

Mitteilung aus dem VEB Kombinat Elektroprojekt und Anlagenbau Berlin

## Die Effektivwertwelligkeit des Laststromes von Einpulsstromrichtern

Von J. Schwarz<sup>1</sup>

Mit 8 Abbildungen

(Eingegangen am 25. Mai 1975)

Eine grundsätzliche Untersuchung des Laststromes der Einpulsstromrichter mit und ohne Nullventil bei Betrieb mit Gegenspannung und induktiver Strombegrenzung ist zur Dimensionierung der Induktivität erforderlich.

In [1] ist bereits eine Untersuchung des Einpulsstromrichters ohne Nullventil im Hinblick auf die arithmetischen Mittelwerte der Ströme und Spannungen durchgeführt worden. Von [1] ausgehend erfolgt hier eine Erweiterung.

### 1. Allgemeines

#### 1.1. Voraussetzungen [1]

Angenommen wird ein Einpulsstromrichter mit idealem Ventil, Gegenspannung und induktiver Strombegrenzung nach Abb. 1. Die treibende Wechselspannung sei

$$u_{\sim} = U \sqrt{2} \cdot \sin \omega t. \quad (1)$$

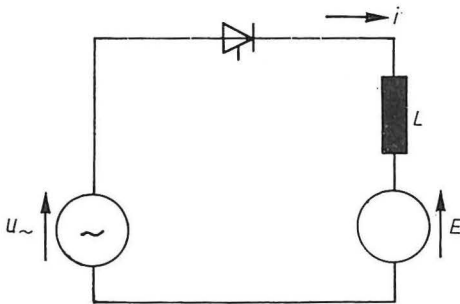


Abb. 1. Einpulsstromrichter

Eingeführt wird die normierte Motorgegenspannung

$$g = \frac{E}{U \sqrt{2}}. \quad (2)$$

<sup>1</sup> Dipl.-Ing. Jürgen Schwarz, DDR-1017 Berlin, Koppenstraße 66.

Der Strom  $i$  wird im allgemeinen auf

$$i^* = \frac{i}{\frac{U\sqrt{2}}{\omega L}} \quad (3)$$

bezogen.

### 1.2. Bestimmung der Induktivität

Ziel der Arbeit ist die Bestimmung der erforderlichen Induktivität auf möglichst einfache Art und Weise. Dazu wird ein Faktor

$$K = f(w) = \frac{\omega L \cdot I_{\text{da}}}{U_{\text{di0}}} \quad (4)$$

eingeführt.

Der Funktionsverlauf von  $K$  soll für den Einpulsstromrichter mit und ohne Nullventil bestimmt werden.

#### 1.2.1. $K$ im nichtlückenden Bereich

Im nichtlückenden Bereich gilt allgemein nach [2]

$$w = \frac{f_w \cdot U_{\text{di0}}}{\omega L \cdot I_{\text{da}}} \quad (5)$$

Mit (4) ergibt sich

$$K = f(w) = \frac{f_w}{w} \quad (6)$$

Für  $f_w$  wird der Maximalwert, der für die einzelne Schaltung gilt, eingesetzt.

#### 1.2.2. $K$ im lückenden Bereich

Durch Einsetzen von

$$I_{\text{da}}^* = \frac{I_{\text{da}}}{\frac{U\sqrt{2}}{\omega L}} \quad (7)$$

wird

$$K = f(w) = I_{\text{da}}^* \frac{U}{U_{\text{di0}}} \sqrt{2} \quad (8)$$

### 1.3. Bezogene Zeit

Zur Vereinfachung der Rechnung wird die Zeit auf die Netzkreisfrequenz  $\omega$  bezogen:

$$\vartheta = \omega t \quad (9)$$

### 1.4. Auswertung

Ausgewertet werden der Formfaktor

$$F = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}}{\frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt} = \frac{I_{\text{de}}}{I_{\text{da}}} \quad (10)$$

und die Welligkeit

$$w = \frac{\sqrt{I_{\text{de}}^2 - I_{\text{da}}^2}}{I_{\text{da}}} = \frac{\tilde{I}_{\text{de}}}{I_{\text{da}}} \quad (11)$$

Zwischen Formfaktor und Welligkeit bestehen die folgenden direkten Abhängigkeiten

$$F = \sqrt{1 + w^2}, \tag{12}$$

$$w = \sqrt{F^2 - 1}. \tag{13}$$

## 2. Einpulsstromrichter ohne Nullventil

### 2.1. Ungesteuerter Einpulsstromrichter [1]

Für den fließenden Strom in der Schaltung nach Abb. 1 gilt

$$i^*(\vartheta) = \cos \zeta - \cos \vartheta - g(\vartheta - \zeta) \tag{14}$$

mit

$$\zeta = \text{Arc sin } g \tag{15}$$

dem natürlichen Zündzeitpunkt.

Der Gleichstrommittelwert ist

$$I_{\text{da}}^* = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{g} (1 - \cos \beta) - g \frac{\beta^2}{2} \right]. \tag{16}$$

Berechnet werden muß noch der Effektivwert des fließenden Stromes

$$I_{\text{de}}^* = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\zeta}^{\zeta+\beta} i^{*2} d\vartheta}. \tag{17}$$

Die explizite Lösung führt zu unübersichtlichen Ergebnissen, so daß die Berechnung numerisch erfolgte.

Für  $\beta = 2\pi$  liefert der Rechner kein Ergebnis. Hier gilt

$$g = 0, \tag{18}$$

damit aus (14)

$$i_{\text{K}}^*(\vartheta) = 1 - \cos \vartheta. \tag{19}$$

(16) liefert kein Ergebnis, dann

$$I_{\text{daK}}^* = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - \cos \vartheta) d\vartheta = 1 \tag{20}$$

$$I_{\text{deK}}^* = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - \cos \vartheta)^2 d\vartheta} = \frac{\sqrt{6}}{2}. \tag{21}$$

Die Entnormierung ergibt

$$I_{\text{daK}} = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L} \tag{22}$$

und

$$I_{\text{deK}} = \frac{U\sqrt{3}}{\omega L}. \tag{23}$$

Daraus

$$F_{\text{K}} = \frac{I_{\text{deK}}}{I_{\text{daK}}} = \sqrt{1,5} \approx 1,225 \tag{24}$$

$$w_{\text{K}} = \sqrt{F_{\text{K}}^2 - 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7071. \tag{25}$$

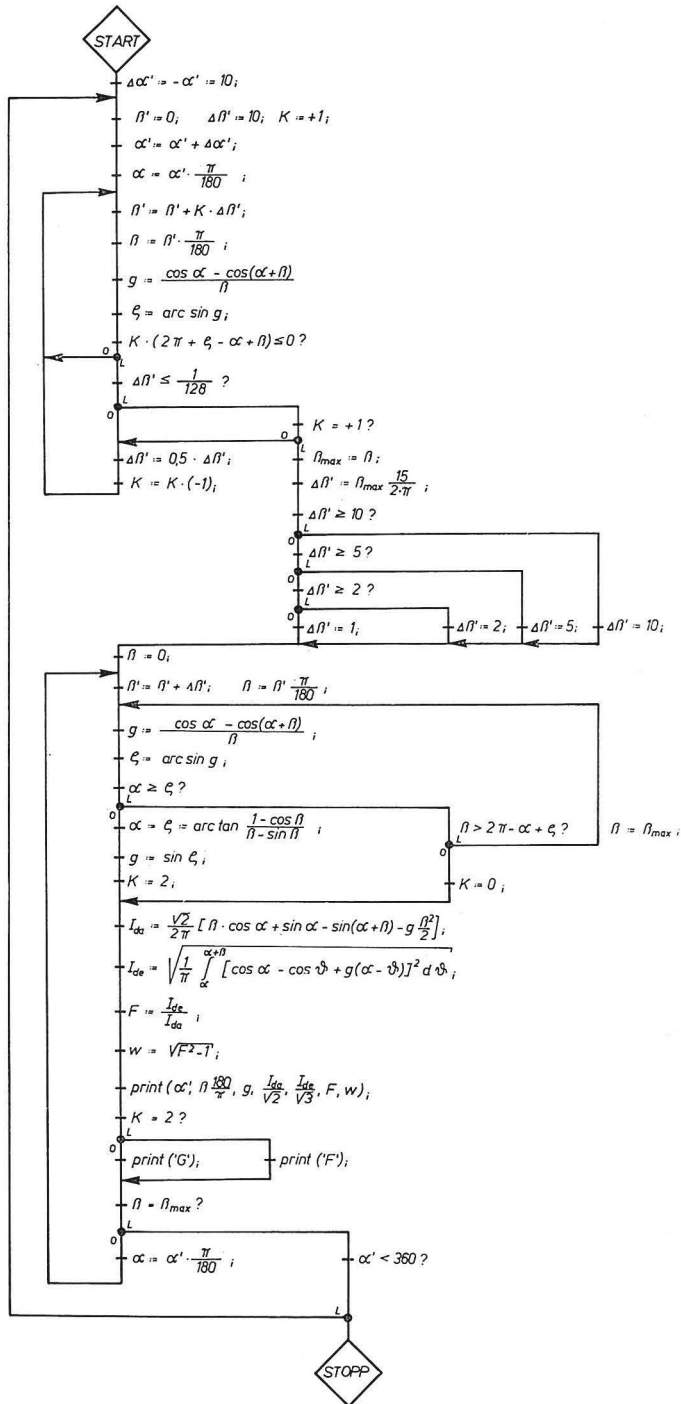


Abb. 2. Flußdiagramm zur Berechnung von Strom und Spannung eines Einpulsstromrichters ( $G$  — Gittersteuerung,  $F$  — Freilauf)

2.2. Gesteuerter Einpulsstromrichter ohne Nullventil [1]

Für den gesteuerten Betrieb gilt nach [1]

$$i^*(\vartheta) = \cos \alpha - \cos \vartheta + g(\alpha - \vartheta) \tag{26}$$

mit der Bedingung

$$\alpha \geq \zeta. \tag{27}$$

Im Löszeitpunkt ( $\vartheta = \alpha + \beta$ ) gilt  $i = 0$  und damit

$$g\beta = \cos \alpha - \cos (\alpha + \beta). \tag{28}$$

Die Wechselrichtertrittgrenze kann durch die Bedingung

$$\beta_{\max} = 2\pi - \alpha - \zeta = 2\pi - \alpha - \text{Arc sin } g \tag{29}$$

berechnet werden.

Der arithmetische Mittelwert des Gleichstromes ergibt sich zu

$$I_{\text{da}}^* = \frac{1}{2\pi} \left[ \beta \cos \alpha + \sin \alpha - \sin (\alpha + \beta) - g \frac{\beta^2}{2} \right]. \tag{30}$$

Der Effektivwert des fließenden Stromes wird zweckmäßig wieder numerisch gewonnen.

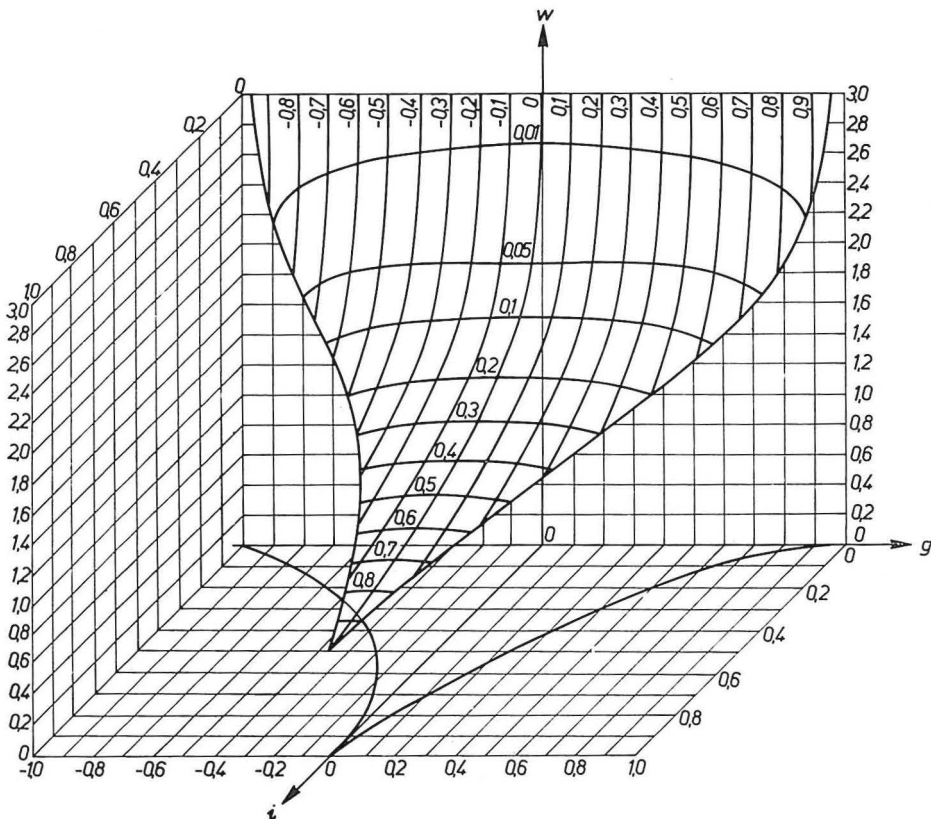


Abb. 3. Welligkeit des Stromes eines Einpulsstromrichters als Funktion von Gegenspannung und Strom (statt  $i$  lies  $I_{\text{da}}^*$ )

### 2.3. Numerische Berechnung

Die numerische Berechnung der Ströme und Spannungen des Einpulsstromrichters erfolgte mittels des in Abb. 2 dargestellten Flußdiagramms. Die Abb. 3 zeigt in einer räumlichen Darstellung die Welligkeit des Stromes in Abhängigkeit der arithmetischen Mittelwerte von Strom und Spannung.

### 2.4. Gesteuerter Einpulsstromrichter im Kurzschluß

Das Maximum der Stromwelligkeit tritt bei  $g = 0$  auf, d.h.

$$i^*(\vartheta) = \cos \alpha - \cos \vartheta \quad (31)$$

aus (26).

Aus (28) wird

$$0 = \cos \alpha - \cos (\alpha + \beta)$$

$$\beta = 2(\pi - \alpha) \quad \text{bzw.} \quad \alpha = \pi - \frac{\beta}{2}. \quad (32)$$

Aus (30)

$$I_{\text{daK}}^* = \frac{1}{\pi} [(\pi - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha]. \quad (33)$$

Für  $I_{\text{deK}}^*$  ergibt sich

$$I_{\text{deK}}^* = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi-\alpha} (\cos \alpha - \cos \vartheta)^2 d\vartheta}$$

$$I_{\text{deK}}^* = \sqrt{\frac{1}{2\pi} [(\pi - \alpha) (2 \cos^2 \alpha + 1) + 3 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha]}. \quad (34)$$

Damit wird die Welligkeit

$$w = \sqrt{\frac{\pi [(\pi - \alpha) (2 \cos^2 \alpha + 1) + 3 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha]}{2 [(\pi - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha]^2}} - 1. \quad (35)$$

Grundsätzlich läßt sich mit dem Einpulsstromrichter ohne Nullventil keine Welligkeit  $w < \frac{\sqrt{2}}{2}$  erreichen.

### 2.5. Berechnung der erforderlichen Induktivität

Die ideale Leerlaufspannung der Einpulschaltung ist

$$U_{\text{di0}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U \quad (36)$$

nach [1]. (8) liefert mit (36)

$$K = f(w) = \pi \cdot I_{\text{da}}^* \quad (37)$$

(Darstellung in Abb. 4).

Beispiel:            Netzspannung             $U = 220 \text{ V}$              $f = 50 \text{ Hz}$   
                           Motornennstrom             $I = 10 \text{ A}$   
                           Welligkeit                     $w = 1$

$$U_{\text{di0}} = 220 \text{ V} \frac{\sqrt{2}}{\pi} = 99 \text{ V}$$

$$K = 1,65 \quad (\text{aus Abb. 4})$$

$$L = \frac{K \cdot U_{\text{di0}}}{\omega \cdot I_{\text{da}}} = \frac{1,65 \cdot 99 \text{ Vs}}{314 \cdot 10 \text{ A}} = 52 \text{ mH.}$$

Bei einer Gesamtkreisinduktivität von 52 mH wird bei einem Einpulsstromrichter ohne Nullventil bei einem Strom von 10 A die Welligkeit  $w = 1$  nicht überschritten.

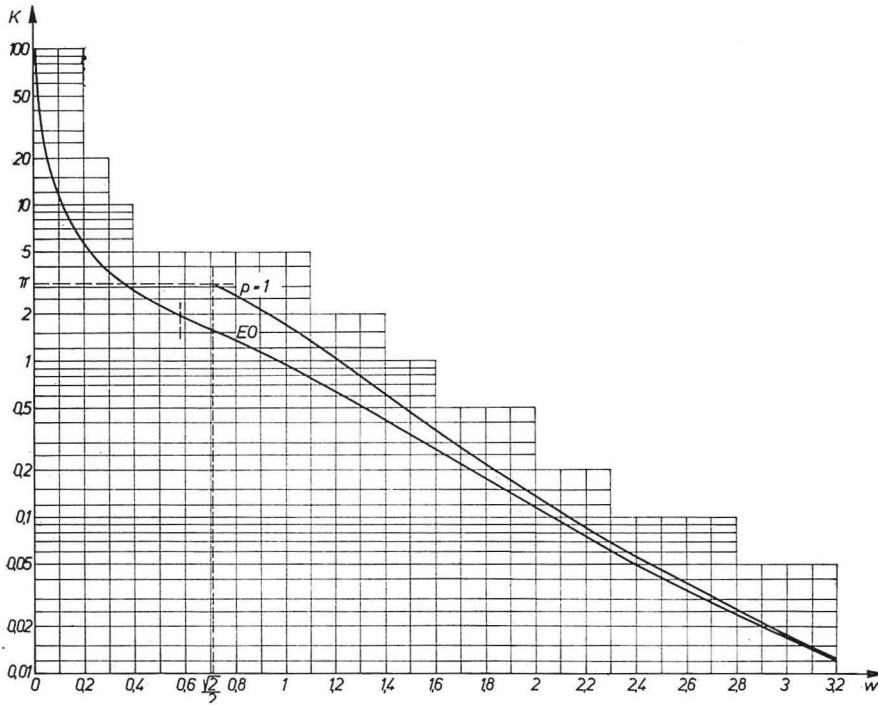


Abb. 4. Induktivitätsfaktor als Funktion der Welligkeit

### 3. Einpulsstromrichter mit Nullventil

Abb. 5 zeigt das Schaltbild des Einpulsstromrichters mit Nullventil mit Gegenspannung und induktiver Strombegrenzung.

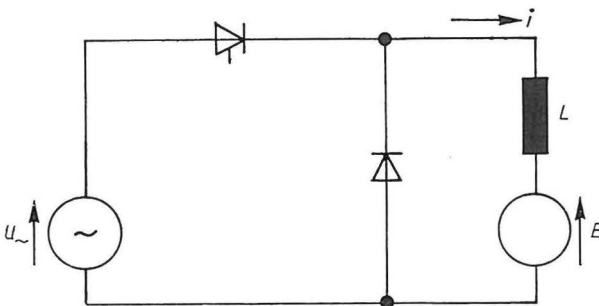


Abb. 5. Einpulsstromrichter mit Nullventil

### 3.1. Ungesteuerter Einpulsstromrichter mit Nullventil

Hier muß zur Berechnung des Stromes in zwei Bereiche unterteilt werden:

$$\underline{\zeta \leq \vartheta \leq \pi:}$$

$$i^*(\vartheta) = \cos \zeta - \cos \vartheta - g(\vartheta - \zeta). \quad (38)$$

Der Strom zum Zeitpunkt  $\vartheta = \pi$  ist

$$I_{\pi}^* = \cos \zeta + 1 - g(\pi - \zeta) \quad (39)$$

mit der Bedingung, daß  $I_{\pi}^* \geq 0$  ist.

$$\underline{\pi \leq \vartheta \leq \zeta + \beta:}$$

$$i^*(\vartheta) = I_{\pi}^* - g(\vartheta - \pi). \quad (40)$$

Die Leitdauer  $\beta$  wird

$$\beta = \pi - \zeta + \frac{I_{\pi}^*}{g}, \quad (41)$$

wenn das Nullventil wirksam ist.

Der Gleichstrommittelwert ergibt sich dann zu

$$I_{\text{da}}^* = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\beta}{2} \cos \zeta + \sin \zeta + \zeta + \frac{\beta}{2} - \pi \right). \quad (42)$$

### 3.2. Gesteuerter Einpulsstromrichter mit Nullventil

Auch hier ist eine Bereichsunterschreitung vonnöten:

$$\underline{\alpha \leq \vartheta \leq \pi:}$$

$$i^*(\vartheta) = \cos \alpha - \cos \vartheta - g(\alpha - \vartheta) \quad (43)$$

mit der Bedingung

$$\alpha \geq \zeta. \quad (44)$$

Damit ein Unterschied zu Abschnitt 2.2. auftritt, muß gelten

$$g < \frac{1 + \cos \alpha}{\pi - \alpha}. \quad (45)$$

Zum Zeitpunkt  $\vartheta = \pi$  fließt der Strom

$$I_{\pi}^* = \cos \alpha + 1 + g(\alpha - \pi). \quad (46)$$

Im Bereich

$$\underline{\pi \leq \vartheta \leq \alpha + \beta:}$$

gilt die Gl. (40). Die Leitdauer  $\beta$  wird

$$\beta = \pi - \alpha + \frac{I_{\pi}^*}{g}. \quad (47)$$

Allgemein ergibt sich aus (47)

$$\alpha = \pi - \beta + \frac{I_{\pi}^*}{g}.$$

Mit (46) folgt

$$\alpha = \arccos(\beta g - 1) \quad (48)$$



bzw.

$$g = \frac{1}{\beta} (1 + \cos \alpha). \tag{49}$$

Abb. 6 gibt einen Überblick über die einzelnen Arbeitsbereiche des Stromrichters. Der Strom ergibt sich zu

$$I_{da}^* = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\beta}{2} \cos \alpha + \sin \alpha + \alpha + \frac{\beta}{2} - \pi \right]. \tag{50}$$

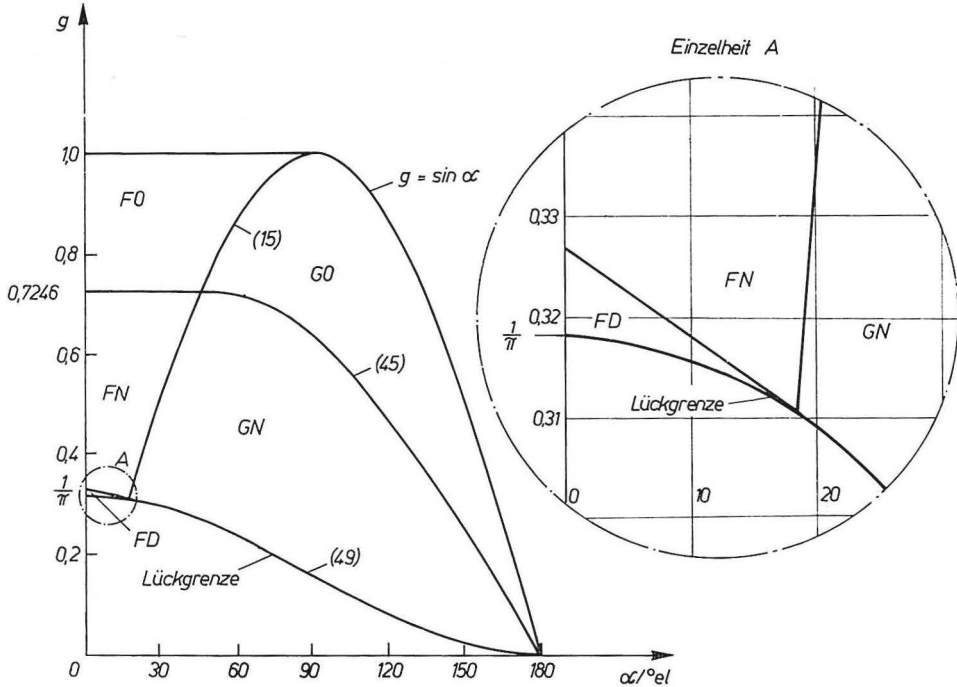


Abb. 6. Bereiche des Einpulsstromrichters mit Nullventil

### 3.3. Numerische Berechnung

Ein Flußdiagramm zur Berechnung der Ströme und Spannungen des Einpulsstromrichters mit Nullventil mit Kennzeichnung der Arbeitsbereiche zeigt Abb. 7. In einer räumlichen Darstellung wird die Welligkeit des Stromes im Lückbetrieb des Stromrichters in Abb. 8 aufgezeigt.

### 3.4. Strom und Strommaximum

Der Maximalwert der Welligkeit des Stromes bei einem angenommenen  $\beta$  tritt in der Nähe des Strommaximums auf (s. Abb. 8). Zur Berechnung wird  $\frac{\partial I_{da}^*}{\partial \alpha}$  Null gesetzt:

$$\frac{\partial I_{da}^*}{\partial \alpha} = \frac{1}{2\pi} \left( \cos \alpha + 1 - \frac{\beta}{2} \cdot \sin \alpha \right) = 0. \tag{51}$$

Druck	Bedeutung
FO	Freilauf ohne Nullventil
FD	Freilauf mit doppelter Stromfuehrung
FN	Freilauf mit Nullventil
GO	Gittersteuerung ohne Nullventil
GN	Gittersteuerung mit Nullventil

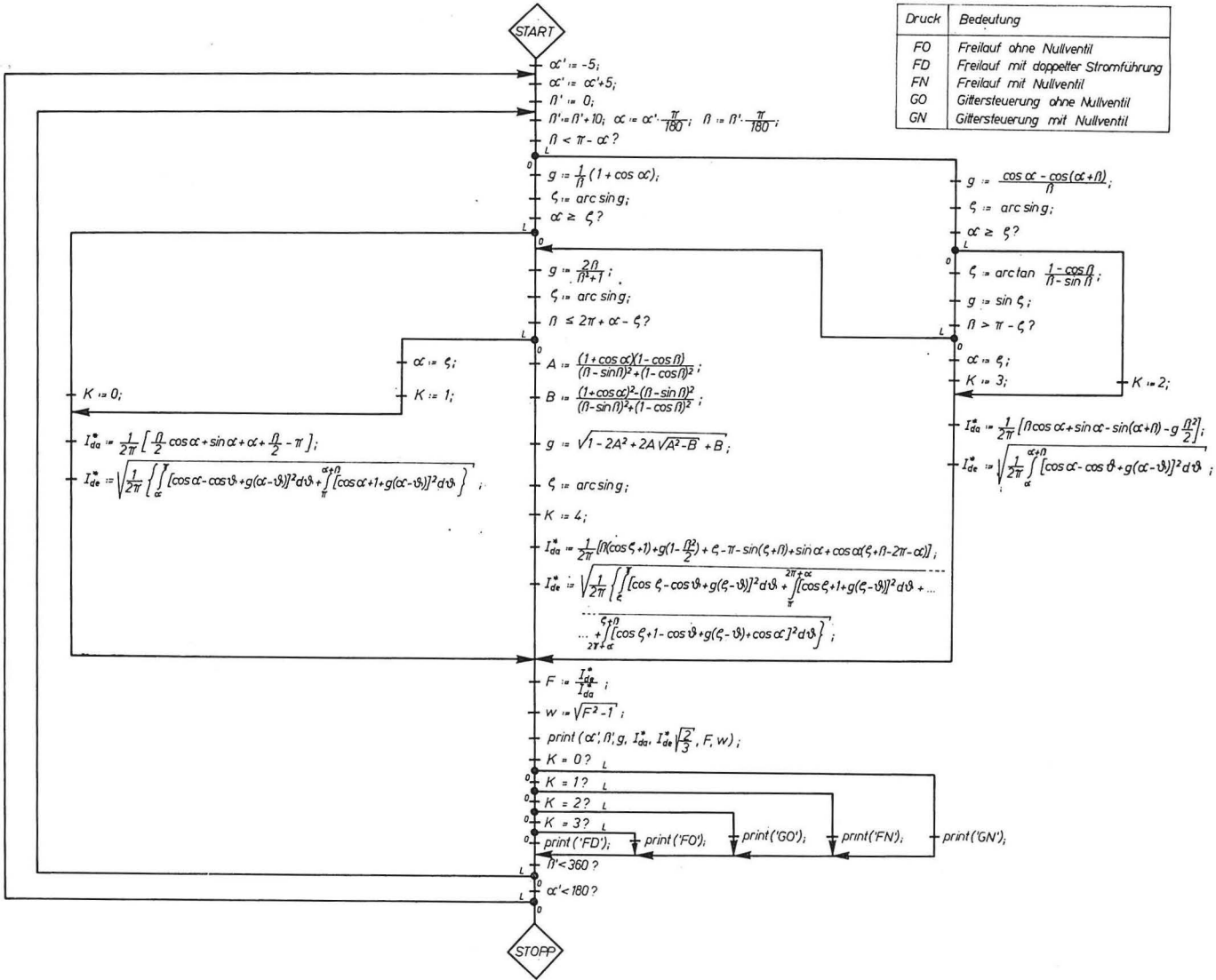


Abb. 7. Flußdiagramm zur Berechnung von Strom und Spannung eines Einphasstromrichters mit Nullventil

Daraus ergibt sich

$$\alpha = \begin{cases} \text{Arc sin } \frac{\beta}{1 + \beta^2/4} & \text{für } \beta \geq 2 \\ \pi - \text{Arc sin } \frac{\beta}{1 + \beta^2/4} & \text{für } \beta \leq 2. \end{cases} \quad (52)$$

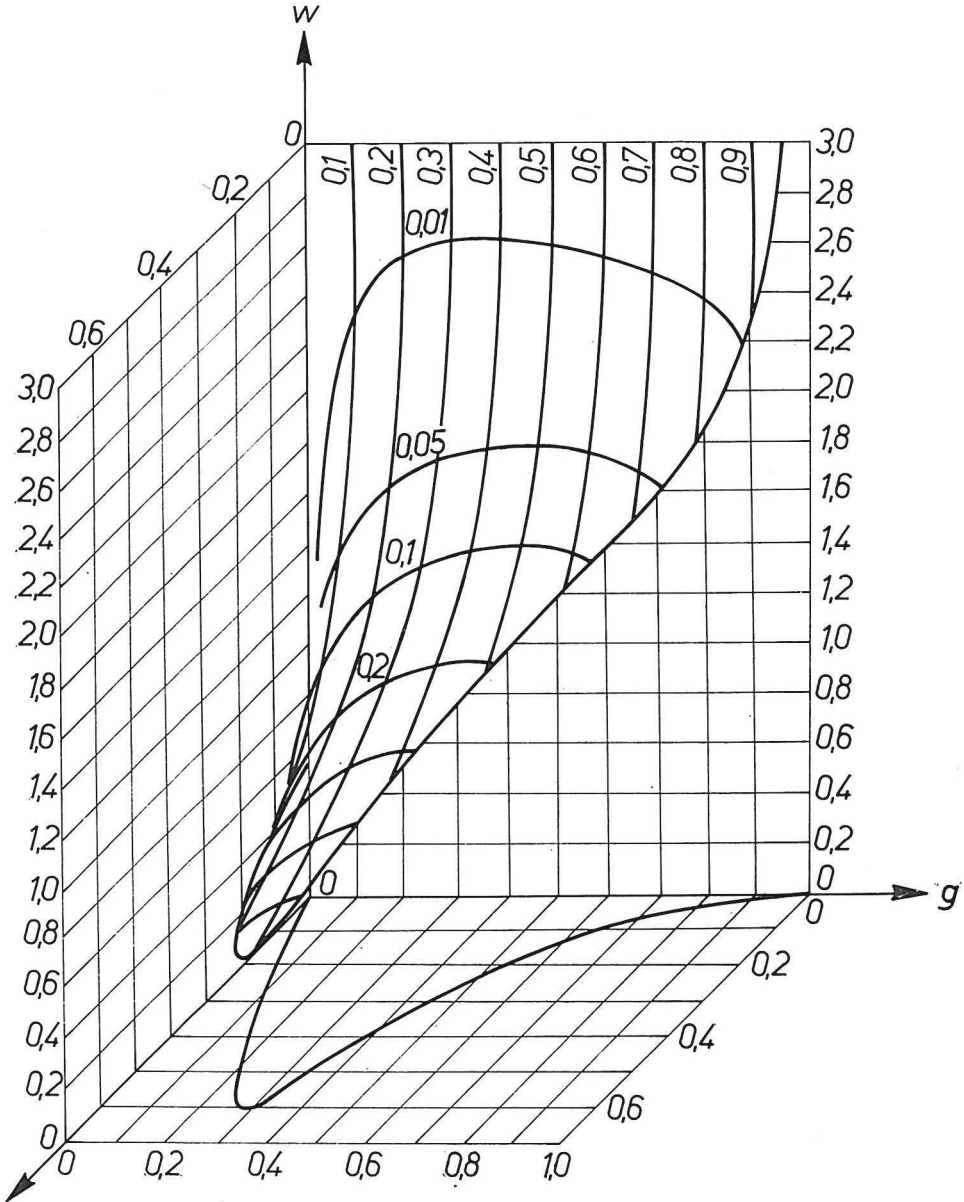


Abb. 8. Welligkeit des Stromes eines Einpulsstromrichters mit Nullventil als Funktion von Gegenspannung und Strom (Bezeichnung x-Achse:  $I_{da}^*$ )

Der Maximalwert der Welligkeit tritt also immer im Bereich des Wirkens des Nullventils auf.

### 3.5. Berechnung der erforderlichen Induktivität

Auch hier gelten die Gln. (36) und (37).

Die Kurve  $K = f(w)$  für den Einpulsstromrichter mit Nullventil ist in Abb. 4 eingetragen.

### Formelzeichenverzeichnis

$E$	Gegen-EMK
$f_w$	Welligkeitsfaktor
$F$	Formfaktor
$g$	bezogene Gegen-EMK
$i$	Stromaugenblickswert
$I_{da}$	arithmetischer Mittelwert des Stromes
$I_{de}$	Effektivwert des Stromes
$\tilde{I}_{de}$	Effektivwert des überlagerten Wechselstromes
$I_\pi$	Strom zum Zeitpunkt $\vartheta = \pi$
$K$	Induktivitätsfaktor
$L$	Kreisinduktivität
$t$	Zeit
$T$	Periodendauer
$U$	Effektivwert der Netzspannung
$U_{dio}$	ideelle Leerlaufspannung
$u_-$	Wechselspannungsaugenblickswert
$w$	Welligkeit
$\alpha$	Zündverzögerungswinkel
$\beta$	Stromflußdauer
$\zeta$	natürlicher Zündzeitpunkt
$\vartheta$	bezogene Zeit
$\omega$	Netzkreisfrequenz

Der Index K bezieht sich auf Größen im Kurzschluß. Mit einem \* gekennzeichnete Größen sind bezogen.

### Schrifttum

- [1] Wasserrab, Th.: Schaltungslehre der Stromrichtertechnik. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag 1962.
- [2] Schwarz, J.: Parameter netzgelöschter Stromrichter im nichtlückenden Betrieb. Z. elektr. Inform.- u. Energietechnik, Leipzig (in Vorbereitung).

*Schwarz, J.*

DK 621.314.5/6

**Die Effektivwertwelligkeit des Laststromes von Einpulsstromrichtern**

Z. elektr. Inform.- u. Energietechnik, Leipzig 6 (1976) 4,  
S. 331–342, 8 Abb., 2 Lit.-Zit.

Zur Dimensionierung der gleichstromseitigen Drosseln von Einpulsstromrichtern ist die Berechnung der Effektivwertwelligkeit des fließenden Laststromes erforderlich.

Ausgehend von den bekannten Formeln zur Berechnung des arithmetischen Mittelwertes des Stromes eines Einpulsstromrichters mit Gegenspannung und in induktiver Strombegrenzung erfolgt die numerische Berechnung des Effektivwertes.

Eine analoge Berechnung des Einpulsstromrichters mit Nullventil, Gegenspannung und induktiver Strombegrenzung wird durchgeführt. Die Ergebnisse werden graphisch dargestellt.