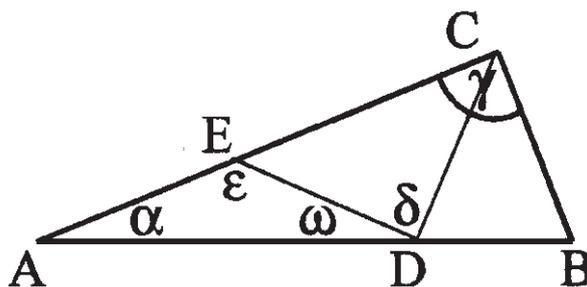
W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

- $12 - 3(x - 4) = 4x + 2(x + 3)$
- $x(x - 3) < (x - 1)(x - 7)$
- $(2x + 5)(x + 3) - 2 = (x + 5)(2x - 3) + 4(x + 7)$
- $x(x + 3) - 3(x + 2) > 9$

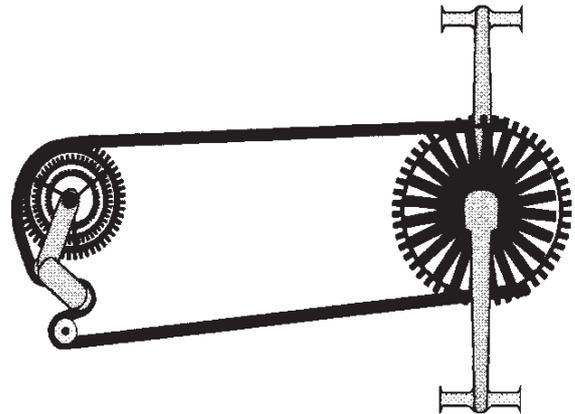
4. Im Dreieck ABC ist $|AB| = 12$ cm, $\gamma = 90^\circ$ und $|CD| = |CB| = |DE|$.

- (1) Zeichne ein solches Dreieck ABC mit $\alpha = 20^\circ$. Konstruiere die Punkte D und E .
 - Berechne die Größe der Winkel δ und ε .
- b) Wie groß muß α gewählt werden, damit im Dreieck ABC die Strecke \overline{CD} auch Winkelhalbierende von γ ist?
- c) In einer entsprechend konstruierten Figur wurde α so gewählt, daß das Dreieck EDC gleichseitig ist. Berechne ω .



5. Zum Lösen der Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen.
- Subtrahiert man 11 vom 4-fachen einer **natürlichen** Zahl, so erhält man 25. Wie heißt diese natürliche Zahl?
 - Für welche **natürliche** Zahl gilt: Das Produkt aus der um 6 verkleinerten und der um 6 vergrößerten Zahl ist genau so groß wie das Produkt der Zahl und der um 12 verkleinerten Zahl?
 - Die Summe der Quadrate zweier **ganzer** Zahlen ist um 40 größer als das Quadrat der Summe dieser ganzen Zahlen. Gib alle möglichen Zahlen an!
6. Ein Fahrrad hat am Pedal ein Zahnrad mit 48 Zähnen. Am Hinterrad gibt es drei Zahnräder mit 16, 24 und 32 Zähnen.

- Das Zahnrad am Pedal dreht sich 70 mal. Wie oft dreht sich jeweils das Hinterrad bei Benutzung der drei verschiedenen Zahnräder?



- Bei einer Umdrehung des Hinterrades wird ein Weg von 2,20 m zurückgelegt.
 - Wie weit kommt man mit 12 Pedalumdrehungen, wenn am Hinterrad das 32-er Zahnrad benutzt wird?
 - Es sollen 3,3 km gefahren werden. Wie viele Pedalumdrehungen sind dazu erforderlich, wenn am Hinterrad das 32-er Zahnrad benutzt wird?

- Eine Strecke wird mit 300 Pedalumdrehungen mit dem 24-er Zahnrad gefahren. Wie viele Pedalumdrehungen benötigt man für dieselbe Strecke mit dem 16-er Zahnrad?

7. **Beachte:** Die Ergebnisse zu den folgenden Fragen können auch als Summe oder als Produkt angegeben werden!

In vielen Ländern sind die Wähltasten der Telefonapparate für die Ziffern 2 bis 9 zusätzlich mit je drei Buchstaben versehen. Statt Ziffernfolgen (Zahlen) kann man sich dann leichter Buchstabenfolgen merken, statt z.B.: 663362437 merkt man sich dann **MODE MAIER**.

Beachte: Die Ziffern 0 und 1 sind nicht durch Buchstaben zu ersetzen.

- Welche Rufnummer entspricht der Buchstabenfolge **HRUFFH** ?
- Wie viele 4-stellige Telefonnummern kann man durch Buchstabenfolgen ersetzen?
- Durch wie viele Buchstabenfolgen kann man die Telefonnummer **2345** ersetzen?
- Durch wie viele Buchstabenfolgen kann man die Telefonnummer **443366** ersetzen, wenn in jeder Buchstabenfolge 6 verschiedene Buchstaben vorkommen?
- Es gibt 4-stellige Rufnummern, die die Ziffern 3 und 5 je zweimal enthalten. Wie viele solcher 4-stelligen Rufnummern gibt es?
- Es gibt 4-stellige Rufnummern, die die Ziffer 3 genau zweimal enthalten und durch Buchstabenfolgen zu ersetzen sind. Wie viele Buchstabenfolgen kann man insgesamt diesen Rufnummern zuordnen?



B MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE B

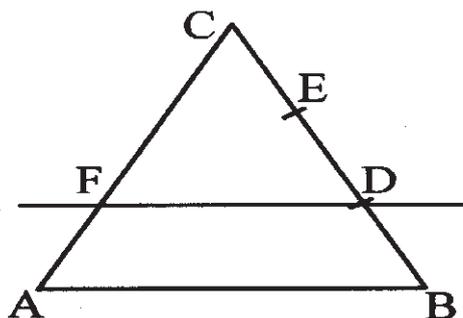
1. Die Geschäftsführung eines Sport- und Freizeitzentrums gibt folgende Zeitungsanzeige auf:

Hallenplätze für Tennis und Badminton zu vermieten:		
8	– 12 Uhr	18 DM pro Stunde und Spielfeld
12	– 14 Uhr	13 DM pro Stunde und Spielfeld
14	– 16 Uhr	24 DM pro Stunde und Spielfeld
16	– 22 Uhr	32 DM pro Stunde und Spielfeld

- a) (1) Claudia mietet montags von 13 - 14 Uhr einen Platz. Wieviel DM Platzmiete muß sie für eine Wintersaison von 32 Wochen bezahlen?
 (2) Auch Philipp mietet eine Hallenstunde pro Woche. Er zahlt für 32 Wochen 576 DM. Zu welcher Zeit hat er einen Platz gemietet?
- b) Für ein Turnier mietet der Verein TSV MW alle 6 Spielfelder der Halle für einen ganzen Tag. Berechne die Hallenmiete.
- c) Für vier Trainingsstunden zahlt der Verein 95 DM Hallenmiete. Zu welchen Zeiten wurden Plätze gemietet?
- d) Dorothee und Helen mieten je ein Spielfeld für eine Stunde pro Woche. Dorothee zahlt pro Stunde 32 DM. Helen spielt zur gleichen Zeit in einem anderen Freizeitzentrum für eine Jahresmiete (52 Wochen) von 1300 DM. Wieviel % zahlt Dorothee mehr?

2. a) (1) Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck ABC mit $|AB| = 9$ cm.

- (2) Kennzeichne auf \overline{BC} die Punkte D und E, für die gilt: $|BD| = |DE| = |EC|$. Zeichne die Parallele zu \overline{AB} durch D. F ist der Schnittpunkt der Parallelen mit \overline{AC} .



- b) Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden FD. Benenne die Bildpunkte mit A', B' und C'.
- c) Wie oft ist die Fläche des Dreiecks DB'E in der Gesamtfigur enthalten?
- d) Zeichne alle Symmetrieachsen der Gesamtfigur farbig ein.
- e) Konstruiert man in einem anderen gleichseitigen Dreieck die entsprechende Gerade FD, so hat das Trapez ABDF einen Flächeninhalt von 24 cm^2 . Bestimme den Flächeninhalt der Gesamtfigur, die bei Spiegelung dieses Dreiecks an der Geraden FD entsteht.

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

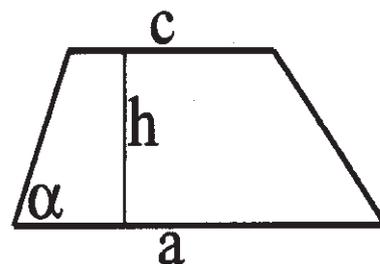
- a) $24x - 18 + 8x = 22 + 14x + 14$
 b) $8 \cdot (7x - 5) = 48x - 20$
 c) $8 \cdot (2x + 3) < 26 - (10x + 28)$
 d) $(3x - 4) \cdot (4x + 3) = 2x \cdot (6x - 14) - 12$

4. a) (1) Zeichne ein Dreieck aus $c = 5$ cm, $h_c = 6,4$ cm, $\alpha = 60^\circ$.

- (2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.
 (3) Ein Quadrat hat denselben Flächeninhalt wie das Dreieck. Bestimme die Länge einer Quadratseite.

b) (1) Zeichne ein Trapez aus $a = 7$ cm, $c = 2$ cm, $h = 6$ cm und $\alpha = 72^\circ$.

- (2) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes.
 (3) Ein anderes Trapez hat den gleichen Flächeninhalt und die gleiche Höhe wie das gezeichnete Trapez. Die Seite a ist 5 cm lang. Berechne die Länge der Seite c.



P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

5. a) Ein Koffer kostet 240 DM. Der Preis wird im Schlußverkauf um 35 % gesenkt. Wieviel DM kostet der Koffer jetzt?
- b) Ein Paar Turnschuhe kostet 150 DM. Der Preis wird auf 93 DM herabgesetzt. Um wieviel Prozent wird der Preis gesenkt?
- c) Ein Bademantel kostet nach einer Preissenkung von 20 % nur noch 120 DM. Wieviel DM kostete der Bademantel vor der Preissenkung?
- d) Eine Jacke kostet 300 DM, eine Hose kostet 200 DM. Der Preis für die Jacke wird um 30 % und der Preis für die Hose um 20 % herabgesetzt. Wieviel Prozent ist die Kombination (Jacke und Hose) preiswerter geworden?

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

6. Berechne!

a) (1) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$

(2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} - \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$

(3) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} - \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$

b) Ergänze die nach der gleichen Gesetzmäßigkeit gebildeten Gleichungen.

(1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{\square}{\square} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$

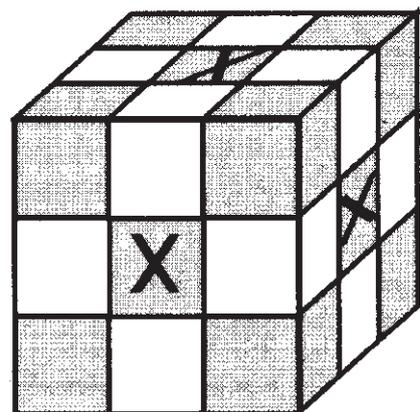
(2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} - \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$

(3) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \dots \cdot \frac{\square}{\square} - \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

(4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{99}{100} - \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$

7. Der abgebildete Würfel ist aus schwarzen und weißen Einheitswürfeln (Kantenlänge 1 cm) zusammengesetzt. Es liegt immer ein schwarzer Würfel neben einem weißen.

- a) (1) Aus wie vielen Einheitswürfeln besteht der Würfel?
(2) Bestimme die Anzahl der schwarzen Einheitswürfel.
- b) (1) Bestimme die Oberfläche des abgebildeten Würfels.
(2) Wieviel cm² der Oberfläche sind schwarz?
- c) Aus dem Würfel werden die drei gekennzeichneten Einheitswürfel entfernt.
(1) Um wieviel cm² vergrößert sich dadurch die Oberfläche?
(2) Wieviel cm² der Oberfläche sind jetzt weiß?



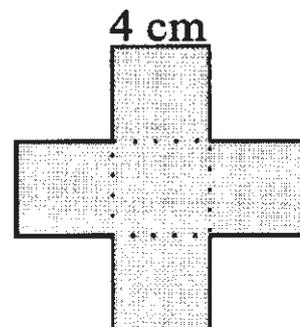
C MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

- a) Von 85 Schülern der Jahrgangsstufe 8 einer Schule können bereits 20 % einen Computer bedienen. Wie viele Schüler sind das?
b) 12 Schüler der Jahrgangsstufe 9 besitzen einen Computer; das sind 15 %. Wie viele Schüler besuchen die Jahrgangsstufe 9?
c) 24 Schüler nehmen an einem Computerkurs teil. 3 davon können bereits mit einem Lernprogramm umgehen. Wieviel % sind das?

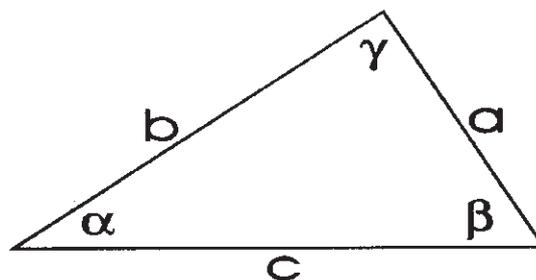
- a) Zeichne die Figur mit den angegebenen Maßen.
b) Bestimme den Umfang der Figur.
c) Bestimme den Flächeninhalt der Figur.
d) Die Figur ist das Netz eines oben offenen Würfels.
(1) Bestimme das Volumen dieses Würfels.
(2) Wie viele Würfel mit einer Kantenlänge von 2 cm passen höchstens in diesen offenen Würfel?



- a) Wenn man sich im Krankenhaus ein Telefon mietet, kostet jede Gesprächseinheit 0,45 DM.
(1) Wieviel DM muß Herr Anton für 85 Gesprächseinheiten bezahlen?
(2) Frau Bayer muß 36 DM bezahlen. Wie viele Gesprächseinheiten wurden berechnet?
b) Für einen Telefonanschluß zu Hause zahlt man monatlich eine Grundgebühr von 27 DM und für jede Gesprächseinheit 0,23 DM.
(1) Im Januar stehen 85 Gesprächseinheiten auf der Telefonrechnung der Familie Capasso. Wieviel DM zahlt Familie Capasso in diesem Monat insgesamt?
(2) Im Februar erhält Familie Capasso eine Telefonrechnung in Höhe von DM 55,52 DM. Wie viele Gesprächseinheiten wurden berechnet?

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

- a) Konstruiere ein Dreieck aus $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm.
b) Konstruiere ein Dreieck aus $c = 6$ cm, $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 65^\circ$. Berechne die Größe des Winkels γ .
c) Konstruiere ein Dreieck aus $c = 5$ cm, $\alpha = 60^\circ$, $b = 5$ cm. Berechne die Größe der Winkel β und γ .



- a) Vereinfache so weit wie möglich!
(1) $7x + 12y - 3x - 10y =$
(2) $15a + 10b - 5a - 6b - 10a =$
(3) $3 \cdot (5x + 3y - 4z) + 12z =$
b) Bestimme den Wert von x!
(1) $3 \cdot x + 16 = 40$
(2) $5 \cdot x - 3 + 2 \cdot x = 25$
(3) $4 \cdot (2 \cdot x + 5) = 44$

6. a) Ein Cassetten-Recorder und ein CD-Player kosten zusammen 800 DM. Der CD-Player ist 100 DM teurer als der Cassetten-Recorder. Wieviel DM kostet der CD-Player?
 b) Eine CD und eine Cassette kosten zusammen 36 DM. Die CD ist doppelt so teuer wie die Cassette. Wieviel DM kostet die CD?
 c) Eine Hose und zwei gleiche T-Shirts kosten zusammen 140 DM. Peter bezahlt für diese Hose und drei dieser T-Shirts 165 DM. Wieviel DM kostet die Hose?

7. Bei einem Würfelspiel wird mit zwei Würfeln gleichzeitig gewürfelt. Für dieses Spiel gilt:

Gerade Augenzahlen (  ) auf einem Würfel werden als positive Zahlen (+)

gewertet, ungerade Augenzahlen (  ) als negative Zahlen (-).

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

a) Spielregel 1: Die Augenzahlen werden addiert.

	1. Würfel	2. Würfel	erreichte Punktzahl
BEISPIEL			-1
1.			
2.			
3.			-6
4.			8
5.			höchstmögliche Punktzahl
6.			niedrigste Punktzahl

b) Spielregel 2: Die Augenzahlen werden multipliziert.

	1. Würfel	2. Würfel	erreichte Punktzahl
BEISPIEL			-20
1.			
2.			
3.			
4.			-6
5.			höchstmögliche Punktzahl
6.			niedrigste Punktzahl