

Kommentar zu DIN EN 1993-1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen

Vortrag 22.06.2012

Stahlbau-Kalender-Tag 2012

Universität Stuttgart


Institut für Konstruktion und Entwurf

Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Herbert Schmidt

Ingenieurbüro Prof. Schmidt & Partner, Essen

Emeritus am Inst. f. Metall- und Leichtbau d. Universität Duisburg-Essen

1 Einleitung

| DEUTSCHE NORM | | November 2008 |
|---|--|---------------|
| | DIN 18800-4 | DIN |
| ICS 91.010.30; 91.080.10 | Ersatz für DIN 18800-4:2008-11 | |
| Stahlbauten – Teil 4: Stabilitätsfälle – Schalenbeulen |  | |

| DEUTSCHE NORM | | Dezember 2010 |
|--|------------------------------|---------------|
| | DIN EN 1993-1-6 | DIN |
| ICS 91.010.30; 91.080.10 | Ersatzvermerk siehe unten | |
| Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung EN 1993-1-6:2007 + AC:2009 | | |

| DEUTSCHE NORM | | Dezember 2010 |
|--------------------------|--|---------------|
| | DIN EN 1993-1-6/NA | DIN |
| ICS 91.010.30; 91.080.10 | Mit DIN EN 1993-1-6:2010-12 Ersatz für DIN 18800-4:2008-11 | |

1 Einleitung



Publications by ECCS
Eurocode design manuals, design guides,
european recommendations and many more!

www.steelconstruct.com **ECCS E-store!**

Press Release No 10

Publication 125 - Buckling of Steel Shells - 5th edition

Buckling of Steel Shells

TCS TWG 8.4 - Shells

Editors: John Michael Rotter and Herbert Schmidt

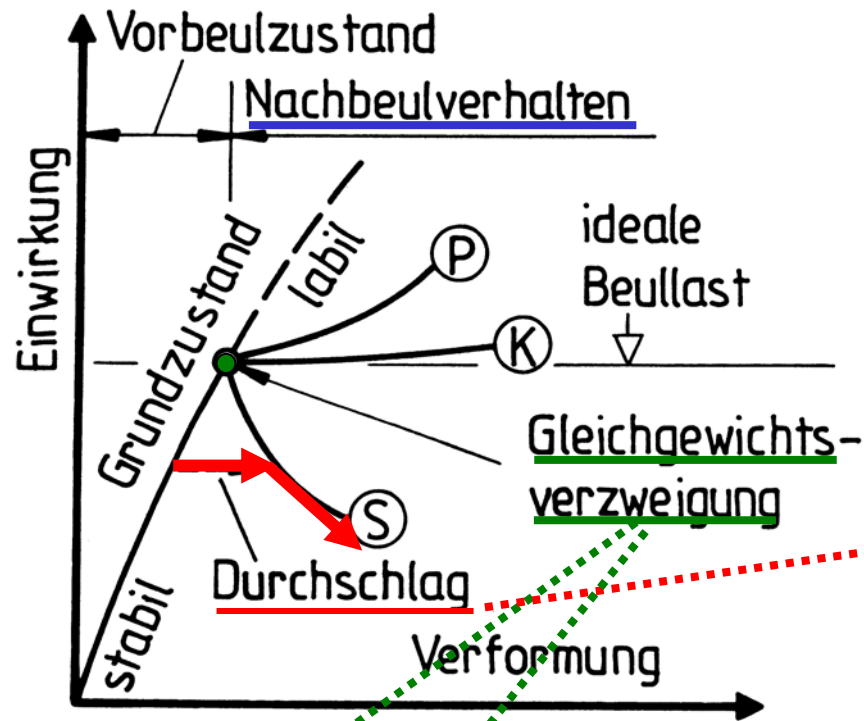
ISBN: 92-9147-000-92

Written in English, Hardcover book, 385 pages, Size B5.

Price 49 €

1 Einleitung

Perfekt idealisierte Schalenstruktur

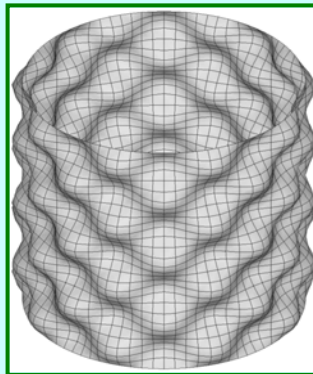


Quelle: Prof. J. M. Rotter

Eigenwert:

$$\sigma_{xRcr} = 0,605 E C_x \frac{t}{r}$$

Eigenform:

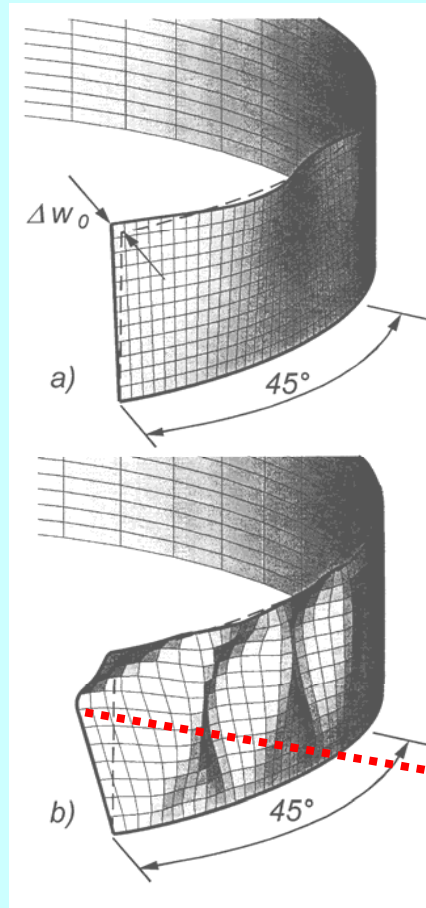


1 Einleitung



Perfekte Schale

Orth. versteifter Silo
unter Windbelastung
(R. Ofner, 2006)



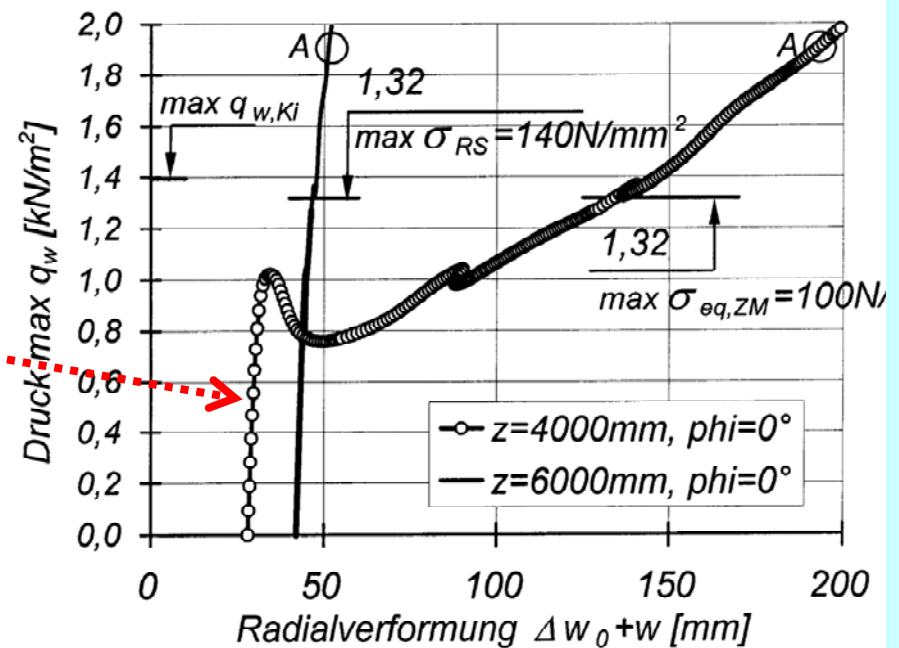
Imperfekte Schale

Offener Güllebehälter
unter Windbelastung
(A. Jakubowski, 2002)

Nichtlineare Schalenberechnungen

- „heute mit Hilfe von FEM
- für praktisch jede beliebige Schale
- unter jeder beliebigen Einwirkung
- mit jeder beliebigen Imperfektion
- für jedes beliebige Materialgesetz durchführbar“

➔ aber



1 Einleitung

Experimentelle Schalenbeulforschung

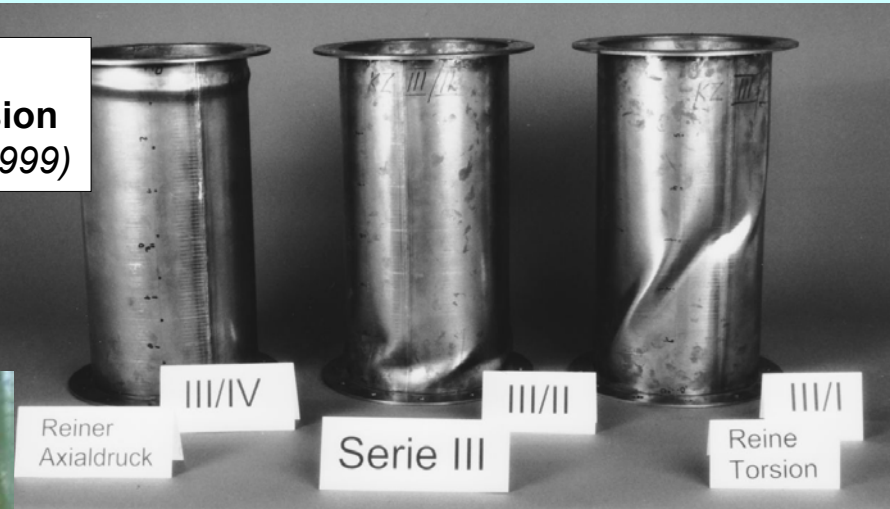


**Kreiszyylinder,
Axialdruck + Torsion**
(T. Winterstetter, 1999)

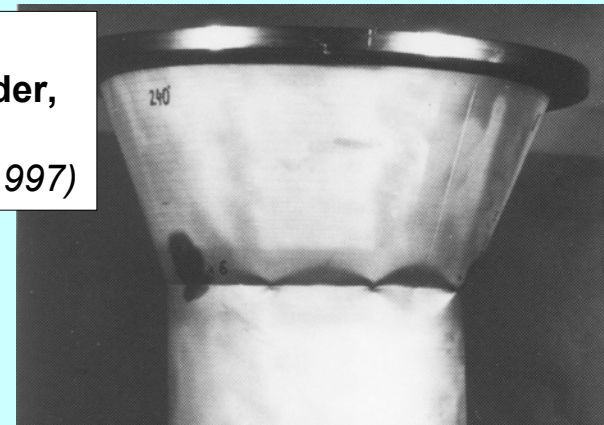
**Kreiszyylinder,
ringversteift
Manteldruck**
(I. Düsing, 1996)



**Kreiszyylinder,
öffnungsgeschwächt,
Axialdruck**
(St. Wirth, 2005)



**Kegel
+ Kreiszyylinder,
Axialdruck**
(P. Swadlo, 1997)



➔ immer noch wichtig

2 Berechnung und Bemessung von Schalen

Nachweiskonzepte nach EN

● Spannungsbasierter Trag- bzw. Beulsicherheitsnachweis

Unter Bemessungseinwirkung vorh. Spannung \leq Bemessungsgrenzspannung

- traditioneller „Spannungsnachweis“
- derzeit noch Regelnachweis

Spannungskategorien:

- Primärspannungen
- Sekundärspannungen
- Lokalspannungen (Spitzenspannungen)

● Direkter Trag- bzw. Beulsicherheitsnachweis

Bemessungseinwirkung \leq Bemessungswiderstand

- Bemessungswiderstand aus Formeln oder Versuchen
- nur eingeschränkte Bedeutung

● Numerisch gestützter Trag- bzw. Beulsicherheitsnachweis

Bemessungseinwirkung \leq Bemessungswiderstand

- Bemessungswiderstand aus globaler numerischer Berechnung (z.B, **FEM**)
- zukünftig mehr und mehr Regelnachweis

2 Berechnung und Bemessung von Schalen

Berechnungskonzepte nach EN

Tabelle 2.1. Berechnungskonzepte (Typen der Schalenberechnung) nach EN 1993-1-6

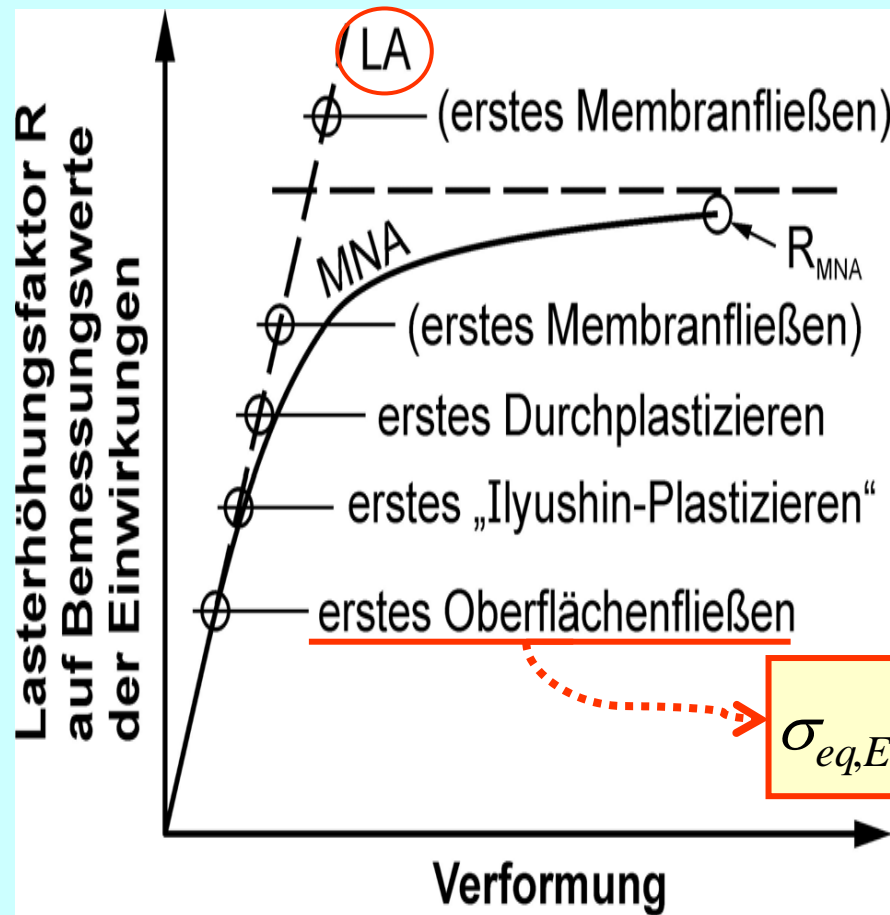
| Kurzbez. | Art der Berechnung | Schalentheorie | Werkstoffgesetz | Schalengeometrie | |
|--------------|--|----------------------------------|-----------------|------------------|-------------------|
| ÷ | Membrangleichgewicht | Membrantheorie der Schalen | entfällt | perfekt | |
| LA | linear elastisch | lineare Schalenbiegetheorie | linear | perfekt | relativ einfach |
| LBA | linear elastisch Verzweigungsanalyse | lineare Schalenbiegetheorie | linear | perfekt | relativ einfach |
| GNA | geometrisch nichtlinear elastisch | nichtlineare Schalenbiegetheorie | linear | perfekt | |
| MNA | materiell nichtlinear | lineare Schalenbiegetheorie | nichtlinear | perfekt | relativ schwierig |
| GMNA | geometrisch und materiell nichtlinear | nichtlineare Schalenbiegetheorie | nichtlinear | perfekt | |
| GNIA | geometrisch nichtlinear mit Imperfektionen | nichtlineare Schalenbiegetheorie | linear | imperfekt | |
| GMNIA | geometrisch und materiell nichtlinear mit Imperfektionen | nichtlineare Schalenbiegetheorie | nichtlinear | imperfekt | sehr schwierig |

FEM
↓

2 Berechnung und Bemessung von Schalen

Grenzzustände der Tragfähigkeit nach EN

LS1: Plastische Grenze (oder Zugbruch)



Spannungsbasierter
Tragsicherheitsnachweis für LS1:

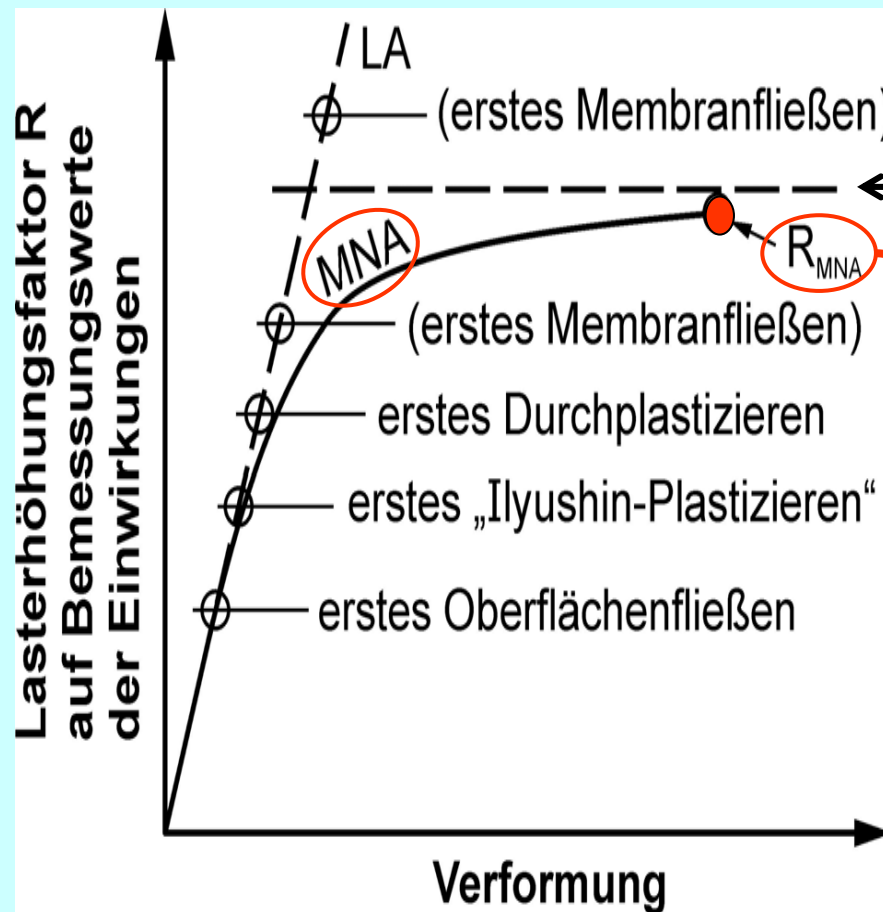
$$\sigma_{eq,Ed} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{\theta,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed}\sigma_{\theta,Ed} + 3\tau_{x\theta,Ed}^2}$$

$$\leq f_{eq,Rd} = f_{yk} / 1,1$$

2 Berechnung und Bemessung von Schalen

Grenzzustände der Tragfähigkeit nach EN

LS1: Plastische Grenze (oder Zugbruch)



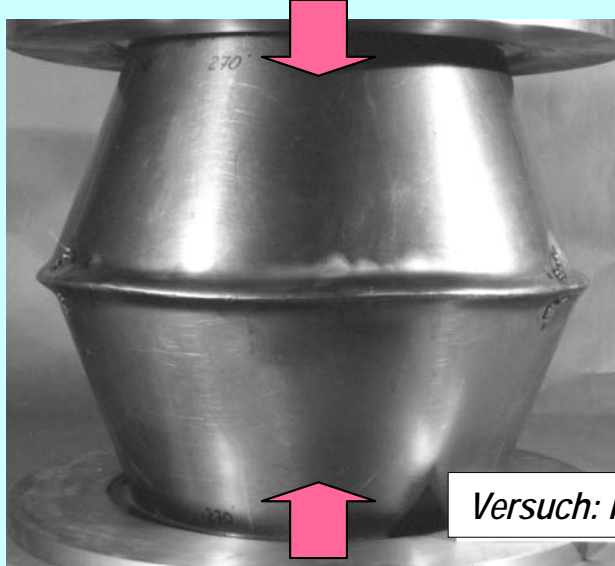
Plastischer Grenzstand
(plastischer Mechanismus)

**Numerisch gestützter
Tragsicherheitsnachweis für LS1:**

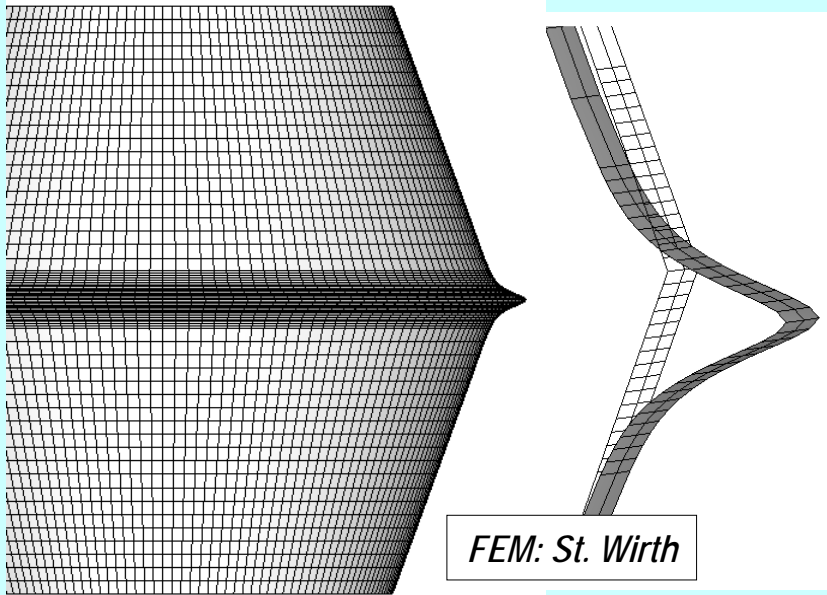
$$F_{Ed} \leq F_{Rd} = \frac{R_{MNA}}{1,1} \cdot F_{Ed}$$

$$\frac{R_{MNA}}{1,1} \geq 1$$

2 Berechnung und Bemessung von Schalen



Versuch: P. Swadlo

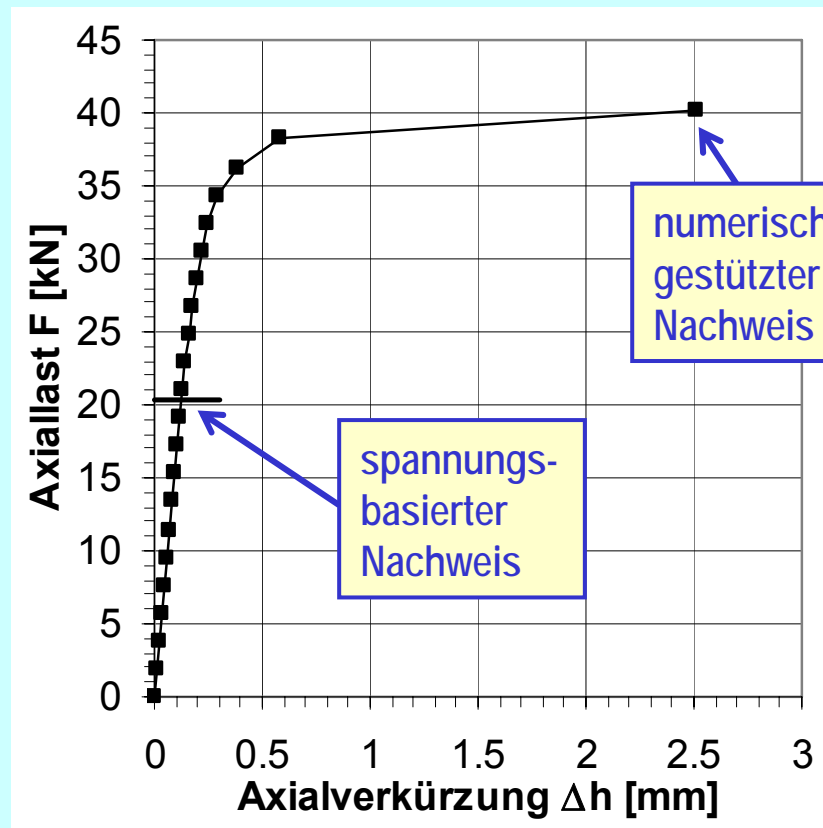


FEM: St. Wirth

Grenzzustände der Tragfähigkeit nach EN

LS1: Plastische Grenze (oder Zugbruch)

Beispiel:



2 Berechnung und Bemessung von Schalen

Grenzzustände der Tragfähigkeit nach EN

LS2: Zyklisches Plastizieren

- Dieser Grenzzustand muss deshalb betrachtet werden, weil beim Grenzzustand LS1 **plastische Verformungen in größerem Umfang** zugelassen wurden
 - zumindest wenn der Nachweis auf eine numerische **MNA**-Analyse abgestützt wird.
- Das könnte unter wiederholten Be- und Entlastungen **wiederholtes Plastizieren** zur Folge haben
 - u. U. Erschöpfung der Dissipationskapazität des Werkstoffes
 - wird üblicherweise als „plastische Ermüdung“ oder „Kurzzeitermüdung“ oder „**Low Cycle Fatigue (LCF)**“ bezeichnet.

Numerisch gestützter Tragsicherheitsnachweis für LS2:

→ kompliziert und aufwändig

Spannungsbasierter Tragsicherheitsnachweis für LS2:

$$\Delta\sigma_{eq,Ed} \leq \Delta f_{eq,Rd} = 2f_{yd}$$

klassische Regel
im Behälterbau !

2 Berechnung und Bemessung von Schalen

Grenzzustände der Tragfähigkeit nach EN

LS3: Beulen

Normdefinition:

*„Als Grenzzustand Beulen ist derjenige Zustand zu betrachten, in dem das gesamte Tragwerk oder Teile von ihm plötzlich **große Verformungen rechtwinklig zur Schalenmittelfläche** entwickeln, verursacht durch **Stabilitätsverlust** unter **Druck- oder Schubmembranspannungen** in der Schalenwandung, was zur Unfähigkeit, jegliche Erhöhung der Schnittgrößen zu ertragen, und daher **möglicherweise zum Versagen** des gesamten Tragwerks führt.“*

→ siehe Kapitel 3 bis 6 des Beitrags

2 Berechnung und Bemessung von Schalen

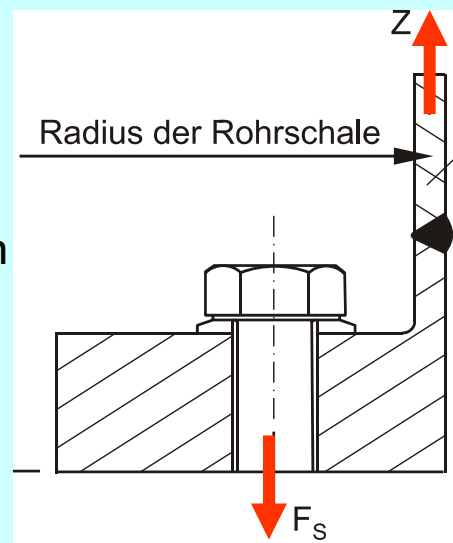
Grenzzustände der Tragfähigkeit nach EN

LS4: Ermüdung

- Mit diesem Grenzzustand ist die klassische **Langzeitermüdung** gemeint.
- Nachweis ausschließlich **spannungsbasiert** nach **EN 1993-1-9**, d.h. mit Hilfe von **Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma$** aus Primär- plus Sekundärspannungen an der Schalenoberfläche.
- Alternativ Nennspannungs- oder **Strukturspannungskonzept**.

Beispiel:

Vorgespannte L-Ringflanschverbindung aus Vorschweißflanschen mit Hals in einem WEA-Rohrschalenturm



Schweißnaht durch Membrankräfte plus Schalenbiegemomente beansprucht

Empfehlung nach Diss. Zein El Dine:

- FEM-LA-Berechnung durchführen,
- **Strukturspannungskonzept** mit Schalenbiegespannungen anwenden,
- Kerbfall **100** (Naht nicht beschliffen)
- bzw. Kerbfall **112** (Naht beschliffen).

3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Spannungsbasierter Beulsicherheitsnachweis

Berechnungsschritte

- (1) Bemessungswerte der maßgebenden „beulrelevanten“
Membranspannungen $\sigma_{x,Ed}$, $\sigma_{\Theta,Ed}$, $\tau_{x\Theta,Ed}$
→ Ermittlung mit Hilfe einer **LA-Berechnung** (oder der Formeln in Anhang A und C)
- (2) **Ideale elastische Beulspannungen** $\sigma_{x,Rcr}$, $\sigma_{\Theta,Rcr}$, $\tau_{x\Theta,Rcr}$
→ Ermittlung mit Hilfe der **Formeln in Anhang D** (oder in Ausnahmefällen aus einer LBA-Berechnung)
- (3) **Bezogene Schalenschlankheitsgrade** λ_x , λ_{Θ} , λ_{τ} → Ermittlung aus $\lambda_x = \sqrt{f_{yk} / \sigma_{x,Rcr}}$ usw.
- (4) **Beulabminderungsfaktoren** χ_x , χ_{Θ} , χ_{τ} → Ermittlung aus Funktion $\chi_x = f(\lambda_x)$ usw.
- (5) **Charakteristische Beulspannungen** $\sigma_{x,Rk}$, $\sigma_{\Theta,Rk}$, $\tau_{x\Theta,Rk}$ → Ermittlung aus $\sigma_{x,Rk} = \chi_x f_{yk}$ usw.
- (6) **Bemessungsbeulspannungen** $\sigma_{x,Rd}$, $\sigma_{\Theta,Rd}$, $\tau_{x\Theta,Rd}$ → Ermittlung aus $\sigma_{x,Rd} = \sigma_{x,Rk} / 1,1$ usw.
- (7) **Einzelnachweise:** $\sigma_{x,Ed} \leq \sigma_{x,Rd}$ $\sigma_{\Theta,Ed} \leq \sigma_{\Theta,Rd}$ $\tau_{x\Theta,Ed} \leq \tau_{x\Theta,Rd}$
- (8) **Interaktionsnachweis:** $f \left[\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}} \right), \left(\frac{\sigma_{\Theta,Ed}}{\sigma_{\Theta,Rd}} \right), \left(\frac{\tau_{x\Theta,Ed}}{\tau_{x\Theta,Rd}} \right) \right] \leq 1$

3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Spannungsbasierter Beulsicherheitsnachweis

Wesentliche Merkmale

Vergleich zu DIN 18800-4:

... entspricht vom Format her vollständig dem vertrauten Nachweis nach DIN 18800-4. Ein großer Teil der **Beulformeln** von DIN 18800-4 findet sich im **Anhang D** der EN wieder. Einige **Weiterentwicklungen**:

→ ... neue Funktion $\chi = f(\lambda)$ der Beulabminderungsfaktoren:

$$\begin{aligned} \chi &= 1 && \text{wenn } \lambda \leq \lambda_0 \\ \chi &= 1 - \beta \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_p - \lambda_0} \right)^\eta && \text{wenn } \lambda_0 < \lambda < \lambda_p \\ \chi &= \frac{\alpha}{\lambda^2} && \text{wenn } \lambda \geq \lambda_p \end{aligned}$$

$$\text{mit } \lambda_p = \sqrt{\frac{\alpha}{1 - \beta}}$$

Unabhängige Beulparameter: $\alpha, \beta, \lambda_0, \eta$

→ ... neue Beulinteraktion:

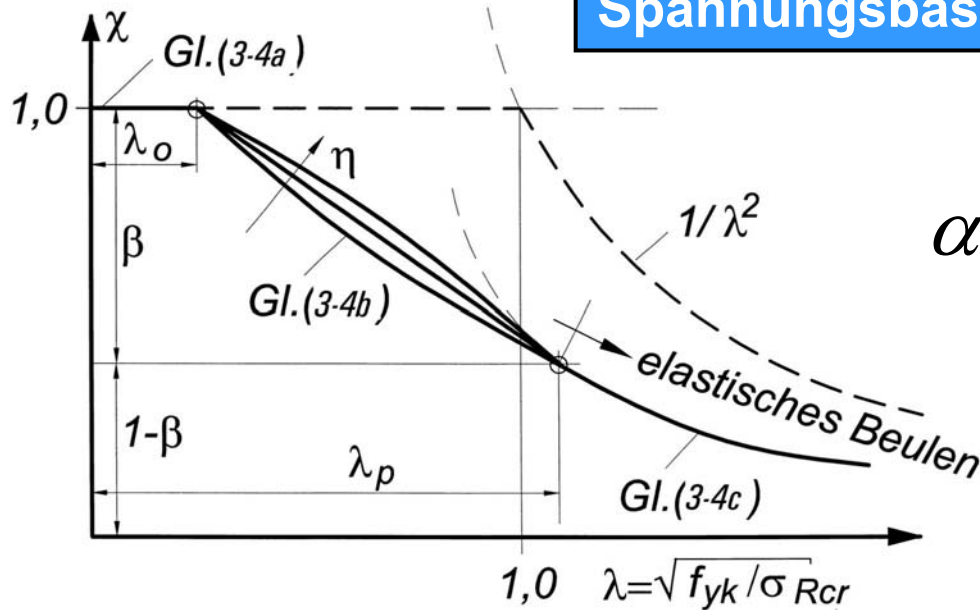
$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}} \right)^{k_x} - k_i \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}} \right) \left(\frac{\sigma_{\Theta,Ed}}{\sigma_{\Theta,Rd}} \right) + \left(\frac{\sigma_{\Theta,Ed}}{\sigma_{\Theta,Rd}} \right)^{k_\Theta} + \left(\frac{\tau_{x\Theta,Ed}}{\tau_{x\Theta,Rd}} \right)^{k_\tau} \leq 1$$

$k_x, k_\Theta, k_\tau, k_i$

Unabhängige Interaktionsparameter:

3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Spannungsbasierter Beulsicherheitsnachweis



Beulparameter

α = **elastischer Imperfektionsfaktor**

... beschreibt für sehr dünnwandige Schalen die ausschließlich imperfektionsbedingte Abminderung von der idealen elastischen Beulspannung auf die reale elastische Beulspannung.

z.B. KZS:

$$\alpha_{\ominus} = \text{const} = 0,50/0,65/0,75$$

$$\alpha_x = f(r/t)$$

β = **plastischer Bereichsfaktor**

... definiert den Schlankheitsbereich, in dem das reale Beulen zusätzlich zu den Imperfektionen auch von den plastischen Werkstoffeigenschaften beeinflusst wird.

z.B. KZS: $\beta = 0,6$

λ_0 = **vollplastischer Schlankheitsgrad**

... definiert die Länge des „plastischen Plateaus“, innerhalb dessen die volle Streckgrenze angesetzt werden kann.

η = **Beulkurvenexponent**

... beschreibt den funktionalen Verlauf der zwischen λ_0 und λ_p „eingehängten“ Beulkurve.

z.B. KZS: $\eta = 1,0$

z.B. KZS: $\lambda_{0,x} = 0,2$

$\lambda_{0,\ominus} = 0,4$

3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Spannungsbasierter Beulsicherheitsnachweis

Interaktionsparameter

● Allgemeine Rotationsschalenfälle

(sehr konservative Approximation, ohne Forschungshintergrund, nur Plausibilität)

$$k_x = 1,0 + \chi_x^2 \quad k_{\Theta} = 1,0 + \chi_{\Theta}^2 \quad k_{\tau} = 1,5 + 0,5\chi_{\tau}^2 \quad k_i = (\chi_x \cdot \chi_{\Theta})^2$$

● Unversteifte Kreiszylinderschalen

(realistische Approximation, numerisch und experimentell verifiziert → *Th. Winterstetter*)

$$k_x = 1,25 + 0,75\chi_x \quad k_{\Theta} = 1,25 + 0,75\chi_{\Theta} \quad k_{\tau} = 1,75 + 0,25\chi_{\tau} \quad k_i = (\chi_x \cdot \chi_{\Theta})^2$$

3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Numerisch gestützter Beulsicherheitsnachweis: MNA/LBA

Berechnungsschritte

- (1) Bemessungswert der **Einwirkungskombination** F_{Ed}
- (2) **Idealer elastischer Beulwiderstand** R_{cr} (bZW. r_{Rcr})
→ Ermittlung mit Hilfe einer linearen Eigenwertanalyse **LBA**

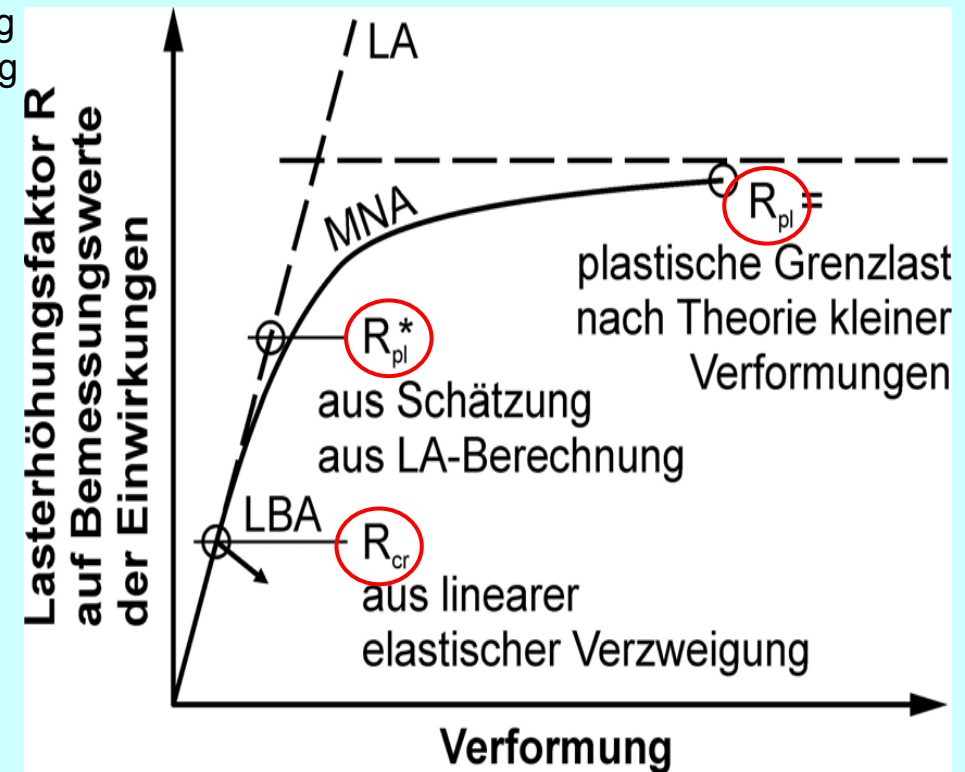
- (3) **Plastischer Referenzwiderstand** R_{pl} (bZW. r_{Rpl})
→ Ermittlung mit Hilfe einer **MNA**-Berechnung
→ (ersatzweise mit Hilfe einer **LA**-Berechnung aus erstmaligem Membranfließen – R_{pl}^*)

- (4) **Bez. glob. Schalenschlankheitsgrad:**
$$\lambda_{ov} = \sqrt{R_{pl} / R_{cr}}$$

- (5) **Globaler Beulabminderungsfaktor:**
$$\chi_{ov} = f(\lambda_{ov}, \alpha_{ov}, \lambda_{ov,0}, \beta_{ov}, \eta_{ov})$$

- (6) **Charakteristischer Beulwiderstand:**
$$R_k = \chi_{ov} R_{pl}$$

- (7) **Bemessungsbeulwiderstand:**
$$R_d = R_k / 1,1$$
- (8) **Nachweis:**
$$R_d \geq 1$$



3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Numerisch gestützter Beulsicherheitsnachweis: MNA/LBA

Wesentliche Merkmale

- **Vergleich zu E-DASt-Richtlinie 017:**

... entspricht vom Format her dem Nachweis nach **Berechnungskonzept I** – mit der Weiterentwicklung „**R_{pI} aus MNA**“ (nur ersatzweise noch aus einer LA-Berechnung).

- **Kernproblem des MNA/LBA-Nachweiskonzeptes:**

... sind die **globalen Beulparameter** $\alpha_{ov}, \lambda_{ov,0}, \beta_{ov}, \eta_{ov}$

Sie sind sozusagen „die Kehrseite der Medaille“, welche auf ihrer „Vorderseite“ als beeindruckende Vorteile den direkten Einsatz der heutigen numerischen Möglichkeiten ohne Umweg über Beulspannungen sowie die Allgemeingültigkeit aufzuweisen hat.

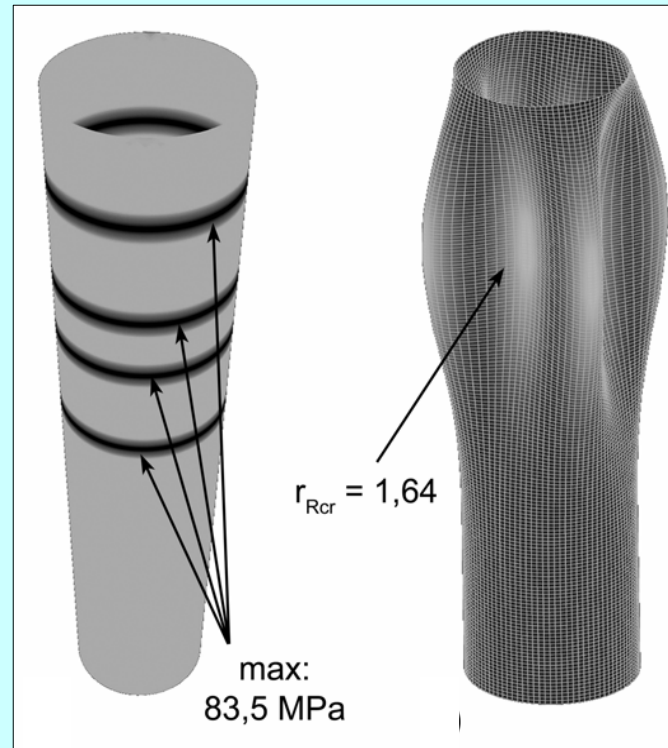
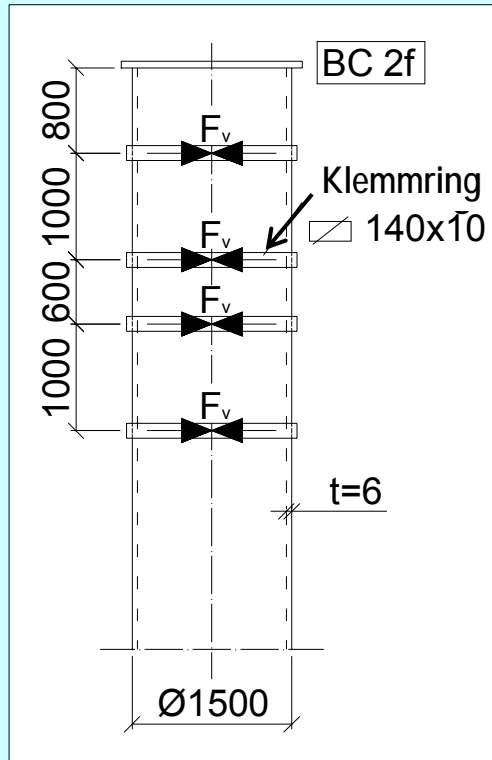
Aber: Globale Beulparameter, die auf spezielle Schalenbeulfälle mit speziellen Einwirkungskombinationen bezogen sind, gibt es de facto noch nicht!

3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Numerisch gestützter Beulsicherheitsnachweis: MNA/LBA

Mobilfunkantennen an bestehendem Stahlkamin

Einfaches Beispiel



$$F_{V,k} = 1,5 \cdot 50 = 75 \text{ kN}$$

radiale Streifenlast
eines Klemmrings:

$$p_{V,d} = 75 / (0,75 \cdot 0,14) = 714 \text{ kN/m}^2$$

$\sigma_{m,eq,Ed}$
aus LA

1. Eigenform
aus LBA

Beulsicherheitsnachweis:

$$R_{pl}^* = 235 / 83,5 = 2,81$$

$$R_{cr} = 1,64$$

$$\alpha_{ov} \approx \alpha_{\theta} = 0,65$$

$$\beta_{ov} \approx \beta_{\theta} = 0,60$$

$$\lambda_{ov} = (2,81 / 1,64)^{0,5} = 1,309$$

$$\lambda_{ov,p} = [0,65 / (1 - 0,60)]^{0,5}$$

$$= 1,275 < 1,309$$

$$X_{ov} = 0,65 / 1,309^2 = 0,379$$

$$R_d = 0,379 \cdot 2,81 / 1,1$$

$$= \underline{0,97 \approx 1,00}$$

3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Numerisch gestützter Beulsicherheitsnachweis: GMNIA

Berechnungsschritte

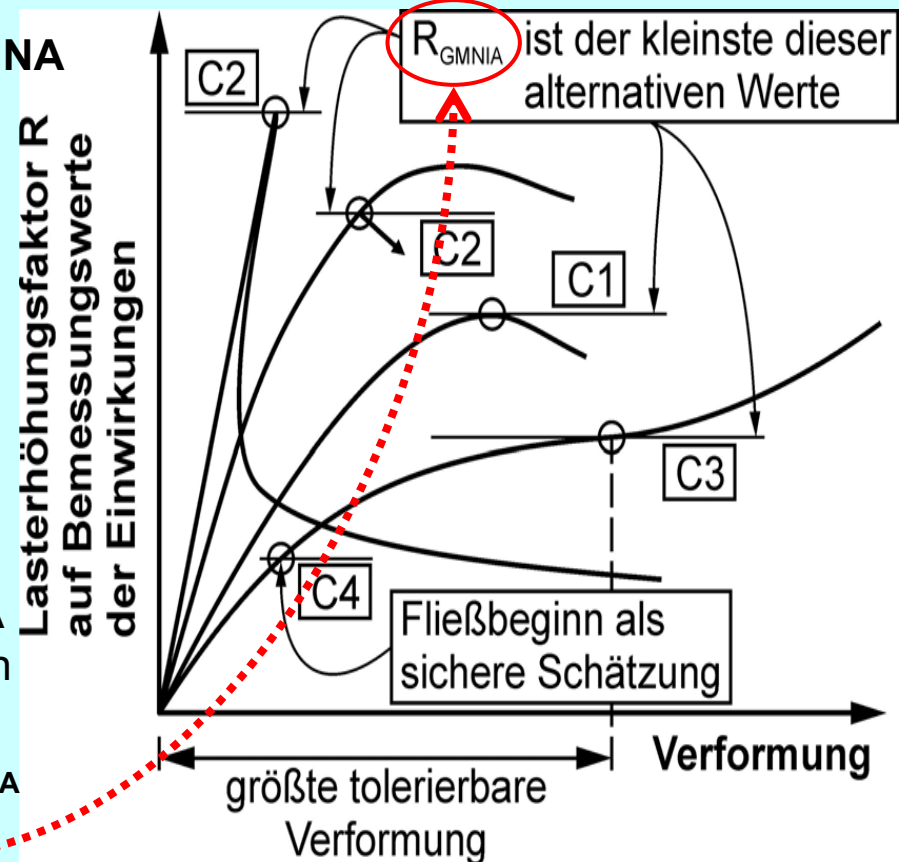
- (1) Bemessungswert der **Einwirkungskombination** F_{Ed}
- (2) **Lineare** Vorberechnungen **LA, LBA, MNA** → bezog. globaler Schlankheitsgrad λ_{ov}

- (3) **Nichtlineare** Vorberechnungen **GNA, GMNA**
→ Identifizieren der geometrisch und werkstofflich nichtlinearen Einflüsse

- (4) **Geometrische Ersatzimperfectionen**
-- Annahme der **Form**
 - eigenformaffine Formen,
 - konstruktionsspezifische Formen,
 - kollapsaffine Formen

- (5) **Geometrische Ersatzimperfectionen**
-- Annahme der **Größe** $\Delta w_{0,eq}$

- (6) **Nichtlineare** Hauptberechnungen **GMNIA** für jede angenommene Ersatzimperfection
→ Ermitteln des **kleinsten elastisch-plastischen Beulwiderstandes** R_{GMNIA} nach jeweils relevanter **Definition C1 bis C4**



3 EN-Formate für den Beulsicherheitsnachweis

Numerisch gestützter Beulsicherheitsnachweis: GMNIA

(7) Zuverlässigkeitsüberprüfung – erste Stufe:

Kritische Würdigung des Quotienten R_{GMNIA}/R_{GMNA}

→ Vergleich mit bekannten Werten, **Größenordnung plausibel ?**

**Berechnungsschritte
(Fortsetzung)**

(8) Zuverlässigkeitsüberprüfung – zweite Stufe:

Ermittlung eines **Kalibrierungsfaktors** aus

$$k_{GMNIA} = \frac{R_{test,known,check}}{R_{GMNIA,check}}$$

oder

$$k_{GMNIA} = \frac{R_{k,known,check}}{R_{GMNIA,check}}$$



$$k_{GMNIA} \leq 1,0$$



$$0,8 \leq k_{GMNIA} \leq 1,2$$



wenn k_{GMNIA} außerhalb
dieser Grenzen
→ Ursachen für die
Diskrepanz suchen

(9) **Charakteristischer Beulwiderstand:**

$$R_k = k_{GMNIA} \cdot R_{GMNIA}$$

(10) **Bemessungsbeulwiderstand:**

$$R_d = R_k / 1,1$$

(11) **Nachweis:**

$$R_d \geq 1$$

4 Unversteifte Kreiszyinderschalen

Einachsige Membranspannungszustände

Membrandruck in Meridianrichtung (Axialrichtung)

Ideale Meridianbeulspannung

- Zentrale Formel (wie in DIN 18800-4):

$$\sigma_{xRcr} = 0,605 E C_x \frac{t}{r}$$

- Biegebeanspruchung:

$$C_x = C_{x,N} \left(\frac{\sigma_{xE,N}}{\sigma_{xE}} \right) + \left(\frac{\sigma_{xE,M}}{\sigma_{xE}} \right)$$

Meridianbeulparameter

- Allg. Beanspruchung:

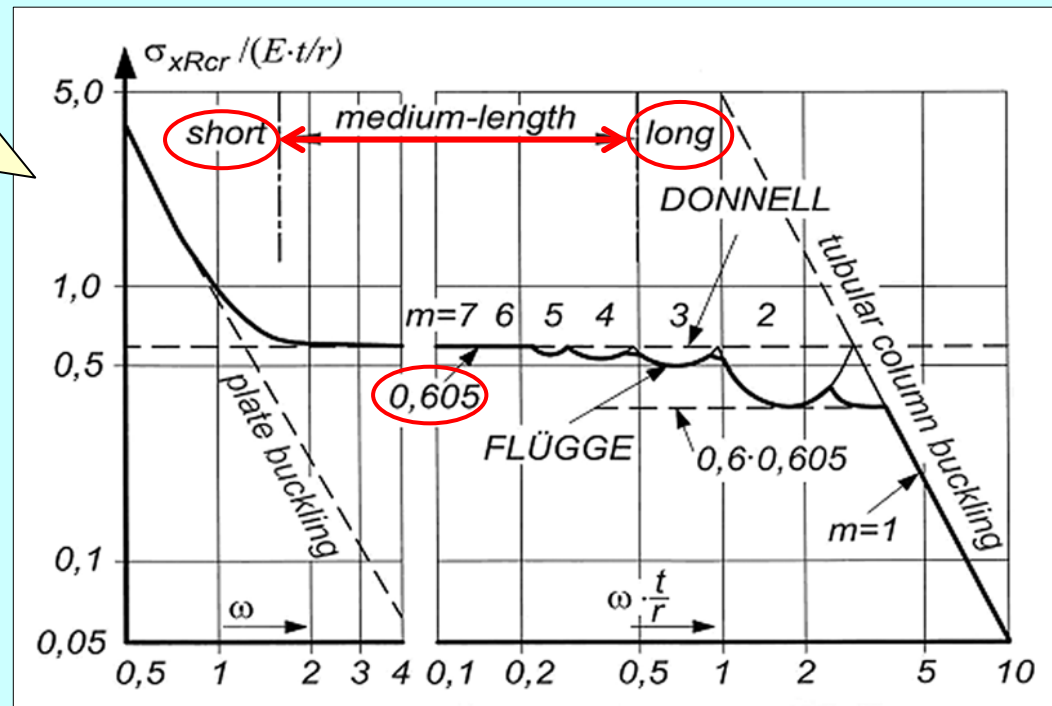
$$\alpha_x = \frac{0,62}{1 + 1,91(\Delta w_k / t)^{1,44}}$$

$$\beta_x = 0,60 \quad \lambda_{x0} = 0,20 \quad \eta_x = 1,0$$

- Biegebeanspruchung:

$$\lambda_{x0} = 0,20 + 0,10 \left(\frac{\sigma_{xE,M}}{\sigma_{xE}} \right)$$

Beulformeln In EN Anhang D



Längenparameter:

$$\omega = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{l}{\sqrt{rt}}$$

4 Unversteifte Kreiszylinderschalen

Einachsige Membranspannungszustände

Membrandruck in Umfangsrichtung

Beulformeln in EN Anhang D

Ideale Umfangsbeulspannung

- Zentrale Formel (wie in DIN 18800-4):

$$\sigma_{\Theta Rcr} = 0,92 E \left(\frac{C_{\Theta}}{\omega} \right) \left(\frac{t}{r} \right)$$

- sehr langer Zylinder („Ringknicken“):

$$\sigma_{\Theta Rcr} \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} = 0,275 E \left(\frac{t}{r} \right)^2$$

Umfangsbeulparameter

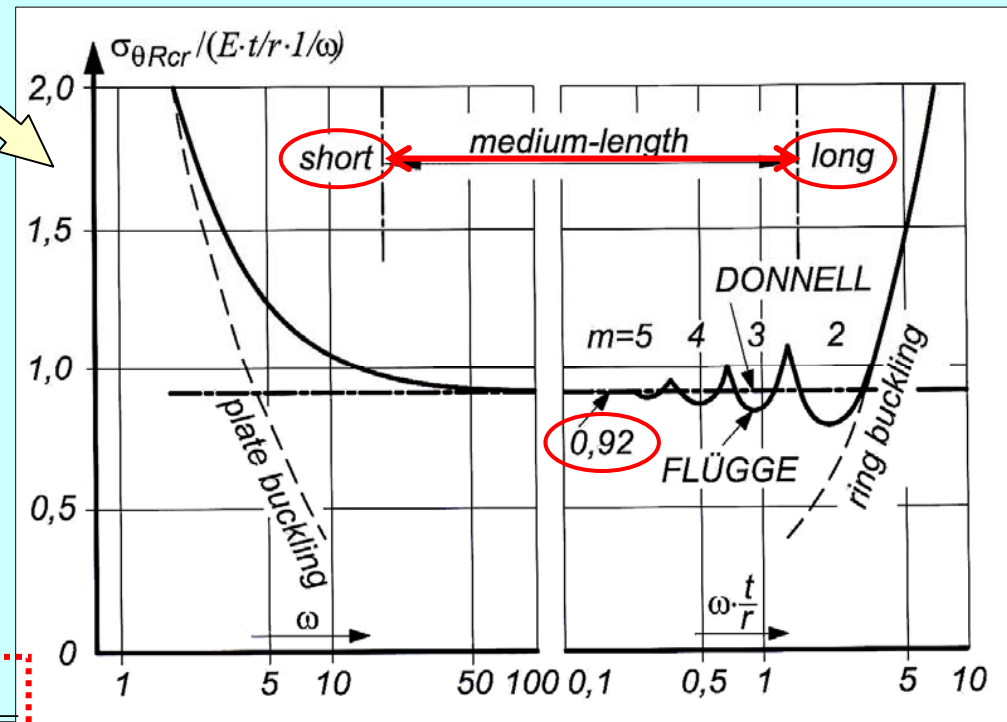
- Allgemein:

$$\alpha_{\Theta} = 0,75 / 0,65 / 0,50$$

$$\beta_{\Theta} = 0,60 \quad \lambda_{\Theta 0} = 0,40 \quad \eta_{\Theta} = 1,0$$

- sehr langer Zylinder („Ringknicken“):

$$\alpha_{\Theta} \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \alpha_{Ring} = \frac{1}{1 + 0,257 \frac{t}{r} \sqrt{\frac{E}{f_{yk}}}}$$



nicht in EN,
aber im NA!

Längenparameter:

$$\omega = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{l}{\sqrt{rt}}$$

4 Unversteifte Kreiszylinderschalen

Einachsige Membranspannungszustände

Membranschub

Beulformeln in EN Anhang D

Ideale Schubbeulspannung

- Zentrale Formel (wie in DIN 18800-4):

$$\tau_{x\Theta, Rcr} = 0,75 E C_\tau \frac{t}{r} \sqrt{\frac{1}{\omega}}$$

- Sehr langer Zylinder (tordiertes Rohr):

$$\tau_{x\Theta, Rcr} \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} = 0,25 E \left(\frac{t}{r}\right)^{1,5}$$

Schubbeulparameter

- Allgemein:

$$\alpha_\tau = 0,75 / 0,65 / 0,50$$

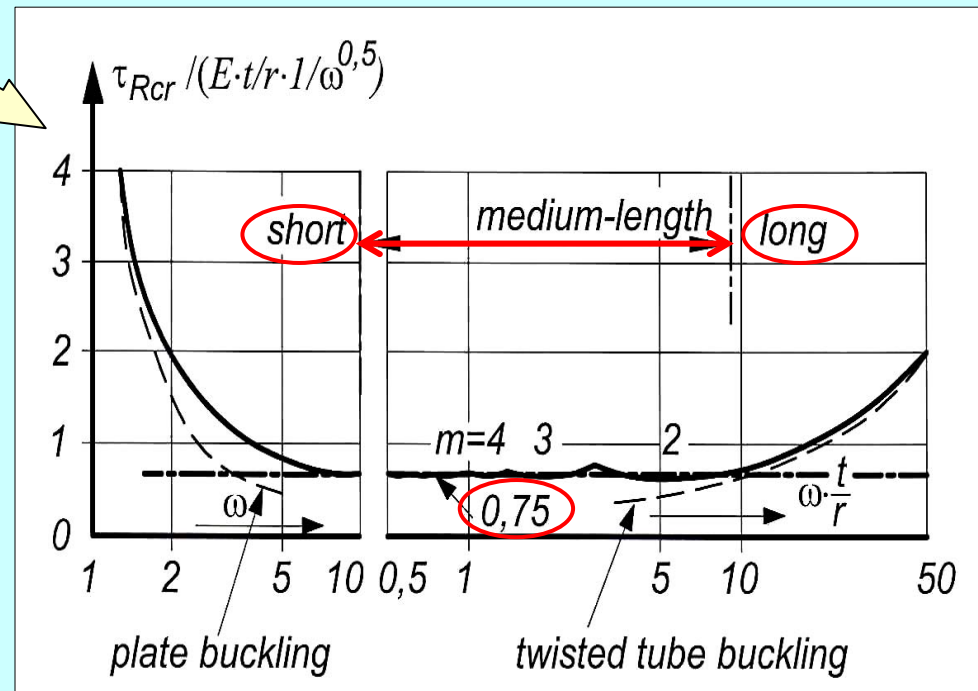
$$\beta_\tau = 0,60 \quad \lambda_{\tau 0} = 0,40 \quad \eta_\tau = 1,0$$

- sehr langer Zylinder (tordiertes Rohr):

(keine speziellen Beulparameter bekannt)

Längenparameter:

$$\omega = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{l}{\sqrt{rt}}$$

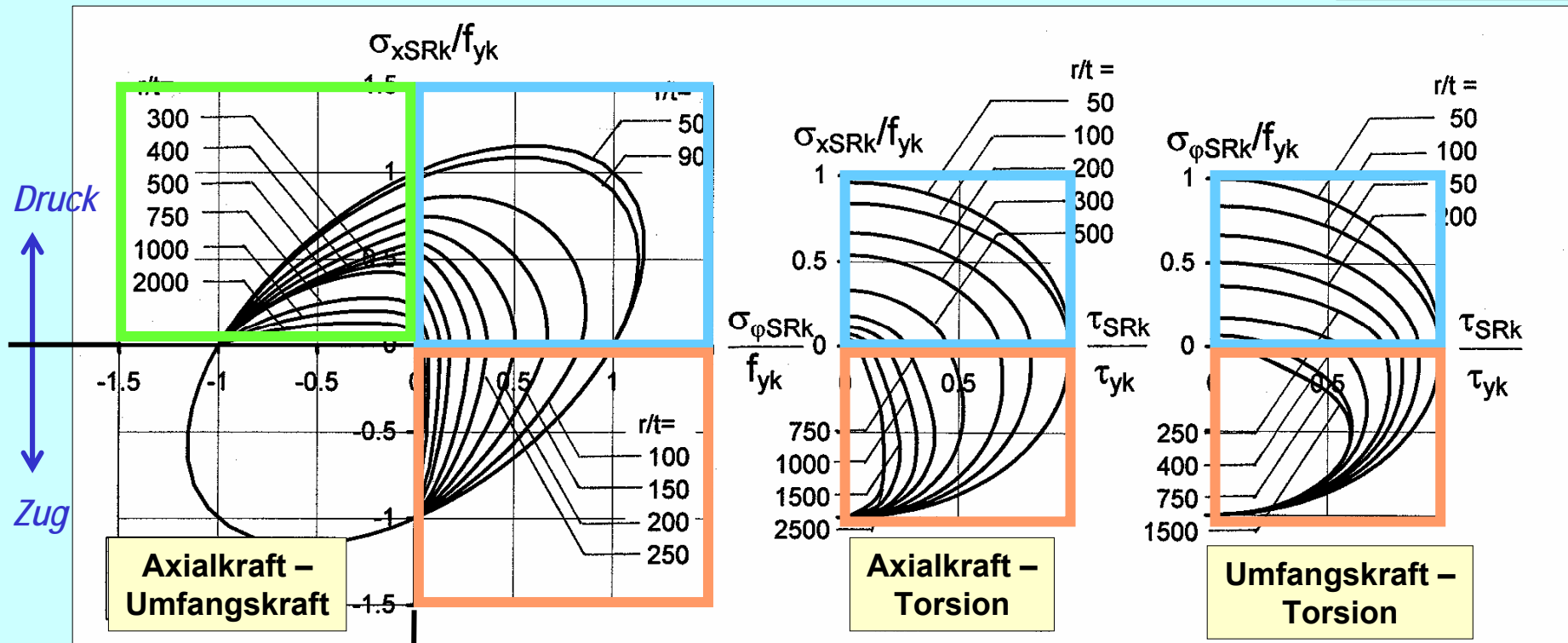


4 Unversteifte Kreiszyinderschalen

Kombinierte Membranspannungszustände

Zukunftsweisendes Gesamtkonzept (nach Th. Winterstetter):

Allgemein



Zug ← → Druck

□ Interaktionsformel in EN (→ Folien 16 und 18)

□ Beulformeln in EN (→ nächste Folie)

□ keine Formeln in EN

4 Unversteifte Kreiszyinderschalen

Kombinierte Membranspannungszustände

Druck in Axialrichtung und Zug in Umfangsrichtung infolge Innendruck

Beulformeln in EN Anhang D

• Bedeutung

Lastfall „ $\sigma_{x,\text{Druck}} + \sigma_{\Theta,\text{Zug}}$ “ hat eine lange Geschichte, weil für die **Behälter- und Silobaupraxis** von erheblicher wirtschaftlicher Bedeutung.

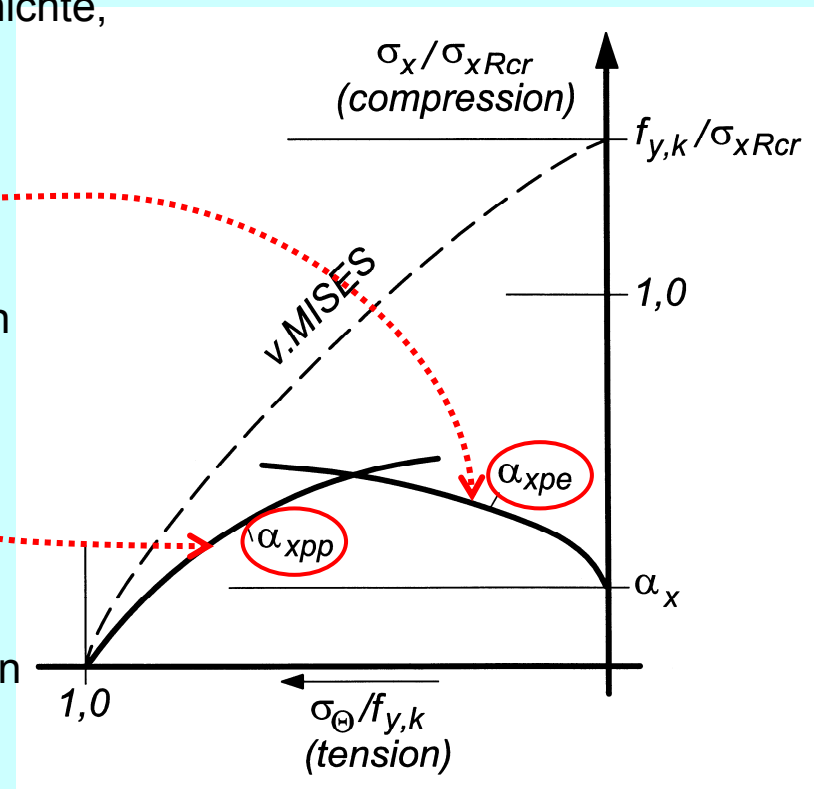
• Innendruckinduzierte elastische Stabilisierung

Meridianbeulparameter α_x durch α_{xpe} ersetzen
→ Formel für α_{xpe} in EN Anhang D

• Innendruckinduzierte plastische Destabilisierung

(als „Elephant's Foot“ bekannt)

Meridianbeulparameter α_x durch α_{xpp} ersetzen
→ Formel für α_{xpp} in EN Anhang D



5 Versteifte Kreiszyinderschalen

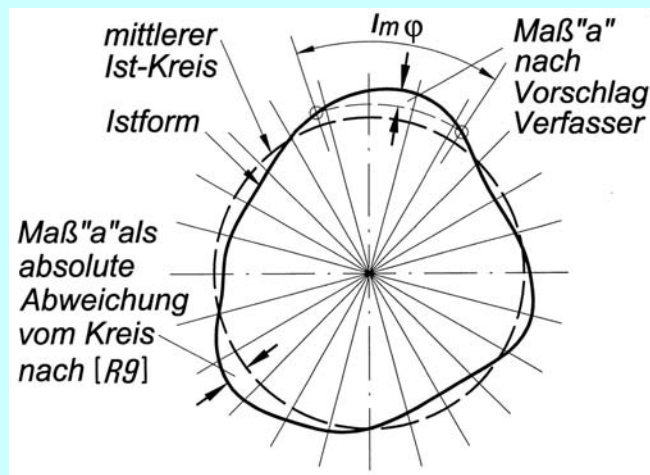
Gleichmäßig versteifte KZS

... ringversteift, Außendruck

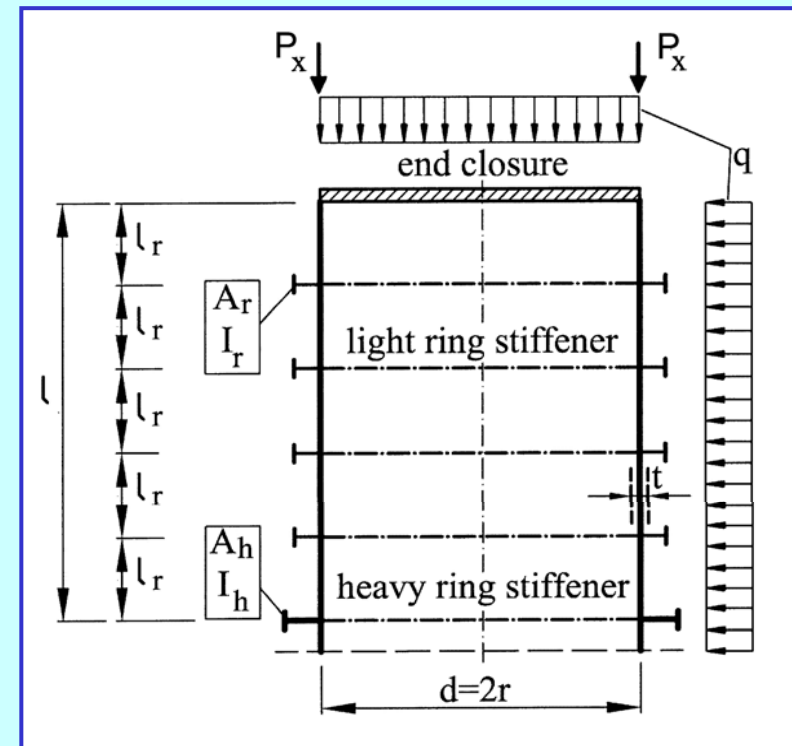
Spezielle Regeln in ECCS-R

- **Vergleich zu E-DASSt-Richtlinie 017:**
... entspricht vom Format und Inhalt her den Regeln in **Kapitel 3** der **E-DASSt-Ri 017**

- **Herstellungstoleranz der Ringsteifen :**



- einfach, aber **sehr konservativ**
- **grobe Näherung** → Messung auf $\pm 15\%$ ausreichend
- bei Überschreitung eventuelle Maßnahmen sorgfältig **statisch überlegen**



5 Versteifte Kreiszylinderschalen

Gleichmäßig versteifte KZS

... längsversteift, Axialdruck

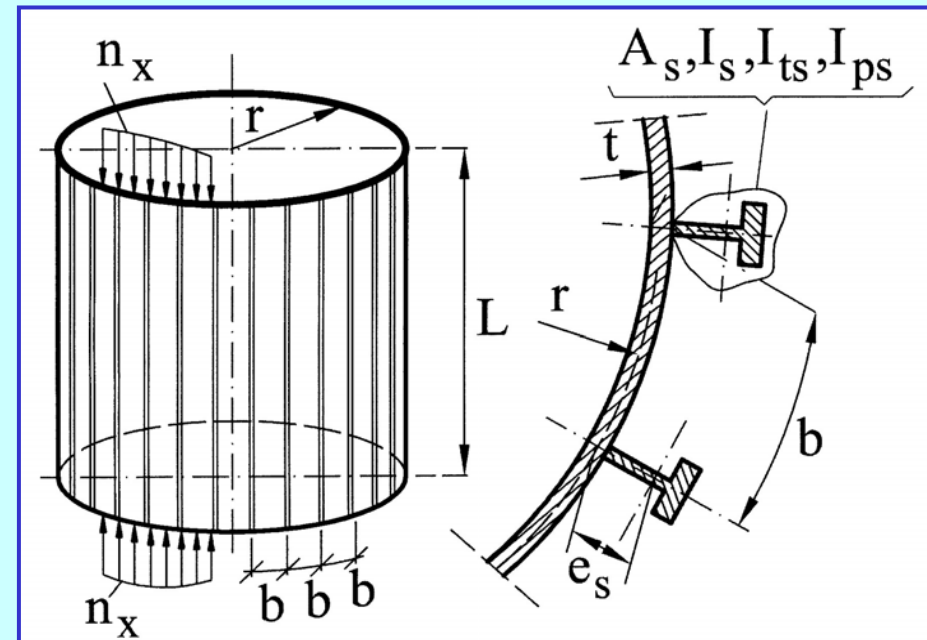
Spezielle Regeln in ECCS-R

- **Vergleich zu E-DASSt-Richtlinie 017:**
... entspricht vom Format und Inhalt her den Regeln in **Kapitel 4** der **E-DASSt-Ri 017**

- **Nachweis gegen lokales Beulen:**
... wurde nach Vorschlag *H. Düsing* weiter entwickelt: erfolgt nun in Abhängigkeit vom **Koiter-Parameter**

$$k_s = 0,29 b / \sqrt{rt}$$

- ❖ entweder als axial gedrückter **Plattenstreifen** nach EN 1993-1-5, wenn der Steifenabstand klein ist ($k_s \leq 1,0$),
- ❖ oder als axial gedrückte **Kreiszylinderschale** nach EN 1993-1-6, wenn der Steifenabstand groß ist ($k_s \geq 5,0$),
- ❖ oder (für $1,0 < k_s < 5,0$) durch **quadratische Interpolation** zwischen den beiden vorgenannten Grenzfällen.



5 Versteifte Kreiszyinderschalen



Glattwandsilos mit außen liegendem Steifenraster (System Gruber)



Spiralfalzsilos mit innen liegenden Stützen (System Lipp)

Wellblechsilos mit außen liegenden Stützen (System RIELA)

Gleichmäßig versteifte KZS

... orthogonal versteift, Axialdruck

Keine speziellen Regeln in ECCS-R

Typische Beispiele orthogonal versteifter Silos



5 Versteifte Kreiszyinderschalen

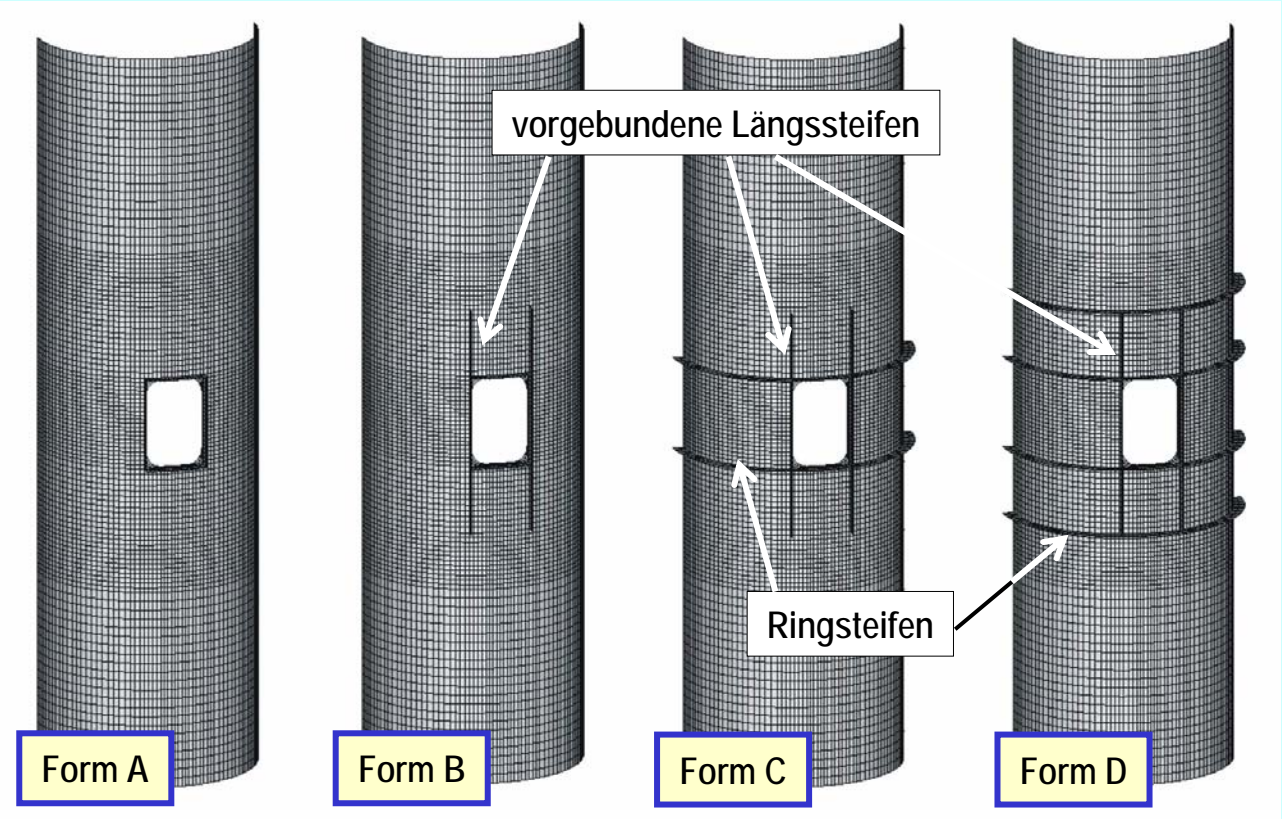


Ungleichmäßig versteifte KZS

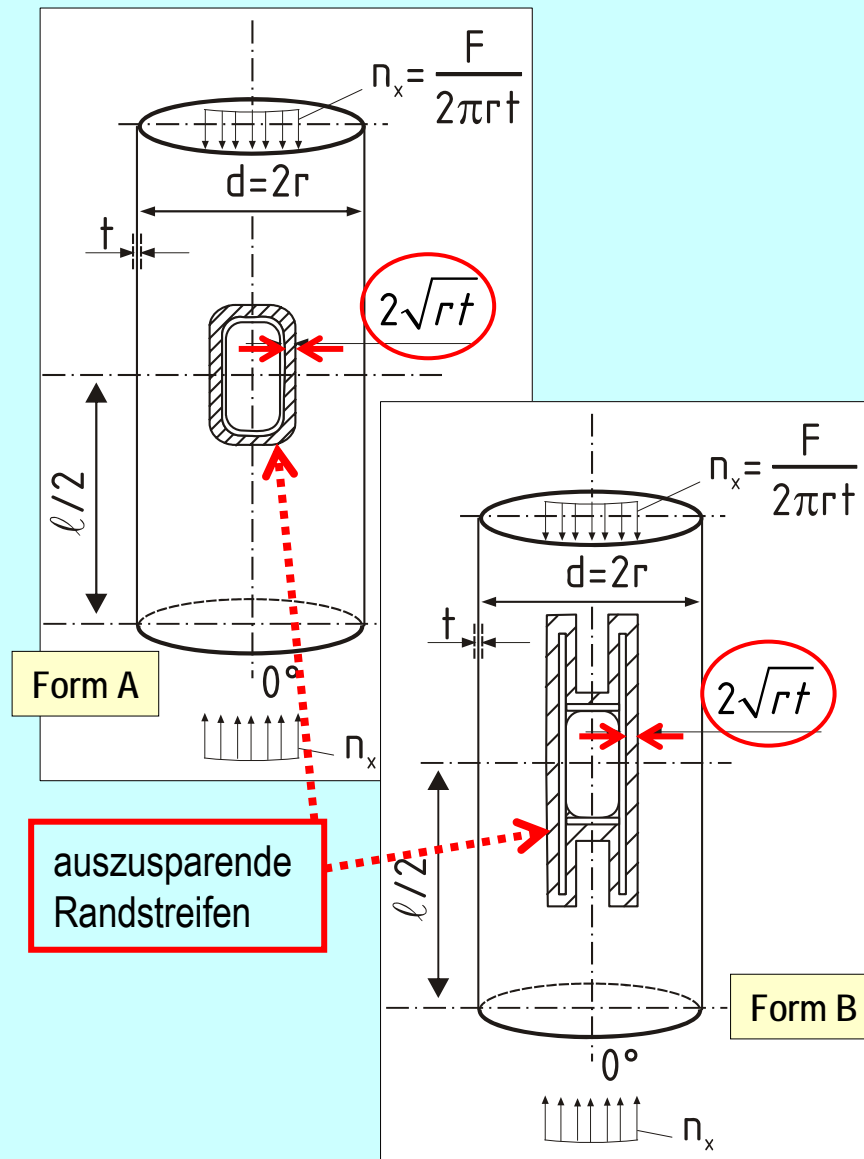
Versteifte Mantelöffnungen, Axialdruck

Keine speziellen Regeln in ECCS-R

Konstruktive Systematik der Versteifungen



5 Versteifte Kreiszylinderschalen



Ungleichmäßig versteifte KZS

Versteifte Mantelöffnungen, Axialdruck

Spannungsbasierter Nachweis nach EN

Erkenntnis aus Vergleich mit Versuchen (St. Wirth):

Der traditionelle spannungsbasierte Beul-sicherheitsnachweis ist grundsätzlich gut geeignet, um versteifte Öffnungsbereiche sicher und wirtschaftlich zu dimensionieren.

Voraussetzungen dafür:

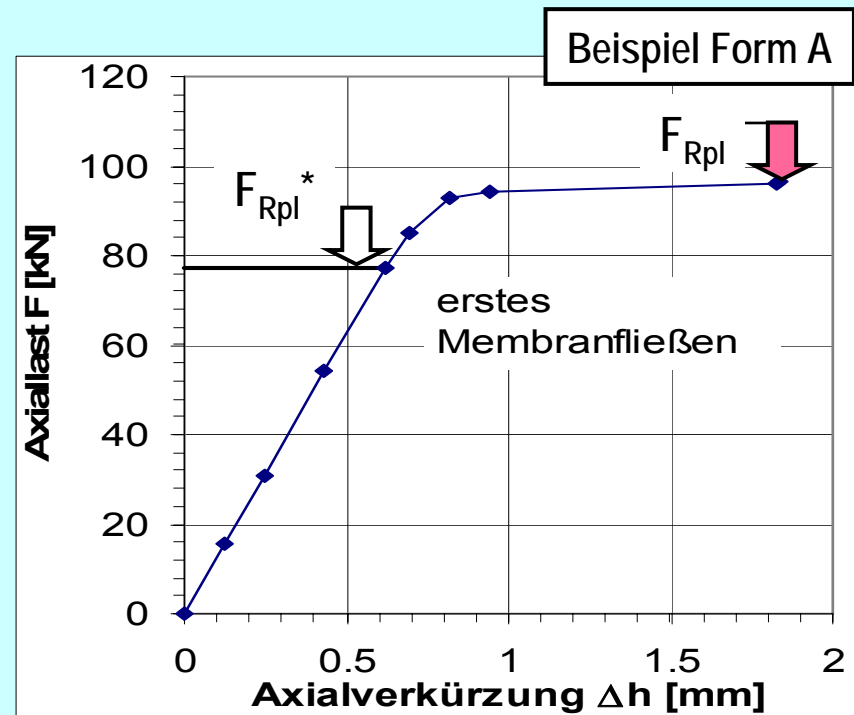
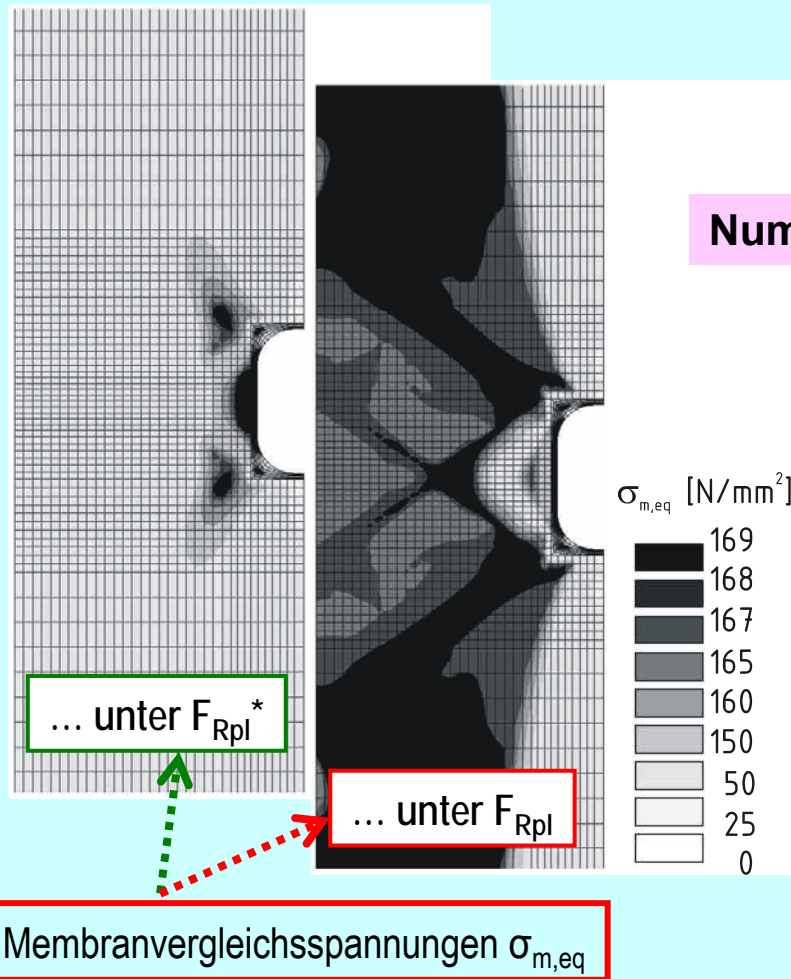
- **Membranspannungsfeld** mit FEM **zutreffend** berechnet,
- **maßgebende** Membranspannungswerte unter **Aussparung der Randstreifen** entlang aller Steifen extrahiert.

5 Versteifte Kreiszyinderschalen

Ungleichmäßig versteifte KZS

Versteifte Mantelöffnungen, Axialdruck

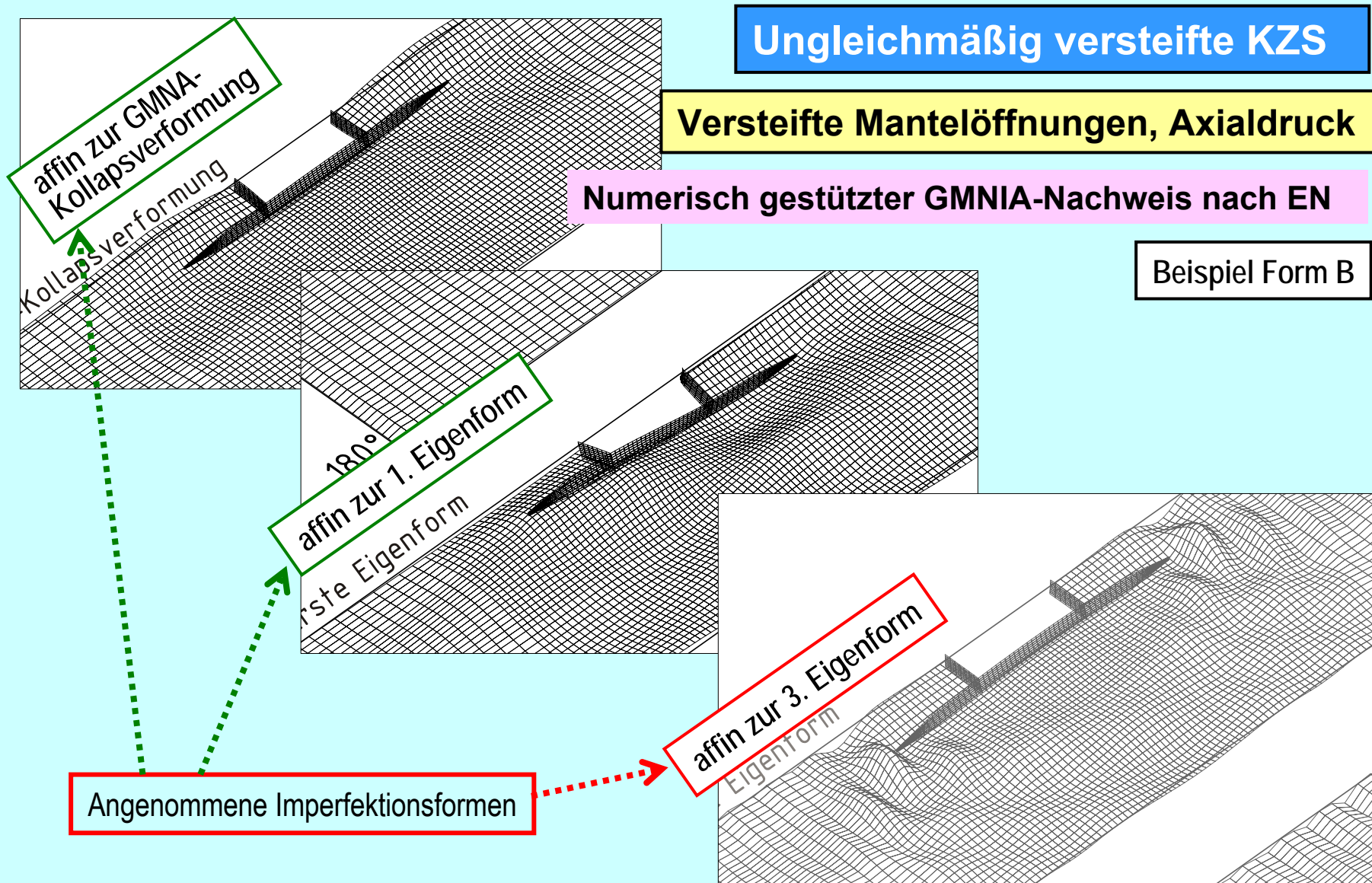
Numerisch gestützter MNA/LBA-Nachweis nach EN



Erkenntnis aus Vergleich mit Versuchen (St. Wirth):

Der MNA/LBA-Nachweis ist sehr gut geeignet – sofern nicht R_{pl}^* , sondern R_{pl} verwendet wird.

5 Versteifte Kreiszyinderschalen



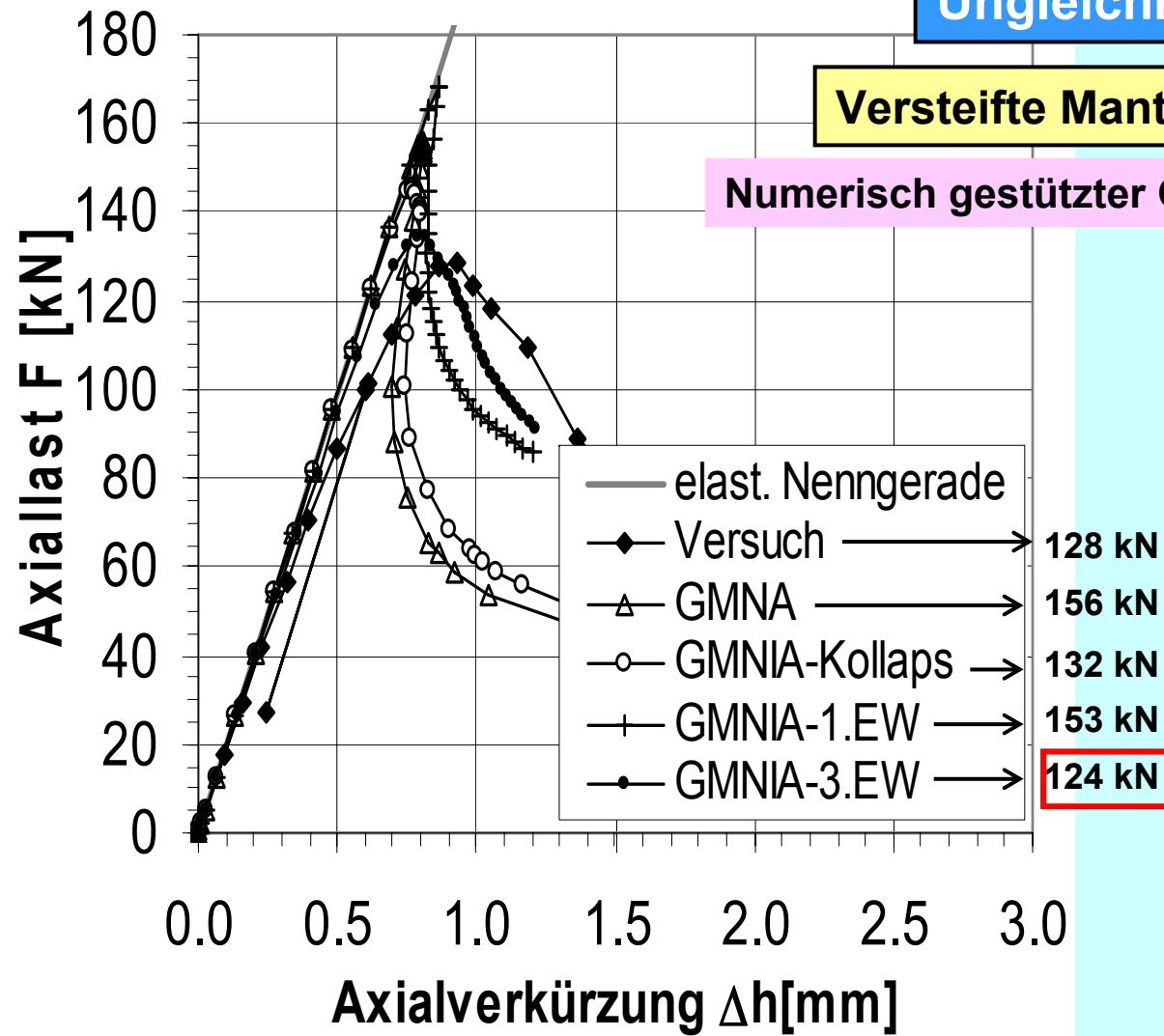
5 Versteifte Kreiszyinderschalen

Ungleichmäßig versteifte KZS

Versteifte Mantelöffnungen, Axialdruck

Numerisch gestützter GMNIA-Nachweis nach EN

Beispiel Form B



Erkenntnis aus Vergleich mit Versuchen: (St. Wirth)

Der GMNIA-Nachweis ist **problematisch** hinsichtlich des Auffindens der ungünstigsten Imperfektionsform. Er bringt hier auch **keinen wirtschaftlichen Vorteil** gegenüber MNA/LBA !

6 Unversteifte Rotationsschalen

Kegelstumpfschalen

Ergänzende Regeln in ECCS-R

Beulformeln in EN Anhang D

... für Kegelstümpfe unter Meridiandruck

■ Längenparameter:

$$\omega_{con} = \frac{L}{\sqrt{r_m t}} = L \sqrt{\frac{\cos \beta}{\sqrt{r_1 r_2} \cdot t}}$$

■ Kurzer Kegelstumpf mit $\omega_{con} \leq 1,7$

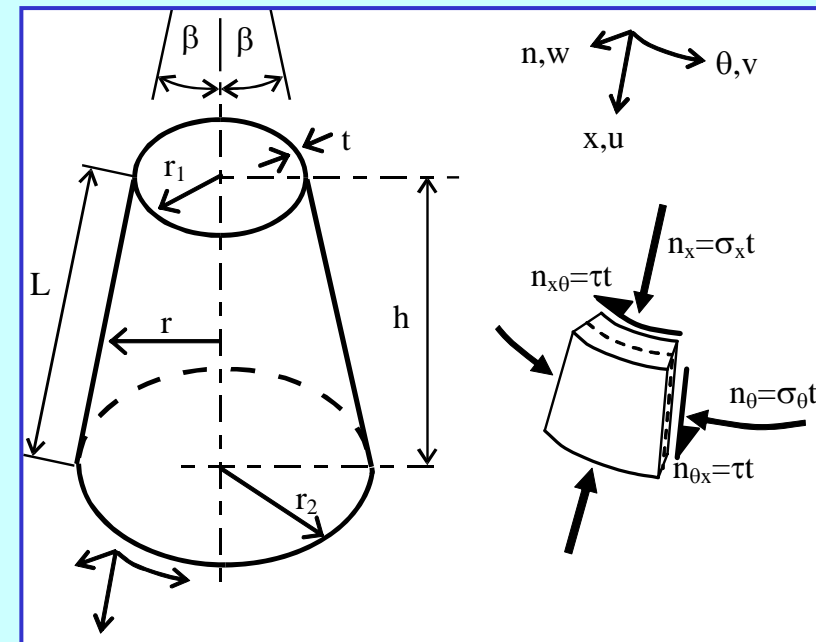
$$C_{x,con} = 1,36 - \frac{1,83}{\omega_{con}} + \frac{2,07}{(\omega_{con})^2}$$

■ Langer Kegelstumpf mit $\omega_{con} \geq 0,5 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{0,55} \frac{r_1}{t \cos \beta}$

$$C_{xN,con} = 1,20 - 0,40 \omega_{con} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^{0,55} \frac{t \cos \beta}{r_1}$$

$$C_{xN,con} \geq 0,6$$

(nach R. Krysik)



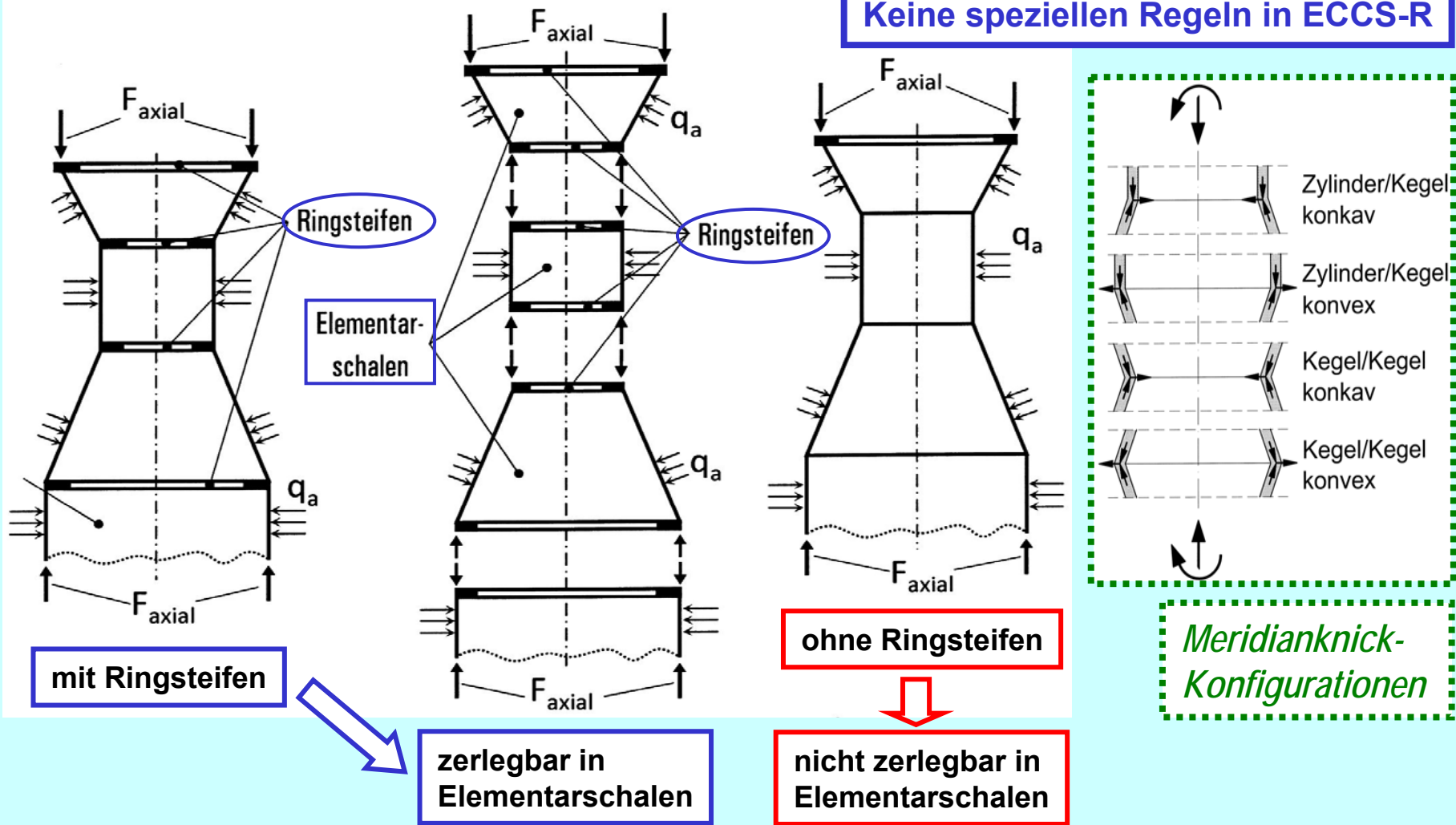
● Konzept des Ersatzzylinders

... wie in DIN 18800-4

6 Unversteifte Rotationsschalen

Zusammengesetzte Kreiszyylinder-Kegel-Schalen

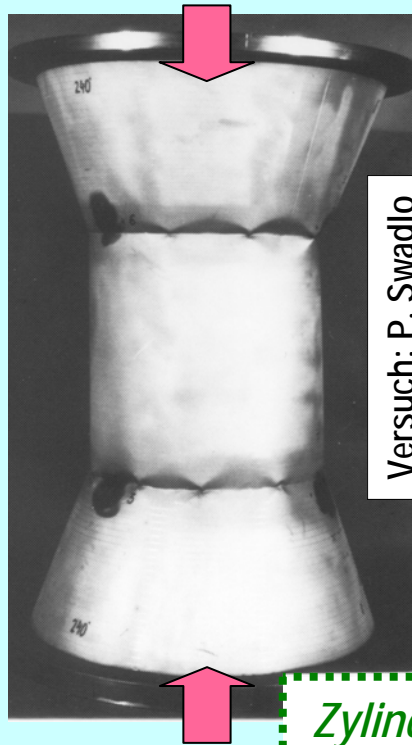
Keine speziellen Regeln in ECCS-R



6 Unversteifte Rotationsschalen

Zusammengesetzte Kreiszyylinder-Kegel-Schalen

... unter Meridiandruck

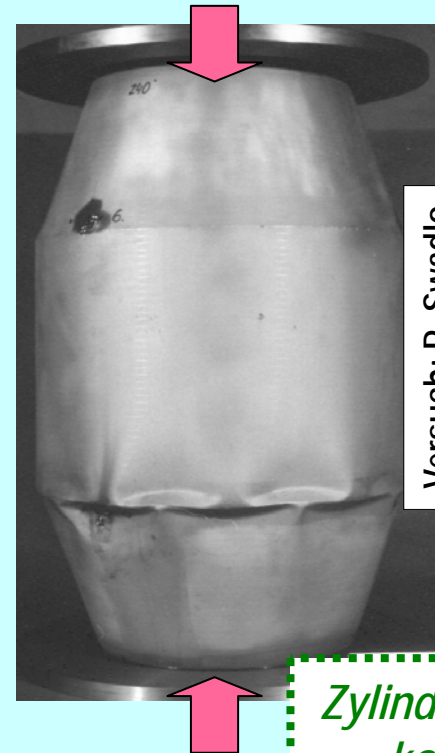


Versuch: P. Swadlow

Zylinder-Kegel
konkav

Axialkraft-
Beulversuch

zugehörige
1. Eigenform $\rightarrow R_{cr}$



Versuch: P. Swadlow

Zylinder-Kegel
konvex

Axialkraft-
Beulversuch

zugehörige
1. Eigenform $\rightarrow R_{cr}$

6 Unversteifte Rotationsschalen

Zusammengesetzte Kreiszyylinder-Kegel-Schalen

Empfehlungen

... unter Meridiandruck

Tragsicherheitsnachweis (LS1) für Bereiche der Meridianknicke

Spannungsbasiert nach EN

→ ist möglich, aber wegen der großen lokalen Schalenbiegespannungen sehr konservativ

Numerisch gestützt (MNA) nach EN

→ dringend zu empfehlen

Beulsicherheitsnachweis (LS3) für Gesamtschale

Spannungsbasiert

→ ist nicht möglich, da weder in EN noch in ECCS-R spezielle Beulformeln vorhanden

Numerisch gestützt (MNA/LBA) nach EN

→ dringend zu empfehlen
(evtl. auch mit R_{pl}^* statt mit R_{pl})

Numerisch gestützt (GMNIA) nach EN

→ nicht zu empfehlen

Erkenntnisse aus Vergleich mit Versuchen (*P. Swadlo*):

- Beide Nachweise (LS1 und LS3) sind stets parallel zu führen.
- **Zerlegung** in Elementarschalen beim Beulsicherheitsnachweis ist **nicht zulässig**.
- Der MNA/LBA-Beulsicherheitsnachweis ist **gut** geeignet.

6 Unversteifte Rotationsschalen

Zusammengesetzte Kreiszyylinder-Kegel-Schalen

Empfehlungen

- Meridianknickwinkel $\beta \geq 15^\circ$
→ Beulsicherheitsnachweis für Elementarschalen führen

Spannungsbasiert nach EN

→ zu empfehlen

- Meridianknickwinkel $\beta < 15^\circ$
→ Beulsicherheitsnachweis für Gesamtschale führen

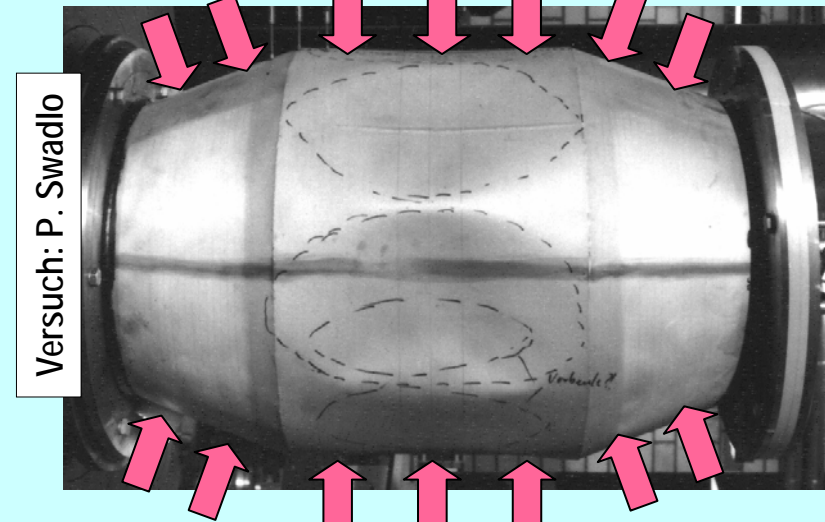
Spannungsbasiert nach EN

→ ist nicht möglich, da weder in EN noch in ECCS-R spezielle Beulformeln vorhanden

Numerisch gestützt (MNA/LBA) nach EN

→ dringend zu empfehlen
(evtl. auch mit R_{pl}^* statt mit R_{pl})

... unter Außendruck



Erkenntnisse aus Vergleich mit Versuchen (P. Swadlo):

- Nachweis für **LS1** braucht in der Regel **nicht** geführt zu werden.
- Zerlegung** in Elementarschalen beim Beulsicherheitsnachweis ist bei $\beta \geq 15^\circ$ **zulässig**.

6 Unversteifte Rotationsschalen

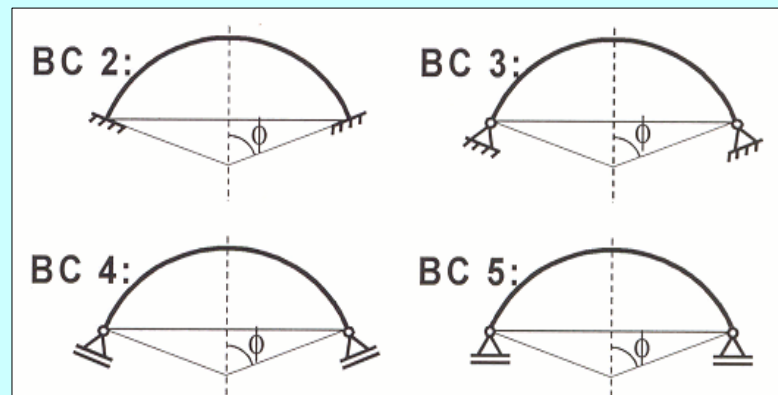
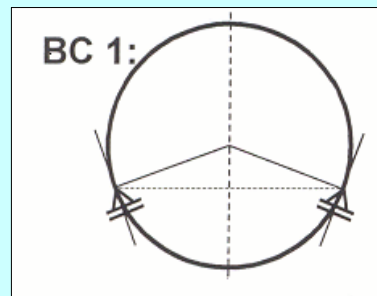
Kugelschalen

**Spezielle Regeln in ECCS-R
(wurden in den NA zu DIN EN 1993-1-6
übernommen)**

- ... formal nur für den Lastfall
„**konstanter Außendruck**“,
jedoch können andere Lastfälle
näherungsweise behandelt werden
- Beulsicherheitsnachweis in
Anlehnung an das **MNA/LBA-Konzept** (nach *Wunderlich & Albertin*)
für folgende Randbedingungen:

Keine Beulformeln in EN Anhang D

Die Regeln von DIN 18800-4 für einen
spannungsbasierten Beulsicherheitsnachweis
wurden leider nicht in die EN 1993-1-6
übernommen



7 Literatur

Ergänzung zu 6.3 „**Zusammengesetzte Kreiszyylinder-Kegel-Schalen**“

Knoke, O.: Beulwiderstände zusammengesetzter Zylinder-Kegel-Schalen.
Diss. TU Braunschweig 2003 (Bericht Nr. 2003-98 des Instituts für Statik)

(im Originalbeitrag im Stahlbau-Kalender 2012 leider vergessen → Entschuldigung!)