Physik

Mechanik bis zur 10. Klasse

Norbert Meier 2020

Mechanische Grundgrößen und Einheiten

Im Alltag benutzen wir die Begriffe wie z.B. die Länge, die Breite, die Höhe, die Dicke, den Abstand, die Entfernung und die Wegstrecke.

Diese Begriffe verwendet man in der Physik mit unterschiedlichen Formelnamen und Dimensionen.

[Länge l] = 1m = 10 dm = 100 cm

[Höhe h] = 1m = 10 dm = 100 cm

[Abstand d] = 1m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm

[Weg s] = 1 km = 1000 m

Volumen eines Raumes V vom Würfel und vom Quader

Der Raum hat drei Dimensionen: Das Produkt mit der Länge, der Breite und der Höhe ergibt durch Rechnung das Volumen von einfachen Körpern wie bei einem Würfel und einem Quader:

$V_{Würfel} = a \cdot a \cdot a = a^3$

$V_{Quader} = l \cdot b \cdot h$

Für die Umrechnung der Einheiten gilt

$[V] = 1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3$

Volumen von einigen bekannten Körpern

Volumen einer quadratischen Säule mit der Höhe h: $V = a^2 \cdot h$

Volumen einer quadratischen Pyramide mit der Höhe h: $V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$

Volumen eines Zylinders (Radius r) mit der Höhe h: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volumen eines Zylinders (Durchmesser d) mit der Höhe h: $V = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h$

Volumen einer Kugel mit dem Radius r : $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$

Volumen einer Kugel mit dem Durchmesser d : $V = \frac{1}{6} \pi \cdot d^3$

Volumen eines Kegels (Radius r) mit der Höhe h : $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volumen eines Kegels (Durchmesser d) mit der Höhe h : $V = \frac{1}{12} \pi \cdot d^2$

Die Masse eines Körpers

Zur Bestimmung der Größe eines Körpers wird die Masse m benötigt. Sie ist eine Stoffeigenschaft, die angibt, wie schwer ein Körper ist. Eine Waage zeigt diese Größe mit der Einheit Kilogramm oder Gramm an.

[m] = 1 kg = 1000 g

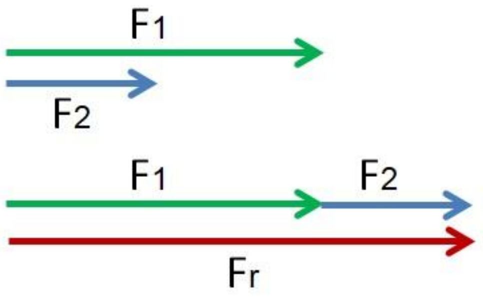
Die Waage misst eigentlich die Kraft, mit welcher Kraft der Körper zum Erdmittelpunkt gezogen wird. Diese Kraft ist die Gewichtskraft F_G und ist neben der Masse auch abhängig vom Ort, an dem gemessen wird. Der Ortsfaktor g geht in die Formel für F_G ein:

$F_G = m \cdot g$ wobei g = 9,81 N/kg = m/s^2

$[F_G]$ = 1 N (Newton) = 1 kgm/s^2

Kräfte in gleicher Richtung berechnen

Wenn mehrere Kräfte in die gleiche Richtung wirken, werden die Kräfte addiert.

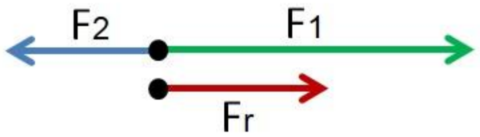


Die resultierende Kraft F_r berechnet sich aus der Summe der Einzelkräfte:

$$F_r = F_1 + F_2$$

Kräfte in entgegengesetzter Richtung berechnen

Wenn mehrere Kräfte in entgegengesetzter Richtung wirken, werden die Kräfte subtrahiert:



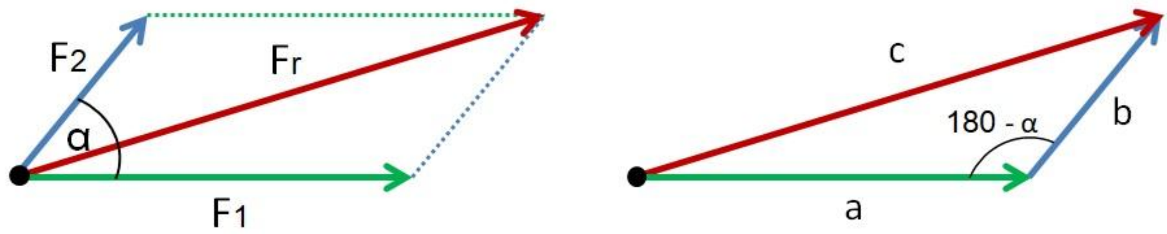
Die resultierende Kraft F_r berechnet sich aus der Differenz der Kräfte:

$$F_r = F_1 - F_2$$

Die resultierende Kraft Fr kann auch negativ werden, wenn die ent-gegengerichtete Kraft F_2 größer ist als F_1 .

Zwei Kräfte unter einem Winkel berechnen

Die Berechnung von Kräften F_1 und F_2 , die in einem Winkel α zueinander stehen, ist wesentlich komplizierter.



Geometrisch kann man die resultierende Kraft aus dem Kräfteparallelogramm beider Kräfte ermitteln.

Eine mathematische Lösung erfolgt unter Verwendung des Kosinussatzes, siehe rechtes Bild. Es ist dort

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(180° - \alpha)$

Wegen $\cos(\alpha) = -\cos(180° - \alpha)$ wird $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos(\alpha)$.

Für die resultierende Kraft gilt dann:

$$F_r = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2 + 2 \cdot F_1 F_2 \cdot \cos(\alpha)}$$

Die Dichte eines Körpers

Die Dichte ρ (Rho) eines Körpers gibt an, wie dicht ein Körper ist, also wie viel Masse m eines Stoffes in einem bestimmten Volumen V ist.

ρ = m/V

[ρ] = 1 g/cm^3 = 1000 kg/m^3

Bezeichnung	Dichte
Gold	19,3 g/cm^3
Blei	11,4 g/cm^3
Stahl	7,8 g/cm^3
Kupfer	8,9 g/cm^3
Aluminium	2,7 g/cm^3
Wasser	1,00 g/cm^3
Luft	1,29 kg/m^3

Die Zeit

Die Zeit t ist eine Basisgröße, die uns im alltäglichen Leben sehr häufig begegnet. Zeitangaben sind z.B. das Jahr, der Monat, die Woche, der Tag, die Stunde, die Minute und die Sekunde. Die Beziehungen untereinander sind:

1 Jahr = 12 Monate

1 Woche = 7 Tage

1 Tag = 24 Stunden

1 Stunde = 60 Minuten

1 Minute = 60 Sekunden

Die gleichförmige Geschwindigkeit

Die meisten Bewegungsabläufe beginnen mit einer kurzen Beschleunigungsphase und gehen dann in eine gleichförmigen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit über. Die gleichförmige Geschwindigkeit v ist definiert als die zurückgelegte Wegstrecke s dividiert durch die dafür benötigte Zeit t.

$$\boldsymbol{v = \frac{s}{t}}$$

[v] = 1 km/h = 1000m / 60 min

[v] = 1 m/s

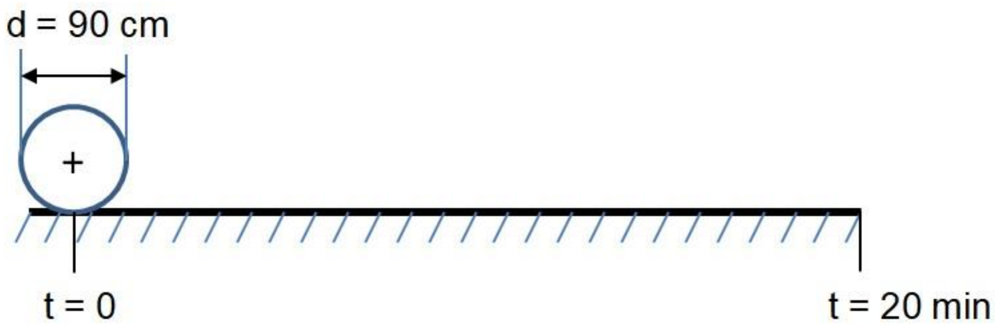
Aufgabe 1:

Ein Radfahrer fährt auf einer ebenen Strecke mit einer Geschwindigkeit von v = 20 km/h . Welche Strecke hat der Radfahrer nach 15 Minuten zurückgelegt ?

s = v · t = 20· 1000m/60min · 15 min = 1333 m ≈ 1,3 km

Aufgabe 2:

Ein Radfahrer fährt auf einer ebenen Strecke mit einer Geschwindigkeit von $v = 15\ km/h$. Sein Vorderrad hat einen Durchmesser von 90 cm. Wie viele Umdrehungen erfolgen, nach einer Zeitdauer von 20 min ?

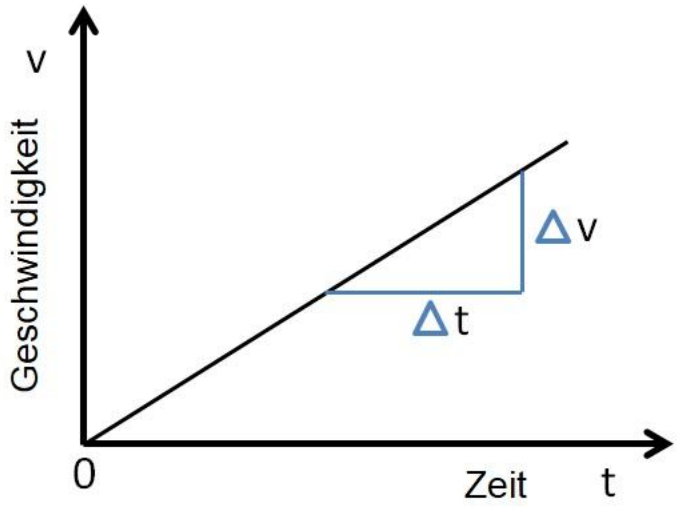


Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ändert sich die Geschwindigkeit gleichmäßig. Die **Beschleunigung a** ist die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeiteinheit und ist konstant.

$$\boldsymbol{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

In einem v-t-Diagramm ist bei einer Geraden die Steigung konstant. Aus dem Steigdreieck im folgenden Bild lässt sich die Beschleunigung a mit obiger Formel berechnen.



Ist die Beschleunigung über die gesamte Strecke konstant und startet der Körper aus der Ruhe, so lässt sich diese einfach berechnen mit

$$\boldsymbol{a = \frac{v}{t}}$$

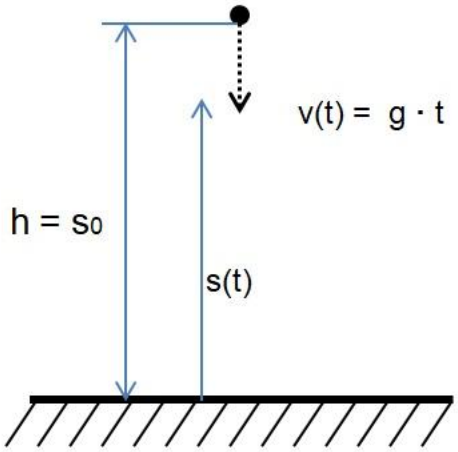
Aufgelöst nach der Geschwindigkeit wird:

$$\boldsymbol{v = a \cdot t}$$

Dieser Zusammenhang wird als Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung bezeichnet.

Freier Fall

Ein Objekt, z.B. eine Kugel , befindet sich in einer Höhe h = s_0 mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$. Wird die Kugel losgelassen, startet sie infolge der Erdbeschleunigung mit g = 9,82 m/s^2. Der Luftwiderstand wird dabei vernachlässigt.



Die Wegstrecke s(t) kann berechnet werden mit der Formel:

$$s(t) = s_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Beim Aufprall auf den Boden wird s(t) = 0 , daraus lässt sich die Falldauer berechnen.

$0 = s_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{max}}^2$ oder $\frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{max}}^2 = s_0$

Aufgelöst nach der Falldauer folgt:

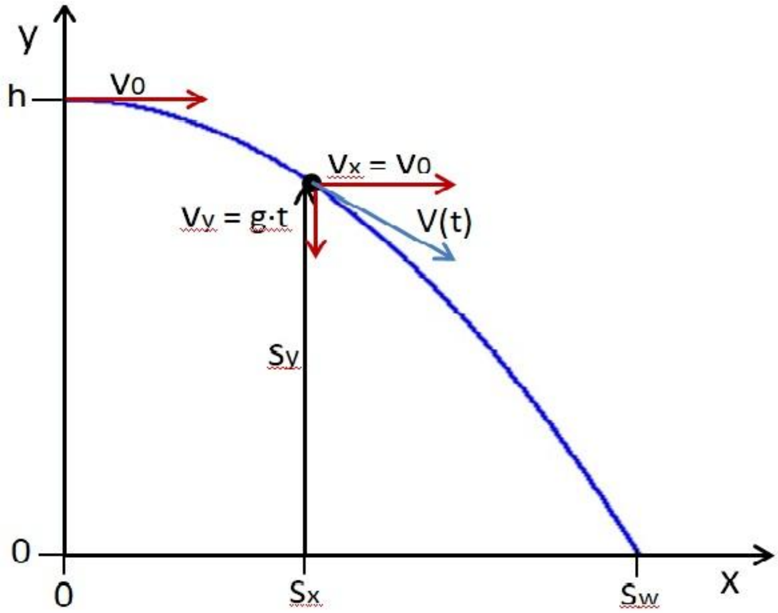
$$t_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot s_0}{g}}$$

Aufgabe:

Ein Brunnen hat eine Tiefe von h = 30 m . Der Brunnenrand hat eine Höhe von 1 m . Wie lange dauert es, bis ein Stein vom Brunnenrand im freien Fall am Grund des Schachtes ankommt ?

Waagerechter Wurf

Von einer Kante mit der Höhe h wird ein Gegenstand, z.B. eine Kugel, waagerecht mit einer Geschwindigkeit v_0 losgeworfen. Die Formel für Wurfweite s_w ist zu ermitteln.



Für den kürzer werdenden Weg lautet das Zeit-Orts-Gesetz:

G1: $s_y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$

Für den Weg in x-Richtung ist $s_x(t) = v_0 \cdot t$. Damit wird

G2: $s_y(t) = h - \frac{1}{2} g \cdot \frac{{s_x}^2}{{v_0}^2}$

Die Strecke s_y wird immer kürzer bis $s_y = 0$ ist. Die Gleichung G1 liefert die Bestimmungsgleichung für die maximale Zeitdauer der parabelförmigen Flugdauer:

G3: $\boldsymbol{0 = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{max}}^2}$

Die Lösung lautet: $\boldsymbol{t_{max} = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$

Schräger Wurf

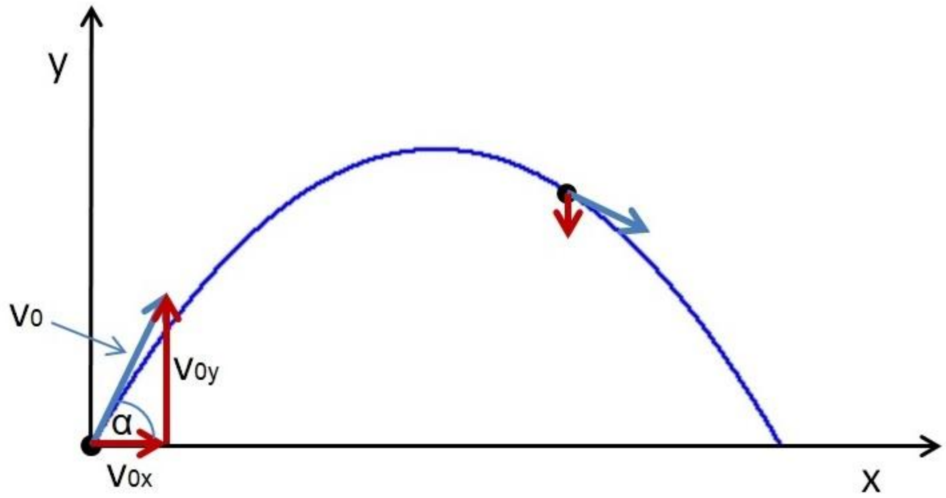
Der schräge Wurf beginnt mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 unter dem Winkel α .

Die zurückgelegte Wegstrecke in y-Richtung erhält man aus der Bewegungsgleichung:

$$s_y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Die maximale Steighöhe s_{ymax} wird erreicht, wenn die vertikale Geschwindigkeit $v_{0y}(t)$ gerade Null wird.

$v_{0y}(t) = 0 = v_{0y} - g \cdot t_{y,max}$. Daraus folgt $t_{y,max} = v_{0y} / g$.



Nach dem Einsetzen von $t_{y,max}$ in die obige Bewegungsgleichung folgt für die maximale Steighöhe $s_{y,max}$:

$$\boldsymbol{s_{y,max}} = v_{0y} \cdot \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 = \frac{{v_{0y}}^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{{v_{0y}}^2}{g^2} = \boldsymbol{\frac{{v_{0y}}^2}{2 \cdot g}}$$

Die Wurfbahn hat einen parabelförmigen Verlauf und ist symmetrisch. In der doppelten Zeit $t_{y,max}$ erfolgt der Aufprall nach der Wegstrecke $s_{x,max}$.

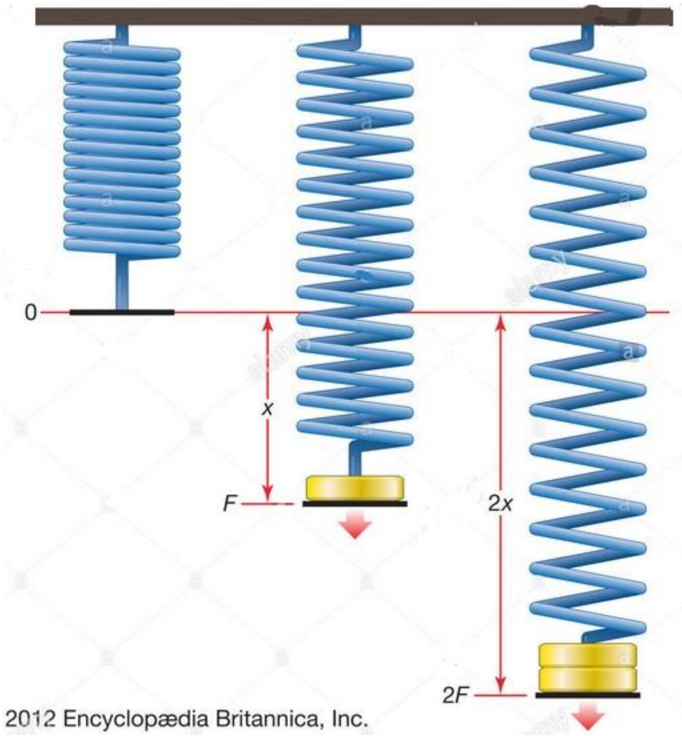
$s_{x,max} = v_{0x} \cdot (2 \cdot t_{y,max})$

$$\boldsymbol{s_{x,max}} = v_0 \cdot cos\alpha \cdot 2 \cdot \boldsymbol{\frac{v_0 \cdot sin\alpha}{g}} = \boldsymbol{\frac{{v_0}^2 \cdot 2 \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha}{g}} = \boldsymbol{\frac{{v_0}^2 \cdot 2 \cdot sin(2 \cdot \alpha)}{g}}$$

Dabei erfolgte die Anwendung des Additionstheorems für Sinus-Funktionen.

Das Hookesche Gesetz

Wird an eine Zugfeder ein kleines Gewicht gehängt, so verlängert sich die Zugfeder um eine Wegstrecke x . Verdoppelt man das Gewicht, so wird die Zugfeder um die doppelte Wegstrecke 2x ausgelenkt.



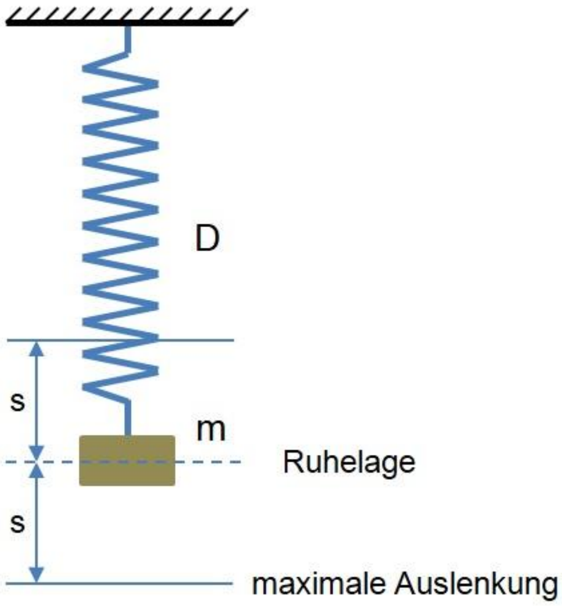
Das Hookesche Gesetz besagt, dass die Dehnung x proportional von der wirkenden Kraft F abhängt. Für die Zugfeder gilt näherungsweise

$$\mathbf{F = D \cdot x}$$

Die Federkonstante D (wird auch mit Federhärte bezeichnet) dient als Proportionalitätsfaktor und beschreibt die Steifigkeit der Schraubenfeder.

Das Federpendel

Ein Federpendel oder Federschwinger ist ein harmonischer Oszillator, der aus einer Schraubenfeder und einen daran befestigten Massekörper besteht. Durch die Gewichtskraft des Körpers dehnt sich die Feder solange aus, bis sich die Gewichtskraft des Körpers und die elastische Kraft der Feder einander aufheben.



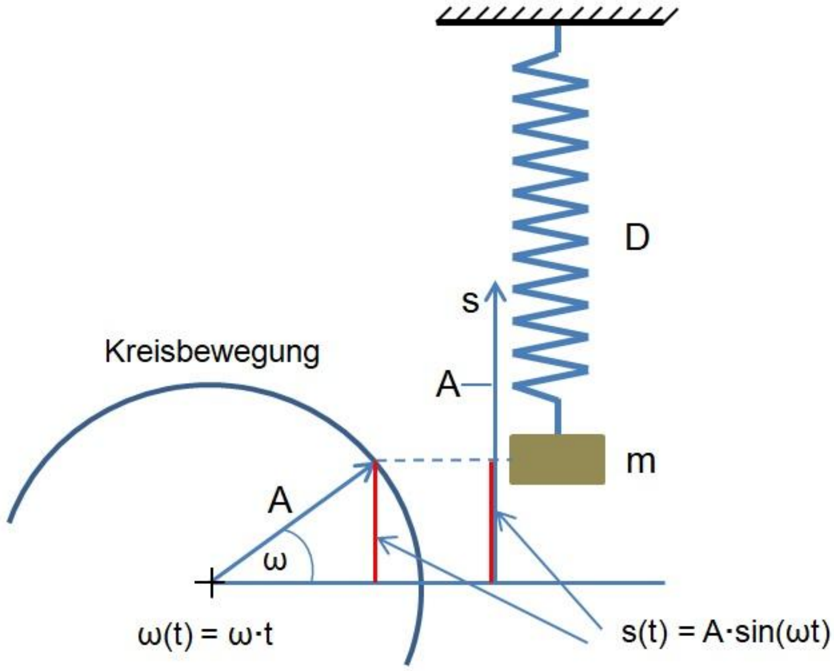
Zieht man den Körper, in vertikaler Richtung aus der Ruhelage, nach unten und lässt ihn los, so führt er eine periodische Bewegung um die Ruhelage aus. Versuche zeigen den Zusammenhang zwischen Auslenkung s und der Rückstellkraft F_r:

$$\mathbf{F_r = -D \cdot s}$$

Das Minuszeichen bewirkt, dass die Rückstellkraft F_r und die Auslenkung s des Federpendels entgegengesetzt gerichtet sind.

Herleitung der Schwingungsdauer am Federpendel

Es wird zunächst ein Zusammenhang zwischen der Pendelbewegung der Schraubenfeder und einer angepassten Kreisbewegung hergestellt.



Aus der Abbildung geht hervor, dass für die zeitliche Auslenkung s(t) gilt:

$$s(t) = A \cdot \sin(\omega t)$$

und für die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega(t) = \omega \cdot t \;.$$

Die Winkelgeschwindigkeit oder auch die Kreisfrequenz ist definiert durch

GL1 $$\omega = 2\pi / T$$

Für die Rückstellkraft F_r gilt:

GL2 $$F_r = m \cdot a(t) = -D \cdot s(t) \;.$$

Die Berechnung der Beschleunigung a(t) erhält man aus der 2. Ableitung der Weg-Zeit-Funktion:

1. Ableitung $v(t) = \dot{s}(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ ist die Geschwindigkeit
2. Ableitung $a(t) = \ddot{s}(t) = -A \cdot \omega^2 \sin(\omega t)$ ist die Beschleunigung

Das Bilden von Ableitungen wird Thema im Fach Mathematik der 11. Klasse sein.

Werden a(t) und s(t) in GL2 eingesetzt, so folgt:

$$-m \cdot A \cdot \omega^2 \sin(\omega t) = -D \cdot A \cdot \sin(\omega t)$$

$$m \cdot \omega^2 = D \quad \text{oder} \quad \boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{m}}}$$

Mit GL1 wird $\frac{\boldsymbol{2\pi}}{\boldsymbol{T}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{m}}}$

und daraus erhält man die Schwingungsdauer T für das Federpendel

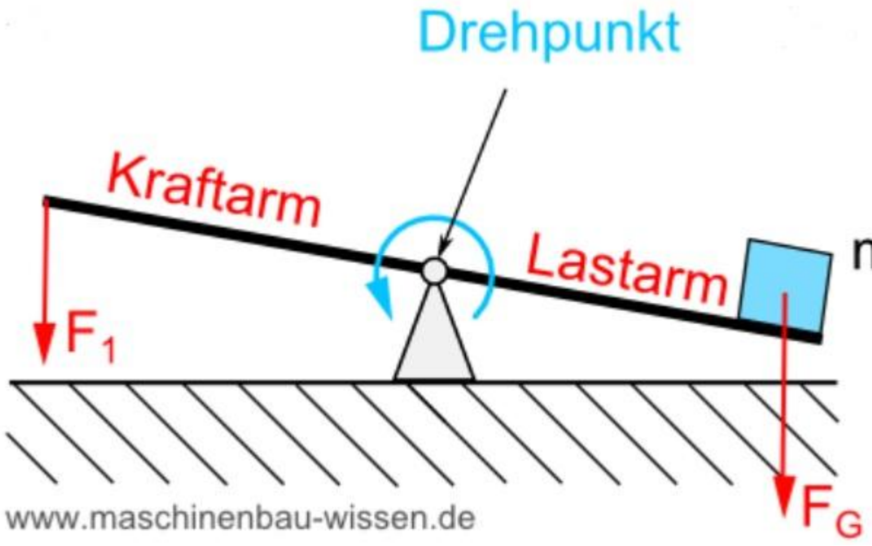
$$\mathbf{T = 2\pi} \sqrt{\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{D}}}$$

Die Schwingungsdauer oder die Periodendauer T ist die Zeit für einen vollen Hin- und Hergang. Sie ist die Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden gleichen Schwingungszuständen.

Die Schwingungsdauer am Federpendel ist unabhängig von der Größe der Auslenkung.

Das Hebelgesetz

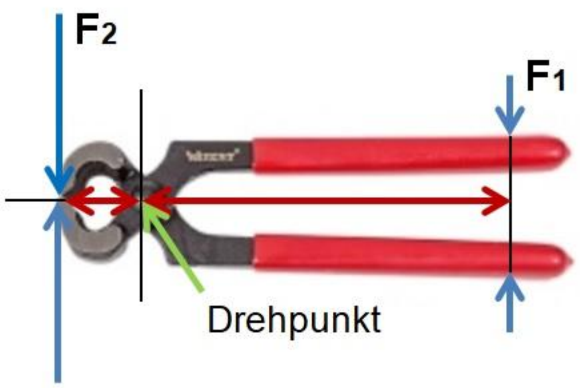
Das Hebelgesetz wurde erstmals von Archimedes formuliert. Das Hebelgesetz besagt, dass die Kraftwirkung am Drehpunkt umso größer ausfällt, je länger der Hebel ist.



Das Hebelgesetz für die obige Zeichnung lautet:

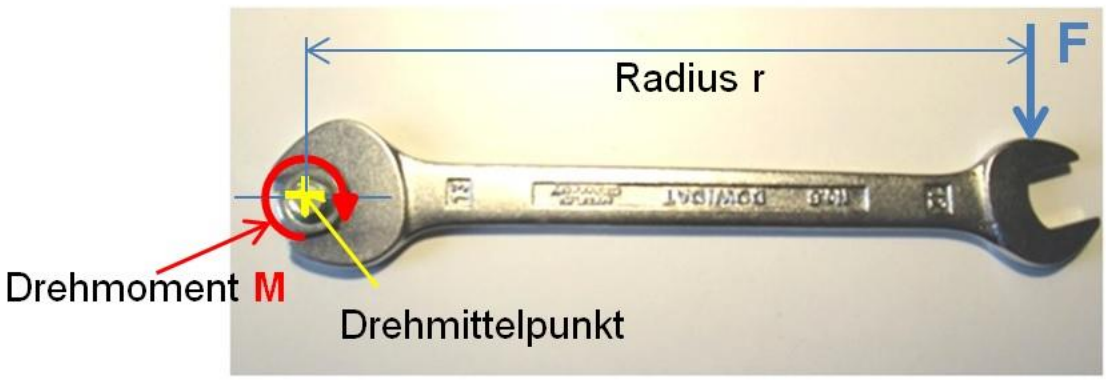
Kraft F1 × Kraftarm = Gewichtskraft F_G × Lastarm

Kräfte und Hebelarme bei einer Kneifzange:



Das Drehmoment

Das Drehmoment M beschreibt die Drehwirkung einer Kraft F auf einen Körper. Es ist eine physikalische Größe in der klassischen Mechanik und spielt für Drehbewegungen die gleiche Rolle wie die Kraft für geradlinige Bewegungen.



Wirkt eine Kraft F rechtwinklig auf einen Hebelarm, so ergibt sich der Betrag M des Drehmoments, indem man den Betrag F der Kraft mit dem Radius r des Hebelarms multipliziert.

$$M = r \cdot F$$

Ein Flaschenzug mit festen und losen Rollen

Ein Flaschenzug ist eine Maschine, die aus Rollen und Seilen besteht. In der Praxis wird ein Flaschenzug verwendet, um schwere Lasten zu heben. Am Flaschenzug gilt die Goldene Regel der Mechanik: Was man an Kraft spart, muss man an Weg zusetzen.

Die Gewichtskraft F_G der Last verteilt sich auf die Anzahl n der tragenden Seile, wie im Bild dargestellt. Damit beträgt die Zugkraft F_z ein Viertel der Gewichtskraft F_G.

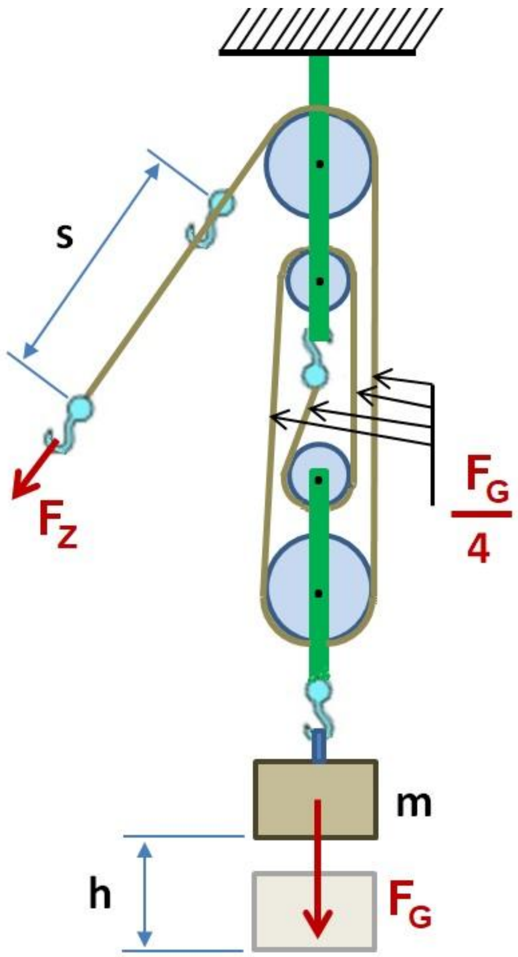
$$F_z = \frac{F_G}{4}$$

Die allgemeine Formel für die Zugkraft lautet:

$$F_z = \frac{F_G}{n} = \frac{m \cdot g}{n}$$

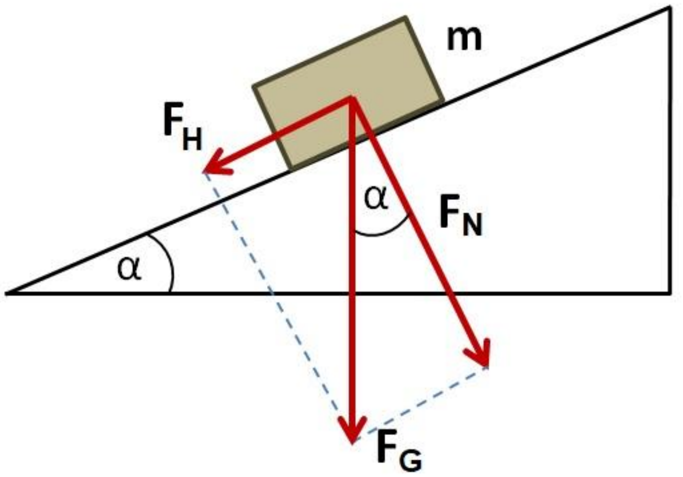
Am Zugseil beträgt die zurückgelegte Wegstrecke s um das Gewicht um die Höhe h zu heben:

$$s = 4 \cdot h$$



Die Schiefe Ebene

Es sollen die auftretenden Kräfte an einem Körper mit der Masse m auf der schiefen Ebene berechnet werden. Der Steigungswinkel der schiefen Ebene ist der Winkel α .



Gewichtskraft:

Durch die Anziehungskraft der Erde wirkt die Gewichtskraft F_G nach unten:

$F_G = m \cdot g$

Hangabtriebskraft und Normalkraft:

Die Hangabtriebskraft ist die Kraft, die den Körper nach unten zieht.

$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$

Die Normalkraft (auch Anpresskraft genannt) ist die Kraft, die den Körper auf die schiefe Ebene drückt.

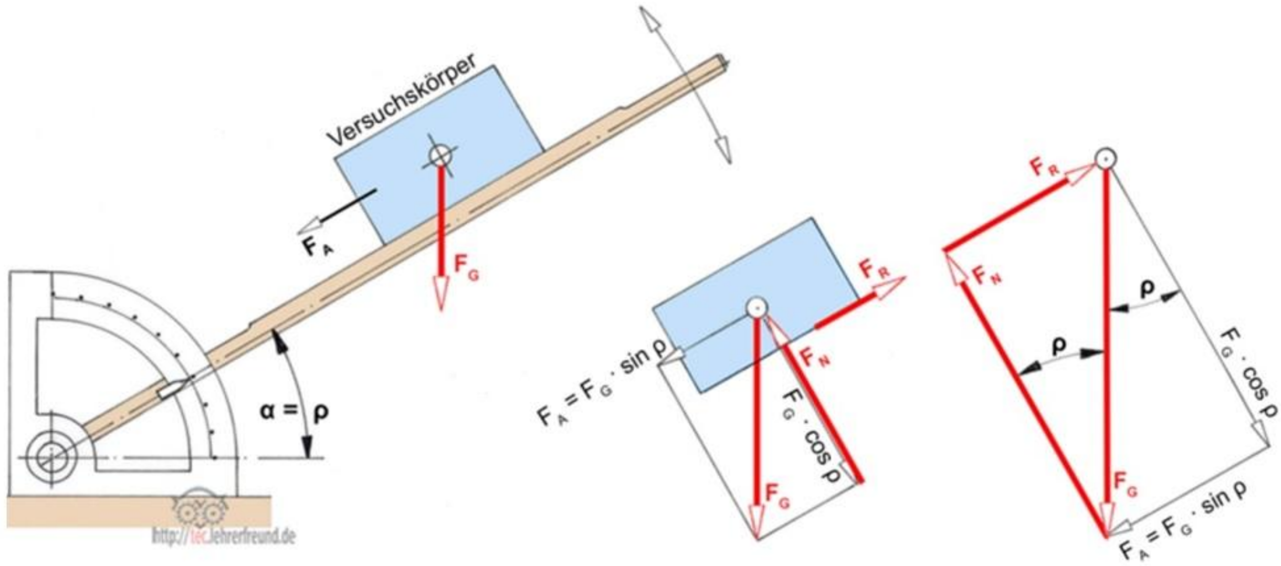
Reibung auf der Schiefen Ebene

Mit einer verstellbaren Schielen Ebene bestimmen wir die Reibzahl µ . Der Versuchskörper auf der schiefen Ebene bleibt bis zum Haftreibungs-winkel ρ_H in seiner Ruhelage und fängt an zu rutschen, wenn die Ab-triebskraft

$$F_A = F_G \cdot \boldsymbol{sin\rho}$$

Die Haftreibung F_R zu überwinden beginnt. Für diesen Fall ist

$$F_A = \mathbf{F_R}$$



Die Neigung der schiefen Ebene entspricht dann dem Reibungswinkel $\rho = \alpha$.

Auf der rechten Seite im obigen Bild zeigt der Kräfteplan:

tan $\rho = \frac{F_R}{F_N}$. Das Verhältnis F_R/F_N ist die Reibzahl µ .

Also ist: **tan $\boldsymbol{\rho = \mu}$.**

Das Fadenpendel

Die Schwingungsperioden eines Fadenpendels hängen nur von der Länge des Pendels ab, nicht jedoch von der Masse des Pendels.

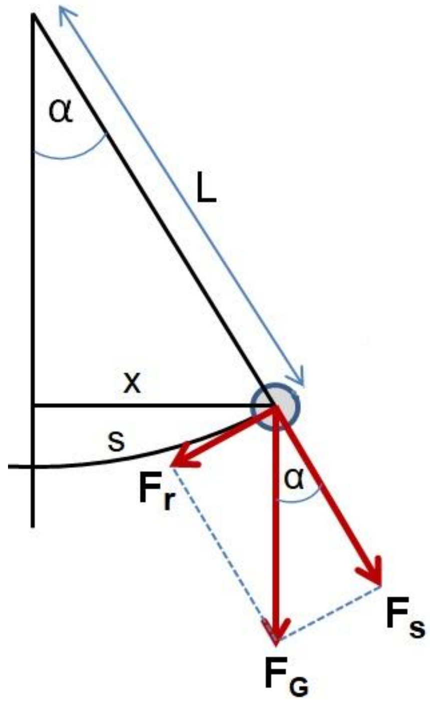
Um die Bewegungsgleichung eines Pendels aufstellen zu können, müssen wir die Kräfte bestimmen, die auf die Pendelmasse wirken.

Die Gewichtskraft F_G kann in die Rückstellkraft F_r und die Spannkraft F_S zerlegt werden. Die Gewichtskraft berechnet sich bekanntlich aus

$F_G = m \cdot g$.

Damit ist die Rückstellkraft

$F_r = \sin\alpha \cdot m \cdot g$



Für sinα folgt aus dem Bild $\boldsymbol{sin\alpha} = \frac{x}{L}$. Damit gilt für die Rückstellkraft

$F_r = -m \cdot \frac{g \cdot x}{L}$. Da für kleine Auslenkungen annähernd $s \approx x$ ist, wird

$$\boldsymbol{F_r = -m \cdot \frac{g \cdot s}{L} = F_r = -D \cdot s} \text{ mit } D = \frac{m \cdot g}{L}$$

D ist die Richtgröße beim Fadenpendel.

Für kleine Auslenkungen handelt es sich beim Pendel um eine harmonische Schwingung mit der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{L}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

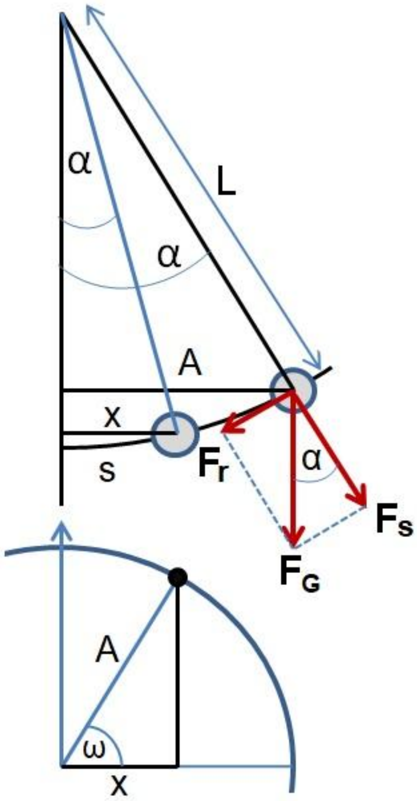
Ergebnis:

$$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{L/g}}$$

Die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels hängt nur von der Länge L des Fadens und der Fallbeschleunigung g ab.

Herleitung der Schwingungsdauer am Fadenpendel

Es wird zunächst ein Zusammenhang zwischen der Pendelbewegung und einer angepassten gleichförmigen Kreisbewegung hergestellt.



Aus der Abbildung geht hervor, dass für die zeitliche Auslenkung x(t) gilt:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t)$$

und für die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega(t) = \omega \cdot t \quad .$$

Die Winkelgeschwindigkeit oder auch die Kreisfrequenz ist definiert durch

GL1 $$\omega = 2\pi / T$$

Für die Rückstellkraft F_r gilt:

GL2 $$F_r = m \cdot a(t) = - m \cdot \left(\frac{g}{L}\right) x(t) \quad .$$

Die Berechnung der Beschleunigung a(t) erhält man aus der 2. Ableitung der Weg-Zeit-Funktion:

1. Ableitung $v(t) = \dot{x}(t) = - A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$ ist die Geschwindigkeit
2. Ableitung $a(t) = \ddot{x}(t) = - A \cdot \omega^2 \cos(\omega t)$ ist die Beschleunigung

Das Bilden von Ableitungen wird Thema im Fach Mathematik der 11. Klasse sein.

Werden a(t) und x(t) in GL2 eingesetzt, so folgt:

$$-m \cdot A \cdot \omega^2 \cos(\omega t) = -m \cdot \left(\frac{g}{L}\right) A \cdot \cos(\omega t)$$

$$\omega^2 = g/L \quad \text{oder} \quad \boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{L}}}$$

Mit GL1 wird $\frac{\boldsymbol{2\pi}}{\boldsymbol{T}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{L}}}$

und daraus erhält man die Schwingungsdauer T für das Fadenpendel

$$\mathbf{T = 2\pi} \sqrt{\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{D}}} \; .$$

Die Schwingungsdauer oder die Periodendauer T ist die Zeit für einen vollen Hin- und Hergang. Sie ist die Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden gleichen Schwingungszuständen.

Die Schwingungsdauer am Fadenpendel ist unabhängig von der Größe der Masse des schwingenden Körpers.

Übersicht der Dokumentationen

„Algebra bis zur 10. Klasse“

siehe www.normei-weinheim.de/Mathe/Algebra.pdf

„Geometrie bis zur 10. Klasse“

siehe www.normei-weinheim.de/Mathe/Geometrie.pdf

„Trigonometrie bis zur 10. Klasse“

siehe www.normei-weinheim.de/Mathe/Trigonometrie.pdf

„Elektrizitätslehre bis zur 10. Klasse“

siehe www.normei-weinheim.de/Elektro/Elektrizitätslehre.pdf

„Mechanik bis zur 10. Klasse“

siehe www.normei-weinheim.de/Mechanik/Mechanik.pdf