

AUFGABENGRUPPE A

16.05.2023

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
Notiere auch deinen Lösungsweg (durch Rechnung oder in Worten).
 - a) $(2x^5 - 32x^3) \cdot (x + 32)^5 = 0$
 - b) $(x^2 - 32) \cdot (x^5 + 32) > 0$
 - c) $(x - 32)^5 \cdot (x^5 + 32) \leq (x - 32)^5$
 - d) $32 \cdot (x + 2)^4 > (x^5 + 32) \cdot (x + 2)^5$

2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $\alpha = 80^\circ$, dem Inkreisradius $r = 2$ cm und $\beta = 36^\circ$.
 b) Im symmetrischen Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ sei $|AB| = |AC|$ und $|BC| = |CD| = |DA|$.
 - (1) Zeige, dass eine Konstruktion mit $|AB| = 8$ cm und $\alpha = 70^\circ$ nicht möglich ist.
 - (2) Konstruiere das Trapez $ABCD$ mit $|AB| = 8$ cm. Bestimme zunächst α .

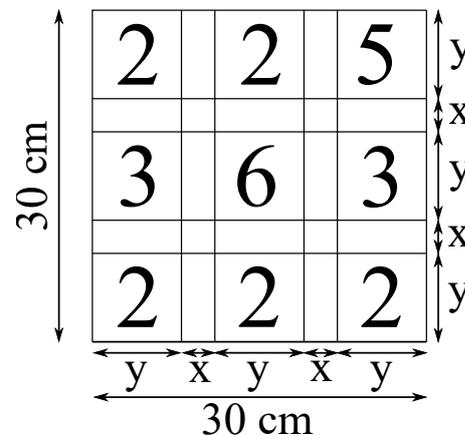
3. Die folgenden Aufgaben können zeichnerisch (durch eine vollständige Konstruktion) oder rechnerisch gelöst werden.
 - a) Gegeben ist das Dreieck ABC mit $c = 8$ cm, $b = 4$ cm und $a = 6$ cm.
 - (1) Die Eckpunkte A , B und C des Dreiecks sollen Mittelpunkte von Kreisen sein. Jeder Kreis soll die anderen beiden Kreise von außen berühren. Bestimme die Radien dieser Kreise k_A , k_B und k_C .
 - (2) Die Seitenmittelpunkte M_a , M_b und M_c des Dreiecks ABC sollen Mittelpunkte von Kreisen sein. Jeder Kreis soll die anderen beiden Kreise von außen berühren. Bestimme die Radien dieser Kreise k_a , k_b und k_c .
 - b) In einem anderen Dreieck ABC berührt jeder Kreis k_a , k_b und k_c um die Seitenmitten M_a , M_b und M_c die beiden anderen von außen. Die Radien der Kreise betragen $r_a = 2$ cm, $r_b = 4$ cm und $r_c = 1,5$ cm. Bestimme die Seitenlängen a , b und c des Dreiecks ABC .

4. Julia hat mehrere Personen zum Geburtstag eingeladen, die entweder blondes oder schwarzes Haar haben. Ihr Vater kennt die Personen nicht, weiß aber, dass sie männlich (m) oder weiblich (w) sind. Julia gibt ihrem Vater zwei Hinweise:
Für jede Betrachtung einer Person gilt:
 - (I) Ist eine der eingeladenen Personen männlich, so gibt es bei den anderen eingeladenen blondes und schwarzes Haar.
 - (II) Ist eine der eingeladenen Personen weiblich, so haben die anderen eingeladenen dieselbe Haarfarbe.
 - a) Julia hat drei Personen eingeladen.
 - (1) Ihr Vater meint, dass nicht alle Personen männlich sein können. Stimmt das? Begründe!
 - (2) Untersuche, ob alle Personen weiblich sein könnten.
 - (3) Gib alle weiteren Kombinationen von eingeladenen Personen an und untersuche, ob sie möglich sind. Begründe!
 - b) Julia hat vier Personen eingeladen.
 - (1) Ihr Vater meint nach wie vor, dass nicht alle Personen männlich sein können. Stimmt das? Begründe!
 - (2) Untersuche alle weiteren Kombinationen und gib alle weiteren möglichen Kombinationen von Personen mit ihren jeweiligen Haarfarben an. Begründe!

5. a) Ein Wagen bewegt sich auf einer Kreisbahn. Bei einer bestimmten mittleren Geschwindigkeit v (= zurückgelegte Strecke pro Zeit) dauert ein Umlauf 12 s. Die mittlere Geschwindigkeit wird während des Umlaufs einmal geändert. Gib die Umlaufzeiten für die folgenden Fälle an:
- (1) Auf 25 % der Kreisbahn beträgt die mittlere Geschwindigkeit v , ansonsten $2v$.
 - (2) Auf 25 % der Kreisbahn beträgt die mittlere Geschwindigkeit $2v$, ansonsten v .
- b) Nun bewegen sich zwei Wagen auf zwei Kreisbahnen mit dem gleichen Mittelpunkt. Sie starten immer nebeneinander, also gleichauf, und in die gleiche Richtung.
- (1) Die äußere Kreisbahn ist doppelt so lang wie die innere. Wie oft sind die Wagen auf ihrer Fahrt gleichauf (den Startpunkt eingeschlossen), bis der innere Wagen gerade zum ersten Mal wieder den Startpunkt passiert hat, wenn
 - (1.1) beide Wagen dieselbe mittlere Geschwindigkeit haben?
 - (1.2) der innere Wagen 25 % der mittleren Geschwindigkeit des äußeren Wagens hat?
 - (1.3) der innere Wagen $\frac{1}{6}$ der mittleren Geschwindigkeit des äußeren Wagens hat?
 - (2) Jetzt ist die äußere Kreisbahn dreimal so lang wie die innere.
 - (2.1) Gib die Anzahl der vollständigen Umläufe beider Wagen an, bis sie sich das erste Mal wieder am Startpunkt treffen, wenn
 - (2.1.1) der innere Wagen 25 % der mittleren Geschwindigkeit des äußeren Wagens,
 - (2.1.2) der innere Wagen $\frac{1}{9}$ der mittleren Geschwindigkeit des äußeren Wagens hat.
 - (2.2) Beide Wagen treffen sich das erste Mal wieder am Startpunkt nach 5 Umläufen des äußeren und 9 Umläufen des inneren Wagens. Gib ein mögliches Geschwindigkeitsverhältnis der Wagen an.

6. Auf die nebenstehende Zielkarte werden Pfeile geworfen. Jeder Pfeil landet auf der Zielkarte. Die anteiligen Größen der Flächen sollen im Folgenden den Trefferwahrscheinlichkeiten entsprechen. Es gilt:

- Wenn man in ein Quadrat mit einer Zahl trifft, erhält man diese Zahl als Punkte.
- Wenn man in ein Rechteck zwischen zwei Zahlen trifft, erhält man die Summe dieser beiden Zahlen als Punkte.
- Wenn man in ein leeres (kleines) Quadrat trifft, erhält man die Summe aller vier benachbarten Zahlen als Punkte.



Die quadratische Zielkarte ist 30 cm breit, ein Streifen x ist 3 cm breit.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit einem Wurf die folgende Punktzahl zu erreichen?
 - (1) 6
 - (2) 4
 - (3) mehr als 10
- b) Gib eine Punktzahl an, die mit der Wahrscheinlichkeit von 1 % erreicht wird.
- c) Erreicht man bei zweimaligem Werfen genau 21 Punkte, gibt es einen Sonderpreis. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür?
- d) Für eine andere Zielkarte (mit 30 cm Breite) soll nun die Streifenbreite x so verändert werden, dass die Wahrscheinlichkeit bei einmaligem Werfen für eine Punktesumme größer als 10 genau 16 % beträgt. Bestimme x .

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

AUFGABENGRUPPE B

16.05.2023

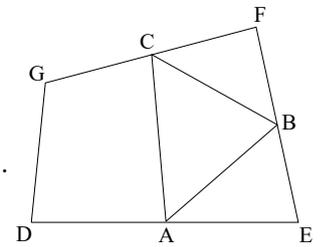
Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Die Grundmenge ist die Menge der ganzen Zahlen. $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
 Gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an. $6 \cdot (2x^2 + 5x - 8) \leq (4x + 3) \cdot (3x + 4)$
 - b) (1) Finde in den nachfolgenden Aufgaben genau eine positive Zahl ($x > 0$) und genau eine negative Zahl ($x < 0$), die Lösungen der jeweiligen Gleichung bzw. Ungleichung sind.
 - (1.1) $x \cdot x \cdot x = x$
 - (1.2) $x \cdot x \cdot x > x$
 - (1.3) $x \cdot x \cdot x < x$
 - (2) Begründe, warum keine andere Zahl außer Null Lösung der nachfolgenden Gleichung sein kann.
 $(-x) \cdot (-x) \cdot (-x) = x$
2. a) Konstruiere die folgenden Rauten $ABCD$ mit:
 - (1) einem Umfang $U = 20$ cm und dem Winkel $\alpha = 130^\circ$.
 - (2) der Diagonalen $|AC| = 6$ cm und $A_{\text{Raute}} = 24$ cm².
 - (3) dem Winkel $\beta = 130^\circ$ und einem Abstand von 5 cm zwischen den Seiten a und c .
- b) (1) Zeichne die Raute $ABCD$ mit den Eckpunkten $A(0|-3)$, $B(6|0)$, $C(0|3)$ und D in ein Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm).
 - (2) Drehe die Raute $ABCD$ im Punkt $(0|0)$ um 90° und schraffiere die gemeinsame Fläche.
 - (3) Bodo behauptet: „Der Inhalt der schraffierten Fläche ist genauso groß wie der Inhalt der nicht schraffierten Flächen der gemeinsamen Figur.“ Hat Bodo recht? Begründe.
3. Eine Führerscheinprüfung besteht in Deutschland aus einem theoretischen und einem praktischen Teil. Die praktische Prüfung im Straßenverkehr dauert seit dem Jahr 2021 nicht mehr 45, sondern 55 Minuten.

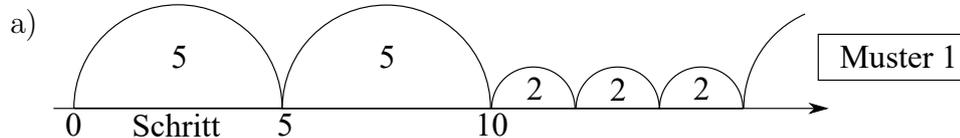
Führerscheinprüfungen in Hessen	2009		2022	
	Praxis	Theorie	Praxis	Theorie
Anzahl der Prüfungen (gesamt)	116 300	112 200	119 900	123 200
Anteil der nicht bestanden Prüfungen	22 %	19 %	26 %	34 %

- a) Berechne, um wieviel Prozent die praktische Prüfung seit 2021 länger dauert.
 Runde das Ergebnis auf ganze Prozent.
- b) Berechne, wie viele praktische Prüfungen im Jahr 2009 bestanden wurden.
- c) Im Jahr 2022 ist der Anteil nicht bestandener Theorieprüfungen im Vergleich zu 2009 stark angestiegen. Berechne, um wieviel die Anzahl der nicht bestanden Theorieprüfungen von 2009 bis 2022 gestiegen ist.
- d) Im Jahr 2017 ist die Quote der nicht bestanden praktischen Prüfungen im Vergleich zu 2016 um 4 % gestiegen. Gegenüber dem Jahr 2017 stieg die Quote im Jahr 2018 nochmals um 1 %. Paula behauptet: „Im Zeitraum von 2016 bis 2018 stieg die Quote also um genau 5 %.“ Hat Paula recht? Begründe.
- e) Für 2023 erwartet man, dass etwa 126 000 theoretische Fahrprüfungen abgelegt werden. Das wären 40 % weniger im Vergleich zum Jahr 1995.
 Berechne die Anzahl der abgelegten theoretischen Fahrprüfungen im Jahr 1995.

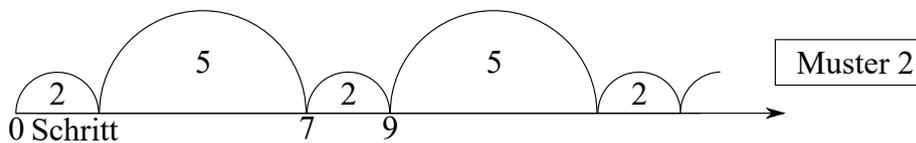
4. Die Punkte A , B und C sind im Folgenden immer die Mittelpunkte der Seiten \overline{DE} , \overline{EF} und \overline{FG} eines Vierecks $DEFG$. Die Seiten \overline{AC} und \overline{EF} sind parallel. Die Abbildung zeigt eine solche Variante.



- a) (1) Zeichne das Rechteck $DEFG$ mit $|DE| = 7$ cm und $|EF| = 3$ cm.
 (2) Markiere die Seitenmittelpunkte A , B und C und verbinde diese zum Dreieck ABC .
 (3) Welches besondere Dreieck ist dieses Dreieck ABC ?
 - b) (1) Zeichne das gleichschenkelig-rechtwinklige Dreieck ABC mit $|AB| = c = |BC| = a = 5$ cm und $\beta = 90^\circ$.
 (2) Zeichne das Viereck $DEFG$ mit den Seitenmittelpunkten A , B und C (aus b) (1)) mit $|AC| = |EF|$.
 (3) Welches besondere Viereck ist dieses Viereck $DEFG$?
 - c) (1) Zeichne das Dreieck ABC mit $|AC| = b = 8$ cm, $\alpha = 43^\circ$ und $\gamma = 62^\circ$.
 (2) Zeichne ein Parallelogramm $DEFG$ mit den Seitenmittelpunkten A , B und C (aus c)(1)).
5. Auf einem Zahlenstrahl bewegen wir uns, bei Null beginnend, regelmäßig nach verschiedenen Mustern. Die Muster wiederholen sich nach jeweils 5 Schritten.



- (1) Auf welcher dieser Zahlen können wir nach dem Muster 1 landen?
 Notiere die entsprechende Zahl.
 65 66 67 68 69 70 71 72
 - (2) Nach wie vielen Schritten überschreiten wir erstmals die Zahl 301?
 - (3) Gib die Anzahl der Zahlen zwischen 481 und 550 an, auf denen wir landen können.
- b) Das Muster wird nun folgendermaßen verändert.



- (1) Gib die erste gemeinsame Zahl (> 0) der Muster 1 und 2 an.
 - (2.1) Gib die erste gemeinsame Zahl der beiden Muster an, die größer als 1000 ist.
 - (2.2) Der jeweils wievielte Schritt der beiden Muster ist das?
- c) Bei einem weiteren Muster 3, das nur aus gleichen ganzzahligen Schritten besteht, landet man erstmals gemeinsam mit Muster 1 (aus a)) und Muster 2 (aus b)) auf der Zahl 30.
 Gib alle möglichen Schritte von Muster 3 an.

6. Bei einem Konsolenspiel erhält man für ein abgeschlossenes Level zur Belohnung Truhen, die geöffnet werden können. Als Preis in den Truhen kann man eine Spielmünze (M), einen Edelstein (E), einen Stern (S) oder einen Spielcharakter (C) finden. Der Spielehersteller gibt dabei folgende Gewinnmöglichkeiten an: $p(M) = \frac{4}{10}$ $p(E) = \frac{3}{10}$ $p(S) = \frac{2}{10}$ $p(C) = \frac{1}{10}$

- a) Mika öffnet nacheinander zwei Truhen. Berechne die Wahrscheinlichkeit
 - (1) für den Gewinn zweier Spielmünzen.
 - (2) für den Gewinn zweier beliebiger gleicher Preise.
 - (3) dafür, dass sich in keiner der beiden Truhen ein Edelstein befindet.
- b) Finn öffnet nacheinander drei Truhen und achtet dabei auch auf die Reihenfolge, in der er die Preise zieht. Er stellt fest, dass seine Kombination der drei Preise eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{12}{1000}$ hat. Gib alle Möglichkeiten an, die dieser Wahrscheinlichkeit entsprechen.

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

AUFGABENGRUPPE C

16.05.2023

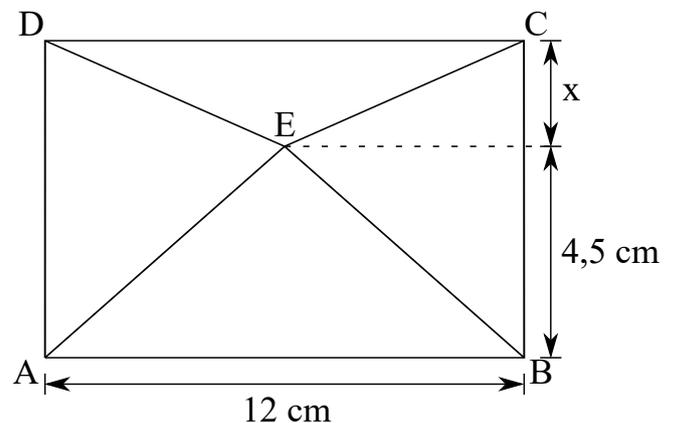
Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Berechne x .
 - a) $12x - 9 + 8x - 31 = 0$
 - b) $4 \cdot (2x - 2,5) = -6 \cdot (-2x + 3)$
 - c) $\frac{3}{4}x + 3,5 = 5$

2. Im Jahr 2019 hatten die Jugendfeuerwehren in Deutschland 270 000 Mitglieder.
 - a) Neun Zehntel dieser Mitglieder waren im Jahr 2019 nicht aus Hessen. Berechne die Anzahl der Mitglieder aus Hessen.
 - b) Im Jahr 2019 waren 28 % der Mitglieder der deutschen Jugendfeuerwehren Mädchen. Berechne, wie viele Mädchen das waren.
 - c) Im Jahr 2019 waren 2,4 % aller Jugendlichen in Deutschland Mitglied einer Jugendfeuerwehr. Berechne, wie viele Jugendliche es insgesamt in Deutschland im Jahr 2019 gab.
 - d) Im Jahr 2019 gab es 8 % mehr Mitglieder in den Jugendfeuerwehren in Deutschland als im Jahr 2000. Berechne die Anzahl der Mitglieder der Jugendfeuerwehren in Deutschland im Jahr 2000.

3. Eine Firma hat ein Kopiergerät gemietet. Die Gesamtkosten für einen Monat setzen sich aus der monatlichen Miete und den Materialkosten für Papier und Toner zusammen. Die monatliche Miete beträgt 36 €, die Materialkosten betragen 4 Cent pro Kopie.
 - a) Im August wurden 720 Kopien angefertigt. Berechne die Gesamtkosten für den Monat August. Gib dein Ergebnis in Euro an.
 - b) Im September betragen die Gesamtkosten 51 €. Berechne, wie viele Kopien im September angefertigt wurden.
 - c) Im Oktober wurden 450 Kopien angefertigt. Berechne, wie hoch die Gesamtkosten für eine Kopie im Oktober waren.
 - d) Im November wurden 350 Kopien und im Dezember 700 Kopien angefertigt. Die Auszubildende Lena sagt: „Dann haben sich die Gesamtkosten vom November zu Dezember auch verdoppelt.“ Hat Lena recht? Begründe deine Antwort.

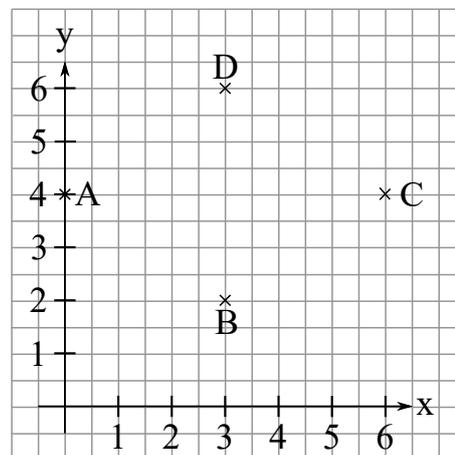
4. Die Abbildung zeigt ein Rechteck $ABCD$, das in vier Dreiecke unterteilt ist. Die Länge x verändert sich bei jeder Teilaufgabe.



(Abbildung nicht maßstabsgerecht)

- a) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABE .
- b) Die Länge x wird so gewählt, dass das Rechteck $ABCD$ einen Umfang von $37,8\text{ cm}$ hat. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks CDE .
- c) Die Länge x wird so gewählt, dass das Dreieck CDE einen Flächeninhalt von 21 cm^2 hat. Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$.

5. a) Übertrage das abgebildete Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm) mit den Punkten A, B, C und D auf dein Reinschriftpapier. Verbinde die Punkte anschließend zum Viereck $ABCD$.



b) (1) Verschiebe das Viereck $ABCD$ um zwei Einheiten parallel zur y -Achse nach unten. Bezeichne die Eckpunkte des verschobenen Vierecks mit A', B', C' und D' .

(2) Gib die Koordinaten von Punkt C' an.

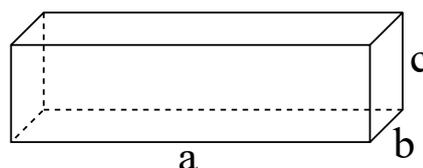
c) Durch die Verschiebung des Vierecks $ABCD$ zum Viereck $A'B'C'D'$ entsteht eine gemeinsame Schnittfläche.

(1) Markiere diese Schnittfläche.

(2) Um wie viel Prozent ist die Schnittfläche kleiner als die Fläche des Vierecks $ABCD$?

d) Durch eine andere Verschiebung des Vierecks $ABCD$ parallel zur y -Achse nach unten ist das Viereck $A''B''C''D''$ entstanden. Die gemeinsame Schnittfläche dieser beiden Vierecke ist nun $\frac{1}{16}$ der ursprünglichen Fläche des Vierecks $ABCD$. Gib an, um wie viele Einheiten das Viereck $ABCD$ verschoben wurde.

6. a) Ein Quader hat die Maße $a = 12,5$ cm, $b = 2$ cm und $c = 5$ cm.



(Abbildung nicht maßstabsgerecht)

(1) Berechne die Summe der Kantenlängen.

(2) Berechne die Oberfläche des Quaders.

b) (1) Ein Würfel hat eine Oberfläche von 600 cm². Welche Kantenlänge hat dieser Würfel?

(2) Alle Kantenlängen eines Würfels werden verdoppelt. Wie viel Mal größer wird dadurch die Oberfläche?