Noter til Mikroøkonomi II

Frederik Münter

Maj 2019

Pensumnoterne er lavet på baggrund af Nechyba, Sloths noter om "Moralfare" og "Ugunstig udvælgelse" samt slides fra undervisningen.

Generelt

Invertering af efterspørgsels- og udbudskurver:

$D(p)$ = mængde som funktion af pris $\Leftrightarrow D^{-1}(p) = p_d(x)$ = pris som funktion af mængde.

Summering af forskellige efterspørgselskurver: Den samlede markedsefterspørgsel findes ved vandret addition af efterspørgslerne, altså ved at summe efterspørgslerne som funktioner af prisen. Ved offentlige goder, så findes den samlede efterspørgsel ved at summe de individuelle efterspørgselskurver lodret. Altså summes efterspørgslerne ved prisen som funktion af mængderne, hvilket er modsat nedenstående eksempel. Man skal huske at tage højde for grænserne for de enkelte efterspørgsler, når man summerer dem.

$$D_a(p) = max(a-p,0),\ D_b(p) = max(b-cp,0),\ a > b, c > 0, a > \frac{b}{c}$$

$$0 = a - p \Leftrightarrow p = a, 0 = b - cp \Leftrightarrow p = \frac{b}{c}$$

$$D(p) = \begin{cases} 0 & p < a \\ a - p & \frac{b}{c} < p \leq a \\ a + b - (1+c)p & 0 \leq p \leq \frac{b}{c} \end{cases}$$

Priselasticiteter:

$$\varepsilon_d = \frac{dx_d}{dp_d} \cdot \frac{p^*}{x^*}$$

Udbudskurven:

$$TC'(x) = MC(x) = S^{-1}(p) = p_s(x)$$

Forvridende skatter

I emnet "forvridende skatter" er der tale om partiel ligevægtsanalyse, hvorfor priserne og varerne på alle andre markeder betragtes under en "alt andet lige"-antagelse, og indførte skatters effekter på andre markeder ikke evalueres. Effekterne af subsidier på efficiente markeder er præcist modsat de nedenstående beskrevne effekter af skatter.

Begreber og definitioner

Skat: Et regulatoriske redskab til markedskontrol. Kan pålægges som en enhedsafgift, $p_s + t$ eller som en værdiskat, $p_s(1-t)$. En beskatning af producenterne, $p_s + t$ er ækvivalent med en beskatning af forbrugerne, der, fordi de ved, at de skal betale t i skat, nu kun har en betalingsvillighed på $p_d - t$, så $p_s + t = p_d \Leftrightarrow p_s = p_d - t$.

Fuldkommen/perfekt konkurrence: En situation, hvor efterspørgslen er perfekt priselastisk (efterspørgselskurven er vandret ud fra prisen), da de uendeligt mange virksomheder producerer et perfekt substituerende homogent produkt, og udelukkende konkurrerer på pris. Under fuldkommen konkurrence, da er $p = MR(x) = MC(x)$.

Priselasticitet: Afgør, hvor meget efterspørgslen/udbuddet reagerer på prisændringer. Hvis $\varepsilon_d = 0$, så er efterspørgslen perfekt inelastisk, og reagerer derved slet ikke på prisændringer. Dermed vil forbrugerne altid efterspørge den samme mængde. Det omvendte er tilfældet for $\varepsilon_d \to \infty$, hvor efterspørgslen er perfekt elastisk, og den efterspurgte mængde er uendeligt følsom overfor prisændringer.

Juridisk incidens: Hvem skatten pr. lov er pålagt. Juridisk incidens er irrelevant ift. skattens økonomiske incidens.

Økonomisk incidens/skatteincidens: Hvordan skattebyrden i ligevægt fordeles imellem markedeaagenterne. Den økonomiske incidens falder disproportionelt på den del af markedet, der har den laveste priselasticitet. Fx hvis $\varepsilon_d \to 0$ (lodret efterspørgselskurve), så falder hele skatteincidensen på forbrugerne, imens det omvendte er tilfældet for $\varepsilon_d \to \infty$ (vandret efterspørgselskurve), hvor hele skatteincidensen falder på udbudssiden.

Skatters indflydelse på markedsligevægt: Jo lavere priselasticiteten generelt set er for markedet, jo mindre indflydelse på output vil en skat have.

Dødvægtstab ved beskatning: Tabet i samlet "velfærd" under beskatning. Dødvægtstabet opstår, da gunstige handler frafalder i markedet, og vokser med markedets priselasticitet. Dødvægtstabet vokser eksponentielt med skattens størrelse.

Skatteprovenue: Er lig statens indtægter ved indførsel af skatten.

Lafferkurven: Skatteprovenue som funktion af skattesatsen. Kurven har form som en "sur" parabel, hvor skatteindtægterne maksimeres i toppunktet. Staten vil derfor miste penge, hvis skatten bliver for høj pga. en mindsket skattebase.

Dødvægtstab på arbejdsmarkedet: Beskatning af løn ændrer alternativomkostningen ved fritid. Arbejdsudbuddet antages relativt inelastisk, hvorfor man ofte ser høj beskatning af løn.

Matematikken bag forvridende skatter

Generelt: Udbuddet er givet ved $x_s(p)$ og efterspørgslen er givet ved $x_d(p)$. Under fuldkommen konkurrence er ligevægten givet ved (p^*, x^*). Markedet pålægges derefter en skat, så $p_d = p_s + t$.

Skatteincidens: Denne er for udbuddet defineret som følger, og beviset findes i Nechyba, s. 558:

$$\frac{dp_s}{dt} = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_d - \varepsilon_s}$$

Det omvendte er gældende for efterspørgslen. Hvis udbuddets og efterspørgslens priselasticitet er lig hinanden, da er skatteincidensen lig $\frac{1}{2}$.

Forbrugeroverskud: Kan generelt ved integralregning beregnes som:

$$\Delta CS = \int_{p^*}^{p_d} x_d(p)dp$$

Hvis kurverne ikke er quasilineære, da skal ΔCS udregnes igennem den ækvivalerende variation (Hickskompenserede efterspørgsel) for at kunne regne det korrekte dødvægtstab ud:

$$\Delta CS = I - E(p^*, u)$$

Producentoverskud: Kan generelt ved integralregning beregnes som:

$$\Delta PS = \int_{p_s}^{p^*} x_s(p)dp$$

Skatteprovenue: Er defineret som følgende:

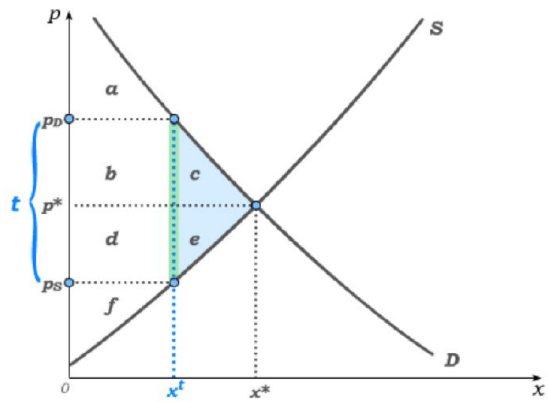
$$TR(t) = (p_d - p_s) * x^t = t * x^t$$

Dødvægtstab: Generelt er kan DWL udregnes ved hjælp af integraler som følgende, hvis kurverne er quasilineære, da indkomsteffekten her elimineres.:

$$DWL = \Delta CS + \Delta PS - TR(t) = \int_{x^t}^{x^*} (D^{-1}(p) - S^{-1}(p))dx = \int_{x^t}^{x^*} (p_d(x) - p_s(x))dx$$

Grafisk analyse

Quasilineære udbuds- og efterspørgselskurver: Under quasilinearitet, da kan situationen skitseres som følger:



Situationen beskrives nedenfor:

	Uden skat	Med skat
CS	a+b+c	a
PS	e+d+f	f
Provenue	0	b+d
DWL	0	c+e

Generel kogebog til en typisk opgave

1. Find markedsligevægten under fuldkommen konkurrence

$$S(p) = D(p) \Leftrightarrow S^{-1}(p) = D^{-1}(p)$$
$$(x, p) = (x^*, p^*)$$

2. Indfør skatten, udregne producent- og forbrugerpriser og udregn den handlede mængde

$$p_s + t = p_d \Rightarrow S(p_d - t) = D(p_d) \Leftrightarrow S(p_s) = D(p_s + t)$$
$$(x, p_s, p_d, t) = (x^t, p_s, p_d, t)$$

3. Udregn PS, CS, DWL og TR

Dette kan enten gøres vha. integralregning eller, såfremt kurverne er lineære, geometri.

$$\Delta PS = \int_{p_s}^{p^*} x_s(p)dp$$
$$\Delta CS = \int_{p^*}^{p_d} x_d(p)dp$$
$$TR(t) = (p_d - p_s) * x^t = t * x^t$$
$$DWL = \Delta CS + \Delta PS - TR(t) = \int_{x^t}^{x^*} (p_d(x) - p_s(x))dx$$

Evt. afslut med en direkte sammenligning af situationen under fuldkommen konkurrence.

Eksternaliteter

Der er primært i nedenstående fokus på negative eksternaliteter. Ved positive eksternaliteter, da er argumenterne præcis de samme, men den socialt optimale produktionsmængde er blot større end det "naturlige" markedsoutput i stedet for mindre, hvorfor effekterne er modsatrettede.

Begreber og definitioner

Eksternalitet: Forekommer, når markedsagenternes beslutninger har en direkte påvirkning af andre udenfor markedet. Essentielt betyder dette, at der er omkostninger eller gevinster forbundet med markedet, der ikke tages højde for i ligevægten. Dermed bliver markedsligevægten inefficient, da der, uden intervention, produceres enten for meget eller for lidt af en given vare, og der nu er et dødvægtstab forbundet med markedsligevægten.

Socialt optimum: Den ligevægtsmængde, der er enten større eller mindre en markedsligevægten afhængig af eksternaliteten, som defineres, når der tages højde for alle eksternaliteter i markedet.

Produktionseksternaliteter: Når der er ikke-internaliserede omkostninger eller gevinster forbundet med produktionssiden på et givet marked.

Sociale marginale omkostninger: Den omkostningskurve for markedet, der inkluderer både producentens omkostninger ved produktion af varen samt eksternaliteten forbundet med denne produktion.

Pigouskat: En beskatning eller subsiduering af et marked, således, at markedet selv producerer den socialt optimale mængde, betinget på en korrekt beskatningsstørrelse. Beskatningen eliminerer dermed dødvægtstabet forbundet med eksternaliteten. Eksternaliteten bliver nu internaliseret i markedet, og agenterne tager højde for den. Skatten er pr. enhed lig den marginale eksternalitetsomkostning.

Omsættelige kvoter: Det offentlige forbyder markedet at producere mere end den socialt optimale mængde, x^B, og skaber et marked for kvoterne. Udbuddet kommer til at være perfekt inelastisk (en lodret streg, hvor $x = x^B$), og efterspørgselskurven kommmer til at blive afhængig af den pågældende markedsagents, typisk virksomhederne, efterspørgsel efter eksternaliteten. Eksempelvis betyder en indførsel af kvoter på miljø-regulering, at MC skifter opad for virksomhederne med kvoteprisens størrelse, hvilket minimerer markedets produktion af varen til det socialt optimale. Ligevægtsprisen pr. kvote er lig den marginale eksternalitetsomkostning i det sociale optimum.

Internalisering af eksternaliteten: Når man ved hjælp af skatter etc. indfører eksternalitetens effekt i markedet, så agenterne nu tager højde for den.

Tragedy of the commons: Hvis en vare/ressource er et fælles gode, da forekommer et socialt efficienstab som følge af dets overforbrug. Et eksempel er "ren luft", der, da det er "ejet" af alle, bliver "overforbrugt" i form af forurening. Goder af denne type er ikke-ekskluderbare og rivaliserende, hvilket er skyld i overforbruget.

Coase-teoremet: Hvis ejendomsrettigheder er klart defineret, så vil et efficient udfald forekomme i tilfælde af eksternaliteter, såfremt der er tale om små transaktionsomkostninger. Et specialtilfælde af teoremet tilsiger, at hvis begge agenter har quasilineære præferencer, så er fordelingen af ejendomsrettigheder irrelevant for det endelige udfald, da betalingsvilligheden for de to agenter i så fald er uafhængig af indkomstniveau.

Matematikken bag eksternaliteter

Sociale marginale omkostninger: Denne findes ved at summe den marginale omkostningskurve og den marginale eksternalitetsomkostning:

$$SMC = MC_s(x) + MC_e(x)$$

Pigouskat: Størrelsen på denne findes ved at tage afstanden fra efterspørgselskurven til udbudskurven i det socialt optimale punkt. Det svarer til den lodrette afstand i socialt optimum imellem kurverne i et (p, x)-diagram.

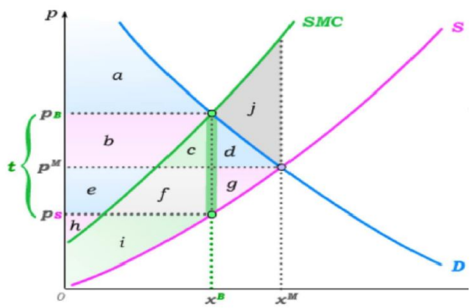
$$t = p_d(x^B) - p_s(x^B)$$

Generel ligevægt: Når man beregner eksternaliteter i en generel ligevægtsmodel (Edgeworthboks), så skal den ene agents præferencer over eksternaliteten, som agenten godt kan lide, imens den anden agents præferencer skal modelleres over eksternaliteten, som agenten ikke kan lide.

$$\begin{aligned}
&u_A(C_A, r), u_B(C_B, r),\ \frac{du_A}{dr} > 0, \frac{du_B}{dr} < 0,\ 0 \leq r \leq 1 \\
&u_A(C_A, r), u_B(C_B, s),\ \frac{du_A}{dr} > 0, \frac{du_B}{ds} < 0,\ 0 \leq r \leq 1,\ s \equiv 1 - r,\ \bar{e} : s + r = 1
\end{aligned}$$

Grafisk analyse

Negativ produktionseksternalitet: Hvis der er en negativ produktionseksternalitet i markedet, da kan situationen skitseres som følger:



Situationen beskrives nedenfor:

	Uden skat	Med skat
CS	a+b+c+d	a
PS	e+f+g+h+i	h+i
Provenue	0	b+c+e+f
Eksternalitetsomkostning	-(i+f+c+d+g+j)	-(i+c+f)
DWL	j	0

Generel kogebog til typisk opgave

1. Find den marginale sociale omkostningskurve og udregn ligevægten

$$SMC = MC_s(x) + MC_e(x) = p_d(x) \Leftrightarrow x = xB$$

2. Find skattens størrelse

$$t = p_d(x^B) - p_s(x^B)$$

3. Udregn ligevægtspriser, -mængder, CS, PS og TR

Dette kan enten gøres vha. integralregning eller, såfremt kurverne er lineære, geometri.

$$
\begin{aligned}
p_s + t &= p_d \\
\Delta PS &= \int_{p_s}^{p^*} x_s(p)dp \\
\Delta CS &= \int_{p^*}^{p_d} x_d(p)dp \\
TR(t) &= (p_d - p_s) * x^t = t * x^t
\end{aligned}
$$

4. Evt. udregn kvotepris og -mængde

$$V = x^B, r = MC_e(x^B)$$

Asymmetrisk information

Da dette emne fylder en stor del af pensum, og også berører afsnittet om monopoler, da er det anbefalelsesværdigt at gennemlæse Sloths to noter, "Moralfare" og "Ugunstig udvælgelse" grundigt, for en dybdegående forståelse af emnet.

Begreber og definitioner

Asymmetrisk information: Når markedsagenterne ikke har de samme informationsmæssige forudsætninger. Når asymmetrisk information er til stede i et marked, så er markedsligevægten i udgangspunktet inefficient. Asymmetrisk information kan i visse tilfælde føre til, at markedet ophører med at eksistere. Dødvægtstabet under asymmetrisk information opstår vha. en reduktion i forbrugeroverskuddet.

Principal-agent problem: En principal (fx arbejdsgiver, bank, mv.) skal designe og tilbyde en optimal kontrakt til en agent (arbejder, iværksætter, mv.). Principalen ønsker at maksimere sin egen gevinst, men skal, grundet asymmetrisk information omkring forhold vedrørende agenten, tage hensyn til, at agenten skal sige ja til kontrakten. I optimum binder bibetingelserne ofte, og problemet løses deraf.

Individual Rationality Constraint/participation constraint (IR): Bibetingelsen i principalens maksimeringsproblem om, at det skal være rationelt for agenten at sige ja til kontrakten.

Incentive Compatibility Constraint (IC): Bibetingelsen i principalens maksimeringsproblem om, at agenten skal have incitament til at overholde kontraktens forhold. Dette er ligeså en bibetingelse, der sikrer, at agenten vælger den korrekte kontrakt (i principalens øjne) ved flere muligheder.

Ugunstig udvælgelse: Beskriver en markedssituation, hvor der er asymmetrisk information til stede, og markedsudfaldet på baggrund af dette ender med at være inefficient. Principalen forsøger at mitigere dette problem ved optimal kontraktdesign. Det er altså en situation, hvor den asymmetriske information bliver udnyttet af den agenten, hvorfor principalen må tage højde for denne i sin handling.

Moralfare: Et problem, der opstår, når agenten handler på vegne af principalen, så agentens beslutninger direkte påvirker principalen. Problemet opstår, når agentens handlinger ikke kan observeres el. med rimelighed skrives ind i en kontrakt. Det kan fx være en arbejders indsats ved fast løn, da arbejderen i så fald har incitament til ikke at lave noget, såfremt der er en omkostning for arbejderen forbundet med reelt set at udføre arbejdet.

Afsløringsprincippet/the revelation principle: Principalen ønsker at konstruere en kontrakt således, at agenten afslører sin informationsfordel, og vælger det optimale for principalen. Kontrakten skal altså være incitamentsforenelig. Dette sikres igennem overholdelse af (IC)-bibetingelserne i optimeringsproblemet.

Signaleringsmekanisme: Fx har forsikringstagere incitamenter til at signalere, hvilket gruppe de tilhører, hvis der er forskellige priser for forskellige grupper. Det øger forsikringstagernes betalingsvillighed at signalere deres gruppe, da kontrakten vil blive mere optimal. Forsikringsgiver har et incitament til at designe sådan en mekanisme og undersøge signalerne.

Informationsafkast/-omkostning: Den yderligere gevinst agenten har ift. en kompetetiv situation ved deltagelse i et marked med asymmetrisk information. Det kan eksempelvis være en højere løn pga. skjult information om produktivitet mv. Da mitigering af fx moralfare-problemer medfører flere bibetingelser i principalens maksimeringsproblem påtages en informationsomkostning for principalen.

Kreditrationering: Begrænsningen af kredit fra udlåners side på lånemarkedet, selvom låntagerne er villige til at betale de givne renter for et lån. Låntagerne bliver nægtet adgang til et lån selvom de efterspørger det under de givne forhold, da udlåner allerede profitmaksimerer under markedets betingelser. Moralfare på lånemarkeder kan være med til at forklare dette ved at give en grund til, hvorfor renterne kan nå en maksimal grænse, hvilken grænse skyldes begrænsning af låntagernes risikovillighed.

Asymmetrisk information i forsikringsmarkedet: Her vil forsikringstagerne have en informationsfordel, da de er bedre bekendt med deres reelle risiko end forsikringsselskabet er.

Statistisk diskrimination: Når prisdiskrimination foregår på baggrund af de underliggende karakteristika for specifikke individer eller grupperinger.

Screening: Fx kan forsikringstager undersøge de underliggende karakteristika ved at screene markedsdeltagernes signaler. På den måde kan informationsasymmetrien udlignes, og markedet bliver mere efficient. Der er typisk omkostninger forbundet med screening af markedsdeltagerne.

Pooling ligevægt: Når ligevægten dannes på baggrund af ikke-seperation af markedsdeltagerne. Fx ved ikke at opdele forsikringstagere i høj-/lavrisiko.

Separerende ligevægt: Når ligevægten dannes på baggrund af at opdele grupperne prisdiskriminere.

Matematikken bag asymmetrisk information

Her henvises til Sloths noter omkring moralfare og ugunstig udvælgelse, da disse gennemgår matematiiken i tilfælde af asymmetrisk information i dybden.

Monopol og prisdiskrimination

Begreber og definitioner

Monopol: En markedssituation, hvor der kun er én agent på udbudssiden. Agenten har da "market power", og tager ikke prisen for given, da agenten har indflydelse på denne. Monopoler kan opstå, hvis der er signifikante indgangsbarrierer på et marked, igennem patentering af et produkt mv. Under monopoler er markedsligevægten inefficient, da den producerede mængde vil være mindre end optimum ved løsning af monopolistens profitmaksimeringsproblem.

Monopsoni: En markedssituation, hvor der kun er én agent på efterspørgselsssiden. Situationen kan betragtes som et monopol på efterspørgselssiden.

Market power: Beskriver en situation, hvor en eller flere af markedets agenter har indflydelse på pris og mængde.

Monopolets prissætning: En monopolist har kontrol over både pris og mængde. Hvis en monopolist øger mængden, da må prisen om nødvendigt falde og omvendt. Den profitmaksimerende pris er givet ved $MR = MC < p$, og vil altid være på en elastisk del af efterspørgselskurven. Hvis efterspørgslen er lineær, og de marginale omkostninger er lig 0, så vil monopolet producere den mængde, hvor $|\varepsilon_d| = 1$.

Prisdiskrimination: Beskriver, når et produkt bliver prissat forskelligt for forskellige grupperinger. Monopoler udnytter ofte dette til at øge profitten. For at udnytte prisdiskrimination, så må monopolisten sikre, at forbrugerne ikke kan gensælge produktet til hinanden.

1. grads prisdiskrimination: Kaldes også perfekt prisdiskrimination. Hvis monopolisten kan perfekt identificere hver enkelt forbrugers betalingsvillighed, så kan monopolisten tage præcis denne reservationspris for produktet. Efterspørgselskurven bliver så lig MR. Dette betyder altså, at alle forbrugerne betaler hele deres marginale forbrugsvillighed for den samlede mængde af solgte varer, når monopolet profitmaksimerer. Ligevægten bliver efficient, men $CS = 0$, da monopolet tager hele overskuddet på markedet.

2. grads prisdiskrimination: Denne type af prisdiskrimination foregår ved forskellig prissætning af forskellige mængder, essentielt set mængderabatter. Monopolisten har ikke identificeret de forskellige gruppers efterspørgsel, og forsøger at designe pakkerne, så forbrugerne selv signalerer deres respektive gruppe, og profitmaksimerer derigennem. 2. grads prisdiskrimination ses fx ved forskellig prissætning af flybilletter.

3. grads prisdiskrimination: Kaldes også imperfekt prisdiskrimination. Når monopolisten er restrikteret til at tage en enhedspris i stedet for en samlet pris, så kan monopolisten prisdiskriminere ved at segmentere markedet i forskellige grupper med forskellige reservationspriser. Monopolisten vil da prissætte varen forskelligt for hver gruppe, men stadig således, at $MR = MC < p$. 3. grads prisdiskrimination er den mest normale type af prisdiskrimination og ses fx ved studie- og seniorrabatter. Markedsligevægten er inefficient under denne type af prisdiskrimination.

Naturlige monopoler: Er defineret som en konstant faldende AC-kurve, og ses dannet, når virksomhederne i et givent marked oplever konstant stigende skalaafkast. Det implicerer, at $MC < AC$ til alle produktionsmængder. I kombination med store faste omkostninger kan sådan en situation være med til at skabe et monopol. Et eksempel er softwareindustrien, hvor der er meget store omkostninger forbundet med udviklingen af et produkt, men meget lave marginale omkostninger ved produktion af yderligere enheder.

Restriktion af monopoler: Regeringer kan restriktere monopoler ved at helt forbyde dem, opdele dem, indføre priskontrol, indføre et subsidie eller helt tage kontrol med monopolmarkeder, som det fx ofte er tilfældet i forsyningsindustrien. Beskatning af monopoler fører blot til en endnu mere inefficient og restrikteret mængde, og vil sænke CS yderligere.

Matematikken bag monopoler

Der henvises til Nechyba 23B for en uddybende forklaring af 2. grads prisdiskrimination, da matematikken kan være noget udfordrende.

Marginal omsætning: Denne er givet ved:

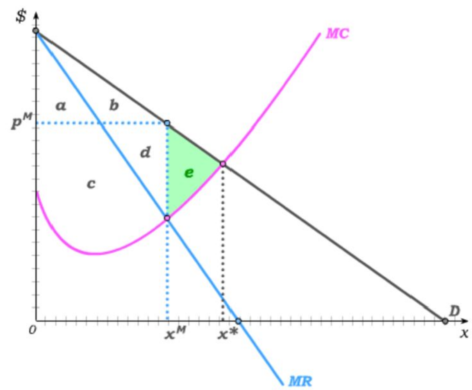
$$MR = p(x)(1 + \frac{1}{\varepsilon_d}) = p(x) + \frac{dp}{dx}x$$

$p(x)$ repræsenterer omsætningsgevinsten ved at sætte prisen op, imens $p'(x)x < 0$ og viser den negative mængdeeffekt ved at sætte prisen op. $p(x)$ betragtes her som efterspørgselsfunktionen.

Profitmaksimeringsproblemet: Hvis monopolisten er tvunget til at tage en enhedspris, så er maksimeringsproblemet givet ved følgende, hvor $R(x)$ er lig omsætningsfunktionen:

$$\begin{aligned}
&\max_{x,p} \pi = R(x) - c(x) = px - c(x), \; ubb. \, p \leq p(x) \\
&\max_{x} \pi = p(x)x - c(x) \\
&\max_{p} \pi = pD(p) - c(D(p)) \\
&\Leftrightarrow MR(x) = p(x) + \frac{dp}{dx}x = MC(x) \Leftrightarrow x = x^*
\end{aligned}$$

Prisen findes da ved at indsætte den ovenstående fundne mængde i efterspørgselsfunktionen, $p_d(x^*) = p^*$. Faldgruber i profitmaksimeringsproblemet inkluderer muligheden for flere lokale maksima/minima, hvis profitfunktionen ikke er strengt konkav og randløsninger. Disse kan eftertjekkes ved udregning af profit efter løsning af problemet. En helt standard monopol-situation er illustreret nedenfor:



Monopolets markup ratio: Kan udledes igennem efterspørgslens priselasticitet, og tolkes som monopolets markup, $p - MC$, relativt til fuldkommen konkurrence.

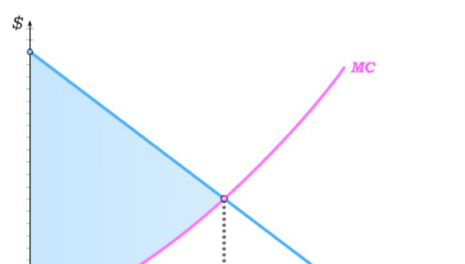
$$\frac{p - MC}{p} = \frac{-1}{\varepsilon_d} \Leftrightarrow p^* = \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon_d(x^*)|}} MC(x^*)$$

Hvis $|\varepsilon_d(x^*)| \to \infty$, altså en perfekt elastisk efterspørgsel, så er $p = MC$ som under fuldkommen konkurrence.

1. grads prisdiskrimination: Producenten ender med at løbe med hele overskuddet, men den producerede mængde er efficient.

$$\max_x \pi = R(x) - c(x) \Rightarrow MR(x^*) = MC(x^*) \Leftrightarrow p(x^*) = MC(x^*)$$

Situationen kan illustreres grafisk som nedenfor, hvor hele det blå område illustrerer profitten:



Prisen er givet ved arealet af området under efterspørgselskurven ned til x-aksen:

$$p = R(x^*) = \int_0^{x^*} p_d(x)dx$$

2. grads prisdiskrimination: Vi husker på, at under 2. grads prisdiskrimination er det ikke muligt for monopolisten at kende forskel på markedsgrupperne. Der antages som oftest quasilineære præferencer for at eliminere indkomsteffekten af prisændringer. Først defineres $CS_A(x)$ som forbrugerens reservationspris:

$$CS_A(x) = \int_0^x p_A(t)dt$$

Profitmaksimeringsproblemet kan nu opstilles som følgende principal-agent problem:

$$\max_{S_A, x_A, S_B, x_B} \pi = S_A + S_B - c(x_A + x_B)$$

$$ubb.$$

$$CS_A(x_A) \geq S_A \tag{1}$$

$$CS_B(x_B) \geq S_B \tag{IR_B}$$

$$CS_A(x_A) - S_A \geq CS_A(x_B) - S_B \tag{IC_A}$$

$$CS_B(x_B) - S_B \geq CS_B(x_A) - S_A \tag{IC_B}$$

Den optimale "lille" pakkestørrelse bestemmes ved løsning af følgende:

$$p_{dB}(x) - MC(x) = p_{dA}(x) - p_{dB}(x) \Leftrightarrow = x_B^*$$

For quasilineære efterspørgselsfunktioner gælder det, at IC_A og IR_B altid binder. Størrelsen på "den lille" pakke findes igennem IR_B, imens størrelsen på "den store" pakke findes igennem IC_A, hvis A er den "rige" forbruger. Dette medfører, at $CS_B = 0$ og $CS_A > 0$. Pakkepriserne er da givet ved:

$$S_B = \int_0^{x_B^*} p_B(x)dx$$
$$S_A = \int_0^{x_A^*} p_A(x)dx - \int_0^{x_B^*} p_A(x)dx + \int_0^{x_B^*} p_B(x)dx$$

Hvis $MC(x) = c$, så er den optimale lille pakkestørrelse, x_B^*, givet ved følgende, imens den optimale store pakkestørrelse, x_A^*, er lig det samme som ved 1. grads prisdiskrimination:

$$\frac{d\pi}{dx_B} = 0 \Leftrightarrow 2R'_B(x_B) - R'_A(x_B) = MC \Leftrightarrow 2p_B(x) - p_A(x) = MC$$

3. grads prisdiskrimination: Her er profitmaksimeringsproblemet givet ved følgende:

$$\max_{p_A, p_B} \pi = p_A \cdot D_A(p) + p_B \cdot D_B(p) - c(D_A(p) + D_B(p))$$

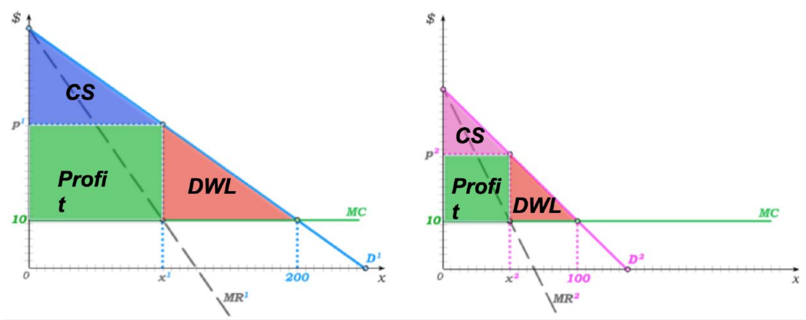
$$\Leftrightarrow \max_{x_A, x_B} \pi = x_A \cdot p_A(x_A) + x_B \cdot p_B(x_B) - c(x_A + x_A)$$

$$\Rightarrow F.O.C. : p_A(x_A^*) + p_A'(x_A^*)x_A^* = MC(x_A^* + x_B^*),\ p_B(x_B^*) + p_B'(x_B^*)x_B^* = MC(x_A^* + x_B^*)$$

Ovenstående problem løses igennem to ligninger med to ubekendte. Efter mængderne er fundet, da kan disse indsættes i de seperate efterspørgselskurver for at finde priserne for hver gruppe. Det implicerer følgende:

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{(\varepsilon_{dB} + 1)\varepsilon_{dA}}{(\varepsilon_{dA} + 1)\varepsilon_{dB}}$$

Hvis $MC(x_A^* + x_B^*) = c$, så er ovenstående ækvivalent med at løse to helt seperate monopolproblemer. Grafisk kan 3. grads prisdiskrimination illustreres som følger:



Spilteori

Begreber og definitioner

Kort om spilteori: Spilteori er den strategiske analyse af det rationelle valg under forskellige betingelser. Først skal modelrammerne defineres, dernæst analyseres spillernes bedste valg under betingelserne og slutteligt identificeres en eventuel ligevægt.

Perfekt/komplet information: En situation, hvor alle spillets agenter er fuldt informerede omkring sin og alle andre agenters økonomiske gevinst afhængigt af spillets gang. Der er dermed ingen indbygget usikkerhed.

Inkomplet information: En situation, hvor spillerne ikke har information omkring fordelingen alle spillets udfald. Det er modsvarende komplet information.

Simultane spil: Spil, hvor alle spillere træffer beslutningen samtidig. Kaldes også statiske spil.

Sekventielle spil: Spil, hvor spillerne skiftes til at træffe beslutninger. Kaldes også dynamiske spil. Eksempler på spil under disse kategorier findes i nedenstående tabel.

	Simultane	Sekventiel
Komplet information	Sten, saks, papir	Skak
Inkomplet information	En auktion med bindende bud	En auktion med stigende bud

Uendelige spil: Spil, der ikke har en defineret afslutning.

Endelige spil: Spil, der spilles et predetermineret antal gange/tidsperiode.

Pure strategy: Alle mulige træk i spillet er specificeret på forhånd med sandsynlighed 1.

Mixed strategy: Forekommer, når en spiller ligger en sandsynlighedsfordeling ned over alle ”pure strategies”.

Payoff-matrice: En matrice, der viser udfaldsrummet givet spillernes valg af strategi.

Best respones: En spillers optimale strategi som funktion af alle andre spilleres strategi. Tilsvarende nyttemaksimering over forskellige strategier under bibetingelse af alle andre spilleres valg.

Nash-ligevægt: Et sæt af strategier, der er best reponse overfor hinanden. En Nash-ligevægt er en stabil ligevægt, da den sikrer, at man ikke ændrer adfærd. Det er muligt, at der er flere Nash-ligevægte i et givent spil, men vi ved ikke noget om, hvilken ligevægt vi ender i.

Dominerende strategi: En strategi er dominerende, når den uagtet modspillernes udspil er bedre end en anden strategi. Hvis den er bedre end eller ligeså god, så er strategien svagt dominerende.

Matematikken bag spilteori

Definition af spilteori: Grundlaget for generel spilteori kan opskrives som følger:

$$Antal\ spillere : N$$

$$Antal\ handlinger : M$$

$$Handlingsmængde : A^n = \{a_1^n, a_2^n, a_3^n, ..., a_M^n\}$$

$$Strategimængde : s_N \in S_N,\ s_(-i) = \{s_1, s_2, ..., s_{i-1}, s_{i+1}, ..., s_N\}$$

$$Nyttefunktioner : u_i(s_i, s_{-i}) = S_1 \times S_2 \times ... \times S_N \to R$$

Best reponse: Defineres som:

$$s_i^* : S_1 \times S_2 \times S_{i-1} \times S_{i+1} ... \times S_N \to S_i$$

$$\max_{s_i} u_i(s_i, s_{-i}) \Rightarrow s_i = s_i^*(s_i)$$

Nash-ligevægt: Defineres som:

$$\bar{s_i} = s_i^*(\bar{s_i}), \forall i \in N$$

Et eksempel på en Nash-ligevægt i et simultant spil med to spillere findes nedenfor. Eksemplet er det såkaldet "Prisoners dilemma", hvor Nash-ligevægten ikke er socialt optimal, da spillerne kunne få en større nytte ved at samarbejde. Best response i de forskellige situationer er markeret med understregning. Nash-ligevægten er dertil markeret med fed:

		Spiller 2	
		Op	Ned
Spiller 1	Op	(10,10)	(0,$\underline{15}$)
	Ned	($\underline{15}$,0)	**($\underline{5}$,$\underline{5}$)**

Oligopol

Begreber og definitioner

Oligopol: En markedsstruktur med et lille antal virksomheder, der er kollektivt isoleret fra konkurrence pga. adgangsbarrierer etc. til et marked. Virksomhederne under oligopol har noget market power, men ikke ligeså meget kontrol som under et monopol. Virksomhederne skal pris- og mængdesætte betinget på de andre virksomheders aktioner.

Duopol: Et oligopol-marked med to virksomheder.

Kartel: Når virksomhederne under oligopolistisk konkurrence danner en fælles gruppe, der træffer beslutninger. Markedssituationen bliver da som under monopol, da virksomhederne agerer under ét.

Bertrand konkurrence: En spilmodel, der beskriver priskonkurrence på et oligopol marked. Modellen forudsiger en prissætning af den givne vare imellem monopol og fuldkommen konkurrence. I en situation med to virksomheder, da er best response for begge virksomheder at angive $p_1 = p_2 = MC$, hvilket giver Nash-ligevægten. Udfaldet er ens, uagtet om der er tale om et simultant eller sekventielt spil. Under Bertrand konkurrence er den samlede markedsproduktion strengt større end under Cournot. I Betrand modellen er ligevægten efficient og tilsvarende den for fuldkommen konkurrence.

Cournot konkurrence: En spilmodel, der beskriver mængdekonkurrence på et oligopol marked. Nash-ligevægten i en Cournot model med to fuldstændigt homogene spillere er givet ved $x_1 = x_2$. Under Cournot konkurrence er den samlede markedsproduktion strengt større end under monopol. I En Cournot-model er som udgangspunkt i ligevægt inefficient. I en Cournot ligevægt, da er $N = 1$ tilsvarende monopol og $N \to \infty$ tilsvarende fuldkommen konkurrence.

Matematikken bag oligopol

Betrand konkurrence: Under priskonkurrence, da kan resultatet, $p_1 = p_2 = MC$ argumenteres frem til. Det er ikke pensum at regne på.

Cournot konkurrence: Med flere virksomheder er den enkelte virksomheds profitmaksimeringsproblem givet ved, hvor $p = p_d(x) = D^{-1}(p)$:

$$\max_{x_i} \pi_i = p(x_i, \overline{x}_{-1}) - c(x_i) = p(\overline{x}_1 + \overline{x}_2 + ... + \overline{x}_{i-1} + x_i + \overline{x}_{i+1} + ... + \overline{x}_N)x_i - c(x_i)$$
$$F.O.C. \Rightarrow \frac{dp(x_i, \overline{x}_{-1})}{dx} x_i + p(x_i, \overline{x}_{-1}) - \frac{dc(x_i)}{dx_i} = 0 \Leftrightarrow$$
$$MR_i = \frac{dp(x_i, \overline{x}_{-1})}{dx} x_i + p(x_i, \overline{x}_{-1}) = p(1 + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x_i}{p}) = \frac{dc(x_i)}{dx_i} = MC_i$$

Hvis det antages, at alle virksomhederne er identiske, så er $Nx_i = x$ og $MC_i = MC$, hvilket medfører følgende:

$$MR_i = p(1 + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x_i}{p} \cdot \frac{N}{N}) = p(1 + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x}{pN}) = p(1 + \frac{1}{N\varepsilon_d}) = MC$$

Offentlige (kollektive) goder

Begreber og definitioner

Rivaliserende gode: Når en persons brug af en vare hæmmer/hindrer andre i at få nytte af det. Ikke-rivaliserende beskriver det modsatte, og har (ofte positive) eksternaliteter forbundet med sig.
Ekskluderbart gode: Når en person kan udelukkes for at forbruge en vare. Ikke-ekskluderbarhed beskriver det modsatte. Nedenstående tabel viser de forskellige typer af varer.

	Rivaliserende (private)	**Ikke-rivaliserende (offentlige)**
Ekskluderbare	Private goder (En cola)	Klub goder (En stor swimmingpool)
Ikke-ekskluderbare	Fælles goder (En hovedvej)	Offentlige goder (Forsvar)

Offentlige goder: Ikke-rivaliserende og ikke-ekskluderbare. Disse er tit underproducerede i det private marked, bl.a. pga. free-rider problemet. For alle typer af præferencer gælder det, at det efficiente produktionsniveau findes ved at sætte summen af alle marginale betalingsvilligheder lig de marginale omkostninger ved produktion af godet. Under antagelse om quasilineære præferencer, så findes den samlede efterspørgsel efter et offentligt gode ved at summe efterspørgselsfunktionerne lodret.
Free-rider problemet: Da producenter/forbrugerne af et offentligt gode ikke har incitament til at tage højde for den positive eksternalitet forbundet med godet, så bliver godet ofte underproduceret/-forbrugt. Dette er defineret som free-rider problemet, og ses fx også i "Tragedy of the commons"-teoremet.
Offentlig produktion af et offentligt gode: Kan være løsningen til underproduktionsproblemet, men man risikerer crowding out. Dertil skal produktionen finansieres igennem skatter eller afgifter, og man risikerer dermed at forvride et andet marked.

Lindahl ligevægt (prisdiskrimination): Her adspørges hver (potentiel) forbruger af det offentlige gode, hvor meget vedkommende værdisætter en godet. Derefter betaler vedkommende så præcis det beløb. Man har stort incitament til at lyve for at sænke ens egen betaling, men stadig håbe på, at godet bliver provideret (free-rider problemet i aktion). Her droppes ikke-ekskluderbarhedsantagelsen.
Vickrey-Groves-Clarke (VCG) mekanismen: Introducerer en betaling udover den for alle, der bruger godet, som giver incitament til ikke at lyve om sin reelle betalingsvillighed, nemlig Clarke-skatten.
Clarke-skat: En skat som en markedsdeltager skal betale i en VCG-mekanisme, hvis markedsdeltageren er en pivotal agent (markedsdeltagerens nettonytte skifter beslutningen om provision af et givet gode).

Matematikken bag offentlige goder

Det skal pointeres, at matematikken bag VCG-mekanismen i slides, som nedenstående er taget fra, varierer noget fra Nechyba. Det er ligeledes i Nechyba, at man finder det kontinuerte tilfælde for VCG-mekanismen.
Underproduktion af et offentligt gode på et privat marked: Forekommer, da agenterne på et marked optimerer individuelt og separat uden hensynstagen til eksternaliteten forbundet med det offentlige gode. Privat optimering tilsiger:

$$MB_i = MC \Leftrightarrow x = x_i$$
$$\sum_{i=1}^{N} x_i = x^{eq}$$

Siden $\sum_{i=1}^{N} MB_i > MB_i = MC$, så må det derfor gælde, at $x^{eq} < x^*$, da x^* findes, når $\sum_{i=1}^{N} MB_i = MC$, hvor N er lig antallet af agenter, der er påvirket af eksternaliteten forbundet med det offentlige gode.
Lindahl-ligevægten: Kan opskrives som følger:

$$\max_{x_i, g_i} u_i(x_i, g_i),\ s.t.\ e_i = x_i + t_i \cdot g_i$$
$$\Rightarrow |MRS_i| = t_i$$
$$\sum_{i=1}^{N} |MRS_i| = MC = c$$

I en Edgeworth-økonomi, da optimerer hver forbruger mht. til den andens valg af forbrug jf. ovenstående generelle tilfælde.
VCG-mekanismen: Først introduceres lidt notation. N er den samlede sande nettonytte, N_{-i} er den samlede sande nettonytte uden i, imens S_{-i} er den samlede rapporterede nettonytte uden i. Det pointeres,

at vi kræver quasilineære præferencer for at eliminere indkomsteffekter:

$$N = \sum_i n_i$$
$$N_{-i} = \sum_{j \neq i} n_j = N - n_i$$
$$S_{-i} = \sum_{j \neq i} s_j = S - s_i$$

En agent betegnes som pivotal, hvis agentens signal ændrer den endelige beslutning om produktion af godet. Det påpeges, at vi befinder os i en binær situation, hvor godet enten produceres eller ej.

$$sign(S) \neq sign(S_{-i}),\ sign(S) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

Skatten, der pålægges en pivotal agent er givet ved $t = |S_{-i}|$. Under VCG-mekanismen er $s_i = n_i$ for alle i, da $n_i = s_i$ er best response for alle agenter. Samlet kan VCG-mekanismen for et binært offentligt gode med en antagelse om quasilineære præferencer opskrives som følger:

$$G(s_1, s_2, ..., s_n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq S \\ 0 & S < 0 \end{cases}$$
$$T_i(s_1, s_2, ..., s_n) = \begin{cases} c_i & 0 \leq S \text{ og } sign(S) = sign(S_{-i}) \\ c_i + |S_{-i}| & 0 \leq S \text{ og } sign(S) \neq sign(S_{-i}) \\ 0 & S < 0 \text{ og } sign(S) = sign(S_{-i}) \\ |S_{-i}| & S < 0 \text{ og } sign(S) \neq sign(S_{-i}) \end{cases}$$

Samfundsnytte og -præferencer

Begreber og definitioner

Rationelle præferencer: Rationelle præferencer er *totale* (alle par kan sammenlignes) og *transitive* (hvis $y \leq x$ og og $z \leq y$, så er $z \leq x$).

Samfundspræferencer: Dækker over en aggregeret samfundspræference over et bestemt marked/udfald. Der findes mange forskellige måder at modellerer samfundspræferencer på, fx demokrati og diktatur.

Social choice funktion: Metoden, hvorledes aggregering af individuelle præferencer op til en bestemt samfundspræference foregår. Kan tolkes som den regel/det system, der afgører, hvordan vi træffer beslutninger (fx demokrati). Input er dermed alle individuelle præferencer i samfundet, imens output er en enkelt samfundspræference.

Median-vælger teoremet: I ligevægt vil kandidater søge at tilfredsstille median-vælgeren, da denne approksimativt er repræsentativ for den størst mulige del af befolkningen. Dette gælder kun, hvis problemet er en-dimensionelt, og vælgernes præferencer er single-peaked. Medianvælgerens idealpunkt er samfundsoptimalt under disse antagelser, og vil vinde enhver parvis afstemning.

Single-peaked præferencer: Alle vælgerne har et enkelt lokalt maximum, og foretrækker udfald mindre og mindre, jo længere væk fra dette maximum man befinder sig. Non-single-peaked er en præference med flere lokale maksima, hvilket både kan være i én eller flere dimensioner.

En-dimensionelt problemt: Hvis der i en beslutningsprocess kun skal tages hensyn til en enkelt problemstilling, fx hvor mange penge vi skal bruge på uddannelse. Fler-dimensionelle problemstillinger opstår, når vi skal tage højde for mere end et problem ad gangen.

Condorcet vinder: En valgmulighed, der eliminerer alle andre valgmuligheder ved parvis afstemning.

Condorcet cyklus: Når ingen valgmulighed i et sæt uden endelig eliminering er en Condorcet vinder. En Condorcet cyklus er dermed uendelig. Problemet skyldes, at den underliggende samfundspræference ikke er transitiv.

Agenda setting: Den agent, der kontrollerer de strukturelle forhold forbundet med konstruktionen af samfundspræferencerne/social choice funktion. Fx den, der styrer rækkefølgen af en parvis afstemning med endelig eliminering, eller de politikere, der bestemmer størrelsen og formen på valgkredse. Agendasætteren har ofte stor indflydelse på udfaldet af et givent problem, og kan manipulere resultatet. I multidimensionelle politikforslag er problemet endnu mere udtalt.

Utilitarisme: Konsekventielle og etiske teorier, der maksimerer samlet befolkningsnytte. Altså, er det en vurdering af den samlede samfundsnytte.

Utility possibility frontier (UPF): Kombinationerne af nytte i en Edgeworthboks, hvor A stilles så godt som muligt, givet B's nytte. Det er lig mængden af efficiente tilstande, netop kontraktkurven.

Samfundsnyttefunktion (social welfare function, SWF): En definition af samfundets aggregerede nytte som funktion af de enkelte borgeres nytte, $U(u_1, u_2, ..., u_i) \to \mathbb{R}$. Jo mere konveks en SWF, jo mere et ulige samfund vil vi foretrække. Forskellige SWF'er er dermed med til at afspejle forskellige holdninger til ulighed. Det er et krav, at optimum er Pareto-efficient. Problemet med SWF'er er, at de betragter nytte som et kardinalt koncept, altså sammenlignes nytte på tværs af individer. Tidligere har vi blot antaget nytte ordinalt, hvor sammenligninger kun er gældende for forskellige udfald for det enkelte individ.

Rawls' Veil of Ignorance: Man skal træffe beslutninger bag et "veil of ignorance" (man ved, hvordan samfundet ser ud, men man kender ikke sit eget udgangspunkt i samfundet), og man skal maksimere forventningen af nytte. Der er altså tale om nyttemaksimering under usikkerhed. Modellen kan udbygges med risikoaversion ved at tage en konkav funktion til nytteudfaldende, så der ligges større vægt på små nytteværdier.

Matematikken bag samfundsnytte og -præferencer

Social choice funktion: Denne har mange funktionelle former, men skal blot principielt opfylde følgende. R betegner de samlede præferencer i økonomien, f beskriver social choice funktion, N beskriver antallet af agenter i økonomien, imens $\mathcal{P}_A$ beskriver en agents præferencer:

$$R = (\succeq_1, \succeq_2, ..., \succeq_N) \in \mathcal{P}_A$$
$$f : \mathcal{P}_A^N \to \mathcal{P}_A,\ f : \{\succeq\}^N \to \{\succeq\}$$
$$\succeq^* = f(R) = f(\succeq_1, \succeq_2, ..., \succeq_N)$$

UPF: Kan vises som en maksimeringsproblem som følger:

$$u_A^*\left(u_B^*\right) = \max_{\left(x_1^A x_2^A x_1^B x_2^B\right) \in A} u_A\left(x_1^A, x_2^A\right)$$
$$\text{s.t.}$$
$$u_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = u_B^*$$
$$\left(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B\right) \in X$$

Løsningen til problemet er givet ved $u_A^*(u_B^*)$.
SWF: Er givet ved følgende, og kan have mange forskellige funktionelle former:

$$U : U(u_A, u_B, ..., u_N) \to R$$
$$\max_X U(u_A, u_B, ..., u_N),\ s.t.(x_1^A, x_2^A, ..., x_i^A, x_1^B, x_2^B, ..., x_i^B, ..., x_i^N) \in X$$

Arrows umulighedsteorem

Der henvises til Nechyba for beviset for hver af aksiomerne i Arrows umulighedsteorem. Først specificeres en række af aksiomer, som enhver social choice function bør overholde.
1. Universelt domæne: Social choice funktionen, f, må ikke restriktere individets præferencer, og skal derfor være defineret over hele mængden af rationelle præferencer i sættet.
2. Pareto-kriteriet: Hvis alle individer i et samfund foretrækker x fremfor y, så skal social choice functionen også overholde dette.
3. Ingen diktator: Social choice funktionen må ikke tillade en agent altid at bestemme.
4. Rationalitetsaksiomet: Samfundspræferencerne skal være rationelle, altså totale og transitive.
5. Uafhængighed af irrelevante alternativer: Den relative vurdering af to muligheder i samfundspræferencerne, må ikke ændres, hvis de er uændret relativt til hinanden i de individuelle præferencer, når der foretages en omrokering af alternative muligheder. Ændringen af omkringliggende betingelser, hvor x og y fastholdes, må altså ikke have indflydelse på præferencerne over x og y.

Teoremet: Arrows umulighedsteorem tilsiger, at hvis $2 \leq N$ og A indeholder mindst 3 muligheder, så findes der ingen social choice funktion, der overholder alle fem aksiomer. Teoremet understreger, hvor svært det er at aggregere individuelle præferencer op til samfundsplan.