Steffen Koenig
Qunhua Liu

Dienstag, 11.01.2011
Aufgabenblatt 11

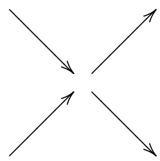
Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie von Algebren

zur Diskussion:

Sei $\overrightarrow{Q} \subset \overrightarrow{Q}'$, $i \in Q_0$ und $P(i)$ unzerlegbar projektiv für $k\overrightarrow{Q}$. Sei $P'(i)$ die Fortsetzung von $P(i)$ durch 0 auf $Q' - Q$. Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an die Inklusion $\overrightarrow{Q} \subset \overrightarrow{Q}'$ an, so daß $P'(i)$ auch unzerlegbar projektiv für $k\overrightarrow{Q}'$ ist.

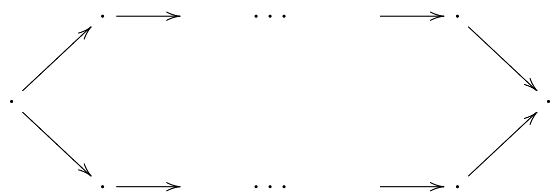
zu bearbeiten:

(1) Sei $\overrightarrow{Q}$ der Köcher



Berechnen Sie die unzerlegbaren projektiven Darstellungen durch wiederholtes Spiegeln aus den einfachen Darstellungen.

(2) Sei $\overrightarrow{Q}$ der Köcher



Sei k ein undendlicher Körper. Geben Sie unendlich viele paarweise nichtisomorphe unzerlegbare Darstellungen von $\overrightarrow{Q}$ über k an, deren Dimensionsvektor im Radikal rad_q ist.

Gibt es unendlich viele paarweise nichtisomorphe unzerlegbare Darstellungen mit Dimensionsvektor der Radikalvektor δ?

(3) Sei $\overrightarrow{Q}$ wie in (2). Sei $k = \mathbb{F}_p$ ein endlicher Körper mit p Elementen (mit p eine Primzahl). Geben Sie unendlich viele paarweise nichtisomorphe unzerlegbare Darstellungen von $\overrightarrow{Q}$ über k an, deren Dimensionsvektor im Radikal rad_q ist.

Gibt es unendlich viele paarweise nichtisomorphe unzerlegbare Darstellungen mit Dimensionsvektor der Radikalvektor δ?

Bitte wenden!

schriftliche Aufgaben: *(15 Punkte)*

Sei A eine Algebra über einem Körper k, so daß $A/\mathrm{rad}(A) \cong k^{\oplus n}$ (Isomorphie als Algebren) ist. Zeigen Sie: es existiert ein Köcher $\overrightarrow{Q}$ mit einem Algebrensurjection $k\overrightarrow{Q} \to A$.

(Hinweis: Die natürliche Zerlegung $1 = \sum_{i=1}^{n} \overline{e_i}$ in paarweise orthogonale primitive Idempotente in $A/\mathrm{rad}(A) \cong k^{\oplus n}$ hat ein Lifting in $1_A = \sum_{i=1}^{n} e_i$ in A. Sei $n_{ij} := \dim_k(e_j(\mathrm{rad}(A)/\mathrm{rad}^2(A))e_i)$. Definiere einen Köcher $\overrightarrow{Q}$ mit n Ecken und n_{ij} Pfeile von i nach j.)

Abgabe der schriftlichen Aufgaben ist in der Vorlesung am Dienstag, den 18.01.2011 oder am Mittwoch, den 19.01.2011.

Die elfte Übung findet am Mittwoch, den 19.01.2011, 8-9:30 Uhr im Seminarraum 7.527 des Instituts für Algebra und Zahlentheorie statt.

Alle Aufgabenblätter und ein Glossar finden Sie auf der Webseite
http://www.iaz.uni-stuttgart.de/LstAGeoAlg/Koenig/WS1011.t