There can be no analysis of inference
without a prior analysis of the structure of statements
that can serve as premises and conclusions.

Michael Dummett

3. Die Rationale Grammatik

Sprachen stellen sich nach den bisherigen Ausführungen als Regelwerke für Redehandlungen dar (↑2.2). Die Regeln spezifizieren, unter welchen Bedingungen Autoren welche Redehandlungen vollziehen dürfen oder sollen. Autoren vollziehen in einer Sprache Redehandlungen, indem sie Sätze dieser Sprache äußern. Sätze ergeben sich aus der Anwendung eines Performators auf eine Aussage. – Aus welchen kleineren und kleinsten Bausteinen sind die Aussagen einer Sprache nach welchem Bauprinzip zusammengesetzt? Wie gelangt man überhaupt zu Kategorien, die eine Sortierung der Redemittel erlauben? Welches sind die mit dieser Sortierung verfolgten Zwecke? Gibt es nur ein oder aber mehrere Sortierungsraster und welches ist mit welcher Rechtfertigung in einer konkreten Problemsituation zu veranschlagen?

Einige dieser Fragen werden bearbeitet; für die Beantwortung der verbleibenden, die der philosophischen Hauptschule angehören, sind erste Vorkehrungen zu treffen. Zunächst ist die Rationale oder Logische Grammatik aus dem reichen Angebot an kategorialen Rahmen auszuzeichnen (3.1). Sodann wird der für die Anwendung wichtigste und daher auch am besten untersuchte Typus, die Standardgrammatik erster Stufe, im Einzelnen dargelegt (3.2). Erweiterungen der Standardgrammatik, Ergänzungen um ein allgemeines Prinzip und alternative Vorschläge sowie Vertiefungen bezüglich des Gewinns grammatischer Kategorien bilden den dritten Schritt (3.3). Abschließend wird unter dem Titel ‘Grammatischer Instrumentalismus’ eine Einsatzstrategie grammatischer Kategorien im Umgang mit gebrauchssprachlichen Verlautbarungen empfohlen (3.4). Endlich sind Literaturempfehlungen auszusprechen (3.5). Im ersten Durchgang kann die Bearbeitung nach 3.3.1, der Erörterung des Funktionalitätsprinzips, beendet werden. Die unter 3.3.2 verhandelte Erweiterung von Termquantoren und Quantortermen ist im Zuge der Darlegung der kennzeichnenden Nomination (↑7) einzubeziehen und wird auch bei der Konstruktion einer Klassensprache (↑14) benötigt.

3.1. Zur Auszeichnung der Rationalen Grammatik

Raster zur Sortierung von Redeteilen und zur Bestimmung ihres Zusammenhangs werden seit alters her in verschiedenen mit der Sprache befassten Disziplinen ausgearbeitet. Jedermann und jederfrau (zumindest im Adressatenkreis) geläufig, da im elementaren Sprachunterricht vermittelt und beim Erwerb von Fremdsprachen benutzt und vertieft, ist die traditionelle Grammatik mit ihren Unterscheidungen von Wortarten (z.B. Adjektiv, Adverb, Substantiv, Artikel usf.) und Satzfunktionen (z.B. Subjekt, Prädikat, direktes und indirektes Objekt usf.). Vornehmlich mit Blick auf die Erklärung des Spracherwerbs und – damit verbunden – auf die Fähigkeit zur Erzeugung und zum Verstehen neuer Ausdrucksverknüpfungen sind innerhalb der Linguistik in den letzten Jahrzehnten eine ganze Reihe grammatischer Entwürfe wie die generative und die transformationelle Grammatik erarbeitet worden.

Die im Folgenden skizzierten kategorialen Rahmen verdanken sich dem Zweck, die Praxis und die Theorie des korrekten Folgerns und des korrekten Definierens/Einführens von Ausdrücken in detaillierter und überprüfbarer Weise zu entwickeln. Mittelbar dient dieses Kategoriengefüge aufgrund der Stellung der genannten Redehandlungen im Ensemble der Erkenntnisvollzüge der Gestaltung und Analyse des korrekten Erkennens überhaupt. Aus diesem Grund legt sich die Bezeichnung ‘Rationale Grammatik’ (oder auch ‘Logische Grammatik’) nahe. Damit soll freilich nicht insinuiert werden, andere Grammatiken, z.B. die oben erwähnten, seien in irgendeinem Sinne irrational oder unlogisch; sie nehmen einfach andere Aufgaben wahr.

Den auch im Slogan dieses Kapitels behaupteten Zusammenhang zwischen dem Folgerungskonzept und den grammatischen Kategorien soll eine Beispielbetrachtung verdeutlichen: Der ›Übergang vom Allgemeinen zum Einzelnen‹ ist ein häufig vollzogener und thematisierter Schluss. Die entsprechende Regel könnte in nullter Näherung und im Jargon traditioneller Philosophie etwa so lauten:

[1] Vom Allgemeinen darf man zum Einzelnen übergehen.

Die Handlung des Übergehens, des Gehens von..zu.., des discurrere, des Schließens bzw. Folgerns, wird vollzogen, indem ein passender Folgerungssatz geäußert wird; gefolgert wird dabei gerade die Aussage des geäußerten Satzes. ›Das Einzelne‹ ist mithin eine Aussage, und zwar eine solche, die dort über Einzelnes spricht, wo die Prämisse allgemein gehalten ist. Ebenso ist ›das Allgemeine‹ keine mysteriöse Größe, sondern eine Aussage einer bestimmten Sorte, eine All(gemein)- oder Universalaussage. Spricht man die folgerbare Aussage vorläufig als Spezialisierung der Universalaussage an und stellt man überdies in Rechnung, dass die Universalaussage – in welcher Weise auch immer – in einem Diskurs schon verfügbar sein muss, dann bietet sich folgende Formulierung an:

[1]* Wenn man eine Universalaussage gewonnen hat, darf man jede ihrer Spezialisierungen folgern.

Was genau sind Universalaussagen? Aus Sicht der Logischen Grammatik entstehen diese dadurch, dass ein Universalquantor, ein Gebilde der Form ‘für alle ξ‘, auf eine Formel Δ, in der höchstens ξ frei ist, angewendet wird; deshalb spricht man auch von Universalquantifikationen. Spezialisierungen werden gewonnen, wenn geschlossene Terme θ in Δ an die Stelle der Variablen ξ treten, für diese substituiert werden. Was aber sind Formeln, was geschlossene Terme, was ist mit der Wendung ‘an die Stelle von etwas treten’ bzw. ‘substituieren’ gemeint? – Zunächst die abschließende ›kanonische‹ Formulierung der Regel, die üblicherweise und deshalb auch im Folgenden als Universal(quantor)beseitigung (UB) geführt wird; die grammatischen Termini sind unterstrichen:

[1]** Wenn man die Universalquantifikation einer Formel Δ bezüglich ξ gewonnen hat und θ ein geschlossener Term ist, dann darf man das Ergebnis der Substitution von θ für ξ in Δ folgern.

Wählt man ‘Also___’ als Folgerungsperformator und deutet man die möglichen Prämissenredehandlungen, das Annehmen, Anziehen oder Folgern durch das Zeichen 'Ξ' an, dann liest sich das Schulbeispiel für die in [1] bis [1]** beschriebene Schlussform so:

[2]	Ξ	Für alle *x*: Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich
	Also	Wenn Sokrates ein Mensch ist, dann ist Sokrates sterblich

Dabei instanziiert ‘Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich’ die Formel Δ, ‘*x*’ korrespondiert ξ, und ‘Für alle *x* gilt: Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich’ ist die Universalquantifikation von ‘Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich’ bzgl. ‘*x*’. ‘Sokrates’ instanziiert den geschlossenen Term θ und ‘Wenn Sokrates ein Mensch ist, dann ist Sokrates sterblich’ ist das Ergebnis der Substitution von ‘Sokrates’ für ‘*x*’ in ‘Wenn *x* ein Mensch ist, dann ist *x* sterblich’.

Die Ausführungen dieses Kapitels dienen dazu, die bei der Formulierung von Folgerungs-, Einführungs- und anderen Redehandlungsregeln und bei zugeordneten analysierenden Unternehmungen benötigte grammatische Begrifflichkeit exemplarisch und (im Ansatz) begrifflich darzutun und so die Redehandlungsregeln von der grammatischen Seite her zugänglich zu machen.

Schon jetzt ist jedoch auf das Vorordnungsverhältnis zwischen Grammatik und Performatorik abzustellen: Wenn man eine Sprache konstruiert, hat man zunächst ihre Grammatik und auf dieser Basis ihre Performatorik zu konstruieren; Analoges für die Spracherschließung. Für die Sprachkonstruktion ausgeführt: Zunächst ist anzugeben, welches die atomaren Kategorien einer Sprache sind und welche Ausdrücke als Mitglieder vorgesehen sind. Sodann ist anzugeben, wie sich aus den atomaren Gebilden die molekularen ergeben. Schließlich sind die Hilfsbegriffe und Operationen zu charakterisieren, die außerdem zur Regelformulierung benötigt werden (↑5, 6, 14, 15).

Die Beherrschung der grammatischen Kategorialität bildet die Voraussetzung für die (reflektierte) korrekte Ausführung, Kontrolle und Beurteilung des Schließens und Einführens, damit aber für die korrekte Ausführung, Kontrolle und Beurteilung von Redesequenzen im Allgemeinen und Diskursen im Besonderen. Im Sinne einer raschen Aneignung empfiehlt es sich dringend, über die Übungen hinaus die allgemeinen Erläuterungen mit selbst gebildeten Beispielen aus der lebensweltlichen Gebrauchssprache, aus den Wissenschaftssprachen und insbesondere aus der philosophischen Sprache zu versehen.

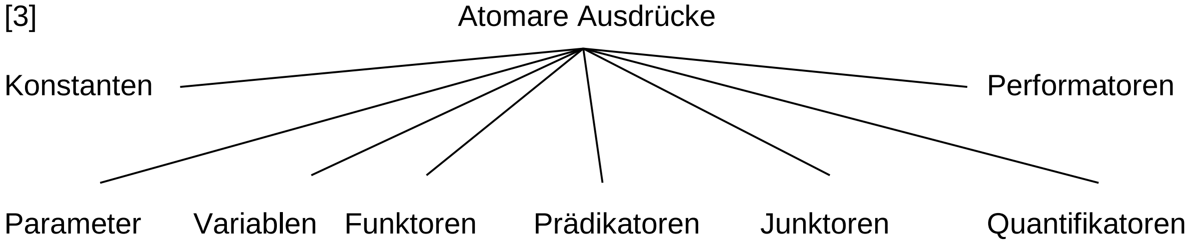
3.2. Standardgrammatik erster Stufe

Im Folgenden wird keine Sprache konstituiert und erschlossen. Es finden aber alle bei der Konstruktion von Sprachen mit Standardgrammatik erster Stufe, also von Standardsprachen erster Stufe, benötigten Kategorien und Begriffe Erläuterung in der auch bei der Sprachkonstruktion oder -erschließung üblichen Reihenfolge: zunächst die atomaren Kategorien (3.2.1), sodann die Terme (3.2.2) und Formeln (3.2.3) und schließlich auch die für Konstruktion, Erschließung und Analyse unverzichtbaren Substitutionsoperationen (3.2.4). Das verwendete Beispielmaterial entstammt vornehmlich, wenn auch nicht ausschließlich, der – so darf vermutet oder doch erhofft werden – jedermann geläufigen Sprache der elementaren Arithmetik.

3.2.1. Atomare Kategorien

Sprachen mit einer Standardgrammatik erster Stufe enthalten folgende atomare Kategorien: Konstanten, Parameter, Variablen, *n*-stellige Funktoren, *n*-stellige Prädikatoren, *n*-stellige Junktoren, Quantifikatoren und Performatoren. Die Mitglieder dieser Kategorien bilden die atomaren Ausdrücke solcher Sprachen; jeder atomare Ausdruck gehört genau einer dieser Kategorien an:

[3]



Aus den atomaren Ausdrücken werden Quantoren $\Pi\omega$, funktorale Terme $\phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$, Formeln Δ und Sätze Σ aufgebaut. Die Mitglieder dieser molekularen Kategorien bilden die molekularen Ausdrücke solcher Sprachen (↑3.2.2, 3.2.3). Die atomaren und molekularen Kategorien sind elementfremd und erschöpfend: Jeder Ausdruck gehört höchstens und wenigstens, also genau einer Kategorie an.

(Individuen)Konstanten oder auch (Einzel- bzw. Eigen- oder Gegenstands)Namen α sind nicht weiter zerlegbare Ausdrücke ohne (oder mit wenig) beschreibendem Gehalt, mit denen Autoren sich auf genau eine Gegebenheit beziehen. Die Ziffer '13', der Personenname 'Johann Sebastian Bach', die Flussbezeichnung 'die Ruhr' und die Epochenbezeichnung 'die Renaissance' sind Konstanten der jeweiligen Sprache (↑7).

(Individuen)Parameter β sind ›unspezifische‹ Konstanten, die in quantifizierten Folgerungskontexten eine Stellvertreterfunktion ausüben (↑4.3). Genauer spielen sie im Zusammenhang mit der Regel der Universalquantoreinführung und der Partikularquantorbeseitigung eine Sonderrolle, die für die erste Regel erläutert wird: Will man eine Universalaussage, z.B. 'Für-alle-*y*, für-alle-*x* (Wenn *x*>*y*, dann nicht *y*>*x*)' beweisen, dann nimmt man im Standardverfahren für beliebig, aber fest gewählte Gegebenheiten x, y an, dass zwischen ihnen das Antezedensverhältnis besteht: Sei x>y. Zu dieser Aufgabe taugen wegen ihrer Spezialität Individuenkonstanten nicht: Von ihnen gelten weitere, in diesem Kontext möglicherweise irreführende Eigenschaften. Dann zeigt man in Abhängigkeit von der angenommenen Aussage, dass die Negation des Umkehrverhältnisses gilt: Also nicht y>x; dabei darf bezüglich x und y nur der Umstand benutzt werden, dass zwischen ihnen das in der Annahme festgehaltene Verhältnis besteht. Sodann kann man sich von der Abhängigkeit befreien durch Subjunktoreinführung: Also: Wenn x>y, dann nicht y>x. Kommen 'x' und 'y' nicht in Prämissen vor, von denen die Subjunktion abhängt, dann ist ganz allgemein gezeigt worden, dass nicht y>x, falls x>y. Das erlaubt die Universalquantoreinführung explizit zu machen, die, zweimal angewendet, die gewünschte Universalaussage, 'Für-alle-*x*, für-alle-*y* (Wenn *x*>*y*, dann nicht *y*>*x*)', ergibt. Standardsprachen erster Stufe enthalten abzählbar unendlich viele Parameter; zu Beispielzwecken und auch bei der Konstruktion von Sprachen werden im folgenden die Buchstaben 'x', 'y', 'z', 'u', 'v', 'w', 'x_1', 'y_1', 'z_1', 'u_1', 'v_1', 'w_1', 'x_2', 'y_2', 'z_2', 'u_2', 'v_2', 'w_2', … verwendet; Parameter werden also – im Gegensatz zu Variablen – nicht kursiv geschrieben. Für 'Parameter' findet sich gelegentlich auch die Wendung 'anonyme Konstante'.

(Individuen)Variablen ω dienen im Verein mit Quantifikatoren dem Ausdruck quantitativer Verhältnisse. In den Gebrauchssprachen übernehmen häufig universale Worte wie 'Ding', 'Gegenstand', 'Gegebenheit', 'etwas' usf. die Rolle von Variablen: Für beliebige Gegebenheiten gilt:

Wenn eine Gegebenheit die und die Eigenschaft hat, besitzt sie auch die und die Eigenschaft, wenn etwas so und so ist, ist es auch so und so. – Damit die Quantoren, die aus Quantifikatoren und Variablen entstehenden Gebilde, ihre Arbeit, die Artikulation quantitativer Verhältnisse, verrichten können, kommen Variablen auch in den quantifizierten Formeln vor. Standardsprachen erster Stufe enthalten abzählbar unendlich viele Variablen; zu Beispielzwecken wurden vorstehend und werden im folgenden die kursiven Buchstaben 'x', 'y', 'z', 'u', 'v', 'w', 'x_1', 'y_1', 'z_1', 'u_1', 'v_1', 'w_1', 'x_2', 'y_2', 'z_2', 'u_2', 'v_2', 'w_2', … verwendet.

Während die (Individuen)Konstanten Schlüsse auf die (materiale) Eigenart einer Sprache zulassen, kommen (Individuen)Variablen und (Individuen)Parameter in allen Sprachen erster Stufe vor. Variablen und Parameter bedürfen keiner eigenen Einführung, sondern werden lediglich mitreglementiert: Indem die Verwendung der Quantoren umrissen wird, ist auch schon die Verwendung der Variablen und Parameter geregelt (↑4.3). Der Zusatz 'Individuen' empfiehlt sich dann, wenn – bei der Erörterung von Sprachen höherer Stufe (↑3.3.3) – auch von Prädikatorkonstanten, -parametern und -variablen die Rede ist.

n-stellige Funktoren oder Funktionskonstanten ϕ^n sind Ausdrücke, die auf Terme (↑3.2.2) angewendet werden. 'der-Vater-von(..)', 'der-Anfang-von(..)', 'der-absolute-Betrag-von(..)' bzw. '$|..|$' sind Beispiele für einstellige Funktoren. 'die-Summe-von-und(..,..)' bzw. '+(..,..)', 'der-Akkord-aus-und-und(..,..,..)', 'der-Wasserstand-des-am-in-um(..,..,..,..)' sind Beispiele für zwei-, drei- und vierstellige Funktoren.

n-stellige Prädikatoren Φ^n sind Ausdrücke, die ebenso wie Funktoren auf Terme (↑3.2.2) angewendet werden; allerdings ergeben sich als Anwendungsresultate Formeln (↑3.2.3), keine (weiteren) Terme. 'Ist-eine-natürliche-Zahl(..)', 'Ist-ein-Realist(..)', 'Ist-männlich(..)' sind Beispiele für einstellige Prädikatoren. 'Ist-größer-als(..,..)', 'Ist-Beispiel-für(..,..)', 'Ist-Vater-von(..,..)' sind Beispiele für zweistellige Prädikatoren. 'Ist-Summe-von-und(..,..,..)', 'Begrüßt-in-am(...,..,..,..)', 'Trifft-am-um-in-mit-zusammen(..,..,..,..,..)', 'Fährt-am-um-nach-zu-wegen (..,..,..,..,..,..)' sind Beispiele für drei-, vier-, fünf- und sechsstellige Prädikatoren. Auch Prädikatoren (mit Ausnahme des Identitätsprädikators (↑4.4)) und Funktoren sind für die materiale Eigenart von Sprachen aufschlussreich. Einstellige Funktoren bzw. Prädikatoren werden auch als monadische Funktoren bzw. Prädikatoren geführt, mehrstellige als polyadische. Diese Terminologie wird gelegentlich auch auf Operatoren aller Art übertragen.

Für die Prädikatoren finden sich in der Literatur u.a. die Ausdrücke 'Prädikat', 'genereller Term', 'universeller Term' und 'Prädikatkonstante', für die einstelligen auch 'Eigenschafts-' bzw. 'Begriffswort', für die mehrstelligen auch 'Relations-' oder 'Beziehungswort' oder 'Relator'. Diese Varianten finden im Sinne der terminologischen Auflockerung gelegentlich Verwendung.

Prädikatoren sind nicht zu verwechseln mit Prädikaten im Sinne der traditionellen Grammatik. Will man die Redemittel der traditionellen Grammatik verwenden, dann sind die einstelligen Prädikatoren z.B. als Kopula + unbestimmter Artikel + Substantiv (z.B. 'Ist-eine-Handlung(..)'), als Kopula + Adjektiv ('Ist-beige(..)') oder als intransitives (z.B. 'Schläft(..)') oder transitives Verb (z.B. 'Schlägt(..,..)') zu beschreiben.

Ü 1 a) Suchen Sie Beispiele für Individuenkonstanten, für ein- und mehrstellige Funktoren, ein- und mehrstellige Prädikatoren aus der lebensweltlichen Gebrauchssprache, der philosophischen Sprache und einer weiteren Wissenschaftssprache Ihrer Wahl!

b) Man verdeutliche sich den material unbeschränkten Anwendungsbereich der Kategorisierung von Redeteilen, indem man Prädikatoren zusammenstellt für: ausschließlich Naturobjekte, Naturereignisse, Handlungen, Agenten und Handlungsutensilien, (soziale, kulturelle, technische) Artefakte, Zustände von Personen, Analytische Zusammenhänge, Raum- und Zeitzusammenhänge, Qualitäten von Körpern und Substanzen.

Junktoren ψ^n sind Ausdrücke, die auf Formeln angewendet werden; das Resultat sind wiederum Formeln (↑3.2.3). Die Ausdrücke 'nicht(___)', 'es-ist-möglich(___)', 'es-ist-geboten(___)' exemplifizieren einstellige Junktoren. Beispiele für zweistellige Junktoren sind z.B. die Redeteile 'und(___,___)', 'wenn-dann(___,___)', 'oder(___,___)'. In der Praxis kommt man mit ein- und zweistelligen Junktoren aus.

Die Quantifikatoren Π werden stets auf Variablen angewendet, so dass sich Quantoren ergeben. Beispiele für Quantifikatoren sind z.B. 'Für-alle..', 'Für-wenigstens-ein..', 'Für-genau- ein..', 'Für-die-meisten..', 'Für-ganz-wenige..'. – Im Lichte einer später zu treffenden Unterscheidung werden die hier erörterten Quantifikatoren und Quantoren als Formelquantifikatoren und Formelquantoren zusammengefasst und den Termquantifikatoren und Termquantoren gegenübergestellt (↑3.3.2).

An die Performatoren Ξ und die entsprechenden Beispiele braucht hier nur erinnert zu werden: Performatoren, z.B. 'Also___', werden auf Formeln angewendet und ergeben Sätze (↑2.1.4, 3.2.3).

Die Klassen aus Namen, Parametern, Variablen, Funktoren, Prädikatoren, Junktoren, Quantifikatoren und Performatoren bilden gemeinsam das Inventar (↑2.2.3) der jeweiligen Sprache. Konstanten, Variablen und Parameter sind Ausdrücke, auf die andere Ausdrücke angewendet werden. Alle anderen atomaren Ausdruckskategorien sind solche, die ihrerseits auf Gebilde angewendet werden. In Vorwegnahme einer früher schon beanspruchten (↑2.1.4) und später etablierten Terminologie (↑3.3.1) kann formuliert werden: Konstanten, Variablen und Parameter zählen zur Kategorie der Operanden o, während die restlichen atomaren Gebilde zu den *n*-stelligen Operatoren τ^n zu rechnen sind. Die freien Stellen der Operatoren, die auf Terme angewendet werden, werden durch zwei Punkte '..' notiert, die freien Stellen der Operatoren, die auf Formeln Anwendung finden, werden durch '___', die Horizontale, signalisiert. Operata μ der Gestalt $\tau^n(\mathrm{o}_1, ..., \mathrm{o}_n)$ entstehen aus der Anwendung eines *n*-stelligen Operators τ^n auf *n* Operanden $\mathrm{o}_1, ..., \mathrm{o}_n$.

'α', 'β', 'ω', 'ϕ', 'Φ', 'ψ', 'Π', 'Ξ', 'o', 'τ' und 'μ' sind Mitteilungszeichen und hier nicht als Ausdrücke der Objektsprache, sondern der Metasprache aufzufassen (↑2.1.4). Sie wurden und werden im Weiteren also vornehmlich – außer in diesem Absatz – nicht erwähnt, sondern verwendet. Die Mittelungszeichen dienen dazu um ganz allgemein auf Ausdrücke, die zur Objektsprache gehören, Bezug zu nehmen. Beispielsweise dient das Mitteilungszeichen 'α' dazu, ganz allgemein über beliebige Individuenkonstanten zu reden. 'τ' dient dazu, ganz allgemein über beliebige Ausdrücke, die Operatoren sind, zu reden. Da Mitteilungszeichen in etwa wie Variablen in der Metasprache funktionieren, werden sie auch manchmal Metavariablen genannt; sie können allerdings auch in der Funktion als Parameter vorkommen. Falls mehr Mitteilungszeichen als die hier genannten benötigt werden, können sie auch mit Strichen, Sternen oder Indizes versehen auftreten. Zudem werden später noch weitere Mitteilungszeichen verwendet. Wie bereits praktiziert werden Mitteilungszeichen für Operatoren regelmäßig mit einer hochgestellten Ziffer versehen, die die Stelligkeit der Operatoren angibt.

Wie ergeben sich nun aus den atomaren Ausdrücken, den ›Bausteinen‹ einer Standardsprache erster Stufe, die molekularen Gebilde bzw. wie sind die schon erwähnten molekularen Gebilde erklärt?

3.2.2. Terme – Termformen – Nominatoren

Konstanten, Variablen und Parameter sind atomare Terme; sonst ist kein Gebilde atomarer Term. Die Klasse der atomaren Terme zerfällt demnach vollständig (exhaustiv) und elementfremd (disjunkt) in die Klasse der Variablen, Parameter und Konstanten. Jeder atomare Term gehört wenigstens und höchstens, also genau einer der drei genannten Kategorien an. Sodann sei festgelegt: (i) Ist θ ein atomarer Term, so ist θ ein Term. (ii) Wendet man *n*-stellige Funktoren ϕ^n auf *n* Terme $\theta_1,...,\theta_n$ an, so entstehen (funktorale) Terme der Gestalt $\phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$. (iii) Sonst ist nichts ein Term. So resultiert aus der Anwendung des einstelligen Funktors 'der-Vater-von(..)' auf 'P. E. Bach' der funktorale Term 'der-Vater-von(P. E. Bach)', und aus der Anwendung des zweistelligen Funktors 'die-Summe-von-und(..,..)' auf '13' und 'der-Nachfolger-von(1)' ergibt sich der funktorale

Term 'die-Summe-von-und(13, der Nachfolger von (1))'. Das Mitteilungszeichen für Terme ist 'θ'. Zur Übersicht und in Erweiterung der Beispiele:

[4] Funktor ϕ^n

a) der-Vater-von(..)

b) die-Summe-von-und(..,..)

c) der-Akkord-aus-und-und(..,..,..)

d) der-Wasserstand-des-am-um-in(..,..,..,..)

Terme $\theta_1,...,\theta_n$

a) P. E. Bach

b) 13, der-Nachfolger-von(1)

c) c, e, g

d) Rhein, 24. 12. 95, 12:00, Bingen

Funktorale Terme $\phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$

a) der-Vater-von(P. E. Bach)

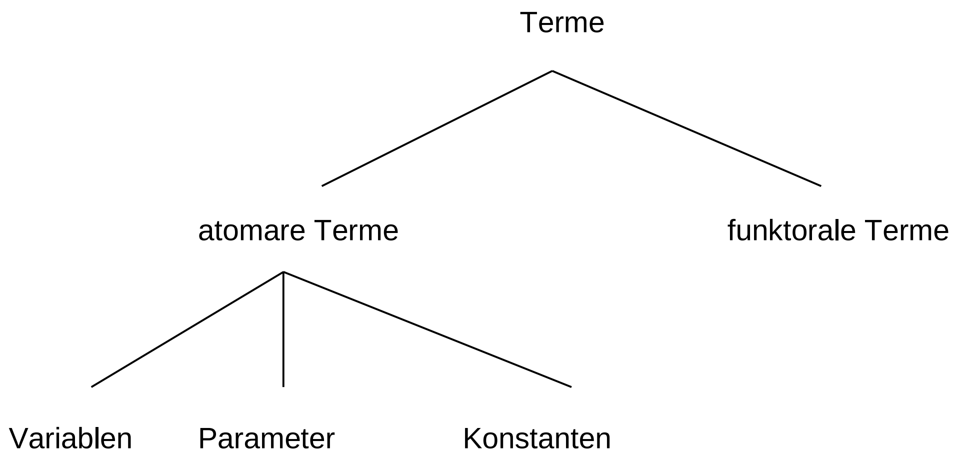
b) die-Summe-von-und(13, der-Nachfolger-von(1))

c) der-Akkord-aus-und-und(c, e, g)

d) der-Wasserstand-des-am-um-in(Rhein, 24. 12. 1995, 12:00, Bingen)

Wie das Beispiel b) zeigt, dürfen Funktoren auch auf funktorale Terme angewendet werden. Insgesamt gilt damit: Ein Gebilde θ ist ein Term genau dann, wenn θ (i) atomarer Term oder (ii) funktoraler Term ist. Die Klasse der Terme zerfällt demzufolge vollständig und elementfremd in die Klasse der atomaren und die Klasse der funktoralen Terme; unter Berücksichtigung der Klassifikation der atomaren Terme resultiert:

[5]



Später wird sich eine Differenzierung der Terme ergeben, die die funktoralen Terme lediglich als echte Teilklasse der molekularen Terme erscheinen lässt (↑3.3.2). Mit Hilfe der Operatorenterminologie lassen sich Funktoren abschließend als n-stellige, termbestimmende und termerzeugende Operatoren charakterisieren.

Ü 2 a) Erzeugen Sie funktorale Terme $\phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$, indem Sie einige der in Ü 1 gefundenen Funktoren ϕ^n auf n Terme $\theta_1,...,\theta_n$ anwenden.

b) Analysieren Sie die Zeichenverbindung 'der-Anfang-von(das-Ende-von(die-Geschichte-von(die-Welt)))'

Die vorgelegte Termbestimmung erweckt in der Klausel (ii) den Anschein der Zirkularität: Terme werden bestimmt als etwas, das aus der Anwendung eines Funktors auf Terme entsteht. Nun soll aber andererseits gerade der Termbegriff charakterisiert werden! Der Zirkelverdacht wird zerstreut, wenn man sich anhand der Arbeitsweise der Termdefinition vor Augen führt, dass Termschaft letztlich stets im Rekurs auf das erste Bestimmungsstück – atomare Terme sind Terme und atomare Termschaft wird ohne Rekurs auf Termschaft charakterisiert – festgestellt wird: Ist die Zeichenverbindung 'das-Produkt-von-und (2,die-Summe-von-und(4,der-Vorgänger-von(3)))' ein Term? Der aufbauende (aufsteigende synthetisierende, zusammenfügende usf.) Weg von unten nach oben (Bottom-up) läuft so: '3' ist ein atomarer Term, also nach (i) Term. Da 'der-Vorgänger-von(3)' aus der Anwendung des einstelligen Funktors 'der-Vorgänger-von(..)' auf den Term '3' entsteht, liegt ein funktoraler Term, nach (ii) also ein Term vor. Nun ist '4' Konstante, also atomarer Term, also nach (i) Term. Da '4' und 'der-Vorgänger-von(3)' Terme sind, ist das Ergebnis der Anwendung des zweistelligen Funktors 'die-Summe-von-und(..,..)' auf diese Terme funktoraler Term, nach (ii) also Term. Da ferner '2' Konstante, also atomarer Term, also nach (i) Term ist, ist auch 'das-Produkt-von-und(2,die-Summe-von-und(4,der-Vorgänger-von(3)))', also das Ergebnis der Anwendung des zweistelligen Funktors 'das-Produkt-von-und(..,..)' auf '2' und 'die-Summe-von-und(4,der-Vorgänger-von(3))' ein funktoraler Term, nach (ii) also ein Term.

Der zerlegende (absteigende, analysierende, auflösende usf.) Weg von oben nach unten (Top-down) ist dieser: Da 'das-Produkt-von-und(..,..)' ein zweistelliger Funktor ist, stellt 'das-Produkt-von-und(2,die-Summe-von-und(4,der-Vorgänger-von(3)))' einen funktoralen Term, nach (ii) also einen Term dar, falls '2' und 'die-Summe-von-und(4,der-Vorgänger-von(3))' Terme sind. Damit verzweigt sich die Überlegung: a) '2' ist atomarer Term, nach (i) also Term. b) Da 'die-Summe-von-und(..,..)' zweistelliger Funktor ist, ist 'die-Summe-von-und(4,der-Vorgänger-von(3))' funktoraler Term, nach (ii) also Term, falls '4' und 'der-Vorgänger-von(3)' Term ist. Damit verzweigt sich die Überlegung neuerlich: ba) '4' ist atomarer Term, nach (i) also Term. bb) 'der-Vorgänger-von(3)' ist das Ergebnis der Anwendung des einstelligen Funktors 'der-Vorgänger-von(..)' auf '3', mithin funktoraler Term, demnach nach (ii) Term, falls '3' Term ist. Da dies zutrifft, ist bb), und damit b), und damit die Gesamtüberlegung positiv abgeschlossen.

Die vermutete Zirkularität wird dadurch verhindert, dass mit den atomaren Termen eine Rekurs- und Startbasis bereitsteht, die nicht dadurch gewonnen wird, dass Funktoren auf Terme angewendet werden. Die Beispielbetrachtung soll auch klarlegen, dass in diesem Falle insofern keine Zirkularität vorliegt, als zur Bestimmung der Termschaft von θ, im Beispiel: 'das-Produkt-von-und(2,die-Summe-von-und(4,der-Vorgänger-von(3)))', nicht über die Termschaft von θ, sondern über den Termcharakter eines von θ verschiedenen Teilterms θ^*, z.B. von '2' zu befinden ist.

Ü 3 Zeigen Sie an einem der in Ü2 erzeugten Beispiele durch eine Top-down- und eine Bottom-up-Überlegung, dass es sich gemäß der Termcharakterisierung tatsächlich um einen Term handelt!

Soeben wurde der Begriff des Teilterms verwendet; er ist für jeden Term θ wie folgt festgelegt: (i) Wenn θ mit dem Term θ' identisch ist, dann ist θ <u>Teilterm</u> des Terms θ'. (ii) Wenn ϕ^n ein *n*-stelliger Funktor ist und $\theta_1,...,\theta_n$ Terme sind und der Term θ ein Teilterm eines θ_i (mit $1 \leq i \leq n$) ist, dann ist θ ein <u>Teilterm</u> des funktoralen Terms $\phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$. (iii) Sonst ist θ von nichts ein Teilterm. Damit sind die Ausdrücke 'P. E. Bach' und 'der-Vater-von(P. E. Bach)' Teilterme des Terms 'der-Vater-von(P. E. Bach)'; der Funktor 'der-Vater-von(..)' ist hingegen kein Teilterm des funktoralen Terms 'der-Vater-von (P. E. Bach)', weil Funktoren keine Terme und daher auch nie Teilterme sind.

Ü 4 a) Notieren Sie die (d.h. alle) Teilterme der Terme: '*x*', '12', 'die-Gattin-von(der-Vater-von(P. E. Bach))', 'der-Wasserstand-des-am-um-in(Rhein,*x*,12:00,*y*)'!

b) Weisen Sie die Teiltermschaft an einem Beispiel im Detail nach!

Die Charakterisierung der Teiltermschaft scheint ebenfalls (wie auch die meisten weiteren Definitionen) zirkulär. Aber auch hier gilt: Die Bestimmung (ii) rekurriert letztlich auf den Teil (i); und dieser ist frei von Zirkularität. – Jeder Term ist Teilterm seiner selbst. Ist ein beliebiger Term θ Teilterm des Terms θ' und ist auch das Umgekehrte der Fall, dann ist θ mit θ' identisch. Ist ferner θ Teilterm von θ' und θ' Teilterm von θ^*, dann ist auch θ Teilterm von θ^*. Diese drei Tatsachen lassen sich kürzer (und b.a.w. informell) so ausdrücken: Die Teiltermschaft ist reflexiv, antisymmetrisch und transitiv.

θ ist ein in ω offener Term bzw. eine Termform in ω, wenn ω Variable und Teilterm des Terms θ ist; 'der Vater von (*x*)' ist ein in der Variablen '*x*' offener Term, 'die-Summe-von-und(*x*,*y*)' ist Termform sowohl in '*x*' wie auch in '*y*'.

Geschlossene Terme oder Nominatoren (oder auch singuläre Terme, Gegenstandsbezeichnungen usf.) sind Terme, die keine offenen Terme sind: 'P. E. Bach' und 'der-Vater-von(P. E. Bach)' exemplifizieren (atomare und funktorale) Nominatoren. Terme zerfallen demnach exhaustiv und disjunkt in offene oder Termformen und geschlossene oder Nominatoren:

[6]

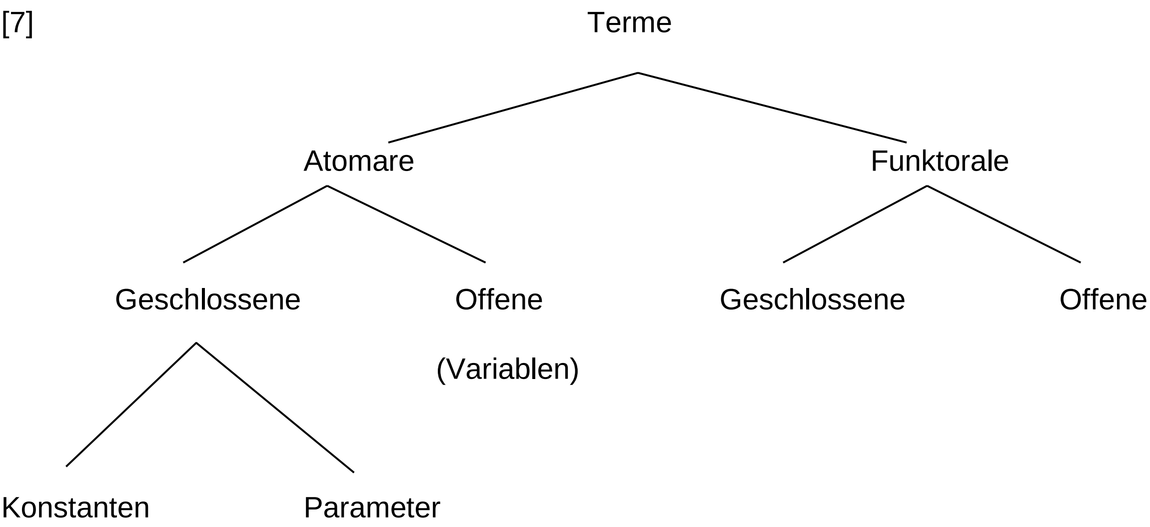
Terme

offene/Termformen geschlossene/Nominatoren

Ü 5 Entscheiden Sie mit Hilfe der Definitionen unter den Gesichtspunkten Atomarität- Funktoralität und Offenheit-Geschlossenheit, um welche Termart es sich bei den folgenden Ausdrücken handelt: '*x*', 'die-Summe-von-und(*z*,5)', 'die-Summe-von-und (x,3)', 'der-Rhein', 'der-Zeitraum-zwischen-und(die-Renaissance,*x*)', 'das-Ende-von (die-Kunst)'.

Abschließend ergibt sich folgende Einteilung der Terme θ: Terme zerfallen in atomare und funktorale. Beide Untergruppen lassen sich exhaustiv und disjunkt in offene und geschlossene zerlegen. Die Variablen ω sind die offenen atomaren Terme, die Parameter β und die Konstanten α stellen die geschlossenen atomaren Terme dar; die angezielte Kombination von [5] und [6] lässt sich in folgendem Baum präsentieren:

[7]



Ü 6 Zeichnen Sie die Alternative zum Klassifikationsbaum [7], die dadurch entsteht, dass man mit der Einteilung nach Geschlossenheit-Offenheit beginnt und mit der Einteilung nach Atomarität-Funktoralität fortsetzt!

Bei der Behandlung der Bezugnahme auf Gegenstände, der Nomination, werden auch die in der lebensweltlichen Gebrauchssprache unverzichtbaren umgebungssensitiven Redeteile, die Indikatoren, den atomaren geschlossenen Termen zugeschlagen (↑7).

3.2.3. Formeln-Aussageformen-Aussagen

Die Formelbestimmung nimmt ihren Ausgang bei den Elementarformeln: Γ <u>ist eine</u> <u>Atomformel</u> genau dann, wenn Γ aus der Anwendung eines *n*-stelligen Prädikators Φ^n auf *n* Terme $\theta_1,...,\theta_n$ entsteht. Aus der Anwendung des einstelligen Prädikators 'Ist-Komponist(..)' auf '*x*', aus der Anwendung des zweistelligen Prädikators 'Ist-Vater-von(..,..)' auf 'J. S. Bach' und 'P. E. Bach' und aus der Anwendung des dreistelligen Prädikators 'Ist-Summe-von-und(..,..,..)' auf '3', 'der-Vorgänger-von(2)' und 'der-Nachfolger-von(1)' entstehen die jeweiligen Atomformeln. Im Überblick und in Erweiterung der Beispielbasis:

[8] <u>Prädikatoren Φ^n</u>

a) Ist-Komponist(..)

b) Ist-Vater-von(..,..)

c) Ist-Summe-von-und(..,..,..)

d) Trifft-am-um-in(..,..,..,..,..)

e) Fährt-am-von-nach-zu-wegen(..,..,..,..,..,..)

<u>Terme $\theta_1,...,\theta_n$</u>

a) *x*

b) J. S. Bach, P. E. Bach

c) 3, der-Vorgänger-von(2), der Nachfolger-von(*y*)

d) der-Kanzler-der-im-Jahre(BRD, 1996), x, 14. Juli, 16°°, Bonn

e) x, 03.03.96, Hamburg, München, y, die-Regelung-von(der-Nachlass-von(z))

<u>Atomformeln $\Phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$</u>

a) Ist-Komponist(*x*)

b) Ist-Vater-von(J.S.Bach, P. E. Bach)

c) Ist-Summe-von-und (3, der-Vorgänger-von (2), der-Nachfolger-von (*y*))

d) Trifft-am-um-in(der-Kanzler-der-im-Jahre(BRD,1995), x, 14. Juli, 16°°, Bonn)

e) Fährt-am-von-nach-zu-wegen(x, 03.03.95, Hamburg, München, y, die-Regelung-von (der-Nachlass-von(z)))

Atomformeln werden häufig auch als 'atomare Formeln' oder als 'Primformeln' angesprochen. Mit Hilfe der Operatorenterminologie lassen sich Prädikatoren abschließend als <u>*n*-stellige, termbestimmende und formelerzeugende Operatoren</u> charakterisieren. Der Unterschied zu den Funktoren besteht also in der jeweils erzeugten Ausdruckskategorie; während Funktoren (bei passender Operandenwahl) Terme erzeugen, erzeugen Prädikatoren (bei passender Operandenwahl) Formeln. Im Weiteren werden 'Α', 'Β', 'Γ' und 'Δ' als Mitteilungszeichen für Formeln verwendet.

Die Charakterisierung der (Atom)Formeln, und damit auch der Formeln, erfolgt im Rückgriff auf die Terme. Der umgekehrte Rekurs findet in Standardsprachen erster Stufe nicht statt: Um zu sagen, was Terme sind, muss man, wie vorgeführt (↑3.2.2), nicht auf die Formelbestimmung zurückgreifen. Ein solches Vorgehen wird erst dann unvermeidlich, wenn Sprachen auch Termquantoren und Quantorterme umfassen, wenn – inhaltlich gesprochen – für die Bezugnahme auf Gegenstände das Prädikationspotential der Sprache mit den entsprechenden Verknüpfungsmöglichkeiten dienstbar gemacht wird. (↑3.3.2).

Ü 7 Bilden Sie Atomformeln mit einigen der Prädikatoren, die Sie in Ü1 gefunden haben!

Wendet man *n*-stellige Junktoren ψ^n auf *n* Formeln $\Delta_1,...,\Delta_n$ an, dann entstehen <u>Junktorformeln</u> oder <u>junktorale Formeln</u> der Gestalt $\psi^n(\Delta_1,...,\Delta_n)$. Beispiele: Aus der Anwendung des einstelligen Junktors 'nicht(__)' auf die Formel 'Ist-Vater-von(J. S. Bach,P. E. Bach)' entsteht die Junktorformel 'nicht(Ist-Vater-von(J. S. Bach,P. E. Bach))'; aus der Anwendung des zweistelligen Junktors 'und(__,__)' auf die Formeln 'Ist-Summe-von-und(x,3,y)' und 'oder(=(0,0),≠(0,0))' entsteht die Junktorformel 'und(Ist-Summe-von-und(x,3,y)), oder(=(0,0),≠(0,0))'. – Im Überblick und in Erweiterung der Beispielbasis:

[9] Junktoren ψ^n

a) nicht(__)

b) verboten(__)

c) und(__,___)

d) wenn-dann(__,__)

n Formeln $\Delta_1,...,\Delta_n$

a) Ist-Primzahl(5)

b) Für-alle-*x*(und(Beleidigt (*x*, y), Verprügelt (*x*, y)))

c) Ist-Summe-von-und(x,3,y), oder(=(0,0),≠(0,0))

d) Ist-Gerade-Zahl(5), Teilt(2,5)

Junktorformeln $\psi^n(\Delta_1,...,\Delta_n)$

a) nicht(Ist-Primzahl(5))

b) verboten(Für-alle-*x*(und(Beleidigt (*x*, y), Verprügelt (*x*, y))))

c) und(Ist-Summe-von-und(x,3,y), oder(=(0,0) ,≠(0,0)))

d) wenn-dann(Ist-Gerade-Zahl(5), Teilt(2,5))

Die Formeln, auf die die Junktoren angewendet werden, können Formeln aller Art sein, also sowohl Atomformeln als auch Junktor- oder (die im nächsten Schritt erklärten) Quantorformeln.

Ü 8 a) Unterziehen Sie die Formeln $\Delta_1,...,\Delta_n$ von [9]a),c),d) einer weiteren grammatischen Analyse!

b) Geben Sie die Junktorformeln in [9] in einer flüssigen gebrauchssprachlichen Formulierung wieder!

Mit Hilfe der Operatorenterminologie lassen sich Junktoren nunmehr als *n*-stellige, formelbestimmende und formelerzeugende Operatoren charakterisieren. Die Kernjunktoren sind im Weiteren von besonderer Wichtigkeit; hinter dem wortsprachlichen Ausdruck sind gebräuchliche und im folgenden auch verwendete Abkürzungen notiert, dahinter folgt der Name. Ferner sind deontische und modale Junktoren, ebenfalls mit Abkürzungen und Bezeichnungen, angegeben:

[10] Kernjunktoren

nicht(__)	¬(__)	~(__)	der Negator
und(__,__)	∧(__,__)	&(__,__)	der Konjunktor
oder(__,__)	∨(__,__)		der Adjunktor
wenn-dann(__,__)	→ (__,__)	⊃(__,__)	der Subjunktor
genau-dann-wenn(__,__)	↔ (__,__)	≡(__,__)	der Bisubjunktor
Deontische Junktoren			
es-ist-erlaubt(__)	E(__)		der Erlaubnisjunktor
es-ist-verboten(__)	V(__)		der Verbotsjunktor
es-ist-geboten(__)	G(__)		der Gebotsjunktor
es-ist-indifferent(__)	I(__)		der Indifferenzjunktor
Modale Junktoren			
es-ist-notwendig(__)	N(__)	□(__)	der Notwendigkeitsjunktor
es-ist-möglich(__)	M(__)	◇(__)	der Möglichkeitsjunktor
es-ist-wirklich(__)	W(__)		der Wirklichkeitsjunktor
es-ist-kontingent(__)	K(__)		der Kontingenzjunktor

Das Ergebnis der Anwendung des Negators auf eine Formel Γ ist die Negation von Γ; Γ ist das Negatum. Atomare Formeln und die Negation von atomaren Formeln sind Literale. Alle Atomformeln stellen also Literale dar, aber nicht umgekehrt. Die Unterscheidung von atomaren Formeln und Literalen wird in der Prädikationslehre (↑ 6.3) benötigt. Das Ergebnis der Anwendung des Adjunktors/Konjunktors/Subjunktors/Bisubjunktors auf Formeln A und B ist die Adjunktion/Konjunktion/Subjunktion/Bisubjunktion aus bzw. von A und B. Die Formeln A und B sind dann die Adjunktionsglieder bzw. Adjunkte/die Konjunktionsglieder bzw. Konjunkte/das Antezedens bzw. die Wenn-Formel und das Sukzedens bzw. die Dann-Formel/die Bisubjunkte bzw. Bisubjunktionsglieder der jeweiligen Gesamtformel.

Ü 9 Suchen Sie in den Gebrauchssprachen weitere Junktoren!

Die Darstellung der Junktorformeln in [9] folgt der Präfixnotation – der Junktor steht jeweils am Anfang der Formel und die Operandaformeln sind durch Kommata getrennt in Klammern aufgezählt. Für die zweistelligen Kernjunktoren (Adjunktor, Konjunktor, Subjunktor, Bisubjunktor) und den Identitätsprädikator ('=(..,..)') ist die Infixnotation üblicher – der Operator steht zwischen den zwei Operanda und die Klammern sind außen. In Infixnotation für die zweistelligen Junktoren und den Identitätsprädikator und bei Verwendung der in [10] eingeführten Abkürzungen liest sich die unter [9]d) gebildete Formeln als '(Ist-Summe-von-und(*x*,3,*y*) ∧ (0=0 ∨ 0≠0))'. Die äußersten Klammern werden bei dieser Schreibweise oft weggelassen. Insgesamt erscheinen die Formeln so lesbarer. Aus diesem Grund und weil die Infixnotation sehr weit verbreitet ist, wird im Falle der zweistelligen Kernjunktoren und des Identitätsprädikators auf die Präfixnotation verzichtet.

Um die Quantorformeln zu bestimmen, ist zuvor zu erläutern, was ein Quantor ist: Wendet man einen Quantifikator Π auf eine Variable ω an, so entsteht der ω-bindende Quantor Πω. So resultieren aus der Anwendung von 'Für-alle..' bzw. 'Für-wenigstens-ein..' bzw. 'Für-genau-ein..' auf die Variable '*x*' bzw. '*y*' bzw. '*z*' die '*x*'- bzw. '*y*'- bzw. '*z*'-bindenden Quantoren 'Für-alle-*x*___' bzw. 'Für-wenigstens-ein-*y*___' bzw. 'Für-genau-ein-*z*___'. Die Übersicht enthält zugleich gebräuchliche und im Weiteren verwendete Kürzel sowie den Quant(ifikat)ornamen:

[11] Quantifikator Π

a) Für-alle..	⋀.., ∀..	der Universalquantifikator
b) Für-wenigstens-ein..	⋁.., ∃..	der Partikularquantifikator
c) Für-genau-ein..	**1**.., $\bigvee^1$.., ∃!..	der Eins- bzw. Einzigkeitsquantifikator

Variable ω

a) *x*

b) *y*

c) *z*

Der ω-bindende Quantor Πω

Für-alle-*x*__	⋀*x*__, ∀*x*__	der '*x*'-bindende Universalquantor
Für-wenigstens-ein-*y*__	⋁*y*__, ∃*y*__	der '*y*'-bindende Partikularquantor
Für-genau-ein-*z*__	**1***z*__, $\bigvee^1$*z*__, ∃!*z*__	der '*z*'-bindende Eins- bzw. Einzigkeitsquantor

Ü 10 Suchen Sie in den Gebrauchssprachen und mit Hilfe von Lehrbüchern der Logik weitere Quantoren!

Mit Hilfe der Operatorenterminologie lassen sich Quantifikatoren als einstellige, variablenbestimmende und quantorerzeugende Operatoren charakterisieren. Anders als bei Funktoren, Prädikatoren und Junktoren ist der erzeugte Ausdruck seinerseits ein Operator. Wendet man nun einen Quantor $\Pi\omega$ auf eine Formel Δ an, dann entsteht eine Quantorformel bzw. eine quantorale bzw. quantifizierte Formel $\Pi\omega\Delta$; Beispiele:

[12] Quantor $\Pi\omega$

a) $\bigwedge x$__

b) $\bigvee y$__

c) **1**z__

Formel Δ

a) Mensch(x) $\rightarrow$ Sterblich(x)

b) Gerade-Zahl(y) $\wedge$ Primzahl(y)

c) $z>y$

Quantorformel $\Pi\omega\Delta$

a) $\bigwedge x$ (Mensch(x) $\rightarrow$ Sterblich(x))

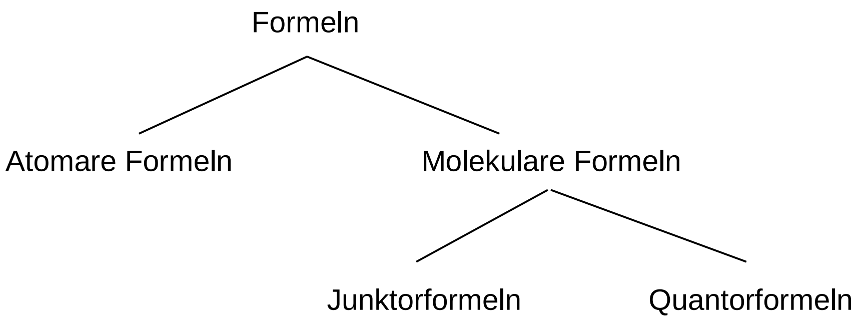
b) $\bigvee y$ (Gerade-Zahl(y) $\wedge$ Primzahl(y))

c) **1**z $z>y$

Mit Hilfe der Operatorenterminologie lassen sich Quantoren als einstellige, formelbestimmende und formelerzeugende Operatoren charakterisieren; anders als bei den Quantifikatoren und ebenso wie bei Funktoren, Prädikatoren und Junktoren ist das Erzeugungsergebnis kein Operator. Das Ergebnis der Anwendung eines ω-bindenden Universal-/Partikular-/Einzigkeitsquantors auf eine Formel Γ ist die Universal-/Partikular-/Einzigkeitsquantifikation von Γ bzgl. ω.

Abschließend kann der Formelbegriff so fixiert werden: (i) Wenn Γ aus der Anwendung eines n-stelligen Prädikators Φ^n auf n Terme $\theta_1,...,\theta_n$ entsteht, Γ also Atomformel $\Phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$ ist, dann ist Γ eine Formel. (ii) Wenn Γ aus der Anwendung eines n-stelligen Junktors ψ^n auf n Formeln $\Delta_1,...,\Delta_n$ entsteht, Γ also Junktorformel $\psi^n(\Delta_1,...,\Delta_n)$ ist, dann ist Γ eine Formel. (iii) Wenn Γ aus der Anwendung eines Quantors $\Pi\omega$ auf eine Formel Δ entsteht, Γ also Quantorformel $\Pi\omega\Delta$ ist, dann ist Γ eine Formel. (iv) Sonst ist nichts eine Formel. Quantor- und Junktorformeln bilden gemeinsam die molekularen Formeln. Zur Übersicht:

[13]



Mit Hilfe der Formeldefinition soll gezeigt werden, dass '$\bigvee$*y* (Gerade-Zahl(*y*) $\wedge$ Primzahl(*y*))' (in Präfixnotation: '$\bigvee$*y* $\wedge$(Gerade-Zahl(*y*),Primzahl(*y*))') eine Formel ist. Der zerlegende Weg nimmt folgenden Verlauf: '*y*' ist eine Variable. Da '$\bigvee$..' Quantifikator ist, ist '$\bigvee$*y*__' ein Quantor. Da aus der Anwendung eines Quantors $\Pi\omega$ auf eine Formel nach (iii) eine Formel entsteht, ist nur noch zu prüfen, ob 'Gerade-Zahl(*y*) $\wedge$ Primzahl(*y*)' eine Formel ist (in Präfixnotation: '$\wedge$(Gerade-Zahl(*y*),Primzahl(*y*))'). Da '__$\wedge$__' (resp. '$\wedge$(__,__)') ein zweistelliger Junktor ist, aus der Anwendung eines zweistelligen Junktors auf Formeln A, B nach (ii) eine Formel entsteht, ist festzustellen, ob es sich bei 'Gerade-Zahl(*y*)' und 'Primzahl(*y*)' um Formeln handelt. Da '*y*' Variable, damit atomarer Term, damit Term ist, und aus der Anwendung eines einstelligen Prädikators Φ^1 auf einen Term nach (i) eine Formel entsteht, sind beide Ausdrucksverbindungen Formeln. Damit ist die fragliche Ausdrucksverbindung insgesamt eine Formel.

Ü 11 a) Zeigen Sie mit Hilfe der Formelcharakterisierung, dass '$\bigwedge$*x* (Mensch(*x*) $\rightarrow$ Sterblich (*x*))', und '$\bigvee$*y* $\bigwedge$*z*(Rasiert(*y*,*z*) $\leftrightarrow$ $\neg$Rasiert(*z*,*z*))' Formeln sind!

b) Geben Sie die Formeln in a) und in [11] in einer flüssigen gebrauchssprachliche Formulierung wieder!

Sodann sei für jede Formel Γ festgelegt: (i) Wenn Γ mit der Formel Γ^* identisch ist, dann ist Γ eine <u>Teilformel von</u> Γ^*.(ii) Wenn Γ^* eine Junktorformel $\psi^n(\Delta_1,\ldots,\Delta_n)$ ist und Γ Teilformel eines Δ_i (mit $1 \leq i \leq n$) ist, dann ist Γ eine <u>Teilformel von</u> Γ^*. (iii) Wenn Γ^* eine Quantorformel $\Pi\omega\Delta$ ist und Γ Teilformel von Δ ist, dann ist Γ eine <u>Teilformel von</u> Γ^*. (iii) Sonst ist Γ von nichts eine Teilformel. Die Formeln 'Ist-Primzahl(*x*)', '$\neg$Ist-Primzahl(*x*)', 'Ist-Primzahl(*x*) $\vee$ $\neg$Ist-Primzahl(*x*)' und die sogleich notierte Formel selbst sind demzufolge (die) Teilformeln von '$\bigwedge$*x* (Ist-Primzahl(*x*) $\vee$ $\neg$Ist-Primzahl(*x*))'.

Ü 12 Ermitteln Sie die Teilformeln der unter [9] notierten Junktorformeln und der unter [12] notierten Quantorformeln!

Wie für die Teiltermschaft zwischen Termen lässt sich für die Teilformelschaft zwischen Formeln festhalten: Jede Formel ist Teilformel ihrer selbst. Steht eine Formel zu einer Formel im Teilformelverhältnis und umgekehrt, dann handelt es sich lediglich um *eine* Formel. Ist eine

Formel Teilformel einer Formel, die ihrerseits Teilformel einer Formel ist, dann ist die erste Teilformel der letzten. Die Teilformelschaft drückt also eine reflexive, antisymmetrische und transitive Beziehung aus. Mit Hilfe der Teilformelschaft und der Teiltermschaft bezüglich eines Terms lässt sich bestimmen, was Teilterm einer Formel ist: θ ist Teilterm der Formel Γ, wenn es eine Atomformel $\Phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$ gibt, die Teilformel der Formel Γ ist, und θ ist Teilterm wenigstens eines Terms θ_i (mit $1 \leq i \leq n$); so ist etwa '*x*' (der einzige) Teilterm der Formel '$\bigwedge x$ (Ist-Primzahl(x) $\vee$ $\neg$Ist-Primzahl(x))'.

Ü 13 Ermitteln Sie die Teilterme der unter [8] notierten Elementarformeln, der Junktorformeln unter [9] und der Quantorformeln unter [12] und liefern Sie unter Verwendung der Definition eine passende Begründung!

ω ist frei in Γ genau dann, wenn ω Variable und (i) Γ Atomformel und ω Teilterm der Formel Γ ist oder (ii) Γ Junktorformel $\psi^n(\Delta_1,...,\Delta_n)$ ist und ω frei ist in einem Δ_i (mit $1 \leq i \leq n$) oder (iii) Γ eine Quantorformel $\Pi\xi\Delta$ ist, ω verschieden von ξ und frei in Δ ist. – ω ist gebunden in Γ genau dann, wenn ω eine Variable, Γ eine Formel ist und es einen Quantifikator Π und eine Formel B gibt, so dass $\Pi\omega\mathrm{B}$ Teilformel von Γ ist.

'*y*' ist frei in '$y{>}3 \wedge \bigvee y\ y{=}2$'. Denn: Da '*y*' Variable und Teilterm von '$y{>}3$' ist, ist '*y*' nach (i) frei in '$y{>}3$' und nach (ii) auch in der Gesamtformel frei. – Ferner ist '*y*' gebunden in '$y{>}3 \wedge \bigvee y\ y{=}2$'. Denn: '*y*' ist eine Variable, '$\bigvee$..' Quantifikator und '$\bigvee y\ y{=}2$' ist Teilformel der Gesamtformel; eine Variable kann in einer Formel also sowohl gebunden als auch frei sein. In '$y{>}3$' ist '*y*' nur frei, in '$\bigvee y\ y{=}2$' nur gebunden.

Ü 14 Untersuchen Sie die unter [8], [9] und [12] notierten Formeln auf Freiheit und Gebundenheit der als Teilterme auftretenden Variablen!

Γ ist eine in ω offene Formel bzw. eine Aussageform in ω genau dann, wenn ω in Γ frei ist. Hingegen ist Γ eine geschlossene Formel bzw. eine Aussage genau dann, wenn Γ eine Formel ist, in der keine Variable ω frei ist. Die Formel '$\neg$Ist-Primzahl(x) ' ist eine in '*x*' offene Formel, während '$\bigwedge x$ (Ist-Primzahl(x) $\vee$ $\neg$Ist-Primzahl(x))' eine geschlossene Formel darstellt, genauer die Universalquantifikation von 'Ist-Primzahl(x) $\vee$ $\neg$Ist-Primzahl(x)' bzgl. '*x*'. Als Einteilung der Formeln ergibt sich analog zu [6]:

[14] Formeln

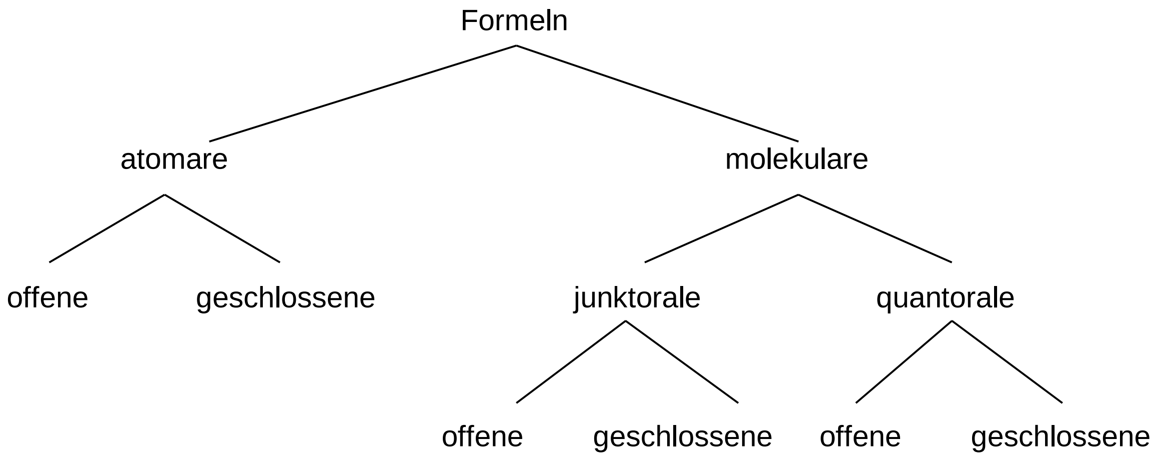
Offene/Aussageformen — Geschlossene/Aussagen

Geschlossene Atomformeln werden auch als. Atom- resp. Primaussagen, als Basisaussagen oder singuläre Prädikationen angesprochen, geschlossene Junktorformeln als Junktoraussagen und geschlossene Quantorformeln als Quantoraussagen bzw. quantifizierte Aussagen. Universalquantor- und Partikularquantoraussagen werden auch kurz als Universal- und Partikularaussagen geführt.

Ü 15 Untersuchen Sie die unter [8], [9] und [12] notierten Formeln auf Offenheit und Geschlossenheit!

Damit ist – relativ auf eine Standardgrammatik erster Stufe und ohne Rückgriff auf Termini der Wahrheitsrede – auch das früher intuitiv gebrauchte Aussagenkonzept (↑2.1.4) für Standardsprachen erster Stufe umrissen. Ordnet man die Einteilungsrücksicht Atomarität versus Molekularität dem Gesichtspunkt Offenheit versus Geschlossenheit vor, dann ergibt sich folgende abschließende Klassifikation der Formeln:

[15]



Ü 16 Zeichnen Sie eine Klassifikation für die Formeln, die die Gliederungsrücksichten von [15] vertauscht!

Schließlich ist an die Bestimmung von Sätzen Σ als Ergebnis der Anwendung eines Performators Ξ auf eine Aussage Γ zu erinnern. Performatoren lassen sich mit der Operatorenterminologie als einstellige, aussagenbestimmende und satzerzeugende Operatoren charakterisieren. Sätze können nicht ihrerseits als Operanden eines Operators auftreten; sie sind ausschließlich Operata.

Indem Autoren Sätze verwenden, vollziehen sie erinnerlich Redehandlungen (↑2.1). Dabei verwenden sie den Performator und die Aussage als Teilausdrücke (↑2.1.6) und vollziehen damit die Teilhandlungen der Performation und Proposition. Die innerpropositionalen Teilhandlungen (Nomination, Prädikation, Quantifikation usf.) folgen dem geschilderten Aufbau der Aussagen. Da in jedem Satz ein Performator und ein Prädikator Teilausdruck ist, sind Performation und Prädikation Teilhandlung jeder Redehandlung.

Ü 17 Geben Sie Beispiele für variablenfreie Aussagen, für parameterfreie, für individuenkonstantenfreie, für junktorfreie und für quantorfreie Aussagen. Welche Ausdruckskategorie scheint in jeder Aussage unverzichtbar? Begründen Sie Ihre Vermutung!

3.2.4. Substitutionsoperationen

Um die Regelformulierung [1]** (von der grammatischen Seite her) nachvollziehen zu können, ist die Substitutionsbegrifflichkeit kursorisch zu erläutern, und zwar insbesondere die Substitution von Termen für atomare Terme in Formeln. Das Ergebnis der Substitution des Terms '3' für den Term '*x*' in der Formel 'Ist-Primzahl(*x*) $\vee$ $\neg$Ist-Primzahl(*x*)' ist die Formel 'Ist-Primzahl(3) $\vee$ $\neg$Ist-Primzahl(3)'; '*x*' wird in der Formel an allen Stellen durch '3' ersetzt.

Die Definition der Substitution von Termen für atomare Terme in Formeln rekurriert auf die Bestimmung der Substitution von Termen für atomare Terme in Termen, die demnach als erste zu behandeln ist. Zu unterscheiden sind dabei das <u>Substituens</u>, der substituierende Term θ*, das <u>Substituendum</u>, der zu substituierende Term θ+, der <u>Substitutionsort</u>, der Term θ', in dem substituiert wird, und das <u>Substitutionsergebnis</u> [θ*,θ+,θ']. Mit Blick auf die Zwecke der Substitutionsbegrifflichkeiten wird verlangt, dass das Substituendum immer ein atomarer Term ist.

Die Substitution sei nun für Terme θ*, θ' und atomare Terme θ+ wie folgt festgelegt: (i) Wenn θ+ mit θ' identisch ist, dann ist [θ*,θ+,θ'] identisch mit θ*. (ii) Wenn θ' ein atomarer Term ist und θ+ nicht mit θ' identisch ist, dann ist [θ*,θ+,θ'] identisch mit θ'. (iii) Wenn θ' funktoraler Term $\phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$ ist, dann ist [θ*,θ+,θ'] identisch mit ϕ^n([θ*,θ+,θ_1],...,[θ*,θ+,θ_n]). Die Substitutionsbestimmung geht am Termaufbau entlang: Ist der Substitutionsort ein atomarer Term, dann ist das Substitutionsergebnis identisch mit dem Substituens, falls das Substituendum mit dem Substitutionsort zusammenfällt; ist das nicht der Fall, ist der Substitutionsort das Substitutionsergebnis. Ist der Substitutionsort ein funktoraler Term, dann ist in allen Operanda $\theta_1,...,\theta_n$ des Substitutionsortes das Substituens für das Substituendum zu substituieren und ϕ^n auf die erzielten Substitutionsergebnisse anzuwenden. Für jede der drei Möglichkeiten ist ein Beispiel zu betrachten: (i) Das Ergebnis der Substitution von '5' für '*x*' in '*x*', also ['5','*x*','*x*'], ist '5'. (ii) Das Ergebnis der Substitution von '4' für '5' in '*x*', also ['4','5','*x*'], ist '*x*'. (iii) Das Ergebnis der Substitution von '3' für '*x*' in '*x*+(5+*x*)', also ['3','*x*','*x*+(5+*x*)'], wird bestimmt indem zunächst die Substitution in den Operanden '*x*' und '5+*x*' durchgeführt, also ['3','*x*','*x*'] und ['3','*x*','5+*x*'] ermittelt wird. Das erste Substitutionsergebnis ist '3' (nach (i)). Im zweiten Fall muss weiter zerlegt werden: Es werden zunächst die Substitutionen für beide Operanda des Substitutionsortes, '5+*x*', durchgeführt, also ['3','*x*','5'] und wieder ['3','*x*','*x*']. Im ersten Fall ergibt sich nach (ii) '5' als

Substitutionsergebnis, im zweiten Fall wieder '3'. Damit ergibt sich '5+3' als Ergebnis der Substitution ['3','x','5+x']. Schließlich ergibt ['3','x','x+(5+x)'] insgesamt '3+(5+3)'.

Ü 18 Bestimmen Sie mit Hilfe der vorgelegten Erläuterung folgende Substitutionsergebnisse:

a) ['5+3','x','x']

b) ['5+3','y','x']

c) ['5+3','x','die-Wurzel-von(x) · 2']

d) ['x','3','die-Wurzel-von(3) · (3+3)'].

Damit lässt sich die Substitution von Termen θ^* für atomare Terme $\theta+$ in Formeln Γ erläutern: (i) Wenn Γ eine Atomformel $\Phi^n(\theta_1,...,\theta_n)$ ist, dann ist $[\theta^*,\theta+,\Gamma]$ identisch mit $\Phi^n([\theta^*,\theta+,\theta_1],...,[\theta^*,\theta+,\theta_n])$. (ii) Wenn Γ eine Junktorformel $\psi^n(\Gamma_1,...,\Gamma_n)$ ist, dann ist $[\theta^*,\theta+,\Gamma]$ identisch mit $\psi^n([\theta^*,\theta+,\Gamma_1],...,[\theta^*,\theta+,\Gamma_n])$. (iii-i) Wenn Γ eine Quantorformel $\Pi\omega\mathrm{B}$ und ω identisch mit $\theta+$ ist, dann ist $[\theta^*,\theta+,\Gamma]$ identisch mit $\Pi\omega\mathrm{B}$. (iii-ii) Wenn Γ eine Quantorformel $\Pi\omega\mathrm{B}$ und ω verschieden von $\theta+$ ist, dann ist $[\theta^*,\theta+,\Gamma]$ identisch mit $\Pi\omega[\theta^*,\theta+,\mathrm{B}]$.

Substitutionsort Γ und Substitutionsergebnis $[\theta^*,\theta+,\Gamma]$ sind Formeln; Substituendum $\theta+$ und Substituens θ^* sind Terme; das Substituendum $\theta+$ ist ein atomarer Term. Die Erläuterung läuft am Formelaufbau entlang und greift in ihrer Basis, der Substitution von Termen für Terme in Atomformeln, auf die Substitution von Termen für Terme in Termen zurück. Im Folgenden sind für die drei in der Definition unterschiedenen Fälle je zwei Beispiele anzugeben. (i) Γ ist Atomformel: ['5+3','x','Ist-Primzahl(der-Nachfolger-von(x))'] ist identisch mit 'Ist-Primzahl(der-Nachfolger-von(5+3))'. (ii) Γ ist Junktorformel: ['der-Nachfolger-von(2)','z','$z>y \wedge y<z$'] ist identisch mit 'der-Nachfolger-von(2)>$y \wedge y$<der-Nachfolger-von(2)'; ['y','2','$\neg$Ist-Primzahl(x)'] ist identisch mit '$\neg$Ist-Primzahl(x)'. (iii) Γ ist Quantorformel $\Pi\omega\mathrm{B}$. Hier unterscheidet die Definition zwei Fälle: (iii-i) ['3','z','$\bigvee z$ Ist-Primzahl(z)'] ist identisch mit '$\bigvee z$ Ist-Primzahl(z)'; die durch den Quantor gebundene Variable (hier: 'z') ist nicht substituierbar. (iii-ii) ['3','4','$\bigvee z$ Ist-Summe-von-und(z,4,4)'] ist identisch mit '$\bigvee z$ Ist-Summe-von-und(z,3,3)'.

Ü 19 Bestimmen Sie mit Hilfe der vorgelegten Erläuterung folgende Substitutionsergebnisse:

a) ['3','x','die-Wurzel-von(x)>x+1']

b) ['z','3','Ist-Primzahl(3) $\wedge$ 3>die-Wurzel-von(3)']

c) ['3','x','$\bigvee x$ Ist-Primzahl(x)']

d) ['die-Wurzel-von(x)','3','$\bigwedge y$ y>3']

e) ['die-Wurzel-von(x)','y','y>y $\wedge$ $\bigvee y$ y>3'].

An dieser Stelle lässt sich die nochmals eingespielte Regelformulierung [1]** sowie die zugeordnete Spezialisierung von ihrer grammatischen Seite her abschließend erläutern:

[1]** Wenn man die Universalquantifikation einer Formel Δ bezüglich ξ gewonnen hat und θ ein geschlossener Term ist, dann darf man das Ergebnis der Substitution von θ für ξ in Δ folgern

Das Beispiel [2] kann jetzt in der inzwischen eingeführten Notation dargestellt werden:

[2]* Ξ $\bigwedge x$ (Mensch(x) $\rightarrow$ Sterblich (x))

Also Mensch(Sokrates) $\rightarrow$ Sterblich (Sokrates)

'$\bigwedge x$ (Mensch(x) $\rightarrow$ Sterblich (x))' ist die Universalquantifikation der Formel 'Mensch(x) $\rightarrow$ Sterblich (x)' bezüglich 'x'. Diese Universalquantifikation sei in der ersten Zeile von [2]* durch eine geeignete Redehandlung gewonnen. Damit ist das Regelantezedens von [1]** erfüllt. In 'Mensch(x) $\rightarrow$ Sterblich (x)' ist genau 'x' frei. Das Ergebnis der Substitution von 'Sokrates' für 'x' in 'Mensch(x) $\rightarrow$ Sterblich (x)' ist nach Klausel (ii) aus der Definition der Substitution von Terme für atomare Terme in Formeln 'Mensch(Sokrates) $\rightarrow$ Sterblich (Sokrates)'. Diese Formel darf gemäß dem Regelsukzedens von [1]** gefolgert werden. Die Folgerung wird durch die Äußerung des Satzes in der zweiten Zeile von [2]* vollzogen.

Ü 20 a) Geben Sie in einer Tabelle an, welche Mitteilungszeichen ('Δ', 'ξ', 'θ') sich in der Anwendung der Regel [1]** auf das Beispiel [2]* auf welche Ausdrücke beziehen!

b) Verschaffen Sie sich ein vorläufiges Verständnis der unter [1]** notierten Regel, indem Sie ein weiteres Beispiel diskutieren!

Zuletzt wird die Substitution von Formeln A für Formeln B in Formeln Γ zu erklärt. Diese Form der Substitution ist vornehmlich für den metalogischen Bedarf (↑5) bestimmt und kann bei der ersten Lektüre überschlagen werden. Wenn die Inhalte bis Kapitel 4 eingeübt wurden, bietet es sich an, auf diesen Abschnitt zurückzukommen. – Die Substitution von Formeln für Formeln in Formeln ist ähnlich wie die anderen Substitutionsbegrifflichkeiten definiert: (i) Wenn B mit Γ identisch ist, dann ist $[\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma]$ identisch mit A. (ii) Wenn Γ eine atomare Formel und B nicht mit Γ identisch ist, dann ist $[\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma]$ identisch mit Γ. (iii) Wenn Γ Junktorformel $\psi^n(\Gamma_1,...,\Gamma_n)$ und B nicht mit Γ identisch ist, dann ist $[\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma]$ identisch mit $\psi^n([\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma_1],...,[\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma_n])$. (iv) Wenn Γ Quantorformel $\Pi\omega\Delta$ und B nicht mit Γ identisch ist, dann ist $[\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma]$ identisch mit $\Pi\omega[\mathrm{A},\mathrm{B},\Delta]$. – Anders als bei der Substitution von Termen für atomare Terme in Termen oder Formeln, muss das Substituendum bei der Substitution von Formeln für Formeln in Formeln keine Atomaritätsforderung erfüllen, muss also keine atomare Formel sein.

Wenn nun das Substituendum Β mit dem Substitutionsort Γ zusammenfällt, dann ist mit (i) das Substituens Α das Ergebnis der Substitution: ['$\bigwedge y$ y>3','Ist-Primzahl(4)','Ist-Primzahl(4)'] ist identisch mit '$\bigwedge y$ y>3'. Sind Substituendum Β und Substitutionsort Γ verschieden, dann sind die drei Formeltypen zu unterscheiden: (ii) Im atomaren Fall ist der Substitutionsort Γ das Substitutionsergebnis Δ: ['$\bigwedge y$ y>3','4>2','Ist-Primzahl(4)'] ist identisch mit 'Ist-Primzahl(4)'. (iii) Im junktoralen Fall ist in den Operandaformeln zu substituieren: ['$\bigwedge y$ y>3','2>z','2>z $\rightarrow$ (z=z $\wedge$ 2>z)'] ist '$\bigwedge y$ y>3 $\rightarrow$ (z=z $\wedge$ $\bigwedge y$ y>3)'. (iv) Im quantoralen Fall ist innerhalb der quantifizierten Formel zu substituieren: ['$\bigwedge y$ y>3','2>z','$\bigwedge x$ (2>z $\rightarrow$ x<2)'] ist '$\bigwedge x$ ($\bigwedge y$ y>3 $\rightarrow$ x<2)'.

3.3. Ergänzungen – Erweiterungen – Vertiefungen

Die Standardgrammatik erster Stufe bildet einen ausbaufähigen Kernbestand an grammatischen Mustern. Einige Erweiterungen sind kursorisch anzusprechen (3.3.2 bis 3.3.4). Wie zu erwarten, existieren auch zur Standardgrammatik und ihren Erweiterungen Alternativen, die das Bild von der Rationalen Grammatik ergänzen (3.3.5). Alle Rationalen Grammatiken sind jedoch von einem einheitlichen Prinzip, dem <u>Funktionalitätsprinzip</u>, regiert. Die Erläuterung dieses Prinzips (3.3.1) sowie Fragen nach seiner materialen Ausfüllung (3.3.6) vertiefen das Verständnis der vorgestellten Grammatiken.

3.3.1. Das Funktionalitätsprinzip

Allen Rationalen Grammatiken, den bereits erörterten mit ihren Erweiterungen und den noch zu diskutierenden Alternativen, liegt insofern ein gemeinsames ›Bauprinzip‹ zugrunde, als sie dem (auf Frege zurückgehenden) <u>funktionalen Grundprinzip</u> genügen. Informell ausgedrückt: Jedes molekulare Gebilde μ, das <u>Operatum</u>, entsteht aus der Anwendung eines *n*-stelligen <u>Operators</u> τ^n auf *n* <u>Operanden</u> $o_1,\ldots,o_n$, hat also stets die Struktur $\tau^n(o_1,\ldots,o_n)$. In einer Grammatik erster Stufe gibt es demnach folgende Operatoren, Operanden und Operata:

[16]

<u>Operator τ^n</u>	<u>Operanden $o_1,\ldots,o_n$</u>	<u>Operatum μ</u>
Funktor ϕ^n	Terme $\theta_1,\ldots,\theta_n$	Terme $\phi^n(\theta_1,\ldots,\theta_n)$
Prädikator Φ^n	Terme $\theta_1,\ldots,\theta_n$	Atomformeln $\Phi^n(\theta_1,\ldots,\theta_n)$
Junktor ψ^n	Formeln $\Delta_1,\ldots,\Delta_n$	Junktorformeln $\psi^n(\Delta_1,\ldots,\Delta_n)$
Quantifikator Π	Variable ω	Quantor $\Pi\omega$
Quantor $\Pi\omega$	Formel Δ	Quantorformel $\Pi\omega$ Δ

Performator Ξ Aussage Δ Satz ΞΔ

Bezüglich eines Operators lassen sich drei Bestimmungsfragen aufwerfen: (i) Die Frage nach der Stellen(an)zahl lautet: Wie viele Stellen hat der Operator? (ii) Die Frage nach dem Operandentyp liest sich so: Was sind passende Operanden für den Operator bzw. auf welche Operanden kann man den Operator anwenden bzw. welche Operanden werden von dem Operator bestimmt? (iii) Die Frage nach dem Anwendungsergebnis, dem Operatatyp, lässt sich so notieren: Was ist das Ergebnis der Anwendung des Operators auf die Operanden bzw. ein Ausdruck welcher Kategorie wird durch die Anwendung des Operators auf die Operanden erzeugt? Kurz: Welches Operatum wird durch die Anwendung des Operators auf wie viele Operanden welchen Typs erzeugt?

Von den atomaren Ausdrücken (↑3.2.1) sind Konstanten, Parameter und Variablen Operanden, während alle übrigen Operatoren sind. Dabei stellen Quantifikatoren, Funktoren und Prädikatoren termbestimmende Operatoren dar, die Quantifikatoren genauer variablenbestimmende. Demgegenüber sind Performatoren und Junktoren formelbestimmende Operatoren; Performatoren sind überdies nur auf Aussagen anwendbar.

Ü 21 Zeichnen Sie das Schaubild [3] neuerlich, indem Sie die atomaren Ausdrücke nach ihren funktionalen Charakteristika Operator/Operand, termbestimmend/formelbestimmend und term-/quantor-/formel-/satzerzeugend einteilen!

τ^n ist der Hauptoperator von $\tau^n(o_1,...,o_n)$; $o_1,...,o_n$ bilden entsprechend die Hauptoperanden. Operatoren von Operanden o_i oder von Operanden o_j von Operanden o_i usf. sind Nebenoperatoren (ersten, zweiten,...*k*-ten Grades). Hauptoperator von 'Ist-Primzahl(*x*) ∨ ¬Ist-Primzahl(*x*)' ist der Adjunktor '__∨__'; dahingegen ist der Negator '(__)' ein Nebenoperator ersten Grades, obgleich er Hauptoperator der Teilformel '¬Ist-Primzahl(*x*)' ist. ‘Ist-Primzahl(..)’ ist im linken Hauptoperand Hauptoperator, also in der Gesamtformel Nebenoperator ersten Grades. Im rechten Hauptoperand ist derselbe Prädikator Nebenoperator ersten Grades; also ist er in der Gesamtformel Nebenoperator zweiten Grades. Hauptoperanden sind die beiden Adjunkte, Nebenoperanden ersten Grades die Variablen '*x*' und das Negatum des zweiten Adjunkts; ferner ist '*x*' auch Nebenoperand zweiten Grades. In Übereinstimmung mit der bisher geübten Praxis werden Formeln nach Ihrem Hauptoperator benannt. Der Hauptoperator wird auch als dominierender, herrschender, regierender Operator angesprochen!

Ü 22 Bestimmen Sie die Haupt- und Nebenoperatoren, sowie die Haupt- und Nebenoperanda der unter [8], [9] und [12] notierten Formeln! Geben Sie jeweils den Grad der Nebenoperatoren und Nebenoperanda an!

Betrachtet man das funktionale Grundprinzip aus einer strukturellen Perspektive, dann ist es Ausdruck eines Ansatzes, der sprachliche Gebilde mit Hilfe des Funktionsgedankens konzipiert: *n*-stellige Operationen sind, mathematisch betrachtet, solche Funktionen, deren Argumente *n*-Tupel sind; Operatoren werden dargestellt als Operationen, Operanden bilden die Glieder des Argument-*n*-Tupels der Operationen, und Operata stellen den Wert der Operation für das jeweilige Argument-*n*-Tupel dar. So sind etwa Quantifikatoren einstellige Operationen, die 1-Tupel von Variablen (als Argument) Quantoren (als Wert) zuordnen. Die oben formulierten Bestimmungsfragen gehen also auf Argumentanzahl, Argument- und Werttyp.

Eine solche strukturelle Betrachtung ist dann angezeigt, wenn man – aus Ökonomiegründen – mit größtmöglicher Allgemeinheit über bestimmte Grammatiken theoretisieren möchte. Ob man hingegen in konkreten Kontexten vereinbart, Operatoren stets links von ihren Operanden zu notieren (Präfixnotation), oder ob man liberalere und üblichere Schreibweisen zulässt, ist ebenso wie die Bevorzugung stenographischer Notation für die strukturelle Grundidee gleichgültig.

Da in sprachphilosophischen Zusammenhängen häufig von (›selbstständigen‹) Teilausdrücken und (›unselbstständigen‹) Ausdrucksteilen die Rede ist, sei abschließend festgesetzt, dass alle Operatoren und Operanda eines Ausdrucks (Term, Formel, Satz) und auch alle Operatoren und Operanden eines Teilterms oder einer Teilformel eines Ausdrucks sowie der Ausdruck selbst Teilausdrücke desselben sind; Ausdrucksteile sind hingegen Bestandteile von atomaren Teilausdrücken, können selbst aber keiner grammatischen Kategorie zugeschlagen werden. Demgemäß sind etwa 'Ist-Vater-von' und 'J. S. Bach' Teilausdrücke der Aussage 'Ist-Vater-von(J. S. Bach, P. E. Bach)', während 'von' Ausdrucksteil des Prädikators und 'Bach' Ausdrucksteil beider Nominatoren ist. – Ausdrucksteile werden auch als synkategorematische Ausdrücke angesprochen; Teilausdrücke sind demgegenüber kategorematische Ausdrücke!

Ü 23 Ermitteln Sie alle Teilausdrücke der unter [12] notierten Quantorformeln!

3.3.2. Termquantoren und Quantorterme

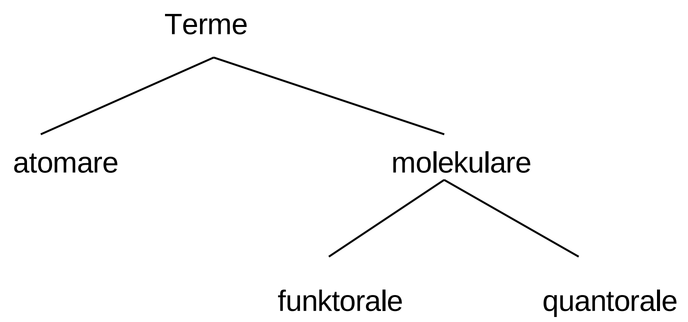
Bedarf nach einer Erweiterung von Standardsprachen erster Stufe tritt schon dann auf, wenn man das Repertoire um Ausdrücke wie 'der Gegenstand, von dem das und das gilt' bzw. 'der/die/das so-und-so' oder 'die Menge all der Gegebenheiten, die die und die Eigenschaft besitzen' erweitern möchte. Dazu benötigt man variablenbindende, formelbestimmende und termerzeugende Operatoren.

Solche Operatoren kommen mit den bisher behandelten Quantoren darin überein, dass sie aus der Anwendung eines Operators π auf eine Variable ω entstehen und ihrerseits auf Formeln angewendet werden; daher soll von <u>Termquantoren</u> und entsprechend von <u>Termquantifikatoren</u> die Rede sein. Wendet man einen Termquantor $\pi\omega$ auf eine Formel Δ an, dann entsteht – anders als bei (Formel)Quantoren – ein <u>Quantorterm</u> $\pi\omega\Delta$. Ist dabei in Δ höchstens ω frei, entsteht wiederum ein Nominator. In Ergänzung von [16] lässt sich festhalten:

[16]*	<u>Operator τ^n</u>	<u>Operanden $o_1,...,o_n$</u>	<u>Operatum μ</u>
	Termquantifikator π	Variable ω	Termquantor $\pi\omega$
	Termquantor $\pi\omega$	Formel Δ	Quantorterm $\pi\omega\Delta$

Enthält eine Sprache neben den formelerzeugenden Quantoren auch Termquantoren, dann spricht man erstere naheliegenderweise als <u>Formelquantoren</u> an; analog soll von <u>Formelquantifikatoren</u> die Rede sein. Damit ist zugleich die Klasse der Terme erweitert, die nun ebenso wie die Formelmenge Gegenstand einer doppelten Partition ist: Nach ihrem Aufbau zerfallen die Terme in atomare, funktorale und quantorale oder Quantorterme, wobei die beiden letzteren die <u>molekularen Terme</u> bilden; für Sprachen mit Quantortermen ist Schaubild [5] zu [5]* zu erweitern:

[5]*



Der Umstand, dass im Falle von Quantortermen Formeln Teilformeln von Termen sind, macht es notwendig, in Sprachen mit Termquantoren den Term- und Formelbegriff ›in einem Zuge‹ bzw. ›simultan‹ zu etablieren. Man hat nicht nur bei der Bestimmung der Formeln auf Terme, sondern auch bei der Bestimmung der Terme auf Formeln zurückzugreifen. Der Vorzug ist offenkundig: Das gesamte Prädikationspotential wird in seinen Kombinationsmöglichkeiten für die Nomination nutzbar gemacht. So kann zum Beispiel innerhalb des (Quantor)Terms 'der/die/das *x* (*x* ist größtes Gemälde der Welt)' auf eine Eigenschaft von '*x*' Bezug genommen werden. Diese Möglichkeit war bisher den Formeln vorbehalten. Eine derartige simultan-induktive Charakterisierung sieht ungefähr so aus: (i) Atomare Terme, d.h. Variablen, Parameter, Konstanten, sind Terme. (ii) Wenn $\theta_1,...,\theta_n$ Terme sind, dann ist auch das Ergebnis der Anwendung eines *n*-stelligen Funktors ϕ^n auf $\theta_1,...,\theta_n$ ein (funktoraler) Term. (iii) Wenn $\theta_1,...,\theta_n$ Terme sind, dann ist das Ergebnis der Anwendung eines n-stelligen Prädikators Φ^n auf $\theta_1,...,\theta_n$ eine (Atom)Formel. (iv) Wenn $\Gamma_1,...,\Gamma_n$ Formeln sind, dann ist das Ergebnis der Anwendung eines n-stelligen Junktors ψ^n auf $\Gamma_1,...,\Gamma_n$ eine (Junktor)Formel. (v) Wenn Γ Formel ist, dann ist das Ergebnis der Anwendung eines Formelquantors $\Pi\omega$ auf Γ eine (Quantor)Formel. (vi) Wenn Γ eine Formel ist, dann ist das Ergebnis der Anwendung eines Termquantors $\pi\omega$ auf Γ ein (Quantor)Term. Nur was (i), (ii) und (vi) bzw. (iii), (iv) und (v) genügt, soll Term bzw. Formel sein.

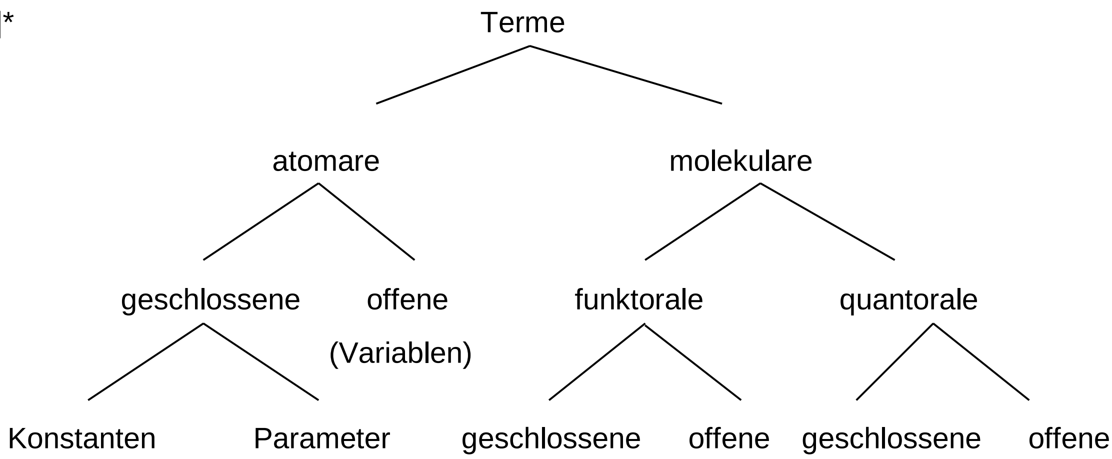
Der (häufig mit 'the ω__' abgekürzte) Kennzeichnungsoperator 'das-/die-/derjenige ω__' und der (stenographisch mit '$\{\omega \mid$ __$\}$' notierte) Klassenbildungsoperator 'die Menge der ω___' sind die in der Literatur am häufigsten diskutierten und verwendeten Termquantoren. In Analogie zur Formelseite kann man dann von der Kennzeichnungs-/Klassen-/...quantifikation einer Formel Δ bezüglich einer Variable ω sprechen, wenn der Term aus der Anwendung des jeweiligen Operators $\pi\omega$ auf Δ entsteht. So ist etwa 'the x ($5>x \wedge 3<x$)' eine Kennzeichnungsquantifikation der Formel '$5>x \wedge 3<x$' bezüglich 'x', und '$\{y \mid$ Ist-Philosoph $(y)\}$' ist eine Klassenquantifikation der Formel 'Ist-Philosoph (y)' bezüglich 'y'.

Die Arbeitsweise der oben niedergelegten Term/Formelcharakterisierung kann man sich an folgendem Beispiel verdeutlichen: Ist '$\bigvee y$ (Gerade-Zahl(y) $\wedge$ $y>$the x ($5>x \wedge 3<x$))' eine Formel der hier beispielshalber unterlegten arithmetischen Sprache? Folgende Betrachtung erlaubt eine affirmative Antwort: '3' und 'x' sind atomare Terme, damit nach (i) Terme. Mithin ist '$3<x$' nach (iii) Formel. Eine analoge Betrachtung zeigt, dass '$5>x$' Formel ist. Damit ist nach (iv) auch '$5>x \wedge 3<x$' Formel. Gemäß (vi) ist damit 'the x ($5>x \wedge 3<x$)' Term. Da 'y' nach (i) Term ist, stellt auch '$y>$the x ($5>x \wedge 3<x$)' nach (iii) eine Formel dar. Ebenfalls nach (iii) ist 'Gerade-Zahl(y)' eine Formel. Damit ist nach (v) auch das Gesamte eine Formel.

Ü 24 Zeigen Sie, dass 'the x (Primzahl(x) $\wedge$ Gerade(x))' ein Term der unterstellten arithmetischen Sprache ist!

Die simultan-induktive Charakterisierung von Term und Formel, gewissermaßen eine Reißverschlusstaktik, verlangt auch eine analoge Bestimmung der Teilterm- und Teilformelschaft oder des Freiseins und damit der offenen und geschlossenen Terme. Den offenen und geschlossenen atomaren und funktoralen Termen sind dann die offenen und geschlossenen Quantorterme hinzuzufügen: Die in Ü24 betrachtete Ausdrucksverbindung ist ein geschlossener Quantorterm der arithmetischen Sprache; der Ausdruck '$\{y \mid y > z \wedge z$ ist Primzahl$\}$' ist ein in 'z' offener Quantorterm einer Klassensprache. Die Erweiterung von Schaubild [7] zu [7]* ergibt ein zu [15] analoges Bild für Terme:

[7]*



Oben konnten drei Formen der Substitution charakterisiert werden: die Substitution von Termen für Terme in Termen, die Substitution von Termen für Terme in Formeln, die Substitution von Formeln für Formeln in Formeln. Mit dem Einbezug der Quantorterme ist auch die Substitution von Formeln für Formeln in Termen zu berücksichtigen.

Individuenkonstanten/Eigennamen, Funktoren und Termquantifikatoren sollen als <u>nominative Redeteile</u> zusammengefasst werden. Diese Ausdrucksgruppe verlangt eine Gleichbehandlung in einführungstheoretischer Hinsicht. Diese hängt, intuitiv gesprochen, damit zusammen, dass jeder parameterfreie Nominator einen und nur einen Gegenstand bezeichnen soll (↑7).

3.3.3. Stufenbildung

Eine andere Erweiterung von Standardgrammatiken erster Stufe besteht in der Stufenbildung. Diese kommt dadurch zustande, dass man auch Prädikatoren ${}^2\Phi^n$ <u>zweiter</u> oder <u>höherer Stufen</u> ${}^m\Phi^n$ zulässt; der linke Index zeigt die Stufigkeit, der rechte die Stelligkeit an. Diese finden dann Anwendung auf Prädikatoren erster oder – allgemein – nächstniedriger Stufe; außerdem werden auch die Prädikatorvariablen in Betrieb genommen. Das führt zu einer Erweiterung des Quantorkonzeptes: Individuenvariablen bindende Quantoren sind von Prädikatorenvariablen (verschiedener Stufe) bindenden Quantoren zu unterscheiden. In der folgenden Liste sind in der linken Spalte die Beispiele, in der rechten die zugehörigen Strukturformeln notiert; so entsteht c) aus der Anwendung eines einstelligen Prädikators dritter Stufe auf ein einstelliges Prädikat zweiter Stufe:

[17]	a) Ist-Vater-von(J. S. Bach,P. E. Bach)	${}^1\Phi^2\ (\theta,\theta')$
	b) Ist-asymmetrisch(Ist-Vater-von)	${}^2\Phi^1\ ({}^1\Phi^2)$
	c) Ist-Relationsattribut(Ist-asymmetrisch)	${}^3\Phi^1\ ({}^2\Phi^1)$

Die Aussage '$\bigwedge{}^1F^2$ (Ist-asymmetrisch(${}^1F^2$) $\rightarrow$ Ist-irreflexiv(${}^1F^2$))' enthält den eine Prädikatorvariable erster Stufe bindenden Universalquantor '$\bigwedge{}^1F^2$'.

Wie jede Erweiterung der Standardgrammatik schafft auch die Stufenerhöhung neue Ausdrucksmöglichkeiten. Muss man z.B. in einer Standardgrammatik erster Stufe den Identitätsprädikator durch konstruktionssprachliche Regeln, jedenfalls aber unter Verwendung konstruktionssprachlicher Redeteile etablieren, so kann dies in einer Sprache zweiter Stufe über eine innersprachliche Definition erfolgen:

[18] Definition: $\bigwedge x \bigwedge y\ (x = y \leftrightarrow \bigwedge{}^1F^1\ ({}^1F^1(x) \leftrightarrow {}^1F^1(y)))$

Individuen sind genau dann identisch, wenn sie in allen Eigenschaften übereinkommen. Diese Definition ist jedenfalls dann zielführend, wenn man mit '$\bigwedge{}^1F^1$' wirklich alle in der Sprache darstellbaren Eigenschaften erfassen möchte. Die Darstellung von Eigenschaften in der Sprache kann z.B. mit Hilfe des Lambda-Operators (↑3.3.4) geschehen.

Ü 25 Bestimmen Sie die Stufe der Prädikatoren in den folgenden Aussagen:

a) Ist-Launenhaft(Doris)

b) Ist-eine-Untugend(Ist-Launenhaft)

c) Ist-moralische-Kategorie(Ist-Untugend)!

Die Stufenbildung dient dem Zweck der Vergegenständlichung: Man möchte nicht nur über Doris, sondern auch über die Eigenschaft, launenhaft zu sein, reden können; und man möchte nicht nur diese Eigenschaft, sondern auch die höherstufige Eigenschaft, eine Untugend zu sein, zum Thema machen können. Der Vergegenständlichungstendenz liegt wiederum ein redeökonomisches Interesse zugrunde. Bei der Grundlegung der Klassensprache werden alternative Vergegenständlichungsstrategien vorgestellt und mit der Stufenbildung verglichen (↑14).

3.3.4. Dispositoren und Lambda-Operatoren

Ferner kann man Standardsprachen erster Stufe durch Dispositoren zu Disposprachen erweitern: n-stellige Dispositoren ρ_{n+1} sind an den n ersten Stellen termbestimmende, an der n+1 Stelle formelbestimmende Operatoren, die Formeln erzeugen. Dispositoren sind also Operatoren mit kategorial heterogenen Operanden. So entsteht aus der Anwendung des 2+1-stelligen Dispositors 'glaubt(..,..,__)' auf die Nominatoren 'Jahwe', 'Abraham' und die hier nicht weiter strukturierte

Formel 'dass Abraham seinen Sohn opfern will' die Aussage 'glaubt (Jahwe, Abraham, dass Abraham seinen Sohn opfern will)'. Dispositoren wie 'glaubt, dass...', 'will, dass...' usf. stehen für einige Varianten der epistemischen Logik im Zentrum des Interesses.

Im Vorgriff auf die Ausführungen zum Grammatischen Instrumentalismus (↑3.4.1) ist allerdings festzuhalten, dass man eine Aussage der Art 'Jahwe glaubt Abraham, dass Abraham seinen Sohn opfern will' nicht mit Hilfe eines Dispositors als Hauptoperator bestimmen *muss*. Man mag auch den vierstelligen Prädikator ‘glaubt-dass-opfern-will(..,..,..,..)’ als Hauptoperator ansetzen, der auf die Terme 'Jahwe', 'Abraham', 'Abraham', 'seinen Sohn' angewendet wird, und so die Elementaraussage ‘glaubt-dass-opfern-will(Jahwe,Abraham,Abraham,seinen Sohn)' ergibt.

Die in 'x' offene Aussageform 'Ist-Primzahl(x) $\wedge$ (x>100 $\wedge$ 1000>x)' beschreibt eine Eigenschaft, für die in der arithmetischen Sprache kein eigener Prädikator bereitsteht. Das gilt für die überwiegende Mehrzahl aller Aussageformen in allen Sprachen. Um über die Möglichkeit zu verfügen, (hier einfachheitshalber die in genau einer Variablen ω offenen) Aussageformen in Prädikatoren zu überführen, wird der Operator $\lambda\omega$ benutzt, der, in der Feinauflösung, aus Quantifikator und Variable aufgebaut ist. Wendet man den Lambda-Operator $\lambda\omega$ auf eine Formel Δ an, dann entsteht ein einstelliger Prädikator $\lambda\omega\Delta$(..). Im Beispiel: 'λx (Ist-Primzahl(x) $\wedge$ (x>100 $\wedge$ 1000>x))(..)'. Damit ist z.B. 'λx (Ist-Primzahl(x) $\wedge$ (x>100 $\wedge$ 1000>x))(3)' eine Formel, genauer: eine (falsche) Elementaraussage der arithmetischen Sprache. Das durch Anwendung des Lambda-Operators erzeugte Operatum ist als Prädikator seinerseits ein Operator.

Die Bedeutung des Lambda-Operators wird man so fixieren, dass eine Aussage, die durch Anwendung des Lambda-Prädikators auf einen Nominator entsteht, dann und nur dann wahr ist, wenn das Ergebnis der Substitution des Nominators für die durch den Lambda-Operator gebundene Variable in der Aussageform wahr ist: 'λx(Ist-Primzahl(x) $\wedge$ (x>100 $\wedge$ 1000>x))(3) $\leftrightarrow$ (Ist-Primzahl(3) $\wedge$ (3>100 $\wedge$ 1000>3))' soll in der jeweiligen Sprache wahr sein. Bei der späteren Verwendung wird statt des griechischen Buchstabens Lambda der Buchstabe '**l**' benutzt. Das hat den rein terminologischen Grund, dass griechischen Buchstaben nur in der metasprachlichen Rede Verwendung finden sollen (↑6.1).

Die Verwendung des Lambda-Operators legt sich z.B. dann nahe, wenn man in der Analysesprache zu einer gegebenen Sprache über alle in dieser Sprache beschreibbaren Eigenschaften nachdenken will. Dazu hat man zunächst den Eigenschaftsbegriff, genauer: den Funktor 'die-Eigenschaft-von(..)' zu etablieren; passende Operanden für die freie Stelle sind Prädikatornamen. Da intuitiv als Eigenschaft nicht nur das gelten soll, was durch die (normalen)

Prädikatoren beschrieben wird, sondern auch all das, was die in einer Variablen offene Aussagenformen beschreiben, müssen diese in Prädikatoren konvertiert werden, von denen man in der Analysesprache dann wiederum Namen bilden kann.

3.3.5. Alternative Grammatiken

Die skizzierte Grammatik erster Stufe und ihre Erweiterungen bilden ein Standardreservoir. Aber auch innerhalb der Rationalen Grammatik gibt es – hier wenigstens zu erwähnende – Alternativen. Hinzuweisen ist etwa auf die der syllogistischen Logik zugrundeliegende aristotelische Grammatik, auf den (verwandten) kategorialen Rahmen, den Lesniewski der Trias von Protothetik, Ontologie und Mereologie vorgibt, oder auf Ansätze, die einer alternativen Idee der Prädikation folgen.

Nach der Standardanalyse ist die Aussage '2 ist eine Primzahl' als 'Ist-eine-Primzahl(2)' zu bestimmen, als aufgebaut also aus dem einstelligen Prädikator 'Ist-eine-Primzahl(..)' und der Konstante '2'. Aus dem zu analysierenden Gebilde kann man aber auch die Kopula 'ist', genauer 'Ist(..,__)', als Operator ›herausbrechen‹. Dieser Operator ist dann auf den Nominator '2' und den Prädikator 'Primzahl' anzuwenden: 'Ist(2,Primzahl)'. Prädikatoren sind bei dieser Zugangsweise keine Operatoren, sondern Operanden; das Wörtchen 'ist(..,__)' stellt einen kategorial heterogenen Prädikationsoperator dar.

Nach der Standardanalyse werden Aussagen der Art '2 ist keine Primzahl' analysiert als Negationen, wobei die Aussage '2 ist eine Primzahl' Negatum ist. Baut man die soeben gegebene Analyse mit ein, dann ergibt sich insgesamt als Analysans: 'nicht(Ist-eine-Primzahl(2))'. Der alternative Ansatz setzt hier den negativen Ausdruck 'Ist-nicht(..,..)' als Operator an, die Gebilde '2' und 'Primzahl' als Operanden: 'Ist-nicht(2,Primzahl)'. Zu unterscheiden ist also ein <u>affirmativer</u> und ein <u>negativer</u> Prädikationsoperator. Andere Ansätze kennen auch einen <u>neutrativen</u> Prädikationsoperator: 'Ist-unbestimmt-ob(2,Primzahl)'.

Eine Aussage mit einem relationalen Prädikator, z.B. '2 ist größer als 1', wird mit 'Ist(2,1,>)' wiedergegeben. Die Prädikationsoperatoren sind also *n*-stellige Operatoren, wobei die ersten *n*-1 Operanda Terme sind und der *n*-te Operand ein Prädikator ist.

Die Standard- und Nicht-Standardanalyse für den einfachsten Fall nochmals im Vergleich:

[19]		<u>2 ist eine Primzahl</u>	<u>2 ist keine Primzahl</u>
	a)	Ist-eine-Primzahl(2)	nicht(Ist-eine-Primzahl(2))
	b)	Ist(2, Primzahl)	Ist-nicht(2, Primzahl)

Die aristotelische Syllogistik folgt der Idee, alle Aussagen in einen Prädikationsoperator und zwei (als allgemein aufgefasste) Terme zu zerlegen. So wird etwa die Aussage 'Alle Griechen sind Menschen' durch 'Grieche a Mensch' bzw. – um auch hier das Funktionalitätsprinzip zu dokumentieren – 'a(Grieche,Mensch)' wiedergegeben: die Prädikationskopula 'a(- -,- -)' wird auf zwei Terme angewendet; der Ausdruck 'alle' sowie der Ausdruck 'sind' werden also in der Prädikationskopula 'a(- -,- -)' zusammengezogen. Ebenso umfasst etwa die Prädikationskopula 'i(- -,- -)' die Worte 'einige' und 'sind', wenn die Aussage 'Einige Philosophen sind Vampire' mit 'Philosoph i Vampir' bzw. mit 'i(Philosoph,Vampir)' wiedergegeben wird. Im Vergleich:

[20] <u>Alle Griechen sind Menschen</u>

a) a(Grieche,Mensch)

b) $\bigwedge x$ (Ist-Grieche(x) $\rightarrow$ Ist-Mensch(x))

<u>Einige Philosophen sind Vampire</u>

a) i(Philosoph,Vampir)

b) $\bigvee y$ (Ist-Philosoph(y) $\wedge$ Ist-Vampir(y))

Die Formulierung der Schlussregeln bezieht sich ausdrücklich auf die jeweilige grammatische Gestalt der Prämissen und der Konklusion: Die logischen Regeln sitzen auf der grammatischen Struktur der Aussagen auf. Eine gültige syllogistische Schlussregel könnte so formuliert werden: Wenn man eine Aussage der Art 'S a P' und eine Aussage der Art 'P a Q' gewonnen hat, dann darf man eine Aussage der Art 'S a Q' folgern.

Da die aristotelische Logik keine Möglichkeit hat, relationale Sachverhalte (über mehrstellige Prädikatoren) zu erfassen, zeichnet sie nur einen Bruchteil der in Alltag und Wissenschaft benötigten Schlüsse nach: Die Art des grammatischen Zugriffs beschränkt die Reichweite der darauf gründenden Logik. Eine Möglichkeit, zwischen alternativen Grammatiken eine Wahl zu treffen, besteht darin, die Leistungsfähigkeit der auf ihnen aufruhenden Folgerungsregeln zu vergleichen.

3.3.6. Zur ›Deduktion‹ grammatischer Kategorien

Die Existenz alternativer Grammatiken zerstört nicht nur eine leicht aufkommende Einzigkeitsillusion bzgl. *der* Rationalen Grammatik, indem sie mit Auswahlproblemen konfrontiert, sondern führt auch auf die Frage, wie man grammatische Kategorien und Kategoriensysteme ›gewinnt‹; denn diese sind offenkundig nicht schlicht ›gegeben‹, sondern müssen sowohl unter (Rede)Zwecken als auch für (Rede)Zwecke erzeugt werden.

Der hier verfolgte Ansatz legt es nahe, Kategorien als Artefakte der Redeorganisation zu entwickeln. Das ist exemplarisch vorgeführt für die Kategorie der Performatoren und der Aussagen (↑2.1): Man macht die Unterscheidung zwischen – in diesem Falle – performativem und propositionalen Moment plausibel und stabilisiert die Anfangsplausibilität durch Einrichtung der grammatischen Kategorien der Performatoren und der Aussagen. Analog wären die weiteren Unterscheidungen zu gewinnen. Die Ausführung dieses Programms ist indes weitgehend offen und soll hier nur als Aufgabe angezeigt werden.

Das angezeigte Desiderat ist erstens dringlich, weil die in propädeutischen Zusammenhängen en passant vermittelte Standardantwort – weil es eben Dinge, Eigenschaften, Relationen, (so und so strukturierte) Sachverhalte gebe, müsse die Sprache mit Nominatoren, ein- und mehrstelligen Prädikatoren und (so und so strukturierten) Aussagen die repräsentierenden Gegenstücke enthalten – im hier verfolgten Duktus ausgeschlossen ist. Die Diagnose lautet: Unverträglichkeit des gewählten Anfangs bei den Redehandlungen mit dem die Standardantwort beherrschenden ›korrespondistischen‹ Geist. Die als ›erste Philosophie‹ ausgezeichnete Sprachphilosophie (↑1.2) kann nur unter Verstoß gegen die früher empfohlene Vorgehensordnung (↑1.2.2) auf Termini und Thesen der Ontologie rekurrieren; die Rede von Dingen, Eigenschaften, Relationen, Sachverhalten, Tatsachen usf. ist vielmehr umgekehrt durch die bestimmten Redeinteressen genügende Abstraktion im Ausgang von Nominatoren, Prädikatoren und Aussagen usf. zu etablieren (↑8).

3.4. Grammatischer Instrumentalismus

Die grammatischen Rahmen sind demjenigen, der eine Sprache konstituiert oder erschließt, Instrumente, die die mit den jeweiligen Sprachen gegebenen Möglichkeiten des Redehandelns (mit)determinieren. Diese <u>instrumentalistische Haltung</u> tritt auch bei der Interpretation von Texten und beim Umgang mit aporetischen Diskurskonstellationen deutlich hervor. Negativ formuliert: Der grammatische Instrumentalist stellt in Abrede, dass gebrauchssprachliche Gebilde ›in sich‹ oder ›an sich‹ eine oder gar genau eine grammatische Struktur besitzen. Positiv betrachtet: Der grammatische Instrumentalist ordnet gebrauchssprachlichen Gebilden eine oder auch mehrere grammatische Strukturen zu, um diskursive Zwecke zu erreichen.

Für diese Sicht ist in drei Schritten Plausibilität herzustellen: Zunächst ist die ›grammatische Bestimmungsfrage‹ der rechten Lesart zuzuführen (3.4.1). Sodann ist die Haltung des grammatischen Instrumentalisten am Existenzdisput zu exemplifizieren (3.4.2). Schließlich wird – in Aufnahme eines Ansatzes aus dem Einleitungskapitel (↑1.1.1) – die bei der Bewältigung von Aporien bewährte Idee der unterstelligen Prädikatorenverwendung ausgeweitet und einer ersten Systematisierung unterzogen (3.4.3).

3.4.1. Die grammatische ›Bestimmungsfrage‹

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtung ist eine anscheinend schlichte und problemfreie Frage:

[21] Welche ist die grammatische Struktur der gebrauchssprachlichen Ausdrucksverbindung μ?

Bei oberflächlicher Lesung ist mit dieser Frage unterstellt, dass jede Ausdrucksverbindung genau eine grammatische Struktur aufweist, die nach einem wohlbestimmten Verfahren, ähnlich etwa dem Lackmustest, festzustellen ist. Dieser missverständlichen Auffassung ist die folgende Lesart gegenüberzustellen:

[22] Welche grammatischen Strukturen kann man dem in der Umgebung *U* vorkommenden gebrauchssprachlichen Sprachgebilde μ zuordnen, um bei Zugrundelegung des grammatischen Rahmens *R* den interpretativen Zweck *Z* zu erreichen?

Die in der Frage vorgenommene Bezugnahme auf Umgebung, grammatischen Rahmen und Zweck sowie den in der Rede von Struktur*en* ausgedrückten Verzicht auf die Einzigkeitspräsupposition, macht man sich an einem einfachen Beispiel klar: Unterstellt, die Ausdrucksverbindung 'Der Kanzler der BRD im Jahre 1996 ist ein wortgewaltiger Pfälzer' sei bereits als Aussage (und nicht etwa als Satz) bestimmt, dann notiert die folgende Liste einige Strukturzuschreibungen:

[23] a) der Kanzler der BRD im Jahre 1996 ist wortgewaltig $\wedge$ der Kanzler der BRD im Jahre 1996 ist ein Pfälzer

b) Ist-ein-wortgewaltiger-Pfälzer(der Kanzler der BRD im Jahre 1996)

c) Ist-ein-wortgewaltiger-Pfälzer(der-Kanzler-von-im-Jahre(die BRD, 1996))

d) Ist-wortgewaltig(der Kanzler der BRD im Jahre 1996) $\wedge$ Ist-ein-Pfälzer(der Kanzler der BRD im Jahre 1996)

e) Ist(der Kanzler der BRD im Jahre 1996, wortgewaltiger-Pfälzer)

a) ist eine Konjunktion, also eine Junktorformel, mit nicht weiter strukturierten Konjunkten als Operanden. b) ist eine Atomformel, aufgebaut aus einem einstelligen Prädikator als Operator und einem nicht weiter strukturierten Nominator als Operand. In c) erfolgt eine solche Feinkategorisierung: Der Operand ist ein funktoraler Term, aufgebaut aus einem zweistelligen Funktor als Operator und zwei Namen als Operanden. d) schreibt den Operanden aus a) weitere Strukturen zu durch die Bestimmung als atomare Aussagen, aufgebaut jeweils aus einem einstelligen Prädikator und einem nicht weiter zerlegten Term. e) ist eine atomare Aussage, aufgebaut aus einem zweistelligen affirmativen Prädikationsoperator, einem nicht weiter analysierten Nominator und einem Prädikator.

Unterlegt man einen grammatischen Rahmen, der nur Junktoren und Formeln unterscheidet, dann entfallen die vier letzten Strukturzuschreibungen; die Strukturierung c) ist ausgeschlossen, wenn der grammatische Rahmen keinen inneren Aufbau der Terme zulässt und e) folgt, im Gegensatz zu b), einer alternativen Grammatik für atomare Aussagen (↑[19], [20]). Erst der je unterlegte grammatische Rahmen erlaubt diese – oder eben eine andere – Strukturierung!

Um den Umgebungs- und Zweckbezug zu verdeutlichen, genügen drei Hinweise: (i) Steht man vor der Aufgabe, die Aussage 'Der Kanzler der BRD im Jahre 1996 ist ein wortgewaltiger Pfälzer' als Konsequenz der Aussagenklasse {'Helmut Kohl ist ein wortgewaltiger Pfälzer', 'Helmut Kohl ist der Kanzler der BRD im Jahre 1996'} auszuweisen, dann kommt man – eine zweckmäßige Strukturierung der Elemente der Prämissenklasse unterstellt – mit b), c) und e) zum Ziel. (ii) Will man hingegen aus der betrachteten Aussage schließen, dass es wenigstens ein Land *x* gibt, dessen Kanzler im Jahre 1996 ein wortgewaltiger Pfälzer ist, so ist c) zu wählen; bei den übrigen Strukturierungen wäre der entsprechende Schluss blockiert. (iii) Wer allein im Rückgriff auf die betrachtete Aussage demonstrieren will, dass es Pfälzer gibt, kommt nur mit d) zum Ziel: Um bestimmte Folgerungszusammenhänge herzustellen, werden Ausdrucksverbindungen so – oder eben auch anders – strukturiert!

Die Haltung des grammatischen Instrumentalismus empfiehlt sich auch dann, wenn man – abkürzend geredet – darüber zu befinden hat, ob ein Ausdruck synkategorematischen oder kategorematischen Charakter hat (↑3.3.1). Derartige Kontroversen werden etwa über die Worte 'Zeit', 'Raum', 'Gott' geführt: Hat man z.B. auszugehen von Individuenkonstanten wie 'die-Zeit', 'der-Raum' oder 'Gott', also von kategorematischen Ausdrücken? Oder sollte man sich nur um Wendungen wie '..redet-über-Zeit/Raum', '..lebt-in-Gott' bemühen?

Ü 26 Diese Übung ist erst nach Bearbeitung von Teil 5 zu erledigen!

Machen Sie sich die im vorletzten Absatz vorgelegte Argumentation im Einzelnen klar, indem Sie die entsprechenden Ableitungen herstellen! Sie benötigen dazu – im ersten Fall – die Regel der Identitätsbeseitigung; damit ist auch schon ein Hinweis auf die Strukturierung der Prämissen gegeben. Wir betrachten den einfachen Fall b). Im zweiten Fall benötigen Sie die Regel der Partikularquantoreinführung; im dritten Fall kommt man mit Konjunktorbeseitigung und Partikularquantoreinführung zum Ziel.

3.4.2. Exemplifizierung am Existenzdisput

Hat man einmal eingesehen, dass gebrauchssprachliche Gebilde nicht ›von Natur aus‹ und ›in Wirklichkeit‹ genau eine grammatische Struktur besitzen, und zwar weder ›an der Oberfläche‹ noch ›in der Tiefe‹, dann ergibt sich in aporetischen Diskurslagen standardgemäß die Möglichkeit, durch Variation der grammatischen Struktur Abhilfe zu schaffen. Fasst man – um ein vieldiskutiertes Beispiel aufzunehmen – das (schon als Aussage vorbestimmte) Gebilde 'Pegasus existiert nicht' grammatisch im Sinne von:

[24] $\neg\bigvee x$ Pegasus=x

so hat man bei der üblichen Regulierung des Partikularquantors die Negation der folgenden (identitäts)logischen Wahrheit notiert:

[25] $\bigvee x$ Pegasus=x

die sich durch Partikularquantoreinführung unmittelbar aus der Reflexivität der Identität ergibt. Wegen Reflexivität der Identität gilt: Pegasus=Pegasus. Dann folgt: $\bigvee x$ Pegasus=x. Wer also die Aussage 'Pegasus existiert nicht' in einer affirmativen Redehandlung äußert, der vorgelegten grammatischen Strukturierung [24] beitritt und gleichwohl eine übliche Logik akzeptiert, ist in eine inkonsistente Diskurssituation geraten. Der Weg dahin kann u.a. dadurch blockiert werden, dass man dem Negatum die Struktur 'Existiert(Pegasus)' und damit dem gesamten Ausdrucksgebilde die Struktur:

[26] $\neg$Existiert(Pegasus)

zuweist; dabei handelt es sich um die Negation einer Atomaussage, deren Hauptoperator ein einstelliger Existenzprädikator ist. Aus [26] ergibt sich zwar durch Partikularquantoreinführung die oberflächlich widersprüchliche Aussage $\bigvee x$ $\neg$Existiert(x); aber dieser irrige Eindruck verdankt sich lediglich der vermeidbaren Ähnlichkeit von Quantor und Prädikator in der üblichen Lesung: Es-existiert-ein-x nicht(Existiert(x)).

Das angedeutete Vorgehen zieht u.a. den der Kant-Frege-Tradition zugeschriebenen Einwand auf sich, 'existiert' sei stets Prädikator zweiter Stufe (↑3.3.3). Da der Existenzprädikator zweiter Stufe mit Hilfe des Partikular- bzw. Existenzquantors definiert wird:

[27] $\bigwedge {}^1F^1$(Existiert(${}^1F^1$) $\leftrightarrow \bigvee x\ {}^1F^1(x)$),

lässt sich der Einwand auch so umformulieren: 'Existenz' gehört stets der Quantorenkategorie an. Um einzusehen, dass dieser Einwand gegen die Relativierungsmaxime (↑2.3.5) verstößt, betrachte man folgende Umgebungen bzw. Kontexte der Existenzrede:

[28] a) Da der Teufel alle negativen Eigenschaften besitzt und Existenz eine solche ist, existiert der Teufel.

b) Die Existenz der Außenwelt ist strittig; mithin existiert etwas, dessen Existenz strittig ist.

c) Da Tiger gestreifte Katzen sind und Tiger existieren, existieren auch gestreifte Katzen.

Gibt man sich das Ziel vor, diese Gebilde als gültige Begründungen zu interpretieren, so besteht ein Unterziel darin, die vorkommende Existenzrede grammatisch in geeigneter Weise zu strukturieren. Das kann in folgender Weise geschehen:

[29] a) Da $\bigwedge {}^1F^1$(Negative-Eigenschaft($^1F^1$) $\rightarrow$ $^1F^1$(der Teufel))

Da Negative-Eigenschaft(Existiert)

Also Existiert(der Teufel)

b) Da Ist-strittig(die-Existenz-von(die Außenwelt))

Also $\bigvee x$ Ist-strittig(die-Existenz-von(x))

c) Da $\bigwedge x$ (Tiger(x) $\rightarrow$ Gestreifte-Katze(x))

Da $\bigvee x$ Tiger(x)

Also $\bigvee x$ Gestreifte-Katze(x)

Benutzt man die in [27] gegebene Definition des Existenzprädikators zweiter Stufe, dann kann man für die Aussagen in den beiden letzten Zeilen von c) auch 'Existiert(Tiger)' und 'Existiert(Gestreifte-Katze)' notieren. Das Beispiel macht deutlich, dass die Existenzrede keineswegs ›von Natur‹ im Sinne eines Quantors oder eines Prädikators zweiter Stufe zu lesen ist; es kann – je nach Kontext – zweckmäßig sein, 'Existenz' bzw. 'existiert' der Kategorie eines Prädikators erster Stufe, eines Funktors, eines Quantors bzw. eines Prädikators zweiter Stufe zuzuweisen.

Stellt man in Rechnung, dass in substantiellen philosophischen Problemstellungen nach der Existenz von Entitäten wie Universalien, Göttern, Zahlen, Werten, Strukturen, Begriffen, Formen, Ideen usf. gefragt wird oder noch ›radikaler‹ nach dem, was überhaupt existiert bzw. warum überhaupt etwas existiert (↑1.1.3), dann verspricht eine systematische Durchforstung dieser Kontroversen im Sinne des Grammatischen Instrumentalismus Aussicht auf Klärungsfortschritt. Auch die jeweils benötigte Verwendungsreglementierung setzt die Klärung der Zugehörigkeit zu einer grammatischen Kategorie voraus.

Ü 27 Strukturieren Sie die Aussage 'Gott existiert' als Quantorformel und als atomare Formel! Welcher grammatischen Kategorie gehört die Vokabel 'Gott' im ersten, welcher gehört sie im zweiten Fall an?

3.4.3. Unterstellige Prädikatorenverwendung

Mit der <u>unterstelligen Prädikatorenverwendung</u> ist ein weiteres Anwendungsfeld des Grammatischen Instrumentalismus namhaft gemacht. Elementare Beispiele wurden einleitend diskutiert: Eine Kontroverse konnte z.B. durch Übergang von den zwei- zu den dreistelligen Rechts-Links-Prädikatoren aufgelöst werden. Erörtert wurden bereits implizite Zweck- und Maßstabsparameter. In der Folge sind weitere Parametersorten aufzuführen, deren Unterschlagung in turbulente Situationen führt (↑1.1.1).

Bekannt und bei der lebensweltlichen Kontroversenbehebung auch häufig herangezogen ist die Relativierung auf <u>Zeit</u>- und <u>Ortsparameter</u>: Was in einem bestimmten Zeitraum an einem bestimmten Ort wohlschmeckend ist, braucht diese Eigenschaft nicht in andere Zeitpassagen oder an andere Orte zu transportieren.

Ebenfalls häufig veranschlagt ist die Relativierung auf <u>Teil</u>- und <u>Aspektparameter</u>. So kann etwa ein Gegenstand rot (und damit nicht blau) und blau (und damit nicht rot) sein, wenn man Rück- und Vorderseite oder Ober- und Unterseite unterscheidet.

Weniger oft eingesetzt, gleichwohl durchschauenswert wegen der kontroversenauflösenden Effekte, sind die drei folgenden Gruppen: <u>Implizite Ordnungsparameter</u> liegen vor, wenn Gebilde als zentral/peripher, als fundamental/abgeleitet, als erste/letzte, als minimale/ maximale usf. rubriziert werden. Diese Charakterisierungen unterschieben eine bestimmte Ordnung: Was in der einen Ordnung an der Peripherie zu stehen kommt, kann in der anderen im Zentrum liegen.

<u>Implizite Sozietätenparameter</u> sind gegeben, wenn (vornehmlich kognitive) Gegebenheiten als (un)klar, (nicht)trivial, (in)evident, (un)plausibel, (un)verständlich, (un)einsichtig, hermetisch usf. charakterisiert werden. Was innerhalb eines Disputverbands, einer bestimmten Tradition trivial und evident ist, ist innerhalb eines/-er anderen unplausibel und uneinsichtig; natürlich ergeben sich hier aufklärungsbedürftige Zusammenhänge mit den akzeptierten Maßstäben und mit den vorgegebenen Zielen.

Implizite Relationsparameter sind gegeben, wenn Entitäten aufeinander bezogen werden, ohne dass zugleich spezifiziert wird, welches die jeweils leitende Relation ist; das ist z.B. der Fall, wenn Gegebenheiten ohne weitere Qualifikation als voneinander (un)abhängig oder miteinander (un)vergleichbar bestimmt werden.

Die Vergegenwärtigung impliziter Parameter verhilft nicht nur dazu, Kontroversen vorzubeugen bzw. diese bei Eintreten aufzulösen und Scheinkonsense zu entlarven. Sie ist auch ein wirksames Mittel, sich selbst Rechenschaft über stillschweigend Unterstelltes und mögliche Alternativen zu geben. So lässt sich z.B. das eigene Zweck-, Maßstabs- und Ordnungskataster (in diesem oder jenem Bereich) auf Vordermann bringen. Ferner geraten implizite Parameter nicht nur wegen ihrer Selbstverständlichkeit häufig in Vergessenheit und sind dann gegebenenfalls zu erinnern, sie werden gelegentlich auch gezielt unterschlagen oder verdeckt gehalten und sind dann gegen solche Kaschierungsabsichten zu ermitteln. Das Aufsuchen impliziter Parameter ist damit ein wirksames Instrument der Ideologiekritik.

Die impliziten Parameter umfassen nicht nur die vergessenen und unterschlagenen: Der Parameter Inertialsystem, der beim wissenschaftshistorisch prominenten Übergang vom zweistelligen Prädikator '..ist zeitgleich mit..' zum dreistelligen '..ist zeitgleich mit..bezüglich..' hinzugefügt wird, lässt sich keiner der beiden Unterklassen zuordnen.

Ü 28 a) Finden oder fingieren Sie eine Kontroverse, die durch die Markierung einen Parameter der in den Weiterungen genannten Parametersorten aufgelöst werden kann!

b) Finden oder fingieren Sie einen Scheinkonsens, der durch fälschlich unterstellte Parametergemeinsamkeit zustande kommt!

c) Liegt Greifswald im verkehrstechnischen Sinn zentral oder peripher?

Die systematische Ausarbeitung der Stelligkeitserhöhung als Instrument der – allgemein gesagt – Aporienbewältigung, muss hier als dringendes Desiderat angezeigt werden! – Zur weiteren Anregung in diese Richtung ist die folgende Übung gedacht:

Ü 29 Stellen Sie Überlegungen zur Stelligkeit der als Prädikatoren aufzufassenden Vokabeln 'neu', 'informativ', 'neutral', 'tolerant', 'kreativ' an.

Wenn der (Rationalen) Grammatik im allgemeinen eine zentrale Rolle bei der Organisation unserer Erkenntnishandlungen, einer prominenten Teilmenge der Redehandlungen, zukommt, wenn im besonderen bei heiklen philosophischen Problemlagen hohe ›grammatische Aufmerksamkeit‹ gefordert ist, dann muss auch im Fortgang dem grammatischen Status der Redemittel mit Schlüsselfunktion ein besonderes Augenmerk gelten!

Ü 30 Notieren Sie wenigstens zwei Prädikatoren aus jedem der bisherigen Kapitel 1 bis 3 und stellen Sie Überlegungen zur Stelligkeit an!

3.5. Literatur

Ajdukiewicz, K.: Die syntaktische Konnexität; Studia philosophica (1) 1936, 1-27 [zu 3.3].

Bar-Hillel, Y.: “Syntactical and Semantical Categories“; in: Edwards, P. (ed.): The Encyclopedia of Philosophy; New York 1977, vol. 8, 57-61 [zu 3.3 und Lit.].

Bochenski, J.M.: Über syntaktische Kategorien; in: Bochenski, J.M.: Logisch-philosophische Studien; Freiburg 1959, 75-96 [zu 3.3].

Frege, G.: Funktion und Begriff; in: Frege, G.: Kleine Schriften; Darmstadt 1967, 125-142 [zu 3.3.1 und 3.3.6].

Geach, P.: A Program for Syntax; Synthese 22 (1970/71).

Helbig, G.: Geschichte der neueren Sprachwissenschaft; Hamburg 1974 [zu 3.1].

Kraml, H.: Sprachphilosophie I, II (Vorlesungsmanuskript WS 92/93 und SS 93 an der Philosophischen Fakultät der Universität Innsbruck).

Die Teile 2.2.1 bis 2.3 und der Teil 4 sind v.a. zu Abschnitt 3.1 dieses Skriptums einschlägig.

Kratzer, A.: “Kategorie, syntaktische, semantische“; in: Ritter, J./Gründer, G. (Hg.): Historisches Wörterbuch der Philosophie 4, Basel 1976, Sp. 776-780 [zu 3.1 und 3.3; Literatur].

Lyons, J.: Einführung in die moderne Linguistik; München 1989[7] [zu 3.1].

Lorenz, K.: “Kategorie, syntaktische“; in: Mittelstraß, J. (Hg.): Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie 2, Mannheim 1984, 369f. [zu 3.3; Lit.].

Lorenz, K.: “Artikulation und Prädikation“; in: Lorenz, K. et al. (Hg.): Sprachphilosophie. Ein internationales Handbuch zeitgenössischer Forschung 2. Halbband; Berlin 1996 [zu 3.3.6].

Lorenzen, P.: Logik und Grammatik; in: Ders: Methodisches Denken; Frankfurt/Main l974, 70-80 [zu 3.1 und 3.3.5].

Zu dem Abschnitt 3.2 sind Logische Propädeutiken sowie Lehrbücher der Logik zu konsultieren!