

12. Übung Algebra I

1. Aufgabe

Beweist oder widerlegt: Wenn R ein noetherscher Ring ist und $\phi : R \rightarrow R$ ein Epimorphismus, so ist ϕ injektiv.

(7 Punkte)

2. Aufgabe

Sei R ein kommutativer Ring und seien A und B zwei verschiedene maximale Ideale. Zeigt, dass dann $AB = A \cap B$ gilt.

(6 Punkte)

3. Aufgabe

Es sei R ein faktorieller Ring. Zeigt folgenden Aussagen:

- (a) Jedes $x \in R \setminus \{0\}$ ist nur in endlich vielen Hauptidealen von R enthalten.
- (b) Jede aufsteigende Kette von Hauptidealen wird stationär.

(7 Punkte)