

Untersuchung eines magnetischen Lagerungskonzepts einer rotierenden Schleifkugel für achsenlose Mikroschleifwerkzeuge und der auftretenden elektrodynamischen Effekte

Vom Fachbereich für Physik und Elektrotechnik
der Universität Bremen

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Alexander Norbach
aus Bremen

Referent:
Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. B. Orlik
Prof. Dr.-Ing. R. Laur

Tag der Einreichung:
Tag des Promotionskolloquiums

29.01.2019
03.07.2019

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter zwischen 2010 und 2018 am Institut für elektrische Antriebe, Leistungselektronik und Bauelemente (IALB) an der Universität Bremen.

Meinem Betreuer, Herrn Professor Dr.-Ing. B. Orlik, möchte ich sehr herzlich für die Anregungen zu dieser Arbeit sowie für seine Unterstützung und seine wertvollen Hinweise danken. Ohne ihn wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Besonders danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Laur für das Interesse an dieser Arbeit und für die Übernahme des Korreferats.

Mein Dank für die angenehme Zusammenarbeit gilt ebenfalls allen Kollegen und Studierenden des Instituts, die durch ihre Unterstützung und Diskussionsbereitschaft zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt meiner Frau, Viktoria Norbach, für ihre Unterstützung und die Geduld, die sie mir während der Anfertigung dieser Arbeit entgegengebracht hat. Zusätzlich danke ich meinen Eltern, die mich ebenfalls auf vielfältige Art und Weise unterstützt haben.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	IX
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Ausgangssituation	1
1.2 Ziele und Abgrenzungen.....	4
2 Magnetische Lagerung.....	7
2.1 Technik der magnetischen Lagerung	7
2.1.1 Magnetisch gelagerter Elektromotor.....	8
2.1.2 LC-Resonanzlager	8
2.1.3 Permanentmagnetlager	9
2.1.4 Hybridlager.....	9
2.1.5 Unipolarlager.....	10
2.2 Stand der Magnetlagertechnik.....	10
2.2.1 Technischer Stand	11
2.2.2 Veröffentlichungen	13
2.3 Elektromagnete und Systemkomponenten.....	14
2.3.1 Sensortechnik.....	15
2.3.2 Stromrichter / Leistungssteller.....	16
2.3.3 Prozessrechner (DSP)	17
2.3.4 Abtastfrequenz f_s	18
2.4 Berechnung der Kräfte	18
2.4.1 Methode der virtuellen Verschiebung	19
2.4.2 Maxwellscher Spannungstensor	19
2.5 Vereinfachte Regelstrecke für ein einachsiges Magnetlager	21
2.5.1 Fazit	25
3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel.....	26
3.1 Grundgleichungen des magnetischen Feldes.....	26
3.2 Auslegung des magnetischen Kreises und der Kräfte für die magnetische Lagerung.....	27
3.2.1 Berechnungen magnetischer Kräfte für eine Schleifkugel.....	27
3.2.2 Auslegung für eine gleichmäßige Kraftdichte in der Kalotte	28
3.2.3 Auslegung für eine einachsige Lagerung.....	29
3.2.4 Realisierung eines dreiachsigen Lagers durch mechanische Trennungen.....	30
3.2.5 Realisierung des Lagers durch Trennungen der äußeren Ringe	34
3.2.6 Fazit	36
3.3 Wahl des magnetischen Werkstoffs zur Flussführung.....	37
3.4 Thermische und elektrische Dimension	40
3.5 Magnetischer Fluss und die Flussverkettung.....	45
3.5.1 Berechnung des Hauptflusses / Tragflusses.....	46

3.5.2	Berechnung des Streuflusses	47
3.5.3	Skalierbarkeit.....	47
3.5.4	Berechnung der Exzentrizität und des Impulses bei elastischem Stoß.....	48
3.6	Bestimmung der Spannung und der Windungszahl.....	49
3.6.1	Geschlossener Regelkreis.....	50
3.6.2	Vereinfachte Lagerung der Schleifkugel	50
3.6.3	Modellierung mit einer vorausgesetzten, konstanten Magnetkraft	51
3.6.4	Modellierung mit einer durchschnittlichen Spannung	51
3.6.5	Modellierung mit einer zeitlich linear verlaufenden Spannung	52
3.7	3D-Berechnungen mit der FEM.....	53
4	Elektrodynamische Effekte im Magnetlager.....	57
4.1	Berücksichtigung der elektrodynamischen Effekte im Kern.....	58
4.1.1	Wahl der elektromagnetischen Größen.....	58
4.2	Fundamentallösung der Diffusionsgleichung	60
4.3	Problemstellung und Berechnung	61
4.3.1	Wirbelstromausbreitung ohne Feldverzerrung (kleine Frequenzen)	62
4.3.2	Zeitliche Lösung der Diffusionsgleichung für beliebige Stromformen.....	64
4.3.3	Bestimmung der Greenschen Funktionen durch Rücktransformation.....	66
4.4	Berechnungen und Tests	68
4.4.1	Tests mit unterschiedlichen Eingangssignalen für den Strom	71
4.4.2	Feldverteilungen	71
4.4.3	Tests mit elektrischer Spannung als Eingangsgröße	75
4.4.4	Vereinfachungen des Systems und der Messungen	76
4.5	Lösung der der rotationssymmetrischen Diffusionsgleichung im Frequenzbereich.....	82
4.5.1	Räumliche, komplexe Darstellungen der magnetischen Diffusion	83
4.5.2	Wirbelstromverluste im getakteten Betrieb.....	87
4.5.3	Betrachtung des Ausgangsproblems mit einem nichtleitenden Kern	89
4.5.4	Darstellungen der Feldverteilungen im Frequenzbereich	91
4.5.5	Fazit	92
4.6	Rotierende Kugel	93
4.6.1	Fazit	97
5	Methoden der Positionsbestimmung	99
5.1	Indirekte Positionsmessung	99
5.2	Direkte Positionsmessung	100
6	Regelung	103
6.1	Wahl der Zustände und der Eingangsgrößen	104
6.2	Nichtlineare Regelungsmethoden	109
6.2.1	Linearisierung am Arbeitspunkt	110
6.2.2	Exakte Eingangs- / Ausgangs-Linearisierung.....	110
6.3	Regelung des Magnetlagers	111

6.3.1	Regelungsstruktur des gesamten Systems.....	114
6.3.2	Berücksichtigung der Wirbelstromeffekte für die Regelung	114
6.3.3	Vorgehensweise für den Entwurf des Feldbeobachters	120
6.3.4	Implementierung eines Feldbeobachters in die Regelungsstruktur	122
7	Prüfstandsmodell und Tests	126
8	Zusammenfassung und Ausblick	130
8.1	Zusammenfassung	130
8.2	Ausblick	132
9	Literaturverzeichnis	133
10	Anhang	137

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Funktionelle Dekomposition „Antrieb“ und „Führung“ einer Werkzeugmaschine	1
Abbildung 2:	Schleifkinematiken zur Herstellung von Mikrostrukturen: (a) Schleifscheibe zu Herstellung von Nuten, (b) und (c) Schleifstift mit orthogonaler Rotationsachse, (d) Schleifstift mit gekippter Rotationsachse	2
Abbildung 3:	Methodische Ansätze zur Schleifbearbeitung von Kavitäten	3
Abbildung 4:	Konzept zur magnetisch gelagerten Schleifkugel	4
Abbildung 5:	Elektromotor [Kuc72]: Ein Seitenansicht (links) des magnetisch gelagerten Rotors und Queransicht des Drehstromstators (rechts).....	8
Abbildung 6:	LC-Resonanzlager nach [Cha98]	8
Abbildung 7:	Hybridlager für eine rotierende Anordnung [Joh20].	9
Abbildung 8:	Unipolarlager mit drei ausgerichteten Polen	10
Abbildung 9:	Rechts: Regelkreis einer aktiven Magnetlagerung [Wor06], Links und Mitte: Beispiel zur magnetgelagerten Hochgeschwindigkeits-Frässpindel [IBAG Switzerland AG].....	11
Abbildung 10:	Wirkungsdiagramm einer Werkzeugmaschine mit mehreren Subsystemen	14
Abbildung 11:	Einachsiges Magnetlager und vereinfachte Regelstrecke	21
Abbildung 12:	Durchflutung	22
Abbildung 13:	Einfache Feldstellung (Feldregelung) mit Hilfe der direkten Messung (z.B. Hallsonde) 25	
Abbildung 14:	Prinzip-Skizze der magnetischen Lagerung mit einer Schleifkugel und dem Feldverlauf	27
Abbildung 15:	Dimensionierung der Feldverteilung in den einzelnen Abschnitten	29
Abbildung 16:	Dynamische Steuerung mit Stellgrößenbegrenzung	32
Abbildung 17:	Dynamische Stellgrößenbeschränkung.....	33
Abbildung 18:	Aufteilung des Ringes (Ansicht von oben)	34
Abbildung 19:	Berechnete Felder, um die notwendigen Kräfte zu erzeugen	35
Abbildung 20:	Realisierung eines dreiachsigen Magnetlagers.....	36
Abbildung 21:	Neukurven von Automatenstahl und Ferrit.....	38
Abbildung 22:	Skizze zur Verdeutlichung der notwendigen Durchflutungen	42
Abbildung 23:	Konstruktion (Maße)	44
Abbildung 24:	Parameter des Streuflusses	47
Abbildung 25:	Exzentrizität (verschobene Kugel).....	48
Abbildung 26:	Bedingte Begrenzung durch Geometrie und elastischen Stoß	49
Abbildung 27:	links: Magnetische Kraft mit unterschiedlichen Spannungsparametern. Rechts: Verlauf der Position und der Geschwindigkeit der Kugel	52
Abbildung 28:	Vereinfachte Spannungssignale während der aktiven Lagerung	53
Abbildung 29:	Flussverkettungen in den sich gegenüberliegenden Spulen 1 und 3.....	54
Abbildung 30:	Flussverkettungen in den sich gegenüberliegenden Spulen 2 und 4.....	54
Abbildung 31:	Darstellung der einzelnen Komponenten der Kraft in 3D	55
Abbildung 32:	Magnetlager mit statischer Feldberechnung (links) und der Geometrie (rechts) ..	56
Abbildung 33:	Feldverteilung an der Kugeloberfläche	56
Abbildung 34:	Kraft in Abhängigkeit vom Strom.....	57
Abbildung 35:	Links: Kompakter Träger G in Abhängigkeit von der Position und unterschiedlichen Zeiten. Rechts: Kompakter Träger G in Abhängigkeit von Zeit und unterschiedlichen Positionen.	60
Abbildung 36:	Modell mit aktiver magnetischer Lagerung.....	61
Abbildung 37:	Spulenkörper mit rundem, magnetischem Kern	62
Abbildung 38:	Impulsantworten der Funktionen (1 bis 3).....	67
Abbildung 39:	Impulsantworten der Funktionen g_1 und g_2	69

Abbildung 40: Sprungantworten, normiert. Flussverkettung (links). Induzierte Spannung (rechts).....	70
Abbildung 41: Flussverkettung und rekursive Darstellung der Diffusion.....	71
Abbildung 42: Links: Zeitlicher Verlauf der Flussverkettung (Ausgangssignal) auf Dreieckstrom (1000 Hz) als Eingang. Rechts: Flussverkettung mit Sinusstrom (500 Hz) als Eingang.....	71
Abbildung 43: Räumlicher und zeitlicher Verlauf der Funktion g	72
Abbildung 44: Links: Vektorpotential bei $t = 0$. Rechts: Vektorpotential beim Einschwingen.	72
Abbildung 45: Links: E-Feld direkt nach dem Einschalten. Rechts: E-Feld beim Einschwingen.....	73
Abbildung 46: Links: B-Feld direkt nach dem Einschalten. Rechts: B-Feld beim Einschwingen.....	73
Abbildung 47: Links: B-Feld nach dem Ausschalten. Rechts: E-Feld nach dem Ein- und Ausschalten.	73
Abbildung 48: Links: B-Feld bei Sinus (1 kHz). Rechts: E-Feld B-Feld bei Sinus (1 kHz).....	74
Abbildung 49: Zeitlicher Verlauf des B-Feldes (Impuls)	74
Abbildung 50: Links: Zeitlicher Stromverlauf auf einen Sprung der Spannung. Rechts: Vergrößerung	75
Abbildung 51: Links: Zeitlicher Stromverlauf bei Spannung 10 V. Rechts: B-Feld in der Mitte des Kerns.....	76
Abbildung 52: Induzierte Spannung: links: Einschalten. Rechts: Ausschalten	76
Abbildung 53: Stromverlauf mit Wirbelströmen und Sättigungseffekten mit einer festen Spannung $U = 5 \text{ V}$ (berechnet mit FEM-Software FLUX)	80
Abbildung 54: links: Feldabdruck im eingeschwungenen Zustand $di/dt = 0$, rechts: Feldabdruck einer rotierenden Kugel und Stromanstieg $di/dt \neq 0$ (Darstellung des Vektor-potentials für einen zunächst konstanten Strom in allen Spulen (rot und blau markiert) mit $i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = 0,1\text{A}$).....	82
Abbildung 55: Gegenüberstellung in einem Bode-Diagramm (links: Verstärkung, rechts: Phase) 83	
Abbildung 56: (links): Betrag der Feldstärke im Kern als Funktion der räumlichen Verteilung (vom Mittelpunkt bis zur Kante des Kerns). (rechts): Räumliche Verteilung (vom Mittelpunkt bis zur Kante des Kerns) mit komplexen Anteilen bei 1000 Hz.	84
Abbildung 57: Betrag des B-Feldes im Kern als Funktion der räumlichen Verteilung (links), Verteilung des Feldes (komplexe Anteile) bei 1000 Hz.....	84
Abbildung 58: Darstellung der Stromdichte und der Feldlinien beim Stromnulldurchgang (100 Hz, Amplitude 100 mA)	85
Abbildung 59: Verlauf der Phase bei Mitkopplung: rot: Messung, blau: Rechnung	86
Abbildung 60: Verluste in Abhängigkeit vom Strom (Links) und der Spannung (Rechts).....	88
Abbildung 61: Stromformen bei unterschiedlichen Einschaltzeiten (10 kHz).....	88
Abbildung 62: Verschiebungsstromdichte J_v bei eingprägter Spannung (links) und Strom (rechts) 92	
Abbildung 63: Bremsdrehmoment einer rotierenden Kugel, die konstant beschleunigt bis 10000 1/min. (FEM-Simulation).....	93
Abbildung 64: Darstellung der Feldlinien und der Kugel bei einer Drehzahl von 10.000 1/min und der erzeugten Stromdichte in der Kugel.	94
Abbildung 65: Links: Angepasste Kurve und Simulation. Rechts: Regressionsanalyse für höhere Drehzahlen.....	94
Abbildung 66: Blockschaltbild der rotierenden Schleifkugel als eigenes Teilsystem	95
Abbildung 67: Stromdichteverteilung einer rotierenden Schleifkugel in der Schwebe.....	98
Abbildung 68: Ermittlung der Position einer Kugel	101
Abbildung 69: Das Magnetlager-Modul mit Positionssensoren von der Fa. micro-epsilon.....	103
Abbildung 70: Fundamentale Struktur der Regelungsmethoden für lineare Systeme	104
Abbildung 71: Geregelttes Gesamtsystem (Prinzip-Skizze).....	111
Abbildung 72: Realisierung der Regelung mittels der Kaskadenregelung für eine z-Achse	114
Abbildung 73: Feldregelung (PI-Regler) mit Begrenzung und ohne Wirbelströme	116
Abbildung 74: Sprungantwort des Feldregelkreises.....	116

Abbildung 75: Sprungantwort des Feldregelkreises.....	116
Abbildung 76: Regelungsstrategie zum Feldregler am Prüfstand.....	117
Abbildung 77: Sprungantwort des Feldregelkreises mit der Kaskadenregelung mit Anti-Windup 117	
Abbildung 78: Sprungantwort des Feldregelkreises mit der Kaskadenregelung mit Anti-Windup.....	118
Abbildung 79: Feldverlauf und Stromverlauf ohne Beobachter. Exakt (rot) und modelliert (schwarz) 120	
Abbildung 80: Simulierter Strom- (oben) und Feldverlauf (unten) mit einem Beobachter	121
Abbildung 81: Kaskadierter Feldregler als Beispiel für die Spule 1 mit Hilfe eines speziellen Beobachters und mit Anti-Windup zur Berechnung des Feldes B_1	122
Abbildung 82: Feldverlauf (gemessen und berechnet)	123
Abbildung 83: Sprungantwort des Feldregelkreises mit der Kaskadenregelung ohne Anti-Windup 123	
Abbildung 84: Feldmessung in Abhängigkeit vom Strom.....	123
Abbildung 85: Regelung des dreiachsigen Magnetlagers mit einer Entkopplungsregelung	124
Abbildung 86: Digitale Filterfunktion, um die Geschwindigkeit zu ermitteln	125
Abbildung 87: Testaufbau zur Inbetriebnahme der Regelung.....	126
Abbildung 88: Systemantwort ohne Vorsteuerung (links) und mit Vorsteuerung (rechts).....	128
Abbildung 89: Reaktion des Systems auf eine Störung entlang der x-Achse und z-Achse.....	128
Abbildung 90: Beschleunigung entlang der x- und z-Achse (links) und der gemittelte Spannungsverlauf der Kugel (rechts)	129
Abbildung 91: Stromverläufe der Spulen angeordnet entlang der x-Achse (links) und der Spulen angeordnet entlang der y-Achse (rechts)	129

Kurzfassung

Die Entwicklung immer kompakterer Werkzeugmaschinen zur Bearbeitung stetig kleiner werdender Werkstücke und deren Oberflächen gewinnt vor allem in der Medizin, der Mikroerspannung, der Optik und in der Mechatronik zunehmend an Bedeutung. Diese Arbeit beschreibt den Entwurf eines neuartigen Konzepts zur Lagerung und zur Regelung einer Schleifkugel, die von einer pressluftgetriebenen Strömung in Rotation versetzt wird. Besonderer Wert wird dabei auf die Methodik und Parameterstudien gelegt, wozu neben analytischen Berechnungen zusätzlich ein 3D-Simulationsmodell erstellt worden ist. Schwerpunkt der Untersuchungen waren die systematische Vorauswahl der Geometrie und die Erzeugung des Magnetfeldes in den richtigen Abschnitten der Kalotte, wobei die besondere Schwierigkeit in der Berücksichtigung der dreidimensionalen Krafterzeugung und in der Entkopplung der magnetischen und mechanischen Größen lag.

Das analytische sowie das darauf aufbauende 3D-FEM-Modell der magnetischen Lagerung bzgl. der Zugkräfte konnten experimentell bestätigt werden. Dabei wurden die analytischen Ergebnisse ungenauer, sobald die Sättigung im Kern erreicht worden war. Für die Feldführung im Magnetlager wurde ein ferromagnetischer Werkstoff ohne Blechung verwendet. Aufgrund der elektrischen Leitfähigkeit des Werkstoffs war die Ausbreitung der Wirbelströme stark ausgeprägt. Die Berücksichtigung der elektrodynamischen Effekte auf die Signale war gerade bei hohen Abtastfrequenzen (*kHz*) zwingend notwendig. Im Rahmen dieser Arbeit sind ein neues Modell zur Berücksichtigung der elektromagnetischen Diffusionseffekte bei beliebigen Stromsignalformen entwickelt und zu dessen Verifizierung zusätzlich ein FEM-Modell erstellt worden. Die analytischen Untersuchungen zu elektrodynamischen Effekten (elektromagnetische Diffusion) sowohl für den mittleren Teil der magnetischen Flussführung (Schaft) als auch für äußere Spulen haben ergeben, dass die Genauigkeit der Ergebnisse ausreichend ist, um den Einfluss der elektromagnetischen Diffusion im System zu bestimmen. Es hat sich ebenfalls gezeigt, dass die elektromagnetische Diffusionswirkung einen positiven Effekt auf die Stabilität und die Regelbarkeit der magnetischen Lagerung besitzt. Die Phasenreserve wird für den kompletten Frequenzbereich minimal gehalten.

Die weiteren Untersuchungen haben gezeigt, dass innerhalb einer rotierenden Kugel ebenfalls elektromagnetische Diffusion auftritt, wodurch die Kugel abgebremst wird. Im Experiment konnte gezeigt werden, dass die Kugel trotzdem hohe Drehzahlen erreichen kann. Die Regelung konnte mithilfe eines Mikrorechners realisiert werden. Die Untersuchungen haben ergeben, dass für die nichtlineare Regelung des betrachteten Systems die Methode der exakten Linearisierung am effektivsten ist. Damit können der gesamte Arbeitsbereich innerhalb der Kalotte sowie beliebige Positionen der Kugel genau abgebildet werden. Die Theorie des Regelungsentwurfs basiert auf einer nichtlinearen Transformation in Form von Tabellen und Berechnungen sowie der nichtlinearen Entkopplung der Ströme und Kräfte. Mithilfe der neuen Regelungsmethode konnte eine übersichtliche Regelungsstruktur für die magnetische Lagerung realisiert werden. Die Modell- und Parameter-Unsicherheiten konnten durch die Integrator-Anteile ausgeregelt werden.

1 Einleitung

1.1 Motivation und Ausgangssituation

Viele in der Industrie auftretende Prozesse werden in Mikrozerspanungsanlagen ausgeführt, die aus einer Vielzahl von beweglichen und gekoppelten Bauteilen bestehen. Die Dynamik des Zusammenspiels einzelner Subsysteme und deren Auswirkungen auf den Wirkungsgrad nehmen stetig an Bedeutung zu. Beim Materialbearbeitungsprozess mit Zerspanungsanlagen und Schleifwerkzeugen ist ein deutlicher Trend der Miniaturisierung zu beobachten. Dadurch lässt sich eine erhebliche Energieeinsparung realisieren, die notwendig ist, um den Bearbeitungsprozess wirtschaftlich erfolgreich auszuführen.

Auch in vielen anderen Anwendungsbereichen, wie Optik, Medizintechnik oder Mechatronik ist die Miniaturisierung mittlerweile von zentraler Bedeutung, um neue Funktionen zu ermöglichen und die verwendeten Prozesse wirtschaftlicher zu gestalten. Während es durch hohe Präzision heutiger Fertigungseinrichtungen und ihrer Werkzeuge möglich ist, immer kleinere Werkstücke herzustellen, sind die zur Bearbeitung erforderlichen Werkzeugmaschinen in ihrer Größe weitestgehend konstant geblieben. Das dadurch entstehende ungünstige Verhältnis von Maschinengröße zu Werkstückgröße hat einen starken Einfluss auf die technische, ökonomische und ökologische Effizienz des jeweiligen Prozesses.

Da die Miniaturisierung mittlerweile fast an der Grenze der technischen Möglichkeiten angelangt ist, ist es sinnvoll, neuartige, innovative Maschinenkonzepte zu entwerfen, die die Miniaturisierung weiter vorantreiben können. Der Aufbau einer konventionellen Werkzeugmaschine kann im Wesentlichen auf eine Kopplung mehrerer Funktionsbausteine reduziert werden. Die wesentlichen Elemente eines Werkzeugs sind der „Antrieb“ und die „Führung“. Bei entsprechender Dekomposition der Maschine in diese Elemente werden schnell die daraus resultierenden Einschränkungen der Funktionalität im Bearbeitungsprozess deutlich.

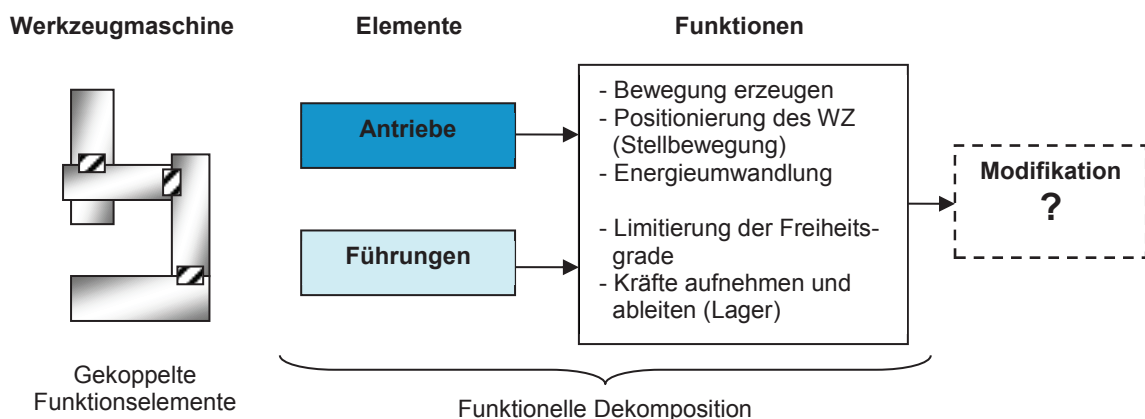


Abbildung 1: Funktionelle Dekomposition „Antrieb“ und „Führung“ einer Werkzeugmaschine

1 Einleitung

Durch eine Funktionsintegration der Werkzeugführung und des Antriebs in die Werkzeugmaschine kann ein großer Teil des Bauraums eingespart und das Verhältnis von Werkzeugmaschine zu Werkstück deutlich günstiger gestaltet werden. Im Hinblick auf die Schleifbearbeitung wird diese als eine Erweiterung des Geometrie- und Werkstückspektrums angesehen.

Im Vergleich zu Bearbeitungsverfahren mit einer geometrisch bestimmten Schneide hat das Mikro-Schleifen einige entscheidende Vorteile. Hierzu gehört insbesondere die Eignung zur Bearbeitung sprödharter Werkstoffe. Die Anwendungsgebiete sind vielfältig und umfassen die Herstellung von asphärischen Formeinsätzen [Che05] oder mikrostrukturierten Oberflächen [Klo07].

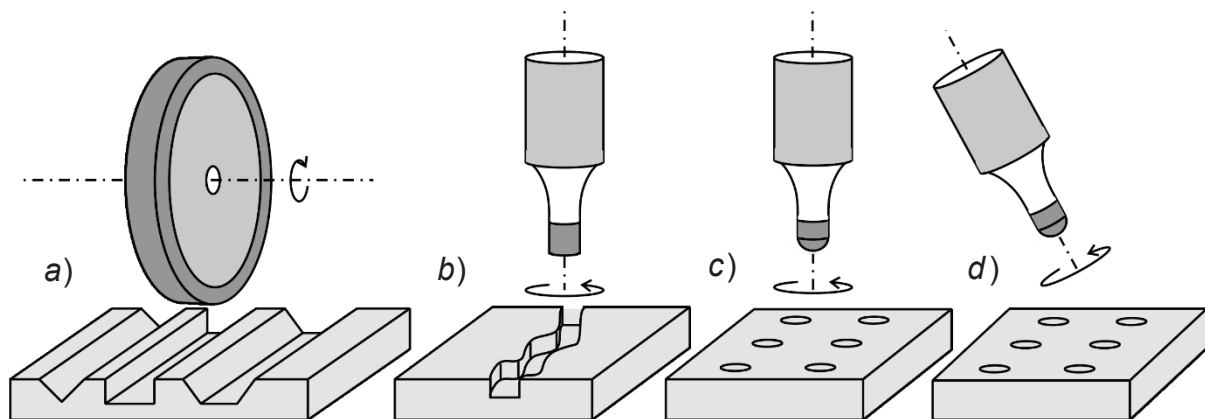


Abbildung 2: Schleifkinematiken zur Herstellung von Mikrostrukturen: (a) Schleifscheibe zu Herstellung von Nuten, (b) und (c) Schleifstift mit orthogonaler Rotationsachse, (d) Schleifstift mit gekippter Rotationsachse

Insbesondere bei der Schleifbearbeitung von Formeinsätzen mit wenigen Millimetern Durchmesser ist die Prozessdynamik für ein optimales Ergebnis von großer Bedeutung [Den04]. Eine Schnittgeschwindigkeitssteigerung führt generell zu besseren Oberflächenqualitäten und geringeren Schleifkräften [Klo05]. Herkömmliche Schleifwerkzeuge bestehen entweder aus einer Schleifscheibe oder einem Schleifstift, welche über eine definiert zur Werkstückoberfläche ausgerichtete Rotationsachse verfügen (vgl. Abbildung 2). Bei Schleifscheiben liegt diese Rotationsachse parallel zur Werkstückoberfläche, während Schleifstifte über eine orthogonale oder um einen bestimmten Winkel geneigte Rotationsachse verfügen [Hwa06].

In den vergangenen Jahren wurden zahlreiche Forschungsarbeiten mit der Miniaturisierung von Fertigungseinrichtungen veröffentlicht. In diesem Zusammenhang ist das sogenannte, Desktop Manufacturing zu nennen, bei dem eine vollständige Produktionsumgebung auf der Größe eines Schreibtisches realisiert wird. Die bisherigen Ansätze zielen stark auf die Verkleinerung von konventionellen Maschinenkonzepten ab. Einen sehr guten Überblick über die Forschungsarbeiten der letzten Jahre geben diverse Schriften von Byrne [Byr03], Althaus [Alt03] oder Dornfeld [Dor06] des Mantys Technology Trend Report [Mas04] sowie die Dissertationen von Lehmann [Leh08] und von Leach [Lea14].

Entsprechend der Analysen von Byrne und Ahearne (Advanced Manufacturing Research Center, Uni Dublin) steigt mit zunehmender Miniaturisierung das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen

1 Einleitung

stark an. Es steht bei weitaus geringerem Bauraum eine größere nutzbare Funktionsfläche zur Verfügung. Dieser Effekt ist insbesondere für spanende Bearbeitungswerkzeuge von großem Nutzen, da mit den kleiner werdenden Werkzeugen beispielsweise eine größere Regeldynamik erreicht werden und der Prozess somit besser an die jeweiligen Bearbeitungsumgebungen angepasst werden kann.

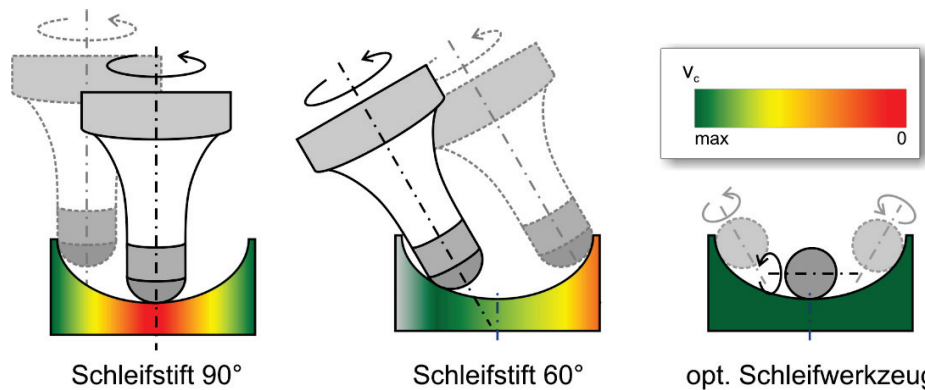


Abbildung 3: Methodische Ansätze zur Schleifbearbeitung von Kavitäten.

Eine weitere Möglichkeit zur Herstellung von Mikrokavitäten ist die Verwendung einer um 45° zur Werkstückoberfläche angestellten Schleifscheibe in Verbindung mit einer 4-Achsen-Steuerung der Werkzeugmaschine, wie es von Yamamoto et al. [Yam07] beschrieben wird. Bei diesem Verfahren wird das Werkstück mit geringer Geschwindigkeit gedreht und die angestellte Schleifscheibe entsprechend nachgeführt. Das übergreifende Ziel ist es, durch eine Funktionsintegration von Antrieb und Lagerung eine neuartige Methode für die Bearbeitung von Mikrokavitäten zu entwickeln. Hierfür eignen sich eine Reihe von Prinzipien, die im Folgenden kurz vorgestellt werden.

Ein neuer Ansatz dabei ist, statt der zur schleiftechnischen Bearbeitung von Hartstoffen wie Glas und Keramik üblicherweise verwendeter Schleifstifte, ein kleines kugelförmiges Schleifwerkzeug einzusetzen und damit den Zerspanprozess technisch effektiver zu realisieren. Die Herausforderung dafür ist, dass eine zu lagernde Schleifkugel über keine feste Rotationsachse verfügt und dementsprechend neue Wege zum Antrieb und zur Lagerung gefunden werden müssen.

Dies kann durch die Kombination eines fluiddynamischen Antriebs und einer elektromagnetischen Lagerung realisiert werden. Neben der Möglichkeit die schleifende Kugel mit Hilfe einer entsprechenden Anströmung in Rotation zu versetzen und durch das aktiv geregelte Magnetfeld in der notwendigen Position zu halten, bietet dieses Konzept eine geringe Anzahl von mechanischen Komponenten und somit ein hohes Potential für die Miniaturisierung. Als prototypische Umsetzung wurde ein achsenloser Mikroschleifkopf entwickelt, mit dem eine Schnittgeschwindigkeit im Grund einer zu bearbeitenden Kavität erreicht wird. Durch die Ausführung des Schleifkörpers in Kugelform kann in diesem Fall durch eine geschickte Ansteuerung eine nahezu beliebige Lage der Rotationsachse erzeugt werden. Diese wird vornehmlich parallel zur Werkstückoberfläche ausgerichtet sein.

1 Einleitung

Zu diesem Zweck wird bei dem zu untersuchenden Konzept (vgl. Abbildung 4) die Schleifkugel durch einen Fluidstrom oder Pressluft angetrieben. Die resultierende Kraft auf die Schleifkugel F_{Fluid} wird durch die regelbare Gegenkraft F_{Magnet} so kompensiert, dass die Schleifkugel in einem definierten Abstand zum Schaft gehalten wird. Die für die Rotation und somit den Abtrag benötigte Energie wird durch die Impulsübertragung vom Fluidstrom zugeführt. Die Realisierung von Drehzahlen, die mehrere Zehntausend Umdrehungen pro Minute betragen, soll angestrebt werden. Der Kugeldurchmesser von 8 mm wurde im Rahmen dieser Arbeit realisiert. In der Zukunft soll dieser Durchmesser hinunter bis auf 1 mm schrittweise reduziert werden. Da sich die Drehachse durch den Fluidstrom, die Anströmungscharakteristik und eine magnetische Lagerung, aber nicht durch eine mechanische Führung und Befestigung ergibt, wird von einem „achsenlosen Mikroschleifwerkzeug“ gesprochen.

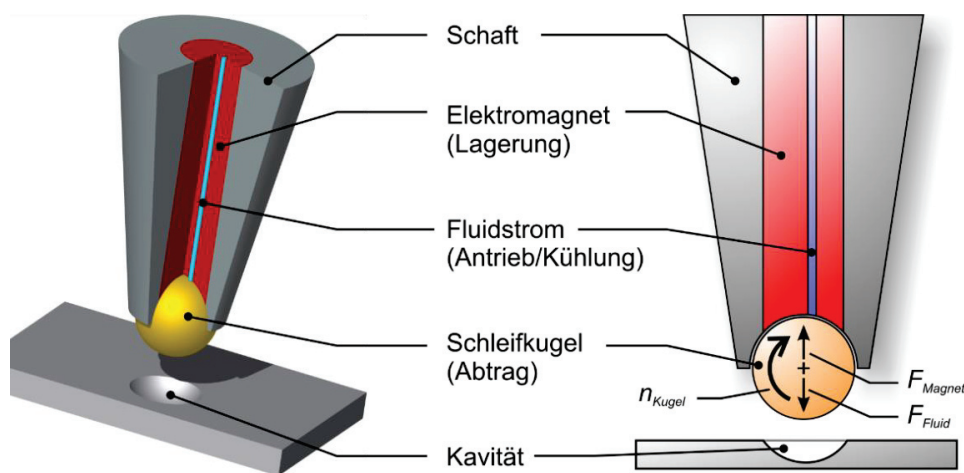


Abbildung 4: Konzept zur magnetisch gelagerten Schleifkugel

Das beschriebene Konzept erfordert eine interdisziplinäre Zusammenarbeit zwischen der Fertigungstechnik (Bearbeitungsprozess) sowie den Teilgebieten der Strömungsmechanik (fluid-dynamischer Antrieb) und der Elektrotechnik (magnetische Lagerung). Kurzgefasst ergibt sich für die Realisierung das übergreifende Ziel, eine Schleifkugel mithilfe von Elektromagneten zu lagern und durch eine Anströmung mit einem Fluidstrom in Rotation zu versetzen.

1.2 Ziele und Abgrenzungen

Obwohl die magnetische Lagerung in vielen technischen Anwendungen bereits erfolgreich eingesetzt wird, stellen die Auslegung und die Regelung des magnetischen Lagers für die achsenlosen, miniaturisierten Werkzeuge bereits eine komplexe, technische Herausforderung dar. Die Herausforderung besteht vor allem in der Regelung des relativ kleinen Luftspalts und einer relativ geringen Masse der Schleifkugel. Das Lagerungskonzept muss ebenfalls die Rotation der Schleifkugel und die Taktfrequenz beinhalten, indem zusätzliche Wirbelströme berücksichtigt werden. Der Fokus dieser Arbeit wird daher auf die Auslegung des Magnetlagers, die elektrodynamischen Effekte und die nichtlineare Regelung gelegt. Um das Konzept für die Regelung und weitere Anwendungen nutzbar zu machen, sind folgende Aufgaben zu lösen:

1 Einleitung

- Modellierung eines dreiachsigen Magnetlagers:
 - o Auslegung der Geometrie des Magnetlagers,
 - o Berücksichtigung aller auftretenden Kräfte,
 - o Untersuchungen von mehreren möglichen Konzepten zur Lagerung,
 - o Untersuchung von Parameterunsicherheiten,
 - o Berücksichtigung der Sättigungs- und der elektromagnetischen Diffusionseffekte,
 - o Berechnung des kompletten Arbeitsbereichs bei unterschiedlichen Positionen,
 - o Auslegung der Spulen.

- Entwurf einer nichtlinearen Regelung:
 - o Berücksichtigung des kompletten Arbeitsbereichs,
 - o Auswahl und Positionierung der Sensoren,
 - o Berücksichtigung der unbekanntten Störgrößen.

Diese Aufgaben wurden im Rahmen dieser Arbeit bearbeitet. Im Kapitel 3 wird auf die wesentlichen und notwendigen Feldgrößen eingegangen und die schrittweise Auslegung des Magnetlagers durchgeführt. Dabei wird auf die Erzeugung der Kräfte besonders großer Wert gelegt, um sie später vor der praktischen Erprobung simulieren zu können. Die Erstellung eines nichtlinearen Modells für ein einachsiges Magnetlager ist mittlerweile Stand der Technik. Da die Modelle für eine gleichmäßige Luftspaltverteilung gelten, stellt die Geometrie der Kalotte (Halbkugel) mit einem relativ geringen Luftspalt und einer dreiachsigen Lagerung jedoch eine Herausforderung dar. Des Weiteren wurden die geometrischen Realisierungsmöglichkeiten untersucht. Aus diesem Grund sind analytische Berechnungen von großer Bedeutung, die im Kapitel 4 dargestellt sind. Um später ebenfalls eine robuste Regelung entwerfen zu können, war es notwendig, die Anforderungen an das Gesamtsystem näher zu beschreiben:

- Das Magnetlager soll alle maximal auftretenden Kräfte erzeugen können. Das bedeutet, dass sowohl statische als auch dynamische Kräfte erreicht werden müssen.
- Das Magnetlager soll so konzipiert werden, dass die Entkoppelbarkeit für die spätere Regelung möglichst gut realisiert werden kann.
- Das Magnetlager soll ebenfalls unbekannte Störungen und Modellunsicherheiten während der Entkopplungsdurchführung schnellstmöglich ausgleichen.
- Die Spulen sollen so dimensioniert werden, dass einerseits die maximale Stellgrößenreserve zur Verfügung steht, andererseits die Stellgrößen nicht zu groß werden.
- Berechnung des entworfenen Magnetlagers mithilfe der FEM.

Die Feldführung eines dreiachsigen Magnetlagers kann nur mit viel technischem Aufwand mit Hilfe geblechter Magnetwerkstoffe realisiert werden. Das Feld kann an gebogenen Stellen nicht sinnvoll geführt werden. Es können daher nur Magnetwerkstoffe ohne isolierende Komponenten verwendet werden, da die Bearbeitung anderer Werkstoffe, wie Ferrite und SMC (Pulverver-

1 Einleitung

bundwerkstoffe), für erforderliche Geometrien nicht ohne zusätzliches Werkzeug möglich ist. In den ferromagnetischen Werkstoffen, die für die Realisierung des dreiachsigen Magnetlagers notwendig sind, entstehen Wirbelstromeffekte, die die Dynamik des Systems beeinflussen. Die Berechnung der Wirbelstromeffekte für Bleche und eingeprägte sinusförmige Ströme oder Spannungen ist zwar Stand der Technik, es gibt jedoch kein Verfahren, mit dem eine Analyse für beliebig eingeprägte Eingangssignale (Ströme oder Spannungen) möglich ist. Im Kapitel 4 wird ein solches Verfahren vorgestellt. Mit diesem ist es möglich, die Wirbelströme und die räumliche Verteilung des Feldes im ferromagnetischen Kernen analytisch für beliebige Eingangssignale zu beschreiben und auf dem Mikrorechner zu implementieren. Des Weiteren wird untersucht, inwieweit die Wirbelströme in der Schleifkugel, welche ebenfalls aus dem ferromagnetischen Werkstoff besteht, eine Auswirkung auf die Drehzahl haben. Daraus ergeben sich folgende Themen:

- Herleitung der elektromagnetischen Diffusionsgleichung,
- Einarbeitung in mathematische Berechnungsmethoden,
- Lösung der magnetischen Diffusionsgleichung für beliebige Eingangssignale,
- Lösung der Diffusionsgleichung in den leitenden und nichtleitenden Kernen,
- Berechnung der Störfelder beim getakteten Betrieb,
- Berechnung der Diffusionswirkung mithilfe der FEM,
- Berechnung der Abbremsung der Kugel durch Wirbelströme.

Für den eigentlichen Regelungsentwurf ist es notwendig die Anforderungen an die Regelung näher zu beschreiben:

- Da die magnetische Lagerung von sich aus instabil ist, soll die Regelung primär eine robuste Stabilität aufweisen.
- Die Regelung soll über ein möglichst gutes Einschwingverhalten verfügen. Das heißt, dass die Regelung auch bei kleinen Parameterabweichungen ein möglichst überschwingfreies Einschwingverhalten und eine stationäre Genauigkeit gewährleistet.
- Die Regelung soll ein möglichst gutes, robustes Störverhalten im gesamten Arbeitsbereich bieten. Das geregelte System soll auch bei Störungen möglichst schnell in die gewünschte Position gebracht werden.
- Es soll nach Möglichkeit keine Vorsteuerung zur Kompensation der Schwerkraft verwendet werden, um die Kugel von beliebiger Startposition in die Ausgangslage zu bringen.

Im Kapitel 5 und 6 wird die Regelung beschrieben. Im Kapitel 7 wird der Test an einem Demonstrator beschrieben. Die Ergebnisse werden zusammenfassend präsentiert.

2 Magnetische Lagerung

Magnetische Lagerungen dienen zur Positionierung von Objekten im begrenzten Raum zur Kompensierung von Prozesskräften. Der Grund für die notwendigen Lagerkräfte findet sich in externen Belastungen (z.B. im Schleifvorgang) und bauteilspezifischem Verhalten, insbesondere aufgrund dynamischer Effekte. Lagerungsprobleme sind deshalb nicht trivial und begrenzen häufig die Leistungsfähigkeit technischer Einrichtungen. Die Realisierungsmöglichkeiten der magnetischen Lagerung werden einerseits durch physikalische Grenzen möglicher Lagerarten und andererseits durch wirtschaftliche Limitierungen beschränkt. Die für das Magnetlager notwendige Sensortechnik in Verbindung mit einer intelligenten Auswerteelektronik ermöglicht eine kontinuierliche Prozessüberwachung und bietet in der Zukunft eine gute Hilfe dabei, die Produktionsprozesse zu überwachen, zu protokollieren und damit den steigenden Qualitätsanforderungen im Produktionsprozess gerecht zu werden.

Das Magnetlager für Kleinwerkzeuge ermöglicht die berührungslose, dreiachsige Lagerung einer speziell beschichteten Kugel, die zum Schleifen verwendet werden soll. Es werden somit in der Zukunft völlig neue Einsatzmöglichkeiten sowohl im Elektromobilitäts-Bereich als auch im Produktionsbereich eröffnet. Mit dem Begriff Magnetlager kann leicht die Maglev-Technik (Magnet-schwebbahn) assoziiert werden, die spurgebundene, elektromagnetisch gelagerte und angetriebene Fahrzeuge charakterisiert. Neben der Maglev-Anwendung wird die Magnetlagertechnik jedoch zunehmend auch für andere Zwecke erfolgreich eingesetzt. Hierzu zählt insbesondere die Lagerung von Rotoren. Im Folgenden werden mögliche magnetische Ausführungen der Lagerungen vorgestellt und die Funktionsweise näher erläutert.

2.1 Technik der magnetischen Lagerung

Für die technische Realisierung des Magnetlagers wird die Kraftwirkung magnetischer Felder in zwei Arten, die Reluktanzkraft (oder Maxwellsche Kraft) und die Lorentz-Kraft, unterteilt. Die Reluktanzkraft wirkt stets an den Grenzflächen zweier Medien unterschiedlicher magnetischer Eigenschaften (Permeabilität) einschließlich des Vakuums in Richtung der magnetischen Feldlinien. Die Lorentz-Kraft ist mit Bewegung elektrischer Raumladungen im Magnetfeld verknüpft und wirkt senkrecht zu den magnetischen Feldlinien. Bei Antriebsentwicklungen wird fast ausschließlich die Wirkung der Lorentz-Kraft ausgenutzt, die sowohl für rotierende als auch für lineare Antriebe von Bedeutung ist. Obwohl die Lorentz-Kraft auch für magnetische Lagerungen eingesetzt werden kann, ist in diesem Bereich die Reluktanzkraft von größerer Bedeutung.

Die Theorie der Elektrodynamik bietet eine Reihe von Effekten, die zur magnetischen Lagerung im Produktionsbereich eingesetzt werden können. Abgesehen von industriell einsetzbaren magnetischen Effekten durch supraleitende Eigenschaften, die derzeit noch nicht ausreichend untersucht worden sind, liegt eine Reihe weiterer magnetischer Lagerprinzipien vor, deren Einsatz von

2 Magnetische Lagerung

größerer Bedeutung ist. Im Folgenden werden konkrete Beispiele einer magnetischen Lagerung für Rotoren beschrieben. Hierbei wird das Konzept mit der Methodik in den Vordergrund gestellt.

2.1.1 Magnetisch gelagerter Elektromotor

Der Rotor ist bei diesem speziellen Motor mit der Blechung ausgestattet. In Erweiterung des mechanisch gelagerten Rotors und in Drehbewegung verursachender Induktion kann stattdessen eine dreiaxige magnetische Lagerung des Rotors realisiert werden. Die Funktion entspricht sonst einer Drehstrommaschine. Hierzu wird von [Sch94] eine Windung im Stator vorgeschlagen, durch die ein zusätzlicher magnetischer Fluss entsteht. Mit einer geeigneten Stromsteuerung können Betrag und Richtung der resultierenden Kraft erzeugt werden. Implementierte Systeme zeigen jedoch einen erheblichen Aufwand wegen der Präzision und der Stromsteuerung, da dazu komplizierte Regelalgorithmen erforderlich sind. Bei weiterer Entwicklung der Prozessrechner-technik kann jedoch in der Zukunft die Schwelle zur Wirtschaftlichkeit erreicht werden.

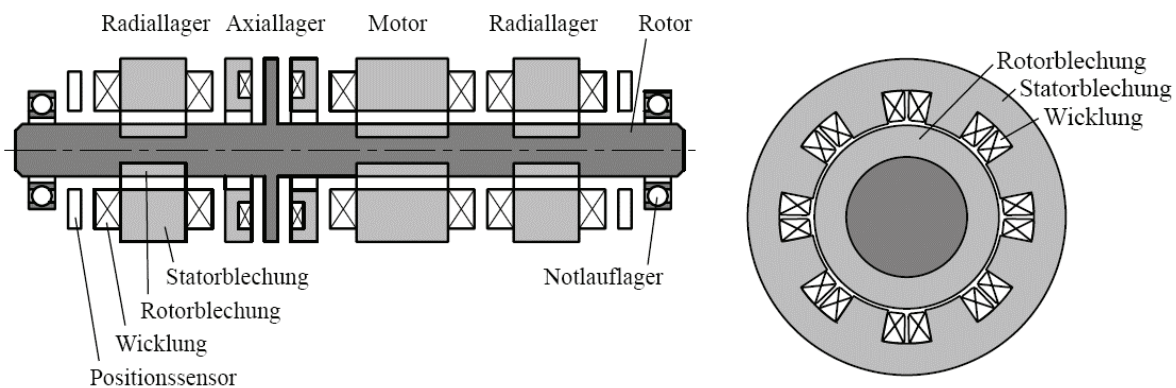


Abbildung 5: Elektromotor [Kuc72]: Ein Seitenansicht (links) des magnetisch gelagerten Rotors und Queransicht des Drehstromstators (rechts).

2.1.2 LC-Resonanzlager

Beim sogenannten LC-Resonanzlager wird der Elektromagnet mit einer Wechselspannungsquelle betrieben und bildet zusammen mit einem Kondensator einen LC-Schwingkreis. Luftspaltänderungen des magnetischen Kreises führen zur Induktivitätsänderung und damit zur Verstimmung des resonanten Schwingkreises. Dieser Lagertyp wird so betrieben, dass dem das Lager als leicht verstimmt LC-Kreis ausgelegt wird. Durch eine Spaltänderung ändert sich die Induktivität des LC-

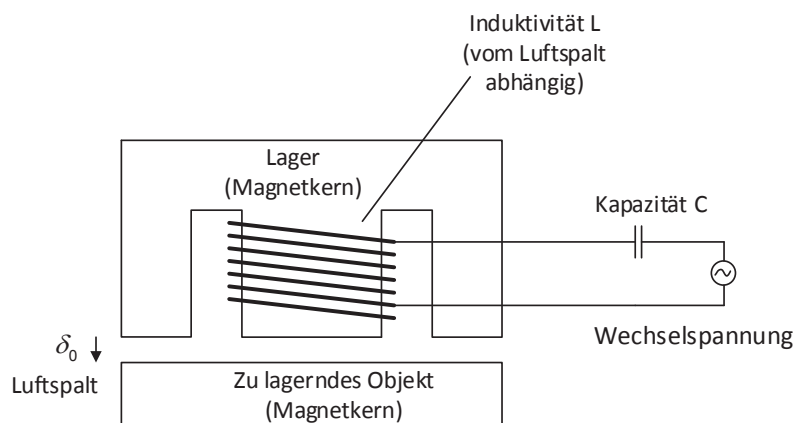


Abbildung 6: LC-Resonanzlager nach [Cha98].

2 Magnetische Lagerung

Kreises so, dass dieser in Resonanz gerät. Die systembedingte geringe Dämpfung dieser Regelung stellt einen Nachteil dar. Von Vorteil ist allerdings der relativ einfache Aufbau. Der damit verbundene Strom führt zu einer der Luftspaltänderung entgegenwirkenden Magnetkraft. Das Prinzip des Resonanzlagers wurde früher bereits bei Kreiselgeräten verwendet. Für weitergehende und breitere Nutzung der technischen Anwendungen ist es jedoch wegen geringer Lagerkraft und mangelhafter Dämpfungseigenschaften nur begrenzt geeignet.

2.1.3 Permanentmagnetlager

Permanentmagnete benötigen keine elektrische Energie zur Erregung des Feldes und werden deshalb schon seit längerem in hochwertigen Kleingeräten für Lagerzwecke eingesetzt. Das Entfallen der elektrischen Spulen bei dieser Lagerart muss jedoch entweder durch höhere Materialkosten, (wie z.B. Samarium-Kobalt-Bor Legierungen) kompensiert oder im Falle kostengünstiger Materialien (z.B. Aluminium-Nickel-Kobalt Legierungen) mit geringerer Remanenz-Induktion und damit größerem Bauvolumen bezahlt werden. Physikalische Eigenschaften von Permanentmagneten, insbesondere die häufig geringe Temperaturbeständigkeit und Festigkeitseigenschaften, sind beim Einsatz zu beachten. Eine passive und stabile Rotorlagerung, sowohl in axialer wie in radialer Richtung, nur mit Permanentmagneten kann nicht realisiert werden, wie bereits Earnshaw gemäß [Bac61] nachgewiesen hat, so dass zur vollständigen Lagerung für mindestens eine Raumrichtung eine elektrisch geregelte Lagerung erforderlich ist.

2.1.4 Hybridlager

Eine Realisierung als Kombination von aktiven Elektro- und passiven Permanentmagneten führt zu sogenannten Hybridlagern. Während die Permanentlager dauerhafte Lagerlasten aufnehmen, wie z.B. die Schwerkraft, stabilisieren Elektromagnete die Lagerung und können weitere Störkräfte ausregeln. Der Entwicklung von Hybridlagern sollte besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Die wirtschaftlichen Vorteile von Hybridlagern sind eng mit den Permanentmagnetmaterialien verbunden, die unter Ausnutzung neuerer physikalischer Effekte (Supraleitung) noch deutlich verbessert werden können. Somit ist es aber offensichtlich, dass

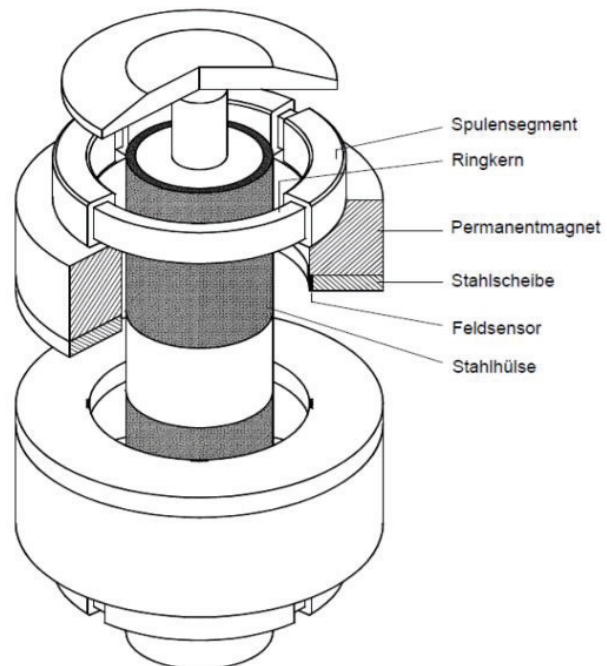


Abbildung 7: Hybridlager für eine rotierende Anordnung [Joh20].

2 Magnetische Lagerung

mit steigenden Preisen der Permanentmagnete die wirtschaftlichen Vorteile reduziert werden.

2.1.5 Unipolarlager

Der Begriff Unipolar wird bei der Magnetlagertechnik verwendet, der allerdings etwas ungenau ist. Eigentlich ist hier ein Universalprinzip gemeint; die Vereinigung eines Motors und eines Magnetlagers. Der Vorteil des Unipolarlagers liegt im kompakten Aufbau und einem geringeren Einsatz an Eisen und Kupfer sowie in der Verwendung eines dreiphasigen und kostengünstigen Stromrichters als Leistungsverstärker. Durch das mehrphasige Wicklungssystem entsteht ein magnetisches Kraftfeld in radialer Richtung, das durch den steuerbaren Wechselrichter veränderbar ist. Des Weiteren kann eine Schubkomponente der Kraft gleichzeitig erzeugt werden. Der damit auf den Rotor wirkende resultierende Kraftvektor muss vom Regler durch die gemessene Rotorposition und die gemessene Winkelposition direkt gestellt werden. Die Summe der drei Flüsse muss dabei null ergeben. Näheres lässt sich in [Bur02] finden.

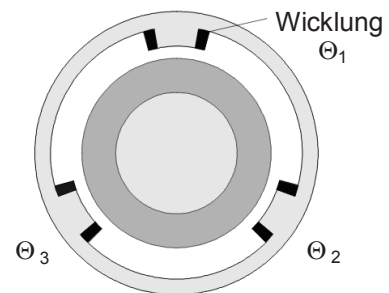


Abbildung 8: Unipolarlager mit drei ausgerichteten Polen

Im Rahmen dieser Arbeit verwendete Lager haben zwei unabhängig voneinander bestimmbare, orthogonale Kraftkomponenten, die geregelt werden. Für die Realisierung eines dreiachsigen Magnetlagers sind die Grundprinzipien von elektrischen Magnetlagern und Hybridlagern von Interesse, die als 3-Phasensystem oder 4-Phasensystem realisiert werden können.

Neben der physikalischen Eigenschaft eines Elektromagneten ist für den Einsatz der Magnetlagertechnik die grundsätzliche Instabilität elektromagnetischer Lagerungen von Bedeutung. Ein durch die Magnetfelder in einer Ruhelage gehaltener ferromagnetischer Körper ist stets instabil, so dass bereits kleinste Störungen zum Ausweichen aus der Gleichgewichtslage führen. Aus diesem Grund wird im Vergleich zu Materialgesetzen elastischer Lagerungen auch von einer negativen Federsteifigkeit bei der elektromagnetischen Lagerung gesprochen. Eine stabile Lagerung wäre unmöglich, wenn nicht durch eine geeignete Änderung der elektromagnetischen Felder eingegriffen wird. Durch die Stromänderung in den Spulen der Elektromagnete kann die Feldänderung und damit die ständige Anpassung der Kraft zur Erreichung eines stabilen Lagerzustandes realisiert werden. Hierzu sind jedoch Einrichtungen für die Lagebestimmung der Kugel (Sensortechnik) und der Stromstellung (Stromrichter) sowie ein Prozessrechner erforderlich.

2.2 Stand der Magnetlagertechnik

Die Schleifkugel soll mithilfe eines Magnetsystems im Schaft gehalten werden wobei ein konstanter Luftspalt für den Fluidstrom eingehalten werden soll. Da dies dem Prinzip einer aktiven Magnetlagerung entspricht, werden im Folgenden einige exemplarische Forschungsprojekte vorgestellt, die auf diese Technik zurückgreifen. Wie schon eingangs erwähnt, handelt es sich bei

2 Magnetische Lagerung

einem aktiven Magnetlager-System um ein komplexes, mechatronisches Modul. Die Komplexität ergibt sich aus dem Zusammenspiel unterschiedlicher Sensoren mit teilweise aufwendiger Signalvorverarbeitung (Lage, Strom, usw.), den Aktoren für die magnetische Lagerung, den mechanischen Komponenten und einem Mikrorechner für Steuerungs-, Regelungs- und Überwachungsaufgaben. Dabei werden verschiedene Arten von Sensoren eingesetzt: kapazitive und induktive Sensoren, Wirbelstromsensoren oder Hall-Sonden, Ultraschallmessungen oder optische Systeme, die die aktuelle Position messen. Die hohe Dynamik der Regelung erzeugt eine Ausbreitung der Wirbelströme im Schaft.

2.2.1 Technischer Stand

Wie sich besonders effiziente Spezialsysteme vereinfachen lassen, konnte ein Forscherteam von Siemens zeigen. In Zusammenarbeit mit der Technischen Universität Wien konnten sie einen Demonstrator für ein Magnetlager ohne Sensoren betreiben [Sie09]. Hierbei ist zu beachten, dass die Genauigkeit und Auflösungen der Position nicht im Vordergrund standen und die magnetisch gelagerte Kugel ohne unbekannte Störgrößen und entlang einer Bewegungsachse mit relativ viel Raum für die Bewegung präsentiert worden ist. Nähere Informationen sind in [Dad8] aufgeführt.

Häufig wird mit Permanentmagneten eine „Vorsteuerung“ des Feldes erzeugt und die Spule lediglich für die Regelung verwendet. Auch die magnetische Lagerung besonders kleiner Kugeln wurde bereits realisiert. Im Jahre 1954 wurde ein Aufbau beschrieben, der zur Materialprüfung mithilfe hoher Fliehkräfte verwendet wurde. Mit diesem Einsatz wurden Kugeln von 10^{-2} cm bis 25 cm Durchmesser mithilfe eines geregelten Magnetfeldes im Vakuum in der Schwebelage gehalten und auf extrem hohe Drehzahlen (bis zu $18 \cdot 10^6 \text{ min}^{-1}$) beschleunigt [Bea54].

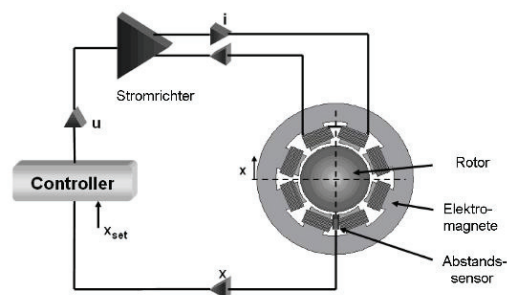
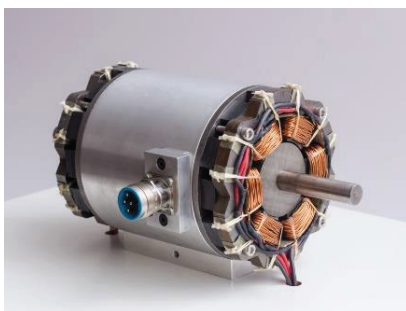


Abbildung 9: Rechts: Regelkreis einer aktiven Magnetlagerung [Wor06], Links: Beispiel zur magnetgelagerten Hochgeschwindigkeits-Frässpindel [IBAG Switzerland AG].

Bekannte Beispiele reichen vom Transrapid [Sch06] bis zum schwebenden Globus für den Schreibtisch. Darüber hinaus werden Magnetlager in elektrischen Maschinen mit besonders hohen Drehzahlen verwendet (z. B. Schwungradspeicher), da sie, abgesehen von der Luftreibung, reibungsfrei sind. Sie können aufgrund spezieller Anforderungen oder Umweltbedingungen verwendet werden. Weite Verbreitung finden Magnetlager in Vakuumpumpen, die speziell in Turbomolekularpumpen in der Halbleiterfertigung zur Erzeugung eines Hochvakuums verwendet

2 Magnetische Lagerung

werden. Auch in Werkzeugmaschinen werden Magnetlager eingesetzt, so zum Beispiel in der Hochgeschwindigkeits-Frässpindel (s. Abbildung 9).

Aktive magnetische Radiallager werden überwiegend als Lager mit drei oder vier Polpaaren aufgebaut [Nal98]. Sie zeichnen sich durch gute Regelbarkeit aufgrund ihrer zwei magnetisch unabhängigen Lagerachsen aus, erfordern jedoch einen hohen Bedarf an Eisen sowie Kupfer und bis zu vier speziellen Stromrichtern als Leistungsverstärker. Zur Kostenreduzierung wird deshalb versucht, andere Konstruktionsprinzipien zu verwirklichen, über die [Ste00] berichtet, wobei der Einsatz von herkömmlichen Dreiphasen-Wechselrichtern angestrebt wird. In [Grb00] wird hierzu ein dreipoliges Unipolarlager vorgestellt, das nur einen Standardwechselrichter benötigt, jedoch eine starke Verkopplung der Lagerachsen besitzt. Da auf diese Weise die auf einer Lagerachse wirkende Magnetkraft nicht nur von der Rotorverschiebung auf dieser Achse, sondern auch von der dazu orthogonalen Kraft abhängig ist, ergibt sich eine schlechtere Regelbarkeit.

Die Regelung eines Magnetlagers erfolgt durch die Auswertung eines oder mehrerer Sensoren. Es findet sich eine Reihe von Regelungsansätzen, über die [Kno99] einen Überblick unter Berücksichtigung von unterschiedlichen Implementierungsmöglichkeiten gibt. Voraussetzung für die erfolgreiche Regelsynthese ist ein geeignetes mathematisches Modell, das aus einer Finite-Elemente-Diskretisierung und Simulation gewonnen werden kann [Sch00].

Für den eigentlichen Regelungsentwurf finden sich anfangend von kognitiven Ansätzen bis hin zu neuartigen Frequenzbereichsverfahren mehrere Beispiele in der Literatur. Während kognitive Regler, wie z.B. Fuzzy-Regler, keine Verbreitung fanden und nicht wirklich zu analysieren sind, wird in [Her92] sogar die H_∞ -Theorie verwendet und von einer praktischen Anwendung der μ -Theorie in [Lös98] berichtet. Ein adaptiver Ansatz wurde beim Test von biegekritischen Rotordrehzahlen verwendet [Abr92], bei dem bei Annäherung an eine Resonanzstelle die Regleranpassung eine Resonanzfrequenzverschiebung bewirkt und eine stabile Funktion ermöglicht.

Der Trend geht in Richtung der intelligenten adaptiven und sensorlosen Verfahren. Sensorlos bedeutet, dass keine Lagesensoren mehr vorhanden sondern nur Stromsensoren verwendet werden. So können die im Verhältnis zu kostspieligen Positionssensoren, bzw. die Hallsonden für die Feldmessung vernachlässigt werden. Für eine einachsige magnetische Lagerung ohne Lagesensoren wurden bereits mehrere Konzepte untersucht. Hierzu gibt es eine Veröffentlichung „Einsatz eines Beobachters für den Luftspalt einer hybrid-magnetischen Schwebeanordnung“, in der [Fri96] auf eine Regelung mittels Kalman-Filter zurückgegriffen wird.

Die Ausbreitung der Wirbelströme, die bei hochdynamischen, magnetischen Lagerungen auftreten, wurde bisher wenig untersucht. Es gibt vereinzelt vereinfachte Betrachtungen, auf die auch in [Fri96] zurückgegriffen worden ist. Bei höherer Dynamik, die für das Magnetlager des Kleinwerkzeugs erforderlich ist, reicht es allerdings nicht aus. So ist z.B. in [Bec07] eine Methode beschrieben, wie die Verluste in hoch effektiven PM-Synchronmaschinen mit Oberflächenmagne-

2 Magnetische Lagerung

ten berechnet werden. Darin wird ein Modell zur analytischen Berechnung der Wirbelstromverluste in kurzen Permanentmagneten mit zweidimensionaler Wirbelströmung vorgestellt.

Magnetlager sind in der Vergangenheit vereinzelt immer wieder realisiert worden und zwar insbesondere dann, wenn die Abwesenheit eines mechanischen Trennmediums deutliche betriebliche Vorteile versprach. Eine allgemeine Einführung magnetischer Lager wurde bisher jedoch vor allem durch technische Vorbehalte, verbunden mit den Risikovorbehalten gegenüber einer neuen Technik, sowie höheren Kosten und größerem Bauvolumen behindert. Weiterentwicklungen in der Leistungselektronik und Prozessrechenstechnik verstärken jedoch die Vorteile der Magnetlagertechnik und lassen auch neue Ansätze entstehen, so dass sich magnetische Lagerungen zu einer echten Konkurrenz zu herkömmlichen Lagern durchsetzen werden. Dies gilt umso mehr, wenn mit dem Einsatz von Magnetlagern auch eine vorteilhafte Modifikation der Gesamtkonstruktion eines Systems ermöglicht wird.

2.2.2 Veröffentlichungen

Patente, welche die Teilbereiche der Physik, die Strömungstechnik (Fluid oder Luft), Elektrodynamik, Systemtechnik und die magnetische Lagertechnik, in einem Gesamtsystem beschreiben, sind bis dato nicht bekannt. Im Folgenden sind exemplarisch einige Patente genannt, die einen thematischen Bezug zu den im Stand der Forschung beschriebenen Themen besitzen.

Im Bereich der kleinen Werkzeugmaschinen wurden bislang mehrere Patente angemeldet: Hiramoto et al. (US 2005 0091812) beschreiben eine in den Mikrobereich skalierbare Werkzeugmaschine mit konventionellen Kinematiken. Ein Patent von Wulfsberg (DE 2005 024693) befasst sich mit der dynamisch-starren Kopplung von hybriden Bearbeitungsräumen bei Desktop Manufacturing-Maschinen. Hisato et al. haben ein Patent über ein Fertigungssystem auf Grundlage einer Mikrofabrik (JP 2002 006924) eingereicht. Eine Reihe von internationalen Patenten befasst sich mit fluiddynamischen Antrieben, wie beispielsweise von der Firma Festo für einen fluidbetätigten Drehantrieb (WO 2007 118538) oder einen fluidbetätigten Kontraktionsantrieb (WO 2003 085271).

So zeigt eine Recherche beim Deutschen Patent- und Markenamt zum Stichwort Magnetlager 48 Patente von 1981 bis 2016 auf, von denen 34 in die neunziger Jahre fallen. Erwähnenswert ist dabei, dass neben spezifischen Anwendungen einerseits Erfindungen von Magnetlagern in Verbindung mit Maschinen, z.B. Motoren, geschützt wurden, andererseits zuletzt auf neue physikalische Effekte, namentlich Hochtemperatur-supraleitende Magnetlager, Bezug genommen wurde, die jedoch nicht zur Klasse der nachfolgend verwendeten aktiven Magnetlager gehören.

Eine Reihe von Patenten befasst sich mit Magnetlagersystemen für die Verwendung in Spindeln und Axiallagern. Zu diesen gehören beispielsweise das elektrische Magnetlagersystem der Firma Levitec GmbH (DE 2005 030724) oder das radiale Magnetlager für einen Motor von Bühler et al. (DE 1992 4105258). Ein weiteres Patent für einen Elektromotor mit Axiallager der Firma Minebea

2 Magnetische Lagerung

Co., Ltd. (DE 2007 059466) verwendet eine Kombination von fluiddynamischer und elektromagnetischer Lagerung in Verbindung mit einem elektromagnetischen Antriebssystem.

Zu nennen sind in diesem Zusammenhang ebenfalls die Gebrauchsmuster von Lewitz, Reinwalt sowie das Gebrauchsmuster von Felke. Sie befassen sich mit Anwendungen, bei denen ein Gegenstand (z.B. Globus: DE 1988 8709516; Flasche: DE 1989 8815196) mit Hilfe eines Magneten in Schwebelage gehalten wird. Letztere beschreiben einen durch Wasser in Rotation versetzten Kugelbrunnen (DE 1992 9110780) (Patentamt, 2015).

2.3 Elektromagnete und Systemkomponenten

Die am häufigsten eingesetzten Magnetlagertypen werden aus Elektromagneten aufgebaut. Im Folgenden sollen die für diese Magnetlager charakteristischen technischen Eigenschaften beschrieben werden. Eine Zusammenfassung verschiedener magnetischer Effekte, die zur Lagerung genutzt werden können, findet sich in [Sch94].

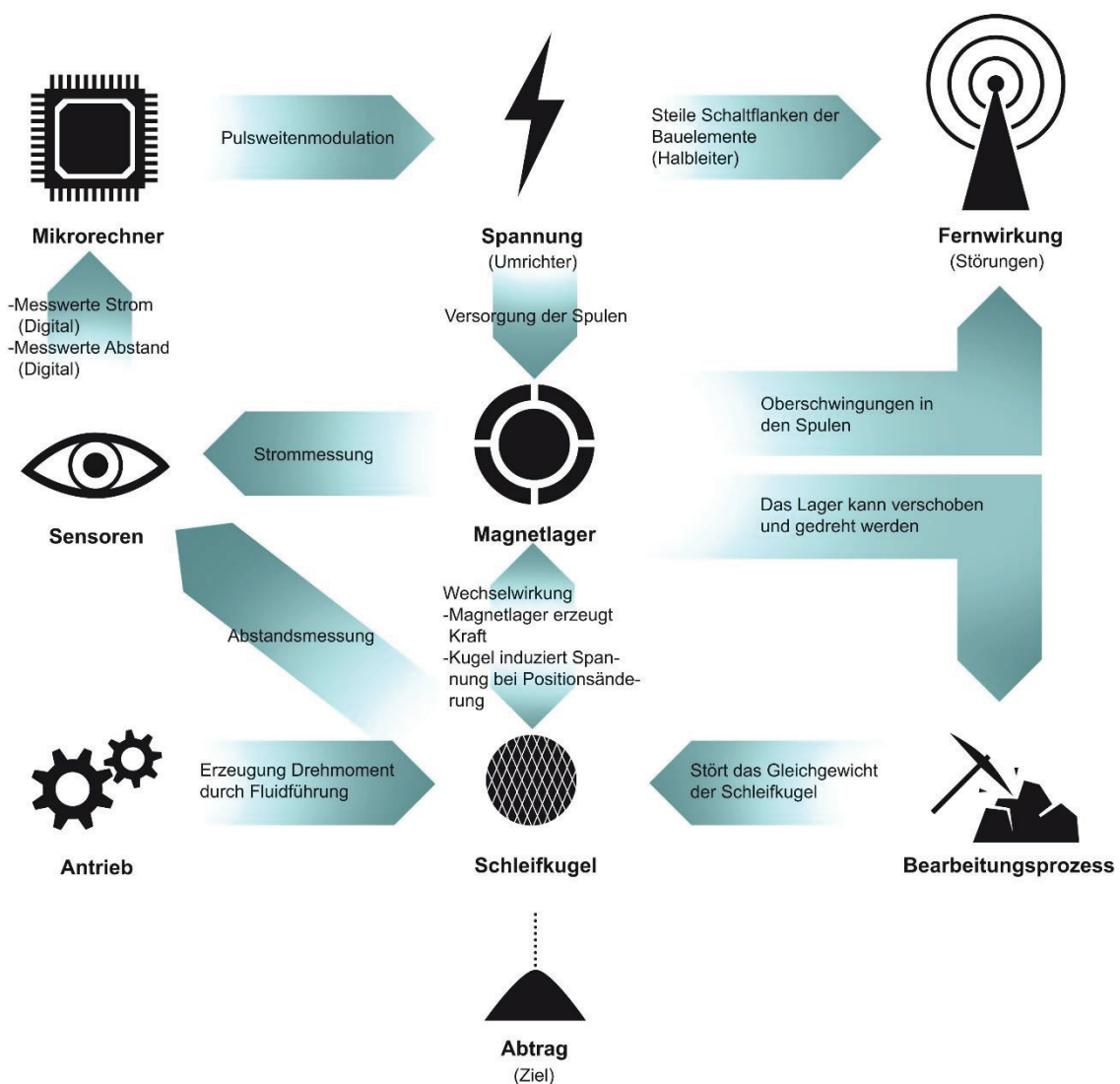


Abbildung 10: Wirkungsdiagramm einer Werkzeugmaschine mit mehreren Subsystemen.

2 Magnetische Lagerung

2.3.1 Sensortechnik

Für die wichtigste Information, die Bestimmung der Kugellage, müssen Lagesensoren eingesetzt werden, die fähig sind, Änderungen schnell genug und mit ausreichender Genauigkeit zu erfassen. Zusätzlich bestimmen Systemparameter wie die Drehzahl der Kugel die Anforderungen. Bei üblichen Luftspalten im Bereich von zehntel Millimetern (typisch 0,2 bis 0,7 *mm*) sind Abstände von hundertstel Millimetern und deutlich darunter einzuhalten, was eine Auflösung des Messwertes von einigen Mikrometern erfordert. Das entspricht ungefähr der Quantisierung von 1/1000 und einer Genauigkeit pro Messwert von $< 1\%$. Soweit rein analoge Messungen erfolgen, stellt die Erfassungsgeschwindigkeit keine Grenze dar, solange elektrisch bedingte Resonanzfrequenzen nicht erreicht werden. Als berührungslose Verfahren stehen insbesondere kapazitive, induktive und auch optische Verfahren zur Verfügung.

Beim Einsatz von kapazitiven Lagesensoren würde die Kugel als mittlere Kondensatorplatte wirken, wobei der Luftspalt als Dielektrikum wirkt. Bewegungen der Kugel verändern die Kapazität. Werden die Kugel und ihre Gegenplatte im Stator in eine Messschaltung eingebunden, kann durch die Veränderung der Kapazität die Größe des Luftspaltes bestimmt werden. Für die radialen Verschiebungen in x- und y-Richtung sind zwei kapazitive Sensoren erforderlich. Als Messschaltungen kommen Trägerfrequenzverfahren oder heute eher Messoszillatoren zur Anwendung. Die kapazitiven Lagesensoren kommen für die beschriebene Anwendung jedoch nicht in Frage, weil zwischen der Schleifkugel und dem magnetischen Schaft unter anderem Öl als Antriebsmittel verwendet wird, welches die Messung entscheidend verändern würde.

Wegmessungen mit induktiven Sensoren beruhen analog zu kapazitiven auf Änderungen der Impedanz, d.h. sie nutzen die Abhängigkeit der Induktivität vom Luftspalt. Dies geschieht, indem ein magnetischer Kreis als Anker aufgebaut wird. Die Feldlinien werden durch eine kleine Spule auf einem Ferritkern erzeugt, wenn dieser von einem mittelfrequenten (*kHz*) Wechselstrom erregt wird. Luftspaltabhängige Induktivitätsänderungen lassen sich dann mit geeigneten Messschaltungen auswerten. Induktive Geber sind robust, unempfindlich gegen magnetische Streufelder und lassen sich gut abschirmen, wobei jedoch ihre Messsensitivität groß bleibt. Induktive Sensoren üben magnetische Kräfte aus, die für größere Magnetlagerabmessungen ohne Wirkung bleiben. Sie werden deshalb dort bevorzugt eingesetzt.

Das Messprinzip der Wirbelstromsensoren, die eine spezielle Form von induktiven Gebern darstellen, beruht ebenfalls auf einer Induktivitätsänderung. Dazu erzeugt das hochfrequente Wechselfeld der Sensorspule Wirbelströme in der Kugel, die wiederum eine Spannung in der Sensorspule induzieren. Bei abnehmendem Luftspalt kann dies als eine Zunahme der Spuleninduktivität aufgefasst werden. Ausgewertet wird der erzeugte Strom der Spule, der sich nahezu linear zum Abstand erhöht. Paramagnetische Materialien führen zur Gegeninduktivität. Wirbelströme der Magnetlagerspulen beeinflussen die Messung nicht, wenn Ihr Frequenzspektrum deutlich unter dem der Messungen liegt.

2 Magnetische Lagerung

Optische Messverfahren nutzen den Einsatz von Lasermesstechniken, von denen das Laser-Doppler-Verfahren und die Laser-Triangulation zur Anwendung kommen. Beim Laser-Doppler-Verfahren ist der von der Kugel reflektierte Laserstrahl dopplerverschoben. Durch Überlagerung des reflektierten Strahls mit einem direkt vom ursprünglichen Laserstrahl abgeleiteten Referenzstrahl entsteht ein Strahl mit periodisch wechselnder Intensität. Eine messtechnische Auswertung dieser Periodizität bildet die Geschwindigkeit der Kugel in Richtung des reflektierten Laserstrahls ab. Für die gewünschte Lagebestimmung ist dieses Verfahren eher von Nachteil, weil aus der gemessenen Geschwindigkeit die Lage rekonstruiert werden müsste.

Die Laser-Triangulation beruht auf der Streuung des Laserstrahls an der Kugel. Der entstehende Leuchtfleck an der Kugel wird über ein spezielles Objektiv auf einen Detektor abgebildet. Die Lage des abgebildeten Leuchtfleckes ist von der Entfernung des Objektleuchtfleckes von einer Bezugsebene am Sensor abhängig. Im Allgemeinen fällt der reflektierte Strahl nicht auf das Objektiv, so dass keine Messung mehr möglich ist. Wie in [Don93] gezeigt wird, sollte der Strahl senkrecht auf die Messoberfläche auftreffen, da sich sonst eine breitere Intensitätsverteilung des Leuchtfleckes am Detektor ergibt, welche eine größere Messungenaugigkeit zur Folge hat. Demnach müsste der Laserstrahl bei einem Magnetlager stets radial auf die Kugel auftreffen, was aufgrund der Bewegung und Rotation der Kugel nicht gegeben ist. Im Gegensatz zu induktiven und kapazitiven Sensoren vermessen die Laserverfahren einen sehr viel kleineren Messbereich.

Abschließend sei nochmal auf die Entwicklung sensorloser Lager hinzuweisen. Diese verzichten auf Lagesensoren, wobei dazu die vorhandenen Magnetlagerspulen verwendet werden. Das Grundprinzip der Messung entspricht dem eines induktiven Sensors. In Abhängigkeit des Luftspaltes ändern sich die Parameter des magnetischen Kreises. Dies geschieht z.B. durch eine Auswertung des zeitlichen Stromverlaufes bei bekannter Spannung. Klar wird dadurch jedoch, dass dies immer in engem Zusammenhang mit einem geeigneten Stromrichter und entsprechender Auswertungselektronik geschehen muss.

Die materiellen Ersparnisse durch den Wegfall der Sensortechnik müssen gegen den höheren Entwicklungsaufwand abgewogen werden. Insofern könnte die Entwicklung spezifischer Sensoren und systemtheoretischer Methoden für Magnetlager auf Basis vorstehender Messprinzipien wirtschaftlich vorteilhafter sein. Dazu gibt es z.B. die bereits erwähnte Veröffentlichung [Fri96] „Einsatz eines Beobachters für den Luftspalt einer hybridmagnetischen Schwebeanordnung“.

2.3.2 Stromrichter / Leistungssteller

Während die prinzipielle Anwendung der Kraftwirkung magnetischer Felder schon lange in der Technik verbreitet ist, scheiterte in der Vergangenheit eine Steuerung der Magnetkraft vielfach an geeigneten Schaltungen für die Stromstellung. Durch den Fortschritt in der Leistungselektronik und in der Halbleitertechnik wurde jedoch die Voraussetzung für die Magnetlagertechnik und ganz allgemein für die elektrische Antriebstechnik geschaffen.

2 Magnetische Lagerung

Tabelle 1: Unterschiedliche Halbleiterbauelemente

	U_s / V	I_{max} / A	$T_{off} / \mu s$
MOSFET	1000	30	0,3 - 0,5
IGBT	1200	400	1 - 4
Bipolarer Transistor	1200 / 550	300 / 480	5 - 10

Unter Verwendung von Halbleiterbauelementen steht eine ganze Reihe von Umrichterschaltungen zur Verfügung, mit denen sich Ströme schalten und regeln lassen. Für die Verschaltung und die Entwicklung steht mittlerweile eine Reihe von elektronischen Bauelementen zur Verfügung. Die Tabelle 1 zeigt den Leistungsbereich der wichtigsten abschaltbaren Bauelemente auf, indem die maximal zulässige periodische Sperrspannung U_s , der abschaltbare Strom und die Ausschaltzeit T_{off} erläutert werden. Für den Leistungsbedarf für das Magnetlager mit einer Kugel sind MOSFETs und IGBTs günstig, da sie hohe Schaltfrequenzen bei in der Regel ausreichendem Strom besitzen. Aus den möglichen Umrichterschaltungen bietet sich zunächst ein Gleichstrom-Umrichter, der den eingprägten Gleichstrom zur Verfügung stellt, an. Der Einsatz eines 4-Quadranten-Stellers, mit dem die höchste Dynamik erreicht werden kann, liegt somit auf der Hand. Für vier Magnetlagerspulen sind 16 Halbleiterelemente erforderlich. Eine Reduzierung der Anzahl ist zwar denkbar, führt jedoch zu einer größeren Stromwelligkeit. Zudem muss beachtet werden, dass bei der Reduzierung der Halbleiterelemente die Dynamik des gesamten Systems abnimmt, da nur positive Spannung geschaltet werden kann. Das Ziel ist es die Ströme in allen vier Spulen zu stellen. Bei einer erweiterten Auslegung des Magnetlagers und der Regelalgorithmen lässt sich auch ein dreiphasiges System realisieren. Für die Änderung des Verhältnisses von Einschaltzeit T_e zu Periodendauer T_s und damit I_{max} und U_s bieten sich drei Möglichkeiten an:

- Pulsweitenmodulation (PWM): T_s konstant, T_e variabel,
- Pulsfrequenzsteuerung: T_s variabel, T_e konstant,
- Adaptiv anpassbare Regelung (Deadbeat-Control): T_s und T_e variabel,

Bei der anpassbaren Regelung (Deadbeat-Control) wird der Regler so ausgelegt, dass eine minimale Einstellzeit benötigt wird, in der die Regeldifferenz zu null wird. Die Art der Steuerung ist dadurch charakterisiert, dass die Nullstellen des Reglers die Polstellen des Systems kompensieren. Die Pulsweitenmodulation, kurz PWM, wird vielfach in der Technik eingesetzt. Für eine kleine Strom-Schwankungsdifferenz ($I_{max} - I_{min}$) ist das Verhältnis T_e zu T_s klein zu wählen. Schaltfrequenzen im Bereich von 10 bis 50 kHz sind für die auftretenden Zeitkonstanten im Allgemeinen ausreichend. Der in dieser Arbeit eingesetzte Stromsteller wird mit $\max. f_s = 10 \text{ kHz}$ getaktet.

2.3.3 Prozessorrechner (DSP)

Die technische Realisierung des erforderlichen Reglers erfolgt durch einen digitalen Prozessorrechner, der auch weitere Überwachungs- und Steuerungsfunktionen übernimmt. Das Grundprinzip eines Prozessorrechners besteht in einer digitalen Abtastung und Abbildung analoger Signale,

2 Magnetische Lagerung

die dann zur Erzeugung von Steuersignalen mit einem Programmcode, der die Regelalgorithmen beinhaltet, verarbeitet werden. Üblicherweise werden diese drei Arbeitsschritte in separaten Modulen, den Analog-Digital-Wandlern, einem Prozessor und den Treibersignalen ausgeführt. Es wurden in der Vergangenheit verschiedene Prozessortypen für Magnetlagersysteme getestet. Bisher wurden überwiegend Signalprozessoren mit eigenem Rechenwerk verwendet, es kommen aber zunehmend im Preis fallende Risc6-Prozessoren in Frage. Die Auswahl eines Prozessorsystems richtet sich primär nach der erforderlichen Rechenleistung und Signalauflösung. Bei den Wandlern sind Quantifizierungsbreiten von 8 Bit bis 16 Bit üblich. Die internen Wortlängen der Prozessoren betragen im Akkumulator auch teilweise zusammengesetzte 64 Bit.

2.3.4 Abtastfrequenz f_s

Die notwendige Rechenleistung wird aus der Zykluszeit, die im Wesentlichen aus den beiden Wandlungszeiten des Analog-Digital-Wandlers sowie der Abarbeitungszeit der Regelalgorithmen im Prozessor besteht, ermittelt. Eine effiziente Realisierung der Regelalgorithmen, der Berechnungen und des Programmcodes führt zur Reduzierung der Zykluszeit.

Die als Abtastzeit T_s bezeichnete Zeitdifferenz zwischen zwei aufeinander folgenden Signalwandlungen muss konsequenterweise größer, bestenfalls gleich der Zykluszeit sein. Durch die Wahl der Abtastzeit wird die Regelgüte beeinflusst, weil kleine Abtastzeiten eines stetigen Signals den Rekonstruktionsfehler des digitalisierten Signals reduzieren. Ausgehend von der gewünschten Dynamik des geschlossenen Regelkreises finden sich in der Literatur Angaben für erforderliche Abtastfrequenzen. Nach [Ast90] sollen diese etwa das zehnfache bis dreißigfache der zu verwendeten Frequenzbandbreite betragen, wobei zu geringe Abtastfrequenzen den Regelkreis instabil machen können. Aus regelungstechnischer Sicht ist der Filtereinsatz zur Vermeidung eines abgetasteten niederfrequenten Alias-Effekts eines hochfrequenten analogen Signals nachteilig, denn es führt zu einer zusätzlichen Zeitverzögerung. Bei Magnetlagersystemen ist die Signalbandbreite meistens bekannt. Liegt eine Nyquistfrequenz vor, also die halbe Abtastfrequenz, über der höchstens erwarteten Systemfrequenz, kann auf Filter verzichtet werden.

2.4 Berechnung der Kräfte

Bei einer magnetischen Lagerung müssen magnetische Kräfte berechnet werden können. Die erforderlichen Kräfte müssen jedoch bekannt sein, um die magnetische Lagerung für die Anwendung des Kleinwerkzeugs einzusetzen. Für die Kraftberechnung gibt es zwei Methoden, die sich bewährt haben:

- Methode der virtuellen Verschiebung,
- Maxwellscher Spannungstensor.

2 Magnetische Lagerung

2.4.1 Methode der virtuellen Verschiebung

Die Methode der virtuellen Verschiebung ist ein Konzept aus der analytischen Mechanik oder der technischen Mechanik und bezeichnet die Arbeit, bzw. die Energiemenge, die eine Kraft im System bei der virtuellen Verschiebung verrichtet. Damit würde sich eine Arbeit ergeben, die eine Kraft an der realen Verschiebung leisten würde. Bei der virtuellen Betrachtung ist die Veränderung der Art oder der Lage des Systems gemeint, die mit den Fixierungen (z.B. Feste Punkte und Lagerungen) passend ist. Das Prinzip der virtuellen Arbeit folgt aus dem Prinzip der virtuellen Leistung und wird ebenso für die Berechnung in der Statik verwendet.

Die aktive magnetische Lagerung basiert auf dem Prinzip der Reluktanzkraft (auch Maxwellsche Kraft genannt). Für die Berechnung der Zugkräfte im Luftspalt kann die Ko-Energie-Methode verwendet werden, die sich aus der Lagrange-Funktion ableiten lässt. Die magnetische Ko-Energiedichte w_c und Ko-Energie W_c ist wie folgt definiert:

$$w_c(\mathbf{r}) = \int_{H_1}^{H_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H} \quad \rightarrow \quad W_c = \iiint_{(V)} \left(\int_{H_1}^{H_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H} \right) \cdot d\tau \quad (2.1)$$

Die magnetische Energie und die Ko-Energie sind wichtige Größen zum Berechnen energetischer Zustände im Raum. Diese Eigenschaft wird bei einigen Maschinen und ebenfalls bei magnetischen Lagerungen ausgenutzt. Beim idealisierten Feld und einem beweglichen Kern aus ferromagnetischem Werkstoff kann die Kraft entlang der z-Achse wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{F}_m = \nabla W_c(\mathbf{r}) \approx \frac{1}{2\mu_0} \cdot |\mathbf{B}|^2 \cdot A \cdot \mathbf{e}_z = \tau \cdot A \cdot \mathbf{e}_z \quad (2.2)$$

Für die magnetische einachsige Ko-Energiedichte an den Grenzflächen im Luftspalt aus dem Anfangszustand ($H_1 = 0 \text{ A/m}$) gilt:

$$w_c(\mathbf{r}) = \frac{B_z^2(\mathbf{r})}{2 \cdot \mu_0} \quad (2.3)$$

Die magnetische Kraft wird durch die Komponente des Magnetfeldes B_z im definierten Koordinatensystem erzeugt. Das statische Magnetfeld wird im Wesentlichen durch die Magnetisierung des ferromagnetischen Materials aufrechtgehalten. So ist es z.B. vorstellbar, dass bei fehlendem Strom eine Restkraft durch die Änderung der Position trotzdem wirken kann. Die Gleichung gilt nur für ein homogenes Feld im Luftspalt, der an einer wirkenden Oberfläche A grenzt. Die von außen zugeführte Ko-Energie des Kerns kann im Vergleich zu der zugeführten Ko-Energie im Luftspalt vernachlässigt werden. Damit lässt sich ein magnetisches System bzgl. der geometrischen Abmessungen gut abschätzen.

2.4.2 Maxwellscher Spannungstensor

In der linearen Algebra werden mathematische Objekte als Tensoren bezeichnet, die lineare Abbildungen zwischen den geometrischen Vektoren, den Skalaren und einem anderen Tensor beschreiben. Elementare Beispiele solcher Abbildungen schließen das Punktprodukt, das Kreuzprodukt und die linearen Abbildungen ein.

2 Magnetische Lagerung

Der Spannungstensor von Maxwell ist ein im klassischen Elektromagnetismus verwendeter Tensor zweiter Ordnung, um die Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Kräften und mechanischem Drehmoment zu vereinen und einheitlich zu beschreiben. In vereinfachten Systemen, wie eine Punktladung, die sich frei in einem homogenen magnetischen Feld bewegt, ist es leicht die Kräfte mit Hilfe der Lorentz-Kraft zu berechnen. Wenn das zu modellierende System aber deutlich komplexer wird, kann dieses gewöhnliche Verfahren (Lorentz-Kraft-Berechnung) mit vielen Gleichungen nahezu unmöglich werden. Aus diesem Grund ist es vorteilhaft, viele dieser Bedingungen im Spannungstensor zu sammeln und die Berechnung des Tensors zu verwenden, um eine geeignete Lösung für das Problem zu finden.

In der relativistischen Formulierung des Elektromagnetismus wird der Maxwellische Tensor als ein Teil des elektromagnetischen Spannungstensors, der einen elektromagnetischen Bestandteil des Gesamtspannungstensors (Energie-Impuls-Tensor) darstellt, formuliert. Der Letztere beschreibt die Dichte und den Fluss der Energie und des Drehmoments. Dazu wird die folgende Gleichung betrachtet:

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[\varepsilon_0 \cdot \mathbf{E} \otimes \mathbf{E} + \mu_0 \cdot \mathbf{H} \otimes \mathbf{H} - \frac{1}{2} (\varepsilon_0 \cdot \mathbf{E}^2 + \mu_0 \cdot \mathbf{H}^2) \right] \quad (2.4)$$

Dabei stellt das Zeichen \otimes das Dyadische Produkt dar. Für die Gesamtkraftdichte ergibt sich:

$$\mathbf{f} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} \quad \text{mit} \quad \mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad (2.5)$$

Auf diese Art und Weise kann auch der Strahlungsdruck durch die zeitliche Änderung des Poynting-Vektors berechnet werden. Dieser kann im Vergleich zu den magnetischen Zugkräften vernachlässigt werden, so dass die Kraftdichte über die Divergenz berechnet werden kann. Der Gaußsche Integralsatz kann dazu verwendet werden, um aus dem umständlichen Volumenintegral ein Flächenintegral zu bilden. Die elektromagnetische Kraft wird dann wie folgt berechnet:

$$\mathbf{F}_{EM} = \oint \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.6)$$

Die E-Felder sind für Vakuum und im Vergleich zu den magnetischen Kräften relativ gering und können vernachlässigt werden. Für eine Oberfläche im Luftspalt kann der Tensor wie folgt aufgeschrieben werden:

$$\mathbf{F}_{EM} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \oint \begin{pmatrix} B_x^2 - \frac{B^2}{2} & B_x \cdot B_y & B_x \cdot B_z \\ B_y \cdot B_x & B_y^2 - \frac{B^2}{2} & B_y \cdot B_z \\ B_z \cdot B_x & B_z \cdot B_y & B_z^2 - \frac{B^2}{2} \end{pmatrix} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.7)$$

Anhand des Maxwellischen Tensors kann entnommen werden, dass die magnetische Kraftwirkung unabhängig von den Quellen (Strömen, Magnetisierung) berechnet werden kann, wenn das magnetische Feld vorliegt, d.h. berechnet worden ist. Wird z.B. in einem Würfel über x-y-Fläche

2 Magnetische Lagerung

an A die Kraft berechnet, wobei an den anderen Kanten des Würfels kein Feld vorhanden ist, ergibt sich folgende Betrachtung, die allgemein gültig ist:

$$\mathbf{F}_{EM} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left(B_x \cdot B_z \quad B_y \cdot B_z \quad \frac{B_z^2}{2} - \frac{B_x^2}{2} - \frac{B_y^2}{2} \right)^T \cdot A_z \quad (2.8)$$

Aus der Gleichung können die x- und die y-Komponente der Kraft entnommen werden. Diese tangentialen Komponenten stellen den Schub dar. Die z-Komponente stellt die Zugkraft dar. Für homogen betrachtete Felder ergibt sich exakt dieselbe Gleichung wie bei der Methode der virtuellen Verschiebung.

Welche der beiden Methoden eingesetzt werden kann, hängt hauptsächlich von der Rechenkapazität und der Komplexität des magnetischen Lagers bzgl. der Geometrie ab. Generell lässt sich sagen, dass die Berechnung mit dem Maxwell'schen Tensor weniger aufwendig ist.

2.5 Vereinfachte Regelstrecke für ein einachsiges Magnetlager

Bevor im nächsten Kapitel auf die Auslegung eines dreiachsigen Magnetlagers eingegangen wird, soll zunächst das Prinzip anhand eines aktiven einachsigen Magnetlagers erläutert werden.

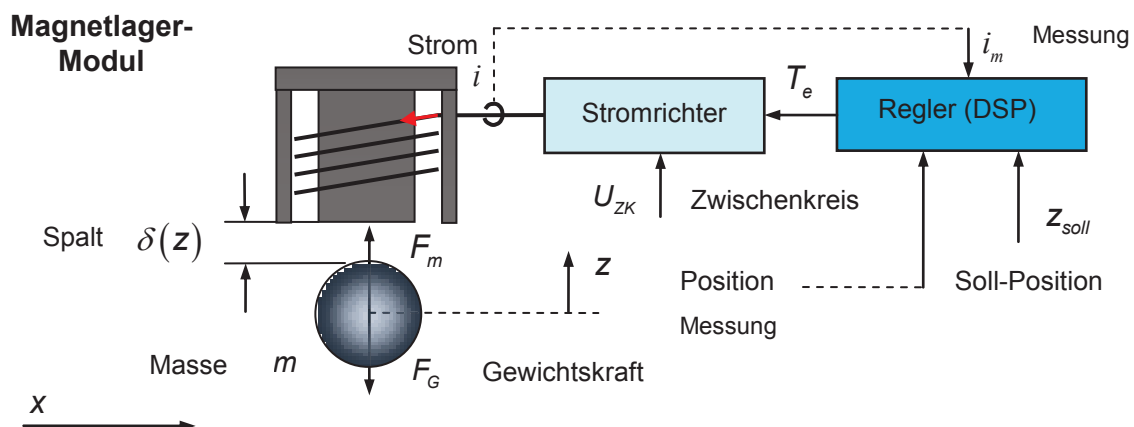


Abbildung 11: Einachsiges Magnetlager und vereinfachte Regelstrecke

Aus der Abbildung kann entnommen werden, dass die Kraft vom zugeführten Strom und der Position der Kugel abhängt. Zunächst wird der bereits hergeleitete Ausdruck mit Maxwell'schem Spannungstensor für die Kraftdichte in Abhängigkeit vom magnetischen Feld im Luftspalt betrachtet. Da von einer gleichmäßigen Kraftdichte ausgegangen wird, kann der Ausdruck mit der Oberfläche der Kugel multipliziert werden, so dass folgender Ausdruck entsteht:

$$F_m(B_L) = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot B_L^2}{\mu_0 \cdot 2} = c_F \cdot B_L^2 \quad (2.9)$$

R ... Radius der Kugel

B_L ... Induktion im Luftspalt

2 Magnetische Lagerung

Die Formel kann für die Auslegung der Regelung verwendet werden, wenn die Induktion im Luftspalt gemessen werden kann. Ist die direkte Messung der Induktion schwierig oder unmöglich, muss sie berechnet werden. Dazu kann der Durchflutungssatz genutzt werden:

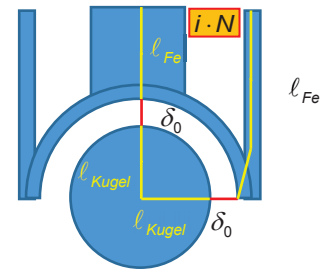
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \iint_{(A)} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = i \cdot N \quad (2.10)$$

Der magnetische Fluss wird durch das Eisen, die Kugel und durch den Luftspalt geführt, so dass die Summe der magnetischen Spannungen (im Luftspalt und Eisen) wie folgt berechnet wird:

$$2 \cdot H_{Fe} \cdot \ell_{Fe} + 2 \cdot H_{Kugel} \cdot \ell_{Kugel} + 2 \cdot H_L \cdot \delta_0 = i \cdot N \quad (2.11)$$

N ... Windungszahl

Die magnetischen Feldstärken können näherungsweise mit einer Permeabilität berechnet werden. Wird zunächst eine gleichbleibende Fläche für den magnetischen Fluss angenommen, ergibt sich folgender mathematischer Zusammenhang:



$$B_L \cdot 2 \cdot \left(\ell_{Fe} / \mu_{r,Fe} + \ell_{Kugel} / \mu_{r,Kugel} + \delta_0 - z \right) = \mu_0 \cdot i \cdot N \quad (2.12)$$

Daraus kann die gewünschte Induktion wie folgt berechnet werden:

Abbildung 12: Durchflutung

$$B_L(i, z) = \mu_0 \cdot \frac{i \cdot N}{\delta_{0ers} - z} \quad \text{mit} \quad \delta_{0ers} = 2 \cdot \left(\delta_0 + \ell_{Fe} / \mu_{r,Fe} + \ell_{Kugel} / \mu_{r,Kugel} \right) \quad (2.13)$$

Eingesetzt in die Gleichung lässt sich der Kraftausdruck in Abhängigkeit vom Strom angeben:

$$F_m(i, z) = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot N^2 \cdot \frac{i^2}{(\delta_{0ers} - z)^2} = c_i \cdot \frac{i^2}{(\delta_{0ers} - z)^2} \quad (2.14)$$

Der Ersatzluftspalt δ_{0ers} wird aus dem Durchflutungssatz bestimmt, wobei die Eisenweglängen darin enthalten sind. In diesem vereinfachten Fall wird davon ausgegangen, dass die Regelung des magnetischen Feldes als Stromregelung realisiert wird, so dass der Strom als Eingangsgröße des Magnetlagers definiert werden kann. Die Ausgangsgröße z ist dabei die Lage der Kugel. Das System stellt somit eine nichtlineare Funktion dar. Mit den einachsigen Bewegungsgleichungen kann das System im Zustandsraum zunächst mit zwei möglichen Varianten betrachtet werden:

I. Strombasiertes Modell (Strom i als Eingangsgröße) (2.15)

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} z \\ v \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\frac{c_i / m \cdot i^2}{(\delta_{0ers} - z)^2}}_{f(i,z)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}}_d \quad \mathbf{x} = (z \quad v)^T \quad y = h(\mathbf{x}) = z$$

II. Feldbasiertes Modell (Feld B_L als Eingangsgröße) (2.16)

2 Magnetische Lagerung

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} z \\ v \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ c_F/m \end{pmatrix}}_b \cdot \underbrace{B_L^2}_u + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}}_d \quad \mathbf{x} = (z \quad v)^T \quad y = h(\mathbf{x}) = z$$

Mit den beiden Gleichungssystemen lässt sich das einachsige Magnetlager dynamisch beschreiben. In der Variante I. wird der Strom i als Eingangsgröße definiert. In der Variante II. wird das magnetische Feld B_L als Eingangsgröße definiert.

Beide Varianten können mit Hilfe eines inneren Regelkreises realisiert werden. Um die Vor- und Nachteile der beiden Varianten betrachten zu können, ist es sinnvoll die Polstellen (Eigenwerte) zu untersuchen. Da diese Methode nur für lineare Systeme gilt, kann die Linearisierung am Arbeitspunkt angewandt werden. Im nächsten Schritt wird kurz auf die Ausführung des Lagers, mit und ohne Permanentmagnete, eingegangen. Für ein Hybridlager kann die Induktion im Luftspalt wie folgt angegeben werden:

$$B_L \approx \mu_0 \cdot \frac{H_c \cdot h_m + i \cdot N}{\delta_{0ers} - z} \quad \delta_{0ers} = 2 \cdot (\delta_0 + \ell / \mu_{rFe}) + h_m / \mu_{rPM} \quad (2.17)$$

μ_{rPM} ... Relative Permeabilität des Dauermagneten

Aus der Formel ist zu entnehmen, dass der Dauermagnet eine Ersatzdurchflutung erzeugt und dabei seinen Ersatzluftspalt vergrößert. Die Kraft berechnet sich analog zur Induktion:

$$F_m = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot B_L^2(i, z)}{\mu_0 \cdot 2} = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \left(\frac{H_c \cdot h_m + i \cdot N}{\delta_{0ers} - z} \right)^2 \quad (2.18)$$

h_m ... Höhe des Permanentmagneten

$H_c = B_R / \mu_m$... Koerzitivfeldstärke des Permanentmagneten ($\sim B$ Remanenz)

Je nach Auswahl des Permanentmagneten ergeben sich unterschiedliche Koerzitivfeldstärken von 0,87 bis 2,75 MA/m. Der Arbeitspunkt bei $i = 0$ A kann damit relativ einfach bestimmt werden:

$$h_m = \sqrt{\frac{F_{m0}}{c_i}} \cdot \frac{2 \cdot \delta_0 + \ell / \mu_{rFe}}{H_c - \frac{1}{\mu_m} \sqrt{\frac{F_{m0}}{c_i}}} \quad h_m \cong 200 \mu m \quad (2.19)$$

Damit lässt sich der magnetische Werkstoff auf eine gewünschte Induktion vormagnetisieren. Die wesentliche Frage ist es die Dynamik der beiden Ausführungen (elektrisches Magnetlager und Hybridlager) zu vergleichen. Am einfachsten ist der Vergleich der Kraftänderung bei einer Stromänderung im Arbeitspunkt. Diese kann wie folgt berechnet werden:

$$\Delta F_m = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot B_L}{\mu_0} \cdot \frac{\partial B_L}{\partial i} \cdot \Delta i \quad \rightarrow \quad \Delta F_m = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot B_{L0} \cdot N}{\delta_{0ers}} \cdot \Delta i \quad (2.20)$$

Aus der Gleichung ist zu entnehmen, dass die Kraftänderung sowohl von der stationären Induktion, als auch vom Ersatzluftspalt abhängt. Der Ersatzluftspalt ist beim Hybridlager um mindestens 10% größer als bei einer rein elektrischen Ausführung des Magnetlagers. Somit ist die Dynamik

2 Magnetische Lagerung

beim Kraftaufbau des Hybridlagers um mindestens 10% schlechter, als bei einer rein elektrischen Ausführung.

Ein nichtlineares System ohne Permanentmagnete mit einer Eingangsvariable u

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}) + \mathbf{g}(\mathbf{z}, u) \quad y = h(\mathbf{z}) \quad (2.21)$$

wird wie folgt am Arbeitspunkt (AP) linearisiert:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} (\mathbf{f}(\mathbf{z}_0) + \mathbf{g}(\mathbf{z}_0, \mathbf{u}_0))|_{AP} = \mathbf{A}^* \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} (\mathbf{g}(\mathbf{z}_0, \mathbf{u}_0))|_{AP} = \mathbf{B}^* \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} (h(\mathbf{z}_0))|_{AP} = \mathbf{C}^* \quad (2.22)$$

Für diese Betrachtungen ergeben sich zwei linearisierte Systeme in folgender Form:

Variante I (strombasiert):

$$\Delta \dot{\mathbf{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 \cdot c_i / m \cdot i_0^2 / \delta_0^3 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}^*} \cdot \begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta v \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot i_0 / \delta_0^2 \cdot c_i / m \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}^*} \cdot \Delta i \quad \Delta y = \Delta z \quad (2.23)$$

Variante II (feldbasiert):

$$\Delta \dot{\mathbf{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}^*} \cdot \begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta v \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot B_0 \cdot c_f / m \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}^*} \cdot \Delta B \quad \Delta y = \Delta z \quad (2.24)$$

Für die beiden Varianten kann der Arbeitspunkt wie folgt ausgedrückt werden:

$$i_0 = \sqrt{\frac{F_{m0}}{c_i}} \cdot (\delta_{0ers} - z) \quad B_{L0} = \sqrt{\frac{F_{m0}}{c_f}} \quad (2.25)$$

Um die unterschiedlichen Größen des Kugeldurchmessers aufzuzeigen, ist eine Tabelle erstellt worden, in der alle Zwischenparameter zusammengestellt sind. In der Tabelle sind notwendige Größen bei unterschiedlichen Kugelabmessungen berechnet worden, um eine Skalierung durchführen zu können. Das Gewicht wurde bei einer Dichte (ca. $7,8 \text{ g/cm}^3$) berechnet.

Tabelle 2: Skalierbarkeit der unterschiedlichen Kugelgrößen

	$R = 20 \text{ mm}$	$R = 4 \text{ mm}$	$R = 0,5 \text{ mm}$
δ_0	$3000 \mu\text{m}$	$1000 \mu\text{m}$	$100 \mu\text{m}$
$F_{m0} = 9,81 \cdot m_0$	$2,5 \text{ N}$	25 mN	$41 \mu\text{N}$
$i_0 \cdot N$	336 A	66 A	$5,2 \text{ A}$
B_{L0}	70 mT	32 mT	11 mT

So kann aus der Tabelle entnommen werden, dass bei allen Ausführungen die berechnete Induktion weit von der Sättigungsinduktion entfernt ist. Durch zusätzliche Streuflüsse kann es an manchen Stellen des Lagers dennoch zur Sättigung kommen. Aus den berechneten Arbeitspunkten ergeben sich für Variante I (strombasiert) zwei Eigenwerte $\pm 150 \text{ s}^{-1}$. Ein vorhandener positiver Eigenwert (Polstelle) zeigt, dass das System für die Variante I. instabil ist. Für Variante II (feldba-

2 Magnetische Lagerung

siert) ergibt sich ein doppelter Eigenwert mit dem Wert 0 s^{-1} . Das zeigt, dass das System grenzstabil ist. Grenzstabil bedeutet, dass das System mit dem vorgegebenen Arbeitspunkt eine Dauerschwingung ausführt. Das schwingende System mit diesem grenzstabilen Verhalten, welches einem zeitlichen Doppelintegrator entspricht, lässt sich gut regeln. Daher wird der Fokus dieser Arbeit auf die Feldregelung, kurz B-Regelung, gelegt.

Eine mögliche technische Ausführung wäre klassischer PI-Regler, der sowohl analog als auch digital ausgelegt werden kann. Der Regler gibt eine Spannung aus, die durch den Zwischenkreis begrenzt und durch den Stromrichter getaktet wird. Der Regler kann sehr schnell und stationär genau, z.B. mit dem Betragsoptimum, ausgelegt werden. Das wird im folgenden Bild verdeutlicht:

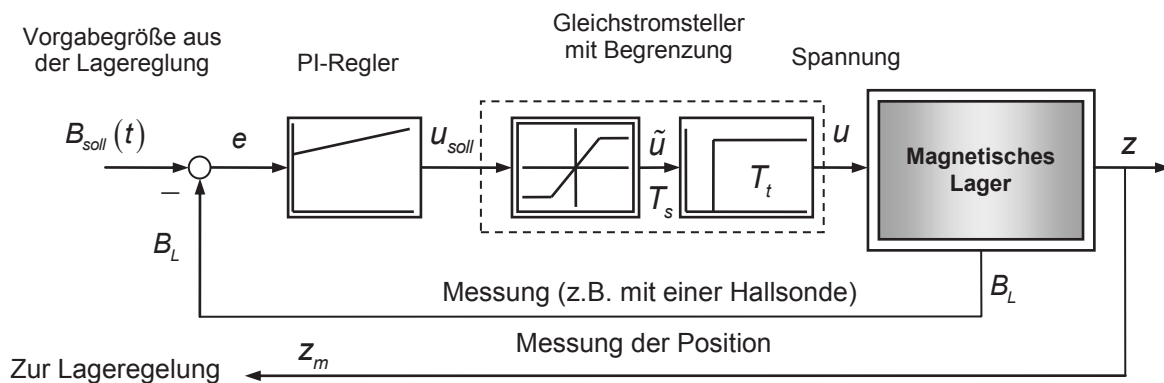


Abbildung 13: Einfache Feldstellung (Feldregelung) mit Hilfe der direkten Messung (z.B. Hallsonde)

Es ist zu beachten, dass es nicht immer möglich ist das B-Feld im Luftspalt zu messen. Dafür müsste das Magnetfeld mit Hilfe einer Transformations-Vorschrift durch eine Rechenoperation im DSP durchgeführt werden. Das Feld kann auch aus der Messung der Position und der Messung des Stromes berechnet werden. Für die dynamischen Eingangsgrößen (Ersatzgrößen) ist es bzgl. der Regelbarkeit sinnvoll, das Magnetfeld im Luftspalt zu messen, oder mit Hilfe des DSP zu berechnen. Für aktive Magnetlager sind zur Realisierung sowohl klassische als auch moderne Regelungsentwürfsverfahren, wie H_∞ - Regelung, Zustandsregelung, flachheitsbasierte Regelung, usw. möglich.

2.5.1 Fazit

Für die Vorbereitung zur Auslegung des Magnetlagers konnte anhand der Vorberechnungen und Ausführungen gezeigt werden, dass es sinnvoll ist, das Magnetlager als rein elektrisches Magnetlager auszuführen, um somit die größtmögliche Dynamik beim Feld- und Kraftaufbau zu erreichen. Ein wesentlicher Nachteil ist, dass im Schleifbetrieb keine magnetische Haltekraft notwendig ist. Das Magnetfeld des Permanentmagneten müsste elektrisch neutralisiert werden. Das würde zu erheblichen Verlusten in den Spulen führen. Außerdem bringt der Einsatz der Magnete immer fertigungstechnische Schwierigkeiten mit sich. Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass es sinnvoll ist, wenn die Induktion im Luftspalt und nicht der Strom als eine Eingangsgröße für die Regelung betrachtet werden kann. Damit ergibt sich eine bessere Regeldynamik und eine besse-

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

re Handhabung des Systems. Für die Messung des Feldes im Luftspalt müssen Hallsonden integriert werden. Auf die Auslegung des Magnetlagers wird im Kapitel 3 eingegangen. Es ist sinnvoll für die Stromstellung MOSFETs zu verwenden, um damit höhere Taktfrequenzen zu gewährleisten. Für eine sinnvolle Ausführung und die maximale Dynamik ist ein Einsatz von 3- bzw. 4-Quadrantensteller notwendig und für die Realisierung des Regelungskreises ist ein spezieller Mikroprozessor (DSP) notwendig, um schnelle Rechenoperationen durchführen zu können. Für die Lageerfassung müssen Abstandssensoren integriert werden. Auf den Entwurf der Regelung wird in Kapitel 6 eingegangen. Aus allen benannten Systemgrenzen soll nun ein dreiachsiges magnetisches Lager samt Regelung und Versorgungseinheit entworfen werden, welches alle Vorgaben und Systemgrenzen berücksichtigt.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

In diesem Kapitel wird die Auslegung eines Magnetlagers, welches auf dem Prinzip des Elektromagnetismus beruht, behandelt. Dabei werden die Krafterzeugung, die Dynamik und die Stellgrößenreserve in den Vordergrund gestellt.

Bevor auf die Erzeugungsmethoden der magnetischen Felder und die Regelung eingegangen wird, ist es sinnvoll das gesamte magnetische Feld im Magnetlager zu berechnen und zu untersuchen. So wird zunächst auf die Feldgrößen eingegangen, bevor im weiteren Schritt die Modellierung des Magnetlagers betrachtet wird.

3.1 Grundgleichungen des magnetischen Feldes

Als wichtigste und für das Magnetfeld wesentliche Größen sind die magnetische Induktion \mathbf{B} und das magnetische Vektorpotential \mathbf{A} , die sich aus der Lorentz-Kraft und bewegter Ladungsmenge (\sim Stromdichte \mathbf{J}) ableiten:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = \iiint_{(V)} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) d\tau \quad (3.1)$$

Aus $\text{div rot } \mathbf{A} = \text{div } \mathbf{B} = 0$ folgt, dass es beim magnetischen Feld im Vergleich zum elektrostatischen Feld keine magnetischen Ladungen, Monopole, gibt. Auf die Vektorgröße \mathbf{A} wird noch im Kapitel 4 explizit eingegangen. Die Induktion \mathbf{B} wird für die Berechnung der Kräfte verwendet.

Die Herleitung des theoretischen Konzepts zur Berechnung der magnetischen Kräfte für ein dreiachsiges Magnetlager wird in den Vordergrund gestellt. Denn nur eine relativ genaue Analyse aller Magnetfeldgrößen erlaubt einen tieferen Einblick in die elektrodynamischen Effekte und in die Auslegung des Magnetlagers. Genaueres lässt sich in [Nel03], [Orl09] und [Lau07] finden.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

3.2 Auslegung des magnetischen Kreises und der Kräfte für die magnetische Lagerung

Die meisten technisch nutzbaren Systeme begrenzen sich auf Isolator, Leiter und Halbleiter. Den klassischen Betrachtungen liegt eine Vorstellung zugrunde, dass der elektrische Strom wie eine fein verteilte und dehnbare Flüssigkeit aufgefasst wird. Das Magnetfeld entsteht durch elektrische Stromdichte, welche durch geladene Teilchen in beliebiger Materie (in Gasen, Vakuum und in festen Werkstoffen) entsteht. Der Strom führt zum Aufbau des Magnetfeldes, welches wiederum technisch nutzbare Effekte mit sich bringt. Im nächsten Schritt wird auf die Berechnung und die Dimensionierung der magnetischen Kräfte und des magnetischen Kreises eingegangen.

3.2.1 Berechnungen magnetischer Kräfte für eine Schleifkugel

Um die magnetische Lagerung zu entwerfen, müssen zunächst alle Randwerte und Grenzen bekannt sein. So ist es ebenfalls wichtig die Gesamtgeometrie, bzw. die Gesamtkonstruktion, zu beachten, damit die technisch sinnvolle Funktion realisiert werden kann. Zunächst soll die Abbildung betrachtet werden, welches das Funktionsprinzip der magnetischen Lagerung für eine kleine Werkzeugmaschine darstellt. Die Kugel befindet sich im Arbeitspunkt (Ruhelage) und hat einen Radius R_1 . Der Hohlraum, in dem sich die Kugel bewegen kann, begrenzt sich auf den äußeren Radius R_2 . Auf die Kugel wirkt radial im Luftspalt die magnetisch erzeugte Kraftdichte τ_r .

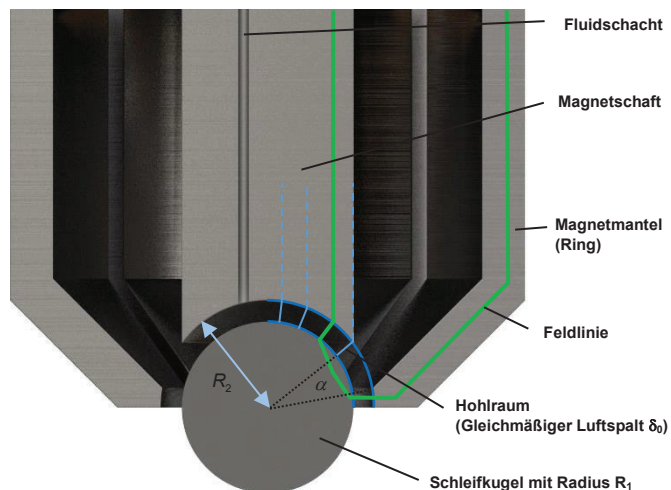


Abbildung 14: Prinzip-Skizze der magnetischen Lagerung mit einer Schleifkugel und dem Feldverlauf

Es können nur im Hohlraum magnetische Kräfte erzeugt werden, die die Prozesskräfte vollständig kompensieren können. Unabhängig von der Spulengeometrie und der Wahl des Magnetwerkstoffs ist es sinnvoll eine gleichmäßige Kraftdichte in dem Hohlraum (Kalotte) zu erzeugen, um die Symmetrie zu gewährleisten. Mit der konstanten Kraftdichteverteilung (s. Maxwellscher Spannungstensor σ) wird die Kraft berechnet:

$$\mathbf{F}_m = \oint \sigma \cdot d\mathbf{A} \quad (3.2)$$

Zunächst ist es sinnvoll den Maxwellschen Spannungstensor mit der Flächenparametrisierung in die Kugelkoordinaten zu transformieren. Dabei entstehen ebenfalls drei neue Flächenvektoren (A_r, A_ν, A_φ). Wegen der Symmetrie entsteht nur die radiale Komponente A_r . Damit kann über die komplette Oberfläche der Kugel das Integral berechnet werden.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Das magnetische Feld hat vereinfacht betrachtet nur eine Komponente B_r im Luftspalt. Die magnetische Kraft soll dagegen im kartesischen System bleiben. Der Tensor kann ebenfalls, wenn die Streueffekte am Rand vernachlässigt werden, in Kugelkoordinaten transformiert werden und über die obere Hälfte der Kugel berechnet werden:

$$\mathbf{F}_m = \iint_0 \frac{1}{2} \cdot \frac{B_r^2}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi \cdot \sin \nu \\ \sin \varphi \cdot \sin \nu \\ \cos \nu \end{pmatrix} \cdot dA_r = \iint_{\pi/2}^{2\pi} \tau_r \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi \cdot \sin \nu \\ \sin \varphi \cdot \sin \nu \\ \cos \nu \end{pmatrix} \cdot r^2 \cdot \sin \nu \cdot d\varphi \cdot d\nu \quad (3.3)$$

3.2.2 Auslegung für eine gleichmäßige Kraftdichte in der Kalotte

Als berechnetes, vereinfachtes Beispiel (ohne Feldöffnungen) ergibt sich nur eine Komponente der Kraft:

$$\mathbf{F}_m = \tau_r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pi \cdot R_1^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_r^2}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pi \cdot R_1^2 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

τ ... magnetischer Kraftdichtevektor in N/m^2

Für das miniaturisierte Werkzeug soll für eine Schleifkugel mit einem Radius $R_1 = 4 \text{ mm}$ eine magnetische Lagerung entworfen werden. Die Schleifkugel besteht aus einem ferromagnetischen Material. Bei einer zunächst gleichmäßigen radialen Kraftdichteverteilung $\tau_r = \text{const.}$ ergibt sich eine magnetische Kraft, die mit Hilfe der Kugelparametrisierung in kartesischen Koordinaten berechnet wird. Die Grenzen werden über die Oberfläche gesetzt.

$$\mathbf{F}_m = R_1^2 \cdot \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\alpha_1} \tau_r \cdot \sin \nu \cdot \cos \nu \cdot d\nu + \int_{\alpha_2}^{\pi/2} \tau_r \cdot \sin \nu \cdot \cos \nu \cdot d\nu \right) \cdot d\varphi = \frac{4}{5} \cdot \tau_r \cdot \pi \cdot R_1^2 \cdot \mathbf{e}_z \quad (3.5)$$

Bei einer gleichmäßigen Kraftdichteverteilung ergibt sich wie erwartet zunächst nur eine Kraftkomponente, die in die positive z-Richtung wirkt. Der Winkel α_1 beträgt dabei 10° und der Winkel α_2 30° . Durch den Öffnungswinkel α von ca. 20° geht ca. 20 % der Kraft verloren (vgl. (3.4)).

Das Gewicht der Kugel würde bei der Dichte von Automatenstahl (Dichte ca. $7,8 \text{ g/cm}^3$) ca. 2 g ergeben, was einer Kraft ca. 20 mN entsprechen würde. Aus der berechneten Kraftformel (s. oben) ergibt sich eine erforderliche Kraftdichte von ca. $0,4 \text{ mN/mm}^2$. Die Kraftdichte kann ebenfalls durch das magnetische Feld ausgedrückt werden, so dass sich daraus die magnetische Flussdichte berechnet werden kann:

$$B_r = \pm \sqrt{\frac{5 \cdot \mu_0 \cdot F_z}{2 \cdot \pi \cdot R_1^2}} = \pm k \cdot \frac{\sqrt{F_z}}{R_1} \quad (3.6)$$

Es stellt somit eine wurzelförmige Abhängigkeit dar. Der Radius der Kugel geht reziprok proportional in die Gleichung mit ein. Für die erforderliche Gewichtskraft ergibt sich eine Induktion von 36 mT im Luftspalt. Bei den häufig verwendeten Magnetwerkstoffen liegt die Sättigungsinduktion über 2 T. Somit ist der notwendige Arbeitspunkt weit von Sättigungseffekten entfernt. Die radiale

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Induktionskomponente kann sowohl negative als auch positive Werte annehmen. Mit Hilfe der Gleichung gibt es zusätzlich die Möglichkeit die Geometrie skalieren zu lassen, um später evtl. auf andere Kugeldurchmesser zu dimensionieren.

3.2.3 Auslegung für eine einachsige Lagerung

Aus der Quellenfreiheit des magnetischen Feldes kann über der Oberfläche der Kugel jedoch keine gleichmäßige Induktionsverteilung erzeugt werden, weil der magnetische Fluss sich schließen muss. Dadurch entstehen Feldlücken und Richtungswechsel. Dazu wurde eine Idee entwickelt, die Winkel ν_1 und ν_2 so zu dimensionieren, dass der Betrag des Feldes B_r im mittleren Schaft und im äußeren Ring konstant bleibt, um eine gleichmäßige radiale Kraftdichte zu erzeugen. Die nachfolgende Abbildung verdeutlicht es. Es ist also der mittlere Öffnungswinkel gesucht, der so geartet ist, dass die Induktion in beiden Luftspalten identisch ist. Damit wird eine sinnvolle Ausnutzung des Magnetwerkstoffs gewährleistet.

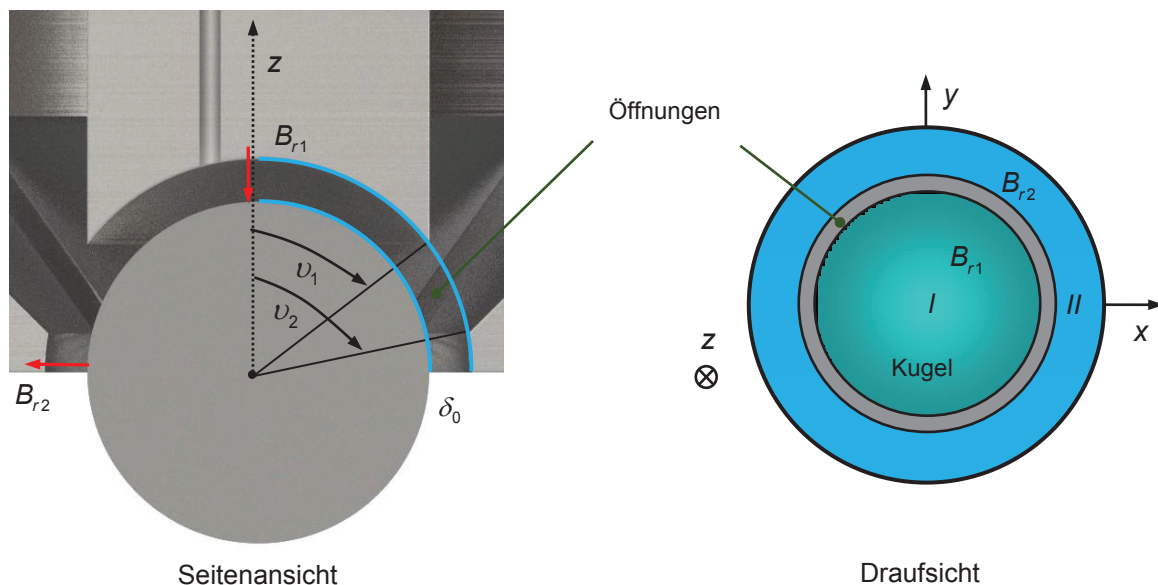


Abbildung 15: Dimensionierung der Feldverteilung in den einzelnen Abschnitten

Die Abbildung links zeigt zwei Öffnungen, die eingebaut werden müssen, um die Bereiche zu trennen. Auf der Oberseite des Magnetlagers ist zusätzlich ein Deckel, der den magnetischen Fluss schließt, notwendig. Der mittlere Winkel ν_m stellt dabei den gesuchten Winkel dar. Die Abbildung oben rechts zeigt eine Draufsicht auf den Bereich der Kalotte. Im Öffnungsbereich zwischen der positiven und der negativen Feldkomponente soll die radiale Komponente des Feldes vernachlässigbar klein sein und die Winkeldifferenz in der Öffnung von 20° ($\pi/9$) aus der Geometrie übernommen werden. Die Divergenz-Bedingung des magnetischen Feldes in der Kalotte kann nur dann erreicht werden, wenn die Kalotte in zwei Bereiche (I und II) aufgeteilt wird. Dabei ist der Winkel ν_m aus dem arithmetischen Mittelwert zu bestimmen. In Kugelkoordinaten ergibt sich zunächst folgende Integration:

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad \rightarrow \quad \int_0^{\nu_m - \pi/18} B_{r1} \cdot \sin(\nu) \cdot d\nu + \int_{\nu_m + \pi/18}^{\pi/2} B_{r2} \cdot \sin(\nu) \cdot d\nu = 0 \quad (3.7)$$

Für die kontinuierliche Kraftdichteverteilung im Luftspalt

$$B_{r1}^2 = B_{r2}^2 \quad \rightarrow \quad B_{r1} = -B_{r2} \quad (3.8)$$

ergibt sich folgende Gleichung mit dem Ergebnis:

$$1 - 2 \cdot \cos(\nu_m) = 0 \quad \rightarrow \quad \nu_m = \pi/3 \quad (3.9)$$

Mit dem mittleren Öffnungswinkel ν_m von $\pi/3$ (60°) können gleichmäßige Kraftdichten im mittleren Schaft und dem äußeren Ring erzeugt werden. Das magnetische Feld kann tatsächlich nicht vollständig innerhalb der zwei Bereiche als isoliert betrachtet werden, weil die Luft (Vakuum) ebenfalls das magnetische Feld führt, wodurch eine Streuung entsteht. Für die zunächst vereinfachte Berechnung der Krafterzeugung wird der Öffnungswinkel oberhalb der Kalotte als sehr klein betrachtet, und dabei die Streueffekte vernachlässigt.

3.2.4 Realisierung eines dreiachsigen Lagers durch mechanische Trennungen

Wie bereits in der Einführung beschrieben, ist eine Realisierung eines magnetischen Lagers erforderlich, welches nicht nur eine Komponente, sondern einen magnetischen Kraftvektor im dreidimensionalen Raum erzeugt. In den nächsten Schritten werden Möglichkeiten vorgestellt, die zu einer technisch sinnvollen Lösung führen. Diese Schritte beschreiben die Möglichkeiten, wie eine 3D-Lagerung mit Hilfe untergeordneter 2D-Lagerung realisiert werden kann. Als erstes werden die Varianten im Sinne einer Halbkugel betrachtet, indem die Fläche der Kalotte (obere Halbkugel) in symmetrische Einzelbereiche zerteilt wird. Zunächst werden einfache Trennungen betrachtet, die zur Krafterzeugung beitragen sollen.

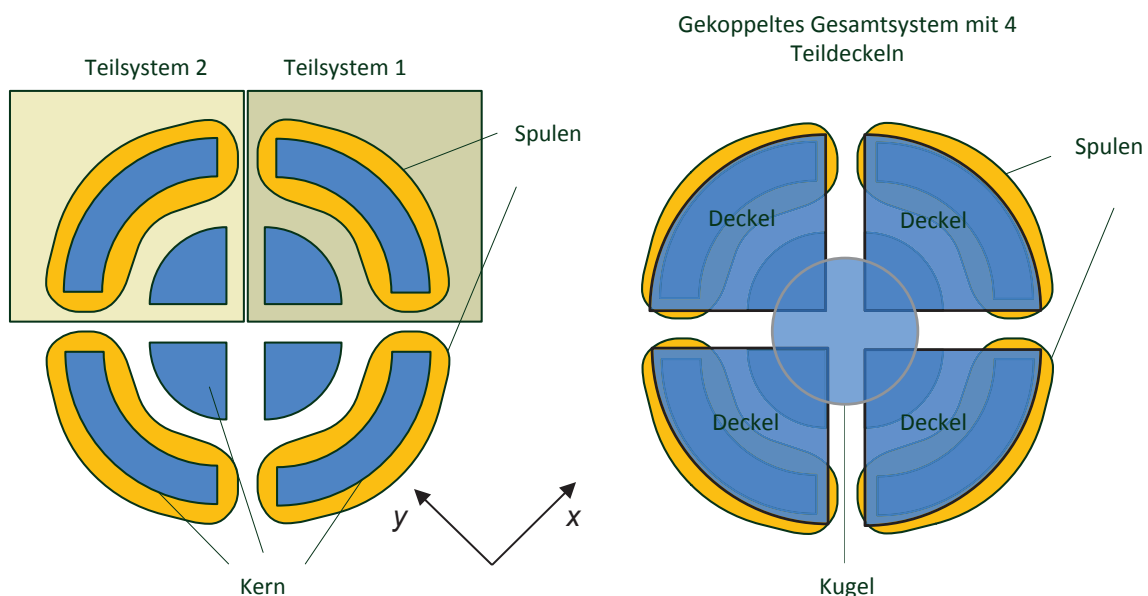


Abbildung 16: Einfache Schnitte des Schafts und der äußeren Schenkel

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Der wesentliche Vorteil liegt in der Entkopplung der magnetischen Komponenten des Systems. Die Geometrie wird in zwei Teile aufgeteilt. Es entstehen zwei Viertel einer Kugeloberfläche. Auf diese Art werden zwei magnetische Flüsse, die entkoppelt voneinander sind, erzeugt. Um dies zu realisieren, muss der Öffnungswinkel groß genug sein, um die beiden Teilsysteme als getrennt zu betrachten (dieser wurde bei 20° belassen). Die Flüsse schließen sich im oberen Teil des Schafes der jeweiligen Viertelkugel. Der Vorteil eines durchgehenden Schnittes liegt in der kompletten magnetischen Entkopplung. Der magnetische Fluss, der auf der rechten Seite erzeugt wird, schließt sich nur in der rechten Hälfte. Der linke Fluss schließt sich dagegen unabhängig vom rechten Fluss in der linken Hälfte. Die Kraft wird zusätzlich aus diesen zwei Komponenten berechnet. Zusammenfassend ergibt sich folgendes Gleichungssystem in vektorieller Schreibweise:

$$\mathbf{F}_m(\tau_{r1}, \tau_{r2}) = \begin{pmatrix} F_{mx} \\ F_{mz} \end{pmatrix} = \frac{\pi \cdot R^2}{2} \cdot \begin{pmatrix} \tau_{r1} - \tau_{r2} \\ \tau_{r1} + \tau_{r2} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Um ein derartiges zweidimensionales System regeln zu können ist es sinnvoll, während der Entwurfsphase darauf zu achten, wo sich die Grenzen des Stellgrößenbereichs befinden. Das Verfahren muss auf die Art und Weise erfolgen, als ob die einzelnen Kraftdichten die entsprechenden Stellgrößen darstellen würden. Aus diesem Grund wird das vorhandene System auf Entkoppelbarkeit geprüft. Die einzelnen Kraftdichten τ_{r1} , τ_{r2} stellen die Stellgrößen dar. Die Kraftdichten haben einen linearen Zusammenhang mit dem magnetischen Kraftvektor. Aus den Kraftdichten lassen sich nachfolgend die dafür notwendigen Induktionen berechnen.

$$\begin{pmatrix} \tau_{r1} \\ \tau_{r2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\pi \cdot R^2} \cdot \begin{pmatrix} F_z + F_x \\ F_z - F_x \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} B_{r1} \\ B_{r2} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_0}{\pi \cdot R^2}} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{F_z + F_x} \\ \sqrt{F_z - F_x} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Mathematisch lässt sich also zeigen, dass dieses zweiachsige System vollständig entkoppelbar und bijektiv ist. Die Kraftdichten können nur positive Werte annehmen. Das Entwurfsverfahren kann im Hinblick auf die Regelung so übernommen werden, weil das Konzept die regelungstechnischen Umsetzungsmöglichkeiten berücksichtigt. Sollte jedoch die erforderliche x - Komponente betragsmäßig größer als die z - Komponente der Kraft sein, so wird der Ausdruck in der Wurzel negativ, was zu einem imaginären, also unmöglichen Ergebnis führt. Des Weiteren kommt hinzu, dass auf die Kugel unbekannte Kräfte auch in z - Richtung wirken können.

$$|F_x| \leq F_z \quad (3.12)$$

Je nach dem für die Regelungsstruktur verwendeten Modell (strom- oder feldbasiert) berechnet der Regler unterschiedliche und dynamische Werte als Sollgrößenvorgaben. Die Priorität der Betrachtung hat die z - Komponente der Kraft, weil diese das Gewicht der Kugel mit dem Magnetfeld kompensiert.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

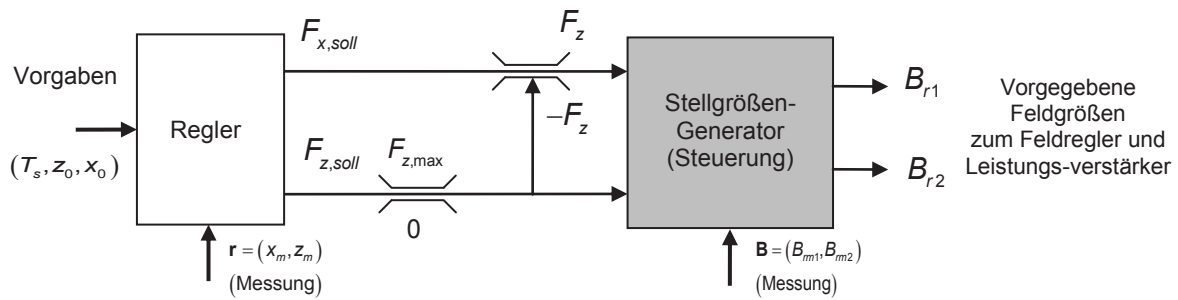


Abbildung 17: Dynamische Steuerung mit Stellgrößenbegrenzung

Die dynamische Beschränkung der Stellgrößen soll anhand eines Beispiels erläutert werden. Es wird angenommen, dass die Schleifkugel von unten nach oben gepresst wird, so dass die vom Regler gewünschte Haltekraft nahezu null ist ($F_{mz} \approx 0$). Unter dynamischer Stellgrößenbeschränkung wird dann verstanden, dass eine maximal erzeugte x - Komponente der Kraft ebenfalls nahe Null liegen sollte und mit speziellen Algorithmen realisiert wird. Im Fall, dass der Regler momentan eine größere x - Komponente der Kraft vorgeben sollte, wäre es unmöglich eine solche Kraft zu erzeugen, die größer als die erforderliche z - Komponente der Kraft sein müsste. Die komplette mechanische Trennung der Geometrie stellt nur eine der Methoden dar, wie die Stellgrößengrenzen berechnet werden können, dar. Eine weitere Möglichkeit ist die Trennung der äußeren Ringe, die noch erläutert werden wird.

Als weiterer Schritt in Bezug auf die mechanische Trennung werden zwei Methoden dargestellt, wie aus den symmetrischen Zerteilungen ein dreiaxsiges Magnetlager realisiert werden kann. Dabei können 3 oder 4 Spulen für die Felderzeugung angebracht werden. Die magnetischen Kräfte im Arbeitspunkt werden für ein dreiphasiges System nach dem gleichen Prinzip, wie für ein zweiachsiges Magnetlager berechnet. Die Kräfte werden nach dem gleichen Schema berechnet, wobei es einen linearen Zusammenhang zwischen den Kraftdichten und den Kräften gibt. Als weitere Auslegungsmöglichkeit eines dreiachsigen Magnetlagers kann die Variante mit 4 Phasen betrachtet werden. Die Kräfte werden nach dem gleichen Prinzip berechnet und lassen sich in einer Matrix zusammenfassen:

$$\mathbf{F}_m(\tau_{r1}, \tau_{r2}, \tau_{r3}, \tau_{r4}) = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \frac{\pi \cdot R^2}{4} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tau_{r1} \\ \tau_{r2} \\ \tau_{r3} \\ \tau_{r4} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Das System ist zwar mathematisch überbestimmt, allerdings kann es durch zwei 2D-Systeme ersetzt werden. Diese wären zwar durch die z - Komponente der Kraft immer noch gekoppelt, allerdings kann die Aufteilung der erforderlichen z - Komponente in zwei halbe Anteile erfolgen. Das erste 2D-Teilsystem soll exakt die Hälfte der Kraft und das zweite System exakt die andere Hälfte tragen. So entsteht eine konsequente Entkopplung in zwei symmetrische Teilsysteme, die bijektiv sind:

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

$$\mathbf{F}_I(\tau_{r1}, \tau_{r3}) = \begin{pmatrix} F_x \\ F_z/2 \end{pmatrix} = \frac{\pi \cdot R^2}{4} \cdot \begin{pmatrix} \tau_{r1} - \tau_{r3} \\ \tau_{r1} + \tau_{r3} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{F}_{II}(\tau_{r2}, \tau_{r4}) = \begin{pmatrix} F_y \\ F_z/2 \end{pmatrix} = \frac{\pi \cdot R^2}{4} \cdot \begin{pmatrix} \tau_{r2} - \tau_{r4} \\ \tau_{r2} + \tau_{r4} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Die Lösung der Umkehrfunktionen für die Kraftdichten und die magnetischen Felder kann direkt angegeben werden:

$$\begin{pmatrix} \tau_{r1} \\ \tau_{r3} \end{pmatrix} = \frac{2}{\pi \cdot R^2} \cdot \begin{pmatrix} F_z/2 + F_x \\ F_z/2 - F_x \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} B_{r1} \\ B_{r3} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_0}{\pi \cdot R^2}} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{F_z/2 + F_x} \\ \sqrt{F_z/2 - F_x} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$\begin{pmatrix} \tau_{r2} \\ \tau_{r4} \end{pmatrix} = \frac{2}{\pi \cdot R^2} \cdot \begin{pmatrix} F_z/2 + F_y \\ F_z/2 - F_y \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} B_{r2} \\ B_{r4} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_0}{\pi \cdot R^2}} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{F_z/2 + F_y} \\ \sqrt{F_z/2 - F_y} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Es ergibt sich damit ein Stellgrößengenerator für die notwendigen magnetischen Kräfte, welcher im nächsten Bild dargestellt ist.

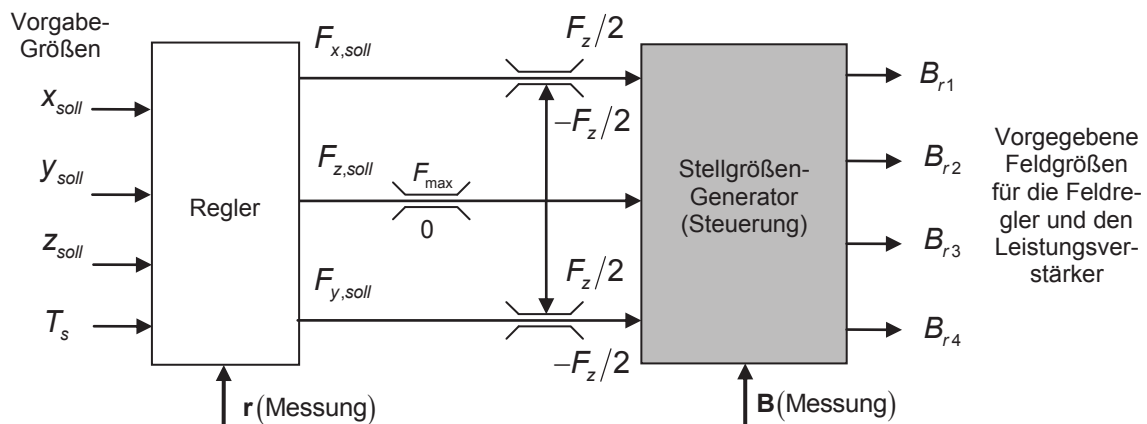


Abbildung 18: Dynamische Stellgrößenbeschränkung

Aus den Stellgrößenbegrenzungen bei einem dreiachsigen Lager ist ersichtlich, dass die dynamische Stellgrößengrenze in x - oder y - Richtung gegenüber der zweiachsigen Dimensionierung um die Hälfte reduziert wird. Diese Variante kann für die Anwendung nur begrenzt sinnvoll verwendet werden, weil die magnetischen Kräfte in die z - Richtung ungleich null und gleichzeitig eine Komponente in die x - oder y - Richtung erzeugen können, falls dieser Zustand erforderlich ist.

Wie schon erwähnt sind weitere Lösungen notwendig, die im nächsten Schritt dargestellt werden. Dabei sollte ein Ansatz verwendet werden, bei dem sich die in den Spulen erzeugten magnetischen Flüsse durch einen gemeinsamen magnetischen Fluss im mittleren Kern schließen. Es wird hier gezielt eine Kopplung der zusätzlichen magnetischen Größen durchgeführt. Der Vorteil dieser Betrachtung liegt darin, dass der magnetische Fluss (auch Tragfluss genannt) durch die anderen Flüsse gezielt geschwächt werden kann. Dazu soll zunächst wieder die 2D-Variante betrachtet werden.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

3.2.5 Realisierung des Lagers durch Trennungen der äußeren Ringe

Eine der technisch sinnvollsten Methoden ist es, eine sehr geringe z-Kraft und gleichzeitig von null verschiedene x -, bzw. y - Kräfte zu erzeugen. Das ist durch Trennung des äußeren Ringes in mehrere Einzelteile und gleichzeitiges Zulassen der Kopp- lung der magnetischen Flüsse im middle- ren Schaft (Mittlerer Zylinder) möglich. Anhand der Abbildung ist zu erkennen, dass der äußere Ring des Schaftes ohne technische Schwierigkeiten in zwei oder mehrere Teile aufgeteilt wer- den kann. Es werden zwei lokale magnetische Flüsse (von den Spulen) erzeugt. Die Flüsse schließen sich in der Mitte des Schaftes. Die Kraft wird zusätzlich aus einer zusätzli- chen Komponente berechnet. Nachdem nun die mathematischen Zusammenhänge in der Ruhelage (Soll- Lage) bekannt sind, ist es wichtig die einzelnen Steuerbereiche τ_{r1} , τ_{r2} , τ_{r3} zu ermitteln. Das magnetische Feld wird über das Oberflächenintegral festgelegt. Aus der Berechnung ergibt sich eine Zusammensetzung aus den beiden Anteilen:

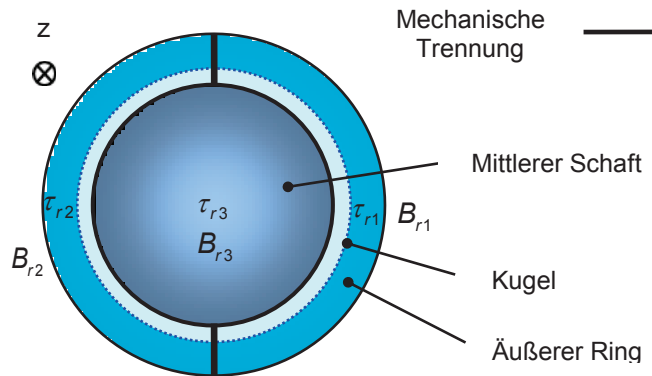


Abbildung 19: Aufteilung des Ringes (Ansicht von oben)

Die Flüsse schließen sich in der Mitte des Schaftes. Die Kraft wird zusätzli- chen Komponente berechnet. Nachdem nun die mathematischen Zusammenhänge in der Ruhelage (Soll- Lage) bekannt sind, ist es wichtig die einzelnen Steuerbereiche τ_{r1} , τ_{r2} , τ_{r3} zu ermitteln. Das magnetische Feld wird über das Oberflächenintegral festgelegt. Aus der Berechnung ergibt sich eine Zusammensetzung aus den beiden Anteilen:

$$B_{r3} = -\frac{B_{r1} + B_{r2}}{2} \quad (3.18)$$

Daraus ist eine Vorschrift entstanden, in der nur zwei von insgesamt drei erforderlichen Größen und Bereichen steuerbar sind. Somit hätte es keinen technischen Sinn über jeden der drei Berei- che eine Spule zu legen, obwohl dies ebenfalls möglich wäre. Um die Felder zu erzeugen genügt es also, zwei Spulen um die Bereiche I und II zu wickeln. Daraus ergibt sich für die einzelnen Bereiche folgender Zusammenhang:

$$F_z = \frac{\pi \cdot R^2}{8} \cdot \frac{5 \cdot B_{r1}^2 + 6 \cdot B_{r1} \cdot B_{r2} + 5 \cdot B_{r2}^2}{4 \cdot \mu_0} \approx 0,1 \cdot \frac{R^2}{\mu_0} \cdot (5 \cdot B_{r1}^2 + 6 \cdot B_{r1} \cdot B_{r2} + 5 \cdot B_{r2}^2) \quad (3.19)$$

Die notwendigen physikalischen Zusammenhänge für die x - Achse sind in der Formel festgelegt:

$$F_x = \frac{2\pi + \sqrt{27}}{12} \cdot \frac{R^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot (B_{r1}^2 - B_{r2}^2) \approx 0,96 \cdot \frac{R^2}{\mu_0} \cdot (B_{r1}^2 - B_{r2}^2) \quad (3.20)$$

Zusammenfassend entsteht folgendes nichtlineares System.

$$\mathbf{F}_m(\mathbf{B}_r) = \begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} = \frac{R^2}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 0,96 \cdot (B_{r1}^2 - B_{r2}^2) \\ 0,5 \cdot (B_{r1}^2 + 1,4 \cdot B_{r1} \cdot B_{r2} + B_{r2}^2) \end{pmatrix} \approx \frac{R^2}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 0,96 \cdot (B_{r1}^2 - B_{r2}^2) \\ 0,4 \cdot (B_{r1} + B_{r2})^2 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Das System beschreibt den Einfluss der einzelnen Feldbereiche sowie das Entstehen einer sehr geringen z - Komponente der Kraft bei gleichzeitig einer beliebigen x - Komponente. Um die Stellgrenzen dieses Systems zu analysieren ist eine nichtlineare zweidimensionale Umkehrfunk- tion in zwei Schritten notwendig:

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

$$B_{r1}^2 = \frac{F_x \cdot \mu_0}{0,96 \cdot R^2} + B_{r2}^2 \quad B_{r2} = \sqrt{\frac{F_z \cdot \mu_0}{0,4 \cdot R^2}} - B_{r1} \quad (3.22)$$

Eingesetzt ergibt sich folgende mathematische Abhängigkeit:

$$B_{r1} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z} + 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z}} \right) \quad B_{r2} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z} - 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z}} \right) \quad (3.23)$$

Aus der ersten Begrenzung wird (wie bei allen voran gegebenen Varianten) ersichtlich, dass die z-Kraft wegen des Wurzelausdrucks keine negativen Werte annehmen darf. Aufgrund der Division durch den Wurzelausdruck der z - Komponente der Kraft wird deutlich, dass diese zwar klein, aber nicht null sein darf.

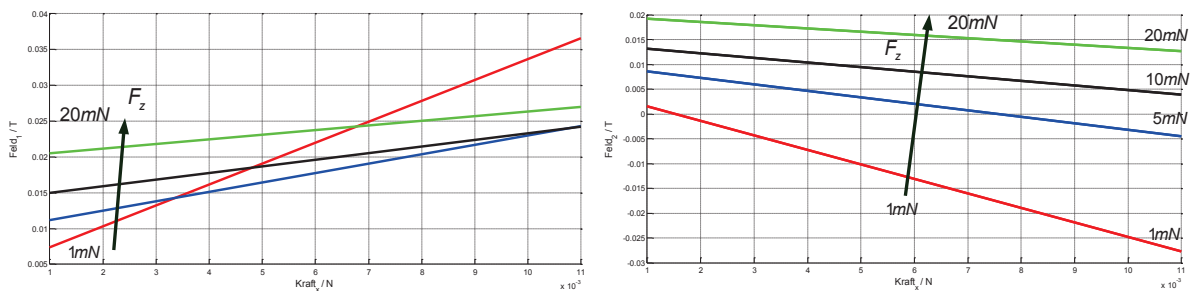


Abbildung 20: Berechnete Felder, um die notwendigen Kräfte zu erzeugen

Je nach Auslegung muss die z - Komponente der Kraft etwas größer als Null sein und durch den Mikrorechner entsprechend begrenzt werden. Ist diese Beschränkung realisiert worden, kann bzgl. der x - Komponente der Kraft eine nahezu beliebige Dynamik und ein maximaler Steuerbereich erreicht werden. Anhand der Abbildung 20 ist zu entnehmen, dass sogar bei relativ geringen z - Kräften eine Lösung existiert, allerdings dann die Beträge der Flüsse deutlich größer werden. In diesem Fall sollte eine bereits erwähnte, dynamische Stellgrößenbeschränkung verwendet werden, weil diese nicht mehr von den anderen Komponenten der geforderten Kräfte abhängt. Somit ergeben sich zusätzlich Vorteile bzgl. der Dynamik des Magnetlager-Systems. In den folgenden Abbildungen ist eine Realisierung eines 3D-Magnetlagers dargestellt.

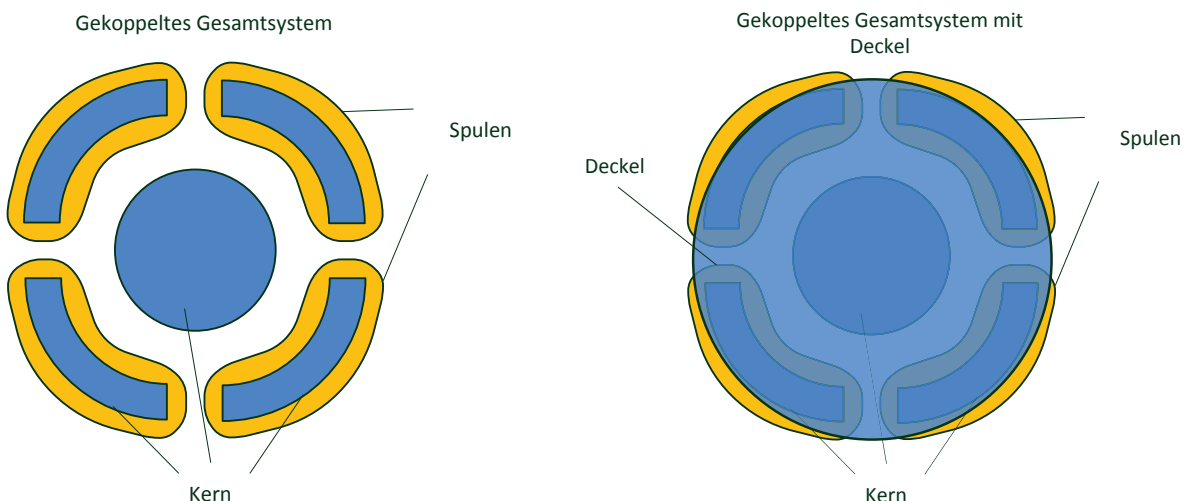


Abbildung 21: Dreiaxsiges Magnetlager mit vier Schenkeln.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Die Variante mit vier statt drei Spulen stellte sich als die sinnvollste bzgl. der Entkopplung heraus (ohne mathematischen Beweis). Sie bietet die größte Dynamik und sehr gute Entkopplungseigenschaften aufgrund der Symmetrie.

$$\mathbf{F}_m(\mathbf{B}_r) = \frac{R^2}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \cdot (B_{r1}^2 - B_{r3}^2) \\ 0,5 \cdot (B_{r2}^2 - B_{r4}^2) \\ 0,4 \cdot (B_m)^2 \end{pmatrix} = \frac{R^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \begin{pmatrix} (B_{r1}^2 - B_{r3}^2) \\ (B_{r2}^2 - B_{r4}^2) \\ 0,1 \cdot (B_{r1} + B_{r2} + B_{r3} + B_{r4})^2 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Es entsteht folgendes Gleichungssystem, welches aus zwei 2D-Systemen besteht. Die Umkehrabbildungen liefern folgende mathematische Zusammenhänge:

$$B_{r1} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} + 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z/2}} \right)} \quad B_{r3} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} - 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z/2}} \right)} \quad (3.25)$$

$$B_{r2} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} + 0,66 \cdot \frac{F_y}{\sqrt{F_z/2}} \right)} \quad B_{r4} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} - 0,66 \cdot \frac{F_y}{\sqrt{F_z/2}} \right)} \quad (3.26)$$

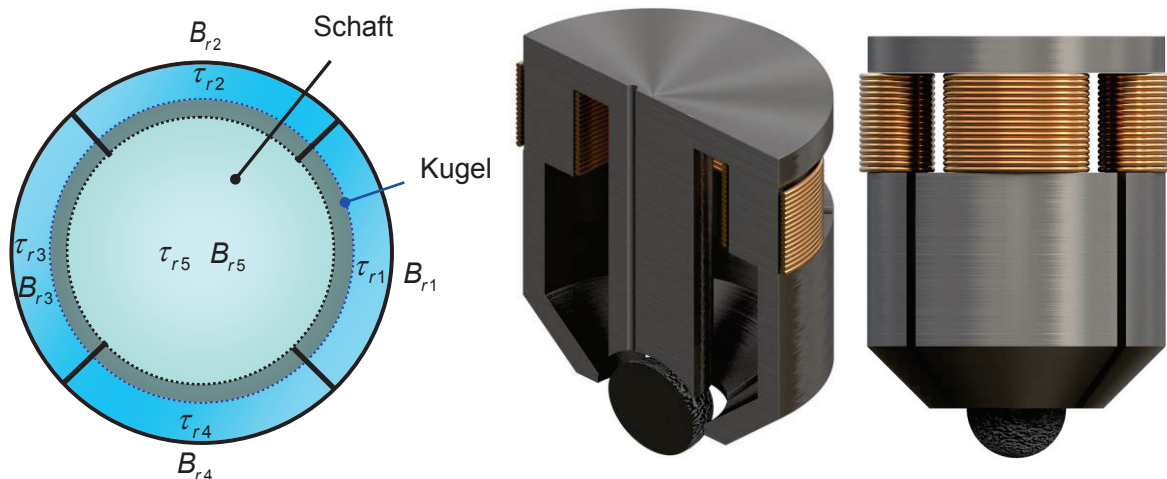


Abbildung 22: Realisierung eines dreiachsigen Magnetlagers

Um ein derart nichtlineares und dreidimensionales System zu regeln, müssen die magnetischen Felder sehr dynamisch im Luftspalt erzeugt werden. Für die die einzelnen Steuerungen muss das gesamte Verfahren so betrachtet werden, dass die einzelnen Induktionen die entsprechenden Stellgrößen darstellen, aus denen sich wiederum die Ströme ergeben.

3.2.6 Fazit

In diesem Abschnitt wurden die Möglichkeiten zur Geometrie und zur Realisierung der technisch sinnvollen Aufteilung der Kalotten-Geometrie untersucht. Dabei wurde viel Wert auf mathematische und physikalische Zusammenhänge gelegt. Es wurde Schritt für Schritt eine optimale Geometrie für das Kleinwerkzeug gefunden. Im nächsten Schritt war es notwendig eine Methode zu finden, wie man zunächst eine 2D- und daraus eine 3D-Struktur realisieren kann. Es wurden mehrere Varianten einer Halbkugel betrachtet, wobei die komplette Geometrie in symmetrische

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Einzelteile mechanisch getrennt wird. Der wesentliche Vorteil liegt in der Entkopplung der magnetischen Flüsse, wodurch zwei unabhängige Subsysteme entstehen. Somit werden vier lokale magnetische Flüsse erzeugt. Die Flüsse schließen sich im oberen Teil des Schaftes der Kugel. Der Vorteil eines mechanischen Schnittes liegt an der Entkopplung. Der magnetische Fluss, der auf der rechten Seite erzeugt wird, schließt sich nur in der rechten mittleren Seite. Der linke in der linken Seite. Allerdings muss der Spalt größer als der Luftspalt der Kugel sein. Die magnetische Kraft wird dabei aus zwei Komponenten berechnet.

Es hat sich abschließend ergeben, dass ein Magnetlager mit vier äußeren Schenkeln (Teilringen) und einem mittleren Schaft die optimale und technisch sinnvollste Möglichkeit bietet, um einen magnetischen Kraftvektor mit einem größtmöglichen Steuerbereich zu erzeugen, der die Prozesskräfte dynamisch kompensiert. Damit ist es möglich, dass die geforderte z - Komponente der Kraft nahezu bei null liegt und die x - und y - Komponenten dennoch erzeugt werden können. Dies ist für den Schleifvorgang optimal, denn beim Aufsetzen der Schleifkugel ist keine Haltekraft notwendig. Ferner wäre sogar eine negative z - Kraft wünschenswert, um einen höheren Anpressdruck zu erreichen. Die anderen Varianten mit einfachen Trennungen bieten zwar bessere Entkopplungen, jedoch kann dabei die Steuerung nicht sinnvoll realisiert werden. Diese müsste dann mit zusätzlichem Konstruktionsaufwand separat realisiert werden, weil die Einzellager getrennt und dennoch gehalten werden müssen. Des Weiteren wäre der Steuervektor stets mit den x - z - Komponenten bzw. mit den y - z - Komponenten der Kraft gekoppelt, was weitere Probleme für die erforderliche Dynamik mit sich bringen würde.

3.3 Wahl des magnetischen Werkstoffs zur Flussführung

Die Wahl des ferro-, bzw. ferrimagnetischen Werkstoffs für die gewählte Anwendung steht eigentlich nicht im Vordergrund, allerdings gibt es viele Kriterien, worauf bei der Auslegung des magnetischen Lagers geachtet werden muss. Nicht zuletzt ist die Realisierbarkeit, aber auch die Bearbeitung des Werkstoffs, und die Streuung von Eigenschaften von großer Bedeutung. Alle realen Eigenschaften der ferromagnetischen Stoffe sind in geschlossen analytischer Form kaum zu berücksichtigen. Ursache dafür ist der nichtlineare, streuende und sogar von der Vorgeschichte abhängige Verlauf der Magnetisierungskurve des verwendeten Werkstoffs. Außerdem kommt es in ferromagnetischen Abschnitten eines Magnetkreises bei zeitlich veränderlichem Feld zur Ausbreitung von Wirbelströmen.

Es genügt zunächst diese Einflüsse genähert zu erfassen. Folgende Vereinfachungen werden bei der Auslegung unterschiedlich hohen Ansprüchen gerecht:

- Annahme unendlicher Eisenpermeabilität und fehlender Wirbelströme,
- Annahme magnetisch linearer Verhältnisse und fehlender Wirbelströme,
- Genäherte Berücksichtigung der Nichtlinearität der Werkstoffe,
- Genäherte Berücksichtigung der Nichtlinearität der Werkstoffe und der Wirbelströme,

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

- Genäherte Berücksichtigung der Nichtlinearität der Werkstoffe, der Wirbelströme und Berücksichtigung der Hysterese in Abhängigkeit von der Vorgeschichte.

Die ersten beiden Vereinfachungsebenen sind die meistverwendeten Verfahren für die analytische Behandlung des Betriebsverhaltens elektromagnetischer Systeme. Die Ausführung dieser Arbeit soll, ausgehend von der Annahme magnetisch linearer Verhältnisse, ein Modell beinhalten, welches die Nichtlinearität der Werkstoffe berücksichtigt. Somit wird ein Schritt zu noch genaueren Berechnungen vorbereitet. Dafür ist die Kenntnis der Magnetwerkstoffe notwendig. Aus der Abhängigkeit des magnetischen Feldes $|\mathbf{B}(\mathbf{H})|$ ergibt sich eine Abhängigkeit bei ferromagnetischen Stoffen von der magnetischen Feldstärke und von der jeweiligen Vorgeschichte des magnetischen Werkstoffes. In der Kennlinie rechts sind zwei Kurven für Automatenstahl und Ferrit abgebildet. Beide Werkstoffe kommen für ein Magnetlager in Frage. Für praktische Rechnungen wird die Permeabilität wie folgt angegeben:

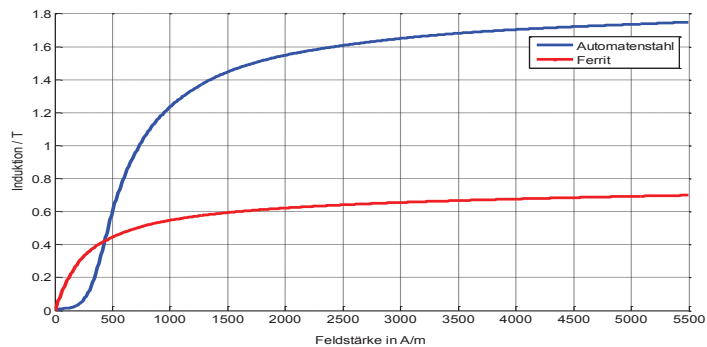


Abbildung 23: Neukurven von Automatenstahl und Ferrit

Somit wird ein Schritt zu noch genaueren Berechnungen vorbereitet. Dafür ist die Kenntnis der Magnetwerkstoffe notwendig. Aus der Abhängigkeit des magnetischen Feldes $|\mathbf{B}(\mathbf{H})|$ ergibt sich eine Abhängigkeit bei ferromagnetischen Stoffen von der magnetischen Feldstärke und von der jeweiligen Vorgeschichte des magnetischen Werkstoffes. In der Kennlinie rechts sind zwei Kurven für Automatenstahl und Ferrit abgebildet. Beide Werkstoffe kommen für ein Magnetlager in Frage. Für praktische Rechnungen wird die Permeabilität wie folgt angegeben:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = \mu_0 \cdot (1 + \chi) \quad (3.27)$$

Sie wird als Quotient aus magnetischer Flussdichte und der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} üblicherweise nicht aus der Hysterese-, sondern aus der Magnetisierungskurve, auch als magnetische Neukurve bezeichnet, berechnet. Sie beschreibt eine eindeutige Funktion $\mathbf{B}(\mathbf{H})$:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{M}(\mathbf{H})) \quad (3.28)$$

Da die magnetische Feldkonstante μ_r von der Kennlinie abhängig ist, wird i.a. die Permeabilitätszahl

$$\mu_r(H) = \frac{1}{\mu_0} \frac{|\mathbf{B}(\mathbf{H})|}{|\mathbf{H}|} \quad (3.29)$$

berechnet und als Funktion von \mathbf{H} dargestellt. Der Maximalwert der Verstärkung liegt abhängig von der Eisensorte in der Größenordnung von 3000 bis 50000. Praktische Bedeutung hat auch eine Wechsellagerung im Bereich $\Delta\mathbf{B}$ um eine zeitlich konstante Vormagnetisierung, die den Arbeitspunkt bestimmt. Die dabei durchlaufenen Magnetisierungszustände werden durch eine s-förmige Kurve beschrieben. Die Steigung der Geraden durch die Umkehrpunkte beschreibt näherungsweise dieses Magnetisierungsverhalten und wird als reversible und richtungsabhängige Permeabilität

$$\mu_{rev} = \frac{\Delta\mathbf{B}}{|\Delta\mathbf{H}|} \quad (3.30)$$

bezeichnet. Die reversible Permeabilität ist nicht unbedingt gleich der differentiellen Permeabilität,

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

$$\mu_d = \frac{dB}{dH} \quad (3.31)$$

die die Steigung der Magnetisierungskurve angibt. Die grundsätzlichen Unterschiede zwischen der reversiblen Permeabilität, der differentiellen Permeabilität und der Permeabilität μ liegen lediglich an Steigungen. Zu beachten ist auch, dass die relative Permeabilität den Charakter einer Verstärkungszahl für ein in den Werkstoffen erregtes Feld im Vakuum $\mu_r = 1$ hat.

Für die Berechnung des magnetischen Feldes mit den ferro-, bzw. ferri- magnetischen Werkstoffen müssen sinnvolle mathematische Gleichungen angegeben werden. Die Gleichungen sind im magnetostatischen Feld relativ übersichtlich und lassen sich mit Hilfe des Vektorpotentials und der Induktion angeben. Die Stromdichte lässt sich aus der doppelten Rotation des Vektorpotentials angeben. Für die Eichung des Vektorpotentials wird die Coulomb-Eichung verwendet. Die Eichung gibt an, bzw. setzt voraus, dass das statische Magnetfeld unabhängig vom elektrischen Feld berechnet wird. Das hat sowohl physikalischen als auch theoretischen Hintergrund, der die Dynamik und damit die koppelnden Effekte zwischen den Feldern unterbindet. Daraus ergibt sich folgendes partielles Dgl.-System:

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \cdot (\mathbf{J} + \text{rot} \mathbf{M}) \quad (3.32)$$

Δ ... Laplace-Operator

Das Vektorpotential hat drei Komponenten, so dass es sich um drei partielle Differentialgleichungen, je für eine Komponente, handelt. Aus der Gleichung ist zu entnehmen, dass die Magnetisierung durch einen Magnetwerkstoff gegeben ist. Die Magnetisierung ist oft durch eine einfache Funktion angegeben:

$$\mathbf{M} = f(\mathbf{H}) \approx \chi \cdot \mathbf{H} \quad (3.33)$$

χ ... Suszeptibilität des Werkstoffs

\mathbf{H} ... Ersatzfeldstärke für die Magnetisierung

Bei den ferromagnetischen Werkstoffen ist dieser Zusammenhang nicht linear und hat sowohl Sättigungseffekte als auch das Hystereseverhalten in sich. Diese beiden Phänomene werden jedoch in den meisten Fällen vernachlässigt, um eine Aussage über das Systemverhalten ohne iterative Schritte zu treffen. Für die meist verwendeten Magnetwerkstoffe beträgt die Suszeptibilität > 1000 . Um die Zusammenhänge berechnen zu können, soll dabei unterschieden werden:

- Das Modell mit gleichmäßig gerichtetem Medium (Dauermagnet),
- Das Modell mit einer geringen Restmagnetisierung (Weichmagnet).

Das erste Modell existiert in der theoretischen Betrachtung und wurde bereits im Kapitel 2 erklärt. Dabei muss die Berechnung mit dem elektrischen Ersatzstrom die gleichen magnetischen Eigenschaften wie der Magnetwerkstoff aufweisen. Das Spulenfeld und die Verteilung kann relativ genau mit Hilfe des Volumenintegrals (Biot-Savart-Integral) über die Spule berechnet werden.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Das ferromagnetische Feld, welches explizit ohne das Spulenfeld betrachtet wird, kann dagegen nicht über das Volumenintegral berechnet werden. In der Natur laufen diese Vorgänge dynamisch ab. Diese können dann nur mithilfe der Quantenmechanik erklärt und berechnet werden. Die Betrachtung solcher komplexen, dynamischen Vorgänge würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit sprengen und wird daher hier nicht näher untersucht. Eine Modellierung der magnetostatischen Vorgänge ist jedoch für die Spulenauslegung wichtig und wird im nächsten Schritt durchgeführt.

3.4 Thermische und elektrische Dimension

Für die Auslegung des magnetischen Kreises ist die erzeugte Durchflutung von besonderer Bedeutung, weil sie notwendig ist, um ein bestimmtes Feld im Luftspalt zu erreichen. Das vollständige elektromagnetische Modell beinhaltet alle Zustände und die Feldgrößen. Für die sinnvolle technische Nutzung sowie im Hinblick auf den Gesamtwirkungsgrad und die Kosten des Magnetlagersystems ist der Einsatz nur weniger metallischer Leiter sinnvoll. Der beste Leiter ist Silber mit dem Leitwert $\kappa = 61,4 \cdot 10^6$ S/m, gefolgt von Kupfer mit $58 \cdot 10^6$ S/m und Aluminium mit $38 \cdot 10^6$ S/m. Die notwendige Durchflutung $i \cdot N$ ist näherungsweise proportional zu dem notwendigen Raum, bzw. der Fläche des Fensters der Wicklung. Für die Auslegung der Spulen stellt die Verlustdichte eine entscheidende Begrenzung dar:

$$p = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \kappa \cdot |\mathbf{E}|^2 = \frac{1}{\kappa} \cdot |\mathbf{J}|^2 \quad [p] = W / m^3 \quad (3.34)$$

Aus der Gleichung ist zu erkennen, dass die Verlustleistungsdichte wesentlich von der Stromdichte abhängig ist. Dabei ist die effektive Stromdichte, also diejenige mit einem Füllfaktor gemeint. Für passiv gekühlte Systeme wird für Kupfer eine Stromdichte von 3-4 A/mm² als Richtwert angenommen, woraus eine Verlustleistungsdichte 156 kW/m³ resultiert. Damit lässt sich der für ein elektrisches System notwendige Raum für die Spulen im ersten Schritt gut abschätzen. Im nächsten Schritt muss die sich ergebende Temperatur berechnet werden, um zu überprüfen, ob die maximal zulässige Temperatur doch noch überschritten worden ist. Zu beachten ist zusätzlich, dass der spezifische Widerstand beim Kupfer eine starke aber lineare Temperaturabhängigkeit hat:

$$\rho(T) = \rho_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta T) = \frac{1}{\kappa} \quad p(T) = \frac{1 + \alpha_{20} \cdot \Delta T}{\kappa_{20}} \cdot |\mathbf{J}|^2 \quad (3.35)$$

Bei einer zulässigen maximalen Temperatur von ca. 160° C wird die Verlustleistungsdichte mehr als 50 % höher (241 kW/m³), als bei einer Raumtemperatur von 20° C. Des Weiteren kommt hinzu, dass die Temperatur durch die Wärmekapazität der Kupfer-Wicklung eine dynamische Komponente hat, wobei die Wärme nach außen auf mehreren Wegen abgegeben wird:

- Wärmestrahlung,
- Konvektion,

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

- Wärmeleitung.

Die Wärmestrahlung ist die natürlichste Art der Wärmeabgabe, die durch elektromagnetische Strahlung erfolgt. Die Strahlung (Emission) entsteht durch den Übergang eines Elektrons von einem Energieniveau E_2 zum Niveau E_1 . Im thermodynamischen Gleichgewicht kann die Boltzmann-Verteilung verwendet werden, aus der sich das Strahlungsspektrum ergibt:

$$L_{e,\lambda}(\lambda, T) = \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^2 \cdot \Omega_0} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} - 1} \quad (3.36)$$

h ... $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ Plancksches Wirkungsquantum

k ... $1,4 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ Boltzmann-Konstante

Die gesamte abgestrahlte Leistungsdichte M_e wird durch Integration über alle Wellenlängen berechnet. Dadurch entstand das Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$$M_e(T) = \beta \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (3.37)$$

σ ... $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$ Stefan-Boltzmann-Konstante

β ... Emissionsgrad 0...1

Das Gesetz konnte experimentell sehr gut bestätigt werden. Dabei beschreibt der Emissionsgrad den perfekten Spiegel (0) und den idealen schwarzen Körper (1). Gleichzeitig nimmt der Körper die Strahlung von der direkten Umgebung auf. Da die Umgebungsfläche deutlich größer als die Oberfläche der Wicklung ist, kann die Formel für die Abwärme direkt angegeben werden:

$$\dot{Q}_e = \beta \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_2^4 - T_1^4) = \beta \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_2^2 + T_1^2) \cdot (T_2 + T_1) \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.38)$$

Die Außentemperatur ist mit Index 1 versehen und wird ebenfalls als 20° C angenommen. Somit kann die abgestrahlte Leistung berechnet werden. Allerdings gibt es noch die Möglichkeit die Wärme durch Konvektion abzugeben. Die Ursache sind Adhäsionskräfte zwischen den Luft-, und Wicklungsatomen, durch die vor der Oberfläche der Wicklung eine Grenzschicht entsteht. Der Wert des freien konvektiven Übergangs hängt von der Temperaturdifferenz ab:

$$\dot{Q}_k = \alpha_k \cdot A \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.39)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient der freien Konvektion liegt näherungsweise bei 6 W/(m²K) und steigt mit der erzwungenen Luftgeschwindigkeit, bzw. der Geschwindigkeit des Kühlmediums. Die dritte Möglichkeit Wärme zu übertragen ist durch die Wärmeleitung gegeben:

$$\dot{Q}_L = \frac{\lambda_L}{s} \cdot A \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.40)$$

Die Wärmeleitung kann zum Beispiel durch direkten Kontakt von der Wicklung zum zusätzlichen Kühlkörper erfolgen und stellt ein thermodynamisches Analogon zur Stromleitung. Zusätzlich

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

breitet sich die Wärme in der Wicklung zeitlich aus. Die Gleichung für die Wärmeverteilung wird als Wärmeleitungsgleichung bezeichnet ([Her02], S. 204 ff.):

$$c \cdot \rho_M \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{th} \cdot \Delta T + p \quad (3.41)$$

Δ ... Laplace-Operator

c ... spezifische Wärmekapazität der Wicklung

λ ... Wärmeleitfähigkeit

Die Gleichung beschreibt einen thermischen Diffusionsvorgang in der Wicklung. Der thermische Widerstand in den Metallen ist im Vergleich zu dem Konvektionswiderstand zur Außenluft deutlich geringer. Dadurch kann die Wärmeverteilung in der Wicklung als nahezu gleichmäßig angenommen werden, wobei der Temperaturverlauf einem System erster Ordnung, einem PT1-Verhalten, entspricht. Die Zeitkonstante ist proportional der Wärmekapazität, der Oberfläche, dem Wärmeübergangskoeffizienten aus der freien Konvektion und dem Strahlungskoeffizienten. Bevor die Temperatur in den Wicklungen überprüft werden kann, ist es zunächst sinnvoll die Geometrie der Spulen zu bestimmen.

Die Geometrie hängt von mehreren Parametern ab. Der erste Parameter ist die Höhe der Wicklung, der zweite deren Breite und der dritte Faktor ist der Füllfaktor, welcher im Wesentlichen von der Verlegung und der Form der einzelnen Leiter in der Wicklung abhängt. Aus der Tabelle 2 kann für die Kugel mit dem Radius 4 mm entnommen werden, dass die Durchflutung mindestens 66 A betragen muss, um die Kugel im Gleichgewicht zu halten. In der nachfolgenden Skizze wird das Prinzip verdeutlicht.

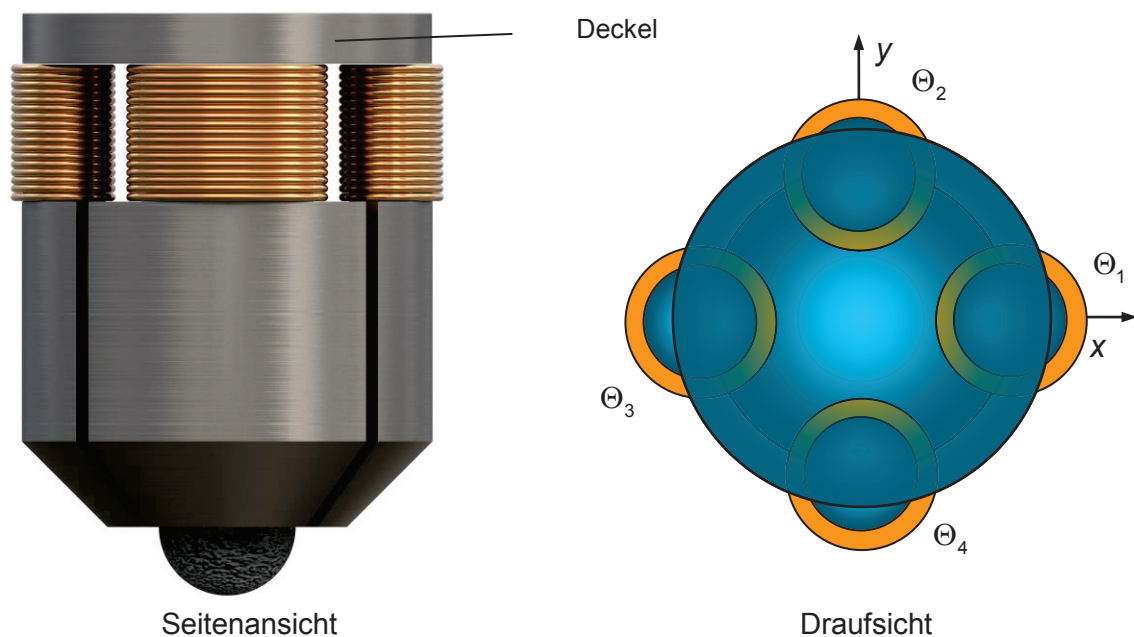


Abbildung 24: Skizze zur Verdeutlichung der notwendigen Durchflutungen

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Wie bereits erwähnt und bildlich dargestellt, wurde bei der Auslegung des Magnetlagers die Variante mit vier Schenkeln (Teilringen) und einem Mittelbutzen gewählt, um eine größtmögliche Stellgrößenreserve zu erreichen. Das heißt, dass vier Spulen angebracht werden müssen.

Die Magnetisierung wird bei weichmagnetischen Werkstoffen durch den elektrischen Strom erzeugt, bei hartmagnetischen Werkstoffen dagegen bleibt der größte Anteil erhalten (Restmagnetisierung). Der Magnetisierungsprozess kann nur näherungsweise linear betrachtet und durch den folgenden Zusammenhang berechnet werden:

$$B_L = \mu_0 \cdot \frac{|\mathbf{J}| \cdot A_{Spule}}{\delta_L + \ell_{Fe} / \mu_{Fe}} + B_0 \quad (3.42)$$

Hierbei kann das Feld B_0 zunächst vernachlässigt werden, da das magnetische Feld hauptsächlich von den Spulen ausgeht. Das kann tatsächlich in guter Näherung so erfolgen, weil die Spulen relativ weit entfernt vom Luftspalt sind. Der Anteil des Stromes, der für die Magnetisierung „verloren“ geht, kann in den meisten Fällen ebenfalls vernachlässigt und der Durchflutungssatz direkt angewandt werden:

$$\frac{|\mathbf{B}_L|}{\mu_0} \cdot \underbrace{\left(2 \cdot \delta_L + 2 \cdot \ell_{Fe} \cdot \frac{1}{\mu_r}\right)}_{\delta_{0ers}} = \Theta_0 = i \cdot N = |\mathbf{J}| \cdot \alpha_{Spule} \cdot A_{Spule} \quad (3.43)$$

Θ_0 ... Notwendige Durchflutung zur Lagerung

α_{Spule} ... Füllfaktor der Wicklung

Aus der schon hergeleiteten Betrachtung ergibt sich für den benötigten Querschnitt A der Spule folgender Zusammenhang für den doppelten Luftspalt:

$$A_{Spule} = \sqrt{\frac{2 \cdot F_{zmax}}{\mu_0 \cdot \pi \cdot R_1^2}} \cdot \frac{\delta_{0ers}}{|\mathbf{J}| \cdot \alpha_{Spule}} \quad (3.44)$$

Für eine Stromdichte von 3 A/mm^2 ergibt sich ein erforderlicher Mindestquerschnitt $A = 22 \text{ mm}^2$ bei einer Durchflutung von 66 A . Die Fläche kann dabei frei durch die Multiplikation der Höhe und der Breite gewählt werden. Für die Wärmeabfuhr ist es ideal, dass die Breite minimal und die Höhe maximal wird, damit die größte Oberfläche entsteht.

Für die Variante mit vier Spulen ist es am sinnvollsten die Querschnitte für die Anwendung so zu wählen, dass jede Spule den gleichen Querschnitt hat. Mit einem Füllfaktor von ca. 0,4 ergibt sich eine sinnvolle Breite von 4 mm , wodurch eine Höhe von 11 mm entsteht. Resultierend entsteht eine Gesamtkonstruktion mit mehreren Parametern (s. folgendes Bild).

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

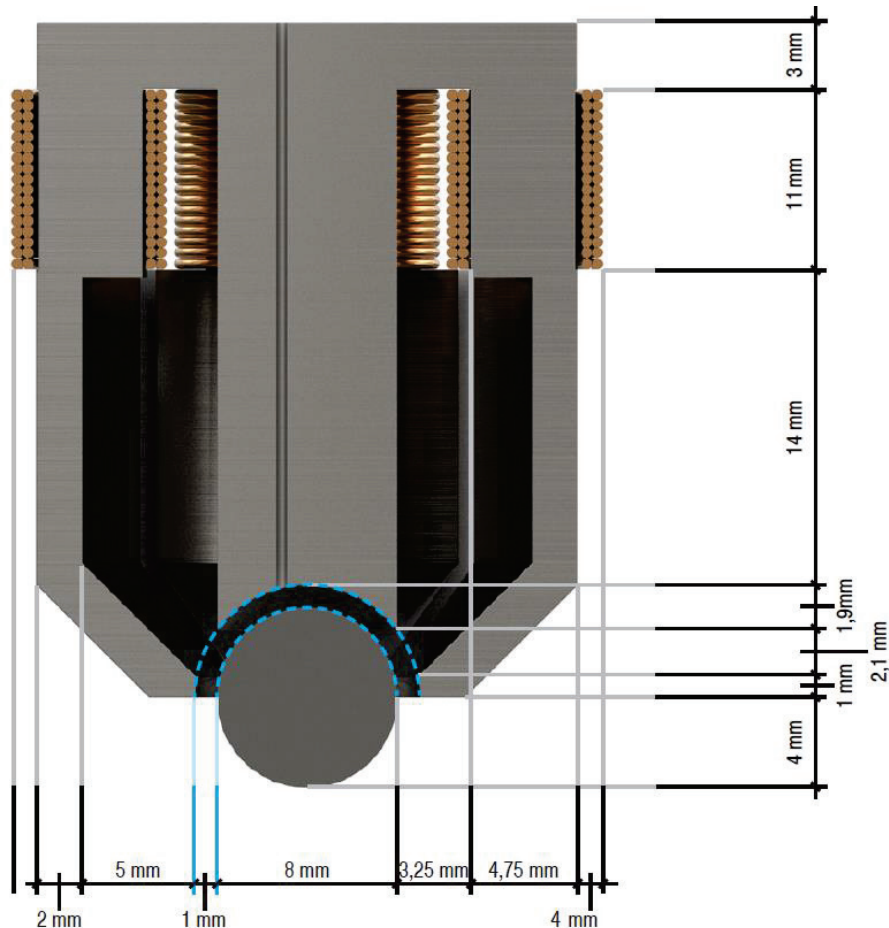


Abbildung 25: Konstruktion (Maße)

Mit den Maßen ist es nun möglich ein Magnetlager zu konstruieren und zu fertigen. Im Weiteren Schritt ist nun die Temperaturüberprüfung notwendig. Dazu wird die Außenoberfläche der Wicklung verwendet. Die Fläche wird aus dem maximalen Durchmesser berechnet:

$$A_{\text{Spule}} = \pi \cdot d_a / 4 \cdot h = \pi \cdot 31 / 4 \cdot 11 = 267 \text{ mm}^2 \quad (3.45)$$

Nun kann die gesamte Verlustleistung in jeder einzelnen Spule berechnet werden:

$$P_{\text{Spule}} = \iiint_V p_{\text{Spule}}(x, y, z) \cdot d\tau = \frac{1}{\kappa} \cdot \iiint_V \mathbf{J}_{\text{Spule}}^2 \cdot d\tau \quad (3.46)$$

Für die angenommene Stromdichte 3 A/mm^2 ergibt sich eine Verlustleistung ca. $0,2 \text{ W}$ in jeder Spule. Für die am Anfang angenommene maximale Temperatur von ca. 160° C wird zunächst der Strahlungskoeffizient berechnet. Dazu wird ein Emissionsgrad β von $0,46$ für lackiertes Kupfer angenommen. Im zweiten Schritt wird die abgestrahlte und durch den Wärmeübergang abgegebene Wärmeleistung berechnet:

$$\dot{Q}_e = A \cdot (\beta \cdot \sigma \cdot (T_2^4 - T_1^4) + \alpha_K \cdot (T_2 - T_1)) = 0,2 \text{ W} + 0,3 \text{ W} = 0,5 \text{ W} \quad (3.47)$$

Somit wird deutlich, dass für 160° C die abgegebene Leistung höher ist, als die Spule durch Stromwärme erzeugt. Die Temperatur wird definitiv unter 160° C liegen. Um die Temperatur zu bestimmen, muss die Gleichung nach der Temperatur aufgelöst und iterativ berechnet werden,

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

wobei die Temperatur einen stationären Wert von 96° C erreicht. Die Spule lässt sich somit auch kleiner dimensionieren, allerdings ist eine Reserve notwendig. Gemäß der Berechnung sind zusätzliche Verluste ca. 0,3 W möglich.

Beim Schleifprozess ergibt sich in einer der zwei auf der x - Achse liegenden Spulen eine Stromerhöhung, weil eine x - Komponente der Kraft notwendig ist und minimiert werden muss. In Zahlen ausgedrückt ergeben sich folgende Durchflutungen:

$$\Theta_1 = 76 \text{ A} \quad \Theta_2 = -24 \text{ A} \quad (3.48)$$

Die Windungszahl der Spulen wird an dieser Stelle noch nicht festgelegt, weil diese abhängig von der zur Verfügung stehenden Spannung und der erforderlichen Dynamik abhängig ist. Später wird auf die Windungszahl im Unterkapitel „Magnetische Lagerung als elektrodynamisches System“ eingegangen.

3.5 Magnetischer Fluss und die Flussverkettung

Bevor auf die Berechnung der Windungszahl und später auch auf die elektrodynamischen Effekte eingegangen wird, ist es sinnvoll die magnetischen Systeme im Vakuum oder in der Luft systemtheoretisch zu untersuchen. Der Vorteil solcher Systeme ist deren Linearität. Für die Modellierung wird der magnetische Fluss nach Faraday wie folgt definiert:

$$\Phi = \iint_{\mathcal{O}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{O} \quad \text{mit} \quad \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad \rightarrow \quad \Phi = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.49)$$

Für eine Modellierung zur Berechnung der Flüsse wird die bereits erwähnte Coloumb-Eichung verwendet. Diese gilt nur für die Berechnung der magnetostatischen Systeme ohne Berechnung der Potentialverteilung. Bei diesen Anwendungen geht es darum den mittleren Frequenzbereich (bis ca. 1 MHz) sinnvoll auszunutzen. In diesem Frequenzbereich ist auch die physikalische Wirkung durch die elektromagnetische Diffusion überwiegend, auf die im nächsten Kapitel eingegangen wird. Bei einer quasistationären Lösung ergeben sich die gleichen Berechnungsverfahren, wie bei dem magnetostatischen Fall. Dabei wird die Verteilung (Verzerrung) des Feldes durch dynamische Einschwingvorgänge zunächst vernachlässigt. Aus eher praktischer Sicht werden einfachere Verfahren zur Berechnung und Begriffe wie magnetischer, verketteter, primärer, sekundärer Fluss und Streufluss verwendet.

Diese Methoden erlauben es dem Anwender das Problem eines elektrischen Systems strukturiert zu betrachten. Der Begriff magnetischer Fluss wird oft mit dem Stofftransport verwechselt. Tatsächlich fließt im Magnetfeld keine Materie. Für Netzwerkanalysen eines Systems mit einer oder mehreren Spulen gibt es den Begriff des verketteten Flusses. Dieser ist wie folgt definiert:

$$\Phi = \oint_{(\ell_{Spule})} \mathbf{A}(i) \cdot d\mathbf{s} \quad (3.50)$$

ℓ_{Spule} ... Länge des Drahtes in der Spule

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Der verkettete Fluss umfasst somit das Integral über die komplette Drahtlänge der Spule, statt nur das Integral über eine Windung, bzw. die umfasste Fläche. An dieser Stelle wird schon auf Strom i , den Zustand in der Gleichung verwiesen. Da die Geometrie einer Spule als eine Wicklung mit der Windungszahl N aufgefasst werden, ist Vereinfachung für die Berechnung des verketteten Flusses möglich, in dem man den Fluss mit der Windungszahl multipliziert. Der Fluss einer Spule kann mit der Windungszahl multipliziert werden, wenn die Wicklung geometrisch als ein Objekt betrachtet werden kann. Bei einer verteilten Wicklung ist die Spule aus mehreren Einzelspulen gefertigt, die an unterschiedlichen Positionen eingebettet sind (z.B. bei elektrischen Maschinen), um eine bestimmte Feldform im Luftspalt zu erzielen. In diesem Fall kann nicht einfach mit der Anzahl der Windungen multipliziert werden. Jede der vier Spulen wird an eine getaktete Spannungsquelle zugeschaltet. Die Spannung wird im System als Eingangsgröße verwendet. Die hier zu analysierende magnetische Lagerung besitzt keine verteilte Wicklung, sondern vier einzelne Spulen, die magnetisch miteinander gekoppelt sind. Die Flussdichte ist meistens auch innerhalb des Leiters vorhanden, so dass sich ebenfalls eine Flussverkettung einstellt. Ferner heißt es:

$$\Psi_1 \neq \Psi_2 \quad \Psi = N \cdot \oint_{(\ell_{\text{Draht}})} \mathbf{A}(i) \cdot d\mathbf{s} \neq \oint_{(N \cdot \ell_{\text{Draht}})} \mathbf{A}(i) \cdot d\mathbf{s} \quad (3.51)$$

3.5.1 Berechnung des Hauptflusses / Tragflusses

Die Flüsse sind magnetisch miteinander gekoppelt. Bei einem linearen System ist eine Entwurfsmethode unter Nutzung des Entkopplungsreglers sinnvoll. Die Verteilung der Induktion ist zusätzlich auf den Luftspaltraum begrenzt. Um nun den bereits erwähnten Zusammenhang zwischen der Induktion, der Kraft und dem elektrischen Strom zu finden, wurde der Durchflutungssatz angewendet. Die Haltekraft wird bei einer Durchflutung von 66 A pro Spule erreicht. Aus diesem Zusammenhang lässt sich der Hauptfluss durch den Schaft ermitteln:

$$\Phi_h = \iint_{(A)} B_r \cdot dA_r = \int_0^{\pi/3} \int_0^{2\pi} B_r \cdot R_1^2 \cdot \sin \nu \cdot d\varphi \cdot d\nu = \pi \cdot R_1^2 \cdot B_r \quad (3.52)$$

$$\rightarrow \Phi_h(\Theta) = \pi \cdot R_1^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\Theta}{\delta_{0ers}} \quad (3.53)$$

Mit dem Hauptfluss lässt sich ein direkter Zusammenhang zur erzeugten Kraft herleiten:

$$F_z(\Phi_h) = B_r^2 \cdot \frac{\pi \cdot R_1^2}{2 \cdot \mu_0} = \frac{1}{2 \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot R_1^2} \cdot \Phi_h^2 \quad (3.54)$$

Für die geforderte Haltekraft der Kugel von ca. 21 mN ergibt sich ein magnetischer Hauptfluss mit einem Wert von 1,6 μWb , der von allen vier Spulen erzeugt wird. Der magnetische Fluss ist für die Auslegung von besonderer Bedeutung, weil dieser ebenfalls aus dem integralen Induktionsgesetz berechnet werden kann:

$$\Phi_h(t) = \frac{1}{N} \cdot \left(\int u_0(t) \cdot dt \right) \quad (3.55)$$

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Damit kann die Windungszahl festgelegt werden. Aber zunächst muss noch der Streuflussanteil berechnet werden, um den gesamten Fluss zu erfassen.

3.5.2 Berechnung des Streuflusses

Der Streufluss wird maßgeblich durch den Spalt zwischen dem Schaft und dem äußeren Ring geführt. Der Streufluss kann relativ einfach in Polarkoordinaten berechnet werden. Das Feld nimmt vom Schaft zum äußeren Ring mit dem Abstand umgekehrt proportional ab. Es kann mit dieser Betrachtung genauer berechnet werden, allerdings ist der Streufluss in der Praxis eine Größe, die nur schwer zu ermitteln ist. Das hängt damit zusammen, dass der Streufluss im dreidimensionalen Raum viele Möglichkeiten hat sich auszubreiten. Allerdings kann man ihn mit Näherungsformeln abschätzen:

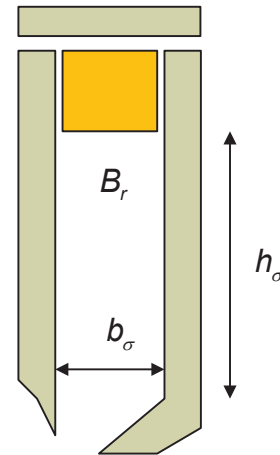


Abbildung 26: Parameter des Streuflusses

$$\Phi_{\sigma} = \iint_{(A)} B_r \cdot dA_r = \mu_0 \cdot \frac{i \cdot N}{b_{\sigma}} \cdot \frac{\pi \cdot R_1}{2} \cdot h_{\sigma} \quad (3.56)$$

Die Formel wurde aus der Geometrie des Magnetlagers hergeleitet. Dabei entspricht R_1 dem Radius vom Schaft. Der Streufluss schließt sich zwischen dem Schaft und dem äußeren Ring. Der mittlere Schaft und der äußere Ring haben den Abstand b_{σ} zueinander. Dazu soll die Abbildung rechts betrachtet werden. Die Höhe des Schaftes und R_1 gehen in die Gleichung mit ein, weil der Radius des Schaftes dem Radius der Kugel entspricht. Für die dargelegten Anforderungen und eine Durchflutung von ca. 66 A ergibt sich ein Streufluss von ca. 3 μWb . Für jede einzelne Spule beträgt der Fluss allerdings nur ein Viertel des Streuflusses, also 0,75 μWb . Mit dem Streufluss und dem Hauptfluss lässt sich die gesamte Flussverkettung angeben:

$$\Psi = N \cdot \Phi = N \cdot (\Phi_{\sigma} + \Phi_h) = N \cdot 4,6 \mu Wb \quad (3.57)$$

In der Flussverkettung ist zusätzlich eine Multiplikation mit der Windungszahl enthalten, die in den nächsten Schritten bestimmt wird. Zuvor wird kurz auf die Skalierbarkeit eingegangen.

3.5.3 Skalierbarkeit

Für den Fluidantrieb ist eine gewählte Form der Kalotte (Halbkugel) von entscheidender Bedeutung und darf für die Anwendung nicht verändert werden. Dabei ist es wichtig zu gewährleisten, dass der magnetische Kreis auf diese Form, den gewählten Luftspalt und die Störgrößen angepasst wird.

Um den Einfluss der unterschiedlichen Variationen des Durchmessers der Kalotte und der Kugel aufzuzeigen, sind in der folgenden Tabelle alle Zwischenparameter zusammengestellt.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Tabelle 3: Werte bei unterschiedlichen Auslegungen

	$R = 20mm$	$R = 4mm$	$R = 0,5mm$
δ_0	$3000 \mu m$	$1000 \mu m$	$200 \mu m$
m	$250 g$	$2,1 g$	$4,1 \mu g$
Θ_0	$336 A$	$66 A$	$5,2 A$
Φ_0	$0,27 mWb$	$1,6 \mu Wb$	$0,009 \mu Wb$
Φ_σ	$1,12 mWb$	$3 \mu Wb$	$0,032 \mu Wb$
B_{L0}	$70 mT$	$32 mT$	$11 mT$

Die Tabelle dient dazu, eine Skalierung für ein Magnetlager mit einer zu lagernden Kugel, die aus einem ferromagnetischen Werkstoff besteht, mit unterschiedlichen Durchmessern vorzunehmen.

3.5.4 Berechnung der Exzentrizität und des Impulses bei elastischem Stoß

Bislang wurden die Kräfte und Stellgrößen im statischen Betrieb (Ruhelage) diskutiert. Die Position kann und wird im Betrieb jedoch durch unbekannte Störgrößen von der Ruhelage abweichen. Die Kugel wird exzentrisch gelagert. Dabei betrachte man zunächst wieder eine einachsige Bewegung entlang der z-Achse. Die Kugel soll sich zunächst nur nach oben oder nach unten bewegen. Bei der Verlagerung der Ruhelage der magnetisch zu lagernden Kugel verändert sich der Luftspalt. Ferner ist dieser Luftspalt lageabhängig, für die Luftspaltverteilung im festen Koordinatensystem des Schafts gilt:

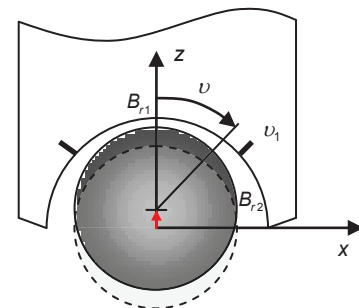


Abbildung 27: Exzentrizität (verschobene Kugel)

$$\delta(z, \nu) = \delta_0 \cdot (1 - z \cdot \cos(\nu)) \quad (3.58)$$

Die Exzentrizität führt zu einer nahezu sinusförmigen Verteilung des Spalts. An den Kanten bei einem Winkel von $\pm 90^\circ$ ändert sich der Luftspalt kaum. Dieser wird jedoch zur z-Achse minimal. Daraus kann ebenfalls geschlossen werden, dass sich die Kugel maximal $1 mm$ entlang der z - Achse bewegen kann, wobei der Luftspalt an dieser Stelle den Wert null hat. Allerdings bleibt für das Magnetfeld noch ein Spalt an den Kanten, wodurch die Kraft nicht zu hohe Werte annimmt. Das bringt regelungstechnischen Vorteile mit sich, weil das magnetische Feld bei Positionsänderung nicht so stark schwanken wird, wie bei üblichen magnetischen Lagern (E-I- oder U-Form). Da der Luftspalt mechanisch begrenzt ist, ergibt sich zur Stellgrößenbeschränkung zusätzlich eine weitere Begrenzung, Begrenzung durch Kollision. Die zu lagernde Kugel, die sich dem Schaft nähert, kann sich nicht darüber hinaus bewegen und wird durch die Kollision begrenzt. Damit die Zustände des mathematischen Systemmodells dennoch berechnet werden können, muss zusätz-

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

lich der Geschwindigkeitsausdruck angepasst werden, damit die Kugel auch im mathematischen Modell nicht den begrenzten Raum verlassen kann.

Die Kugel trifft auf eine harte, unelastische Grenze und prallt mit derselben Geschwindigkeit wieder ab. Das lässt sich entweder mit einer unendlichen Beschleunigung (Dirac-Stoß) in die entgegengesetzte Richtung beschreiben oder durch den Impulserhaltungssatz, wodurch zur Integrationskonstante der Geschwindigkeit eine weitere hinzugefügt wird. Es gilt:

$$v(t, \tilde{t}) = \int_0^t a(\tau) \cdot d\tau - 2 \cdot v(\tilde{t}) \quad (3.59)$$

\tilde{t} ... Schaltzeit

Aus der Gleichung kann entnommen werden, dass die Geschwindigkeit daraus nur rekursiv berechnet werden kann. Beim Erreichen der Kollisionsgrenze wird die Geschwindigkeit gespeichert und zum zeitlichen Integral doppelt und negativ addiert, damit der Impuls erhalten bleibt.

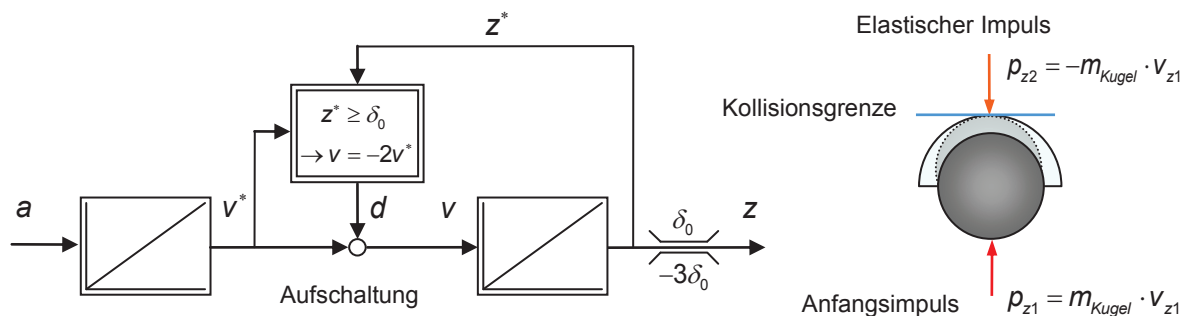


Abbildung 28: Bedingte Begrenzung durch Geometrie und elastischen Stoß

Die Abbildung zeigt die Realisierungsidee im Rechner, bzw. Mikrorechner. Ein solches Verhalten kann jedoch den Regelkreis destabilisieren. Ein Ausweg bietet die Berücksichtigung des nichtlinearen Glieds beim Regelungsentwurf.

3.6 Bestimmung der Spannung und der Windungszahl

Die Anpassung der Wicklungen an die zur Verfügung stehende Spannung stellt eine der wichtigsten Aufgaben bei der Auslegung des Magnetlagers dar. Für den Entwurf und Analysen wird zunächst auf ein eindimensionales Lager zurückgegriffen. Zur Vereinfachung werden zunächst die Sättigung, die Remanenz des Magnetmaterials und die Position der Kugel vernachlässigt sowie die relative Permeabilität als unendlich hoch angenommen. Das resultierende Ergebnis für die Kraft gilt nur für stationären Zustand. Für die Kraft ist es ebenfalls wichtig die maximalen Grenzwerte zu berechnen. Wird auf die Kugel, welche aus der Position verschoben wurde, dauerhaft eine Kraft (x- oder y- Richtung) ausgeübt, so wird mehr Strom auf der gegenüberliegenden Spule benötigt. Der maximale Strom stellt also nicht die einzige Begrenzung dar. Die Spannungsanpassung ist ein sehr wichtiger Teil der Auslegung des Magnetlagers. Wird die maximale Spannung (=

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Zwischenkreisspannung) zu hoch gewählt, werden die Impulse zu schmal und zu hoch, wodurch sich die Amplituden und die Anzahl der Harmonischen erhöhen.

3.6.1 Geschlossener Regelkreis

Für die Spannung als Stellgröße gelten das Induktionsgesetz und das Ohmsche Gesetz:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} + i \cdot R = (L_h + L_\sigma) \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot R \quad (3.60)$$

Im Frequenzbereich ergibt das die spektrale Gleichung für den Betrag der Spannung:

$$|U_{0,\omega}| \leq \sqrt{(\omega \cdot \Psi(\omega))^2 + (I(\omega) \cdot R)^2} \quad (3.61)$$

Um die Stellreserve der Spannung zu beurteilen, kann auch die euklidische Norm oder H_2 -Norm verwendet werden. Die euklidische Norm kann auch im Frequenzbereich berechnet werden:

$$\|u_0\|_2 \leq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |U_0(j\omega)|^2 \cdot d\omega} \quad (3.62)$$

Eine der wichtigsten Normen ist die Maximumnorm. Mit der Norm lässt sich das Maximum eines Signals, in diesem Fall der Spannung, während des Einschwingvorgangs ermitteln:

$$\|u_0\|_\infty \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |U_0(j\omega)|^n \cdot d\omega} = \sup |u_0(t)| \quad (3.63)$$

Die weitere Analysemöglichkeit ist die Multiplikation mit sich selbst, die bei der Analyse von magnetischen Lagern sehr oft vorkommt. Die Reluktanzkraft hat einen quadratischen Zusammenhang zum elektrischen Strom, bzw. zur Induktion, somit wird die Größe mit sich selbst multipliziert. Diese Eigenschaft der Dynamik des Magnetlagers lässt sich eben durch die Multiplikation (Quadrat) von zwei zeitlich veränderlichen Größen herleiten. Für den Ausdruck für die Kraft, in dem das Quadrat des Stromes auftaucht, würde sich folgende Gleichung ergeben:

$$\mathcal{L}\{C \cdot i(t) \cdot i(t)\} = \frac{C}{j2\pi} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} I(s-u) \cdot I(u) \cdot du = C \cdot \{I(s) * I(s)\} \quad (3.64)$$

Der Strom kann in guter Näherung gegenüber der Spannung als ein Verzögerungsglied erster Ordnung aufgefasst werden. Die Faltung des Quadrats des Stromes am Eingang macht das Frequenzspektrum für die Kraft deutlich breiter. Dadurch reduzieren sich zwar die Amplituden im Arbeitsbereich bis zur Grenzfrequenz, diese erhöhen sich aber im hochfrequenten Bereich.

3.6.2 Vereinfachte Lagerung der Schleifkugel

Wird die Spannungsreserve nicht sinnvoll ausgenutzt, könnte es Schwierigkeiten während der Inbetriebnahme und der PWM-Erzeugung geben. Dies kann zu instabilen Polstellen führen. Von der elektromagnetischen Seite aus muss zunächst die Spannung für eine Windung (Windungs-

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

spannung) berechnet werden. Es ist für die nächsten Betrachtungen wichtig, dass die Spulen nur eine Windung besitzen. Spulenquerschnitt, Füllfaktor, Volumen und Form bleiben dabei erhalten. In der Anwendung wird der stabile Arbeitspunkt erreicht und gehalten. Die minimale Abweichung der Position sollte 10% vom Luftspalt nicht überschreiten:

$$\Delta\delta \leq 0,1 \cdot \delta_0 \quad (3.65)$$

Damit kann die Reaktionszeit berechnet werden, wenn keine Magnetkraft erzeugt wird:

$$\Delta\delta = \iint_{\Delta t} (F_{\max} - F_m(t)) / m \cdot dt \cdot dt = \frac{F_{\max}}{m} \cdot \frac{\Delta t^2}{2} - \frac{1}{m} \cdot \iint_{\Delta t} F_m(t) \cdot dt \cdot dt \quad (3.66)$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{0,2 \cdot \delta_0 \cdot m}{F_{\max}}} \quad \text{bei } F_m = 0 \quad (3.67)$$

Das ist die Zeit, die benötigt wird, um die Kugel aus der Ruhelage an die maximal zulässige Grenze zu bewegen. Bei 10-facher Gewichtskraft beträgt die maximale Reaktionszeit 1,4 ms. Dies soll ein Richtwert sein, da die magnetische Kraft in der Zwischenzeit aufgebaut und sogar geregelt werden muss. Ohne zunächst die Regelungsstruktur zu berücksichtigen, müssen für die Erzeugung der magnetischen Kraft Vereinfachungen getroffen werden:

- Modellierung mit konstanter Magnetkraft,
- Modellierung mit konstanter Spannung,
- Modellierung mit linear sinkender Spannung.

3.6.3 Modellierung mit einer vorausgesetzten, konstanten Magnetkraft

Bei der Modellierung mit einer konstanten Kraft wird davon ausgegangen, dass das magnetische Feld bereits erzeugt wurde, die Störung genau bekannt ist und sich nicht ändert. Dabei ergibt sich im Idealfall ein Kräftegleichgewicht, wobei es dann keine Verschiebung gibt. Dieser Fall ist nur theoretisch möglich. Praktisch lässt sich das nicht realisieren. Für solche Annäherungen gibt es nur die Möglichkeit der Vorsteuerung der Kraft. Aus diesem Grunde müssen weitere Analysen herangezogen werden.

3.6.4 Modellierung mit einer durchschnittlichen Spannung

Bei der Modellierung mit konstanter Spannung wird davon ausgegangen, dass die Spannung im definierten Bereich konstant bleibt. Dafür ergeben sich folgende Betrachtungen:

$$F_m(t) \approx c \cdot \Phi_h^2 = c \cdot \left(\frac{1-\sigma}{1} \cdot \int_0^t U_0 \cdot dt \right)^2 = k \cdot (U_0 \cdot t)^2 \quad \text{mit } \Phi_\sigma = \sigma \cdot \Phi \quad (3.68)$$

Es gilt nun herauszufinden, bei welcher Windungsspannung die Kugel genau an der zulässigen Grenze (maximale Abweichung von Soll-Position) zum Stehen kommt. Dafür müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

$$\Delta\delta \leq \Delta\delta_{\max} = 0,1 \cdot \delta_0 \quad \text{und} \quad v = 0 \quad (3.69)$$

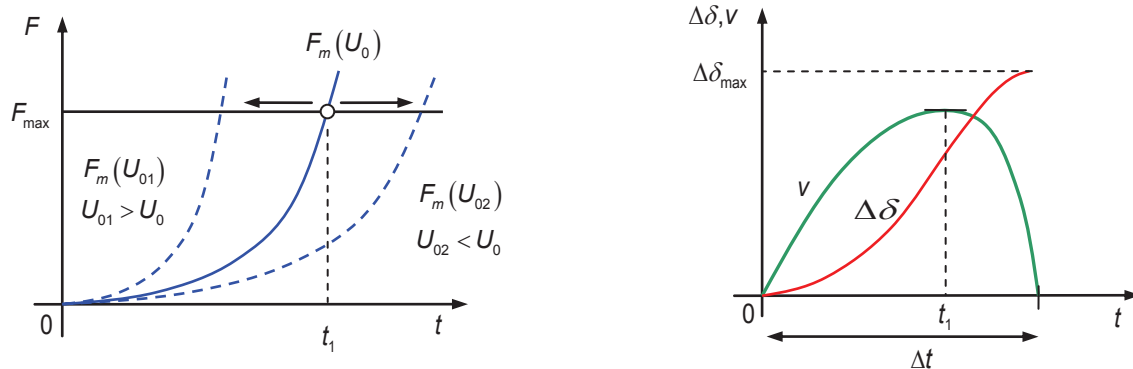


Abbildung 29: links: Magnetische Kraft mit unterschiedlichen Spannungsparametern. Rechts: Verlauf der Position und der Geschwindigkeit der Kugel

In der Abbildung ist die Idee dargestellt. Zunächst kann die notwendige Reaktionszeit Δt mit den notwendigen Parametern berechnet werden:

$$v = \int_{\Delta t} (F_{\max} - F_m(t)) / m \cdot dt \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.70)$$

$$\int_{\Delta t} (F_{\max} - k \cdot (U_0 \cdot t)^2) / m \cdot dt = \frac{F_{\max} \cdot \Delta t}{m} - \frac{k \cdot U_0^2 \cdot \Delta t^3}{m \cdot 3} = 0 \rightarrow \Delta t = \frac{\sqrt{F_{\max} / k \cdot 3}}{U_0} \quad (3.71)$$

Aus der Gleichung ist zu entnehmen, dass die Reaktionszeit Δt der Spannung umgekehrt proportional ist. Die Spannung ist jedoch noch nicht bekannt. Die Spannung pro Windung lässt sich aus der weiteren Gleichung und der maximalen Schranke zum Luftspalt berechnen:

$$\Delta\delta_{\max} = 0,5 \cdot \delta_0 = \frac{F_{\max}}{m} \cdot \frac{\Delta t^2}{2} - \frac{k \cdot U_0^2 \cdot \Delta t^4}{m \cdot 12} \rightarrow U_0 = F_{\max} \cdot \sqrt{\frac{1}{m \cdot k} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\Delta\delta_{\max}}} \quad (3.72)$$

Mit $k = 4,75 \cdot 10^8 \text{ N / Wb}^2$ und der maximalen Kraft 21 mN ergibt sich eine Spannung von 3 mV .

3.6.5 Modellierung mit einer zeitlich linear verlaufenden Spannung

Die maximale Spannung kann ebenfalls aus etwas verbesserten Signalformen ermittelt werden. Dazu kann die Spannung als linear steigend und kombiniert, steigend und danach sinkend, angenommen werden. Die Signale dazu können wie folgt aussehen:

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

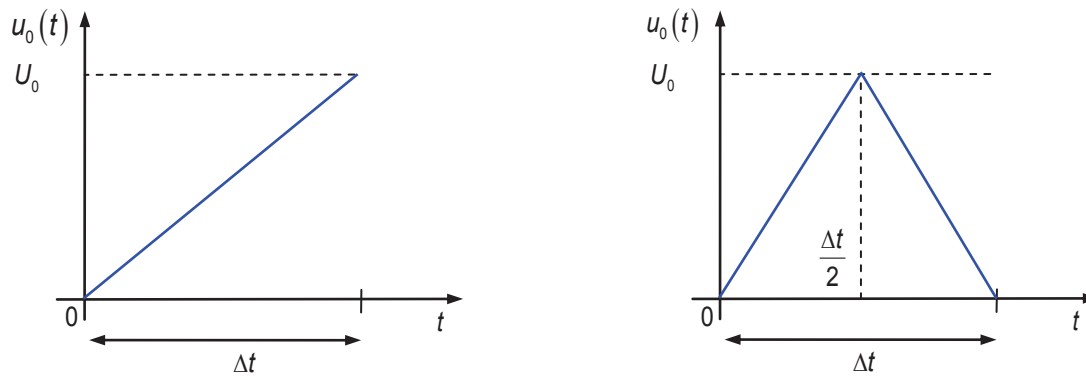


Abbildung 30: Vereinfachte Spannungssignale während der aktiven Lagerung

Nach dem gleichen Berechnungsverfahren, wie für eine konstante Spannung, ergibt sich eine maximale Spannung von $4,2 \text{ mV}$. Für das ausgelegte Magnetlager beträgt die dynamische Windungsspannung dann $4,2 \text{ mV}$. Die dauerhafte Spannung, die zum Ausgleich der ohmschen Verluste in den Spulen notwendig ist, ergibt $U_R = 5,7 \text{ mV}$. Somit ergibt sich die maximal notwendige Spannung von ca. 10 mV pro Windung. Die Windungszahl ergibt sich:

$$N = \frac{U_{\min}}{U_0 + U_{0R}} = \frac{12V}{10mV} = 1200 \quad (3.73)$$

Das System wird auf 12 V Spannung und 1200 Windungen ausgelegt. Zur Sicherstellung der notwendigen Reserve sollte die maximale Spannung des Zwischenkreises auf 15 V , bzw. 24 V gelegt werden. Es ergibt sich zusätzlich eine minimale Reaktionszeit von ca. $0,6 \text{ ms}$. Um die Regelung sinnvoll zu gestalten, müssen innerhalb dieser Reaktionszeit zwischen 3 und 5 Messwerten aufgenommen werden.

$$f = k \cdot \frac{1}{\Delta t} = 5 \cdot \frac{1}{\Delta t} = 8,3 \text{ kHz} \quad (3.74)$$

Die Frequenz stellt somit eine minimale Abtastfrequenz für die dynamischen Anforderungen dar.

3.7 3D-Berechnungen mit der FEM

Um die analytischen Berechnungen vor dem Aufbau eines Demonstrators zu verifizieren, ist es sinnvoll die Ergebnisse mittels Messungen und der FEM zu überprüfen. Der Fokus bei den 3D-Simulationen wird auf die magnetischen Kräfte und die Flussverkettungen gelegt.

Aus dem analytischen Zusammenhang kann die Mindestdurchflutung, welche notwendig ist, um die Kugel in der Schwebeposition zu halten, berechnet werden. Das übergreifende Ziel ist es, eine Kugel mit einem Kugeldurchmesser von 8 mm , einem Luftspalt von 1 mm und einer Windungszahl von $N = 1200$ im Spalt magnetisch zu lagern. Dafür ergeben sich für die FEM-Simulation folgende Werte:

$$F_{mz} = m \cdot g = 19,6 \text{ mN} \quad B_r = \sqrt{F_z \cdot \frac{2 \cdot \mu_0}{\pi \cdot R^2}} = 0,03 \text{ T} \quad i_0 = 58 \text{ mA} \quad (3.75)$$

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

Diese Werte für Durchflutungen werden als Ausgangspunkt für die FEM-Simulation verwendet, um die Berechnungen qualitativ zu verifizieren. Zur Verdeutlichung werden die Kräfte in zwei Schritten in der x-z - Ebene und in der y-z - Ebene dargestellt. Das ist für die Entkopplungsmethode beim Regelungsentwurf von Bedeutung.

Die Spulen, die entlang der x - Achse liegen, haben die Indices 1 und 3. Die Spulen, die entlang der y - Achse liegen, haben die Indices 2 und 4.

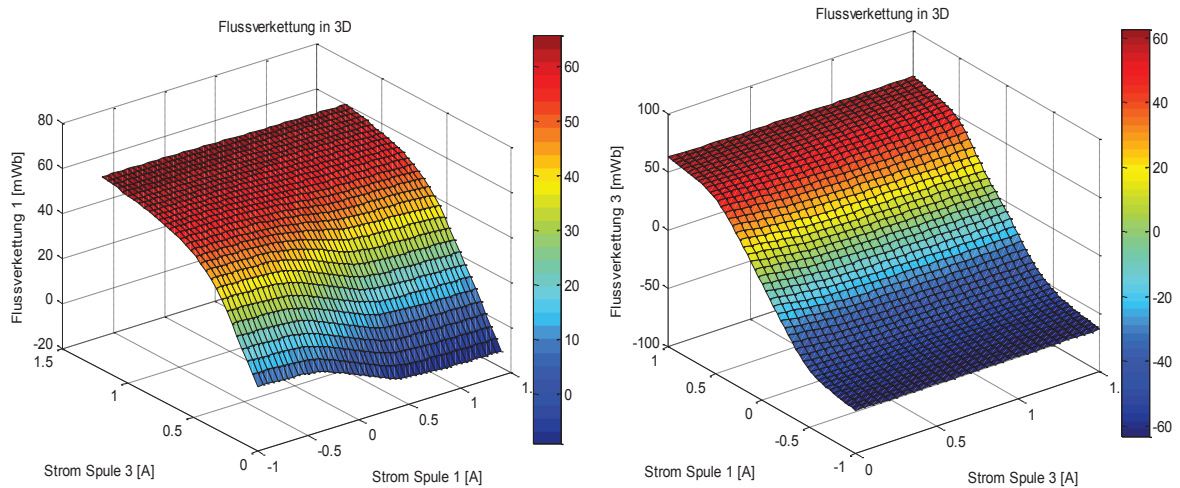


Abbildung 31: Flussverkettungen in den sich gegenüberliegenden Spulen 1 und 3.

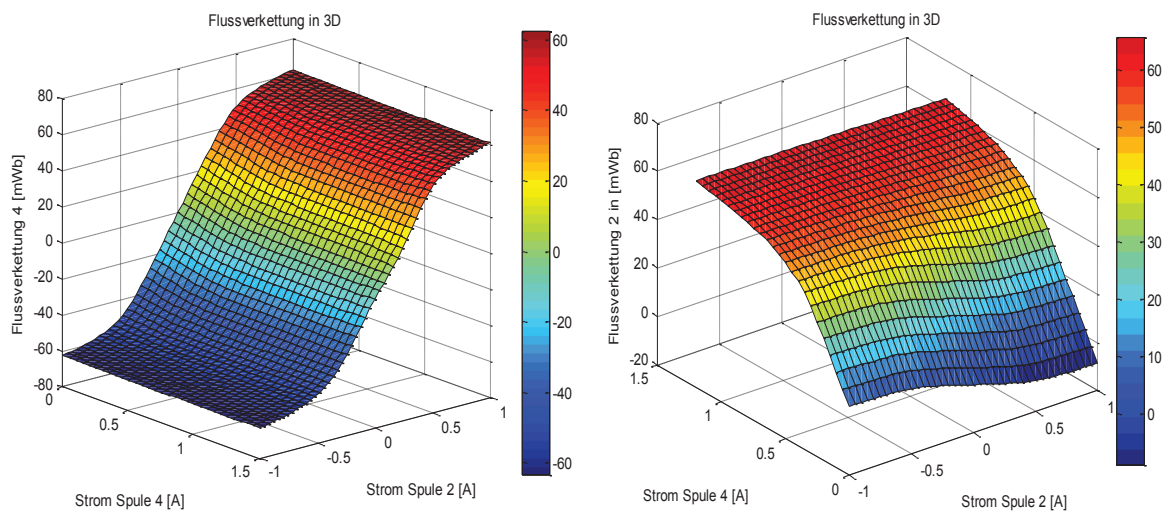


Abbildung 32: Flussverkettungen in den sich gegenüberliegenden Spulen 2 und 4.

Die Flussverkettungen in den Abbildungen zeigen zwei Systeme mit je 2 Spulen. Dabei werden Sättigungseffekte deutlich und die magnetische Kopplung untereinander ist deutlich zu erkennen. Die Flussverkettungen bei 1200 Windungen pro Spule wurden nach den Simulationen in den Tabellen (Transformationen) gespeichert und können genutzt werden, um

- analytische Berechnungen zu vergleichen,
- ein Hybridmodell für dynamische Analysen mittels Matlab/Simulink aufzubauen,

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

- Sättigungseffekte und Streuflüsse zu untersuchen.

Das Magnetlager wurde dafür ausgelegt, unbekannte Störgrößen, die Prozesskräfte, möglichst sehr schnell zu kompensieren. Zu den Prozesskräften gehören die Schwerkraft, die Schnittkraft und die Antriebskraft. Somit sind zusätzlich weitere Berechnungen in Form von Simulationen und Verifikationen für Kräfte und deren Abhängigkeiten von den Strömen notwendig, die in den folgenden Abbildungen zusammenfassend dargestellt sind.

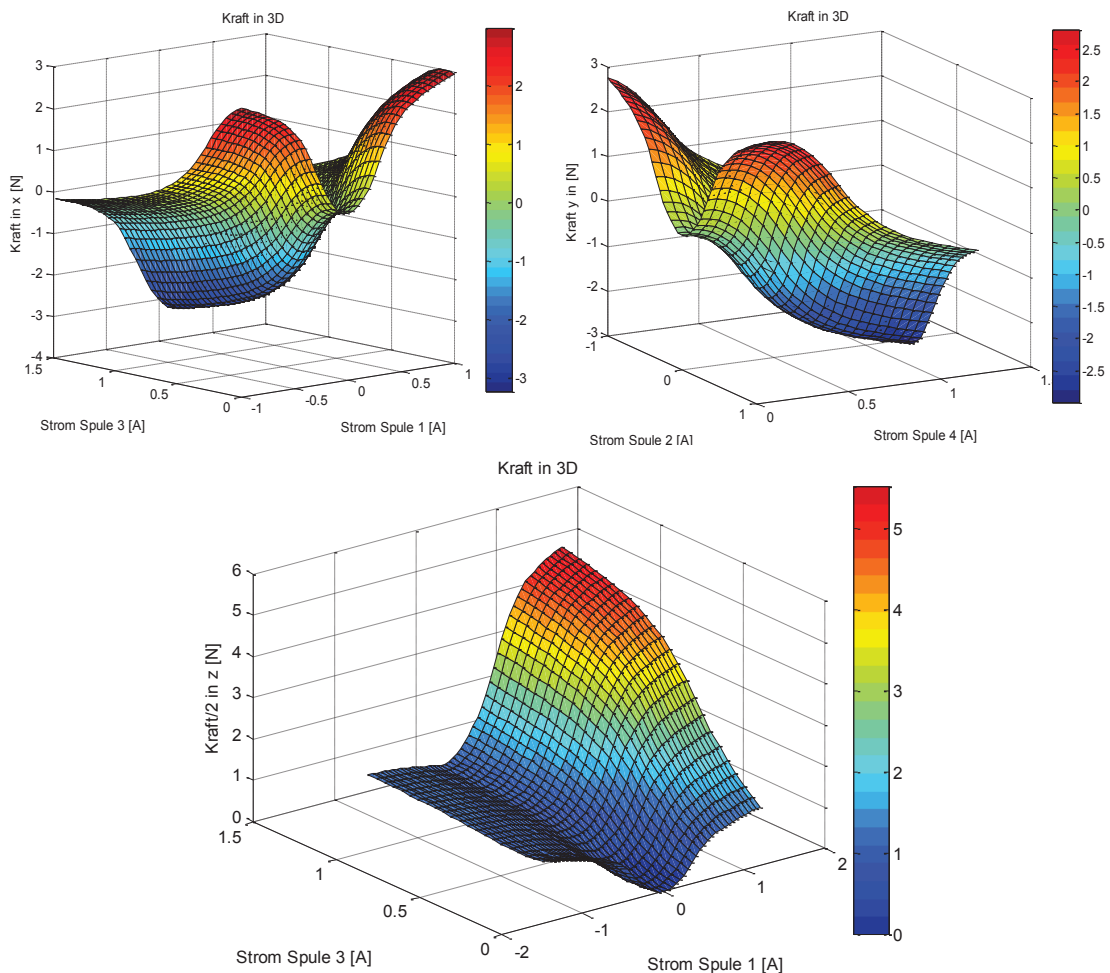


Abbildung 33: Darstellung der einzelnen Komponenten der Kraft in 3D

Zusätzlich sind noch Gesamt-Darstellungen der Konstruktion und der Flussdichte abgebildet, um die Feldverteilungen (Betrag) bei höheren Strömen (> 0,6 A) statt 60 mA darzustellen.

3 Modellierung der magnetischen Lagerung einer Schleifkugel

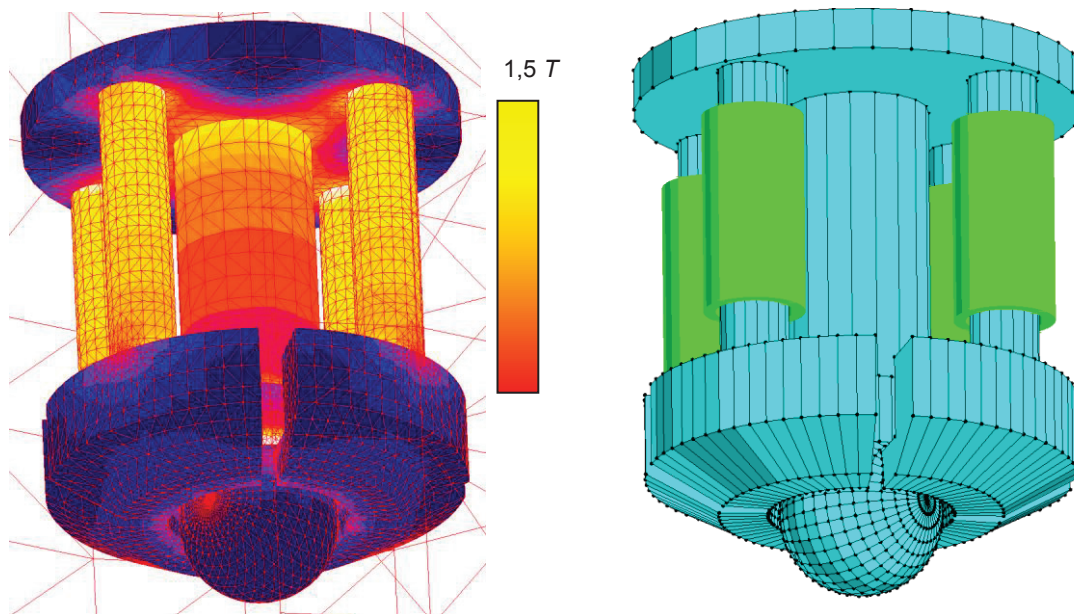


Abbildung 35: Magnetlager mit statischer Feldberechnung (links) und der Geometrie (rechts)

Anhand der Simulationsergebnisse konnten nur geringfügige Abweichungen von $< 5\%$ zwischen den analytischen Berechnungen und 3D-Simulationen für den Arbeitspunkt festgestellt werden. Aus der Abbildung rechts ist die Induktionsverteilung an der Kugeloberfläche abgebildet. Die helleren Stellen weisen auf eine höhere Induktion hin.

Die relativ hohen Felder im Vergleich zum Luftspaltfeld werden dadurch erreicht, dass sich der Streufluss oberhalb der Kugel über den relativ langen mittleren und äußeren Schaft ausbreiten kann. Die Simulation mit Hilfe der Software FLUX3D wurde

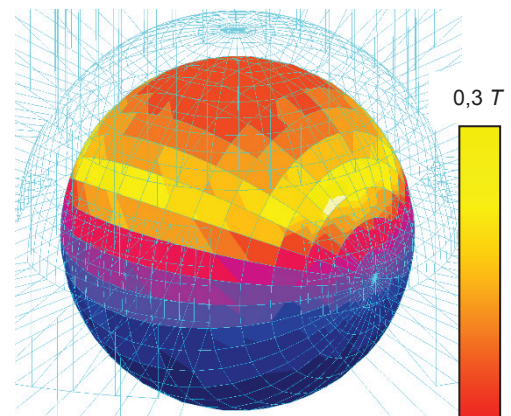


Abbildung 34: Feldverteilung an der Kugeloberfläche

in mehreren Schritten durchgeführt. Zuerst wurden die Parameter für die Geometrie festgelegt. Danach wurde die Geometrie modelliert. Anschließend wurde das Gitternetz erstellt, wobei zu beachten ist, dass die Abstände zwischen den Gitterelementen im Luftspalt deutlich geringer gewählt wurden, um den Fehler zu minimieren. Die Schleifkugel wurde auf ein bewegliches Koordinatensystem bezogen, damit die Kräfte bei unterschiedlichen Positionen ermittelt werden konnten. Das magnetische Material wurde in der Simulationsumgebung für den Schaft genauso gewählt wie für den Demonstrator.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Da der Abstand (Spalt) durch die entsprechende Regelung auf einen bestimmten Wert (bei dieser Auslegung ca. 1 mm) aktiv geregelt wird, war die Ermittlung der magnetischen Kraft in Abhängigkeit vom Strom ein wichtiger Schritt, weil dieses Ergebnis nun durch eine Messung verifiziert werden kann. Dazu wurde eine Simulation mit den gleichen geometrischen Abmessungen wie im Demonstrator durchgeführt. Die Messergebnisse wurden mit Simulationsergebnissen verglichen, wobei die Abweichung unter 10% lag. Zusätzlich konnten mit Hilfe der Simulationsergebnisse magnetische Kräfte und Flussverkettungen berechnet werden. Dabei konnte gezeigt werden, dass die geforderten Kräfte bei unterschiedlichen Positionen sowohl in x-, als auch in y- und z- Richtung erreicht wurden. In der Abbildung rechts sind die Vergleichsergebnisse dargestellt. Daraus kann entnommen werden, dass im operativen Bereich bis ca. 0,3 A auch die analytischen Berechnungen sehr gute Ergebnisse liefern. Die Tabellen für die Kräfte und die Flussverkettungen können jedoch für weitere Analysen und das Hybrid-Modell mit Matlab/Simulink nützlich sein. Somit konnten auch die nichtlinearen Effekte für jeden Arbeitspunkt nachgebildet werden.

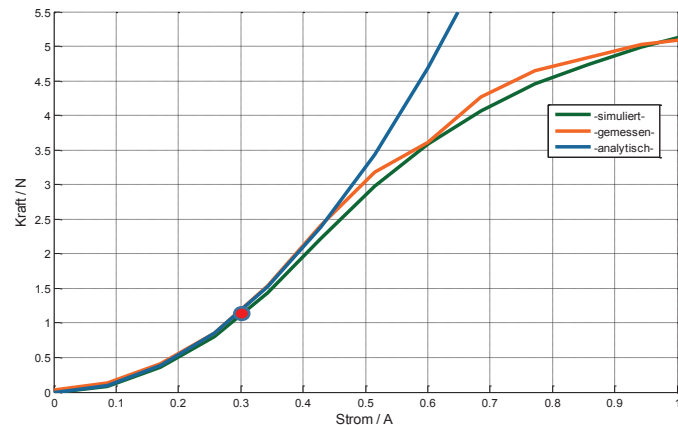


Abbildung 36: Kraft in Abhängigkeit vom Strom

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

In einem elektromagnetischen System, in welchem ferromagnetische Werkstoffe verwendet werden, treten aufgrund der Änderung der Ströme induktive Effekte auf. Diese haben in der Regel die Ausbreitung von Wirbelströmen im ferromagnetischen Material zur Folge. Die Motivation diese Effekte zu untersuchen entstand während der ersten Messungen, die stark von den erwarteten Ergebnissen abwichen. Bei den Kraft- und Strommessungen traten grundsätzlich Verzögerungen auf. Des Weiteren hatte das verzögerte Signal einen grundsätzlich anderen zeitlichen Verlauf und eine höhere Ordnung als ursprünglich erwartet. So ist ein übergreifendes Ziel entstanden: eine Methode zu erarbeiten, mit der die dynamische Berechnung der Wirbelströme im Kern für beliebige Stromformen und Spannungsformen möglich wird und diese dann in ein systemtheoretisches (regelungstechnisches) Modell zu integrieren. Damit ließen sich diese gekoppelten Systeme auch in Mikrorechnerstrukturen einbetten. Die Kugel wird dabei als ein Teil des Kerns betrachtet.

Als weiteres Ziel ist die Berechnung der Wirbelströme in einer sich drehenden Kugel zu erwähnen, welche durch die Rotation der Kugel im Magnetfeld entstehen. Diese werden hauptsächlich durch die FEM-Simulation berechnet und für Analysen vereinfacht.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

4.1 Berücksichtigung der elektrodynamischen Effekte im Kern

Im Kern des Magnetlagers können mehrere elektrodynamische Effekte gleichzeitig auftreten. Dazu gehört die elektromagnetische Diffusion (Wirbelstromausbreitung) und elektromagnetische Wellen (Wellenausbreitung), die als Störung wirken. Des Weiteren sind für die Modellierung folgende Fälle physikalisch zu unterscheiden:

- Magnetisierung ist vorhanden und folgt direkt dem äußeren Feld (Erregung)
- Magnetisierung ist ab einer bestimmten Frequenz vernachlässigbar

Die Wirbelströme beeinflussen die Dynamik des geschlossenen Regelkreises und können nicht ohne weiteres vernachlässigt werden.

4.1.1 Wahl der elektromagnetischen Größen

Die Formulierung der Diffusionsgleichung kann auf mehreren unterschiedlichen Wegen erfolgen. Sie kann zum Beispiel direkt für die Stromdichteverteilung \mathbf{J} angegeben werden ([Küp06]):

$$\Delta \mathbf{J} = \mu \cdot \kappa \cdot \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (4.1)$$

Δ ... Laplace-Operator

Die Stromdichteverteilung kann mit dieser Gleichung und einer formulierten Anfangsbedingung sowie einem Randwertproblem berechnet werden. Die Problematik mit der direkten Stromdichtegleichung ist, dass sie sehr allgemein ist und daraus das Magnetfeld \mathbf{B} im Kern nicht direkt berechnet werden kann. Auf dieselbe Art und Weise kann die magnetische Diffusionsgleichung für die magnetische B-Feldverteilung angegeben werden ([Küp06]):

$$\Delta \mathbf{B} = \mu \cdot \kappa \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.2)$$

Diese Gleichung kann ebenfalls mit formulierten Anfangs- und Randwertproblemen berechnet werden, hat jedoch ähnlich wie die Gleichung für die Stromdichte den Nachteil, dass die Wirbelströme nicht direkt aus dieser resultieren und die Quellen ebenfalls nicht darin enthalten sind. Die Lösung für die erwähnten Nachteile bietet die Formulierung der Diffusionsgleichung mit Hilfe des magnetischen Vektorpotentials \mathbf{A} . Bei bekanntem Vektorpotential kann die Induktion \mathbf{B} direkt durch Rotation und die Stromdichteverteilung, die der induzierten Feldstärke E direkt proportional ist, aus der zeitlichen Ableitung berechnet werden. Daher wird der Fokus der Berechnungen auf das Vektorpotential gelegt.

In der klassischen Elektrodynamik wird das Vektorpotential \mathbf{A} ohne einen direkten physikalischen Sinn betrachtet. Formell wird für die bessere Handhabung der Berechnungen eingeführt und wurde oft als rein mathematisch gedeutet. Tatsächlich wirkt das Vektorpotential in der Berechnung so, dass es auf eine grundlegende Eigenschaft in der Physik deutet.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Tatsächlich hat das Vektorpotential in der Quantentheorie einen physikalischen Sinn und somit einen direkten Einfluss auf die Phase der Wellenfunktion. Es gelang in der Vergangenheit Quantenexperimente zu stellen, die verdeutlicht haben, dass das Vektorpotential direkt mit der Messung verfügbar ist. Es handelt sich um die Beobachtbarkeit und die direkte Messbarkeit des Vektorpotentials, welches ein geladenes Teilchen auch dann beeinflussen kann, wenn kein B-Feld vorhanden ist. Das heißt, dass die Induktion auf das Teilchen nicht einwirken kann und durch das Vektorpotential direkt beeinflusst wird. Dazu wurden Arbeiten zu den Experimenten in 1959 veröffentlicht und nach den beiden Erfindern benannt „Aharonov-Bohm-Effekt“ [Aha59]. Ebenso wie das elektrische Potential mit dem Begriff der Energie verbunden ist, ist das Vektorpotential eng mit dem Impuls verknüpft.

Bei der Herleitung der partiellen Differentialgleichungen mit Hilfe des Vektorpotentials \mathbf{A} wird eine Eichung benötigt. Die Eichung ist mit dem Begriff „gekoppelte Potentiale“ verknüpft und wird hauptsächlich in der Elektrodynamik verwendet. Dabei wird für die Wellengleichung die so genannte Lorentz-Eichung verwendet. Bei der Berechnung und der Auslegung von elektromagnetischen Systemen mit niedrigen Frequenzen, die als magnetostatisch betrachtet werden, wird oft, z.B. in den FEM-Programmen, eine direkte Entkopplung angegeben, die als Coulomb-Eichung bezeichnet wird. Für das Vektorpotential wird der doppelte Rotationsoperator angewandt. Mit vektoranalytischer Beziehung $\text{rot}(\text{rot}\mathbf{A}) = \text{grad}(\text{div}) - \Delta\mathbf{A}$ ergibt sich folgende partielle Differentialgleichung:

$$\text{grad}(\text{div}\mathbf{A}) - \Delta\mathbf{A} = -\mu \cdot \kappa \cdot \left(\text{grad}\varphi + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (4.3)$$

An dieser Stelle kann eine andere sinnvollere Eichung verwendet werden:

$$\text{div}\mathbf{A} + \mu \cdot \kappa \cdot \varphi = 0 \quad (4.4)$$

Damit entsteht eine erweiterte Diffusionsgleichung für das Vektorpotential und gleichzeitig das entkoppelte elektrische Potential ohne Raumladungen:

$$\Delta\mathbf{A} = \mu \cdot \kappa \cdot \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad \Delta\varphi = \mu \cdot \kappa \cdot \frac{\partial\varphi}{\partial t} \quad (4.5)$$

Die Gleichungen für das magnetische Vektorpotential und das elektrische Potential können auf diese Art und Weise unabhängig voneinander gelöst werden. Zusammengefasst ergeben sie das Vierer-Potential. Bei analytischen Ansätzen, soweit sie möglich sind, lässt sich die Dynamik mittels Systemanalyse genauer untersuchen. Sind die geometrischen und physikalischen Zusammenhänge zu komplex, lässt sich meistens eine Vereinfachung durchführen.

Für weitergehende Analysen ist zwischen den unterschiedlichen Modellen und der Wahl der Koordinatentransformation zu unterscheiden. Eindimensionale Modelle sind nur eine Näherung zur Untersuchung der Wirbelströme, können aber die Ausbreitung von Kreisströmen im 2D/3D-Raum vereinfachen. Im nächsten Schritt wird der Kern der Diffusionsgleichung gelöst.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

4.2 Fundamentallösung der Diffusionsgleichung

Um die allgemeine Lösung für die Diffusionsgleichung berechnen zu können, muss im ersten Schritt mittels Fourier-Transformation eine kontinuierliche Superposition erreicht werden. Dabei ist es sinnvoll die Ortskoordinate r (Abstand vom Mittelpunkt) in Polarkoordinaten zu einer neuen Variablen θ zu transformieren. Die Fourier-Transformierte für die φ -Komponente des Vektorpotentials kann wie folgt berechnet werden:

$$\hat{A}_\varphi(t, \theta) = \mathcal{F}(A_\varphi(t, r)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\theta r} \cdot A_\varphi(t, r) \cdot dr \quad \text{mit} \quad \theta \in \mathbb{R} \quad (4.6)$$

Damit lassen sich die räumlichen Ableitungen der Differentialgleichung transformieren. Es kann ebenfalls die Zeit in den komplexen Bereich transformiert werden, allerdings ist dies nicht notwendig, weil die Lösung direkt berechnet werden kann. Die Zeitabhängigkeit bleibt erhalten. Die Anfangswertbedingung (Verteilung bei $t = 0$) kann nun betrachtet werden, wobei eine gewöhnliche Differentialgleichung entsteht:

$$\frac{\partial \hat{A}_\varphi(\theta)}{\partial t} + \frac{\theta^2}{\kappa \cdot \mu} \cdot \hat{A}_\varphi(\theta) = 0 \quad , \quad \hat{A}_\varphi(0, \theta) = \hat{A}_{\varphi 0}(\theta) \quad (4.7)$$

Die Lösung der Gleichung kann durch Umkehrung der Fourier-Transformation direkt berechnet werden mit (s. näheres [Obe13]):

$$G(r, t) = \sqrt{\frac{\kappa \cdot \mu}{4\pi \cdot t}} \cdot e^{-\frac{\kappa \cdot \mu \cdot r^2}{4t}} \quad \text{mit} \quad \kappa, \mu > 0 \quad \text{und} \quad r \in \mathbb{R} \quad (4.8)$$

Die Fundamentallösung $G(r, t)$ wird im Allgemeinen als Greensche Funktion bezeichnet. Auf die gleiche Art wird die dreidimensionale Greensche Funktion berechnet ([Obe13], S. 28 ff.):

$$G(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\left(\frac{\kappa \cdot \mu}{4\pi \cdot t}\right)^3} \cdot e^{-\frac{\kappa \cdot \mu \cdot |\mathbf{r}|^2}{4t}} \quad \text{mit} \quad \kappa, \mu > 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 \quad (4.9)$$

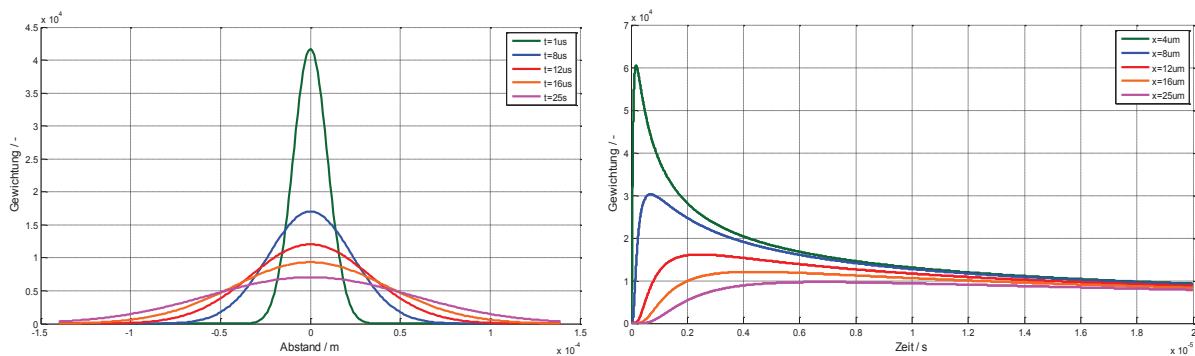


Abbildung 37: Links: Kompakter Träger G in Abhängigkeit von der Position und unterschiedlichen Zeiten. Rechts: Kompakter Träger G in Abhängigkeit von Zeit und unterschiedlichen Positionen.

Die Greensche Funktion bildet den Kern der Dynamik der Diffusion und ist bei weiterer Betrachtung des Systems mit Randwerten sehr wichtig. Der Verlauf des kompakten Trägers G für eine konstante Anfangsverteilung ist in den Abbildungen dargestellt. G wird üblicherweise als Wärmeleitungskern bezeichnet; die Form entspricht ebenfalls der Gaußschen Normalverteilung mit $\sigma^2 =$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

2at. Daraus kann entnommen werden, dass das magnetische Feld ein Maximum aufweist und verspätet an unterschiedlichen Orten wirkt. Wichtig ist hier zu erkennen, dass beim Vektorpotential oder dem elektrischen Potential φ das Volumenintegral stets einen Wert 1 ergibt. Das deutet auf eine Ähnlichkeit zur Ladungsdichte ρ hin.

Für die Berechnungen der Funktion wurden magnetische Permeabilität und Leitfähigkeit des Kernmaterials (Automatenstahl) verwendet. Üblicherweise hat das Magnetfeld keine Anfangsverteilung (bei $t = 0$ s) des magnetischen Vektorpotentials. Des Weiteren gibt es in den elektrodynamischen Anwendungen selten konstante Randwerte. Die Spannung ist eine zeitlich veränderliche Größe. In diesem Fall muss für die Lösung des Vektorpotentials die Greensche Funktion mit dem Gradienten des Potentials sowohl über die Zeit als auch über den Raum gefaltet werden. Der betrachtete Raum ist ebenfalls nicht unendlich ausgedehnt, sondern auf den Durchmesser des Kerns begrenzt. Insofern muss nach einer Methode gesucht werden, die besser geeignet ist, um spezielle und zeitlich abhängige Randwertprobleme zu lösen. Solche Methoden werden nun in der Problemstellung behandelt.

4.3 Problemstellung und Berechnung

Das Ziel ist es nun ein Systemmodell zu entwickeln, mit dem es möglich ist elektrodynamische Effekte abzubilden. Dabei wird als Eingangsgröße die Spannung oder der Strom verwendet.

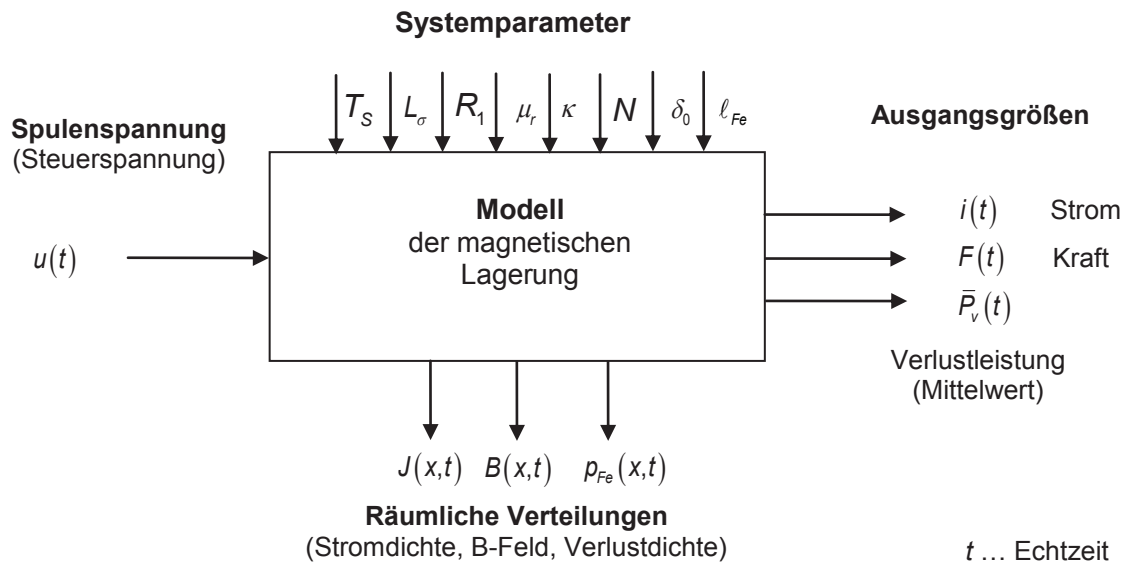


Abbildung 38: Modell mit aktiver magnetischer Lagerung.

Die Abbildung verdeutlicht die Idee des Systems mit Ein- und Ausgangsgrößen. Alle Größen für eine Lagerung können intern berechnet werden. Die Verteilung der Wirbelströme und der Feldverzerrungen im Kern kann dabei in Echtzeit durchgeführt werden.

Mit dieser Methode, kann das Verhalten des Magnetlagers in der Regelungsstruktur berücksichtigt werden, worauf noch separat in der Beschreibung eingegangen wird. Für die Lösung der

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Diffusionsgleichung soll nun das Magnetlager betrachtet werden. Hierzu soll das schematische Bild (s. Abb. unten) betrachtet werden.

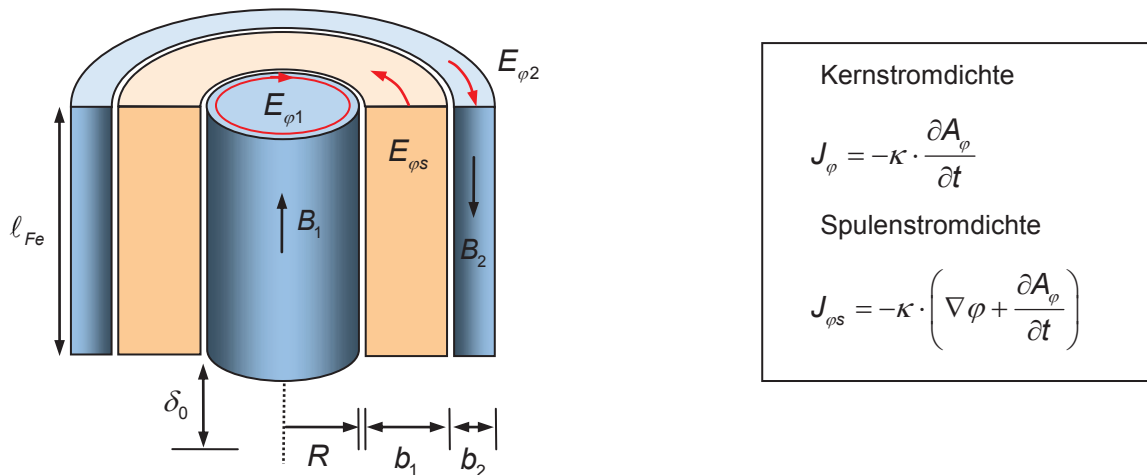


Abbildung 39: Spulenkörper mit rundem, magnetischem Kern.

Die Kugel, die unterhalb des Schaftes zum Schließen des magnetischen Flusses notwendig ist, wurde nur schematisch dargestellt, damit ein Luftspalt zu erkennen ist. Die Kugel soll zunächst als nicht leitfähig betrachtet werden. Die vier Spulen wurden für eine erste Vereinfachung parallelgeschaltet und bilden als Ersatz eine kreisförmige Spule um den mittleren Schaft. Die Wicklungsteile, die außerhalb des äußeren Schaftes liegen, werden zunächst weggelassen, da sie nicht wesentlich zur magnetischen Diffusion im Inneren des Kerns beitragen. Die Übergangseffekte im Deckel, der oberhalb des Schaftes zum Schließen des magnetischen Flusses notwendig ist, werden außer Acht gelassen. Als Vereinfachung stellen die Bereiche oberhalb und unterhalb (Deckel und Kugel) des betrachteten Raumes die „Schließung“ des magnetischen Flusses dar. In den Spulen entstehen ebenfalls Ströme (Stromdichten), die von der zeitlichen Änderung des Vektorpotentials und des Gradienten des elektrischen Potentials abhängig sind.

4.3.1 Wirbelstromausbreitung ohne Feldverzerrung (kleine Frequenzen)

Im ersten Schritt wird eine vereinfachte Berechnung der Wirbelströme durchgeführt, bevor auf die wesentliche Berechnung eingegangen wird. Dabei wird unter kleinen Frequenzen eine geringfügige zeitliche Änderung des Feldes verstanden. Das gilt in erster Näherung bis zur Grenzfrequenz. Hierbei wird die Induktionsverteilung als räumlich konstant angenommen, die jedoch zeitlich veränderlich ist. Die Berechnung gilt nur für den Fall, dass höhere Frequenzen vernachlässigt, bzw. nicht erreicht werden. Das Magnetfeld B wird hierbei unabhängig von den zeitlich veränderlichen Vorgängen berechnet. Für diese Vereinfachung kann die rotationssymmetrische Gleichung für das Vektorpotential herangezogen werden. Da bei dieser Methode die Verteilung des Feldes durch den Einfluss der Zeit vernachlässigt werden kann, entsteht eine vereinfachte Gleichung:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r \cdot A_{\varphi})}{\partial r} \right) = \kappa \cdot \mu \cdot \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial t} \approx 0 \quad (4.10)$$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Die Gleichung besagt, dass die zeitliche Änderung des Vektorpotentials so gering ist, dass die Verteilung damit nicht signifikant beeinflusst wird. Die Lösung kann für diesen Fall durch doppelte Integration angegeben werden. Aus Symmetriegründen und einem homogenen Feld ergibt sich die komplette Funktion für das Vektorpotential:

$$A_{\varphi}(r) = \frac{B_z \cdot r}{2} \quad (4.11)$$

Die induzierte elektrische Feldstärke im Kern erzeugt eine Stromdichte:

$$J_{\varphi}(r) = -\kappa \cdot \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial t} = -\kappa \cdot \frac{\dot{B}_z \cdot r}{2} \quad (4.12)$$

Es entsteht eine lineare Funktion für die Stromdichte. In der Mitte des Kerns werden keine Wirbelströme induziert, zum Rand hin nehmen sie stetig zu. Diese Methode eignet sich hervorragend für gekoppelte Simulationen und unterschiedliche Arbeitspunkte, um die Wirbelstromverteilung grob abzuschätzen. Zu beachten ist jedoch die Tatsache, dass diese Methode nur für kleine Frequenzen, bis zur Grenzfrequenz, gut funktioniert. Die vereinfachte Darstellung führt dazu, dass die Berechnung des Wirbelstromes, der nicht direkt messbar ist, näherungsweise erfolgt und der Einfluss auf die Dynamik des Gesamtsystems bestimmt werden kann. Der Ersatzwirbelstrom im Kern, für das Ersatznetzwerk, kann wie folgt berechnet werden:

$$i_w = \int_0^R \int_0^{\ell_{Fe}} J_{\varphi}(r) \cdot dz \cdot dr = \left\{ \kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot \frac{\dot{B}_z \cdot R^2}{4} \right\} \quad (4.13)$$

Der stationäre Strom, der zum Erreichen der notwendigen Induktion im Luftspalt notwendig ist, kann ebenfalls durch das Durchflutungsgesetz ausgedrückt werden:

$$i_0 = \frac{B_z}{\mu_0} \cdot (2 \cdot \delta_0 - z + 2 \cdot \ell_{Fe} / \mu_r) \quad (4.14)$$

Der tatsächliche Spulenstrom setzt sich aus den beiden Strom-Anteilen zusammen:

$$i(z, t, B_z) = \frac{i_w + i_0}{N} = B_z \cdot \frac{2 \cdot \delta_0 - z + 2 \cdot \ell_{Fe} / \mu_r}{\mu_0 \cdot N} + \frac{dB_z}{dt} \cdot \frac{\kappa \cdot \mu_0 \cdot \ell_{Fe} \cdot R^2 / 4}{\mu_0 \cdot N} \quad (4.15)$$

Die Gleichung beschreibt die Dynamik des Magnetfeldes als Verzögerungsglied erster Ordnung. Bei einem konstanten Luftspalt in der Ruhelage ($z = 0$) lässt sich das System auf ein PT1-Verhalten mit zwei Konstanten und dem Feld als Ausgangsgröße reduzieren:

$$i(t) = B_z \cdot C_1 + \dot{B}_z \cdot C_2 \quad (4.16)$$

Die Zeitkonstante lässt sich einfach berechnen:

$$T = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\mu_0 \cdot \kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot R^2}{8 \cdot (\delta_0 + \ell_{Fe} / \mu_r)} \quad (4.17)$$

Für das zu untersuchende Magnetlager ergibt sich eine Zeitkonstante $T = 170 \text{ ms}$. Dies führt zu einer Grenzfrequenz von ca. 1 Hz . Vergleicht man das Ergebnis eines runden Kerns mit dem

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

eines dünnen Trafoblechs, ergibt sich einen ein Faktor von $\frac{1}{2}$, der für andere Berechnungen benutzt wird. Für größere Frequenzen hat die Verteilung der Wirbelstromdichte einen größeren Einfluss auf das magnetische Feld. Dafür werden die Felder im nächsten Schritt genauer untersucht.

4.3.2 Zeitliche Lösung der Diffusionsgleichung für beliebige Stromformen

Für das Ausgangsproblem (s. Abbildung 39) soll der magnetische Kreis nun für eine analytische Lösung mit Randwerten betrachtet werden. Dabei wird das Vektorpotential im Kern berechnet. Der magnetische Fluss schließt sich über die äußere Schale, Deckel und Kugel. Es gilt hier den Zusammenhang herzustellen, mit dem Effekte wie die räumliche Verteilung und die zeitliche Abhängigkeit, erklärt werden können. Dazu wird wieder die Diffusionsgleichung für das Vektorpotential betrachtet, welche mit dem Korrekturfaktor 2 von der rotationssymmetrischen in eine quasi eindimensionale Diffusionsgleichung transformiert wird:

$$2 \cdot \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} = \kappa \cdot \mu \cdot \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} \quad \text{mit} \quad \kappa, \mu > 0 \quad (4.18)$$

und folgendem Randwertproblem (RWP):

$$\frac{\partial A_\varphi}{\partial r} = B_z(R, t) = B_0(t) \quad \text{und} \quad \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} = B_z(-R, t) = B_0(t) \quad (4.19)$$

Die Randwerte sind so zu deuten, dass die Feldverteilung im Kern durch die Induktion am Rand festgelegt wird. Es wird allgemein von einem Randwertproblem für eine Differentialgleichung zweiter Ordnung gesprochen, wenn zwei Bedingungen die Lösung eindeutig beschreiben. Dies ist nicht mit einem Anfangswertproblem (AWP) zu verwechseln, welches an einer einzigen Stelle angegeben wird. Die Randwerte werden dagegen an zwei Stellen angegeben, wobei die Lösung im Intervall $[-R; R]$ gesucht wird. Des Weiteren können die Symmetrie und die Anfangsverteilung des Vektorpotentials ausgenutzt werden:

$$A_\varphi(0, t) = 0, \quad A_\varphi(r, 0) = A_{\varphi 0}(r) \quad \text{mit} \quad -R \leq r \leq R \quad (4.20)$$

Es gibt mehrere Ansätze, sowohl numerische als auch analytische, die zum Ziel führen. Die Motivation ist es eine analytische Gleichung anzugeben, mit der sich sowohl zeitliche, als auch später frequenzabhängige Lösungen angeben lassen. Die räumliche Fourier-Transformation funktioniert hier wegen des begrenzten Wirkungsraumes nicht so gut, weil die Rücktransformation, ebenfalls nur numerisch gelöst werden kann. So ist es sinnvoll die Zeit in einen komplexen Bereich zu transformieren. Mit Hilfe der Laplace-Transformation lässt sich festhalten:

$$\mathcal{L}(A_\varphi(t)) = \int_0^\infty A_\varphi(t) \cdot e^{-st} \cdot dt = A_\varphi(s) \quad \text{mit} \quad s = \sigma + j \cdot \omega \quad (4.21)$$

Der Vorteil der Laplace-Transformation liegt vor allem darin, dass der Ausgangspunkt der Betrachtung klar festgelegt werden kann. Es ergibt sich folgende, gewöhnliche Differentialgleichung, die nun von einer Veränderlichen r abhängt:

$$2 \cdot \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2}(r, s) - s \cdot \kappa \cdot \mu \cdot A_\varphi(r, s) = \kappa \cdot \mu \cdot A_{\varphi 0}(r) \quad (4.22)$$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Es ist eine inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung. Allgemein ist eine Greensche Funktion G gesucht, die das AWP und RWP löst:

$$A_{\varphi}(r) = \kappa \cdot \mu \cdot \int_{-R}^R G(r, x) \cdot A_{\varphi 0}(x) \cdot dx \quad (4.23)$$

Die zeitliche Anfangswertbedingung des Vektorpotentials $A_{\varphi 0}$ kann z.B. durch die Vormagnetisierung entstehen. Die Anfangswertbedingung ist üblicherweise nicht gegeben und wird daher bei $t = 0$ null gesetzt. Durch den Entkopplungsansatz, der mit Hilfe der Laplace-Transformation das System lösen lässt, entsteht folgende Lösung des Problems:

$$A_{\varphi}(r) = A \cdot \cosh(a \cdot r) + B \cdot \sinh(a \cdot r) \quad \text{mit} \quad a = \sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \quad (4.24)$$

Die Lösung muss allerdings noch an die Randwerte (Induktion) angepasst werden, die im Wesentlichen den Funktionsverlauf bestimmen. Beim Einsetzen des Randwertes entsteht folgende Formel für das Vektorpotential:

$$A_{\varphi}(r, s) = A_0(s) \cdot \frac{\sinh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r)}{\sinh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot R)} \quad (4.25)$$

Der Randwert des Vektorpotentials ist jedoch nicht bekannt, so dass dieser aus dem Wert der Induktion B am Rand zu ermitteln ist. Das B -Feld ergibt sich aus der Rotation des Vektorpotentials. Die Rotation des Vektorpotentials liefert folgenden Ausdruck:

$$B_z(r, s) = \sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot A_0 \cdot \frac{\cosh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r)}{\sinh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot R)} \quad (4.26)$$

An den Rändern des Kerns haben Induktionen feste Werte, die nur zeitlich veränderlich sind: sie sind somit direkt dem Spulenstrom proportional. Die Wirbelströme beeinflussen aber sowohl die zeitliche als auch die räumliche Induktionsverteilung im Inneren des Kerns. Von Interesse ist jedoch die Lösung für die Feldstärke, die aus dem Vektorpotential und dem B -Feld (RWP) resultiert:

$$E_{\varphi} = \mathcal{L}(-\partial A_{\varphi} / \partial t) = -s \cdot A_{\varphi}(s, r) + E_{\varphi 0}(r) \quad E_{\varphi}(s, r) = -\frac{\sqrt{s} \cdot B_0}{\sqrt{1/2 \cdot \kappa \cdot \mu}} \cdot \frac{\sinh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r)}{\cosh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot R)} \quad (4.27)$$

Auch hier ist die Anfangswertbedingung aus dem Potentialgradienten in der Gleichung enthalten. Sie wird ebenfalls auf null gesetzt, weil keine Ladungen oder Spannungsquellen am Kern vorhanden sind und der gesamte Vorgang abgebildet werden sollte. Die Wirbelströme (Stromdichte im Kern) können somit direkt aus der zeitlichen Änderung des Vektorpotentials berechnet und im Laplace-Bereich dargestellt werden:

$$J_{\varphi}(s, r) = -\frac{\sqrt{s} \cdot B_0 \cdot \kappa}{\sqrt{1/2 \cdot \kappa \cdot \mu}} \cdot \frac{\sinh(a \cdot r)}{\cosh(a \cdot R)} \quad (4.28)$$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Wie schon beim Randwertproblem angedeutet, ist der Strom zum Randwert der Induktion direkt proportional. Die Induktion am Rand kann direkt aus dem Durchflutungssatz berechnet werden:

$$N \cdot I(s) = 2 \cdot \left[\frac{B_0(s)}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \ell_{Fe} + \frac{B_0(s)}{\mu_0} \cdot \delta_0 \right] \quad \rightarrow \quad B_0(s) = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I(s)}{2 \cdot (\delta_0 + \ell_{Fe} / \mu_r)} \quad (4.29)$$

Durchflutungssatz: B-Feld am Rand des Kerns

Somit wurde das Randwertproblem für das Verhalten mit dem Strom als Eingangsgröße gelöst. Damit lassen sich nun mehrere Untersuchungen durchführen:

- Reaktion des Systems (Spannung und Flussverkettung) auf eine Stromänderung,
- Verteilung der Feldgrößen (Induktion, Wirbelströme) im Kern,
- Verteilung der Verlustdichten im Kern.

Die Bedeutung der Reaktion des Systems auf einen zeitlich veränderlichen Strom spielt eine wichtige Rolle für das gesamte System und die damit verknüpfte Regelung. Nach dem Einsetzen der Randwerte ergibt sich folgende Gleichung für die Flussverkettung in der Spule:

$$\Psi(s) = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot N^2 \cdot \tanh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu \cdot R})}{\sqrt{s} \cdot \sqrt{1/2 \cdot \kappa \cdot \mu \cdot (\delta + \ell_{Fe} / \mu_r)}} \cdot I(s) \quad (4.30)$$

Die induzierte Spannung lässt sich durch Multiplikation mit der Variablen s angeben:

$$U_0(s) = \sqrt{s} \cdot \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot N^2 \cdot \tanh(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu \cdot R})}{\sqrt{1/2 \cdot \kappa \cdot \mu \cdot (\delta + \ell_{Fe} / \mu_r)}} \cdot I(s) \quad (4.31)$$

Der Vorteil der Berechnung der induzierten Spannung ist, dass sie sich messen lässt. Dazu müsste eine oder mehrere Windungen um den Kern zusätzlich gewickelt werden. Auf diese Weise können die Berechnungen verifiziert werden. Bei der analytischen Berechnung wird bei der vereinfachten Berechnung der Flussverkettung und Strombestimmung die wirksame Permeabilität mit der Werkstoffpermeabilität gleichgesetzt. Da die Magnetlager stets mit einem oder mehreren Luftspalten ausgeführt sind, ändert sich jedoch die wirksame Permeabilität. Die magnetisch effektive Permeabilität soll daher für die Diffusionsberechnung verwendet werden:

$$\mu_{r,eff} = \mu_r \cdot \frac{\ell_{Fe} + \delta_0}{\ell_{Fe} + \mu_r \cdot \delta_0} \quad (4.32)$$

4.3.3 Bestimmung der Greenschen Funktionen durch Rücktransformation

Nach dem Bestimmen des verketteten Flusses können alle Feldverteilungen nun im komplexen Frequenz-Bereich angegeben werden. Für die weiteren Betrachtungen der Systemgrößen ist nun die Rück-Transformation in den Zeitbereich von Bedeutung, weil damit die einzelnen Berechnungen möglich werden:

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

$$A_\varphi(t) = \mathcal{L}^{-1}(A_\varphi(s)) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma-j\infty}^{\gamma+j\infty} A_\varphi(s) \cdot e^{s \cdot t} \cdot ds = \sum_{a \in \mathbb{I} \mid (\operatorname{Im}s > 0)} \operatorname{Res}_a \{A_\varphi(s)\} \quad (4.33)$$

Das Integral lässt sich mit Hilfe des Residuen-Satzes aus der Funktionentheorie, numerisch oder per Rücktransformationstabelle lösen. Das Residuum ist ein Hilfsmittel zur Ermittlung der Ergebnisse von komplexen Kurvenintegralen ([Rob16], S. 16 ff.). Um mit dieser Lösung weiter arbeiten zu können, ist es sinnvoll die Gleichungen in eine etwas andere Form zu bringen:

$$\tanh\left(\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu \cdot R}\right) = \frac{1 - e^{-\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu \cdot 2 \cdot R}}}{1 + e^{-\sqrt{1/2 \cdot s \cdot \kappa \cdot \mu \cdot 2 \cdot R}}} = \frac{1 - e^{-\sqrt{s} \cdot b}}{1 + e^{-\sqrt{s} \cdot b}} \quad (4.34)$$

Vereinfachende Faktoren: $b = \sqrt{2 \cdot \kappa \cdot \mu \cdot R}$ und $L_0 = \mu_{r,eff} \cdot \frac{\pi \cdot R^2 \cdot N^2}{(\delta + \ell_{Fe})}$.

Um eine Vorstellung für das Systemverhalten und die Ausbreitung der Wirbelströme zu gewinnen, sollten folgende Funktionen (Impulsantworten) nach erfolgter Rücktransformation im Zeitbereich untersucht werden:

$$\mathcal{L}(f_1(t)) = F_1(s) = e^{-b\sqrt{s}} \quad \leftrightarrow \quad \mathcal{L}^{-1}(F_1(s)) = f_1(t) = \frac{b \cdot e^{-b^2/(4 \cdot t)}}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot t^3}} \quad (4.35)$$

$$\mathcal{L}(f_2(t)) = F_2(s) = \frac{e^{\pm b\sqrt{s}}}{\sqrt{s}} \quad \leftrightarrow \quad \mathcal{L}^{-1}(F_2(s)) = f_2(t) = \frac{e^{-b^2/(4 \cdot t)}}{\sqrt{\pi \cdot t}} \quad (4.36)$$

$$\mathcal{L}(f_3(t)) = F_3(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \quad \leftrightarrow \quad \mathcal{L}^{-1}(F_3(s)) = f_3(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} \quad (4.37)$$

Die Funktionen sind im Diagramm rechts dargestellt. Daraus kann entnommen werden, dass die Systemordnung relativ hoch ist, vor allem, weil die Funktionen f_1 und f_2 zusätzlich noch ein Laufzeitverhalten aufweisen. Das Laufzeitglied stellt theoretisch die maximale Ordnung eines Systems dar ($\rightarrow \infty$). Zusätzlich kann entnommen werden, dass die Funktion f_1 sehr flach und sehr langsam abklingt, was auf eine sehr große Zeitkonstante hindeutet. Im nächsten Schritt wird die Gleichung für die Flussverkettung betrachtet:

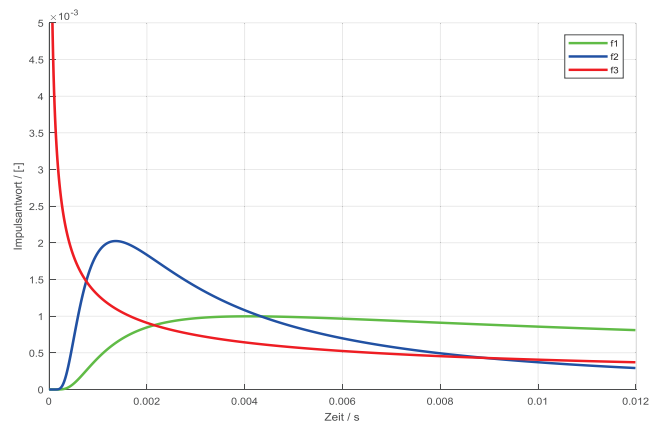


Abbildung 40: Impulsantworten der Funktionen (1 bis 3)

$$\Psi_0(s) = \frac{L_0}{\sqrt{s} \cdot b} \cdot (1 - e^{-\sqrt{s} \cdot b}) \cdot I(s) - \Psi_0(s) \cdot e^{-\sqrt{s} \cdot b} \quad (4.38)$$

Im Laplace-Bereich bedeutet die Multiplikation eine Faltung im Zeitbereich:

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

$$\Psi_0(t) = \mathcal{L}^{-1}(\Psi(s)) = L_0 \cdot \int_0^t \underbrace{\frac{1}{b} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \tau}} - \frac{e^{-b^2/(4\tau)}}{\sqrt{\pi \cdot \tau}} \right)}_{g_1(\tau)} \cdot \underbrace{i(t-\tau)}_{u(t-\tau)} \cdot d\tau - \int_0^t \underbrace{\frac{b \cdot e^{-b^2/(4\tau)}}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot \tau^3}}}_{g_2(\tau)} \cdot \underbrace{\Psi_0(t-\tau)}_{y(t-\tau)} \cdot d\tau \quad (4.39)$$

Aus der Gleichung für die Flussverkettung kann entnommen werden, dass die Lösungen rekursiv sind, ähnlich wie bei einem Integrator mit negativer Rückführung. Zur Überprüfung der Plausibilität werden folgende Integrationen durchgeführt:

$$I_1 = \frac{1}{b} \cdot \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{t}} \cdot (1 - e^{-b^2/4t}) \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{t'}} \cdot (1 - e^{-1/t'}) \cdot dt' = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = 1 \quad (4.40)$$

$$I_2 = \int_0^\infty \frac{b \cdot e^{-b^2/4t}}{2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot t^3} \cdot dt = \int_0^\infty \frac{e^{-1/t'}}{\sqrt{\pi} \cdot t'^3} \cdot dt' = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = 1 \quad (4.41)$$

Die Integrationen über die gesamte Zeit ergeben den Wert 1 (100%). Damit konnte gezeigt werden, dass die Funktionen richtig sind. Die zeitliche Berechnung für den Strom mit den Verlusten wird im Unterkapitel „Approximation“ betrachtet. Für die Berechnung der induzierten Spannung können Faltungsregeln die Berechnung vereinfachen:

$$u_0(t) = \frac{\partial \Psi_0(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (L_0 \cdot g_1 * i - g_2 * \Psi_0) = L_0 \cdot \left(g_1 * \frac{\partial i}{\partial t} \right) - (g_2 * u_0) \quad (4.42)$$

Dafür lässt sich die Spannung zeitlich wie folgt rekursiv angeben:

$$u_0(t) = L_0 \cdot \int_0^t \underbrace{\frac{1}{b} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \tau}} - \frac{e^{-b^2/(4\tau)}}{\sqrt{\pi \cdot \tau}} \right)}_{g_1(\tau)} \cdot \underbrace{\frac{\partial i(t-\tau)}{\partial t}}_{\substack{u(t-\tau) \\ \text{Eingang}}} \cdot d\tau - \int_0^t \underbrace{\frac{b \cdot e^{-b^2/(4\tau)}}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot \tau^3}}}_{g_2(\tau)} \cdot \underbrace{u_0(t-\tau)}_{y(t-\tau)} \cdot d\tau \quad (4.43)$$

Die $g_1(t)$ und $g_2(t)$ sind dabei Testfunktionen, bzw. Greensche Funktionen. Die Funktion g_2 mit der Vorgeschichte der Ausgangsgröße wirkt auf die Gesamtfaltung rekursiv. Um zu vergleichen, wie groß diese Wirkungen sind, wird ein Einheitssprung auf die Funktionen gegeben. Die Integrale über die Zeit ergeben den gleichen Wert. Die Vernachlässigung der Rückwirkung kann somit nicht einfach vorgenommen werden.

4.4 Berechnungen und Tests

Die Berechnung und die Realisierung der Diffusionswirkung im Magnetlager kann grundsätzlich auf zwei Arten auf dem Rechner, bzw. Mikrorechner erfolgen:

- Berechnung der Impulsantwort aus der Übertragungsfunktion (nicht rekursiv),
- Berechnung der rekursiven Koeffizienten als rekursiven Filter.

Die erste Art der Realisierung stellt einen so genannten Filter mit endlicher Impulsantwort dar und wird als FIR-Filter bezeichnet. Die charakteristische Eigenschaft von FIR-Filtern ist, dass bei der Realisierung nur eine Impulsantwort mit einer beschränkten Zeitdauer möglich ist. Das bedeutet,

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

dass diese Filter bei beliebiger Parameterwahl stets stabil bleiben. FIR-Filter sind nichtrekursive Filter und zeigen keine Rückkopplungen oder Schleifen in ihrer Struktur.

Die zweite Art der Realisierung stellt ein System mit einer unendlichen Impulsantwort (IIR-Filter oder auch IIR-System) dar. Das ist ein spezieller Typ Filter, welchem man als einen linearen, verschiebungsinvarianten Filter bezeichnet, auch LSI System (Linear-Shift-Invariant), wird. Gemäß der konkreten Wahl der Filterparameter kann dieser Filtertyp im Gegensatz zu den Filtern mit beschränkter Impulsantwort eine unendlich lange Impulsantwort liefern. Das wird durch die Rückkopplung (Rekursion) und die Faltung des Ausgangssignals erreicht.

Für die Berechnung der Flussverkettung und der Spannung (bei eingepprägtem Strom) oder des Stromes (bei eingepprägten Spannungen) werden zunächst die zwei Übertragungsfunktionen diskretisiert dargestellt. Dabei werden die einzelnen Punkte so gewichtet, dass die Summe aller Punkte den Wert 1 (100%) ergibt. Zur Berechnung werden zunächst die Daten von der ausgelegten magnetischen Lagerung verwendet:

$$b^2 = 2 \cdot \kappa \cdot \mu \cdot R^2 \cdot 4 = 40 \text{ ms} \quad L_0 = 0,148 \text{ mH} \quad (4.44)$$

Anhand der Abbildung 41 wird deutlich, dass diese sogar bei einer groben Auflösung die FIR-Filter relativ viele Stützpunkte benötigen, um auf den Wert 0 abzuklingen. Da bei der Faltung der Übertragungsfunktion mit dem Eingangssignal die Anzahl der Stützpunkte gleich der Anzahl der Multiplikationen und Additionen ist, ist die Umsetzung im DSP solcher Übertragungsfunktionen eher schwierig.

Aus diesem Grund verspricht die Wahl eines IIR-Systems mehr Vorteile für das gestellte Problem. Außerdem wird elektromagnetische, reflektierende Welle im Kern stark gedämpft. Die Rückwirkung der Welle ist wirksam und kann den Kern von einer Seite zur anderen Seite durchdringen. Das spricht auch physikalisch für die Rückführung, bzw. Rückkopplung des Ausgangssignals. Die Form der rekursiven Berechnung hat folgende z-Darstellung für das diskrete Ausgangssignal y :

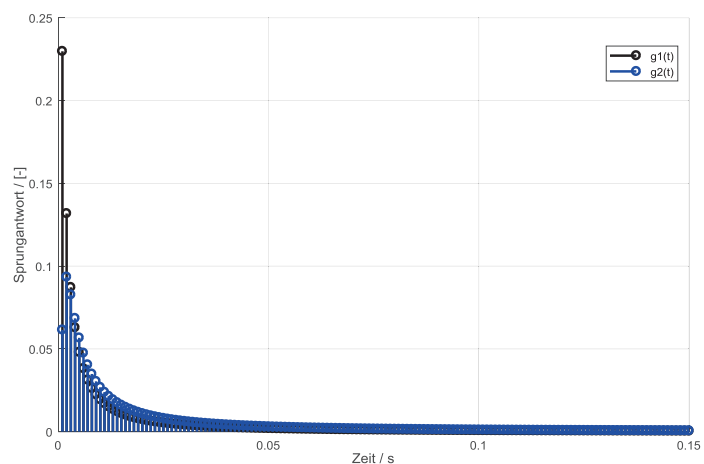


Abbildung 41: Impulsantworten der Funktionen g_1 und g_2

$$y(z) = \frac{b(z)}{1 - a(z)} \cdot x(z) \quad (4.45)$$

Konkret heißt das nun, dass folgende Operation im Rechner durchgeführt werden muss:

$$y(n) = \sum_{k=0}^m b_k \cdot x(n-k) - \sum_{k=0}^m a_k \cdot y(n-k) \quad (4.46)$$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Die Eingangs- und Ausgangsgrößen werden geschoben und aufsummiert (Faltung). Für die einzelnen Funktionen heißt das, dass sie umgewandelt und mit den entsprechenden Funktionen gefaltet werden müssen. Dabei entspricht $b(z)$ der $g_1(z)$ und $a(z)$ der $g_2(z)$:

$$\Psi_0(n) = L_0 \cdot \sum_{k=1}^m \frac{1}{b} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot T_s \cdot k}} - \frac{e^{-b^2/(4 \cdot T_s \cdot k)}}{\sqrt{\pi \cdot T_s \cdot k}} \right) \cdot i(n-k) - \sum_{k=1}^m \frac{b \cdot e^{-b^2/(4 \cdot T_s \cdot k)}}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot (T_s \cdot k)^3}} \cdot \Psi_0(n-k) \quad (4.47)$$

$$u_0(n) = L_0 \cdot \sum_{k=1}^m \frac{1}{b} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot T_s \cdot k}} - \frac{e^{-b^2/(4 \cdot T_s \cdot k)}}{\sqrt{\pi \cdot T_s \cdot k}} \right) \cdot \frac{i(n-k) - i(n-k-1)}{T_s} - \sum_{k=1}^m \frac{b \cdot e^{-b^2/(4 \cdot T_s \cdot k)}}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot (T_s \cdot k)^3}} \cdot u_0(n-k) \quad (4.48)$$

Aus den Gleichungen kann entnommen werden, dass die Realisierung allgemein mit beliebiger Genauigkeit möglich ist. Dazu werden zwei Sprungantworten ausgewertet:

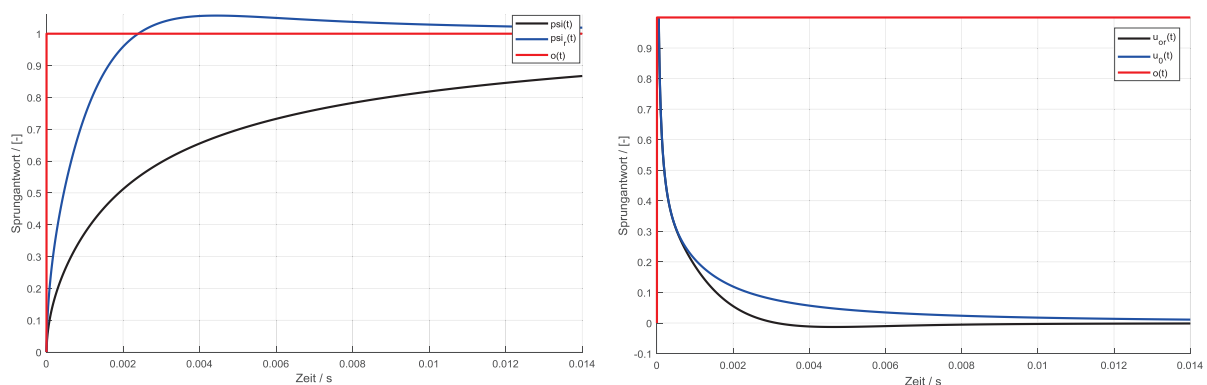
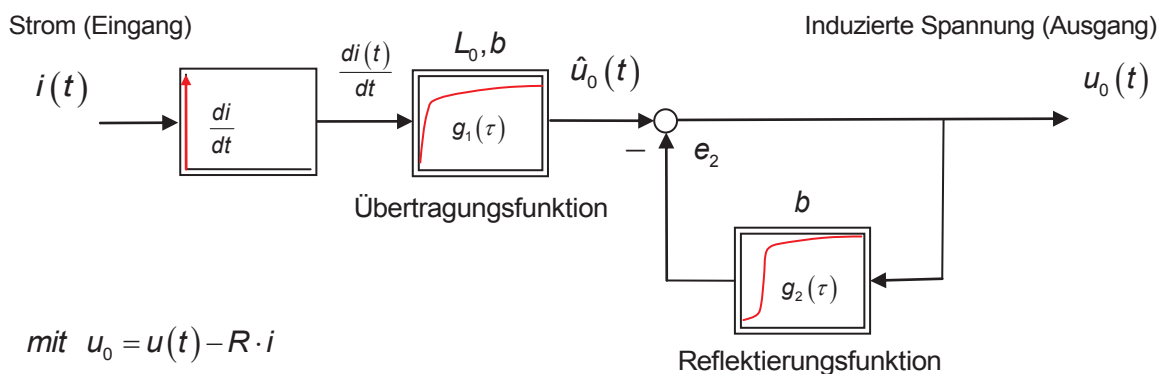


Abbildung 42: Sprungantworten, normiert. Flussverkettung (links). Induzierte Spannung (rechts)

Anhand der Sprungantworten für die Flussverkettung ψ und die induzierte Spannung u_0 , wenn der Strom als Heaviside-Funktion am Eingang wirkt, kann entnommen werden, dass bei nicht rekursiver Berechnung (schwarz), der rekursive Teil des Filters vernachlässigt wird, während sich bei der rekursiven Berechnung (blau), wie erwartet, ein anderer Verlauf einstellt. Als besondere Merkmale der rekursiven Berechnung sind ein geringer Überschwinger und die höhere Dynamik zu erwähnen. Des Weiteren ist die Dauer des Abklingens ersichtlich, die bei der Diffusion allgemein lange dauert. Der Anstieg am Anfang deutet auf eine relativ geringe Anfangszeitkonstante hin. Die induzierte Spannung hat einen unendlich hohen Wert am Anfang, der zunächst stark abnimmt und ebenfalls relativ lange abklingt. Die unten abgebildeten Blockschaltbilder verdeutlichen die Dynamik und eine Realisierungsmöglichkeit.



4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Abbildung 43: Flussverkettung und rekursive Darstellung der Diffusion

Mit diesem Verfahren lässt sich bei jedem beliebigen Strom als Eingang die induzierte Spannung berechnen. Die Flussverkettung wird auf dieselbe Art und Weise rekursiv berechnet, allerdings ohne Auswertung der zeitlichen Änderung (d/dt) am Eingang.

4.4.1 Tests mit unterschiedlichen Eingangssignalen für den Strom

In einem weiteren Schritt wird untersucht, wie das Magnetlager mit der Diffusionswirkung auf bestimmte Testfunktionen reagiert. Die Reaktion auf den Einheitssprung wurde bereits getestet, so dass nun die Antwort des Systems auf Ströme von getakteten Stromrichtern untersucht wird.

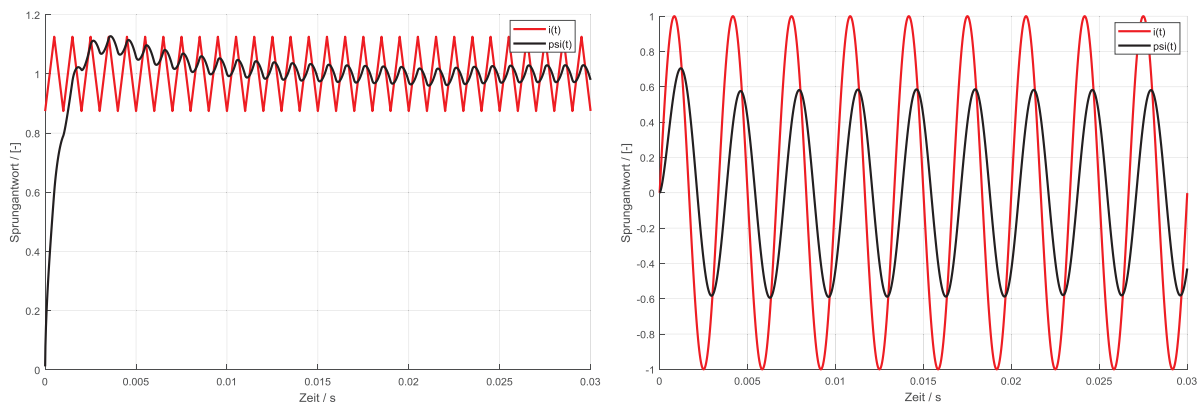


Abbildung 44: Links: Zeitlicher Verlauf der Flussverkettung (Ausgangssignal) auf Dreieckstrom (1000 Hz) als Eingang. Rechts: Flussverkettung mit Sinusstrom (500 Hz) als Eingang.

Aus den Abbildungen ist zu erkennen, dass die die Flussverkettung als Filter auf den Strom wirkt. Die hochfrequenten Anteile werden stark gedämpft. Des Weiteren ist zu erkennen, dass aus dem Dreieckverlauf des Stromes ein sinusförmiger Verlauf der Flussverkettung resultiert. Am Anfang ist der Anstieg des Feldes (Flusses) relativ hoch, nimmt jedoch stetig ab, bis der Diffusionsvorgang komplett abgeschlossen ist. Es hat sich ergeben, dass bei den Sinussignalen bei höheren Frequenzen, die Phasenverschiebung bei -45° bleibt. Für Sinussignale ist es sinnvoll den stationären Zustand zu analysieren, der im speziellen Kapitel ausführlich beschrieben wird.

4.4.2 Feldverteilungen

Es wurden Übertragungsfunktionen mit dem Strom als Eingang berechnet. Für die Berechnung des Magnetlagers sind die Verteilungen der Ströme und der Induktion von großer Bedeutung. Aus diesem Grund wird nun auf die Darstellung der Felder (A, E, B) im Kern, ebenfalls für beliebige Stromsignale, eingegangen. Dafür wird die Gleichung für das magnetische Vektorpotential in der rekursiven Darstellung betrachtet:

$$A_\varphi(s, r) = \frac{B_0}{\sqrt{1/2 \cdot \kappa \cdot \mu}} \cdot \left(\frac{e^{-\sqrt{s} \cdot \sqrt{1/2 \mu \kappa} \cdot (r+R)}}{\sqrt{s}} - \frac{e^{-\sqrt{s} \cdot \sqrt{1/2 \mu \kappa} \cdot (R-r)}}{\sqrt{s}} \right) - A_\varphi(s) \cdot e^{-\sqrt{s} \cdot \sqrt{1/2 \mu \kappa} \cdot 2 \cdot R} \quad (4.49)$$

Die zeitliche und räumliche Verteilung kann dann ebenfalls durch rekursive Faltung berechnet werden:

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

$$\begin{aligned}
 A_\varphi(r, t) &= g(x, \tau) * B_0 - \underbrace{g_2(\tau) * A_\varphi}_{\text{Rekursion}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \kappa \cdot \mu}} \cdot \int_0^t \underbrace{\left(\frac{e^{-(r+R)^2 \mu \kappa / (8 \cdot \tau)}}{\sqrt{\pi \cdot \tau}} - \frac{e^{-(R-r)^2 \mu \kappa / (8 \cdot \tau)}}{\sqrt{\pi \cdot \tau}} \right)}_{g(x, \tau)} \cdot \underbrace{B_0(r, t - \tau)}_{\text{Randwert}} \cdot d\tau - \int_0^t \underbrace{\frac{\sqrt{\mu \kappa} \cdot R \cdot e^{-\mu \kappa 2 \cdot R^2 / (4 \cdot \tau)}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \tau^3}}}_{g_2(\tau)} \cdot \underbrace{A_\varphi(r, t - \tau)}_{\text{Rekursion}} \cdot d\tau
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

Die Gleichung beschreibt die räumliche Verteilung des Vektorpotentials, aus dem die magnetische Induktion und die elektrische Feldstärke berechnet werden. Zunächst sind der Gleichung zwei Terme zu entnehmen.

Der hintere Teil beschreibt den rekursiven Teil der Faltung mit g_2 , der die reflektierte, gedämpfte Welle beschreibt. Der vordere Teil beschreibt die Faltung der räumlich und zeitlich abhängigen Funktion $g(x, t)$ mit der Eingangsgröße B_0 (Randwert). Die Funktion beschreibt exakt zwei Diffusionskerne, die im Kapitel der allgemeinen Diffusionsgleichung beschrieben worden sind. Diese wirken genau an zwei Stellen $-R$ und R . Die Abbildung rechts ist für unterschiedliche Zeiten dargestellt und verdeutlicht die Wirkung der elektromagnetischen Diffusion. Die Verteilung des Potentials kann nun ebenfalls bei unterschiedlichen Eingangssignalen getestet werden. Im ersten Schritt wird die Faltung (rekursiv) für das Vektorpotential (Antwortverteilung auf einen Einheitssprung des Stromes) durchgeführt.

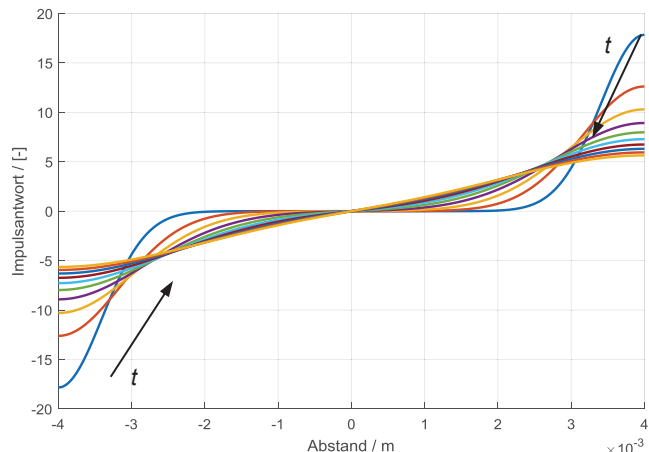


Abbildung 45: Räumlicher und zeitlicher Verlauf der Funktion g

Die Abbildung rechts ist für unterschiedliche Zeiten dargestellt und verdeutlicht die Wirkung der elektromagnetischen Diffusion. Die Verteilung des Potentials kann nun ebenfalls bei unterschiedlichen Eingangssignalen getestet werden. Im ersten Schritt wird die Faltung (rekursiv) für das Vektorpotential (Antwortverteilung auf einen Einheitssprung des Stromes) durchgeführt.

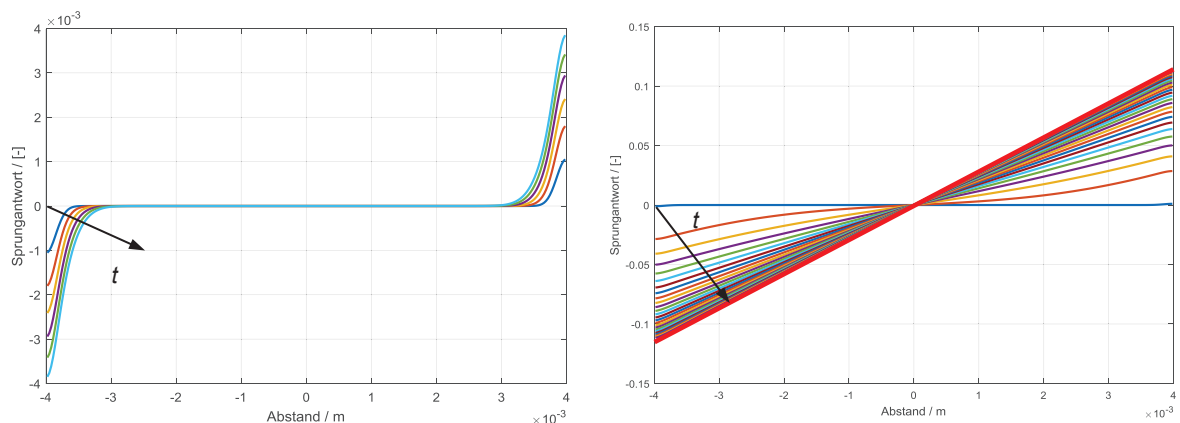


Abbildung 46: Links: Vektorpotential bei $t = 0$. Rechts: Vektorpotential beim Einschwingen.

Aus den Berechnungen kann entnommen werden, dass die Verteilung des Vektorpotentials sich von den Rändern bis zum Inneren ausbreitet. Nach kurzer Zeit stellt sich ein Gleichgewichtszustand mit linearem Verlauf ($\sim r$) ein. Im nächsten Schritt werden die Wirbelströme im Kern berechnet:

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

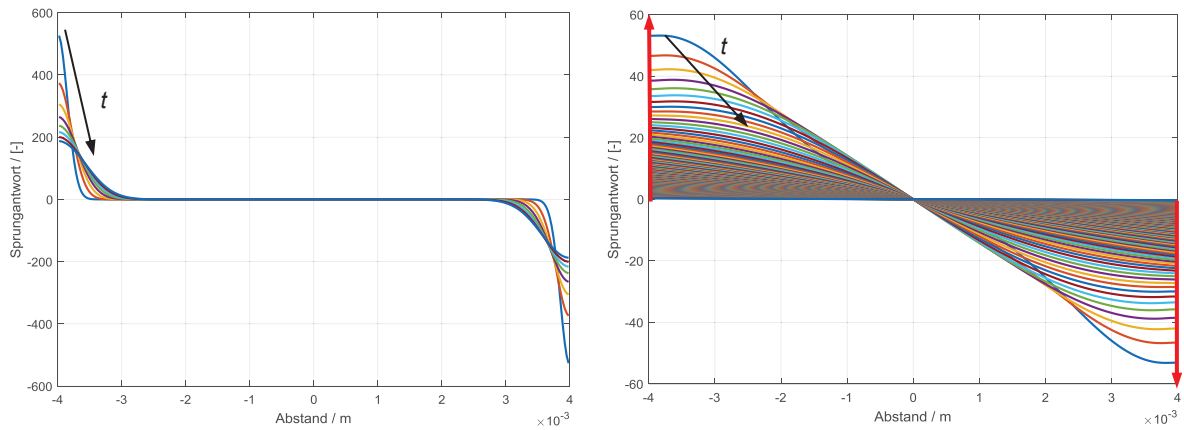


Abbildung 47: Links: E-Feld direkt nach dem Einschalten. Rechts: E-Feld beim Einschwingen.

Aus den Berechnungen für das E-Feld kann entnommen werden, dass es direkt nach dem Einschalten sehr hohe Werte annimmt (theoretisch sogar unendlich), langsam auf null abklingt und dabei einen linearen Verlauf annimmt. Nach der gleichen Vorgehensweise wird nun die Induktion im Kern berechnet.

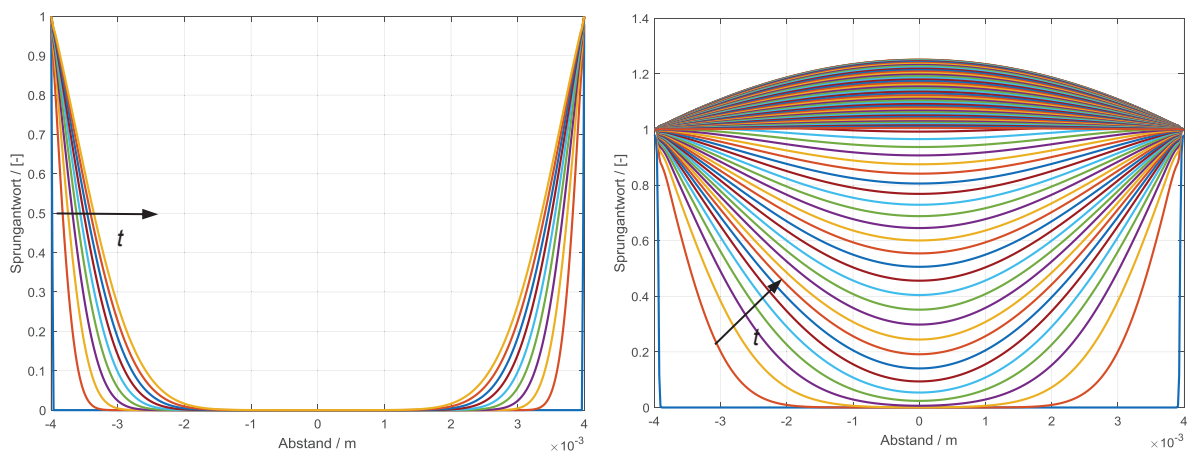


Abbildung 48: Links: B-Feld direkt nach dem Einschalten. Rechts: B-Feld beim Einschwingen.

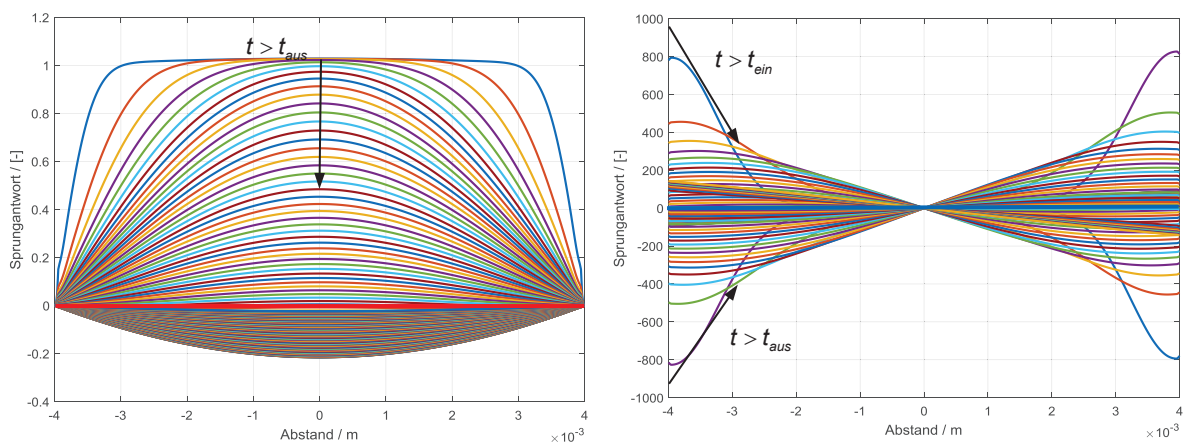


Abbildung 49: Links: B-Feld nach dem Ausschalten. Rechts: E-Feld nach dem Ein- und Ausschalten.

Anhand der Verläufe für die Induktion kann entnommen werden, dass die Induktion an den Rändern dem vorgegebenen Wert 1 entspricht. Direkt nach dem Einschalten ist der Verlauf einer

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Badewannenkurve ähnlich. Nach einer gewissen Zeit schwingt das Feld in der Mitte des Kerns sogar kurzzeitig über und geht danach auf den Wert 1 (konstant verteilt) zurück. Im nächsten Schritt ist der Ein- und Ausschaltvorgang von Interesse, der in den nächsten Abbildungen dargestellt ist.

Das Ausschalten des B-Feldes läuft genauso ab, wie das Einschalten, allerdings mit umgedrehter Richtung. Beim E-Feld wurde zur Verdeutlichung der Ein- und Ausschaltvorgang für mehrere Zeiten abgebildet. Beim Ein- und Ausschalten entstehen relativ große Flanken. Im nächsten Schritt werden nun Antworten des Systems für einen sinusförmigen Strom (1000 Hz) für unterschiedliche Zeitpunkte abgebildet:

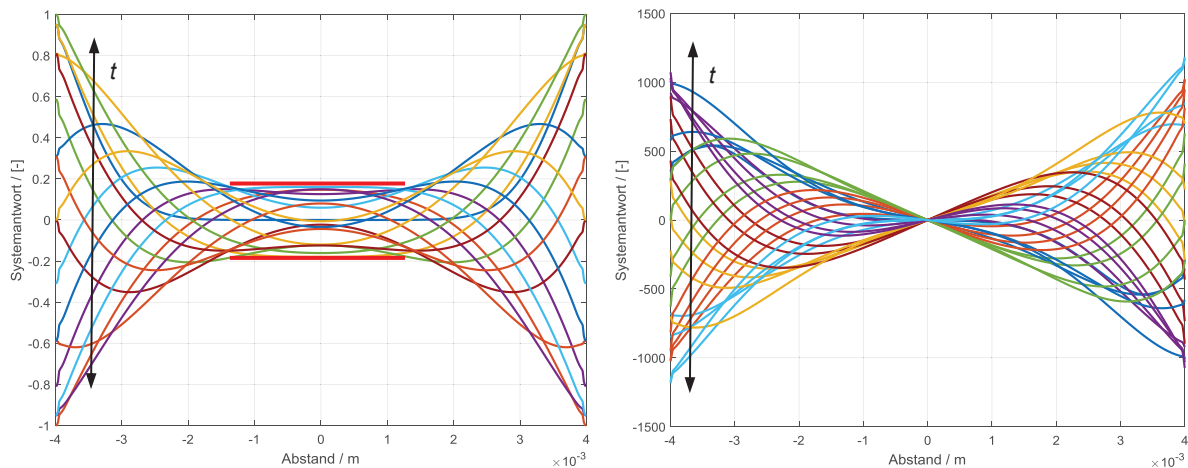


Abbildung 50: Links: B-Feld bei Sinus (1 kHz). Rechts: E-Feld B-Feld bei Sinus (1 kHz).

Aus den Diagrammen sind bei einem kHz schon deutliche Verzerrungen der Felder zu erkennen. Der aktive Bereich in der Mitte des Kerns hat ca. 1/5 des aktiven Randwertes. Als letzter Verlauf sei noch die Antwort des B-Feldes (Verteilung) auf einen Stromimpuls zu erwähnen. Die Lösung ist in der Abbildung rechts dargestellt. Die Lösung der Diffusionsgleichung im Zeitbereich ist wichtig für die Analysen für beliebige Zeitsignale und das allgemeine Systemverständnis. Es gibt eine

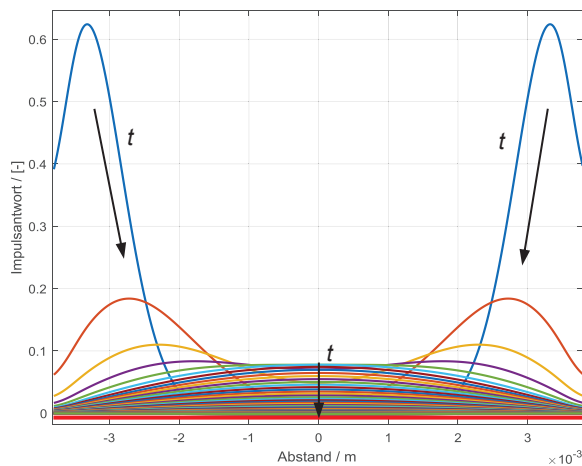


Abbildung 51: Zeitlicher Verlauf des B-Feldes (Impuls)

Anzahl der FEM-Programme, die es erlauben die Wirbelströme zu berechnen. Allerdings ist es für die Systemregelung (optimale Regelung) und Systemoptimierung von entscheidender Bedeutung die Dynamik des Systems zu untersuchen. Denn bei FEM ist man auf die Lösungen der Gleichungen, sowie Fehler und Abweichungen angewiesen, wobei es nicht darum geht diese Fehler und Abweichungen zu beurteilen.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

4.4.3 Tests mit elektrischer Spannung als Eingangsgröße

Die angelegte Spannung kann durch ein Umlaufintegral über die erzeugte Feldstärke in der Spule berechnet werden. Diese Information wird wie folgt ermittelt:

$$\int_{(1)}^{(2)} \left(-\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s} = \varphi_1 - \varphi_2 - \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} = u(t) - \int_{(1)}^{(2)} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{K_{Spule}} \int_{(1)}^{(2)} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} \quad (4.51)$$

Mit der Berücksichtigung der Windungszahl und des Spulenstromes, ergibt sich im komplexen Frequenzbereich die Spannung in der Spule:

$$U_0(s) = U(s) - I(s) \cdot R_{Spule} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot N \cdot s \cdot A_\varphi(s) \quad (4.52)$$

Für den Strom lässt sich aus der zeitlichen Änderung folgende Gleichung angeben:

$$I(s) = \frac{1}{L_0 \cdot \sqrt{s} \cdot b} \cdot (1 + e^{-\sqrt{s} \cdot b}) \cdot U_0(s) + I(s) \cdot e^{-\sqrt{s} \cdot b} \quad (4.53)$$

Der Strom würde bei angelegter Spannung, ohne Berücksichtigung des Spulenwiderstandes, im dauerhaften Zustand einen unendlich hohen Wert erreichen, weil die Rekursion eine positive Verstärkung hat. Aus dem Diagramm ist zu entnehmen, dass in diesem Fall sich ein integrales Verhalten einstellen würde.

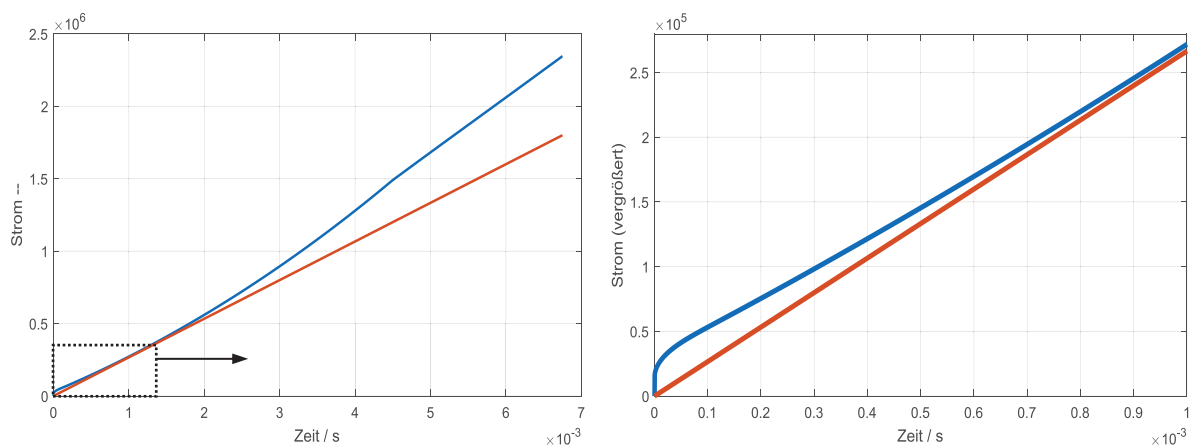


Abbildung 52: Links: Zeitlicher Stromverlauf auf einen Sprung der Spannung. Rechts: Vergrößerung

Der Grafik ist zu entnehmen, dass der Verlauf des Stromes mit einem leitenden Kern (blau) im Vergleich zu einem Kern ohne Diffusionswirkung einen höheren Anstieg am Anfang hat und dieser im weiteren Verlauf sogar zunimmt. Mit Berücksichtigung des Kupferwiderstandes und allen berechneten Größen aus der Geometrie des Magnetlagers ergibt sich nach der rekursiven Faltung folgende Sprungantwort für den Strom und die Induktion B in der Mitte des Kerns ($r = 0$). Bei einer konstanten Spannung von 10 V sind in den folgenden Diagrammen die berechneten Verläufe den gemessenen Verläufen gegenübergestellt. Das Feld wird mit einem Hallsensor gemessen, der direkt im Luftspalt angebracht wurde, was einer Position $r = 0$ entspricht.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

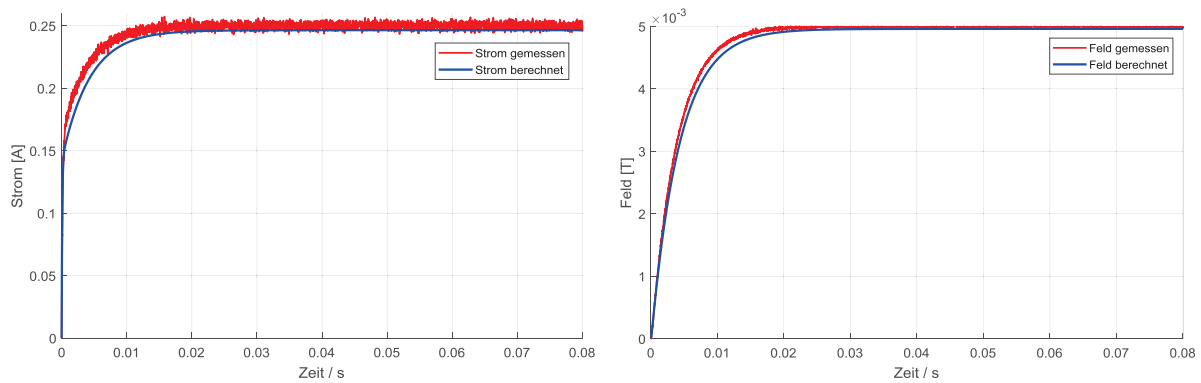


Abbildung 53: Links: Zeitlicher Stromverlauf bei Spannung 10 V. Rechts: B-Feld in der Mitte des Kerns.

Anhand der Verläufe kann entnommen werden, dass der Strom zunächst sehr steil ansteigt und ab ca. 150 mA sich langsam auf einen stationären Wert bewegt. Die Induktion zeigt dagegen einen Verlauf, der einem Verzögerungsglied erster Ordnung sehr ähnlich ist. Ein weiteres Merkmal für die Überprüfung der Diffusionswirkung ist die induzierte Spannung im Kern. Diese kann nur durch das Anbringen einer weiteren Wicklung über dem Kern gemessen werden. Die auf diese Art gemessene Spannung entspricht exakt dem Randwert bei der E-Feld (J-Feld) Berechnung.

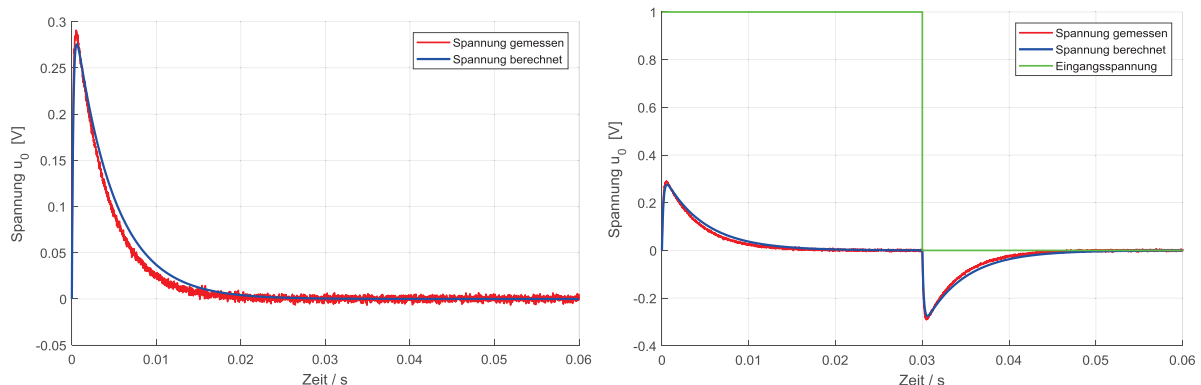


Abbildung 54: Induzierte Spannung: links: Einschalten. Rechts: Ausschalten

Anhand der induzierten Spannung kann entnommen werden, dass sie zunächst steil ansteigt, allerdings langsam abklingt und nach ca. 30 ms den Wert null erreicht. Der Vorteil dieser Darstellung ist, dass die Spannung messbar ist und damit die Berechnungen überprüft werden können.

4.4.4 Vereinfachungen des Systems und der Messungen

Die partiellen Differentialgleichungen beschreiben eine Feldverteilung im Raum. Das Feld ist nicht nur von den Raumkoordinaten abhängig, sondern auch von der Zeit. Da die Lösung der partiellen Differentialgleichungen für einen Raum, in dem unterschiedliche und nicht lineare Medien angebracht sind (z.B. Eisen, Ferrite, Kupfer, Isoliermaterialien usw.), komplex ist, soll ein Verfahren für die Umsetzung der Diffusionswirkung in die Regelungs- und Beobachterstrukturen entwickelt werden. Um solche Berechnungen parallel mit jedem Abtastschritt im Programm durchführen zu können, muss das System nach Möglichkeit vereinfacht werden. Mit einer be-

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

grenzten Taktfrequenz im Mikrorechner kann entweder der Raum oder die Zeit diskretisiert werden. Es kann ebenfalls beides gleichzeitig geschehen. Sollte eine analytische Lösung im Zeitbereich oder im Raum vorhanden sein, ließe sich auch diese umsetzen. So ließe sich die Lösung im endlichen Raum im komplexen Frequenzbereich ohne große Schwierigkeiten angeben.

Für die Betrachtung im Mikrorechner ist die erste Variante am einfachsten, weil die „Raumin-
tegration“ über den gleichen Schritt erfolgt. Für einen Mikrorechner ist die zeitliche Betrachtung
stets diskretisiert. Es ist daher sinnvoll das System zeitdiskret zu betrachten. Sollte es dann keine
sinnvoll umsetzbare Lösung geben, kann das System auch im Raum diskretisiert werden. Für die
zeitliche Differentiation können zwei Methoden verwendet werden:

$$1. s \approx \frac{1-z^{-1}}{T_s} \qquad 2. s \approx \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \cdot \frac{2}{T_s} \qquad (4.54)$$

Das sind nur Näherungslösungen für eine Modellierung. Die zweite Methode ist zwar genauer,
stellt jedoch einen deutlich höheren Aufwand dar. Für die erste Methode gilt für die Ableitung:

$$U(k) = \kappa \cdot \mu \cdot \frac{A_\varphi(k) - A_\varphi(k-1)}{T_s} \qquad (4.55)$$

Die beliebige Eingangsgröße $U(k)$ kann ohne großen Aufwand integriert werden, in dem die Gleichung
nach $A_\varphi(k)$ umgestellt wird. Die zeitlich diskretisierte, rotationssymmetrische Diffusions-
gleichung hat jedoch folgenden Zusammenhang:

$$2 \cdot \frac{\partial^2 A_\varphi(k)}{\partial r^2} = \kappa \cdot \mu \cdot \frac{A_\varphi(k) - A_\varphi(k-1)}{T_s} \qquad r \in [0; R] \qquad (4.56)$$

Solche Gleichungen, die nicht vollständig diskretisiert werden, werden als semidiskrete Gleichungen
betrachtet. Dabei kann auch der Raum diskretisiert werden, die Zeit allerdings nicht. Da der
Rechner ohnehin zeitdiskret arbeitet, bietet sich zunächst an, die Gleichung zeitdiskret zu be-
trachten, die zeitdiskrete Variable ist der Schritt k . Der räumliche Schritt ist dabei n . Die Gleichung
ergibt eine inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung. Für die Vereinfachungen
soll nun der gesamte Raum als ein einziger Schritt betrachtet werden. Übersichtshalber wird die
Gleichung noch umgeformt:

$$\kappa \cdot \mu \cdot \frac{A_\varphi(r, k)}{T_s} - 2 \cdot \frac{\partial^2 A_\varphi(r, k)}{\partial r^2} = \kappa \cdot \mu \cdot \frac{A_\varphi(r, k-1)}{T_s} = f(r, k-1) \qquad (4.57)$$

Gelöst wird die nun gewöhnliche Differentialgleichung auf die gleiche Art und Weise, wie im Be-
reich der zeitlichen Lösung für die Diffusion. Allerdings ist hier im Vergleich zur zeitlich exakten
Lösung eine inhomogene Differentialgleichung entstanden. Die Lösung unterscheidet sich dem-
nach deutlich von der Lösung der homogenen Diffusionsgleichung. Um die inhomogene Gleichung
mit einem vorgegebenen Randproblem dennoch zu lösen, kann die Variation der Konstan-
ten herangezogen werden. Die Lösung besteht aus der Summe der homogenen Lösung und der
partikulären Lösung:

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

$$A_\varphi(k) = A_{\varphi h}(k) + A_{\varphi p}(k) \quad (4.58)$$

Die Gleichung 2. Ordnung hat zwei spezielle Lösungen:

$$\eta_{\varphi 1}(k) = \cosh(a \cdot r); \quad \eta_{\varphi 2}(k) = \sinh(a \cdot r) \quad (4.59)$$

Der Ansatz für die partikuläre Lösung ist also Variation der Konstanten:

$$A_{\varphi p} = C_1(r) \cdot \eta_{\varphi 1}(r) + C_2(r) \cdot \eta_{\varphi 2}(r) \quad (4.60)$$

Durch Anwendung der Wronski Determinante

$$W(r) = \eta_{\varphi 1}(r) \cdot \eta_{\varphi 2}'(r) - \eta_{\varphi 1}'(r) \cdot \eta_{\varphi 2}(r) = a \cdot (\cosh^2 - \sinh^2) = a \quad (4.61)$$

erhält man folgende Variationen durch Integration:

$$C_1(r) = - \int \frac{\eta_{\varphi 2}(r) \cdot f(r)}{W(r)} dr; \quad C_2(r) = \int \frac{\eta_{\varphi 1}(r) \cdot f(r)}{W(r)} dr. \quad (4.62)$$

Auf diese Art und Weise kann bei beliebiger Verteilung $f(r)$ die partikuläre Lösung durch Integration bestimmt werden, notfalls numerisch. Allerdings muss die Lösung noch an die Randwerte angepasst werden. Dazu wird die Gleichung nun zunächst für $A_\varphi(0) = 0$ gelöst. Die Randwerte der Differentialgleichung werden angepasst, wie im Kapitel zeitliche Lösung gezeigt wurde. Somit ergibt sich für den ersten Iterationsschritt folgende Verteilung mit der Abtastfrequenz $f_s = 1/T_s$:

$$A_\varphi(k, r) = A_{\varphi 0}(k) \cdot \frac{\sinh\left(r \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \kappa \cdot \mu \cdot f_s}\right)}{\sinh\left(R_1 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \kappa \cdot \mu \cdot f_s}\right)} \quad (4.63)$$

Der Randwert $A_{\varphi 0}$ wird vorgegeben und eingepreßt. Im weiteren Schritt wird diese Verteilung gespeichert und als Vektor in $k-1$ abgelegt. Somit entsteht direkt folgendes Differentialgleichungssystem:

$$\kappa \cdot \mu \cdot \frac{A_\varphi(k)}{T_s} - 2 \cdot \frac{\partial^2 A_\varphi(k)}{\partial r^2} = A_{\varphi 0}(k-1) \cdot \frac{\sinh\left(r \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \kappa \cdot \mu \cdot f_s}\right)}{\sinh\left(R_1 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \kappa \cdot \mu \cdot f_s}\right)} = f(k-1) \quad (4.64)$$

Diese Differentialgleichung ist inhomogen mit bekannter Funktion f . Die homogene Lösung ist bekannt. Es gilt nun die inhomogene Lösung zu finden. Dazu werden die Integrale ausgewertet, woraus folgende Lösung des Randwertproblems berechnet wird. Die Konstante C kann durch die bereits bekannte Verteilung berechnet werden. Somit muss lediglich folgende Integration durchgeführt werden, um auf ein Ergebnis zu kommen:

$$A_\varphi(k) = \iint \frac{\kappa \cdot \mu}{2} \cdot \frac{A_\varphi(k) - A_\varphi(k-1)}{T_s} \cdot dr \cdot dr \quad (4.65)$$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Da das analytische Ergebnis beider Vektorpotentialverteilungen (k und $k-1$) bekannt ist, ergibt sich eine Darstellung, welche nur von den Randwerten und den Verteilungen abhängig ist:

$$C = \frac{1}{\sinh(R_1 \cdot a)} \cdot \underbrace{A_{\varphi 0}(k)}_{\text{aktueller Randwert}} - \underbrace{A_{\varphi 0}(k-1)}_{\text{letzter Randwert}} \quad \text{mit} \quad a = \sqrt{\frac{1}{2} \kappa \cdot \mu \cdot f_s} \quad (4.66)$$

Zur Berechnung des k -ten Vektorpotentials ergibt sich durch das Einsetzen aller bekannten Randwerte und der Verteilungen eine gute Näherungsformel:

$$A_{\varphi}(k, r) = A_{\varphi 0}(k-1) \cdot \frac{r}{R_1} + (A_{\varphi 0}(k) - A_{\varphi 0}(k-1)) \cdot \frac{\sinh(a \cdot r)}{\sinh(a \cdot R_1)} \quad (4.67)$$

Zur schnellen Überprüfung: das Vektorpotential bei $r = R_1$ ergibt $A_{\varphi} = A_{\varphi 0}(k)$, also den aktuellen Randwert. Die weitere Bestätigung für die Richtigkeit ist die lineare Verteilung des Vektorpotentials im stationären Zustand, d.h. $A_{\varphi 0}(k) = A_{\varphi 0}(k-1)$. Die lineare Verteilung wurde bereits im Kapitel 4.3.1 gezeigt, wenn die Frequenzen klein sind. Die anderen Größen wie die Induktion und die Stromdichte können ohne großen Aufwand berechnet werden.

Im nächsten Schritt wird nun der Raum als diskret betrachtet. Dazu werden folgende Schritte gemacht:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\Delta(\Delta u)}{\Delta x^2} = \frac{\Delta(u_m - u_{m-1})}{\Delta x^2} = \frac{(u_m - 2 \cdot u_{m-1} + u_{m-2})}{\Delta x^2} \quad (4.68)$$

Wenn nun die Zeit ebenfalls diskret betrachtet wird, entsteht die diskrete Diffusionsgleichung „Euler-Vorwärts“:

$$\frac{(u_{k,m} - 2 \cdot u_{k,m-1} + u_{k,m-2})}{\Delta x^2} = a^2 \cdot \frac{(u_{k,m} - u_{k-1,m})}{\Delta t} \quad (4.69)$$

Um das Gleichungssystem zu lösen, müssen mindestens 3 Stützpunkte vorhanden sein und zusätzlich die Stabilität des numerischen Verfahrens beachtet werden:

$$\Delta t \leq a^2 \cdot \frac{(\Delta x)^2}{2} = \frac{\kappa \cdot \mu}{4} \cdot (\Delta x)^2 \quad (4.70)$$

Für die Realisierung im Mikrorechner muss die Berechnung sehr schnell erfolgen. Damit muss der Schritt Δx maximal gewählt werden, um das Verfahren zu beschleunigen. Bei einer vorgegebenen Abtastfrequenz von 10 kHz ist der minimale Schritt 0,23 mm zu wählen. Das heißt, dass der Schritt größer gewählt werden kann, aber keinesfalls kleiner. Es entstehen folgende Vektoren mit einer 4 x 4 Matrix und einem momentanen Wert k :

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1-\gamma^2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1-\gamma^2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1-\gamma^2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{1,k} \\ u_{2,k} \\ u_{3,k} \\ u_{4,k} \end{pmatrix} = -\gamma^2 \cdot \begin{pmatrix} u_{1,k-1} \\ u_{2,k-1} \\ u_{3,k-1} \\ u_{4,k-1} - u_{Rand,k} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \gamma^2 = \frac{\kappa \cdot \mu}{2} \cdot \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \quad (4.71)$$

Das Gleichungssystem stellt eine Tridiagonalmatrix dar. Die Lösung kann relativ schnell mit dem Thomas-Algorithmus erarbeitet werden, welcher eine vereinfachte Form des Gaußschen Eliminationsverfahrens ist. Die Gleichungen können ebenfalls mit Hilfe des Crank-Nicolson-Verfahrens aufgestellt werden, wodurch man sich eine bessere Approximation der Diskretisierung verspricht. Für einen 2D-Raum muss eine dreidimensionale Matrix, und für einen 3D-Raum eine vierdimensionale Matrix aufgestellt und gelöst werden. Für eine Echtzeitanwendung sind solche Verfahren zur heutigen Zeit nicht vorstellbar.

Es ist auch durchaus vorstellbar dafür die Beobachterstruktur zu verwenden, auf die noch eingegangen wird. Als Gegenüberstellung wurde eine Simulation für den Kern, mit der gleichen magnetischen Eigenschaft, jedoch mit einem Leitwert ≈ 0 S, simuliert. Von Interesse ist fast immer der Anteil des Stromes, der das B-Feld erzeugt, weil dieser die gewünschten Effekte erzeugt. Im folgenden Diagramm sind die Stromverläufe für das Feld mit Wirbelströmen und mit Sättigung (1) und ohne Wirbelströme (gestrichelt) abgebildet.

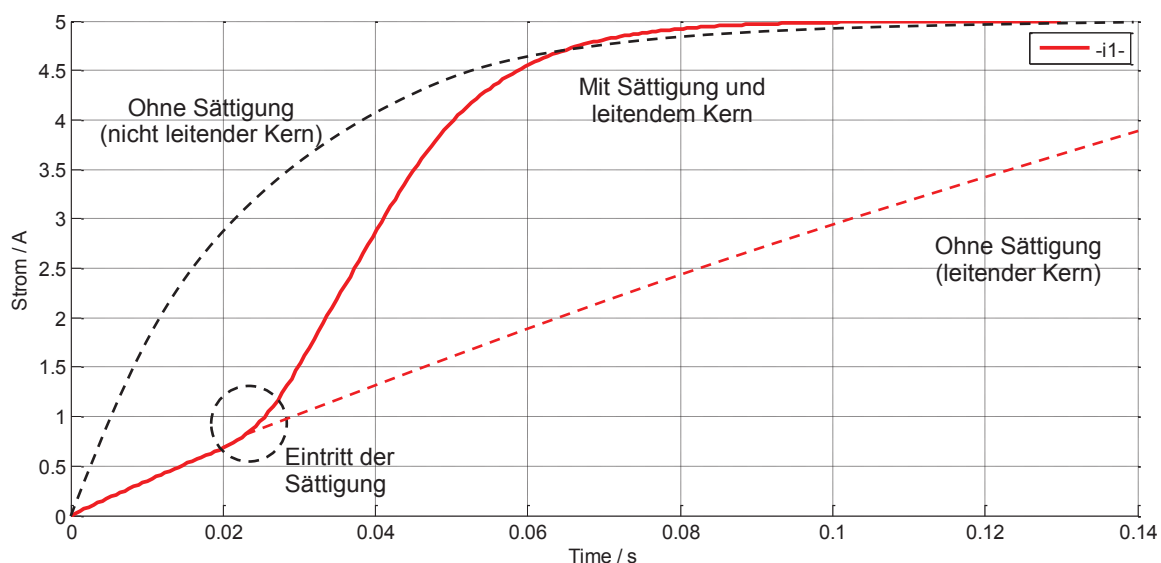


Abbildung 55: Stromverlauf mit Wirbelströmen und Sättigungseffekten mit einer festen Spannung $U = 5$ V (berechnet mit FEM-Software FLUX)

Es ist klar zu erkennen, dass das System ohne Wirbelströme deutlich mehr Dynamik besitzt, als das System mit Wirbelströmen. Aus dem Verlauf für das System mit Wirbelströmen ist zu erkennen, dass der verkettete Fluss eher einem PT1-Glied, statt einer Approximation eines PT2-Gliedes entspricht. Die Zeitkonstante wird dabei deutlich größer. Es stellt sich hierbei die Frage, ob dies tatsächlich so angenommen werden kann. Ebenfalls ist zu erkennen, dass sich das dynamische Verhalten nach dem Erreichen der Sättigung stark verändert. Die Zeitkonstante wird

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

deutlich kleiner, so dass der eingeschwungene Zustand bemerkbar schneller erreicht wird. Das mathematische Modell kann gemäß der Blockschaltbild-Struktur in einen Mikrorechner integriert werden. Die nichtlinearen Größen müssten in Form von Tabellen aus Simulationen oder Berechnungen eingebettet werden. Ist das Modell sehr genau, so bedarf es keiner weiteren Messungen. Allerdings wird ein Modell niemals vollständig das realistische System abgleichen. Aus diesem Grund bedarf es einer Messung des Stromes.

Zu beachten ist hierbei, dass vier Spulen in der magnetischen Lagerung symmetrisch angeordnet sind, wodurch auch die Zeitkonstanten für jede Spule gleich sind.

Der Diffusionsvorgang ist ein komplexer Vorgang, der in den leitenden Werkstoffen entsteht. Es sind dabei wesentliche Vereinfachungen möglich, wenn das komplette System betrachtet wird. Daher lässt sich das System näherungsweise mit einem PT2-Gleed beschreiben. Es wurden Vereinfachungen für komplexe Diffusionseffekte gesucht und in diesem Unterkapitel dargestellt. Des Weiteren wurde ein Hybrid-Modell mithilfe der FEM-Software (Flux-3D) und MATLAB / Simulink erstellt und getestet. Für den technischen Frequenzbereich bis 10 kHz ergeben sich damit sehr gute Ergebnisse. Der Vorteil der hybriden Modellierung liegt darin, dass die Rechenzeiten deutlich reduziert werden können. Die magnetischen Flüsse, die aus der magnetostatischen Berechnung übernommen wurden, konnten umgekehrt dazu genutzt werden, um Ströme zu berechnen. Es ist sogar denkbar eine vereinfachte Simulation parallel zum realen Prozess, z.B. parallel zur Regelung, laufen zu lassen. Mit Hilfe der rechnergestützten Simulation lässt sich die elektromagnetische Diffusion anschaulich darstellen. Für die Veranschaulichung der Effekte werden die Bilder als Schnitt in der 2D-Ebene dargestellt. Dafür wird der Diffusionsvorgang betrachtet, wobei zunächst ein schnell ansteigender Strom mit einer festen Anstiegsgeschwindigkeit eingepreßt wird. Wie zu erwarten ist eine zusätzliche Stromdichteverteilung in der Kugel und im Schaft zu beobachten. Von Interesse ist auch die Feldverteilung im Luftspalt, wenn sich das Feld verändert.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

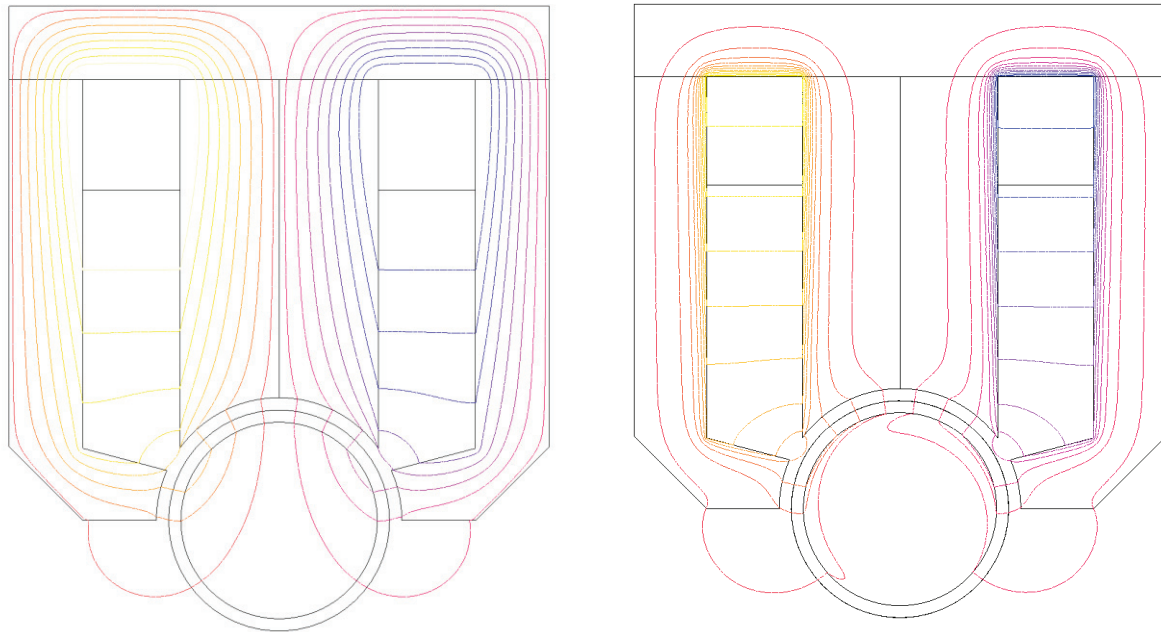


Abbildung 56: links: Feldabdruck im eingeschwungenen Zustand $di/dt = 0$ (Darstellung des Vektorpotentials für einen Strom in allen Spulen (rot und blau markiert) mit $i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = 0,1A$), rechts: Feldabdruck einer rotierenden Kugel und einem Stromanstieg $di/dt \neq 0$

Aus der Abbildung oben ist zu erkennen, dass die Feldlinien im stationären Fall (Diffusionsvorgang abgeschlossen) sich an der Oberfläche der Kugel (blau markiert) nahezu homogen verteilen. Die Feldlinien im Schaft verlaufen ebenfalls nahezu homogen und haben fast überall den gleichen Abstand zueinander. Bei abgeklungener Diffusion entsteht eine bekannte Potentialverteilung im Leiter. Allgemein lässt sich festhalten, dass die Durchführung der Diffusionsberechnung mittels FEM sehr aufwendig und teilweise ungenau ist. Vor allem bei hohen Schaltflanken kann die FEM sogar instabil werden und zu keinen sinnvollen Ergebnissen führen.

4.5 Lösung der der rotationssymmetrischen Diffusionsgleichung im Frequenzbereich

Es wird lediglich nur Raum innerhalb des Kerns betrachtet. Die Stromdichteverteilung in der Spule soll ebenfalls nicht betrachtet werden. Sind die Amplituden des quasistationären Feldes bei sinusförmigen Spannungen und Strömen von Interesse, so liefert der komplexe Entkopplungsansatz:

$$s = j\omega \quad A_\varphi(r, t) = \hat{A}_\varphi(r) \cdot e^{j\omega t} \quad (4.72)$$

$\hat{A}_\varphi(x)$... Vektorpotential-Amplituden

Für die Übertragungsfunktion sind der Strom und der Gesamtfluss von Interesse. Das ergibt folgenden Zusammenhang für die Amplitude der Flussverkettung:

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

$$\Psi(j\omega) = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot N^2 \cdot \tanh\left(\sqrt{j\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot R\right)}{\sqrt{j\omega \cdot \sqrt{j\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot (\delta + \ell_{Fe} / \mu_r)}} \cdot I(j\omega) \quad (4.73)$$

Man vergleiche hierzu die Übertragungsfunktion, die meistens in der Literatur durch das vereinfachte Ersatzschaltbild im Transformator angegeben wird. Im nächsten Schritt werden die vereinfachte Herangehensweise und die exakte Berechnung verglichen und dargestellt. Um die exakte Übertragungsfunktion abbilden zu können, muss noch folgendes berücksichtigt werden:

$$\sqrt{j\omega \cdot \kappa \cdot \mu} = \sqrt{e^{j\pi/2}} \sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu} = (1+j) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \quad (4.74)$$

In der nächsten Abbildung ist der Vergleich der beiden Übertragungsfunktionen abgebildet.

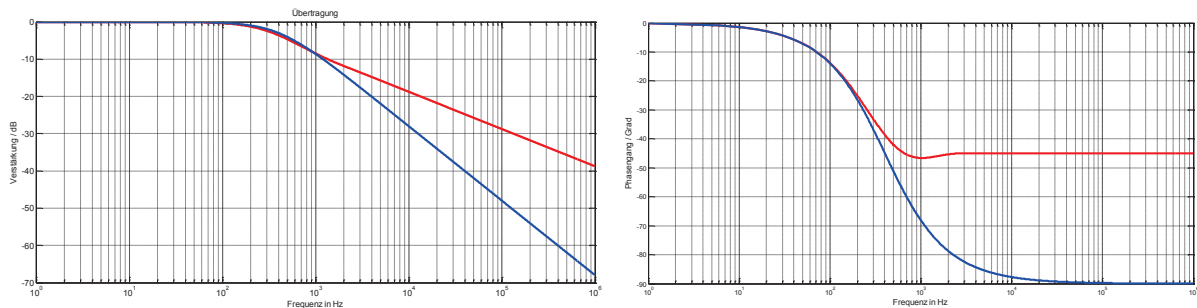


Abbildung 57: Gegenüberstellung in einem Bode-Diagramm (links: Verstärkung, rechts: Phase)

Aus der Abbildung ist zu erkennen, dass die vereinfachte Lösung einen Tiefpass erster Ordnung darstellt. Es ist daraus zu erkennen, dass im niedrigen Bereich ($f < f_g$) die Übertragungsfunktionen gut übereinstimmen. Im Phasengang ist eine Phasenverschiebung von -45° zu erkennen. Das lässt sich auch mathematisch zeigen, dass bei höheren Frequenzen stets eine gedämpfte Welle entsteht, deren Amplitude mit einer Zeitkonstanten T abklingt. Das H-Feld eilt stets dem elektrischen E-Feld um 45° nach. Ebenfalls ist die Tatsache zu erkennen, dass die Phasenreserve der Übertragungsfunktion 45° bei höheren Frequenzen bleibt, wogegen die Phasenreserve der vereinfachten Darstellung gegen 90° geht. Die Dämpfung (-10dB/ Dekade) ist beim realistischen System ebenfalls nicht so stark, wie bei einer Vereinfachung des Systems (-20dB/Dekade). Aus regelungstechnischer Sicht die Übertragungsfunktion bzgl. der Stabilität zu bevorzugen, weil rund 135° Phasenreserve zur Verfügung stehen, wogegen bei der vereinfachten Darstellung nur 90° verfügbar sind.

4.5.1 Räumliche, komplexe Darstellungen der magnetischen Diffusion

Bei der elektromagnetischen Diffusion kommt es nicht nur auf das zeitliche Verhalten, sondern vielmehr auch auf die räumliche Ausbreitung und auf die Frequenzabhängigkeit an. Hierzu soll ebenfalls das sinusförmige Eingangssignal betrachtet werden, um die Ausbreitung einfacher darzustellen. Dazu soll die bereits ausgelegte, magnetische Lagerung als Referenz dienen. Zunächst soll wieder das Vektorpotential betrachtet werden:

$$A_\varphi(a, r) = \frac{B_0}{a} \cdot \frac{\sinh(a \cdot r)}{\cosh(a \cdot R)} \quad \text{mit} \quad a = \sqrt{j\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \quad (4.75)$$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Das magnetische Vektorpotential wird mit einer harmonischen Schwingung $B_0 = \hat{B} \cdot e^{j\omega t}$ ange-regt. Dabei entstehen in der Ebene des Vektorpotentials $\text{Re}\{A_\varphi(j\omega, r)\}$ ein Realteil und ein Imagi-närteil $\text{Im}\{A_\varphi(j\omega, r)\}$, welche auch noch räumliche Ausbreitungen haben. Die Schnittlinie wird durch den Mittelpunkt des Kerns (Mittelbutzen) gelegt. Entlang dieser gedachten Linie wird nun das Vektorpotential dargestellt. Zunächst soll der Betrag des Vektorpotentials $\hat{A}_\varphi = |A_\varphi(j\omega, r)|$ für vier verschiedene Frequenzen betrachtet werden. Dabei beträgt die Feldamplitude bei gleichen Strömen (0,1 A) in den Spulen bis 0,2 T.

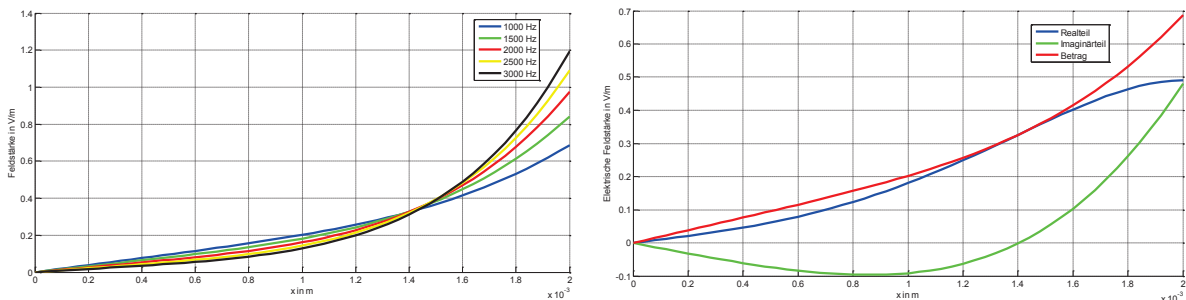


Abbildung 58: (links): Betrag der Feldstärke im Kern als Funktion der räumlichen Verteilung (vom Mittelpunkt bis zur Kante des Kerns). (rechts): Räumliche Verteilung (vom Mittelpunkt bis zur Kante des Kerns) mit komplexen Anteilen bei 1000 Hz.

Aus der Abbildung für den Betrag der elektrischen Feldstärke kann entnommen werden, dass bei höheren Frequenzen die Feldstärke mehr zu den Kanten verschoben wird. Das lässt sich damit erklären, dass die induzierten Stromdichten sich ebenfalls an den Kanten konzentrieren, die ein zusätzliches Gegenfeld erzeugen. Für die Induktion gilt folgende Formel:

$$\tilde{B}_z(r, j\omega) = \tilde{B}_0(j\omega) \cdot \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot j\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot j\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot R\right)} \quad (4.76)$$

B_0 ... Randwert der Induktion

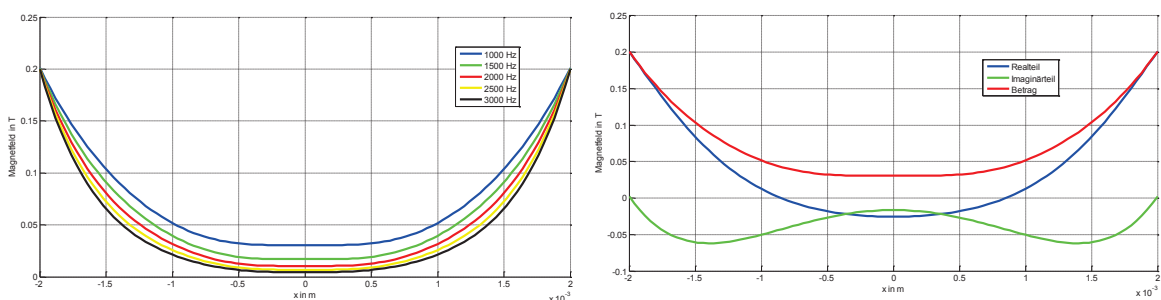


Abbildung 59: Betrag des B-Feldes im Kern als Funktion der räumlichen Verteilung (links), Verteilung des Feldes (komplexe Anteile) bei 1000 Hz.

Aus den Ergebnissen für das Feld sind nun ganz unterschiedliche Verläufe zu erkennen. Der Realteil folgt direkt, ohne Verzögerung der Anregung $B(\omega t)$. Der Imaginärteil kommt dagegen 90°

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

($\pi/2$) später zum Tragen. Das hängt damit zusammen, dass der Imaginärteil eine Negierung zum Realteil darstellt. Das lässt sich auch mathematisch zeigen. Man betrachte das Vektorpotential

$$A_\varphi(a, r) = \frac{\hat{B} \cdot e^{j\omega t}}{\sqrt{j\omega \cdot \kappa \cdot \mu}} \cdot \frac{\sinh(\sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r)}{\cosh(\sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot R)} \quad \text{mit } \sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \quad (4.77)$$

Um die Gruppengeschwindigkeit zu berechnen, müssen nur die Teile der Gleichung betrachtet werden, die von Zeit und Ort abhängig sind. Daraus ergibt sich zunächst eine feste Amplitude, die nur vom Radius (Geometrie) und der Frequenz abhängig ist:

$$\tilde{A}_\varphi(a, r) = \frac{1}{2} \frac{\hat{B}}{\sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot \left| \cosh(\sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot R) \right|} \quad \text{mit} \quad A_\varphi = \tilde{A}_\varphi(\omega) \cdot f(\omega, r, t) \quad (4.78)$$

Nun können die anderen Terme mit Real- und Imaginärteil angegeben werden:

$$\text{Re}\{f(\omega, r, t)\} = e^{\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r} \cdot \cos(\omega t + \sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r) + e^{-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r} \cdot \cos(\omega t - \sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r) \quad (4.79)$$

$$\text{Im}\{f(\omega, r, t)\} = e^{\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r} \cdot \sin(\omega t + \sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r) + e^{-\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r} \cdot \sin(\omega t - \sqrt{j/2 \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \mu} \cdot r)$$

Es wurde extra diese Form gewählt, damit aus den Einzeltermen abgelesen werden kann, ob es sich um Wellen mit gedämpfter Amplitude handelt. Damit eine Welle sich ausbreiten kann, muss geprüft werden, ob für alle t und alle x das Argument der \cos -Funktion konstant bleiben kann:

$$\arg(\cos(x)) \stackrel{!}{=} \text{const.}$$

(4.80)

Das Argument wird tatsächlich konstant, wobei sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$r(t) = \pm \frac{\sqrt{\omega} \cdot t}{\sqrt{\kappa \cdot \mu}} = v_{ph} \cdot t$$

(4.81)

Die Gleichung zeigt, dass die Amplitude sich mit einer bestimmten Phasengeschwindigkeit v_{ph} in die positive und die negative Richtung ausbreitet. Die Amplitude wird dabei jedoch gedämpft. In der Mitte des Kerns ($r = 0$) überlagern sich die Wellen zu einer stehenden Welle, woraus sich nur eine Schwingung mit einer doppelten Amplitude ergibt. Für die magnetische Lagerung ergibt die Phasengeschwindigkeit für das Lager aus Automatenstahl bei einer Frequenz von 1000 Hz einen Wert von ca. 2 m/s.

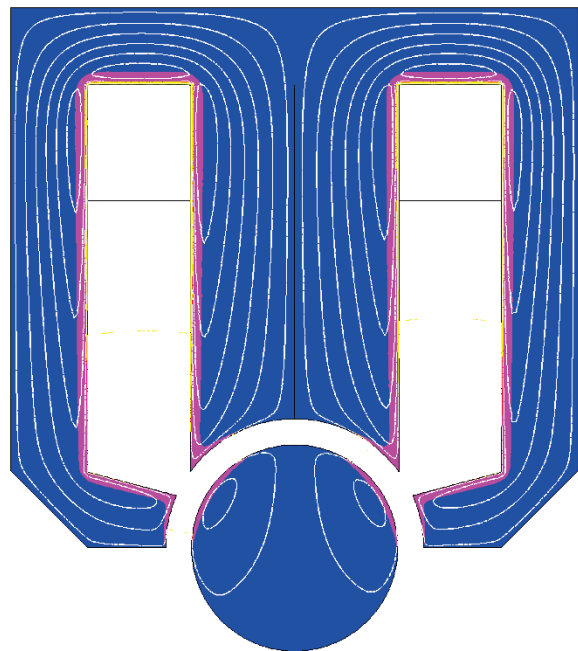


Abbildung 60: Darstellung der Stromdichte und der Feldlinien beim Stromnulldurchgang (100 Hz, Amplitude 100 mA)

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Von wesentlichem Interesse sind ebenfalls die Feldlinienverläufe. Diese lassen sich am besten mit Hilfe der FEM-Software darstellen. Aus der Abbildung rechts ist zu erkennen, dass die Feldlinien sich im Kern und in der Kugel schließen, obwohl kein Strom durch die Spulen fließt. Sie stellen gedämpfte Wellen dar, die sich zum Systemmittelpunkt bewegen. Aus dem Bild ist ebenfalls zu erkennen, dass die Stromdichteverteilung gedämpfte Wellen zum Kernmittelpunkt erzeugt. Das gleiche Phänomen passiert auch in der Kugel. Es war zunächst zu erwarten, dass die magnetische Feldverteilung im Luftspalt während der Diffusion sich ebenfalls nach dem gleichen Muster verteilt, wie im Kern, d.h. das Feld zu den Rändern verdrängt wird. Dieser Effekt hat natürlich deutliche Vorteile bei der magnetischen Lagerung, weil die magnetischen Zugkräfte genauso betrachtet werden könnten, wie im magnetostatischen Fall. Die meisten Verfahren beruhen auf einem Flussmodell, welches ohne Korrekturen arbeitet. Die Kennlinie eines ferromagnetischen oder ferrimagnetischen Werkstoffes ist entscheidend wichtig für die Auslegung des magnetischen Lagers. Für die Betrachtung im linearen Bereich und technisch sinnvollen Frequenzbereich (bis ca. 10 kHz) wird zunächst von einem magnetischen System mit einem konstanten Luftspalt ausgegangen.

Umgekehrt lässt sich daraus schließen, dass die Zusammenhänge reine PT1-Glieder ergeben. So ergibt sich eine zusätzliche Verzögerung beim Aufbau des Feldes. Die harmonische Quellenspannung U kann im Fall $\omega = 0$ (Gleichstrom) einen dauerhaften Strom erzeugen, der üblicherweise als Kurzschlussstrom bezeichnet wird.

Die Übertragungsfunktion für die Feldkomponente ergibt sich aus der Faltung des Spulenstromes mit der PT1-Funktion. Für die Analyse, ab welcher Frequenz die Vereinfachung sinnvoll ist, lassen sich die Ergebnisse mit exakter und vereinfachter Übertragungsfunktion vergleichen. Aus regelungstechnischer Sicht ergibt die Übertragungsfunktion eines Systems mit den Wirbelstromeffekten sogar Vorteile, weil damit die Phasenreserve damit minimal gehalten wird. Zu der beschriebenen Analyse wurden zusätzlich Messungen mit einem Bode-Plotter durchgeführt, die hier kurz erläutert und verglichen werden. Aus den Verläufen ist zu erkennen, dass die theoretische Betrachtung grundsätzlich möglich ist. Die gemessene Übertragungsfunktion ergibt ein ähnliches Verhalten, wie die hergeleitete Funktion. Im nächsten Schritt ist noch die Messung an einer Spule mit Luftspalt und ohne Luftspalt dargestellt. Aus der Abbildung kann entnommen werden, dass die Stromkurve ohne einen Luftspalt, zunächst einen sprunghaften Verlauf aufweist, so wie das auch mit der Theorie übereinstimmt. Das hängt damit zusammen, dass die Wirbelströme ein starkes Gegenfeld erzeugen, wodurch die Gesamtinduktivität am Anfang ge-

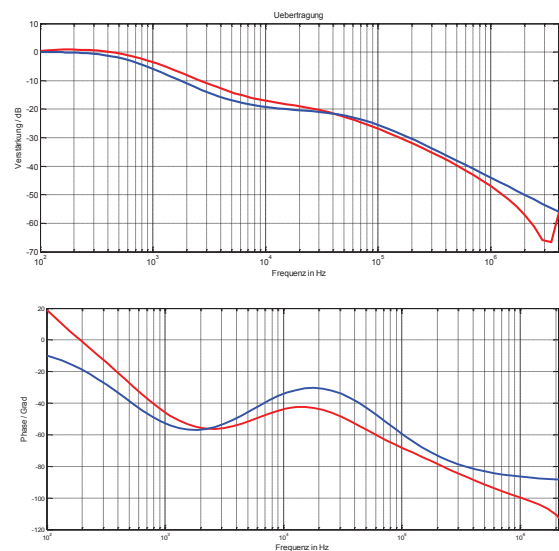


Abbildung 61: Verlauf der Phase bei Mitkopplung: rot: Messung, blau: Rechnung

gemessene Übertragungsfunktion ergibt ein ähnliches Verhalten, wie die hergeleitete Funktion. Im nächsten Schritt ist noch die Messung an einer Spule mit Luftspalt und ohne Luftspalt dargestellt. Aus der Abbildung kann entnommen werden, dass die Stromkurve ohne einen Luftspalt, zunächst einen sprunghaften Verlauf aufweist, so wie das auch mit der Theorie übereinstimmt. Das hängt damit zusammen, dass die Wirbelströme ein starkes Gegenfeld erzeugen, wodurch die Gesamtinduktivität am Anfang ge-

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

ringgehalten wird. Danach steigt der Strom an, bis die Sättigung erreicht wird. Bei der Sättigung wird die Induktivität ebenfalls stark reduziert. Beim Einschaltvorgang mit einem kleinen Luftspalt und geringerer Spannung (Abbildung rechts) ergibt sich ein elektromagnetischer Diffusionsvorgang, der ebenfalls mit den hergeleiteten Ergebnissen gut übereinstimmt. Der Verlauf zeigt, dass der stationäre Zustand auch bei einem solchen System erreicht wird.

4.5.2 Wirbelstromverluste im getakteten Betrieb

Die Wirbelstromverluste kommen normalerweise bei einer magnetischen Lagerung nicht so stark zum Tragen, wie z.B. bei einem Transformator. Das hängt damit zusammen, dass die elektromagnetischen Felder zunächst als quasistatisch betrachtet werden können. Allerdings wird das System mit einer Pulsweitenmodulation betrieben, die mehrere kHz betragen kann. Die Stromänderungsfrequenz beträgt dabei mehrere kHz, die durchaus den Kern erwärmen können.

Maßgeblich für die Wirbelstromverluste im Kern sind die Amplitude und die Frequenz der Schwingung. In der Literatur wird oft eine Näherungsformel für die Verlustdichte verwendet:

$$\rho(B, f) = k \cdot \hat{B}^2 \cdot f^2 \quad (4.82)$$

Für ein geregeltes System ist der Wirkungsgrad wichtig. Für die verlustoptimale Regelung ist daher die Kenntnis der Verluste ebenfalls von entscheidender Bedeutung.

$$\rho(r, \omega) = \operatorname{Re}\{\mathbf{E}(r, j\omega) \cdot \mathbf{J}^*(r, j\omega)\} \quad (4.83)$$

Dabei werden die Gesamtverluste mit einem Integral über das Volumen abgebildet:

$$P(\omega) = \iiint_V \rho(r, \omega) d\tau = \iiint_V \operatorname{Re}\{\mathbf{E}(r, j\omega) \cdot \mathbf{J}^*(r, j\omega)\} d\tau \quad (4.84)$$

Die Feldstärke kann aus der induzierten Spannung berechnet werden. Alternativ können die Verluste aus den bekannten Netzwerkgrößen berechnet werden:

$$P(j\omega) = \operatorname{Re}\{U(j\omega) \cdot I^*(j\omega)\} \quad (4.85)$$

$$P(\omega, I) = K \cdot I^2 \cdot \sqrt{\omega} \cdot \frac{4 \cdot e^{\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r}} \sin(\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r}) \cdot \cos(\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r}) + (e^{2\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r}} - 1)}{4 \cdot e^{\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r}} \cdot \cos^2(\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r}) + (e^{\sqrt{\omega \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r}} - 1)^2}$$

Die Formel beschreibt die Abhängigkeit der Verluste im Kern der magnetischen Lagerung. Nach dem gleichen Schema können ebenfalls die Verluste in Abhängigkeit von der Spannungsamplitude und der Frequenz berechnet werden. Die Verläufe sind in den folgenden Bildern dargestellt.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

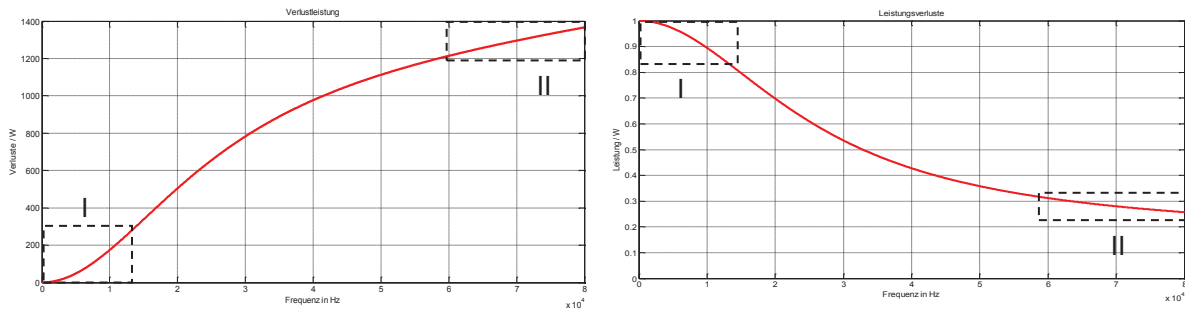


Abbildung 62: Verluste in Abhängigkeit vom Strom (Links) und der Spannung (Rechts)

Die Verluste im Kern wurden im Diagramm in Abhängigkeit von der Stromamplitude (links) und der Spannungsamplitude (rechts) dargestellt. Dabei wurden die Verläufe auf 1 A, bzw. 1 V, bezogen. Bei anderen Amplituden müssten die Verluste noch mit i^2 oder u^2 multipliziert werden. Die Verluste können allgemein in zwei Bereiche unterteilt werden:

- Vor der Grenzfrequenz (Bereich I),
- Nach der Grenzfrequenz (Bereich II).

Im Bereich I ist eine klare Abhängigkeit erkennbar, bei der die Verluste $\sim f^2$ sind, so wie es in den meisten Literaturbüchern dargestellt wird. Nach dem Überschreiten der Grenzfrequenz folgen die Verluste näherungsweise $\sim f$. Das hängt damit zusammen, dass die Verlustberechnung stark der Diffusionswirkung unterliegt. Bei einer magnetischen Lagerung sind im stationären Zustand keine Wirbelströme zu erwarten, vorausgesetzt es fließt ein Gleichstrom in den Spulen. Das ist bei den umrichtergetakteten Schaltungen nicht der Fall, weil durch die Taktung ein anderes Signal zu erwarten ist. Dazu betrachte man die Abbildung 63. Um dennoch eine Analyse für den stationären Betrieb durchführen zu können, ist wiederum die Fourier-Transformation mit einer Reihe hilfreich. In diesem Fall wird die zeitabhängige Funktion in den Frequenzbereich transformiert:

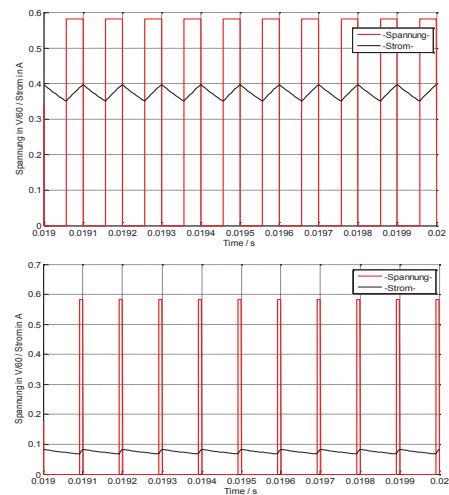


Abbildung 63: Stromformen bei unterschiedlichen Einschaltzeiten (10 kHz).

$$I(\omega) = \mathcal{F}(i(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} \cdot i(t) \cdot dt \quad \text{mit} \quad \omega \in \mathbb{R} \quad (4.86)$$

Ausgangspunkt ist die Transformation einer 2π -periodischen Funktion. Für den periodischen Fall ergibt sich eine Fourier-Reihe mit den Integralen für die Koeffizienten.

$$i(t) = i_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_{a,n} \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t) + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_{b,n} \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot t) \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}_+ \quad (4.87)$$

ω_0 ... Takt-Kreisfrequenz für die PWM

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Im stationären Fall können die Ströme in den Spulen als gleich betrachtet werden. Dabei kann die Berechnung der Ströme für jede Grundschiwingung relativ einfach angegeben werden.

$$i(t) = i_0 + \alpha \cdot \frac{i_0 \cdot 4}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot \sin((2n-1) \cdot \omega_0 \cdot t)}{(2n-1)^2} \quad (4.88)$$

Das Verhältnis α stellt den Rippelanteil bezogen auf den Mittelwert des Stromes dar. Für die Verlustleistung ist der Mittelwert des Stromes nicht von Bedeutung. Für einen Nennstrom ca. 0,1 A betragen die Amplituden der Oberschwingungen 13 mA bei 10 kHz, bei 1,4 mA bei 30 kHz und 0,5 mA bei 50 kHz. Daraus lässt sich schließen, dass die erste und die dritte Harmonische für die Verluste maßgeblich sind. Die Verlustleistung lässt sich angeben:

$$P(\omega, I) = \sum_{n=1}^{\infty} P_{a,n} \quad (4.89)$$

Für das ausgelegte Magnetlager ergibt sich eine durchschnittliche Verlustleistung von ca. 20 W im Kern. Sie ist im Vergleich zur Wicklungsverlustleistung (15 W) nicht vernachlässigbar.

4.5.3 Betrachtung des Ausgangsproblems mit einem nichtleitenden Kern

Die Analyse nichtleitender Kerne ist zwar nicht so bedeutend, während der Messungen und Analysen wurden jedoch eine Reihe von Effekten beobachtet, die neue Sichtweisen initialisiert haben. Bislang wurde das Verhalten eines leitfähigen Kerns betrachtet. Für die Betrachtung mit nichtleitendem Kern muss die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen betrachtet werden. Da bei diesem Problem das elektrische Potential der Spule ebenfalls unabhängig von dem magnetischen Vektorpotential im Kern ist, kann die Coulomb-Eichung verwendet werden. Dazu soll wieder das Ausgangsproblem betrachtet werden, mit dem Unterschied, dass ein nicht leitfähiger Werkstoff eingesetzt wird. Für den inneren Bereich des magnetischen Kerns kann wieder die rotationssymmetrische partielle Differentialgleichung für das Vektorpotential herangezogen werden. Das Vektorpotential in den Spulen bleibt wie im quasistationären Fall. Das ist dadurch gegeben, dass der Querschnitt der Spulendrähte klein genug ist, um eine zusätzliche Potentialverschiebung im Leiter zu erzeugen, die wiederum zu Skin-Effekten führen kann. Für den inneren Bereich mit der Polarisationsänderung entsteht für das Vektorpotential eine Wellengleichung:

$$2 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{A}_\varphi}{\partial r^2} = \varepsilon_0 \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{A}_\varphi}{\partial t^2} - \mu \cdot \frac{\partial \mathbf{P}_\varphi}{\partial t} \quad \text{mit} \quad \varepsilon_0, \mu > 0 \quad (4.90)$$

Es gibt viele mathematische Methoden, wie eine Wellengleichung gelöst werden kann. Eine verbreitete Methode ist die Fourier-Transformation für das Vektorpotential. Allerdings würde man erst eine Lösung finden, wenn man den Wirkungsbereich im Unendlichen betrachtet. Da jedoch der innere Bereich begrenzt ist, muss nach einer anderen Methode gesucht werden. Mit demselben Prinzip wird die zweite zeitliche Ableitung transformiert. Dabei sind die Anfangswertbedingungen null. Betrachtet man die Wellengleichung, so hat sie nach der Transformation folgende Lösung der Gleichung:

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

$$\tilde{A}_\varphi(r) = A_1 \cdot \cosh(a \cdot r) + A_2 \cdot \sinh(a \cdot r) \quad \text{mit} \quad a = s \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}{2} \quad (4.91)$$

Die Randwerte bestimmen im Wesentlichen den Funktionsverlauf. Das Vektorpotential ist bis auf eine Konstante bestimmt:

$$\tilde{A}_\varphi = \tilde{A}_0 \cdot \frac{\sinh(a \cdot r)}{\sinh(a \cdot R)} \quad (4.92)$$

Die Induktion ergibt sich aus der Rotation des Vektorpotentials. Da das zeitlich unabhängig geschieht, ergibt sich folgende Funktion:

$$\tilde{B}_z(r) = a \cdot \tilde{A}_0 \cdot \frac{\cosh(a \cdot r)}{\sinh(a \cdot R)} = \tilde{B}_0 \cdot \frac{\cosh(a \cdot r)}{\cosh(a \cdot R)} \quad (4.93)$$

Das Vektorpotential hat eine Ausbreitungskomponente, die von der Frequenz und dem Ort abhängig ist. Analog kann die Feldstärke im inneren Kern angegeben werden:

$$\tilde{E}_\varphi(s, r) = -s \cdot \tilde{A}_\varphi(s, r) = \frac{\tilde{B}_0}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{1}{2} \cdot s \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot r\right)}{\cosh\left(\frac{1}{2} \cdot s \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot R\right)} \quad (4.94)$$

Um das System aus systemtheoretischer Sicht analysieren zu können, sind eigentlich zwei physikalische Zustände von Interesse, die induzierte Spannung und der elektrische Strom. Es gibt allgemein mehrere Methoden das System zu analysieren. Die wichtigsten davon sind:

- Zeitliche Verläufe (Systemantwort auf bestimmte Eingangssignale),
- Frequenzverhalten (Bode-Diagramm).

Es ist eine Multiplikation im Laplace-Bereich gegeben. Im Zeitbereich bedeutet dies eine Faltung von Strom (bzw. Spannung) und der Übertragungsfunktion über den gesamten Zeitbereich. Bei der Lösung dieser Gleichung ergibt sich eine Periodizität mit der Periodendauer $T = 2a$. Das ist aus dem Nenner abzulesen. Im Zähler ergibt das Signal einen Dirac-Impuls. Die Lösung kann zusammengesetzt wie folgt aufgeschrieben werden:

$$g(t) = L^{-1}(\tilde{G}(s)) = \sum_{n=0}^{\infty} 2 \cdot \delta(t - 2a \cdot n) \quad (4.95)$$

Diese Greensche Funktion ergibt eine Dirac-Folge. Diese Dirac-Folge wird auch oft Dirac-Kamm genannt. Es ergibt sich eine physikalische Abtastung. Bemerkenswert ist hier die Tatsache, dass es hier keine digitalen Glieder gibt. Das System verhält sich bedingt so. Um nun die Lösung für den Strom zu finden, muss noch diese Greensche Funktion mit dem Eingangssignal (Spannung) gefaltet werden.

$$i(t) = u_i(t) * g(t) = 2 \cdot K \cdot \sum_{n=0}^{\infty} u_i(2a \cdot n) \quad (4.96)$$

Das gilt nur für den nichtleitenden Kern. Für das ausgelegte System ergibt die „Abtastfrequenz“:

$$f = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot R} \approx 134 \text{ MHz} \quad (4.97)$$

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Dabei wurden $R = 5 \text{ mm}$, $\mu_r = 5000$, $\varepsilon_r = 40$ für einen typischen Ferrit-Kern gewählt. Interessant ist hierbei, dass sogar für die Luftspule (ohne magnetischen Kern) eine Frequenz im messbaren Bereich von mehreren GHz ergibt. Eine hier hergeleitete Treppenfunktion (Abtastung) für den Strom durch die Messung nachzubilden, würde jedoch sehr genaue Messgeräte erfordern. Um zu beweisen, dass dies so wirklich ist, wird der konstante Faktor etwas umgeschrieben und in Periodendauer und in Induktivität ausgedrückt:

$$K = \frac{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot \ell_{Fe}}{N^2 \cdot \mu \cdot \pi \cdot R_1} = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot R_1 \cdot \frac{\ell_{Fe}}{N^2 \cdot \mu \cdot \pi \cdot R_1^2} = T \cdot \frac{1}{L} \quad (4.98)$$

Für das regelungstechnische Modell ergibt sich für die Spule eine Differenzgleichung. Die Eingangsspannung hat ein analoges Eingangssignal. Die induzierte Spannung wird diskretisiert und diskret integriert, was ebenfalls zu einem diskreten Strom führt. Das Zeitverhalten des realen Systems im Vergleich zum analytischen System wird diskretisiert. Da die Zeitkonstanten des realen Systems sehr gering sind, geht das reale Verhalten in das analytische Verhalten über.

4.5.4 Darstellungen der Feldverteilungen im Frequenzbereich

Für die Felddarstellung im nichtleitenden Kern wurde eine konstante Amplitude des Stromes gewählt, so dass sich am Rande zum Kern eine Induktion von $0,2 \text{ T}$ ergibt. Die folgende Untersuchung zum Feld soll zeigen, wie sich das Feld im Kern verteilt und welche Effekte dabei auftreten. Das Feld folgt direkt dem Strom. Bei steigender Frequenz wird zunächst das Feld in der Mitte des Kerns größer, bis die Resonanz eintritt. Bei der Resonanzfrequenz kann das Feld in der Mitte des Kerns ein Vielfaches (theoretisch sogar unendlich) des Randwertes betragen. Nach der Resonanzfrequenz ändert sich zunächst das Vorzeichen, so dass in der Mitte ein negatives Feld entsteht. Dieser Effekt entsteht aus der hin- und rücklaufenden Welle. Es entsteht eine Kosinus-Verteilung des magnetischen Feldes. Bei einem leitenden Kern ist das nicht möglich. Es können auch lokale Energiedichten berechnet werden. Im nächsten Schritt soll nun das E-Feld und die Verschiebungsstromdichte im nichtleitenden Kern untersucht werden. Dazu wird ebenfalls die konstante Amplitude des Stromes betrachtet, was eine konstante Amplitude des magnetischen Feldes zur Folge hat.

$$\tilde{E}_\varphi(j\omega, r) = -j\omega \cdot \tilde{A}_\varphi(s, r) = \frac{\tilde{B}_0(j\omega)}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \cdot \frac{\sinh(j\omega \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot r)}{\cosh(j\omega \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot R)} \quad (4.99)$$

Das E-Feld hat an einem Rand einen negativen und am gegenüberliegenden Rand einen positiven Wert. Bei der Resonanzfrequenz kann das Feld in der Mitte des Kerns ein Vielfaches (theoretisch sogar unendlich) des Randwertes betragen. Nach der Resonanzfrequenz ändert sich, wie bei der Induktion, zunächst das Vorzeichen, so dass am Rand ein negatives Feld entsteht. Bei weiterhin steigender Frequenz entstehen Felder, die mehrere Minima und Maxima haben entstehen. Es entsteht eine Sinus-Verteilung des elektrischen Feldes. Es können ebenfalls lokale Energiedichten berechnet werden.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Die lokalen Energiedichten ergeben ebenfalls mehrere Maxima und Minima. Im nächsten Schritt soll noch die Verschiebungsstromdichte berechnet und dargestellt werden. Dabei sind ebenfalls zwei Szenarien zu unterscheiden: eingepreßte Spannung und eingepreßter Strom.

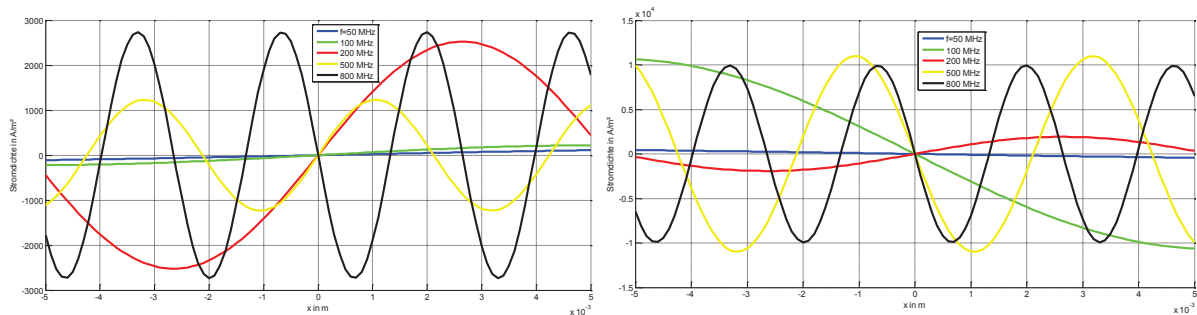


Abbildung 64: Verschiebungsstromdichte J_v bei eingepreßter Spannung (links) und Strom (rechts)

Anhand der Abbildungen konnte gezeigt werden, dass im Kern ein Verschiebungsstrom entsteht, welcher ebenfalls, wie bei den vorherigen Darstellungen der Felder, Resonanzstellen und Periodizität aufweisen kann. Es gibt Unterschiede bei den eingepreßten Größen. Bei eingepreßten Strömen in den Spulen schwankt die Amplitude nicht so stark, wie die Amplitude bei den eingepreßten Spannungen. Im letzten und wichtigsten Schritt folgt die Analyse zu den Kraftdichten im nichtleitenden Kern.

Auf diese Art und Weise können Kräfte berechnet werden. Wichtig ist eine differenzierte Betrachtung, da es sowohl radiale Kraftdichten, als auch Umlaufkräfte auf geladene Teilchen im Kern geben kann. Somit ist die Auslenkung von \vec{v} in die radiale und in die Umlauf-Richtung gegeben. Aus der physikalischer Sicht heißt das, dass auf ionisierte Moleküle zusätzliche Kräfte ausgeübt werden. Die Kraftdichte in radiale Richtung kann ebenfalls in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt werden.

Somit kann die Mitte des Kerns als stabiler Arbeitspunkt bzgl. der Kräfte betrachtet werden - Ströme, geladene Teilchen, würden sich zu diesem Arbeitspunkt hinbewegen. Bei höheren Frequenzen entstehen sogar mehrere stabile Arbeitspunkte, die erreicht werden könnten. Da es sich um stehende Wellen handelt, pulsieren die Amplituden der Kraftdichten mit doppelter Frequenz. Die größten Kraftdichten treten am Rand des Kerns auf, auf Dauer beanspruchen diese die Kanten des Materials.

4.5.5 Fazit

Beim Magnetlager mit einem nichtleitenden Kern entsteht das Verhalten stehender Wellen. Diese bringen Resonanzeffekte und zusätzliche innere Spannungen mit sich. Des Weiteren entstehen Diskretisierungsvorgänge, die als zeitdiskrete Integratoren aufgefasst werden können. Die Lagerung kann daher nur unter bestimmten Bedingungen als analog betrachtet werden, wenn die Signale kleine Frequenzen aufweisen. Für Systeme mit hoher Dynamik und hohen Frequenzen dagegen können noch weitere Effekte entstehen, die hier kurz erläutert wurden. Aus den Kraftdichten (innere Spannungen im Material) kann abgeleitet werden, dass die Kraftdichten Maxi-

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

malwerte aufweisen. Somit entstehen im Vergleich zum magnetischen Diffusionsvorgang, der nur äußere Kräfte erzeugt, weitere Effekte, die mehrere stabile Bereiche mit minimalen Kraftdichten erzeugen. Beim System mit einer Spule, die um den mittleren Kern angebracht ist, entsteht außerhalb des magnetischen Systems kein magnetisches Feld, weil das System durch die äußere Feldführung abgeschlossen ist. Für das ausgelegte System mit vier Spulen müssen die Rückleiter der Spulen betrachtet werden. Beim System mit vier Spulenkörpern mit gleichen Strömen sind die äußeren Rückleiter der Spulen für die Magnetfelderzeugung innerhalb des Magnetlagers (Luftspalt) nicht notwendig. Somit macht dies keinen Unterschied, die Rückleiter verursachen ein äußeres Magnetfeld, welches nicht erwünscht ist. Dieses Feld kann außerdem Störungen auf andere benachbarte, elektronische Geräte und Bauteile ausüben. Die Größe des Störfeldes lässt sich analytisch ohne FEM relativ gut abschätzen. Damit lassen sich die zusätzlich induzierten Feldstärken für das äußere, quasistationäre Feld angeben.

Anhand der Betrachtung des magnetischen Feldes und der Fernwirkung lässt sich sagen, dass das Magnetlager mit dieser Auslegung durchaus Störungen verursachen kann. Das könnte vermieden werden, in dem die äußeren Spulen ebenfalls mit einem ferromagnetischen Material abgeschirmt werden.

4.6 Rotierende Kugel

Die Schleifkugel wird nun durch ein Fluid, bzw. Luft, angeströmt und auf die Nenndrehzahl beschleunigt und auf das zu bearbeitende Werkstück aufgesetzt und durch die raue Beschichtung und Reibung abgebremst. Dabei ist die Schnittleistung von Interesse, welche für die Auslegung des Werkzeugs wichtig ist:

$$P(\omega) = M_s \cdot \omega \quad (4.100)$$

$$M_s = F_s \cdot R \quad \dots \quad \text{Schnittdrehmoment / Schleifdrehmoment}$$

Es ist dabei zu beachten, dass die Schleifkugel auch durch die Wirbelstromausbreitung in der Kugel abgebremst wird. Die Kugel soll auf eine Nenndrehzahl von 10000 1/min gebracht werden. Dabei soll untersucht werden, wie die Wirbelströme die Kugel magnetisch abbremsen. Die Kurve wurde mit Hilfe einer 3D-Simulation gewonnen und soll nun diskutiert werden. Um die Aussage des Modells analytisch zu beschreiben, kann angenommen werden, dass die Ständerströme konstant sind, weil sie geregelt werden. Wenn der Ursprung für das Koordinatensystem

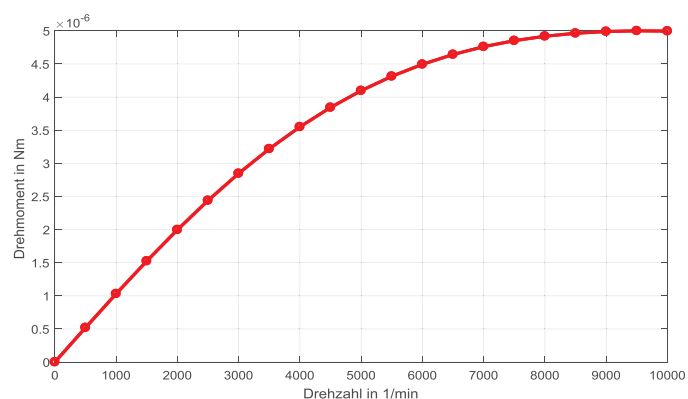


Abbildung 65: Bremsdrehmoment einer rotierenden Kugel, die konstant beschleunigt bis 10000 1/min. (FEM-Simulation)

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

für eine rotierende Kugel festgelegt wird, rotiert der Ständer mit eingepprägten Strömen um diesen Beobachter.

Bei jeder infinitesimal kleinen Verdrehung entsteht aus der Sicht des Beobachters eine lokale Änderung des Feldes (Quelle). Da die elektromagnetische Diffusionswirkung in diesem Fall für einen infinitesimal kleinen Bereich aus regelungstechnischer Sicht ein PT1-Glied darstellt, hat das magnetische Feld das Bestreben der Quelle zu folgen. Die Lösung des Feldproblems mit dieser geeigneten Transformation ist einfacher zu finden, weil das äußere Feld nicht,

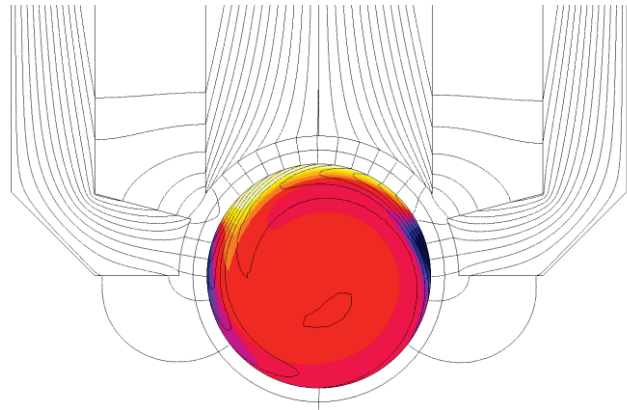


Abbildung 66: Darstellung der Feldlinien und der Kugel bei einer Drehzahl von 10.000 1/min und der erzeugten Stromdichte in der Kugel.

bzw. kaum beeinflusst wird. Die Abbildung verdeutlicht den Zusammenhang. Ähnlich wie bei einer Asynchronmaschine kann das Feld in einzelne Komponenten zerlegt werden, wobei

- die Annahme des virtuellen gleichmäßigen Luftspaltes (auch außerhalb der Kalotte) und
- die Zerlegung des Feldes in die notwendigen Komponenten des Ersatzstrombelags

vorausgesetzt werden müssen. Die Berechnung des Drehmoments für eine Asynchronmaschine kann normalerweise mit Klosscher Formel erfolgen:

$$M(\omega) = -M_k \cdot \frac{2}{\frac{\omega}{\omega_k} + \frac{\omega_k}{\omega}} = -M_k \cdot 2 \cdot \frac{\omega_k \cdot \omega}{\omega^2 + \omega_k^2} \quad (4.101)$$

ω_k ... Die Drehzahl, bei der das Drehmoment maximal wird

M_k ... Das Kippdrehmoment

Aus der Näherungsformel wird ersichtlich, dass der Wert des Drehmoments bei größeren Drehzahlen gegen Null strebt. Die folgenden Bilder stellen die Simulationsergebnisse und den approximierten Näherungsverlauf dar.

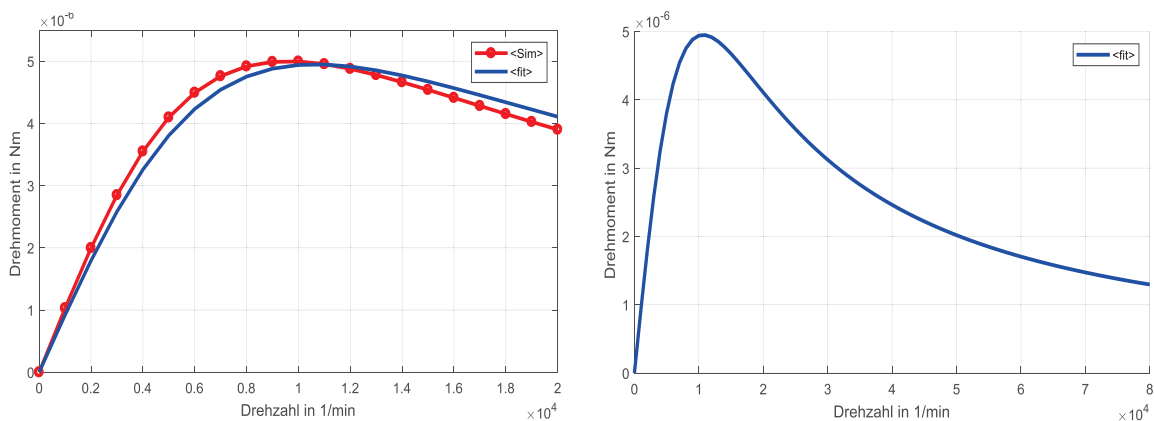


Abbildung 67: Links: Angepasste Kurve und Simulation. Rechts: Regressionsanalyse für höhere Drehzahlen.

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

Die Klosssche Formel ergibt eine gute Näherung für eine Asynchronmaschine mit einer sinusförmigen Feldverteilung im Luftspalt. Die Feldverteilung um die rotierende Kugel kann mit Hilfe der Fourier-Reihe als Summe der Sinus- und Cosinus angegeben werden. Damit lässt sich auch das Drehmoment als Summe solcher Drehmoment-Amplituden angeben:

$$M(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{M}_{k,n} \cdot \frac{2}{\frac{\omega \cdot n}{\omega_k} + \frac{\omega_k}{\omega \cdot n}} \quad (4.102)$$

Es lässt sich zeigen, dass auch die Summe bei größer werdenden Drehzahlen gegen Null streben würde. Es muss also eine andere Erklärung dafür geben. Für relativ kleine Drehzahlen ($\approx 0 \text{ min}^{-1}$) kann die Rückwirkung auf das Gesamtfeld vernachlässigt werden, so dass nur das induzierte E-Feld seine Wirkung zeigt. Die Lorentz-Kraft kann daher mit Hilfe des Volumenintegrals und der Induktion ermittelt werden:

$$\mathbf{F} = \iiint_V (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \cdot d\tau = \iiint_V \kappa \cdot \underbrace{(\mathbf{v} \times \mathbf{B})}_{\mathbf{E}} \times \mathbf{B} \cdot d\tau \quad (4.103)$$

Das Ausmultiplizieren der einzelnen Komponenten ergibt, dass die Kraft / das Drehmoment nur von der radialen Komponente (transversal zur Bewegungsrichtung) des Feldes abhängig ist:

$$M = F_\varphi \cdot r = - \iiint_{V(R_1)} \kappa \cdot \omega \cdot r^2 \cdot B_r^2 \cdot d\tau \quad (4.104)$$

Lorentz-Kraftdichte $\left[\mathbf{f}_\varphi = -\kappa \cdot r \cdot \omega \cdot B_r^2 \right]$.

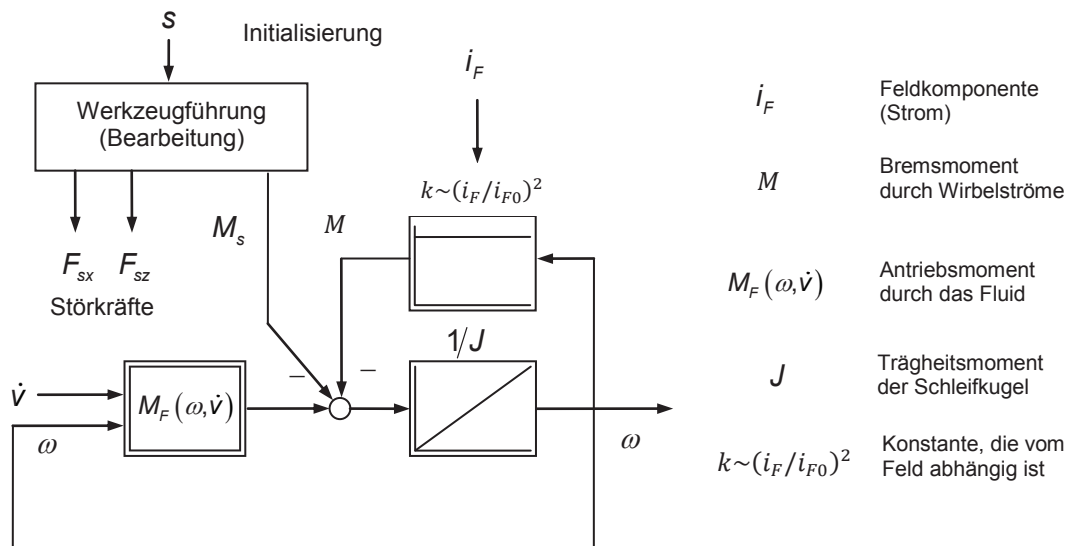


Abbildung 68: Blockschaltbild der rotierenden Schleifkugel als eigenes Teilsystem

Aus der Abbildung kann entnommen werden, dass zwei Momente (Schleifmoment und Bremsmoment durch Wirbelströme) dafür sorgen, dass die Schleifkugel abgebremst wird. Da es sich um einen negativ rückgeführten Integrator handelt, stellt das Verhalten ein PT1-Glied dar. Das Schleifdrehmoment M_s ist für den Materialabtrag in Form von Reibung zuständig. Das Mo-

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

ment ist hauptsächlich von der Anpresskraft abhängig. Da die Anpresskraft hauptsächlich vom Gewicht der Kugel abhängig ist, nimmt die Kraft hauptsächlich entweder ihren minimalen oder maximalen Wert an. Das Antriebsmoment der Strömung ist eine Funktion vom Volumenstrom und der Drehzahl. Der Zusammenhang ist sehr komplex und wurde bei einem konstanten Luftspalt von Kristofer Leach [Lea14] in seiner Dissertation wie folgt näherungsweise angegeben:

$$M_F(\omega) \approx M_{F0} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{F0}}\right) \quad (4.105)$$

Das Antriebsmoment ist nicht konstant, sondern hängt ebenfalls von der Drehzahl der Kugel ab. Die statische Kennlinie des Fluid Drehmoments entspricht der statischen Kennlinie einer fremderregten Gleichstrommaschine. Die dynamischen Einschwingvorgänge können vernachlässigt werden. Für die 8 mm-Kugel wurden folgende Zusammenhänge ermittelt [Lea14]:

$$M_{F0}(\dot{v}) = \alpha_1 \cdot \dot{v}^{1,6} \quad \text{mit} \quad \alpha_1 = 2,63 \cdot 10^{-6} \quad (4.106)$$

$$\omega_{F0}(\dot{v}) = \alpha_2 \cdot \dot{v} \quad \text{mit} \quad \alpha_2 = 5,82 \cdot 10^3 \quad (4.107)$$

Der Zusammenhang ist zwar angenähert, allerdings mathematisch komplett beschreibbar. Es lässt sich ein mathematisches Modell erstellen, mit dem es möglich ist auch die Dynamik der drehenden Kugel zu beschreiben. Das Wirbelstrommoment hängt quadratisch vom Feld und annähernd linear von der Drehzahl ab und kann näherungsweise wie folgt angegeben werden:

$$M_{wi}(\omega, i_F) \approx -M_{wi0} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_{wi0}}\right) \cdot \left(\frac{i_F}{i_{F0}}\right)^2 \quad (4.108)$$

Die Formel gilt wie für strömungsmechanische Vorgänge üblich nur für den konstanten Luftspalt. D.h. es wird davon ausgegangen, dass dieser während des Einschwingvorgangs konstant bleibt. Der Feldstrom entspricht dem Mittelwert aller vier Spulenströme.

$$i_{F0} = (i_{10} + i_{20} + i_{30} + i_{40})/4 = 0,1 A \quad (4.109)$$

Das Bezugsdrehmoment und die Bezugsfrequenz können wie folgt angegeben werden:

$$M_{wi0} = 7,2 \cdot 10^{-6} Nm \quad (4.110)$$

$$\omega_{wi0} = 1,05 kHz \quad (\text{entspricht einer Drehzahl von ca. } 10.000 \text{ } 1/min)$$

Die Summe aller Momente ergibt:

$$M(\omega) = M_{F0} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{F0}}\right) - M_{wi0} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_{wi0}}\right) \cdot \left(\frac{i_F}{i_{F0}}\right)^2 = M_{F0} \cdot \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{F0}}\right) \cdot \left(1 + \frac{M_{wi0}}{M_{F0}} \cdot \left(\frac{i_F}{i_{F0}}\right)^2\right)\right) \quad (4.111)$$

Die beiden Anteile (Bremsmoment durch Wirbelströme und Antriebsmoment durch Strömung) ergeben aus systemtechnischer Sicht einen negativ rückgekoppelten Integrator. Das System ist

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

damit stabil und die Kugel erreicht bei Anpassung an die gleiche Bezugsdrehzahl (ohne Schleifen) einen Endwert:

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \frac{M_{wi0}}{M_{F0}} \cdot \left(\frac{i_F}{i_{F0}}\right)^2} \quad (4.112)$$

Damit ergeben sich folgende Größen für das fluiddynamische System mit der Abbremsung durch die Wirbelströme:

$$M_{F0}(3,34 \text{ dm}^3 / \text{min}) = 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}; \quad \omega_{F0}(3,34 \text{ dm}^3 / \text{min}) = \omega_{wi0} = 1,05 \text{ kHz}$$

$$\text{Arbeitsfrequenz} \rightarrow \omega = \frac{1050 \text{ Hz}}{1 + \frac{7,2 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}}{0,88 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}} = 1,04 \text{ kHz} \quad (4.113)$$

4.6.1 Fazit

Die Kugel wird also nur geringfügig durch die Wirbelströme abgebremst. Die Drehzahl verringert sich um ca. 1%. Das zu erreichende Drehmoment wird durch Anströmung jedoch deutlich größer. Des Weiteren kommt hinzu, dass beim Schleifen die Kugel auf das Werkstück aufgesetzt wird und damit keine magnetische Kraft als Kompensation der Schwerkraft benötigt. Damit erreicht die Feldkomponente des Stromes ein Minimum von ca. 5 %. Die Abbremskraft durch Wirbelströme nimmt quadratisch zum Feld zu, so dass rund 1% der Kraft entsteht.

Wie schon erwähnt, wird die Kugel hauptsächlich durch das Schleifen abgebremst. Während des Schleifvorgangs wird eine Bremswirkung durch das Aufsetzen der Kugel erzeugt. Damit entsteht eine Reibung und somit Materialabtrag. Damit ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$M_s = \eta \cdot F_{az} \cdot R \quad (4.114)$$

F_{az} ... Anpresskraft

Die Anpresskraft ist zunächst gleich der Gewichtskraft der Kugel, obwohl in den weiteren Entwicklungen die Antriebskraft (Fluid) ebenfalls eine zusätzliche Anpresskraft erzeugen soll. Dabei kann ein maximaler Faktor von 3 erreicht werden. Das Schleifmoment erreicht bei einer Reibungszahl von ca. 0,3 und nur der eigenen Gewichtskraft einen quasistatischen Wert von

$$M_s = 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}.$$

Während des Schleifvorgangs ergibt sich somit eine neue Betrachtung:

- Die Abbremsung durch die Wirbelströme nimmt stark ab (ca. 1-2% des Nennwertes),
- Die Abbremsung durch die Reibung nimmt stark zu.

Es ergibt sich für diese Betrachtung eine neue Drehzahl von rund

4 Elektrodynamische Effekte im Magnetlager

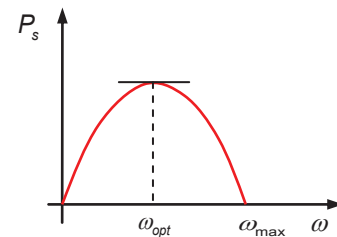
$$\omega \approx \frac{M_{F0} - M_s}{M_{F0}} \cdot \omega_{F0} = 1,01 \text{ kHz}.$$

Die Drehzahl wird somit minimal herabgesenkt. Aus der Gleichung ist noch zu entnehmen, dass die Antriebskraft eventuell nicht ausreichen kann, um die Kugel optimal rotieren zu lassen. Die Schnittleistung ist stark von der Drehzahl abhängig, so dass eventuell ein optimaler Arbeitspunkt ermittelt werden muss. Um den optimalen Arbeitspunkt bzgl. der Schnittleistung zu finden, ist es sinnvoll eine approximierte Funktion für die abgetragene Schnittleistung zu formulieren:

$$P_s(\omega) = M_s \cdot \omega =$$

$$\omega \cdot M_{F0} - \frac{\omega^2}{\omega_{F0}} \cdot M_{F0} \cdot \left(1 + \frac{M_{w10}}{M_{F0}} \cdot \left(\frac{i_F}{i_{F0}} \right)^2 \right)$$

(4.115)



Die Gleichung muss nach dem freien, abhängigen Parameter abgeleitet und null gesetzt werden. Es ergibt sich somit die optimale Drehzahl für maximale Schleifleistung:

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{F0}}{\left(1 + \frac{M_{w10}}{M_{F0}} \cdot \left(\frac{i_F}{i_{F0}} \right)^2 \right)} = \frac{1}{2} \cdot \omega_{\max} = 520 \text{ Hz} \quad (4.116)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird die aktive Regelung der Drehzahl der Schleifkugel nicht untersucht und nicht weiter betrachtet. Bei dieser Drehzahl lässt sich ebenfalls das Schnittdrehmoment und somit die Anpresskraft ermitteln:

$$M_s = M_{F0} \cdot \frac{1}{2} \approx 0,44 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} \quad \rightarrow \quad F_{az} = \frac{M_s}{\eta \cdot R} = 0,366 \text{ N}$$

Die Schnittkraft ist somit größer als die Gewichtskraft der Kugel (0,025 N). Das lässt sich nur mit mehr Anpresskraft (14-fach) realisieren. Während des Schleifvorgangs sind die Wirbelstromverluste nicht ausschlaggebend. Entscheidend für die Abbremsung der Kugel ist die Schleifkraft, die direkt proportional zur Anpresskraft erzeugt werden kann. Da die Miniaturisierung die Reduzierung der Prozessverluste in den Vordergrund stellt, empfiehlt es sich dafür ausdrücklich den optimalen Arbeitspunkt zu wählen, damit ein maximaler Ertrag pro Zeit erzielt wird.

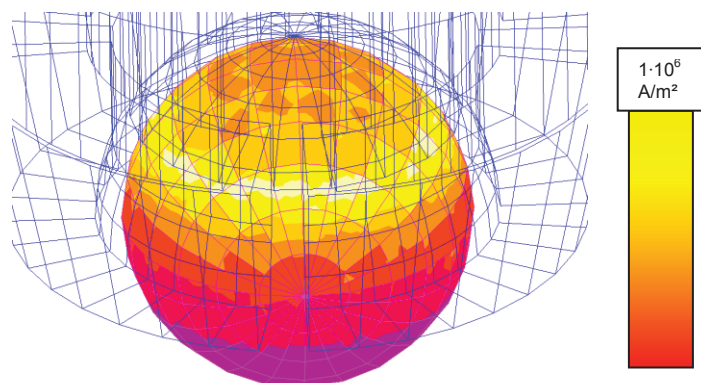


Abbildung 69: Stromdichteverteilung einer rotierenden Schleifkugel in der Schwebe

5 Methoden der Positionsbestimmung

Aus der Berechnung der elektromagnetischen Diffusionseffekte in der Kugel, sowohl bei festen, als auch bei rotierenden Koordinaten, hat sich ergeben, dass es möglich ist ein System zu konstruieren, mit welchem die Kugel sich sowohl drehen, als auch gelagert werden kann. Die Drehzahlregelung der Kugel wäre in diesem Fall problematisch, weil die direkte Drehzahlmessung nahezu ausgeschlossen ist. Es gäbe allerdings eine Möglichkeit der Drehzahlsteuerung ohne die Drehzahl zu messen. Bei diesem System gäbe es allerdings keine Möglichkeit eine zusätzliche Kraft zur Gewichtskraft (abstoßende Kraft) zu generieren.

5 Methoden der Positionsbestimmung

Für die Regelung ist es notwendig die Position und die Änderungsgeschwindigkeit der Schleifkugel messtechnisch zu ermitteln. Es werden hier Methoden vorgestellt, mit denen es theoretisch möglich ist die Position aus Messgrößen zu berechnen.

5.1 Indirekte Positionsmessung

In 2D-Koordinaten kann der Durchflutungssatz angewendet werden, um aus den Messungen der Ströme und der Induktionen im Luftspalt die Position berechnen zu können. Allerdings müssten Vereinfachungen getroffen werden, damit ein lineares Gleichungssystem entsteht. Bei dieser Methode geht es darum die Position der Kugel für die Regelung zu verwenden. Diese kann durch das Aufstellen des Durchflutungssatzes ermittelt werden. Dazu werden die notwendigen Luftspalte durch Feldmessungen und Strommessungen ermittelt. Das Wegintegral (Index 1) wird über die an der x - Achse liegenden Messungen (Spule 1 und Spule 3) durchgeführt. Damit lässt sich die Verschiebung entlang der x - Achse ermitteln. Ein weiteres Wegintegral (Index 2) wird über an der y - Achse liegenden Messungen (Spule 2 und Spule 4) durchgeführt:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}_1 \approx \frac{B_1}{\mu_0} \cdot \hat{\delta}_1 - \frac{B_3}{\mu_0} \cdot \hat{\delta}_3 = i_1 \cdot N - i_3 \cdot N \quad (5.1)$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}_2 \approx \frac{B_2}{\mu_0} \cdot \hat{\delta}_2 - \frac{B_4}{\mu_0} \cdot \hat{\delta}_4 = i_2 \cdot N - i_4 \cdot N \quad (5.2)$$

Die geometrischen Beziehungen sind zusätzlich notwendig, um die Lösung mathematisch angeben zu können und daraus die Position zu ermitteln:

$$\delta_1 + \delta_3 = 2 \cdot \delta_0 \quad \text{und} \quad \delta_2 + \delta_4 = 2 \cdot \delta_0 \quad (5.3)$$

Auf diese Weise entstehen folgende Lösungen:

$$\delta_1 = \left(2 \cdot \hat{\delta}_0 \cdot B_3 + (i_1 \cdot N - i_3 \cdot N) \cdot \mu_0 \right) / (B_1 + B_3) = \delta_0 - x \quad \rightarrow \quad x = \delta_0 - \delta_1 \quad (5.4)$$

5 Methoden der Positionsbestimmung

$$\delta_2 = \left(2 \cdot \hat{\delta}_0 \cdot B_4 + (i_1 \cdot N - i_4 \cdot N) \cdot \mu_0 \right) / (B_2 + B_4) = \delta_0 - y \quad \rightarrow \quad y = \delta_0 - \delta_2 \quad (5.5)$$

Nun kann der Luftspalt entlang der z-Achse berechnet werden. Dafür muss das Feld im Mittelbutzen berechnet werden. Dazu wird der Mittelwert aller Induktionsmessungen bestimmt. Anschließend wird aus dem Durchflutungssatz der Spalt berechnet. Daraus entsteht:

$$\delta_m = \frac{\delta_{m1} + \delta_{m2}}{2} \quad \rightarrow \quad z = \delta_0 - \delta_m = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (5.6)$$

Die Lösung kann in einem Lösungsvektor aufgeschrieben werden. Die Berechnung der z - Lage kann aus maximal 4 Gleichungen erfolgen. Es wird dabei der Mittelwert gebildet.

Diese Methode hat sich jedoch als ungenau erwiesen, weil das bemerkbare Hysterese-Verhalten des magnetischen Werkstoffes zu großen Fehlern beiträgt. Um diese zu kompensieren, müsste das komplette und vor allem dynamische Hysterese-Modell hinterlegt werden.

5.2 Direkte Positionsmessung

Bei der direkten Positionsmessung wird die Messung der Spaltbreite allgemein direkt durchgeführt. An dieser Stelle ist jedoch der Begriff nicht genau genug, weil jedem Sensor eine physikalische Eigenschaft zugrunde liegt. Es muss noch zwischen berührungslosen Sensoren und Kontaktsensoren unterschieden werden. Da die Lagerung der Kugel berührungslos erfolgen soll, können nur berührungslose Sensoren betrachtet werden. Dafür wurden die Wirbelstromsensoren der Firma micro-epsilon verwendet. Die Auswerteelektronik ermöglicht es nach einer Kalibrierung den Abstand zum Objekt in *nm*-Auflösung zu erfassen. Die Position des Objekts lässt sich daraus berechnen. Dafür muss das kartesische Koordinatensystem festgelegt werden. Da bei dieser Arbeit die Lagerung einer Kugel betrachtet wird, ist es sinnvoll den Mittelpunkt der Kugel als Koordinatenursprung festzulegen. Bewegt sich die Kugel nur in eine Richtung, kann nur der Rand, Oberfläche, messtechnisch erfasst werden. Am einfachsten ist es, einen Positionssensor entlang des kürzesten Verbindungsstücks zu positionieren. Die Position aus dem gemessenen Abstand lässt sich wie folgt berechnen:

$$d_{mx} = R_2 - r_1(x) = R_2 - r_1(x) = R_2 - R_1 - x \quad x = R_2 - R_1 - d_{mx} \quad (5.7)$$

Das gilt nur entlang einer Linie. Wenn aus technischen Gründen ein Sensor nicht entlang einer Bewegungslinie positioniert werden kann, dann gilt die Gleichung nicht mehr. Es muss die Kreisgleichung betrachtet werden. Bei einem nicht verschobenen Kreis ist die Menge von $x_1 \in [-R_1, +R_1]$, die Menge von $y_1 \in [-R_1, +R_1]$. D.h. x_1 Werte können alle reellen Zahlen im Intervall annehmen. Die y_1 -Werte können nur die Randwerte annehmen.

5 Methoden der Positionsbestimmung

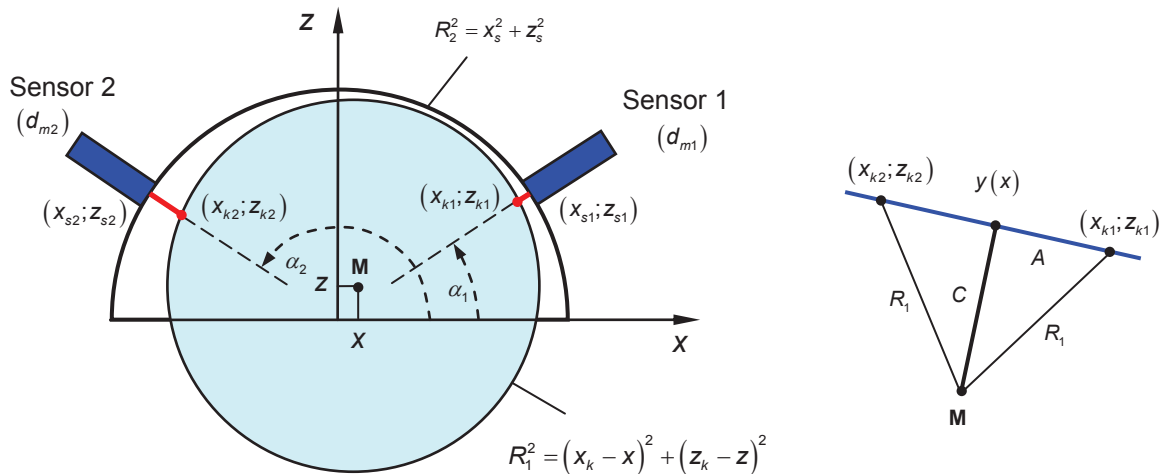


Abbildung 70: Ermittlung der Position einer Kugel

Die Sensoren werden so positioniert, dass sie in Richtung des Koordinatenursprungs gerichtet sind und den Abstand zur Oberfläche der Kugel messen. Sie werden an einer bestimmten Position fest montiert. Diese Positionen sind bekannt und haben feste Werte.

$$x_{k1} = x_{s1} - d_{mx1} = (R_2 - d_{m1}) \cdot \cos \alpha_1 \quad z_{k1} = z_{s1} - d_{mx1} = (R_2 - d_{m1}) \cdot \sin \alpha_1 \quad (5.8)$$

$$x_{k2} = x_{s2} - d_{mx2} = (R_2 - d_{m2}) \cdot \cos \alpha_2 \quad z_{k2} = z_{s2} - d_{mx2} = (R_2 - d_{m2}) \cdot \sin \alpha_2 \quad (5.9)$$

Die Koordinaten des Kreisrandes können gemessen und bestimmt werden. Die Koordinaten reichen jedoch nicht aus, um die Lage des Mittelpunktes zu berechnen. Der Mittelpunkt kann mit Hilfe der Kreisgleichung berechnet werden. Führt man die mathematische Operation durch und zieht dabei beide Gleichungen voneinander ab, entsteht eine Geradengleichung zwischen den beiden gesuchten Größen. Dieser Zusammenhang lässt sich wie folgt zusammenfassen:

$$(x_{k2} - x_{k1}) \cdot x + (z_{k2} - z_{k1}) \cdot z = 0 \quad \rightarrow \quad z(x) = -\frac{(x_{k2} - x_{k1})}{(z_{k2} - z_{k1})} \cdot x = -\frac{1}{m} \cdot x \quad (5.10)$$

Aus der Gleichung ist ein direkter, linearer Zusammenhang zu erkennen, wobei die Steigung einem negativen, umgekehrt proportionalen Wert der normalen Geradengleichung zwischen zwei Punkten entspricht. Aus diesem Zusammenhang lässt sich die Position ermitteln, wobei diese in eine der Gleichungen I. oder II. eingesetzt wird.

$$R_1^2 = (x_{k1} - x)^2 + \left(z_{k1} + \frac{1}{m} \cdot x\right)^2 \quad (5.11)$$

$$x^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{m^2}\right) - 2x \cdot \left(x_{k1} - \frac{1}{m} \cdot z_{k1}\right) + z_{k1}^2 + x_{k1}^2 - R_1^2 = 0 \quad (5.12)$$

Die Lösung der quadratischen Gleichung ist bekannt und kann geschlossen berechnet werden. Es ist dennoch von Interesse, wie sich die Gleichung und der Rechenaufwand im Falle kleinerer

5 Methoden der Positionsbestimmung

Abweichungen der Position von der Ruhelage minimieren lassen. Die Ruhelage der Kugel sei (x_0, y_0, z_0) . Um diese Ruhelage kann eine nichtlineare Gleichung um kleine Abweichungen Δx , bzw. Δd linearisiert werden. Zur Verdeutlichung des Verfahrens sollten alle Werte betrachtet werden, die die Sensoren aufnehmen können. Dabei ist die mögliche Menge der Werte der Sensoren $([0, d_{\max}] \times [0, d_{\max}] \times [0, d_{\max}])$. Es muss bei der Berechnung, sowie Modellbildung beachtet werden, dass der Kreis nur einen begrenzten Raum für eine Bewegung hat, so, dass

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq \delta_0^2 \quad \text{für } z \geq 0 \quad (5.13)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 3\delta_0^2 \quad \text{für } z < 0 \quad (5.14)$$

gilt. Es stellt sich die Frage, wie sich die Begrenzung auf die Lage des Mittelpunktes auswirken kann. Beim Verlassen des Messbereichs von einem oder zwei Sensoren wird die Lage nicht richtig erfasst. Dazu gibt es einen Vorschlag, wie man allgemein Probleme dieser Art lösen kann. Für die Kugel gelten etwas andere Bedingungen für die Abstandssensoren.

$$\text{I.} \quad R_1^2 = (x_{k1} - x)^2 + (y_{k1} - y)^2 + (z_{k1} - z)^2, \quad (5.15)$$

$$\text{II.} \quad R_1^2 = (x_{k2} - x)^2 + (y_{k2} - y)^2 + (z_{k2} - z)^2,$$

$$\text{III.} \quad R_1^2 = (x_{k3} - x)^2 + (y_{k3} - y)^2 + (z_{k3} - z)^2.$$

Bei elektrischen Maschinen ist im Allgemeinen der mechanische Luftspalt viel kleiner als der Radius des Rotors $\delta_0 \ll r$. In diesem Fall kann die unterschiedliche Krümmung des Innen- und Außenradius vernachlässigt werden. In einer der beiden Richtungen gilt folgender Zusammenhang, wenn zwei Abstandssensoren entlang der x- und y-Achse angebracht sind:

$$\delta_0 - x_m = d_{mx} \quad \delta_0 - y_m = d_{my} \quad (5.16)$$

d_{mx}, d_{my} ... Messwerte

x_m, y_m ... Werte Position des Mittelpunktes (Koordinatenursprung)

δ_0 ... Luftspalt

Diese Gerade trifft auf dem direkten Weg zwei Punkte, die Kante der Kalotte und die bewegliche Kante (konzentrisch) der Kugel. Der maximale Messbereich des Sensors ist ca. $d_{\max} = 0,7 \text{ mm}$. Das entspricht einer Spannung von 13 V des Wirbelstromsensors. Für die Berechnung der Position ergeben sich aus den Linearisierungen folgende Näherungslösungen:

$$x \approx 0,542 \cdot (\delta_0 - d_{m1} + d_{m2} + d_{m3}), \quad (5.17)$$

$$y \approx 0,542 \cdot (\delta_0 - d_{m1} - d_{m2} + d_{m3}),$$

$$z \approx 0,643 \cdot (3 \cdot \delta_0 - d_{m1} - d_{m2} - d_{m3}).$$

6 Regelung

Die Position lässt sich relativ schnell mit Hilfe eines Mikrorechners in Echtzeit berechnen. Die Anbringung der Sensoren kann anhand der nächsten Bilder entnommen werden.



Abbildung 71: Das Magnetlager-Modul mit Positionssensoren von der Fa. micro-epsilon.

Die Anbringung der Sensoren brachte fertigungstechnische Schwierigkeiten mit sich, die jedoch durch spezielle Bohrungen und Verschraubungen gelöst wurden. Einer von drei Sensoren ging direkt durch den Schenkel durch. Das ist allerdings möglich gewesen, weil das Feld um den Sensor geführt wurde und der Sensor ebenfalls eine Abschirmung hat.

6 Regelung

In Technik und Natur existieren fast ausschließlich nichtlineare Systeme mit nichtlinearen Übertragungsfunktionen. Ein lineares System stellt eine Ausnahme dar, die für nur einen bestimmten Arbeits- und Frequenzbereich gilt. Die Methoden für den Entwurf einer linearen Regelung sind der folgenden Abbildung zu entnehmen.

6 Regelung

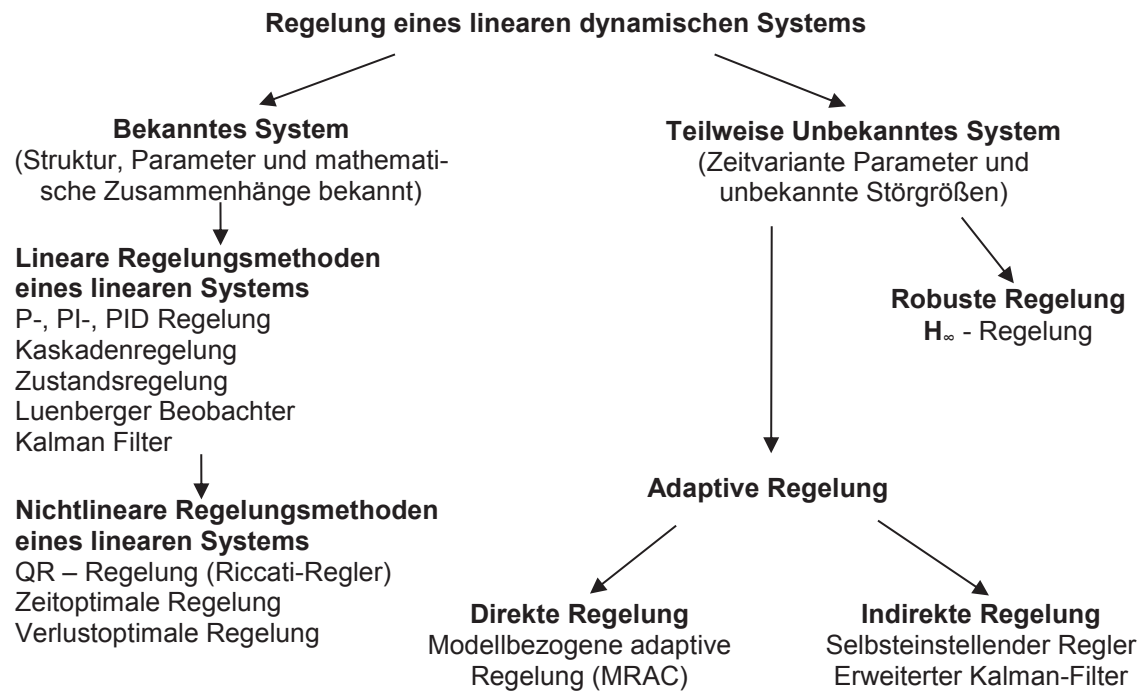


Abbildung 72: Fundamentale Struktur der Regelungsmethoden für lineare Systeme

Die Abbildung zeigt die Komplexität der Verfahren, wenn die Abbildung von oben nach unten betrachtet wird. Für die nichtlineare Strecke genügt oft der lineare Arbeitsbereich, so dass lineare Regelungsmethoden angewendet werden dürfen. Die Zustände eines Systems müssen vor dem Systementwurf klar definiert werden. Sie haben meistens einen physikalischen Hintergrund. Es können aber auch Zustände definiert werden, die zunächst keinen physikalischen Sinn ergeben, um z.B. ein System auf eine bestimmte Art und Weise zu vereinfachen.

6.1 Wahl der Zustände und der Eingangsgrößen

Für die Wahl des Systems und der notwendigen Abgrenzungen, ist es wichtig auf die Wahl der Messparameter zu achten. Je nach Betrachtung stehen allgemein mehrere Eingangsgrößen zur Verfügung:

- die Induktion (Feld im Luftspalt),
- der Strom,
- die Spannung.

Theoretisch sind alle Eingangsgrößen wählbar, allerdings gibt es wesentliche Unterschiede in der Realisierung und der daraus folgenden Dynamik. Das System mit dem Feld, bzw. dem Fluss, als Eingangsgröße wird in dieser Arbeit als FbM (feldbasiertes Modell) bezeichnet. Das System mit dem Strom als Eingangsgröße wird im Folgenden als IbM (strombasiertes Modell) bezeichnet. Das komplette System mit der Spannung (Potential) als Eingangsgröße wird als UbM (U-Spannungsbasiertes Modell) bezeichnet. Für das Magnetlager werden Zustände folgendermaßen definiert:

6 Regelung

$\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T$...	Eingangsspannungen jeder Spule (Stellgrößen)
$\mathbf{i} = [i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4]^T$...	Ströme in jeder Spule (Messgröße)
$\mathbf{B} = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4]^T$...	Die magnetischen B-Felder im Luftspalt
$\mathbf{v} = [v_x \ v_y \ v_z]^T$...	Geschwindigkeit der Kugel (Vektor)
$\mathbf{x} = \{\mathbf{i} \ \mathbf{B} \ \mathbf{v}\}$...	Innere Zustände
$\mathbf{y} = [x \ y \ z]^T$...	Ausgangsgröße / Position der Kugel (Vektor)

Mit diesen Zuständen lässt sich das System (Magnetlager) dynamisch beschreiben. Das B-Feld und der Strom können im physikalischen Sinne nur durch Spannung erzeugt werden. Durch einen einfachen inneren Regelkreis können jedoch auch Strom- und Feldregler als Eingangsgrößen dienen.

Die Dynamik des Magnetkreises hängt im Wesentlichen davon ab, wie die z - Position der Schleifkugel gehalten wird. Dabei wird zunächst davon ausgegangen, dass keine x - und y - Komponenten der Kraft auf die Kugel wirken. Für diesen Fall sind alle eingepprägten Ströme per Definition gleich: Es ergibt sich folgendes System mit der Gewichtskraft als Störgröße:

Nichtlineares Modell mit Spannung als Eingangsgröße

$$\dot{\mathbf{z}} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} z \\ v \\ B_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ c/m \cdot B_L^2 \\ \underbrace{-i(B_L, \delta(z)) \cdot R_{cu}/N}_{f(z)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/N \end{pmatrix} \cdot \underbrace{u_0}_g(z) + \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Die Systeme werden nun auf die Dynamik und die Stabilität geprüft, um geeignete Realisierung zu treffen. Die geeignete Methode hierfür ist die Linearisierung am Arbeitspunkt.

Ein nichtlineares System mit der Gestalt (SISO)

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}) + \mathbf{g}(\mathbf{z}, u) \quad y = h(\mathbf{z}) \quad (6.2)$$

wird wie folgt am AP linearisiert:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} (\mathbf{f}(\mathbf{z}_0) + \mathbf{g}(\mathbf{z}_0, u_0)) = \mathbf{A}^* \quad \frac{\partial}{\partial u} (\mathbf{g}(\mathbf{z}_0, u_0)) = \mathbf{B}^* \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} (h(\mathbf{z}_0)) = \mathbf{C}^* \quad (6.3)$$

Für die unterschiedlichen Regelungsmodelle ergeben sich folgende Betrachtungen

Feldbasiertes Modell

$$\Delta \dot{\mathbf{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}^*} \cdot \begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta v \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot B_0 \cdot c/m \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}^*} \cdot \Delta \Phi \quad \Delta y = \Delta z \quad (6.4)$$

\mathbf{z}_0, u_0 ... Arbeitspunkt $(z_0, v_0) = (0, 0)$, $u_0 = B_0$

6 Regelung

Strombasiertes Modell

$$\Delta \dot{\mathbf{z}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 \cdot c_i / m \cdot i_0^2 / \delta_0^3 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}^*} \cdot \begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta v \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot i_0 / \delta_0^2 \cdot c_i / m \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}^*} \cdot \Delta i \quad \Delta y = \Delta z \quad (6.5)$$

$\mathbf{z}_0, u_0 \dots$ Arbeitspunkt $(z_0, v_0) = (0, 0), u_0 = i_0$

Für weiterführende Berechnungen ist es wichtig die technischen Grenzwerte zu kennen. Setzt man alle Werte für die Parameter ein, ergeben sich je nach Modell unterschiedliche Eigenwerte. Es gibt jedoch stets einen Eigenwert, der auf der positiven reellen Achse liegt. Das System schwingt und kann den Arbeitspunkt nicht stabil halten.

Das linearisierte System kann in ein System mit dem Strom statt dem Ausdruck des Flusses, bzw. der Induktion, umformuliert werden. Die Eigenwerte bleiben jedoch die gleichen wie mit dem Fluss. Das hängt damit zusammen, dass das System in beiden Fällen spannungsgeführt ist. Der Strom oder der magnetische Fluss stellen sich ein.

Spannungsbasiertes Modell

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot B_0 \cdot c / m & d \\ c_A \cdot B_0 \cdot R_{cu} / N & 0 & -c_A \cdot 2 \cdot \delta_0 \cdot R_{cu} / N \end{pmatrix} \quad \mathbf{B}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/N \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

$\mathbf{z}_0 \dots$ Arbeitspunkt $(z_0, v_0, B_0) = (0, 0, B_0)$

Das im AP linearisierte technische System eignet sich in diesem Falle gut für die Analysen ohne geschlossenen Regelkreis. Sollte damit eine Regelung entworfen werden, so eignet sie sich nur bedingt für die sehr dynamischen Ansprüche der Regelung eines Magnetlagers mit schleifender Kugel. Beim Verlassen eines gewünschten Arbeitspunktes verschieben sich die Systemeigenwerte. Das kann zu Instabilitäten führen. Das System hat außerdem wenig Raum und darf den Schaft nicht berühren. Es gibt zusätzlich unbekannte Störgrößen, so dass man insgesamt auf andere Methoden angewiesen ist.

Für die Verhältnisse wird die Windungszahl als eins angenommen, damit nur auf die Methoden und nicht die konkrete Auslegung eingegangen werden kann. Die Eigenwerte für unterschiedliche Systemmodelle und das ausgewählte Magnetlager (Kugeldurchmesser 8 mm) sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Tabelle 4: Eigenwerte bei der Kugelgröße 8 mm und unterschiedlichen Modellen.

	FbM	lbM	UbM
$\lambda_{1,2}$	0 1/s 0 1/s	7,76 1/s -7,76 1/s	2,3 1/s (-2 + j1,8) 1/s (-2 - j1,8) 1/s

Die berechneten Arbeitspunkte wurden ebenfalls durch die Simulationen bestätigt. Dazu wurden sogar mehrere Arbeitspunkte überprüft. Aus den ermittelten Eigenwerten der linearisierten Modelle ist zu entnehmen, dass der positive Eigenwert des strombasierten Systems relativ groß ge-

6 Regelung

genüber den anderen Eigenwerten des gleichen Systems ist. Aus der stark ausgeprägten Instabilität des strombasierten Systems folgt die Forderung nach einem sehr schnellen, dynamischen Regler, der selbst kleine Änderungen erfasst und ausregelt. Somit lässt sich zeigen, dass eine Regelung mit dem Strom als Eingangsgröße ungünstig ist und ggf. mehr Aufwand erfordert. Die Parameterungenauigkeiten einer solchen Regelung haben Folgen für das gesamte Systemverhalten.

Das spannungsgeführte Modell hat dagegen einen um ein Vielfaches kleineren Eigenwert auf der positiven reellen Achse gegenüber dem stromgeführten Modell. Das System führt dabei zusätzlich gedämpfte Schwingungen aus. An dieser Stelle ist noch zu erwähnen, dass die Schwingungen allein mit der Dämpfung des ohmschen Widerstands der Wicklung zusammenhängen. Sollte der ohmsche Widerstand einen sehr geringen Wert haben, ergeben sich 3-fache Nullstellen. Das ist nur bei dreifachem Integrator möglich. Auf diese Weise hat das spannungsgeführte Modell große Ähnlichkeit mit der exakten Linearisierung, worauf später noch eingegangen wird.

Die Realisierung des Systemmodells mit dem Fluss als Eingangsgröße taucht seltener auf. Der Fluss kann jedoch in den meisten Fällen durch die Anbringung des Sensors an einer bestimmten Stelle des Systems (Luftspalt) gemessen werden. Bei einer angelegten Spannung verhält sich das magnetische System wie ein PT1-Glied. Das PT1-Glied lässt sich relativ einfach regeln. An dieser Stelle ist aus systemtheoretischer Sicht zwischen zwei Modellen zu unterscheiden:

- Strombasiertes Modell (Ausgang des Teilsystems stellt der elektrische Strom dar),
- Flussbasiertes Modell (Ausgang des Teilsystems stellt der magnetische Fluss dar).

Eine magnetische Lagerung besteht aus 4 Spulen mit 4 Strömen, die miteinander gekoppelt sind. Die Spulen sind symmetrisch angeordnet und dimensioniert, wodurch sich die Widerstandsmatrix \mathbf{R} zu einem konstanten Wert R , multipliziert mit der Einheitsmatrix, vereinfacht. Das vollständige dynamische Modell eines strombasierten Systems in einem Arbeitspunkt hat folgenden Zusammenhang:

$$\frac{\partial \Psi(\mathbf{i})}{\partial \mathbf{i}} \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{u} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} \quad (6.7)$$

$$\mathbf{y} = h(\mathbf{i}) = (i_1, i_2, i_3, i_4) \quad \dots \quad \text{Ausgangsvektor der Ströme}$$

$$\frac{\partial \Psi(\mathbf{i})}{\partial \mathbf{i}} = \mathbf{J}_i \quad \dots \quad \text{Jacobi-Matrix oder Induktivitätsmatrix}$$

Die Jacobi-Matrix ist eine 4 x 4 Matrix. In der Matrix sind alle partiellen Ableitungen der Spulenflüsse nach den Spulenströmen enthalten. Bei Betrachtung ohne ferromagnetische Sättigungseffekte sind alle Elemente dieser Matrix konstant. Für die Vollständigkeit einer Zustandsraumdarstellung muss die Matrix noch invertiert werden:

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{J}_i^{-1} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}) \quad \mathbf{y} = \mathbf{i} \quad (6.8)$$

6 Regelung

Die Voraussetzung für dieses Modell ist, dass die Abhängigkeit der Ströme von magnetischen Flüssen und magnetischen Feldern bijektiv ist. In dieser Anwendung besteht die Notwendigkeit die einzelnen Flüsse zu regeln. Da der Aufwand der Feldmessung relativ hoch ist, ist es sinnvoll die Induktion aus den gemessenen Stromwerten im Mikrorechner zu berechnen. Die berechneten Größen können dann für die Feld-Regelung verwendet werden.

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{i}) = (B_1, B_2, B_3, B_4) \quad \dots \quad \text{Berechnete Induktion (Schätzflussdichte)} \quad (6.9)$$

Für die Regelung des Systems ist also die Bestimmung des magnetischen Flussvektors von primärer Bedeutung. Der Fluss beinhaltet alle notwendigen geometrischen Gegebenheiten des magnetischen Systems, sowie die dreidimensionale Position \mathbf{r} , und stellt eine Kopplung zum elektrischen Kreis dar. Die Berechnung des Flussvektors kann auf mehreren Wegen erfolgen. Für vereinfachte Betrachtungen kann das analytisch erfolgen. Für ein konkretes magnetisches Lager gilt die symmetrische Induktivitätsmatrix in der Ruhelage der Kugel:

$$\frac{\partial \Psi(\mathbf{i})}{\partial \mathbf{i}} = \mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & L_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & L_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & L_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & L & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & L & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & L \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

L ... Die Selbstinduktivität jeder Spule

M ... Kopplungsinduktivität jeder Spule

Die Elemente können mit im Kapitel 3 entwickelten Methoden relativ einfach berechnet werden. Dabei kann die Matrix in eine übersichtlichere Form gebracht werden:

$$\mathbf{J}_i = \mathbf{J}_m + \mathbf{J}_h = \left(\begin{bmatrix} L_\sigma & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & L_\sigma & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & L_\sigma & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & L_\sigma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_h \end{bmatrix} \right) \quad (6.11)$$

Diese Form hat den Vorteil, dass die Hauptinduktivität darin enthalten ist. Die Kopplungsinduktivität M ist von jeder Spule gleich und hat einen negativen Wert. Bei der Berechnung im Kapitel 3 wurde der Hauptfluss bei einer Durchflutung 66 A ermittelt und beträgt $1,6 \mu\text{Wb}$. Der Streufluss wurde auf die gleiche Art und Weise berechnet und beträgt $3 \mu\text{Wb}$. Bei 1200 Windungen ergibt die Hauptinduktivität einen Wert von $34,9 \text{ mH}$ und die Streuinduktivität $65,5 \text{ mH}$.

Die Berechnungen wurden für die Anordnung durchgeführt, dass alle Spulen parallel geschaltet wurden. Die Dimensionierung des Magnetlagers erfolgte nach dem Prinzip, dass die Krafftichten in jedem Segment gleich waren. Auf diese Art und Weise ist die Fläche für den Fluss des Mittelschafts genauso groß wie die Fläche des Außenrings. Da der Außenring durch 4 Segmente getrennt worden ist, beträgt jede Fläche eines Segments genau $1/4$ der Fläche des Schafts, bzw. $1/8$ der Gesamtfläche. Daraus ergibt sich eine Hauptinduktivität jeder Spule von genau $4/7$ (be-

6 Regelung

rechnet aus dem Durchflutungssatz und dem Dreisatz) und beträgt $19,9 \text{ mH}$. Die Streuinduktivität ergibt einen Wert von $1/4$ und beträgt $16,4 \text{ mH}$. Die Kopplungsinduktivität $M_{12} = M_{21} = M_{nm} = M$ hat den $-1/7$ fachen Wert jeder Hauptinduktivität und beträgt $-2,85 \text{ mH}$. Da die Matrix symmetrisch ist, ist die inverse der Matrix relativ einfach zu berechnen, woraus sich folgende Lösung ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} &= \frac{1}{(L+M) \cdot (L-3 \cdot M)} \cdot \begin{pmatrix} L-2M & M & M & M \\ M & L-2M & M & M \\ M & M & L-2M & M \\ M & M & M & L-2M \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 - i_1 \cdot R \\ u_2 - i_2 \cdot R \\ u_3 - i_3 \cdot R \\ u_4 - i_4 \cdot R \end{pmatrix} \quad (6.12) \\ &= \frac{1}{\underbrace{(L_\sigma + L_h \cdot 8/7)(L_\sigma + L_h \cdot 4/7)}_{\tilde{L}^2}} \cdot \mathbf{J}^{-1} \cdot (\mathbf{U} - \mathbf{I} \cdot \mathbf{R}) \end{aligned}$$

Für komplexere Systeme ist eine nichtlineare Berechnungsvorschrift notwendig. Diese erfolgt als Transformation aus dem statischen, stationären Magnetfeld. Jede Spule wird von einem Strom durchflossen. Somit ist die Anzahl der Komponenten der verketteten Flüsse und der Ströme identisch. Bei bekannter Vorschrift kann bei Vernachlässigung der Wirbelströme im Kern das dynamische Verhalten ermittelt werden. Für lineare Beziehungen zwischen Strom und Spannung, wenn dabei Remanenz, Hysterese-Effekte und Sättigung vernachlässigt werden, entsteht ein LTI-System. Wird das zu steuernde Objekt nicht bewegt entstehen die gekoppelten Transformatorgleichungen zwischen unterschiedlichen Netzstufen. Mit diesem LTI für die Ströme lassen sich die Stromregler entwerfen. Dies lässt sich am besten mit einem Entkopplungs- / Zustandsregler realisieren. Im Folgenden werden Methoden vorgestellt, mit denen es möglich ist ein nichtlineares System transparenter zu machen.

6.2 Nichtlineare Regelungsmethoden

Im nächsten Diagramm sind mögliche Regelungsverfahren dargestellt, die verwendet werden können. Eine Vielzahl von Methoden stellen mögliche Lösungswege dar, um unüberschaubare Systeme, die aus mehreren Teilsystemen, oft mit unbekanntem Parametern, bestehen, zu regeln.

Dem Anwender steht eine Vielzahl von Realisierungsmöglichkeiten zur Verfügung, vor allem wenn das System mathematisch nur schwer zu beschreiben ist. Bei zeitlich veränderlichen Parametern, die nicht mehr deterministisch, sondern teilweise nur statistisch einigermaßen erfasst werden können, können lernfähige Systeme entworfen werden, die ihre Regelparameter stetig optimieren, bis hin zu sich selbstständig neu entwerfenden Regelungsstrukturen. Da die magnetische Lagerung mathematisch gut zu analysieren ist, begrenzt sich die Analyse hier auf ein bekanntes, nichtlineares System. Die wesentlichen Möglichkeiten werden nun dargestellt.

6 Regelung

6.2.1 Linearisierung am Arbeitspunkt

Linearisierung am Arbeitspunkt ist eine gängige Methode, eine nichtlineare Funktion im Differentialgleichungssystem um den bestimmten Arbeitspunkt zu linearisieren. Diese Methode wurde schon zur Ermittlung der Eigenwerte am Anfang der Arbeit erklärt und wird oft für nichtlineare Systeme verwendet. Sie hat den Vorteil, dass lineare Differentialgleichungen relativ einfach berechnet werden können und die Theorie der linearen Systeme im Vergleich zu der Theorie der nichtlinearen Systeme sehr gut erforscht ist. Die gängige Methode ist die Entwicklung einer Taylor-Reihe, die nach dem ersten Glied abgebrochen wird.

Der Vorteil dieser Methode liegt vor allem darin, dass das System auf Dynamik, Schwingverhalten und Stabilität im Arbeitspunkt relativ einfach geprüft werden kann. Nichtlineare Systeme, vor allem die Magnetlager, werden meistens mit Hilfe der Linearisierung am Arbeitspunkt geregelt. Oft wird eine Vorsteuerung zur Stellgröße verwendet, um das System in diesem Arbeitspunkt zu halten. Es ergeben sich folgende Vor- und Nachteile:

Vorteile

- Methode eignet sich zur Untersuchung der Stabilität,
- Schnelle Realisierung der Regelungsparameter im Arbeitspunkt.

Nachteile

- Die Regelung funktioniert nur im Arbeitspunkt,
- Die linearen Regelungsmethoden gelten nur für einen schmalen Arbeitsbereich.

Es stellt sich jedoch die Frage, wie der gesamte Arbeitsbereich erfasst und das geregelte System in beliebigen Arbeitspunkten bei vorgegebener Dynamik stabil gehalten werden kann. Die einzig sinnvolle Methode hierfür ist die exakte Linearisierung. Die Regelung der Strecke mit zeitlichen Einfachintegratoren kann sehr einfach realisiert werden. Die einfachste Methode ist die Polvorgabe für einen Zustandsregler oder eine Kaskadenregelung, ähnlich wie bei elektrischen Maschinen.

6.2.2 Exakte Eingangs- / Ausgangs-Linearisierung

Die Methode der exakten Eingangs-/Ausgangs-Linearisierung dient hauptsächlich zur Regelung und nicht der Analyse eines nichtlinearen Systems. Dabei wird der Rückführvektor mit Hilfe einer geeigneten Transformation so berechnet, so dass der Regler von außen betrachtet nur eine lineare Strecke „sieht“. Nichtlineare Systeme mit Zustandsvektor, Eingang, Ausgang und glattem Vektorfeld (nichtlinearer Zusammenhang) sowie einer glatten Ausgangsfunktion können exakt linearisiert werden, wenn die Gleichung sich nach dem Eingang u umstellen lässt. Des Weiteren ergibt sich

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{w} . \tag{6.13}$$

6 Regelung

Man kann sich leicht überzeugen, dass der relative Grad des Systems exakt der Anzahl der Differentiationen entspricht, die auf der Ausgangsgröße y durchgeführt werden müssen, damit der Eingangsvektor \mathbf{u} explizit erscheint. Auf diese Art führt das Zustandsregelgesetz

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}^{-1}(\mathbf{u}) = \mathbf{r}(\mathbf{w}, \mathbf{x}) \quad (6.14)$$

zu einem exakt linearen Eingangs-Ausgangsverhalten eines linearen 3-fachen Integrators. Die Entkoppelbarkeit ist nur mit der gleichen Anzahl der Ein- und Ausgänge möglich. Das Ausgangssystem hat für das Magnetlager die 3-te Ordnung. Die Differenzierbarkeit muss ebenfalls gegeben sein.

Das Regelgesetz eines solchen Systems führt zu einem stabilen geschlossenen Kreis, wenn das nichtbeobachtbare Teilsystem asymptotisch stabil ist. Da solche Systeme hier nicht betrachtet werden, wird hier nicht weiter darauf eingegangen. Im Falle eines Mehrgrößensystems, wie beim Magnetlager, wird die gleiche Strategie verfolgt. Die Voraussetzung dabei ist, dass das System sich nach dem Eingangsvektor \mathbf{u} umstellen lässt. Der Ausgangsvektor muss nicht die Dimension des Eingangsvektors besitzen. Die Invertierung erfolgt nach der Eingangsgröße. Dieses Verfahren lässt sich nun auf ein magnetisches System übertragen.

6.3 Regelung des Magnetlagers

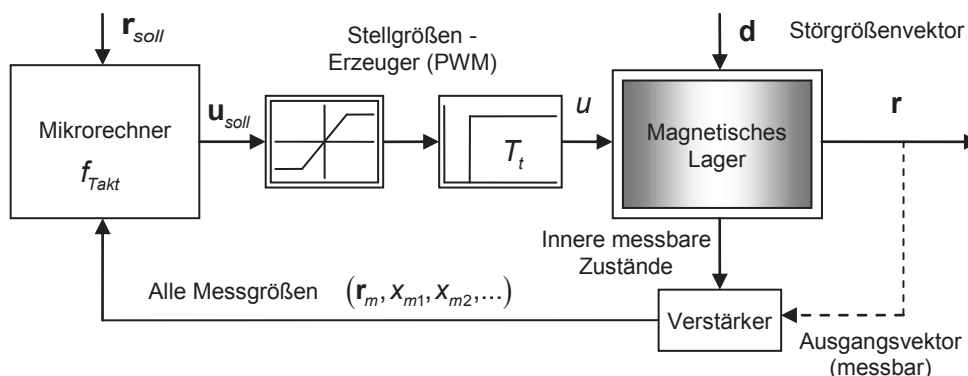


Abbildung 73: Geregeltes Gesamtsystem (Prinzip-Skizze)

Für die Regelung des Magnetlagers sind Stromversorgungseinheiten mit leistungselektronischen Bauelementen mit einem Zwischenkreis und einer PWM notwendig. Hierbei ist zu beachten, dass bei kleinen Spannungen die Halbleiter eine Spannung aufweisen, die mit dem Strom im nichtlinearen Verhältnis $u = f(i)$ steht.

Für die Regelung ist die Stellung der Kräfte von entscheidender Bedeutung. Somit wird die gesamte Regelstrategie daraus abgeleitet. Allgemein ist ein Ausdruck für die magnetische Kraft $\mathbf{F}_m(\mathbf{B}, \mathbf{r})$ von Interesse. Die Kraft ist eine Funktion der Lage und der B-Felder im System. Somit ist es offensichtlich, dass die Flussdichten gestellt, bzw. geregelt werden müssen, um eine notwendige Stellkraft im System zu erreichen. Beim mehrdimensionalen System muss ein Entkopplungs-

6 Regelung

regler entworfen werden, um die geforderten Felder zu berechnen. Somit ist eine Rücktransformation erforderlich, um diese zu stellen.

Somit wird ein mechatronisches Teilsystem entwickelt, bei dem es eine direkte Kraftvorgabe gibt. Anschließend können die geforderten B-Felder für die Feldregler berechnet und gestellt werden. Normalerweise muss die Anzahl der Eingänge gleich der Anzahl der Ausgänge sein. Das ist jedoch nicht der Fall. Das Magnetlager hat 4 Eingänge und 3 Ausgänge. Somit ist ein Freiheitsgrad zunächst offen.

Die Felder können mit Hilfe eines geschlossenen Regelkreises und einer gesteuerten Spannungsquelle (über PWM) gestellt werden. Es entsteht jedoch eine Verzögerung. Da die Felder jedoch eine zeitliche Verzögerung aufweisen, haben auch die Kräfte eine zeitliche Verzögerung. Um die Qualität der Kraftregelung zu beurteilen, ist eine weitere Größe notwendig, der Ruck \mathbf{j} :

$$\mathbf{j} = \dot{\mathbf{a}} = \ddot{\mathbf{v}} \quad (6.15)$$

Die physikalische Bedeutung des Rucks ist weitgehend gleich der umgangssprachlichen Wortbedeutung. Allerdings wird umgangssprachlich der Ruck zum Teil auch nach der gesamten Geschwindigkeitsänderung eines Systems bei einer Beschleunigung beurteilt.

Es ist sinnvoll auf die bereits hergeleiteten Strukturen des Feldreglers (Flussregler) zuzugreifen. Die magnetische Kraft \mathbf{F}_m hat einen bereits im Kapitel 3 erklärten Zusammenhang:

$$\mathbf{F}_m(\mathbf{B}) = \frac{R^2}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 0,5 \cdot (B_1^2 - B_3^2) \\ 0,5 \cdot (B_2^2 - B_4^2) \\ 0,4 \cdot (B_m)^2 \end{pmatrix} = \frac{R^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \begin{pmatrix} (B_1^2 - B_3^2) \\ (B_2^2 - B_4^2) \\ 0,1 \cdot (B_1 + B_2 + B_3 + B_4)^2 \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

In der Gleichung sind 3 Komponenten der Kraft und 4 Komponenten der Induktion enthalten. Wie ebenfalls im Kapitel 3 erwähnt kann die Symmetrie ausgenutzt werden um daraus 2 Subsysteme zu gestalten, um die Ordnung zu minimieren. Dafür muss folgendes gelten:

$$B_1 + B_3 = B_2 + B_4 \quad (6.17)$$

Mit dieser Forderung wird sichergestellt, dass jedes Teilsystem exakt die halbe z-Komponente der Kraft liefert und dabei ein x-z - System und ein y-z - System entstehen:

$$\mathbf{F}_{m1} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_z/2 \end{pmatrix} = \frac{R^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \begin{pmatrix} (B_1^2 - B_3^2) \\ 0,2 \cdot (B_1 + B_3)^2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_{m2} = \begin{pmatrix} F_y \\ F_z/2 \end{pmatrix} = \frac{R^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \begin{pmatrix} (B_2^2 - B_4^2) \\ 0,2 \cdot (B_2 + B_4)^2 \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

Der von der Regelungsstruktur geforderte Ruck besteht ebenfalls aus 2 Teilsystemen:

$$\mathbf{j}_{xz} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d\mathbf{F}_{m1}}{dt} = \frac{R^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 2B_1 & -2B_3 \\ 2(B_1 + B_3) & 2(B_1 + B_3) \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_3 \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

6 Regelung

$$\mathbf{j}_{yz} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d\mathbf{F}_{m2}}{dt} = \frac{R^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 2B_2 & -2B_4 \\ 2(B_2 + B_4) & 2(B_2 + B_4) \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_2 \\ B_4 \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

Damit lässt sich ein Regelgesetz finden, bei dem sich die Strecke exakt linear verhält. Das lässt sich durch drei Integratoren pro Freiheitsgrad und Teilsystem abbilden. Jeder zeitlichen Ableitung ist der Induktion ist ein Spannungswert zugeordnet. Die Stellgrößen ermitteln sich wie folgt:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_3 \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_3(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{4 \cdot (B_1 + B_3)^2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot (B_1 + B_3) \cdot j_x + 2 \cdot B_3 \cdot j_{z1} \\ -2 \cdot (B_1 + B_3) \cdot j_x + 2 \cdot B_1 \cdot j_{z1} \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_2 \\ B_4 \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} u_2(t) \\ u_4(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{4 \cdot (B_2 + B_4)^2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot (B_2 + B_4) \cdot j_y + 2 \cdot B_4 \cdot j_{z2} \\ -2 \cdot (B_2 + B_4) \cdot j_y + 2 \cdot B_2 \cdot j_{z2} \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

Die somit erreichten Spannungen stellen die exakte Ein- / Ausgangs-Linearisierung für das ausgelegte Magnetlager dar. Die Spannung muss anfangs begrenzt werden, weil bei zurückgeführten Zuständen durch Division ein unendlich hoher Wert verlangt wird. Das System ist nun wie folgt zu verstehen: die Lage und die Geschwindigkeit werden pro Achse für den linearen Regler benötigt und verarbeitet. Der Regler gibt eine Stellgröße, den Ruck, aus, woraus durch Transformation und Entkopplung die benötigten Spannungen u_1 , u_2 , u_3 und u_4 berechnet werden. Die Transformation wird durch Messungen, bzw. Berechnungen, der Flussdichten B_1 , B_2 , B_3 und B_4 bestimmt. Auf eine ähnliche Art und Weise werden die Spannungen bei der feldorientierten Regelung durch das Spannungsentkopplungsnetzwerk ermittelt.

Ebenfalls ähnlich wie bei der feldorientierten Regelung ist es jedoch wünschenswert eine bessere Übersicht zur Regelung zu geben. Wie bereits mehrfach angedeutet besteht die Idee also darin, die einzelnen Flussdichten im System zu regeln. Diese werden durch eine nichtlineare Transformation zunächst berechnet:

$$B_{1,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} + 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad B_{3,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} - 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad (6.23)$$

$$B_{2,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} + 0,66 \cdot \frac{F_y}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad B_{4,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} - 0,66 \cdot \frac{F_y}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad (6.24)$$

Die einzelnen Flussdichten werden auf diese Art und Weise in der inneren Kaskade geregelt. Mit dieser Transformation ist eine bessere Übersichtlichkeit der einzelnen Regelstrukturen und physikalischen Größen gegeben.

Zunächst wird die Gesamtübersicht des geregelten Systems dargestellt, damit auf die Regelung und die Parameterbestimmung eingegangen werden kann.

6 Regelung

6.3.1 Regelungsstruktur des gesamten Systems

Die Regelungsstrategie mit Hilfe der exakten Linearisierung kann sowohl mit Hilfe der Kaskadenregelung, als auch mit einer Zustandsregelung realisiert werden. Interessant ist es auch, dass aus der Zustandsregelung auch die Parameter für die Kaskadenregelung bestimmt werden können. In beiden Fällen wird das System als linear behandelt. Für die Regelung müssen lediglich die notwendigen Transformationen berechnet werden, die bereits aufgeführt worden sind. Übersichtshalber für eine Achse gilt:

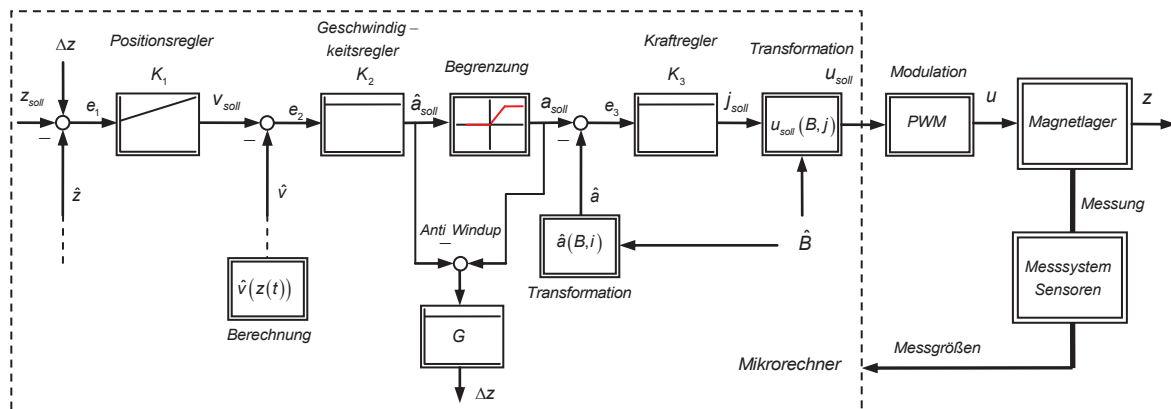


Abbildung 74: Realisierung der Regelung mittels der Kaskadenregelung für eine z-Achse

Für die aktive Regelung des Magnetlagers hat sich die exakte Linearisierung mittels Kaskadenregelung als die technisch sinnvollste Methode etabliert, weil die Regler sehr übersichtlich von innen nach außen eingestellt werden können. Die Transformationen können dabei laufend überprüft werden.

6.3.2 Berücksichtigung der Wirbelstromeffekte für die Regelung

Bei den ersten Tests konnte festgestellt werden, dass die Wirbelströme einen starken Einfluss auf die Regelung haben. Bei der Analyse der vereinfachten Berücksichtigung von Wirbelströmen im Kapitel 4 wurde ein physikalischer Zusammenhang hergeleitet. Die Wirbelströme verzögern den Aufbau des Magnetfeldes und somit den Aufbau der Kraft. Die Formel für die Kraft bei einer einachsigen Betrachtung des Lagers wurde hergeleitet und kann wie folgt berechnet werden:

$$F_z = \frac{\pi \cdot R_1^2 \cdot B_L^2}{2 \cdot \mu_0} \quad \text{mit} \quad B_L = B_r \quad (6.25)$$

Im speziellen Fall, wobei die Streuung des magnetischen Flusses und die starke Verdrängung des magnetischen Feldes vernachlässigt werden, erhält man folgende Gleichungen, die sich aus der Feldberechnung ergeben:

$$\dot{i}_1 = \dot{i}_0 + \dot{i}_w = \frac{B_L \cdot (2 \cdot \delta_0 + 2 \cdot \ell_{Fe} / \mu_r)}{\mu_0 \cdot N} + \kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot \dot{B}_L \cdot R_1^2 / 4 \quad (6.26)$$

Für das System wird die Gleichung nun mit Konstanten zusammengefasst und nach der zeitlichen Ableitung des Feldes umgestellt:

6 Regelung

$$\frac{d}{dt}(B_L) = C_{i2} \cdot i_1 - C_{i3} \cdot B_L \cdot (\delta_{0ers} - z) \quad \text{mit} \quad \delta_{0ers} = 2 \cdot \delta_0 + 2 \cdot \ell_{Fe} \cdot \frac{1}{\mu_r} \quad (6.27)$$

Aus dieser Betrachtung wäre wie schon im Kapitel 4 erklärt zu entnehmen, dass das Verhalten des magnetischen Feldes im Luftspalt einem PT1-Glied, bzw. einem Tiefpassfilter entspricht. Voraussetzung dafür wäre, dass die Grenzfrequenz nicht überschritten wird. Des Weiteren beschreibt die Gleichung eine Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens nicht nur von der Stromänderung, sondern auch von der Position der magnetisch gelagerten Kugel entlang der z - Achse. Die Multiplikation der Ausgangsgröße B_L mit der Position z der Kugel führt zu einem nicht-linearen Verhalten. Es ist eine weitere Gleichung notwendig, die die elektrische Spannung als Eingangsgröße beinhaltet:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} + i_1 \cdot R \quad \text{mit} \quad \Psi = \Psi_0 + \Psi_\sigma \quad (6.28)$$

Die Flussverkettungen lassen sich weiterhin als Funktionen von Strom und Feld formulieren:

$$\Psi_0 = N \cdot \pi \cdot R_1^2 \cdot B_L = C_F \cdot B_L \quad \text{und} \quad \Psi_\sigma = L_\sigma \cdot i_1 \quad (6.29)$$

Es ist sinnvoll die Streuflussverkettung Ψ_σ als Funktion des Stromes und nicht als die Funktion des Feldes im Luftspalt zu formulieren, weil zeitliche Ableitungen des Weiteren eine Abhängigkeit der Geschwindigkeit, Position der Kugel, des magnetischen Feldes und der zeitlichen Ableitung des magnetischen Feldes erfordern würden. Die Spannungsgleichung lässt sich nach der zeitlichen Ableitung des Stromes i_1 in der Spule umstellen

$$\frac{d}{dt}(i_1) = u \cdot \frac{1}{L_\sigma} - i_1 \cdot \frac{R}{L_\sigma} - \dot{B}_L \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \quad (6.30)$$

In der Gleichung ist jedoch eine weitere zeitliche Ableitung enthalten, die durch das Einsetzen der Feldgleichung eliminiert werden kann:

$$\frac{d}{dt}(i_1) = u \cdot \frac{1}{L_\sigma} - i_1 \cdot \left(\frac{R}{L_\sigma} + C_{i2} \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \right) - B_L \cdot C_{i3} \cdot (\delta_{0ers} - z) \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \quad (6.31)$$

Um das dynamische Verhalten und die Feldregelung anschaulich darzustellen, wäre es sinnvoll die Regelung des magnetischen Feldes, welches für die Kraft notwendig ist, zu analysieren. Dafür ergibt sich folgendes dynamisches System für die Ruhelage $z = 0$:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_L \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C_{i3} \cdot \delta_{0ers} & C_{i2} \\ -C_{i3} \cdot \delta_{0ers} \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} & \frac{R}{L_\sigma} + C_{i2} \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_L \\ i_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot u \quad y = B_L \quad (6.32)$$

Das System weist stabile Eigenwerte auf. Im nächsten Schritt stellt sich die Frage, was passieren würde, wenn man davon ausgeht, dass die Wirbelströme den verzögerten Aufbau des Feldes gegenüber dem Strom nicht berücksichtigen und einen üblichen PI-Regler verwenden, d.h. $i_1 = i_0$, würde. In diesem Falle würde der Strom in Phase mit dem Feld für alle Frequenzen liegen:

$$\arg(B_L) \forall \omega = \arg(i_1) \forall \omega \quad (6.33)$$

6 Regelung

Damit kann der Feldregler als Stromregler entworfen werden, wie das z.B. in der Regelung elektrischer Maschinen üblich ist. Folgende Abbildung verdeutlicht das.

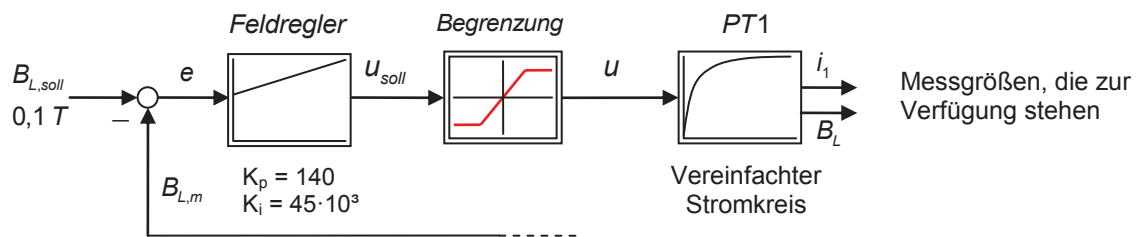


Abbildung 75: Feldregelung (PI-Regler) mit Begrenzung und ohne Wirbelströme

Aus der Simulation und der Reglereinstellung ergibt sich ein stabiler Regelkreis, der mit Hilfe des I-Anteils eine stabile Genauigkeit erreicht. In diesem Beispiel gab es eine Feldvorgabe von $0,1 T$, die nach ca. $20 ms$ erreicht wird.

Da für das reale Magnetlager der Kern aus einem leitenden Medium gefertigt wird und nicht geblecht werden kann, entstehen Wirbelströme im Kern, die zusätzlich den Feldaufbau verzögern. Man kann nun gegenüberstellen, was passieren würde, wenn der Feldkreis mit der gleichen Regelstrecke und gleichen Parametern eingesetzt würde. Dazu betrachte man die Abbildung rechts, woraus entnommen werden kann, dass Strom und Feldverlauf zunächst ersichtlich nicht in der Phase liegen, sondern der Feldverlauf dem Stromverlauf nacheilt. Des Weiteren ist zu erkennen, dass der Stromverlauf einen starken Überschwinger aufweist und nach $20 ms$ die stationäre Genauigkeit des Feldes noch nicht erreicht wird.

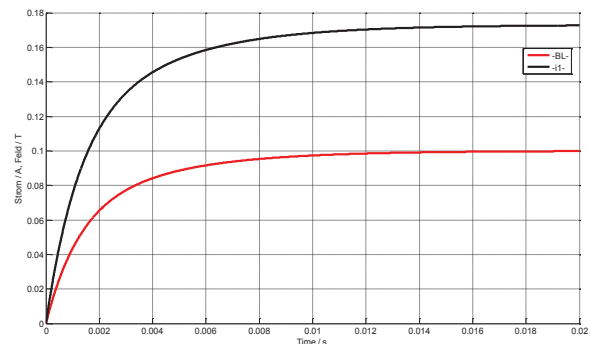


Abbildung 76: Sprungantwort des Feldregelkreises

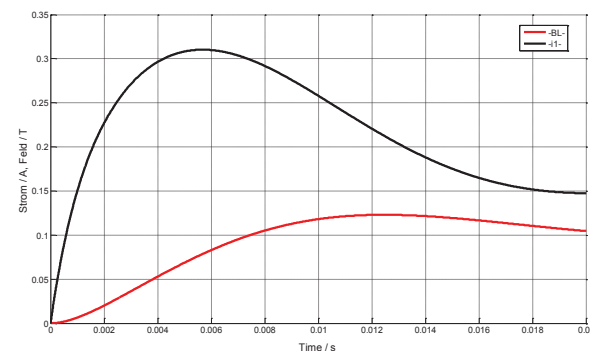


Abbildung 77: Sprungantwort des Feldregelkreises

Es ist offensichtlich, dass dieses Regelverfahren für die reale Strecke nicht wirklich tauglich ist. Es ist daher notwendig auf andere Regelstrategien zurückzugreifen. Eine Methode wäre den PI-Regler langsamer zu tunen oder einen Zustandsregler zu verwenden. Eine gänzlich andere Methode wäre es, passend zum übergreifenden Thema „Exakte Linearisierung“, mit Hilfe der passenden Transformationen aus dem System die Eigenwerte auf 0 zu legen. Damit ließe sich eine Kaskadenregelung entwerfen. Die Transformationen lassen sich einfach finden:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= B_L & x_2 &= \frac{d}{dt}(x_1) = C_{i2} \cdot i_1 - C_{i3} \cdot B_L \cdot \delta_{0ers} \\
 w &= \frac{d}{dt}(x_2) = C_{i2} \cdot \frac{d}{dt}(i_1) - C_{i3} \cdot \delta_{0ers} \cdot \frac{d}{dt}(B_L)
 \end{aligned}
 \tag{6.34}$$

6 Regelung

Die neue Stellgröße w gilt nur für die interne Berechnung. Aus dieser lässt sich jedoch die erforderliche Stellgröße der Spannung u berechnen:

$$u_{\text{Soll}} = w + \frac{C_{i3}}{C_{i2}} \cdot L_{\sigma} \cdot \delta_{0\text{ers}} \cdot x_2 + x_1 \cdot C_{i3} \cdot \delta_{0\text{ers}} \cdot C_F + i_1 \cdot (R + C_{i2} \cdot C_F) \quad (6.35)$$

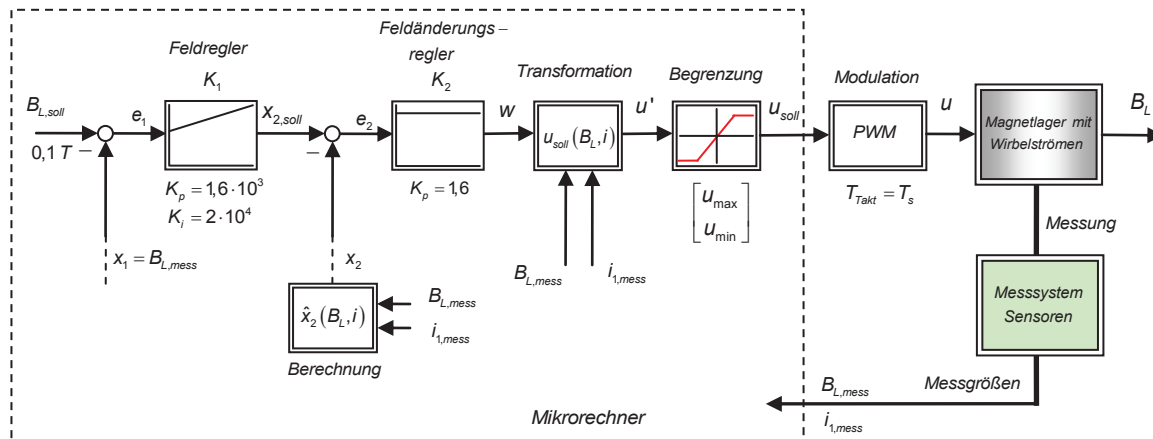


Abbildung 78: Regelungsstrategie zum Feldregler am Prüfstand

Mit diesem Steuerungsgesetz lässt sich die Feldregelung samt den Wirbelstromeffekten auf folgende Art und Weise mit Hilfe des Mikrorechners realisieren. Die Kaskadenregelung (Feld- und Feldänderungsregler) lässt sich auf die gleiche Art und Weise wie die Lageregelung mit der Geschwindigkeitserfassung auslegen. Es muss dabei das magnetische Feld im Luftspalt und der Strom durch die Spule ermittelt werden. Durch die Kaskadenregelung ergeben sich mehr Übersicht und eine höhere Dynamik für die Feldregelung.

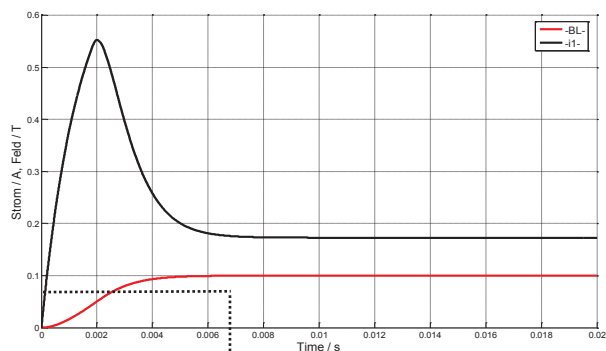


Abbildung 79: Sprungantwort des Feldregelkreises mit der Kaskadenregelung mit Anti-Windup

Die folgenden Simulationsergebnisse verdeutlichen dies. Zunächst wurde die Strecke nach einem symmetrischen Optimum ohne Begrenzung ausgelegt.

Die Abbildung rechts oben verdeutlicht dies. Es ist ein Überschwingen zu erkennen, welches durch den Integrator-Anteil entsteht, wenn die Stellgrößenbegrenzung nicht berücksichtigt wird. In der weiteren Einstellung wurde ein Anti-Windup berücksichtigt. Vergleichend lässt sich sagen, dass die Kaskadenregelung für einen Feldregler mit Wirbelströmen die sinnvollste Methode darstellt. Die Einschwingzeiten wurden deutlich reduziert. Ein Überschwinger des Feldes ist ebenfalls nicht zu beobachten. Mit diesem Verfahren lassen sich prinzipiell auch Maschinen, in denen magnetische Diffusionseffekte stark bemerkbar sind, optimal regeln. Rein theoretisch würde die Kaskadenregelung auch ohne Transformation, sondern durch die Differentiation des ermittelten, bzw. des gemessenen Feldes, funktionieren, allerdings bräuchte es einige Schwierigkeiten und Störungen mit sich. Es müsste dabei auf Filterungsmethoden, wie z.B. DT1, zurückgegriffen werden, was die Regelung instabil machen könnte.

6 Regelung

Für die Transformation und die Feldregelung benötigt man jedoch zwei Messgrößen, das Feld und den Strom. Wenn die Messung einer oder sogar zweier Größen des Feldes nicht zur Verfügung stehen sollte, muss ein Beobachter in Form eines Feldmodells entwickelt werden, um die Größe des Feldes zu ermitteln.

Für die Regelung des zusammenhängenden Systems mit allen 4 Spulen, wobei jede Spule unabhängig von den anderen gesteuert wird, muss jedoch das Gesamtsystem mit Kopplungen betrachtet werden. Bei vier Spulen ist eine Verkopplung der magnetischen Flüsse vorhanden. Zur Berechnung der Felder und Flussverkettungen in den einzelnen Schenkeln gibt es viele Methoden.

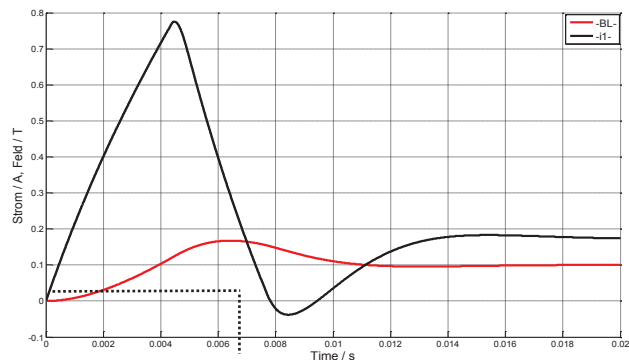


Abbildung 80: Sprungantwort des Feldregelkreises mit der Kaskadenregelung mit Anti-Windup

Die am häufigsten verwendete Methode ist das Aufstellen eines linearen Gleichungssystems mit Hilfe des Durchflutungssatzes. Dazu werden wieder Gleichungen aufgestellt. Zwischen den Schenkeln kann die Kopplung durch das Wegintegral (Durchflutungssatz) angegeben werden. Zwischen Schenkel 1 und dem Mittelbutzen ergibt sich folgende Lösung:

$$B_1 \cdot \delta_{0,1} / \mu_0 - B_M \cdot \delta_{0,2} / \mu_0 = i_1 \cdot N \quad (6.36)$$

Analog dazu wird zwischen jedem Schenkel und dem Mittelbutzen je eine Gleichung aufgestellt. Da bei dieser Auslegung fünf Feldbereiche existieren, muss noch eine fünfte, linear unabhängige Gleichung formuliert werden. Der Durchflutungssatz darf nicht mehr angewandt werden, weil die Zeilenvektoren linear abhängig sind. Dafür kann die Maxwellsche Gleichung verwendet werden:

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 - 4 \cdot B_M = 0 \quad (6.37)$$

Bei gleichmäßigem Luftspalt entsteht ein lineares Gleichungssystem. Aus den Lösungen kann entnommen werden, dass bei gleichen Spulenströmen in jedem Steuer-Bereich das gleiche Feld entsteht, wodurch sich die Lösung anschaulich bestätigen lässt. Beim Schleifprozess ergibt sich in einer der zwei auf der x - Achse liegenden Spulen eine Stromerhöhung, weil eine x - Komponente der Kraft zwar notwendig ist, die z - Komponente der Kraft dagegen minimiert werden muss. Für die dynamische Lösung, die für einen Beobachter wichtig ist, müssen zusätzlich die dynamischen Gleichungen berücksichtigt werden. Für eine gleichmäßige Luftspaltverteilung gilt:

$$\frac{B_1}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_1 \cdot c_1 + \frac{B_m}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_m \cdot c_m = N \cdot i_1 \quad (6.38)$$

$$\frac{B_2}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_2 \cdot c_2 + \frac{B_m}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_m \cdot c_m = N \cdot i_2 \quad (6.39)$$

$$\frac{B_3}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_3 \cdot c_3 + \frac{B_m}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_m \cdot c_m = N \cdot i_3 \quad (6.40)$$

$$\frac{B_4}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_4 \cdot c_4 + \frac{B_m}{\mu_0} \cdot \delta_{0ers} + \dot{B}_m \cdot c_m = N \cdot i_4 \quad (6.41)$$

6 Regelung

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 - 4 \cdot B_M = 0 \quad \rightarrow \quad B_M = \frac{B_1 + B_2 + B_3 + B_4}{4} \quad (6.42)$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_M = c \quad (6.43)$$

Mit allen Eingabegrößen gilt:

$$c \cdot \begin{pmatrix} 5/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 5/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 5/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 5/4 \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} = -\frac{\delta_0}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 5/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 5/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 5/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 5/4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} + N \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} \quad (6.44)$$

Um für den Beobachter ein LTI System aufzubauen, müssen Matrizen invertiert werden.

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} \cdot c = -\frac{\delta_{0ers}}{\mu_0} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} + \frac{N}{8} \cdot \begin{pmatrix} 7 \cdot i_1 - (i_2 + i_3 + i_4) \\ 7 \cdot i_2 - (i_1 + i_3 + i_4) \\ 7 \cdot i_3 - (i_1 + i_2 + i_4) \\ 7 \cdot i_4 - (i_1 + i_2 + i_3) \end{pmatrix} \quad (6.45)$$

Durch die Einheitsmatrix entstehen nun vier entkoppelte Differentialgleichungen:

$$\frac{B_1}{\mu_0} \cdot (\delta_0 + \ell_{Fe}/\mu_r) + \dot{B}_1 \cdot \kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot R_1^2/4 = \frac{N}{8} \cdot (7 \cdot i_1 - (i_2 + i_3 + i_4)) = N \cdot i_{1ers} \quad (6.46)$$

$$\frac{B_2}{\mu_0} \cdot (\delta_0 + \ell_{Fe}/\mu_r) + \dot{B}_2 \cdot \kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot R_1^2/4 = \frac{N}{8} \cdot (7 \cdot i_2 - (i_1 + i_3 + i_4)) = N \cdot i_{2ers} \quad (6.47)$$

$$\frac{B_3}{\mu_0} \cdot (\delta_0 + \ell_{Fe}/\mu_r) + \dot{B}_3 \cdot \kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot R_1^2/4 = \frac{N}{8} \cdot (7 \cdot i_3 - (i_1 + i_2 + i_4)) = N \cdot i_{3ers} \quad (6.48)$$

$$\frac{B_4}{\mu_0} \cdot (\delta_0 + \ell_{Fe}/\mu_r) + \dot{B}_4 \cdot \kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot R_1^2/4 = \frac{N}{8} \cdot (7 \cdot i_4 - (i_1 + i_2 + i_3)) = N \cdot i_{4ers} \quad (6.49)$$

Mit diesen Lösungen können die einzelnen Felder dynamisch berechnet werden. Die vier Spulenströme werden gemessen und in die 4 Ersatzströme transformiert. Auf diese Weise können vier Flussdichten berechnet werden. Die Werte können für die Regelung verwendet werden.

Um die Spannungsgleichungen aufzustellen, müssen zusätzlich diese auf die gleiche Weise transformiert werden, ähnlich wie bei der feldorientierten Regelung:

$$u_{1ers} = \frac{1}{8} \cdot (7 \cdot u_1 - (u_2 + u_3 + u_4)) \quad (6.50)$$

$$u_{2ers} = \frac{1}{8} \cdot (7 \cdot u_2 - (u_1 + u_3 + u_4)) \quad (6.51)$$

$$u_{3ers} = \frac{1}{8} \cdot (7 \cdot u_3 - (u_1 + u_2 + u_4)) \quad (6.52)$$

$$u_{4ers} = \frac{1}{8} \cdot (7 \cdot u_4 - (u_1 + u_2 + u_3)) \quad (6.53)$$

Somit kann jede Spule auf die gleiche Art und Weise mit den gleichen Parametern geregelt werden, ohne weitere Kopplungen der Größen zu erwarten. Im weiteren Schritt geht es um die allgemeine Vorgehensweise eines Feldbeobachters, der ebenfalls entkoppelt betrachtet werden kann. Es entstehen nun 4 x Subsysteme, die entkoppelt voneinander betrachtet werden, wenn

6 Regelung

vorher die Spannungstransformation auf u_{ers} und die Stromtransformation i_{ers} durchgeführt wurden.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_2 \\ i_{1ers} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C_b \cdot \delta_{0ers} & C_i \\ -C_b \cdot \delta_{0ers} \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} & \frac{R}{L_\sigma} + C_i \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ i_{1ers} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot u_{1ers} \quad (6.54)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_2 \\ i_{2ers} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C_b \cdot \delta_{0ers} & C_i \\ -C_b \cdot \delta_{0ers} \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} & \frac{R}{L_\sigma} + C_i \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_2 \\ i_{2ers} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot u_{2ers}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_3 \\ i_{3ers} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C_b \cdot \delta_{0ers} & C_i \\ -C_b \cdot \delta_{0ers} \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} & \frac{R}{L_\sigma} + C_i \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_3 \\ i_{3ers} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot u_{3ers}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} B_4 \\ i_{4ers} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C_b \cdot \delta_{0ers} & C_i \\ -C_b \cdot \delta_{0ers} \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} & \frac{R}{L_\sigma} + C_i \cdot \frac{C_F}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_4 \\ i_{4ers} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot u_{4ers}$$

$$C_i = \frac{N \cdot 4}{\kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot R_1^2} \quad C_b = \frac{4}{\kappa \cdot \ell_{Fe} \cdot R_1^2 \cdot \mu_0 \cdot N} \quad C_F = N \cdot \pi \cdot R_1^2 \quad (6.55)$$

Somit sind alle Gleichungen vorbereitet, um Berechnungen im Mikrorechner durchführen zu können. Die Transformationen für den Strom und die Spannung stellen lineare Zusammenhänge dar und können ohne Schwierigkeiten realisiert werden.

6.3.3 Vorgehensweise für den Entwurf des Feldbeobachters

Es werde wieder das LTI-System in der Ruhelage $x = 0, y = 0, z = 0$ betrachtet. Die Messung des magnetischen Feldes bringt einige Schwierigkeiten mit sich, weil es fast ausschließlich mit Hallensensoren gemessen werden kann. Daher wäre für den Beobachterentwurf die Messung des Stromes als Wert für den Ausgang definiert. In der Praxis können die Parameter nie genau ermittelt werden, vor allem, weil es sich um ein Ersatzmodell des realen Systems handelt. Siehe dazu die

Abbildung rechts, in denen zwei ähnliche Magnetlager, allerdings mit etwas abweichenden Parametern dargestellt. Die Kurven liegen auseinander. Daher wäre es sinnvoll Messwerte mit den berechneten Werten zu vergleichen. Da sich das System in der Ruhelage linear verhält, kann auch ein linearer Beobachter entworfen werden. Die Form des kontrollierten Beobachters würde wie folgt aussehen:

(6.56)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{i}_{1ers} \end{pmatrix} = (\mathbf{A} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}) \cdot \begin{pmatrix} \hat{B}_L \\ \hat{i}_{1ers} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_\sigma} \end{pmatrix} \cdot u_{1ers} + \mathbf{L} \cdot i_{1ers, mess}$$

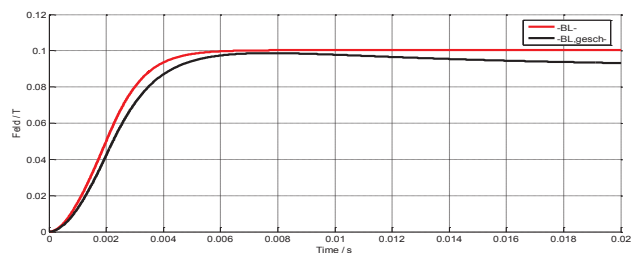
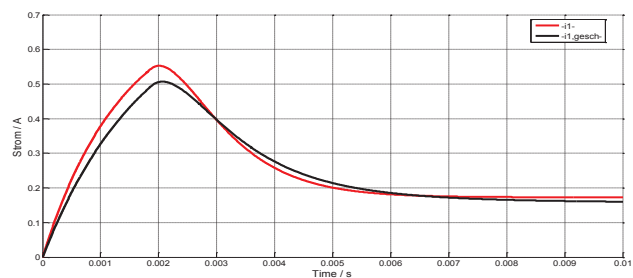


Abbildung 81: Feldverlauf und Stromverlauf ohne Beobachter. Exakt (rot) und modelliert (schwarz)

6 Regelung

$$y_1 = i_{1ers,mess} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 7/8 & -1/8 & -1/8 & -1/8 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (6.57)$$

Der erste Beobachtungsfehler ergibt

$$\mathbf{e}_1 = (i_{1ers,mess} - \hat{i}_1) = i_{1ers,mess} - \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} \quad (6.58)$$

und wird ständig im Mikrorechner verglichen und ausgewertet. Bei exakt gleichen Modellen wäre der Beobachtungsfehler über den betrachteten Zeitraum null, dies würde in der Praxis jedoch nicht auftreten. Je ungenauer das Modell ist, desto schneller würde ein Fehler entstehen. Der Beobachter führt dann die notwendigen Gewichtungen zu jedem berechneten Zustand hinzu. Da dies nicht beliebig schnell geschehen kann, muss für den Beobachter ebenfalls eine Dynamik vorgegeben werden. Dies kann durch die Polvorgabe geschehen:

(6.59)

$$\det[\mathbf{s} \cdot \mathbf{I} - (\mathbf{A}^T - \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{C}^T)] = \prod_{i=1}^n (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{0i})^i$$

Der Berechnungstakt bei der gewählten Taktfrequenz liegt bei $100 \mu\text{s}$. Der Kehrwert des Eigenwerts sollte größer als der Berechnungstakt sein. Das System ist von zweiter Ordnung, so dass eine doppelte und stabile Polstelle, $\mathbf{s}_{01,2} = -5 \text{ kHz}$, für den geschlossenen Beobachterkreis vorgegeben wird, woraus sich folgendes Polynom im Nenner ergibt:

$$\prod_{i=1}^n (\mathbf{s} - \mathbf{s}_{0i})^i = \mathbf{s}^2 + 10 \cdot 10^3 \mathbf{s} + 25 \cdot 10^6 \quad (6.60)$$

Durch den Vergleich der beiden Polynome resultiert der direkte Rückführvektor \mathbf{L} für den Beobachter. Auf der rechten Seite sind nun simulierte Feld- und Stromverläufe dargestellt, die mit Hilfe eines Beobachters optimiert wurden.

Es ist nun deutlich zu erkennen, dass die Stromkurven sowohl im Endwert, als auch in der Dynamik gut übereinstimmen. Interessant ist jedoch die Ermittlung des Feldes im Luftspalt, weil aus dem Wert des Magnetfeldes die Kraft berechnet werden kann. Da das Feld vom Bezugsmagnetlagersystem nicht direkt ermittelt werden kann, wird es berechnet. Verglichen werden nur die

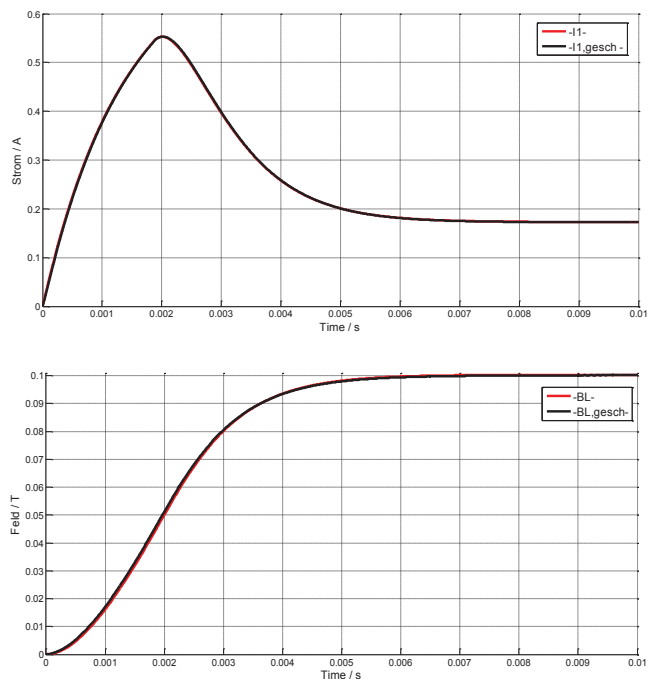


Abbildung 82: Simulierter Strom- (oben) und Feldverlauf (unten) mit einem Beobachter

6 Regelung

Stromwerte. Dennoch zeigt der Feldverlauf eine gute Übereinstimmung mit dem Vergleichssystem.

6.3.4 Implementierung eines Feldbeobachters in die Regelungsstruktur

Die hergeleitete Methode zur Regelung (s. Abbildung 78) wurde nun mit Hilfe eines Mikrorechners realisiert. Um die Ergebnisse zu verifizieren, wurde ebenfalls eine Hallsonde in den Luftspalt eingebracht. Damit lässt sich überprüfen, wie gut die Ergebnisse mit dem realen System übereinstimmen.

Für die Messungen werden alle Spulen einzeln geschaltet, um nun ein dreiachsiges System mit vier Spulen zu testen. Die Rücktransformationen der Spannungen müssen noch zusätzlich beachtet werden, um die entkoppelte Regelung zu betreiben.

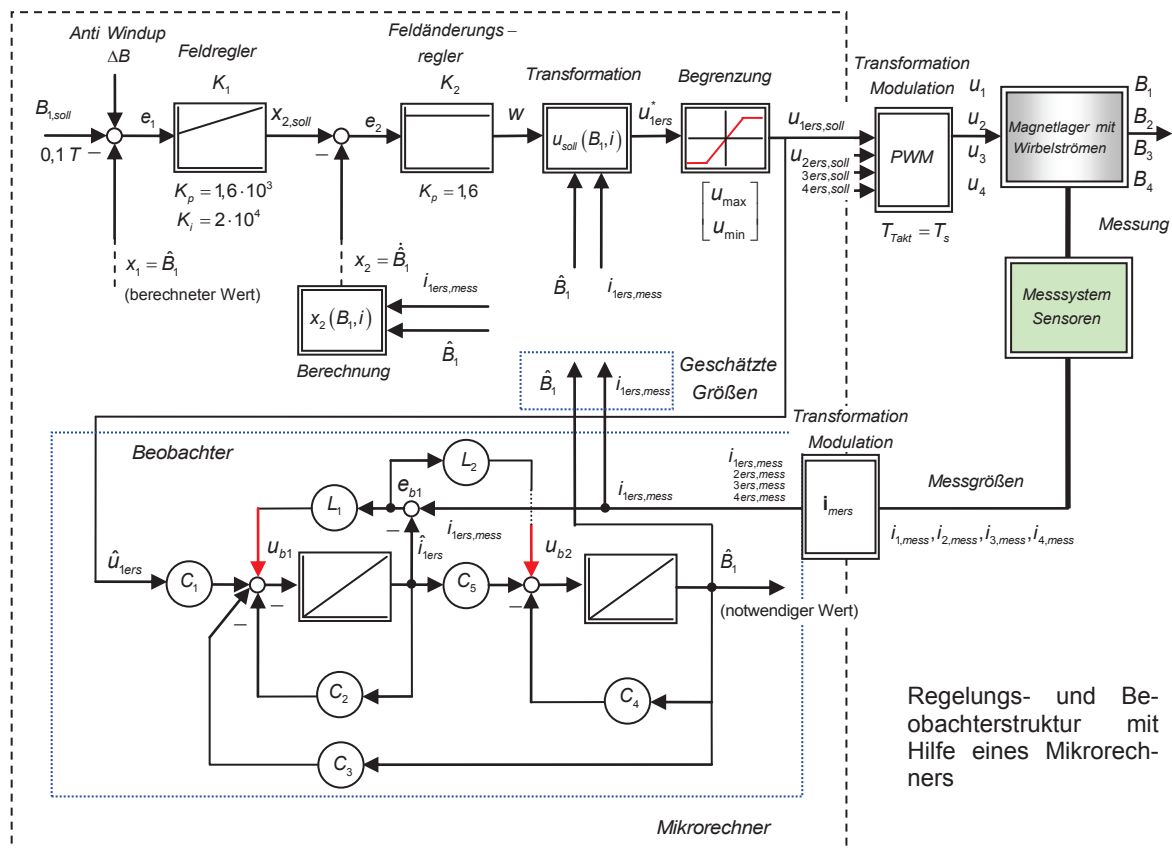


Abbildung 83: Kaskadierter Feldregler als Beispiel für die Spule 1 mit Hilfe eines speziellen Beobachters und mit Anti-Windup zur Berechnung des Feldes B_1 .

$$u_{1ers} = \frac{1}{4} \cdot (5 \cdot u_{1ers} + u_{2ers} + u_{3ers} + u_{4ers}) \quad (6.61)$$

$$u_{2ers} = \frac{1}{4} \cdot (u_{1ers} + 5 \cdot u_{2ers} + u_{3ers} + u_{4ers}) \quad (6.62)$$

$$u_{3ers} = \frac{1}{4} \cdot (u_{1ers} + u_{2ers} + 5 \cdot u_{3ers} + u_{4ers}) \quad (6.63)$$

$$u_{4ers} = \frac{1}{4} \cdot (u_{1ers} + u_{2ers} + u_{3ers} + 5 \cdot u_{4ers}) \quad (6.64)$$

6 Regelung

Im nächsten Diagramm ist nun die B-Regelung mit dem Beobachtersystem dargestellt.

Die Regelungsstruktur wird für die anderen 3 Spulen genauso übernommen, wenn die Hallsensoren nicht ausgewertet, bzw. später nicht mehr benutzt werden sollen. Die Ergebnisse zum entworfenen Regelungssystem sind in den folgenden Abbildungen dargestellt. Aus der Abbildung ist zu entnehmen, dass das reale magnetische

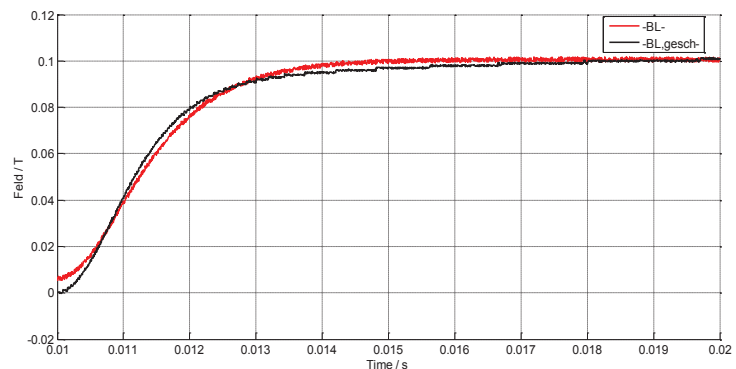


Abbildung 84: Feldverlauf (gemessen und berechnet)

Feld im Luftspalt eine Remanenzinduktion von mehreren mT hat. Der Kurven-Verlauf des Feldes entspricht zwar nicht exakt dem Verlauf des realen Systems, der Endwert wird jedoch nach ca. 9 ms erreicht. Des Weiteren wurden ebenfalls Strommessungen durchgeführt, die im weiteren Diagramm rechts dargestellt sind. Es ist zu erkennen, dass die Strommessung sehr gut mit dem berechneten Strom übereinstimmt. Der Beobachter für die Ermittlung des Feldes funktioniert jedoch nur für einen bestimmten Bereich, am besten mit $B_r \approx 0 T$.

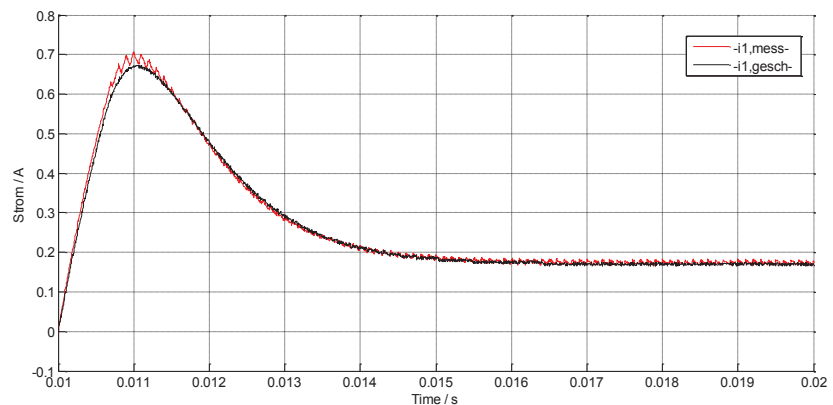


Abbildung 85: Sprungantwort des Feldregelkreises mit der Kaskadenregelung ohne Anti-Windup.

So kann z.B. der Feldverlauf bei zu großen Anfangswerten (Remanenzinduktionen) und negativen Werten nicht exakt nachgebildet werden. Die folgende

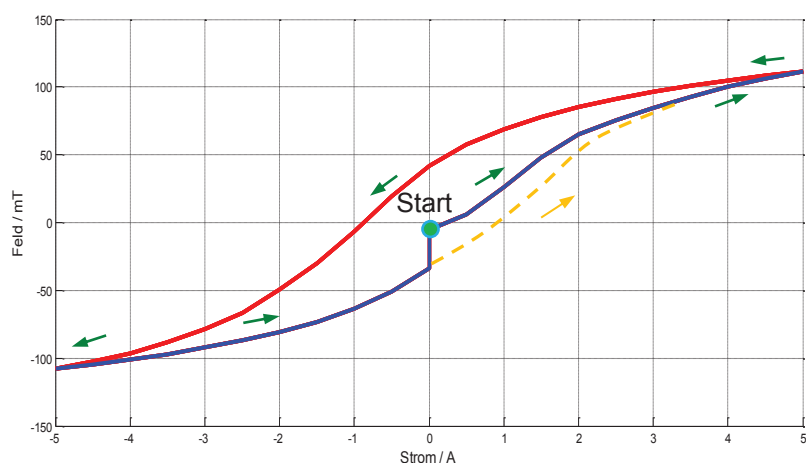


Abbildung 86: Feldmessung in Abhängigkeit vom Strom.

Messung verdeutlicht den Zusammenhang. Für die Berücksichtigung aller Feldwerte muss ein gutes Remanenzmodell (Hysterese-Verlauf) z.B. mit Hilfe des Hysterese-Operators, mit Feldmessung in Abhängigkeit vom Strom mit Preisach-Modell oder Newton-Verfahren, realisiert wer-

6 Regelung

den. Die mathematische Beschreibung und Modellierung der Hysterese-Phänomene, ist allgemein Gegenstand der Forschung an mathematischen Instituten. Somit würden die Modellierung und Tests solcher Operatoren den Umfang dieser Arbeit sprengen.

Daher wurden die integrierten Hallsonden im Luftspalt für die Regelung verwendet. Mit einem solch dynamischen Feldregler ist es nun möglich die magnetische Kraft als Stellgröße für den Regelungskreis zu verwenden ohne auf die Entspannungsentkopplung zurückzugreifen. Es hat zusätzlich den Vorteil, dass eine Reduktion der Systemordnung erreicht wird, was für die Auslegung des letzten Schritts wesentlich ist. Das Regelungsmodell ändert sich geringfügig gegenüber dem Ausgangsmodell.

In einem weiteren Bild ist die gesamte Regelungsstruktur dargestellt, in der die Einzelsysteme, Transformationen der gemessenen Ströme in die speziellen Ersatzströme sowie Rücktransformationen der Spannungen dargestellt sind. Wesentliche Merkmale der Regelung sind die drei entkoppelten Achsen und die Kaskadenregelungsstruktur, die in der Antriebstechnik sehr oft vorkommt. Da ein Magnetlager ebenfalls eine Maschine ist und Bewegungen ausführen kann, kann die Struktur sehr sinnvoll sein. Des Weiteren sind die Feldregler und die Rücktransformationen der vorgegebenen Kräfte integriert.

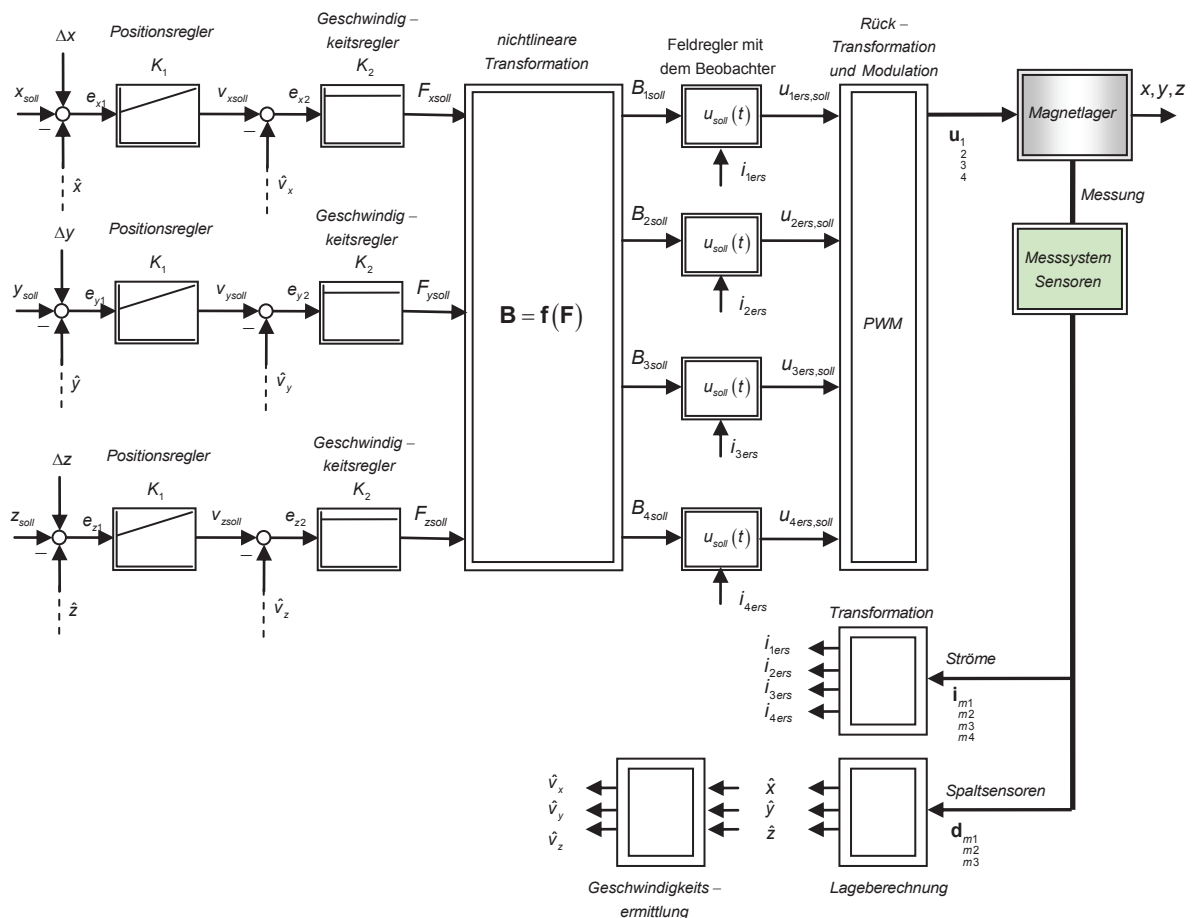


Abbildung 87: Regelung des dreiachsigen Magnetlagers mit einer Entkopplungsregelung.

6 Regelung

Aus der Regelungsstruktur kann nun entnommen werden, dass nach der Einstellung des Feldreglers die Einstellung des Positions- und Geschwindigkeitsreglers deutlich einfacher und robuster ist, als bei einer Auslegung mit kompletter Entkopplung und Linearisierung. Des Weiteren werden bei dieser Realisierung die Sättigungskurven (Transformationen) zum Teil aus den Simulationen integriert, weil der Feldregler diese Aufgabe übernimmt. Diese vereinfachte Regelungsstruktur führt ebenfalls zum linearen Verhalten, so lange das magnetische Feld im Luftspalt deutlich schneller aufgebaut werden kann, als die Kugel die maximal zulässige Position verlässt. Des Weiteren müssen genügend Stellgröße und die Induktion als Wert zur Verfügung stehen. Ist eine direkte Messung der Induktion im Luftspalt nicht möglich, so kann eine Modellnachbildung durch einen speziellen Feldbeobachter erreicht werden, in dem eine Hysterese-Funktion in Abhängigkeit von Strömen, den Anfangszuständen und dem Feldaufbau mit kompletter Dynamik hinterlegt sind.

Für die Einstellung des Feldreglers für die dreiachsige Lagerung werden von jeder Spule der einzelne Strom und das Feld im Luftspalt gemessen und ausgewertet. Die Parameter für die kaskadierte Feldregelung werden so übernommen, wie für die einachsige Auslegung.

Die einzelnen Transformationen, die für eine Entkopplung und lineares Verhalten notwendig sind, können mit folgenden Gleichungen berechnet werden.

$$B_{1,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} + 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad B_{3,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} - 0,66 \cdot \frac{F_x}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad (6.65)$$

$$B_{2,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} + 0,66 \cdot \frac{F_y}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad B_{4,soll} = \sqrt{\frac{\mu_0}{R^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{F_z/2} - 0,66 \cdot \frac{F_y}{\sqrt{F_z/2}} \right) \quad (6.66)$$

Das Problem mit der notwendigen Stellgrößenreserve wird damit komplett gelöst. Für die Regelung wird ebenfalls ein Geschwindigkeitsvektor benötigt. Für die Ermittlung der Geschwindigkeit muss ein DT1-Filter verwendet werden, um Störungen, die durch die zeitliche Differentiation entstehen, zu verringern. Des Weiteren wird ebenfalls der gefilterte Wert für die Position verwendet.

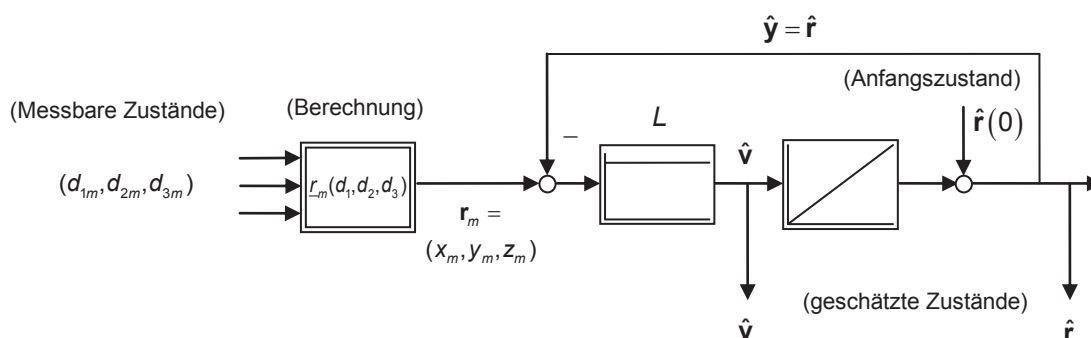


Abbildung 88: Digitale Filterfunktion, um die Geschwindigkeit zu ermitteln

7 Prüfstandsmodell und Tests

Das Mehrgrößensystem wird damit auf ein eindimensionales Problem reduziert und mit Hilfe der Transformationsmethoden geregelt. Die Regelungsstruktur wird in den Mikrorechner übernommen. Die Transformationen aus den FEM-Berechnungen sind nicht notwendig.

Diese Darstellung hat den Vorteil, dass der Einfluss auf die gesamte Dynamik des Systems vor der Inbetriebnahme berechnet werden kann. Im nächsten Kapitel wird noch kurz auf die Inbetriebnahme und Tests eingegangen.

7 Prüfstandsmodell und Tests

Für den Regelungsentwurf und -aufbau wurden dynamische Modelle und Gleichungen hergeleitet und untersucht. Hierbei wurde zwischen verschiedenen mathematischen Modellen unterschieden. Zum einen gibt es das strombasierte Modell, zum anderen das feldbasierte Modell und vor allem das spannungsbasierte Modell (komplettes Modell). Das dynamische Feldmodell wurde dazu verwendet, um weitere Kopplungen zwischen der Position und dem Strom beim Strommodell zu vermeiden. Für eine höhere Dynamik wurden die Spannungen als Eingangsgrößen eingesetzt. Für die Lagerung einer Kugel mit dem Durchmesser 8 mm und die notwendige Realisierung der Stromversorgung wurden vier Stromrichter für die vier jeweiligen Spulen entwickelt, welche die Flussdichten im Luftspalt, resultierend die Kräfte erzeugen. Es wurden ebenfalls eine Adapterplatine für die Verbindung der Stromrichter mit dem digitalen Signalprozessor (DSP-Board) auf Basis vom Mikrocontroller (Texas Instruments TMS320C28x) entwickelt und aufgebaut. Jede Adapterplatine weist vier Stromsensoreingänge und vier Hallsensoren-Eingänge auf, die für die Erfassung und Regelung der Position notwendig sind.

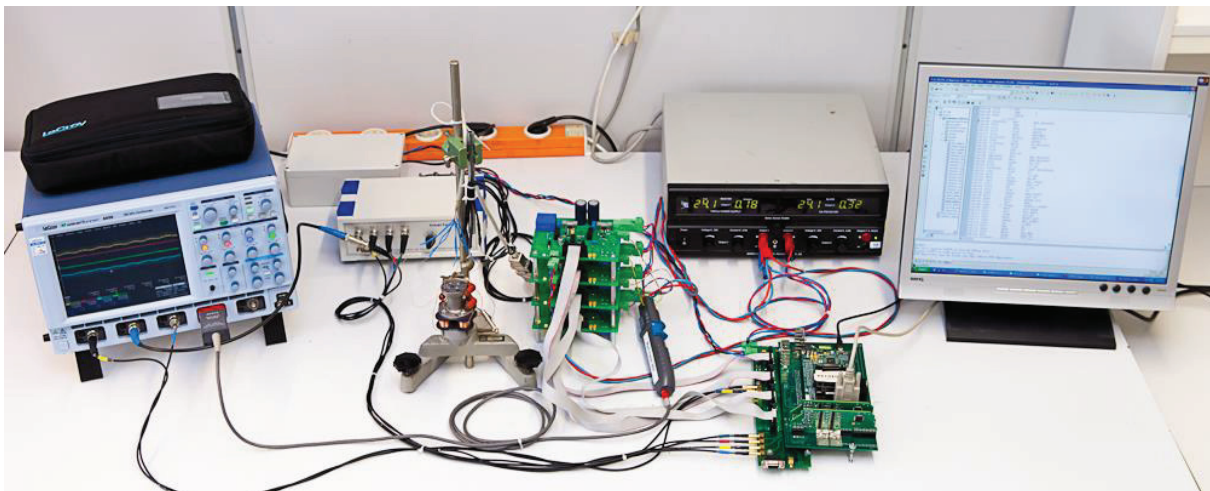


Abbildung 89: Testaufbau zur Inbetriebnahme der Regelung

Die Zwischenkreisspannungen für die Steuerung der magnetischen Lagerung der Kugel sind gleichgeblieben, um die Stromrichter auch für andere Zwecke verwenden zu können. Die Konfiguration des Mikroprozessors für die Pulsweitenmodulatoren (PWM), die Programmierung der PWM-Generierung und die Bearbeitung und Anpassung der analogen Messwerte wurde anhand

7 Prüfstandsmodell und Tests

mehrerer Tests an den Prototypen durchgeführt. Die Regelungsstruktur mit Berechnungsfunktionen (B-Felder aus den dynamischen Vorgabe-Kräften und der Positionen der Kugel) wurde ebenfalls umgesetzt. Während der Entwicklungs- und Erprobungsphase wurden die Regelparameter in mehreren Iterationsstufen angepasst. Aus einer indirekten Bestimmung der Position durch Magnetfeldmessungen hat sich eine direkte Messung der Position als notwendig erwiesen, sodass die Remanenzeffekte des Magnetlager-Werkstoffs die Positionsberechnung nicht beeinflussen. Hierzu wurden Wirbelstromsensoren (Micro Epsilon EddyCurrent U05) eingesetzt. Für die Regelung wurde das feldbasierte Modell mit Wirbelströmen im Modul erweitert, um eine verbesserte Dynamik zu erreichen. Die prinzipielle Funktionalität des beschriebenen Regelungssystems mit einer direkten Positionsmessung wurde anhand eines Testaufbaus nachgewiesen. Es soll die hier beschriebene Positionsregelung für das Modul mit einer Schleifkugel von 8 mm Durchmesser und einem Fluidantrieb bei einem Schleifprozess getestet werden.

Die Entkopplung des Messsignals von den Leistungsteilen wurde isoliert damit die AD-Wandler-Karte geschützt wird. Die Platine wurde für zwei unterschiedliche Stromsensoren ausgelegt, die für verschiedene Messbereiche eingesetzt werden kann. Es dürfen somit nicht zwei Sensorarten gleichzeitig verwendet werden. Es handelt sich um spezielle LA 25-P und LA 25-NP/SP11 Stromsensoren. LA 25-NP/SP11 ist für die Ströme bis zu 1 A und eine Bandbreite bis 150 kHz einsetzbar. Die Reaktionszeit beträgt weniger als 1 μ s. Es kann keine Messbereichsanpassung durchgeführt werden. Der Stromsensor LA 25-P kann bis zu 25 A mit einer Reaktionszeit weniger als 500 ns messen. Dieser Sensor hat zusätzlich den Vorteil, dass mit der Anzahl der Messschleifen um den Kern der Messbereich angepasst werden kann. Bei dem Test wurden 10 Schleifen gewickelt und damit der Messbereich auf einen Strom von 2,5 A reduziert. Die Sensoren haben einen geregelten Stromausgang, damit hat ein Spannungsabfall in der Leitung keinen Einfluss auf das Messergebnis. Der Messausgang hat ein Verhältnis Eingangssignal zu Messsignal von $K_N = 1/1000$. Das heißt, dass 15 A einem Wert von 15 mA am Ausgang entsprechen, falls nur eine Schleife um den Sensorkern gewickelt ist. Des Weiteren wurde eine Inbetriebnahme durchgeführt, die in sich mehrere Schritte beinhaltet. Im ersten Schritt wurden die Implementierung der Regelung in den Mikrorechner und die Signaltests durchgeführt. Im zweiten Schritt wurden folgende Transformationen verwendet:

- Feldsteuerung $\mathbf{B} = f(\mathbf{F})$, bzw. $\mathbf{i} = f(\mathbf{F})$, aus den Feldberechnungen,
- Spannungssteuerung $\mathbf{U} = f(\mathbf{B}, \mathbf{F})$ aus den Messungen und Feldberechnungen.

Daraus haben sich mehrere Möglichkeiten ergeben. Die beiden Methoden haben durch die Methode der Polvorgabe und der daraus resultierenden Kaskadenregelung nahezu die gleichen Ergebnisse geliefert. Da die Methode der Spannungssteuerung deutlich aufwendiger ist und mehr Informationen zur Berechnung benötigt, wurde, wie schon im Kapitel Regelung, die Methode der Feldsteuerung programmiert. Somit konnte die innere Regelschleife mit einer Zeitkonstanten von wenigen ms realisiert werden. Nach dem Einstellen des Feldreglers konnten die Geschwindigkeits- und Positionsregler eingestellt und getestet werden. Dabei war es wichtig, dass

7 Prüfstandsmodell und Tests

die berechneten Parameter von der Methode der Polvorgabe für die Kaskadenregelung übernommen werden. In den weiteren Diagrammen sind die Ergebnisse dargestellt.

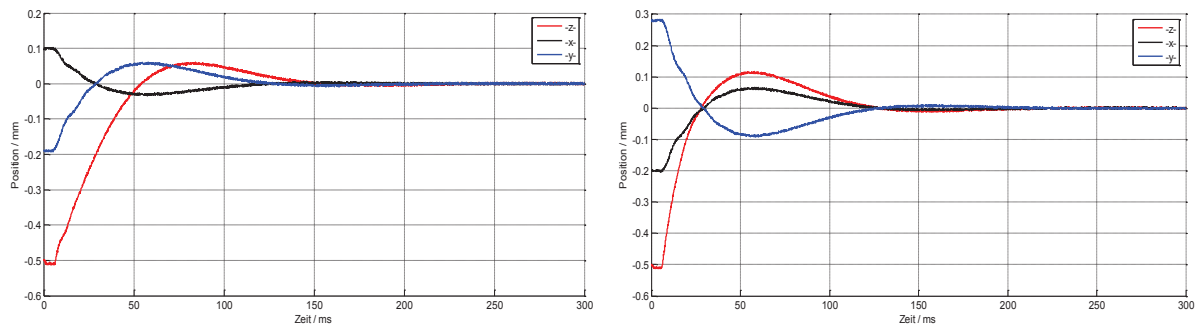


Abbildung 90: Systemantwort ohne Vorsteuerung (links) und mit Vorsteuerung (rechts).

Aus der Abbildung kann entnommen werden, dass die Positionsregelung aus der Ruhelage mit Vorsteuerung das Feld und die Position schneller erreicht. Allerdings gibt es einen deutlich größeren Überschwinger. Mit der Vorsteuerung wird dem Regler die Schwerkraft mitgeteilt. Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Methodik der exakten Linearisierung auch ohne Vorsteuerung gut funktioniert. Das ist bei der üblichen Regelungsmethode der magnetischen Lagerung nicht möglich gewesen. Die Kugel konnte dreiaxsig gelagert werden und die wirkenden und zufälligen Störkräfte konnten kompensiert werden. Ebenfalls konnte nachgewiesen werden, dass die Kugel ohne Vorsteuerung auf die Position gebracht werden konnte, woraus eine Dynamik im großen Raum (nicht nur ein Arbeitspunkt) nachgewiesen werden konnte.

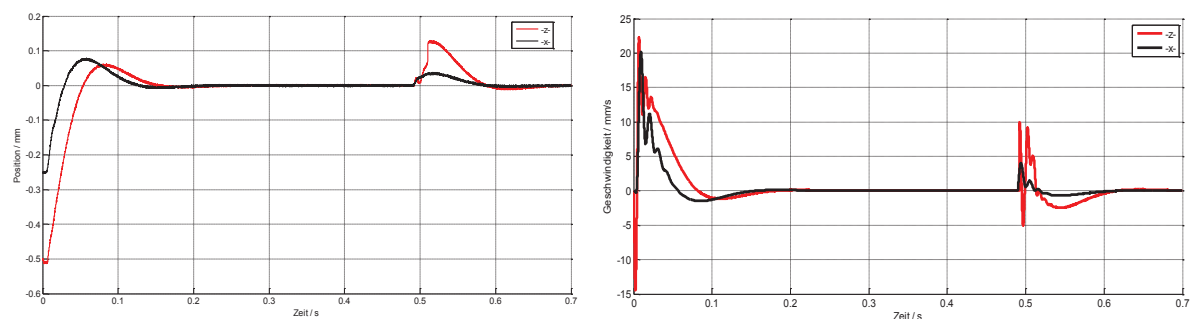


Abbildung 91: Reaktion des Systems auf eine Störung entlang der x-Achse und z-Achse.

Aus der Abbildung links ist zu erkennen, wie das System auf Störungen reagiert. Die Störung wurde dabei durch einen sehr kurzen Stoß realisiert. In der Abbildung links ist die berechnete Geschwindigkeit der Kugel zeitlich dargestellt. In den nächsten Abbildungen sind die Beschleunigung, die gemittelte Spannung und die eingestellten Ströme dargestellt.

7 Prüfstandsmodell und Tests

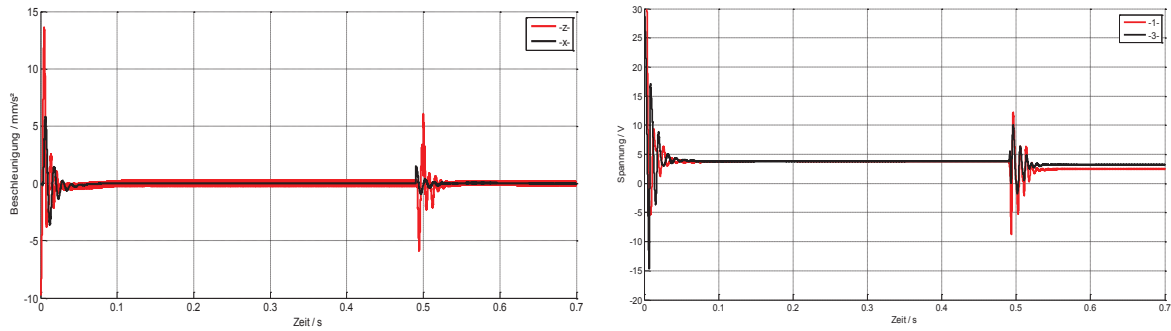


Abbildung 92: Beschleunigung entlang der x- und z-Achse (links) und der gemittelte Spannungsverlauf der Kugel (rechts)

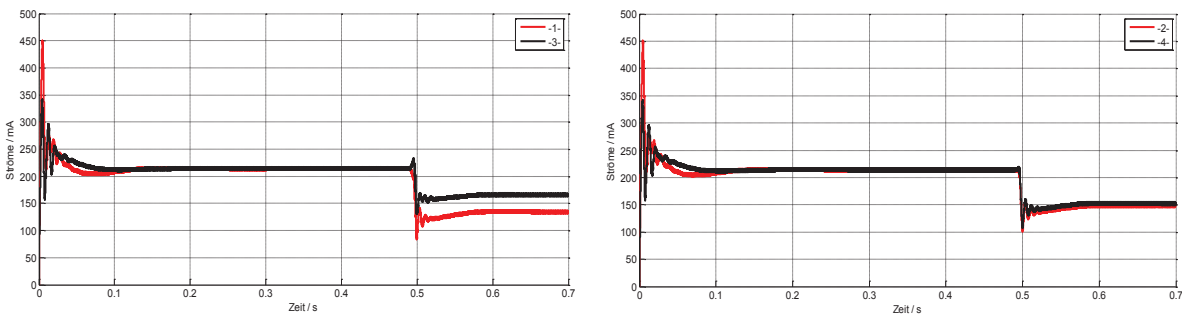


Abbildung 93: Stromverläufe der Spulen angeordnet entlang der x-Achse (links) und der Spulen angeordnet entlang der y-Achse (rechts)

Aus den Verläufen kann entnommen werden, dass die Spulenströme sich bei der Änderung der Kraft ebenfalls ändern, um der störenden Kraft entgegen zu wirken. Allgemein hat sich die Implementierung der Regelungsstruktur zwar als zeitintensiv jedoch als sehr sinnvoll erwiesen, weil dadurch vereinfachte Vorgaben gemacht werden konnten. Dazu gehören die linearisierte Betrachtung des Magnetlagers und die Implementierung der Wirbelstromeffekte. Allgemein lässt sich die Regelungsstruktur relativ übersichtlich entwerfen, wenn die notwendigen Transformationen durchgeführt und vorbereitet wurden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Für das magnetische Lager einer Schleifkugel sind verschiedene Modelle erstellt worden. Neben den analytischen Rechnungen ist auch ein 3D-Simulationsmodell erstellt worden. Der Schwerpunkt lag dabei auf der systematischen Vorauswahl der Geometrie und der Erzeugung des Magnetfeldes in den richtigen Abschnitten. Die besondere Schwierigkeit lag dabei sowohl in der Berücksichtigung der dreidimensionalen Krafterzeugung, als auch in der Entkopplung der magnetischen und räumlichen Größen. Dafür ist ein neues Modell entwickelt worden, das auch die Lagerung von besonders kleinen Schleifkugeln berücksichtigt. Die analytischen Berechnungen und 3D-Ergebnisse konnten für die darauf aufbauende Regelung genutzt werden.

Das analytische Modell zur magnetischen Lagerung bzgl. der Zugkräfte und Felderzeugung konnte experimentell bestätigt werden. Dabei werden analytische Berechnungen ungenau, wenn eine bestimmte Sättigung ($2 T$) im Kern überschritten wird. Allerdings tritt diese Übersättigung bei richtiger Auslegung des Magnetlagers nicht auf. Somit ermöglicht die analytische Betrachtung eine unkomplizierte Vorabrechnung beim Entwurf der magnetischen Lagerung. Die Qualität ist sogar hoch genug, um bei ggf. fehlender FEM-Software dennoch zum Ziel zu kommen. Einarbeitungs- und Rechenzeit sind geringer. Das gilt für Mehrfachberechnungen, Parameterstudien, Parameteroptimierung und insbesondere Vereinfachungen.

Für die Feldführung im Magnetlager wurde ein ferromagnetischer Werkstoff ohne Blechung verwendet, in dem die elektrische Leitfähigkeit und somit die Ausbreitung der Wirbelströme stark ausgeprägt sind. Somit war eine Berücksichtigung der elektrodynamischen Effekte für beliebige Signale bei hohen Abtastfrequenzen (kHz), notwendig. Dabei ist zur Berücksichtigung der Diffusionseffekte und beliebige Stromsignale für runde Kerne ein neues Modell entwickelt worden. Zur Verifizierung ist zusätzlich ein FEM-Modell erstellt worden. Die analytischen Untersuchungen zu elektrodynamischen Effekten (Diffusion) für den mittleren Schaft und die äußeren Spulen haben ergeben, dass die Genauigkeit der Ergebnisse ausreichend ist, um den Einfluss der Diffusion im magnetischen Lager zu bestimmen. Des Weiteren konnte gezeigt werden, wie die Modellierung der Diffusion vereinfacht werden kann. Die analytischen Ergebnisse konnten mit Hilfe der FEM-Software und den Messungen bestätigt werden. Die Diffusionswirkung kann durch Wahl anderer Werkstoffe, wie Ferrite oder SMC, reduziert werden. Es ergeben sich andere Effekte, wie Dirac-Kamm und die Wellenausbreitung innerhalb und außerhalb des magnetischen Lagers. Außerdem gibt es Probleme bei der Realisierung solcher Magnetlager, da die Sättigungspolarisation relativ niedrig (ca. $0,3 T$) und die Bearbeitung des Werkstoffes äußerst kompliziert ist.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Es hat sich ebenfalls ergeben, dass die Diffusionswirkung positive Effekte auf die Stabilität und Regelbarkeit der magnetischen Lagerung hat, weil die Phasenreserve für den kompletten Frequenzbereich minimal gehalten wird. Nach dem Erreichen der Grenzfrequenz bleibt die Phasenverschiebung bei -45° . Des Weiteren kommt hinzu, dass das Feld bei umrichter gespeisten Spannungsversorgungen geglättet wird.

Weitere Untersuchungen haben ergeben, dass innerhalb der rotierenden Kugel ebenfalls Diffusion auftritt, wodurch die Kugel abgebremst wird. Die Berechnungen haben gezeigt, dass diese im Vergleich zu den Schleifkräften eher vernachlässigt werden können. In einem Experiment konnte gezeigt werden, dass die Kugel durchaus hohe Drehzahlen erreichen kann. Des Weiteren hat sich ergeben, dass der maximale Ertrag (Schleifleistung) nur bei einer optimalen Drehzahl und bestimmter Anpresskraft erreicht werden kann.

Für die Realisierung der Regelung hat sich ergeben, dass für die Positionsmessung die Wirbelstromsensoren notwendig sind. Mit anderen Identifikationsverfahren konnte keine ausreichende Genauigkeit erreicht werden. So konnte die Ermittlung der Position durch die Messung der Ströme und der magnetischen Felder im Luftspalt durch die Hysterese-Effekte und die Diffusion keine hinreichend genauen Ergebnisse liefern. Die Messungen durch die Änderung der Ströme haben keine zufriedenstellenden Ergebnisse ergeben, da durch die magnetische Diffusionswirkung und Streuung in den Spulen die Genauigkeit nicht ausreichend war, um diese Methode für die Regelung zu verwenden.

Die Regelung konnte nur mit einem digitalen Mikrorechner realisiert werden. Aufgrund der hohen Dynamik wurde die Taktfrequenz mit 10 kHz relativ hoch gewählt. Die Analysen haben ergeben, dass für die nichtlineare Regelung die Methode der exakten Linearisierung für das ausgewählte Magnetlager am sinnvollsten ist. Damit kann der gesamte Arbeitsbereich innerhalb der Kalotte, hinsichtlich der Position der Kugel, relativ genau abgebildet werden. Die Theorie des Regelungsentwurfs basiert auf der nichtlinearen Transformation (Tabellen) und der nichtlinearen Entkopplung der Ströme und Kräfte. Es lässt sich mit Hilfe dieser Transformationen ein exakt lineares Systemverhalten erreichen. Damit ist es möglich, unterschiedliche Regelungsmethoden anzuwenden, die für lineare Systeme gelten. Die Modellunsicherheiten hängen stark von der Modellierung des elektromagnetischen Modells ab. Mit Hilfe der Kaskadenregelung konnte eine übersichtliche Regelungsstruktur realisiert werden, wobei die Unsicherheiten durch die Integrator-Anteile ausgeregelt werden konnten.

8.2 Ausblick

Verfahren zur Entwicklung robuster Regelung und leistungsfähiger, nichtlinearer Beobachterstrukturen sind in der Literatur nur unzureichend behandelt worden. Es ist daher sinnvoll im weiteren Verlauf der Forschungsarbeiten auf diese Methoden einzugehen und diese gründlich zu untersuchen.

Ebenfalls sinnvoll aus technischer Sicht, ist die Entwicklung eines adaptiven Systems, welches durch Eingabe von spezifischer Dynamik, Modellunsicherheiten und die Tabelle aus der FEM-Berechnung vollautomatisch Ergebnisse liefert. Damit werden alle notwendigen Transformationen, nichtlineare Entkopplungen und die Regelparameter automatisch identifiziert. Es erspart dem Anwender somit Einarbeitungszeit und notwendige Kenntnis in einem hochdynamischen, nichtlinearen und hochkomplexen mechatronischen Modul, wie die magnetische Lagerung für Kleinwerkzeuge.

Des Weiteren ist es sinnvoll die Modellierung der Hysterese-Effekte und von magnetischen Diffusionseffekten in die Regelungsstrukturen zu integrieren. Das hätte den Vorteil, dass die Kräfte besser berechnet werden können, vor allem wenn die letzten Werte bei Abschaltzeitpunkten erfasst werden.

9 Literaturverzeichnis

- [Abr92] Abraham, D.: Aktive Beeinflussung von Rotoren, Dissertation, Universität der Bundeswehr Hamburg, 1992.
- [Aha59] Aharonov, Y.; Bohm, D.: "Significance of electromagnetic potentials in quantum theory" *Phys. Rev.* , 115 (1959) pp. 485–491.
- [Alt03] Alting, J.; Kimura, F.; Hansen, H.; Bissacco, G.: Micro Engineering. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 58 (2003), Nr. 2, S. 635–657.
- [Ast0] Aström, K. J.; Wittenmark, B.: *Computer-Controlled Systems Theory and Design*, Information and System Science Series, Second Edition, Prentice-Hall International Editions, 1990.
- [Bri12] BRINKSMEIER, E.; GLÄBE, R.; BRANDAO, C.: *GrindBall - Ein innovatives Konzept zum achsenlosen Mikroschleifen*. *wt Werkstatttechnik online* 102 (2012) 6, S. 370-376.
- [Bri13] BRINKSMEIER, E.; ORLIK, B.; GROLL, R.; BRANDAO, C.; NORBACH, A.; LEACH, K.: *GrindBall-Modul zum achsenlosen Mikroschleifen*. *ant Journal* 2 (2013), S.14-19.
- [Bra13] Ekkard Brinksmeier, Bernd Orlik, Rodion Groll, Carla Brandao, Alexander Norbach, Kristofer Leach. *GrindBall: an advanced micro-grinding tool*. Springer. PRODUCTION PROCESS. 2013.
- [Bri16] Ekkard Brinksmeier, Bernd Orlik, Rodion Groll, Carla Flosky, Alexander Norbach, Juan E. Gomez. *GrindBall - Novel Drive and Bearing Concept for Micro Grinding Tools*. *Small Machine Tools for Small Workpieces*. 2016.
- [Bac61] Backers, F.: Ein magnetisches Lager in Philips Technische Rundschau 22, Seiten 252—259, 1960/61.
- [Bea54] Beams, J. W.: Production and Use of High Centrifugal Fields. In: *Science* (1954), Nr. 120, S. 619–625.
- [Bec07] Beckert, U.: Berechnung zweidimensionaler Wirbelströme in kurzen Permanentmagneten von PM-Synchronmaschinen, *Antriebstechnik* 46 (2007).
- [Bur02] Buro, N.: Regelung elektromagnetisch gelagerter Rotoren mit parallelen Strukturen. Universität der Bundeswehr Hamburg, Dissertation 2002.
- [Byr03] Byrne, G.; Dornfeld, D.; Denkena, B.: Advancing Cutting Technology. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 52 (2003), Nr. 2, S. 483–507. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60200-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60200-5) – Überprüfungsdatum 2009-07-02.
- [Cha98] Changhwan Choi: Self-sensing magnetic levitation using a LC resonant circuit. *Sensors and Actuators A72* 1999 169–177. 4 September 1998.
- [Che05] Chen, W.K.; Kuriyagawa, T.; Huang, H.; Yosihara, N.: Machining of micro aspherical mould inserts. In: *Precision Engineering* 29 (2005), Nr. 3, S. 315–323.
- [Den04] Denkena, B.; Becker, J. C.; Reichstein, M.: Auswirkung der Kinematik beim Mikroschleifen - Potentiale unterschiedlicher Schleifverfahren zur Herstellung von Bauteilen und Komponenten in der Mikrosystemtechnik. In: *wt Werkstattstechnik online* 94 (2004), Nr. 6, S. 267–271.
- [Don93] Donges, A.; Noll, R.: *Lasermeßtechnik: Grundlagen und Anwendungen*, Technische Physik, Hüthig Buch Verlag GmbH, 1993.

9 Literaturverzeichnis

- [Dor06] Dornfeld, D.; Min, S.; Takeuchi, Y.: Recent Advances in Mechanical Micromachining. In: CIRP Annals - Manufacturing Technology 55 (2006), Nr. 2, S. 745–768.
- [Fal89] Falk, G.; W. Ruppel: Mechanik – Relativität – Gravitation. Springer-Verlag 1989.
- [Fis88] Fischer, D.: Sensorlose und spannungsgesteuerte Magnetlager. Diss. ETH Zürich Nr.8665, Zürich 1988.
- [Fis03] Prof. Dr.-Ing. Uwe Fischer: Script: Elektromagnetische Felder. Hochschule Bremen 2003.
- [Fri96] Friedrich Th., Kahlen K., Henneberger G.: Einsatz eines Beobachters für den Luftspalt einer hybridmagnetischen Schwebeanordnung (1996).
- [Fro94] Frohne, H.: Elektrische und magnetische Felder. Stuttgart:Teubner Verlag 1994.
- [Grb00] Grbesa, B.: Low Loss and Low Cost Active Radial Homopolar Magnetic Bearing in Proceedings of the Seventh International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz, 2000.
- [Joh00] Johan K. Fremerey.:Permanentmagnetische Lager. Institut für Grenzflächenforschung und Vakuumphysik. November 2000.
- [Klo05] Klocke, F.; König, W.: Fertigungsverfahren 2 - Schleifen, Honen, Läppen. 4. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag (2005). – ISBN 3-540-23496-9.
- [Klo07] Klocke, F.; Brinksmeier, E.; Riemer, O.; Klink, A.; Schulte, H.; Sarikaya, H.: Manufacturing structured tool inserts for precision glass moulding with a combination of diamond grinding and abrasive polishing. In: Industrial Diamond Review (2007), Nr. 4, S. 65–69.
- [Kuc72] Ladislav Kucera.: Zur sensorlosen Magnetlagerung. Technische Universität Zürich, Dissertation, 1972.
- [Her92] Herzog, R.; Bleuler, H.: On Achievable H^∞ Disturbance Attenuation in AMB Control in Proceedings of the Third International Symposium on Magnetic Bearings, Charlottesville VI, USA, Technomic Publication Company, 1992.
- [Her02] Hering E.; Martin R.; Stohrer M.: Physik für Ingenieure, Springer, 2009.
- [Hwa06] Hwanga, Yeon; Kuriyagawab, T.; Lee, Sun-Kyu: Wheel curve generation error of aspheric microgrinding in parallel grinding method. In: International Journal of Machine Tools & Manufacture 46 (2006), Nr. 15, S. 1929–1933.
- [Jun01] Jung, M.; Langer, U.: Methode der finiten Elemente für Ingenieure: Eine Einführung in die numerischen Grundlagen und Computersimulation. Stuttgart: Teubner Verlag 2001.
- [Kle92] Klemens, B.; Herbert, Haf; Friedrich, W.: Höhere Mathematik für Ingenieure: Band V: Funktionalanalysis und partielle Differentialgleichungen. Stuttgart Teubner, 1992.
- [Kno99] Knospe, C.; Markert, R.: Control aspects of active magnetic bearings in Proceedings of the 14th World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC), China, Seiten 475–480, 1999.
- [Küp06] Küpfmüller, K.; Mathis, W.; Reibiger, A.: Theoretische Elektrotechnik, Springer, 2006.
- [Lau07] Laur, R.: Skript Theoretische Elektrotechnik I & II, Uni Bremen, 2007.

9 Literaturverzeichnis

- [Lea14] Leach, K.: Modelling force transfer in boundary layers of moving walls for compressible and incompressible turbulent flows across multiple scales. Universität Bremen, Dissertation 2014.
- [Leh08] Lehmann, J.: Kombinierte multifunktionale Arbeitsräume zur Restrukturierung der Mikroproduktion. Dissertation. Hamburg, Helmut-Schmidt-Universität - Universität der Bundeswehr Hamburg, Laboratorium Fertigungstechnik. Dissertation 2008.
- [Lös98] Lösch, F.; Gähler, C.; Herzog, R.: μ -Synthesis Controller Design for a 3 MW Pump running in AMB's in Proceedings of the Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Cambridge MA, USA, 1998.
- [Mas06] Maslen, E. H.: Self-sensing for active magnetic bearings: overview and status. In: Proceedings of the 10th International Symposium on Magnetic Bearings. Aug 21st – 23rd, Martigny, Switzerland (2006), S. 10–15
- [Nal98] Nalaraj, C.; Calvert, T.: Optimal design of radial magnetic bearings in Proceedings of the Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Boston, USA, 1998.
- [Nel03] Nelles, D.: Grundlagen der Elektrotechnik zum Selbststudium: Magnetische Felder. Berlin Offenbach: VDE Verlag GmbH 2003
- [Nor12] Norbach A., Orlik B.: Magnetic bearing for Grind Ball, PCIM (2012).
- [Nor13] Norbach A., Orlik B.: Control methods with exactly linearization for magnetic bearing with multiple inputs as example for grind ball, PCIM (2013).
- [Obe13] Oberle H.J.: Skript Mathematik, Uni Hamburg, 2013.
- [Orl09] Orlik B.: Skript Antriebsregelung und Mechatronik, Uni Bremen, 2009.
- [Rob16] Robin Michael: Skript Systeme, TU Wien, 2016.
- [Sch94] Schoeb, R.; Bichsel, J.: Vector Control of the bearingless motor in Proceedings of the Fourth International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz, Seiten 327-332, 1994.
- [Sch05] Schmidt, D.; Kegler, J.: MiniProd – Miniaturisiertes Produktionssystem - Das Transport- und Bearbeitungsmodul von IDAM in der miniaturisierten Produktion (MiniProd). In: wt Werkstattstechnik online 95 (2005), Nr. 3, S. 146–149.
- [Ste00] Steffani, H.; Hofmann, W.: Design and Comparison of Different Kinds of Radial Magnetic Bearings in Proceedings of the Seventh International Symposium on Magnetic Bearings, Zürich, Schweiz, 2000.
- [Sch00] Schönhoff, U.; Eisenträger, P.: Reduction of finite element models of flexible structures for controller design and integrated modelling in Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, 2000.
- [Sch06] Schach, Rainer; Jehle, Peter; Naumann, René: Transrapid und Rad-Schiene-Hochgeschwindigkeitsbahn - Ein gesamtheitlicher Systemvergleich. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2006) (VDI-Buch). – ISBN 978-3-540-28334-8.
- [Sie09] Siemens AG: <http://www.siemens.com/innovation/de/news/2009/welle-in-der-schwebe-magnetlager-ohne-sensor.htm>, 26.11.2009.
- [Wor06] F. Worlitz, M. Gronek, S. Gaertner, T. Rottenbach: Proceedings HTR2006:3rd International Topical Meeting on High Temperature Reactor Technology, October 1-4, 2006, Johannesburg, South Africa, THE USAGE OF DYNAMIC SIMULATION FOR THE DEVELOPMENT OF ACTIVE MAGNETIC BEARINGS FOR THE GT-MHR-TYPE REACTOR.

9 Literaturverzeichnis

- [Wul10] WULFSBERG, J.P.; REDLICH, T.; KOHRS, P.: *Square Foot Manufacturing: A new production concept for micro manufacturing*. Production Engineering 4 (2010), S. 75-83.
- [Wul13] WULFSBERG, J.P.; KOHRS, P.; GRIMSKE, S.; RÖHLIG, B.: *Square Foot Manufacturing: A New Approach for Desktop-Sized Reconfigurable Machine Tools*. Future Trends in Production Engineering. Berlin: Springer Verlag, 2013, S. 201-208.
- [Yam07] Yamamoto, Y.; Suzuki, H.; Onishi, T.; Okino, T.; Moriwaki, T.: Precision grinding of microarray lens molding die with 4-axes controlled microwheel. In: Science and Technology of Advanced Materials 8 (2007), S. 173–176.

10 Anhang